고급 소프트웨어 실습(CSE4152)

Lab 9

Dynamic Programming

목차

실습 환경

- Google Colaboratory (Colab)
- 브라우저 내에서 Jupyter Notebook 기반의 Python 스크립트를 작성하고 실행 가능
- GPU 무료 제공
- https://colab.research.google.com/?hl=ko

Brute-Force Algorithm

- 정답이 존재할 것 같은 영역을 전체 탐색하는 방법
- 모든 경우의 수를 전부 탐색하는 방법으로 예외 없이 정답을 출력함
- 코드작성이 단순하고 표현하기 쉬움
- 완전 탐색 방법

Brute-Force Algorithm 예시

- 4자리의 암호로 구성된 자물쇠를 푸는 경우
- 완전탐색을 하며 답을 찾는 방식
- 우측과 같이 간단한 문제는 O(N)으로 해결할 수 있지만, 조금만 복잡해져도 O(N^N) 과 같이 시간복잡도가 커질 수 있음

```
import random

password = random.randint(0,9999)

for i in range(0,10000):
  if password == i:
    print(f"password : {i} 입니다.")
```

```
password : 7328 입니다.
```

Greedy Algorithm

- Greedy 는 '탐욕스러운'이란 뜻
- 선택의 순간마다 당장 눈앞에 보이는 최적의 상황을 쫓음
- 최적해를 구하는 데에 사용되는 근사적인 방법
- 근사적인 방법이기에 최적(Optimal)이라는 보장은 없음
- 지역적으로 최적이고, 전역적으로 최적인 문제의 경우에는 Greedy algorithm으로 최적의 해를 찾는 것이 가능

Greedy Algorithm

- 탐욕스러운 선택 조건 (Greedy choice property)
  - 앞의 선택이 이후 선택에 영향을 줌 (최적해 탐색이 제한됨)
- 최적 부분 구조
  - 문제에 대한 최종 해결 방법은 부분 문제에 대한 최적 문제 해결 방법으로 구성됨 (전역적이 아닌 부분 문제의 최적해를 찾아감)

Greedy Algorithm 예시

- 거스름돈 주기
  - 거스름돈의 동전 개수를 최소화 하기 (동전이 더 작은 단위 동전의 배수가 아니라면, 최적해 X)

```
price = 4040
money = 5000
change = money - price

change_coin = [500, 100, 50, 10, 1]

num_of_coins = 0
hand_money = 0
index = 0

while(change!=hand_money):
  if hand_money + change_coin[index] > change:
    index += 1
  else:
    hand_money += change_coin[index]
    num_of_coins += 1

print(num_of_coins)
```

Answer : 7

Greedy solution = optimal solution

```
price = 4100
money = 5000
change = money - price

change_coin = [500, 300, 200, 60, 1]

num_of_coins = 0
hand_money = 0
index = 0

while(change!=hand_money):
  if hand_money + change_coin[index] > change:
    index += 1
  else:
    hand_money += change_coin[index]
    num_of_coins += 1

print(num_of_coins)
```

Answer : 43
Optimal Answer : 3

Greedy solution != optimal solution

Dynamic Programming

- 동적 계획법이란 복잡한 문제를 간단한 여러 개의 문제로 나누어 푸는 방법
- 메모이제이션 (Memoization)
  - 동일한 계산을 반복해야 할 때, 이전에 계산한 값을 메모리에 저장해 반복 수행을 제거해 속도 향상

Dynamic Programming

top-down 방식

계산한 문제라면 그대로 반환

계산한 적 없는 문제라면 점화식에 따라 결과 반환

but, 큰 수의 경우 recursion의 depth가 limit를 초과할 수 있음

bottom-up 방식

가장 작은 sub-problem부터 계산하여 array를 채워나가는 방식

recursive가 아닌 반복문을 사용하여 recursion depth 제한 문제 해결

Dynamic Programming 예시

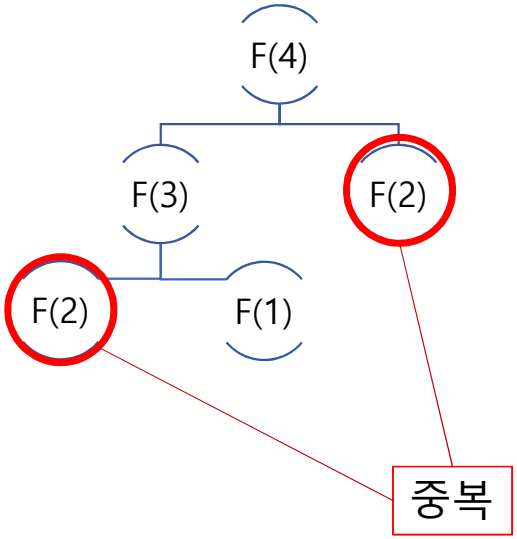
- Dynamic Programming 조건
  - 부분 반복 문제 : 어떤 문제가 여러 개의 부분 문제로 쪼개질 수 있을 때
  - 최적 부분 구조 : 작은 부분 문제에서 구한 최적의 답으로 합쳐진 큰 문제의 최적의 답을 구함

```
fibo_num = 7

def fib_overlapping_subproblem(n):
    if (n <= 2) :
      return 1;
    else:
      return fib_overlapping_subproblem(n-1) + fib_overlapping_subproblem(n-2);

fib_overlapping_subproblem(fibo_num)
```

Answer : 13

Dynamic Programming 예시

피보나치 수열 : F(n) = F(n-1) + F(n-2)



단순 재귀 함수로
피보나치 수열 계산 시,
지수 시간 복잡도를 가진다. (2^n)

시간 복잡도를 줄이기 위해 DP 사용

Dynamic Programming 예시

- 메모이제이션 : 계산 값을 메모리에 저장 후 동일한 계산 반복 제거

```
memo = [1, 1]

def fibo_memo(n):
  for i in range(2,n):
    memo.append(memo[i-1] + memo[i-2])
  return memo[n-1]
fibo_memo(7)
```

저장해두는 배열을 캐시(Cache) 라고 함

Answer : 13

문제 1 (다음 페이지의 1-1, 1-2를 풀 것)

- 팰린드롬 (palindrom)
  - 앞에서부터 읽으나 뒤에서부터 읽으나 같게 읽히는 문자열
  - 입력 : 문자열 S
  - 출력 : S에 문자열을 추가해서 팰린드롬으로 만들 수 있는 가장 짧은 팰린드롬의 길이

예제 입력	예제 출력
ABAB	5
ABABAA	10
ABCADSABDS	19

문자열을 입력해주세요 : ababaa
팰린드롬에 필요한 문자의 갯수는 10개 입니다.

문제 1-1, 1-2

- 주어진 문제를 Brute-Force 알고리즘을 이용해, 출력을 구하는 palindrom_bf 함수를 작성해 구하시오. 시간 복잡도 O(n^2)
- 주어진 문제를 DP 알고리즘을 이용해, 출력을 구하는 palindrome_dp함수를 작성해 구하시오. 시간 복잡도 O(N)

- Hint(DP) : List나 array 같은 자료구조에 n번째 자리까지의 필요한 문자열의 개수를 저장한다.

문제 2

- 영업사원 A는 판매를 위해 N개 업체와 미팅을 해야하는데, 각 회의의 시작 시간과 회의 종료 시간이 입력에 주어졌을 때, A영업사원이 최대한 많은 업체와 미팅을 하려고 한다. 이때, 진행할 회의 각각의 시작시간, 종료시간을 출력하시오.
- Hint : Greedy 알고리즘을 이용해, 문제를 풉니다.
  - 가장 많은 회의를 진행하기 위해서는 회의 종료 시간이 빨리 종료되어야 함. (Sort)
  - Greedy 알고리즘은 항상 같은 답을 출력하지는 못함. 다만, 각각의 에지에 가중치가 있을 때에는, 위상정렬 알고리즘을 이용할 수 있음.

    Ex) 입력을 시작시간, 종료시간 (회의에 드는 노력) 을 받는다고 하면, greedy로는 정답을 낼 수 없는 경우가 있음.
  - 이런 가중치를 포함해 계산하고 싶을 때에는 위상정렬을 이용할 수 있음.

예제 입력	greedy 정답	위상 정렬
4 1 2 (10) 1 3 (1) 2 4 (100) 3 4 (10)	1 2 2 4 (110)	1 3 3 4 (11)

문제 2

예제 입력	예제 출력
2 0 2 2 2	0 2 2 2
11 1 4 3 5 0 6 5 7 3 8 5 9 6 10 8 11 8 12 2 13 12 14	1 4 5 7 8 11 12 14

문제 3

- 연속된 수열에서 가장 큰 합 구하기
  - N개의 정수로 이루어진 임의의 수열이 주어진다. 이 중 연속된 몇 개의 수를 선택해서 구할 수 있는 합 중 가장 큰 합을 구하려 한다.
  - 입력 : N
    N개의 정수
  - 출력 : 연속된 부분의 가장 큰 합

예제 입력	예제 출력
10 2 1 -4 3 4 -4 6 5 -5 1	14
5 -1 -2 -3 -4 -5	-1
10 10 -4 3 1 5 6 -35 12 21 -1	33

```
N : 10
수열을 입력해주세요 :
2 1 -4 3 4 -4 6 5 -5 1
정답은 14입니다.
```

문제 4

- 나라 방문

Traveling salesman problem (TSP)

1부터 N까지 번호가 매겨져 있는 나라들이 있고, 나라들 사이에는 길이 있다. 이제 한 대학생이 어느 한 나라에서 출발해 N개의 나라를 모두 거쳐 원래의 나라로 돌아오는 순회 여행을 계획하려 한다. 단, 한 번 갔던 나라로는 다시 갈 수 없다. 이때, 각 나라 간의 입국심사에 쓰이는 노력(비용)의 양이 다르다. (이는 대칭적이지 않음)

이때, 가장 적은 노력(비용)을 들여 순회 여행을 하려 한다. 가장 적은 비용을 출력해라. (수행시간 제한이 있음. 제한 시간 안에 완료가 돼야 함.)

입력 : N, N x N 의 노력배열

출력 : 순회 여행을 할 수 있는 최소 노력

예제 입력	예제 출력
4 0 10 15 20 5 0 9 10 6 13 0 12 8 8 9 0	35

```
N : 4
각 나라별 필요 노력을 입력해주세요
0 10 15 20
5 0 9 10
6 13 0 12
8 8 9 0
정답은 35 입니다.
```

문제 4

- Hint :
  - DFS, DP를 이용해 문제를 풉니다.
  - DFS로 각 여행지를 체크하는데, DP를 이용해 노력의 양을 저장합니다. (다익스트라 기법과 비슷합니다.)
  - DP 에는 2차원 배열로 DP[현재위치][방문할위치] 의 노력의 최소값을 저장합니다.
  - 정답이 정상적으로 나오지만, 시간이 오래 걸린다면, DFS에서 방문조건을 비트마스킹 기법을 이용해 나타냅니다.

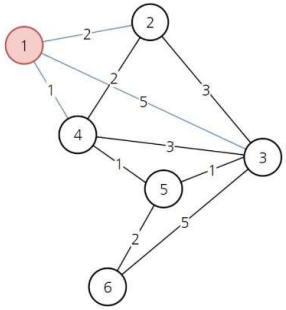
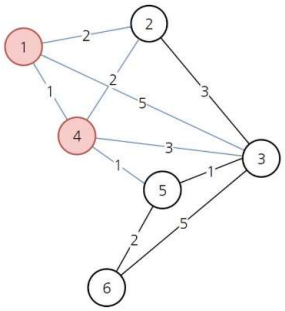
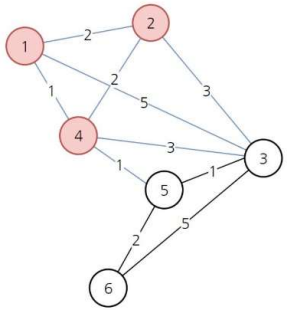
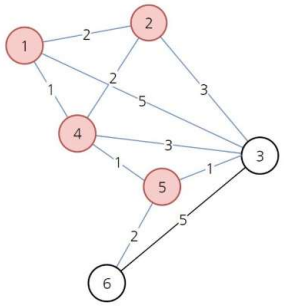
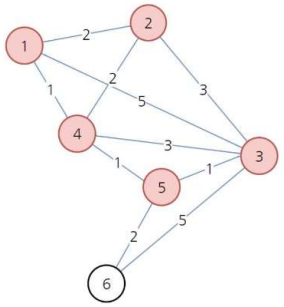
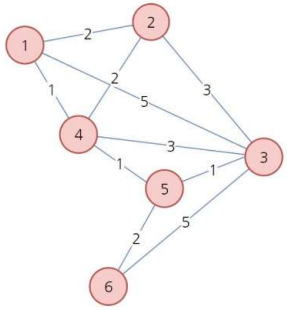
- 다익스트라 (Dijkstra) 알고리즘
  - 현재까지 알고 있던 최단 경로를 계속해서 갱신하는 알고리즘
  - 문제4 에서는 DFS를 이용해야 하지만, 다익스트라는 DFS는 아님

0	2	5	1	무한	무한
2	0	3	2	무한	무한
5	3	0	3	1	5
1	2	3	0	1	무한
무한	무한	5	1	0	2
무한	무한	5	무한	2	0

문제 4

1. 시작 노드 지정
2. 시작 노드에서 갈 수 있는 노드의 비용을 저장
3. 방문하지 않은 노드 중 가장 작은 비용의 노드를 선택
4. 3에서 포함된 노드를 경유하는 경우를 고려하여 비용 갱신
5. 모든 노드를 방문할 때까지 3-4 반복

- Hint : 다익스트라 (Dijkstra) 알고리즘
  - 현재까지 알고 있던 최단 경로를 계속해서 갱신하는 알고리즘

0	2	5	1	무한	무한
0	2	4	1	2	무한
0	2	4	1	2	무한
0	2	3	1	2	4
0	2	3	1	2	4
0	2	3	1	2	4

문제 4, Hint : Bit-Masking

- 정수의 이진 표현을 자료구조로 쓰는 기법
- 더 빠른 수행 시간, 더 간결한 코드, 더 적은 메모리 사용
- 집합을 쉽게 표현할 수 있음

문제 4, Hint : Bit-Masking

비트 연산자

A & B	A의 모든 비트와 B의 모든 비트를 AND 연산한다. 둘 다 1이라면 1 아니면 0	A = 100(2), B = 111(2) A & B = 100(2)
A | B	A의 모든 비트와 B의 모든 비트를 OR 연산한다. 둘 다 0이라면 0, 아니면 1	A = 010(2), B = 101(2) A | B = 111(2)
A ^ B	A의 모든 비트와 B의 모든 비트를 XOR 연산한다. 둘이 다르다면 1, 아니면 0	A = 011(2), B = 101(2) A ^ B = 110(2)
~A	A의 모든 비트에 NOT 연산한다 0이면 1, 1이면 0	A = 011(2) ~A = 100(2)
A << B	A를 B비트만큼 왼쪽으로 시프트	A = 001(2) A << 2 = 100(2)
A >> B	A를 B비트만큼 오른쪽으로 시프트	A = 100(2) A >> 2 = 001(2)

문제 4, Hint : Bit-Masking

집합의 표현

- 각각의 원소를 0부터 N-1까지 번호를 부여하고, 번호에 해당하는 비트가 1이면 포함, 0이면 불포함

Ex) A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} 일때,
A = $111111_{(2)}$, {2, 4} = $010100_{(2)}$, {1, 2, 6} = $110001_{(2)}$

이런 특성으로 합집합, 교집합, 차집합을 표현할 수 있음

1. 합집합 : A | B
2. 교집합 : A & B
3. 차집합 : A & ~B

문제 4, Hint : Bit-Masking 예시

```
switch_states = [True, False, False, True, True, False, False, False, True, True]

# 집합을 이진으로 표현함
switch_states_with_bit = 0b1001100011

# 인덱스 2를 True로 바꿈
n = len(switch_states) - 1 - 2
print(bin(switch_states_with_bit | (1 << n)))

# 인덱스 3을 False로 바꿈
n = len(switch_states) - 1 - 3
print(bin(switch_states_with_bit & ~(1 << n)))

# 원소 토글 (켜져있으면 끄고 꺼져있으면 켜기)
n = len(switch_states) - 1 - 6
print(bin(switch_states_with_bit ^ (1 << n)))
```

```
0b1011100011
0b1000100011
0b1001101011
```

과제

- 문제 3이 Greedy algorithm과 Dynamic programming 중 어디에 해당된다고 할 수 있는가? 이유를 설명하시오.
- 앞에서 다루지 않은 문제 중에 Dynamic programming을 사용했을 때 더 효율적으로 풀 수 있는 문제를 2개 들고, 알고리즘을 설명하시오. brute force 방식에 비하여 DP를 사용하는 경우 어느 정도 빨라지는지도 설명하시오.