

2차원 계산 기하

CCW, 선분 교차 판정, 볼록 껍질

■ 오늘 할 내용은?

1. 벡터, CCW: 계산 기하를 위한 기본적인 개념을 잡고 갑시다
2. 선분 교차 판정 Line Segment Intersection Check
3. 볼록 껍질 convex hull
 - 회전하는 캘리퍼스 Rotating Calipers
 - 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

vector 벡터

- 자료구조 `vector`를 뜻하는 것이 아니라
기하에서의 벡터(euclidean vector)를 말함
- **`std::pair`**를 이용해서 2차원 벡터를 표현하자

vector 벡터

- 벡터의 내적(Inner Product): $a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y = |a||b|\cos \theta$

⇒ 벡터의 사이각 구할 때 쓰임: $\theta = \arccos\left(\frac{a \cdot b}{|a||b|}\right)$

⇒ 벡터의 직각 여부 확인: 직각이면 $a \cdot b = 0$

- 벡터의 외적(Cross Product): $a \times b = a_x b_y - a_y b_x = |a||b|\sin \theta$

⇒ 삼각형의 넓이를 계산: 넓이는 $\frac{1}{2} |a| \cdot |b| \sin \theta$

⇒ 두 벡터의 **방향을 판별**: 양수이면 반시계, 음수이면 시계

벡터 문제풀이

벡터를 이용해
면적을 구해보시다

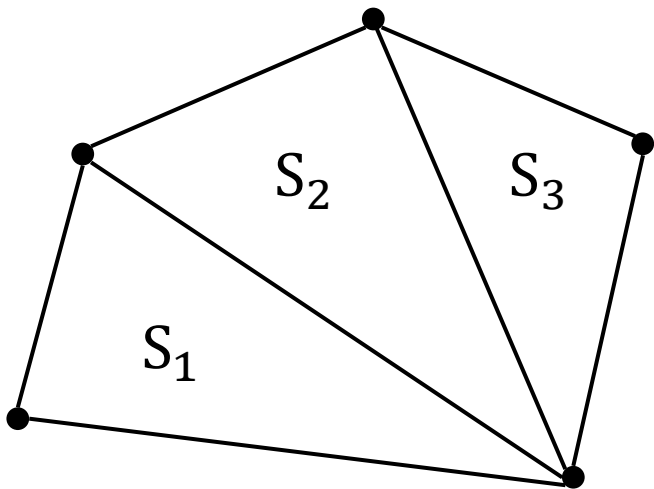
백준 2166
다각형의 면적

2166 다각형의 면적

문제: 2차원 상의 다각형의 넓이를 구하는 문제

⇒ 다각형을 삼각형으로 쪼개자

⇒ 쪼개진 삼각형의 넓이의 합이 다각형의 넓이다.



다각형의 면적 코드

```
1 #include <iostream>
2 #include <algorithm>
3 using namespace std;
4 using Point = pair<long long, long long>; //point 정의
5
6 int n;
7 Point point[10005];
8
9 int main() {
10     ios_base::sync_with_stdio(false);
11     cin.tie(NULL);
12     cout.tie(NULL);
13     cin >> n;
14     double an = 0;
15     for (int i = 0; i < n; i++) {
16         int a, b; cin >> a >> b;
17         point[i] = { a, b };
18     }
19     for (int i = 1; i < n - 1; i++) {
20         Point vec1 = { point[i].first - point[0].first, point[i].second - point[0].second };
21         Point vec2 = { point[i + 1].first - point[0].first, point[i + 1].second - point[0].second };
22         an += ((double)(vec1.first * vec2.second - vec1.second * vec2.first) / 2);
23         // 외적을 이용한 삼각형 면적 구하기
24     }
25     cout << fixed;
26     cout.precision(1);
27     cout << abs(an); //넓이는 양수
28     return 0;
29 }
```

CCW

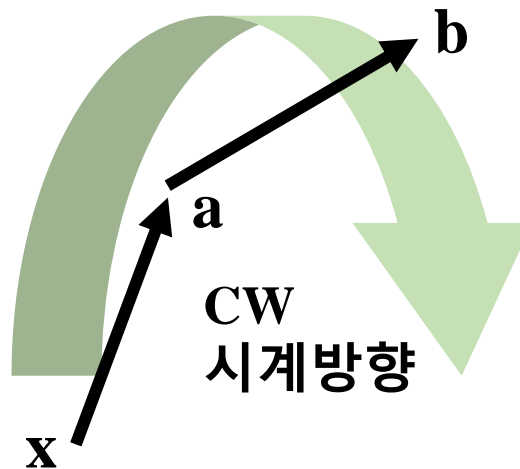
CCW: Counter Clock Wise의 약자

세 점으로 만든 두 벡터의 **방향이 시계인지 반시계인지** 판단

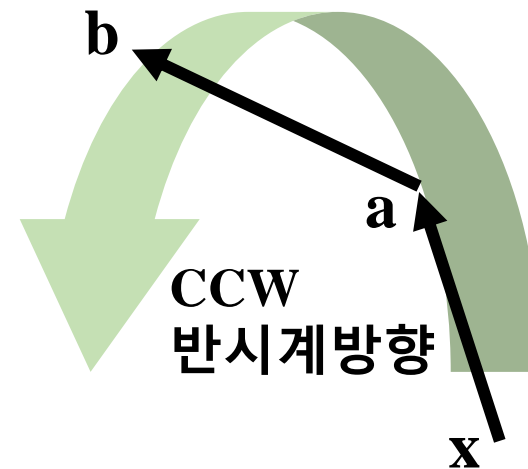
※ ccw가 0이면 세 점은 평행

```
using Point = pair<long long, long long>;
int ccw(Point x, Point a, Point b) {
    Point vec1 = { a.first - x.first, a.second - x.second }; // 첫 번째 벡터
    Point vec2 = { b.first - x.first, b.second - x.second }; // 두 번째 벡터
    long long det = vec1.first * vec2.second - vec1.second * vec2.first; //determinant
    if (det > 0) // 양수이면 반시계
        return 1;
    else if (det == 0)
        return 0;
    else return -1; // 시계
}
```

▲ CCW 코드



$$ccw(x, a, b) > 0$$



$$ccw(x, a, b) < 0$$

CCW 문제풀이

사실 앞의 코드를 복붙하면...?

백준 11758
CCW

11758 CCW

문제: CCW를 구하는 문제

앞의 내용을 그대로 넣으면 되니 설명은 생략!

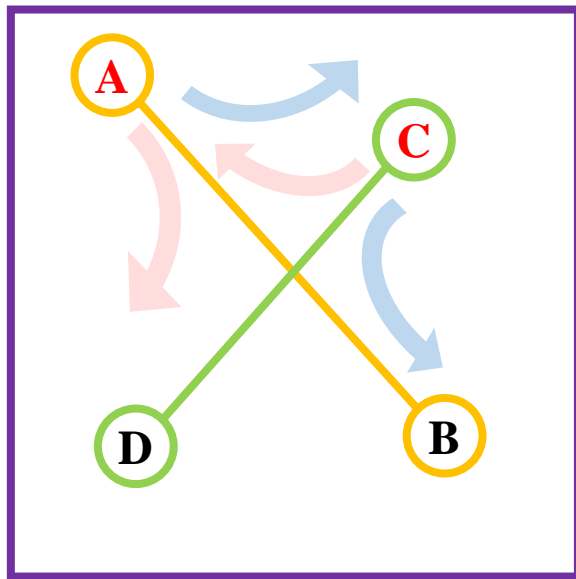
CCW 코드

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  using Point = pair<long long, long long>; // point자료형 정의
4
5  int ccw(Point x, Point a, Point b) {
6      // 외적을 위한 벡터 계산
7      Point vec1 = { a.first - x.first, a.second - x.second };
8      Point vec2 = { b.first - x.first, b.second - x.second };
9      // determinant
10     long long det = vec1.first * vec2.second - vec1.second * vec2.first;
11     if (det > 0)
12         return 1;
13     else if (det == 0)
14         return 0;
15     else return -1;
16 }
17
18 int main() {
19     ios_base::sync_with_stdio(false);
20     cin.tie(NULL);
21     cout.tie(NULL);
22     Point point[3];
23     for (int i = 0; i < 3; i++) {
24         long long a, b; cin >> a >> b;
25         point[i] = { a, b };
26     }
27     cout << ccw(point[0], point[1], point[2]);
28     return 0;
29 }
```

선분 교차 판정 Line Segment Intersection Check

선분 교차: 두 선분이 만나는 상황

단, $A < B$ 이고 $C < D$

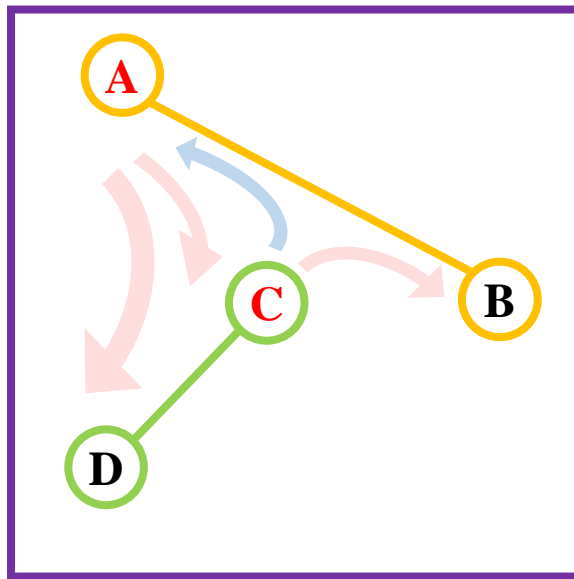


1. 선분이 교차하는 경우

$$\text{ccw}(A, B, C) * \text{ccw}(A, B, D) \leq 0$$

$$\text{ccw}(C, D, A) * \text{ccw}(C, D, B) \leq 0$$

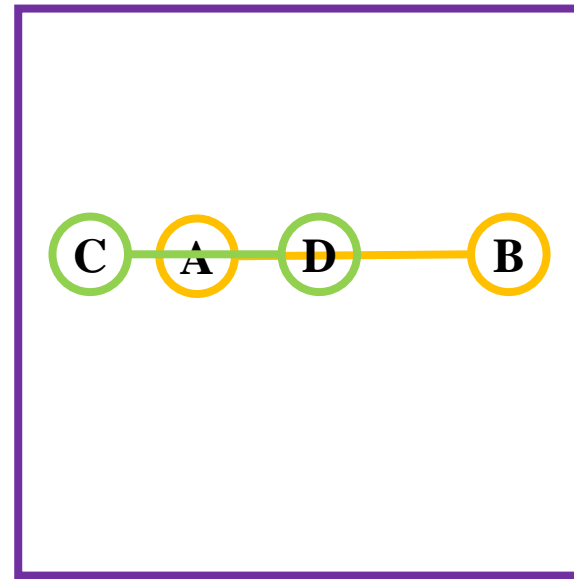
교차!



2. 선분이 교차하지 않는 경우

$$\text{ccw}(A, B, C) * \text{ccw}(A, B, D) < 0$$

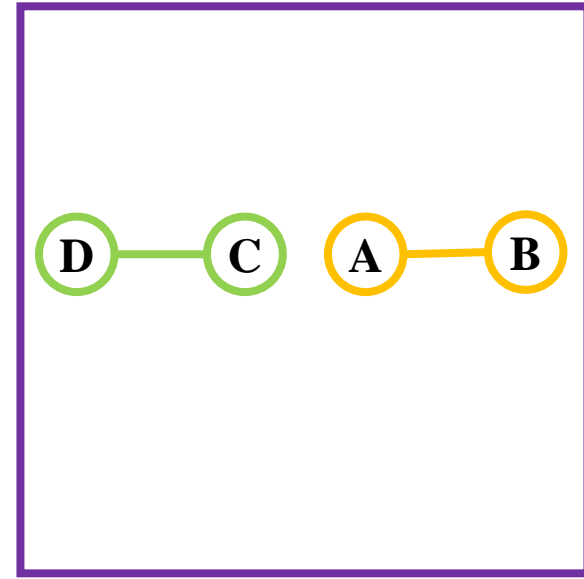
$$\parallel \text{ccw}(C, D, A) * \text{ccw}(C, D, B) < 0$$



3. 선분이 여러 지점에서 만남

$$A \leq D \ \&\& \ C \leq B$$

교차!



4. 선분이 평행하지만 안 만남

$$(D < A \ \&\& \ C < A) \parallel$$
$$(B < D \ \&\& \ B < C)$$

선분 교차 판정 문제풀이

백준 17387
선분 교차 2

선분 교차 판정 기본 문제!
선분 교차 1은 세 점이 일직선인 경우를 생각하지 않아요!

17387 선분 교차 2

문제: 두 선분이 교차하는지 확인하는 문제

$$-1,000,000 \leq x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4 \leq 1,000,000$$

⇒ 자료형을 long long으로 하자

선분 교차 2 코드

```
34 int main() {
35     ios_base::sync_with_stdio(false);
36     cin.tie(NULL);
37     cout.tie(NULL);
38     pair<Point, Point> l1;
39     pair<Point, Point> l2;
40     long long a, b, c, d;
41     cin >> a >> b >> c >> d;
42     l1 = { {a, b}, {c, d} };
43     cin >> a >> b >> c >> d;
44     l2 = { {a, b}, {c, d} };
45     cout << check(l1.first, l1.second, l2.first, l2.second);
46     return 0;
47 }
```

```
18 // 교차 판정 함수
19 int check(Point a, Point b, Point c, Point d) {
20     int ab = ccw(a, b, c) * ccw(a, b, d);
21     int cd = ccw(c, d, b) * ccw(c, d, a);
22     if (ab == 0 && cd == 0) { //직선이거나 적어도 하나의 끝점이 같으면
23         if (a > b) swap(a, b);
24         if (c > d) swap(c, d);
25         if (a <= d && c <= b) // 공통 직선이 있으면
26             return 1;
27         return 0;
28     }
29     if (ab <= 0 && cd <= 0) // 교차하면
30         return 1;
31     return 0;
32 }
```

※ CCW 함수는 앞서 본 CCW 함수와 같습니다!

Convex Hull 볼록 껍질

- 볼록 껍질: n 개의 점들을 포함하는 가장 작은 볼록 다각형
- 볼록 다각형: 모든 내각이 180도보다 같거나 작은 단순 다각형

1. X값이 가장 작은 점을 기준으로 하여 다른 점들을 반시계방향으로 정렬
2. 0, 1번째 점을 stack에 넣고 스택 제일 위의 점 2개와 새로운 점을 CCW
ccw > 0이면 새로운 점 넣음, ccw ≤ 0이면 스택에서 하나 빼고 다시 반복
 - ※ stack를 이용해 볼록껍질에 해당하는 점만 넣자!
 - ※ stack의 크기가 2보다 작으면 새로운 점 넣기
3. 모든 점들에 대해 반복

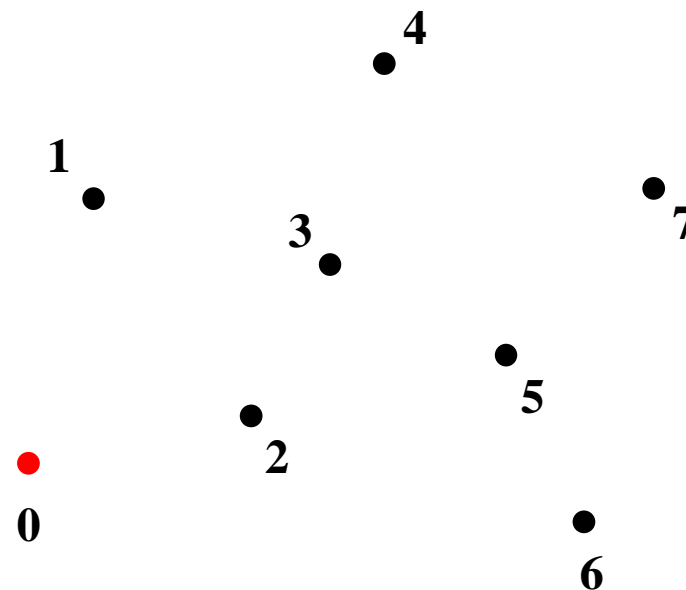
- 시간 복잡도 $O(N \log N)$

Convex Hull 볼록 껍질

Step1. 정렬: x값을 기준으로 정렬

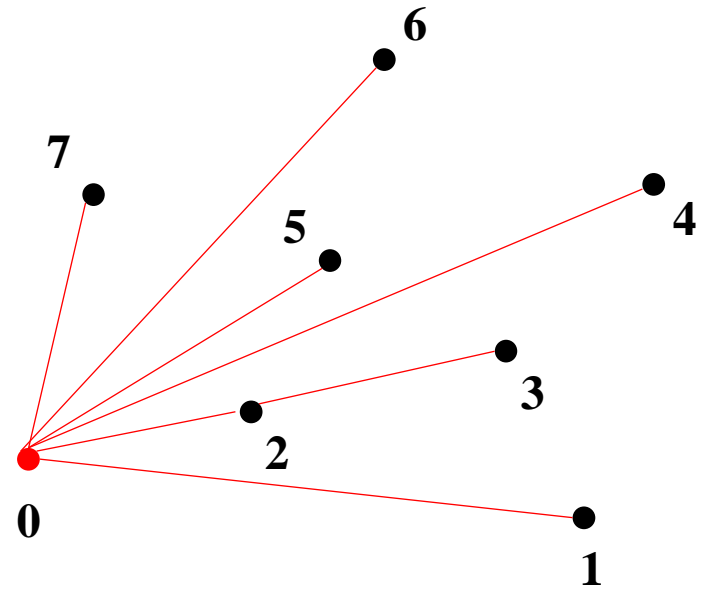
1. x값이 작은 점 먼저
2. x값이 같다면 y값이 작은 점 먼저

⇒ 사실 **가장 작은 점** 하나만 찾으면 됨



Convex Hull 볼록 껍질

Step1. 정렬: 0번 점을 기준으로 반시계 순으로 정렬



※ 기울기가 같다면 0번째 점과 가까운 점 먼저

Convex Hull 볼록 껍질

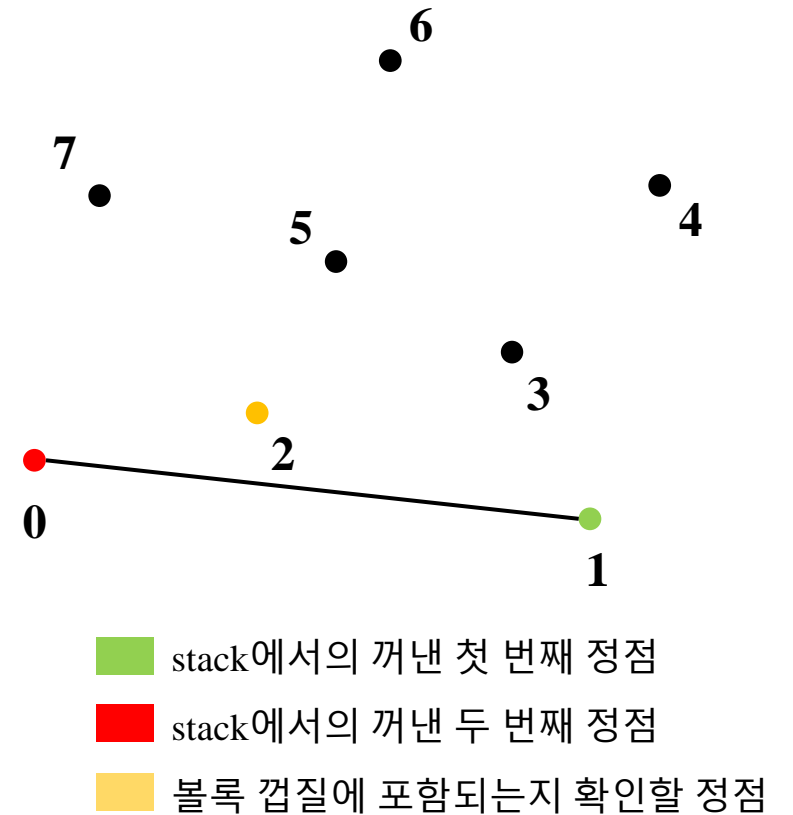
Step2. 0번과 1번 stack에 넣기

first:	not started
second:	not started
point:	not started

0번과 1번 stack에 넣기

stack

0 1



Convex Hull 볼록 껍질

Step2. ccw 값에 따라 second를 빼거나 패스

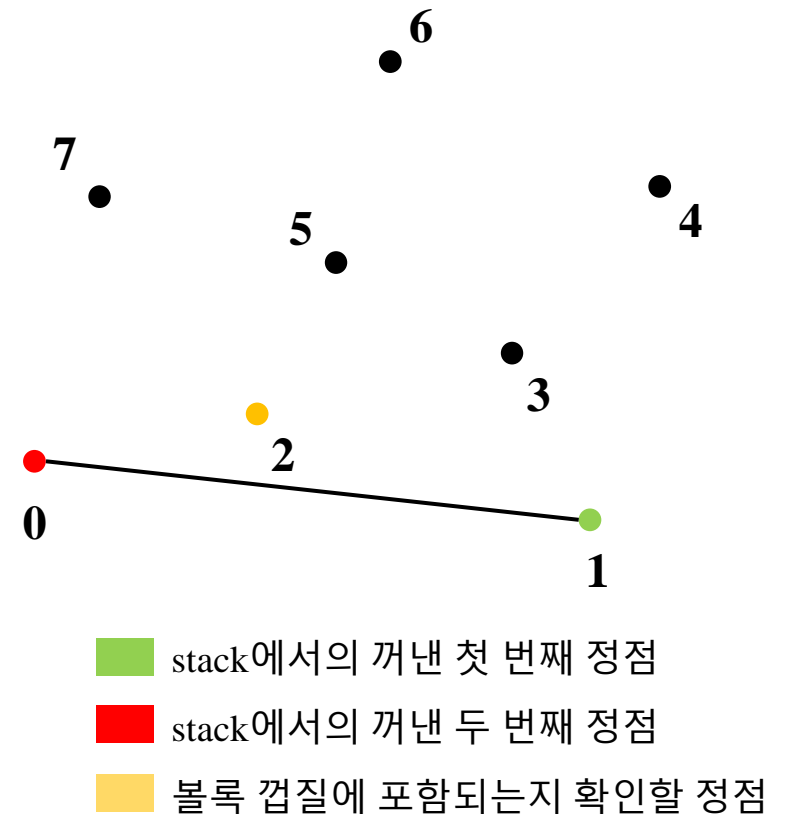
first:	0
second:	1
point:	2

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) > 0$

\Rightarrow point를 stack에 넣기!

stack

0	1
---	---



Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

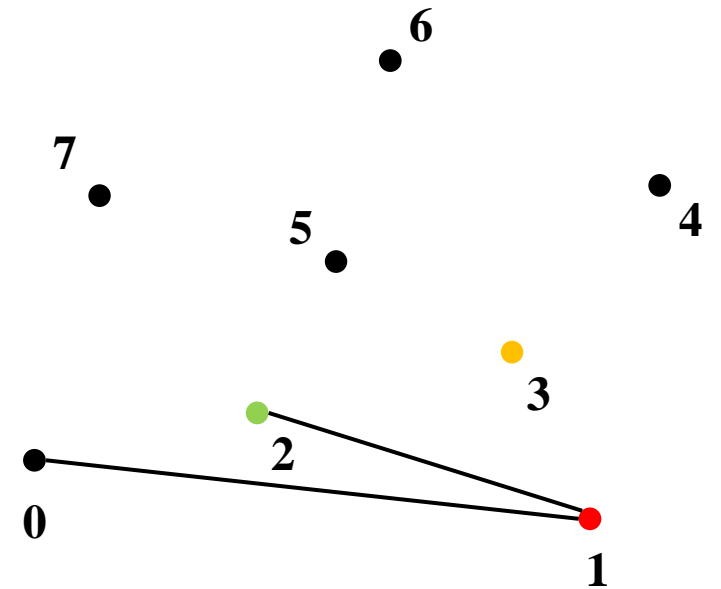
first:	1
second:	2
point:	3

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) < 0$

\Rightarrow stack에서 하나 빼기

stack

0	1	2
----------	----------	----------



- stack에서의 꺼낸 첫 번째 정점
- stack에서의 꺼낸 두 번째 정점
- 볼록 껍질에 포함되는지 확인할 정점

Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

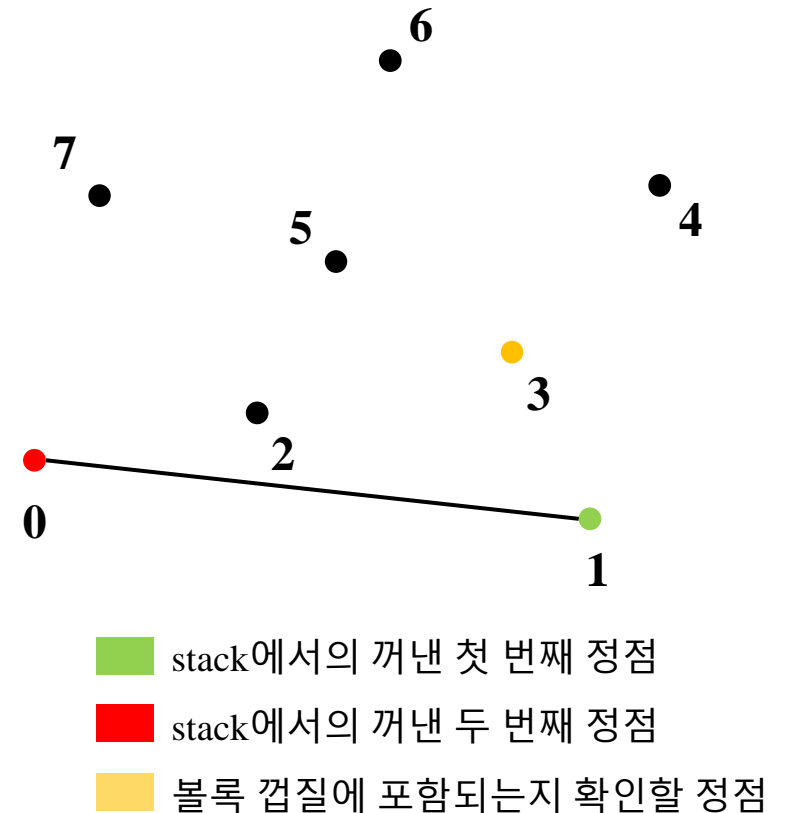
first:	0
second:	1
point:	3

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) > 0$

\Rightarrow **point**를 stack에 넣기!

stack

0	1
----------	----------



Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

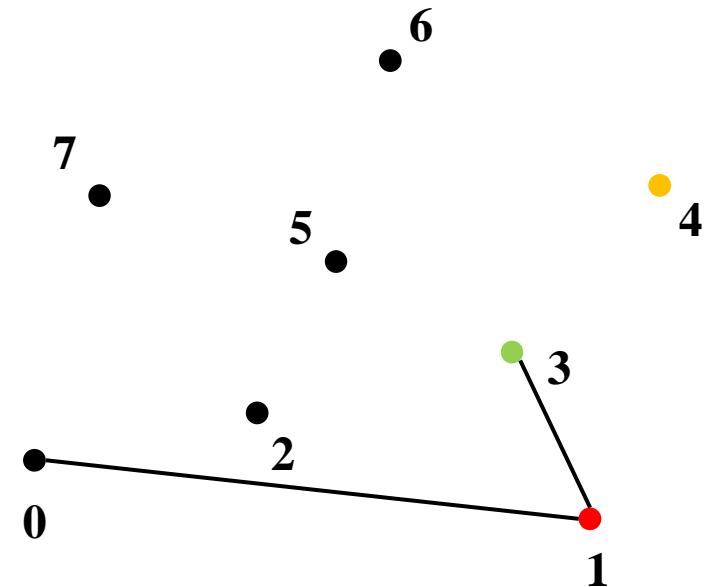
first:	1
second:	3
point:	4

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) < 0$

\Rightarrow stack에서 하나 빼기

stack

0	1	3
---	---	---



- stack에서의 꺼낸 첫 번째 정점
- stack에서의 꺼낸 두 번째 정점
- 볼록 껍질에 포함되는지 확인할 정점

Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

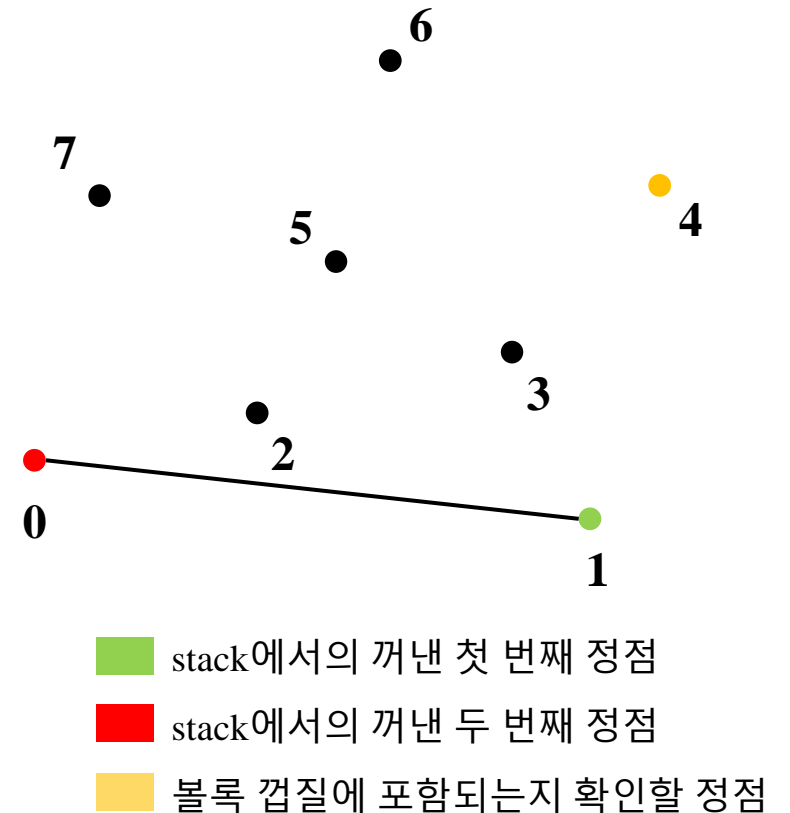
first:	0
second:	1
point:	4

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) > 0$

\Rightarrow **point**를 stack에 넣기!

stack

0	1
----------	----------



Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

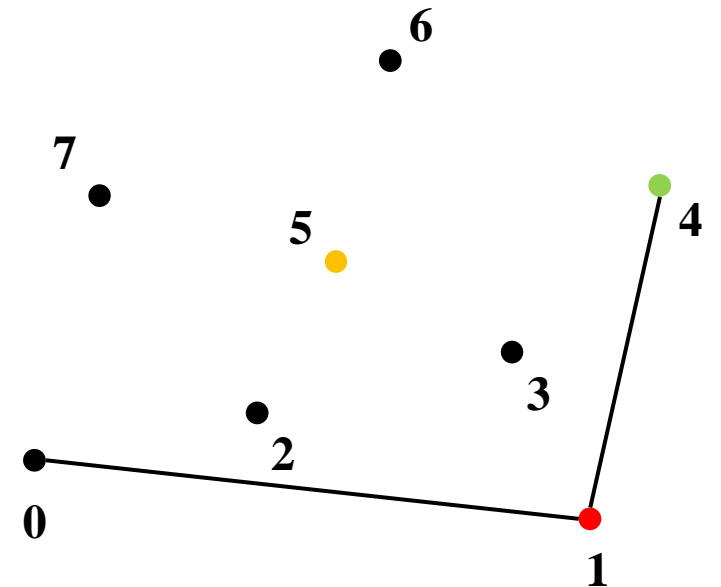
first:	1
second:	4
point:	5

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) > 0$

\Rightarrow point를 stack에 넣기!

stack

0	1	4
---	---	---



- stack에서의 꺼낸 첫 번째 정점
- stack에서의 꺼낸 두 번째 정점
- 볼록 껍질에 포함되는지 확인할 정점

Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

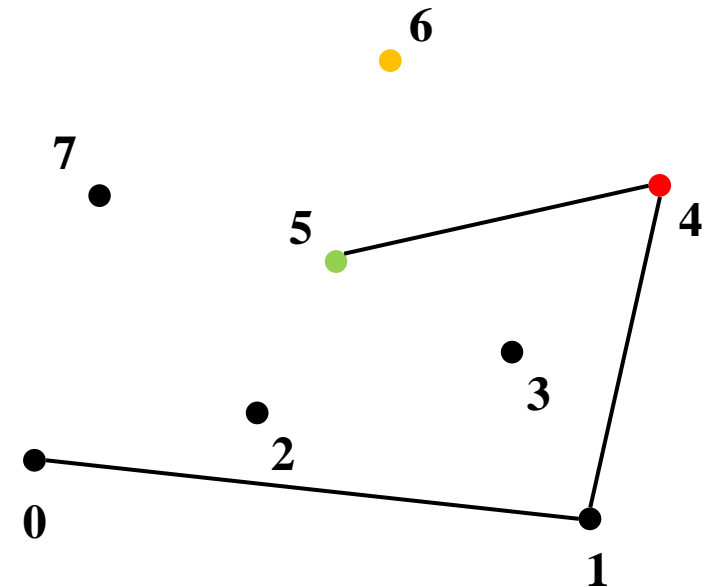
first:	4
second:	5
point:	6

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) < 0$

\Rightarrow stack에서 하나 빼기

stack

0	1	4	5
----------	----------	----------	----------



- stack에서의 꺼낸 첫 번째 정점
- stack에서의 꺼낸 두 번째 정점
- 볼록 껍질에 포함되는지 확인할 정점

Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

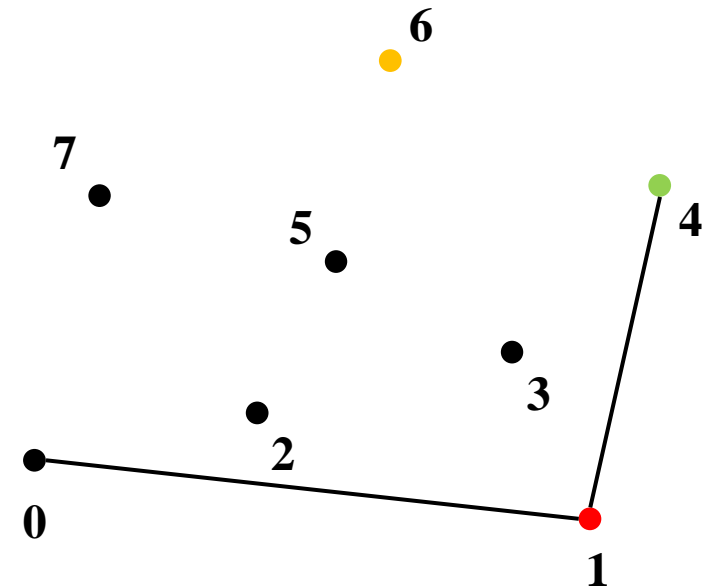
first:	1
second:	4
point:	6

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) > 0$

\Rightarrow point를 stack에 넣기!

stack

0 1 4



- stack에서의 꺼낸 첫 번째 정점
- stack에서의 꺼낸 두 번째 정점
- 볼록 껍질에 포함되는지 확인할 정점

Convex Hull 볼록 껍질

Step3. 모든 점에 대해 step2 반복

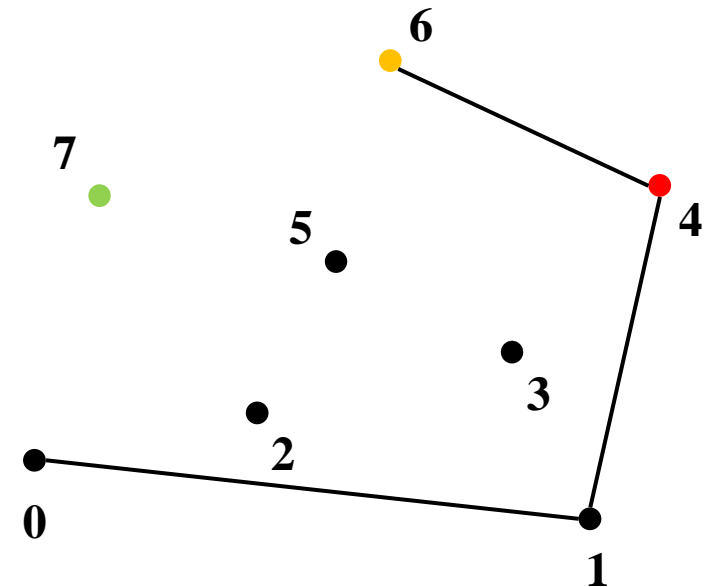
first:	4
second:	6
point:	7

$\text{ccw}(\text{first}, \text{second}, \text{point}) > 0$

\Rightarrow **point**를 stack에 넣기!

stack

0	1	4	6
----------	----------	----------	----------

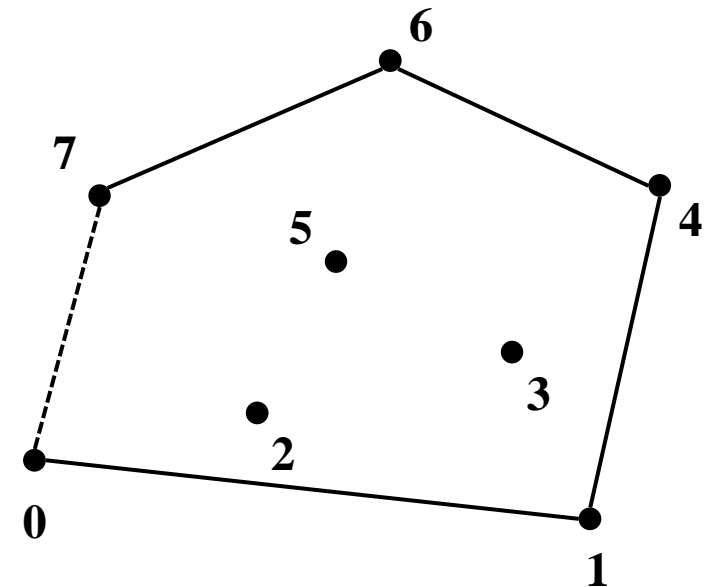


- stack에서의 꺼낸 첫 번째 정점
- stack에서의 꺼낸 두 번째 정점
- 볼록 껍질에 포함되는지 확인할 정점

Convex Hull 볼록 껍질

종료!

1. 점을 반시계 방향으로 **정렬** → $O(N \log N)$
 2. 모든 점들이 **최대 1번** stack에 push, pop → $O(N)$
- ⇒ 시간 복잡도 **$O(N \log N)$** (N = 점의 개수)



stack

0 1 4 6 7

- stack에서의 꺼낸 첫 번째 정점
- stack에서의 꺼낸 두 번째 정점
- 볼록 껍질에 포함되는지 확인할 정점

Convex Hull 문제 풀이

볼록 껍질 기본 문제!

백준 1708
볼록 껍질

1708 볼록 꺾질

문제: 볼록 꺾질을 이루는 점의 개수를 구하는 문제

⇒ 볼록꺾질을 구성하는 점을 `stack(vector)`에 넣어 구하자

⇒ 다각형의 모든 점이 일직선을 이루는 경우는 없으므로 안심하고 구하자!

볼록 껍질 코드

CCW와 전역변수

```
1 #include <iostream>
2 #include <algorithm>
3 #include <vector>
4 using namespace std;
5 using Point = pair<long long, long long>;
6
7 Point point[100005];
8 int n;
9
10
11
12 int ccw(Point x, Point a, Point b) {
13     Point vec1 = { a.first - x.first, a.second - x.second };
14     Point vec2 = { b.first - x.first, b.second - x.second };
15     long long det = vec1.first * vec2.second - vec1.second * vec2.first;
16     if (det > 0)
17         return 1;
18     else if (det == 0)
19         return 0;
20     else return -1;
21 }
```


볼록 껍질 코드

사용자 정의 정렬 함수

```
23 // 거리 제공 리턴
24 long long dist(Point a, Point b) {
25     return (a.first - b.first) * (a.first - b.first) + (a.second - b.second) * (a.second - b.second);
26 }
27
28 // 첫 번째 정렬 -> x값 작은 순
29 bool com(Point a, Point b) {
30     if (a.first == b.first)
31         return a.second < b.second;
32     return a.first < b.first;
33 }
34
35 // 두 번째 정렬 -> 기울기 순
36 bool com2(Point a, Point b) {
37     int temp = ccw(point[0], a, b);
38     if (temp != 0)
39         return temp > 0;
40     return dist(point[0], a) < dist(point[0], b);
41 }
```

볼록 껍질 코드

볼록 껍질 구현

```
44 int main() {
45     ios_base::sync_with_stdio(false);
46     cin.tie(NULL);
47     cout.tie(NULL);
48     cin >> n;
49     for (int i = 0; i < n; i++) {
50         long long a, b; cin >> a >> b;
51         point[i] = { a, b };
52     }
53     // 정렬
54     sort(point, point + n, com);
55     sort(point + 1, point + n, com2);
56     vector<Point> convex;
57     // 기본적으로 두개 넣기
58     convex.push_back(point[0]);
59     convex.push_back(point[1]);
60     for (int i = 2; i < n; i++) {
61         while (convex.size() ≥ 2) { // 2개보다 많으면
62             Point second = convex.back();
63             convex.pop_back();
64             Point first = convex.back();
65             if (ccw(first, second, point[i]) > 0) { // second가 point[i]보다 바깥쪽
66                 convex.push_back(second);
67                 break;
68             }
69         }
70         convex.push_back(point[i]);
71     }
72     cout << convex.size();
73     return 0;
74 }
```

■ 볼록 다각형의 성질

Q. 어떤 점들이 볼록 다각형을 이루고 있다고 한다면...?

⇒ 볼록 다각형 내부(경계 포함)의 **가장 먼** 두 점 간의 거리를 **빠르게** 구할 수 있다

⇒ 회전하는 캘리퍼스 Rotating Calipers

⇒ 어떤 점이 볼록 다각형 내부에 있는지 없는지 **빠르게** 구할 수 있다

⇒ 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Rotating Calipers: rotating(회전하는) + calipas(길이를 재는 도구)

⇒ 지름의 길이를 돌면서 구함

⇒ **Two pointer**를 이용한 지름 재기 $O(n)$

※ 알고 넘어가야할 사실

점들 중 가장 거리가 먼 두 점은 모두 볼록 껍질 위에 있다

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

- Rotating Calipers algorithm

1. 볼록껍질 위의 점들에 반시계 방향으로 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ 라고 하고

$A = \overline{P_i P_{i+1}}$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n-2$), $B = \overline{P_j P_{j+1}}$ ($j = i+1, i+2, \dots, n-2$) 라고 하자

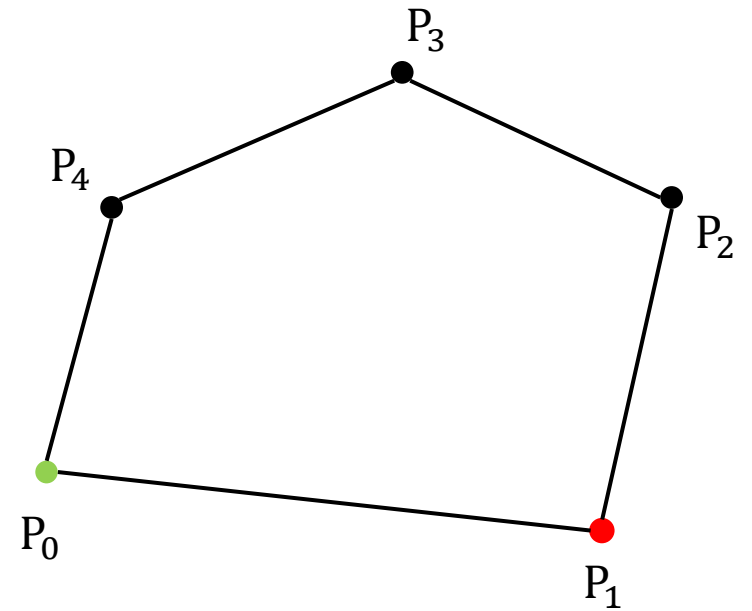
2. $\overline{P_i P_{i+1}}$ 의 길이를 재고, **$CCW(A, B) > 0$ 이면 j 증가, $CCW(A, B) < 0$ 이면 i 증가**

3. j 가 $n-1$ 이 되기 전까지 반복

다음 페이지의 그림을 보면서 알고리즘을 익혀 봅시다!

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step1. 볼록 껍질 위의 점 찾기



 P_i

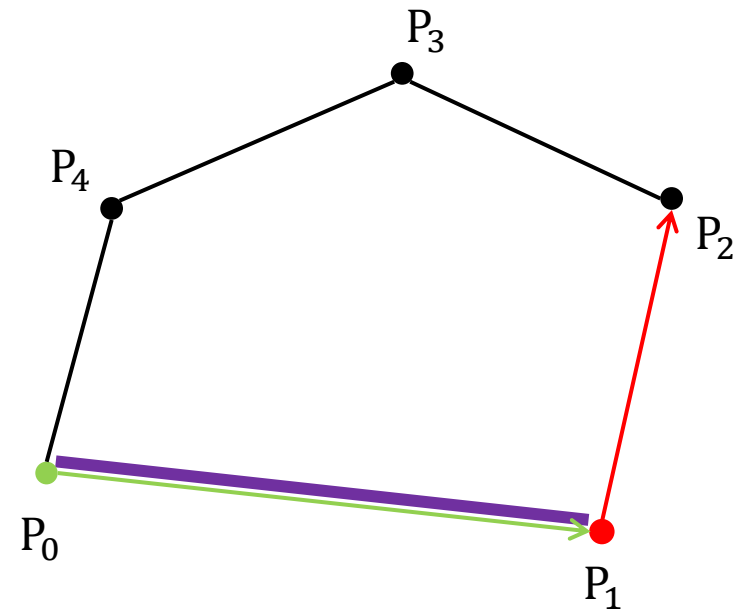
 P_j

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step2. 거리 측정과 CCW

$CCW(\text{초록}, \text{빨강}) > 0$

$\Rightarrow j$ 증가!



■ P_i

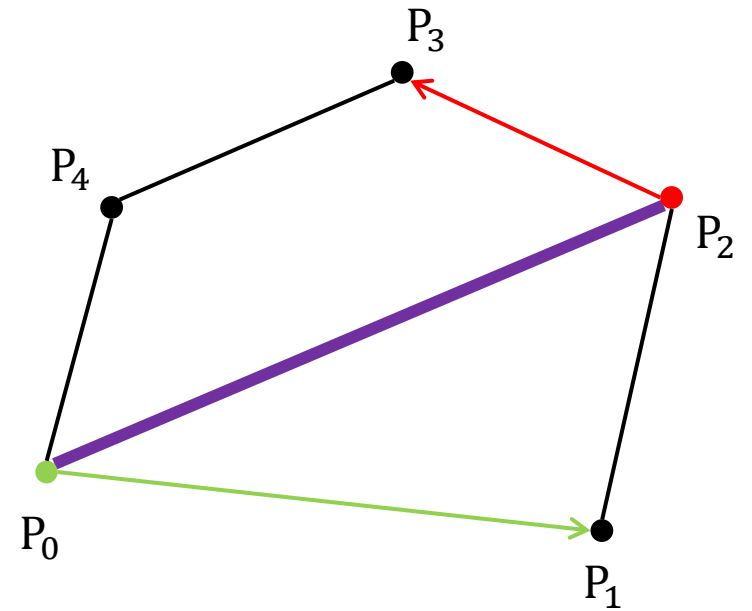
■ P_j

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step2. 거리 측정과 CCW

$CCW(\text{초록}, \text{빨강}) > 0$

$\Rightarrow j$ 증가!



■ P_i

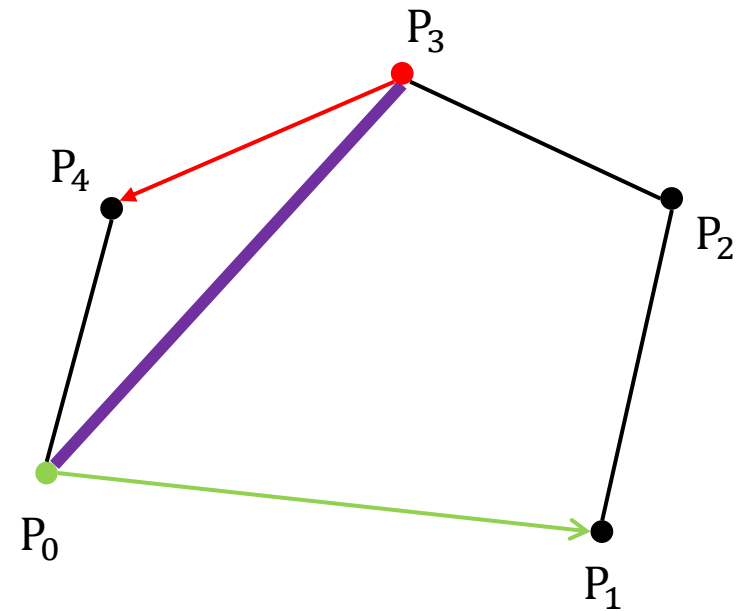
■ P_j

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step2. 거리 측정과 CCW

$CCW(\text{초록}, \text{빨강}) < 0$

$\Rightarrow i$ 증가!



■ P_i

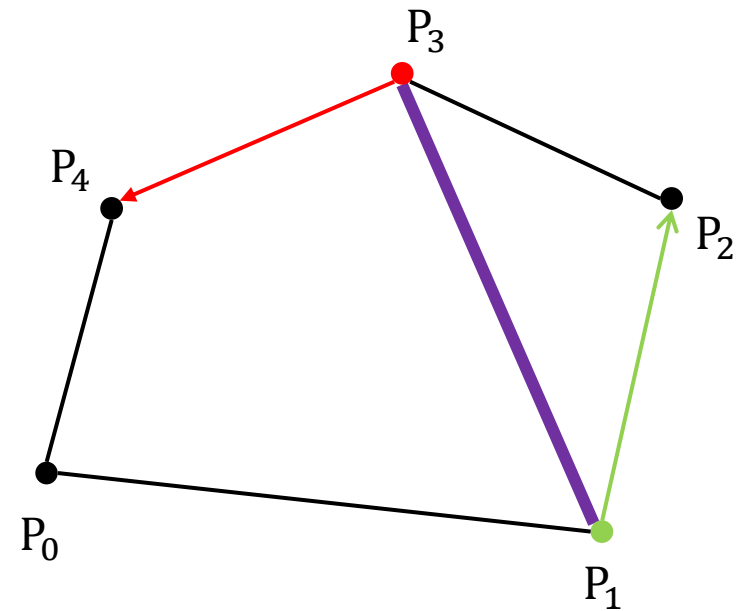
■ P_j

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step2. 거리 측정과 CCW

$CCW(\text{초록}, \text{빨강}) > 0$

$\Rightarrow j$ 증가!



P_i

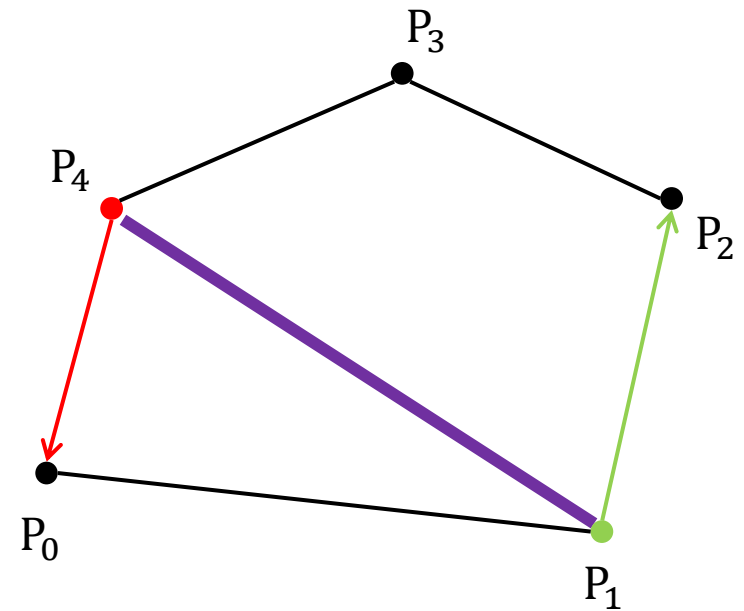
P_j

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step2. 거리 측정과 CCW

$CCW(\text{초록}, \text{빨강}) < 0$

$\Rightarrow i$ 증가!



 P_i

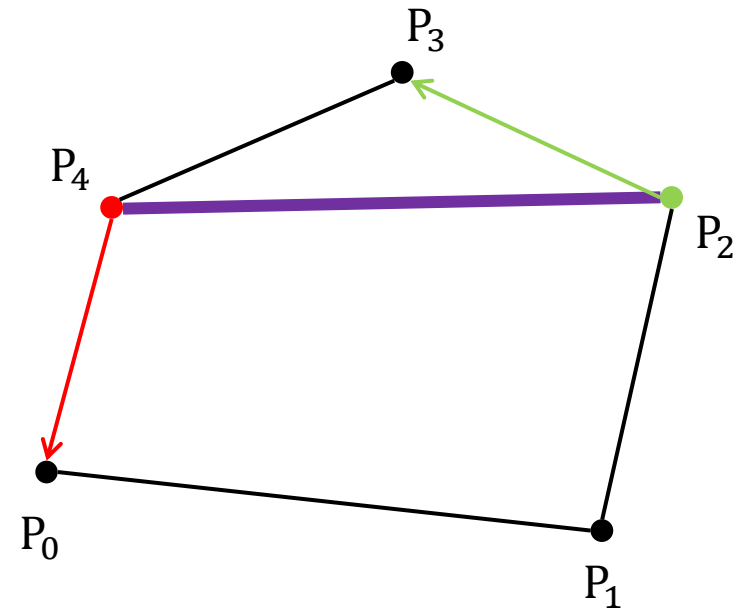
 P_j

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step2. 거리 측정과 CCW

$CCW(\text{초록}, \text{빨강}) > 0$

$\Rightarrow j$ 증가!



■ P_i

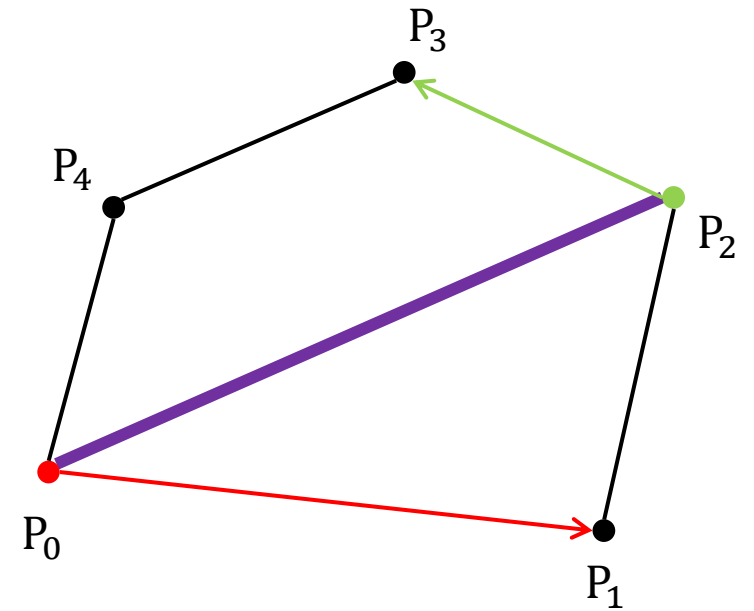
■ P_j

Rotating Calipers 회전하는 캘리퍼스

Step2. 거리 측정과 CCW

j 가 $n - 1$ 을 넘음

⇒ 종료!



■ P_i

■ P_j

Rotating Calipers 문제 풀이

백준 9240
로버트 후드

9240 로버트 후드

문제: 가장 먼 두 화살의 거리를 출력하는 문제

⇒ $2 \leq C \leq 100,000$ 이므로 브루트 포스로 풀면 $O(C^2)$ 로 **시간 초과**

⇒ **회전하는 캘리퍼스를 이용해** 시간복잡도를 $O(C \log C)$ 로 줄이자!

로버트 후드 코드

볼록 꺾질 구하기(관련 함수는 생략)

```
48 int main() {
49     ios_base::sync_with_stdio(false);
50     cin.tie(NULL);
51     cout.tie(NULL);
52     cin >> c;
53     for (int i = 0; i < c; i++) {
54         int a, b; cin >> a >> b;
55         point[i] = { a, b };
56     }
57     // 볼록 꺾질 구하기
58     sort(point, point + c, com);
59     sort(point + 1, point + c, com2);
60     convex.push_back(point[0]);
61     convex.push_back(point[1]);
62     for (int i = 2; i < c; i++) {
63         while (convex.size() ≥ 2) {
64             Point second = convex.back();
65             convex.pop_back();
66             Point first = convex.back();
67             if (ccw(first, second, point[i]) > 0) {
68                 convex.push_back(second);
69                 break;
70             }
71         }
72         convex.push_back(point[i]);
73     }
74 }
```


로버트 후드 코드

회전하는 캘리퍼스 구현 부분

```
74 double an = 0;
75 int cnt = convex.size();
76 int i = 0;
77 int j = 1;
78 if (cnt == 2) { // 볼록껍질이 직선일때
79     an = dist(convex[0], convex[1]);
80 }
81 else {
82     while (j < cnt && i < j) { //반바퀴 돌 때까지
83         Point vec1 = { convex[(i + 1) % cnt].first - convex[i % cnt].first, convex[(i + 1) % cnt].second - convex[i % cnt].second };
84         Point vec2 = { convex[(j + 1) % cnt].first - convex[j % cnt].first, convex[(j + 1) % cnt].second - convex[j % cnt].second };
85         an = min(an, dist(convex[i], convex[j % cnt])); // 거리구함
86         if (ccw({ 0,0 }, vec1, vec2) > 0) // 두 번째 벡터 이동할 때
87             j++;
88         else
89             i++;
90     }
91 }
92 cout << fixed;
93 cout.precision(12);
94 cout << an;
95 }
```

볼록 다각형 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

이분 탐색을 이용한 볼록 다각형 내부 점 판정

1. 볼록껍질 위의 점들에 반시계 방향으로 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ 라고 하고 한점을 X 라고 하자
2. $CCW(P_0, P_1, X) < 0 \parallel CCW(P_0, P_{n-1}, X) > 0$ 이면 **X 는 다각형 외부**에 있다
3. 1과 $n-1$ 사이에서 이분탐색을 하여 X 가 내부에 있을 수 있는 삼각형 P_0, P_i, P_j 를 구한다
4. $ccw(P_i, P_j, X) \geq 0$ 이면 **X 는 다각형 내부**에 있다

※ 시간복잡도: $O(n \log n)$

다음 페이지의 그림을 보면서 알고리즘을 익혀 봅시다!

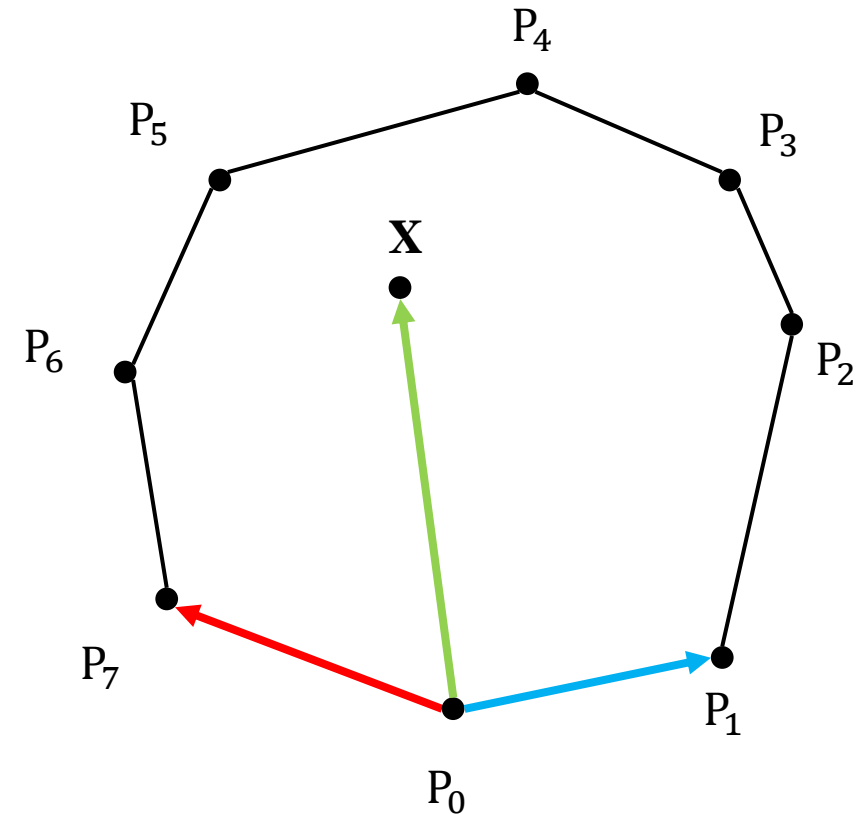
볼록 다각형 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

Step1. $CCW(P_0, P_1, X)$ 와 $CCW(P_0, P_{n-1}, X)$ 확인

$$CCW(P_0, P_1, X) > 0$$

$$CCW(P_0, P_{n-1}, X) < 0$$

\Rightarrow **내부**에 있을 수 있다



볼록 다각형 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

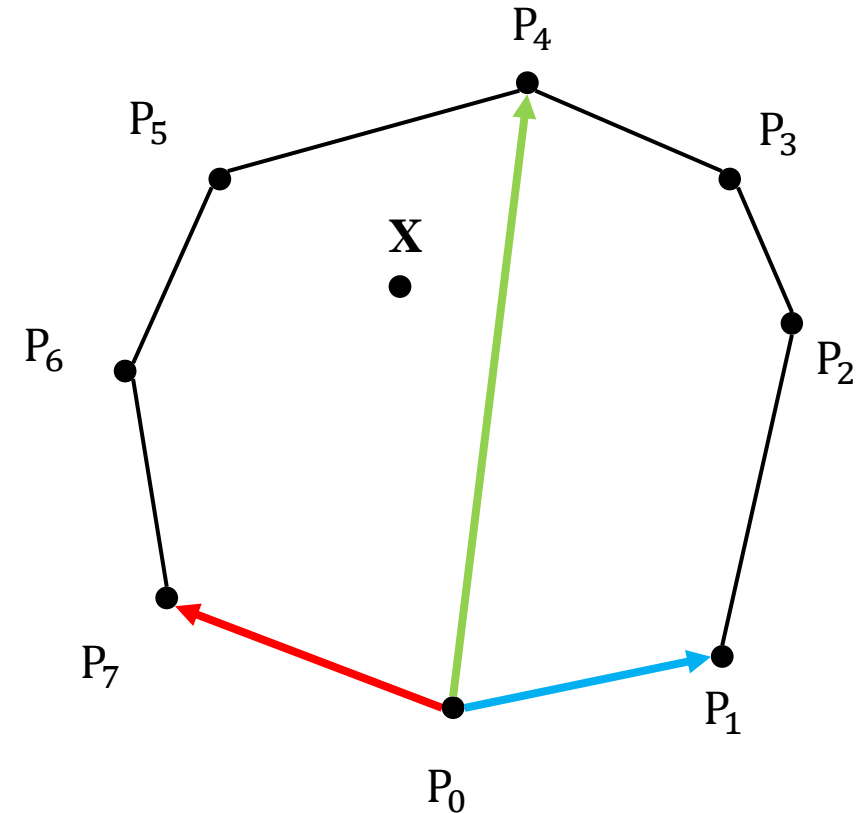
Step2. X가 내부에 있을 수 있는 삼각형 P_0, P_i, P_j 를 구하기

※ $\text{start} + 1 == \text{end}$ 이면 종료!

start: 1
end: 7
mid: 4

$$\text{CCW}(P_0, P_{\text{mid}}, X) > 0$$

$\Rightarrow \text{start} = \text{mid}$



볼록 다각형 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

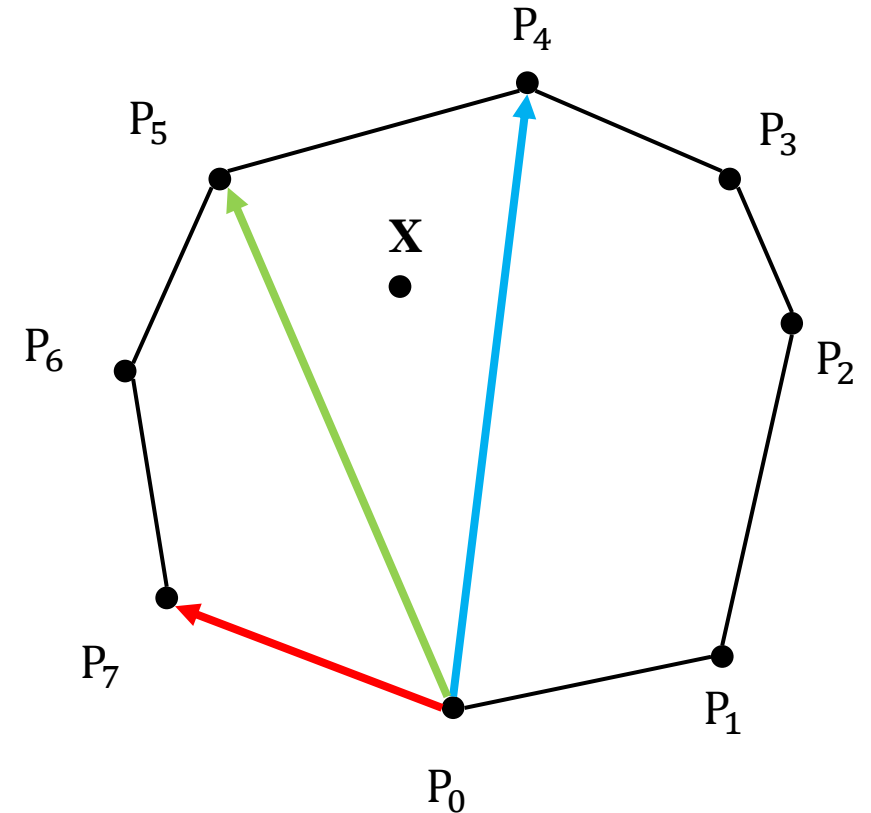
Step2. X가 내부에 있을 수 있는 삼각형 P_0, P_i, P_j 를 구하기

※ $\text{start} + 1 == \text{end}$ 이면 종료!

start: 4
end: 7
mid: **5**

$$\text{CCW}(P_0, P_{\text{mid}}, X) < 0$$

$\Rightarrow \text{end} = \text{mid}$



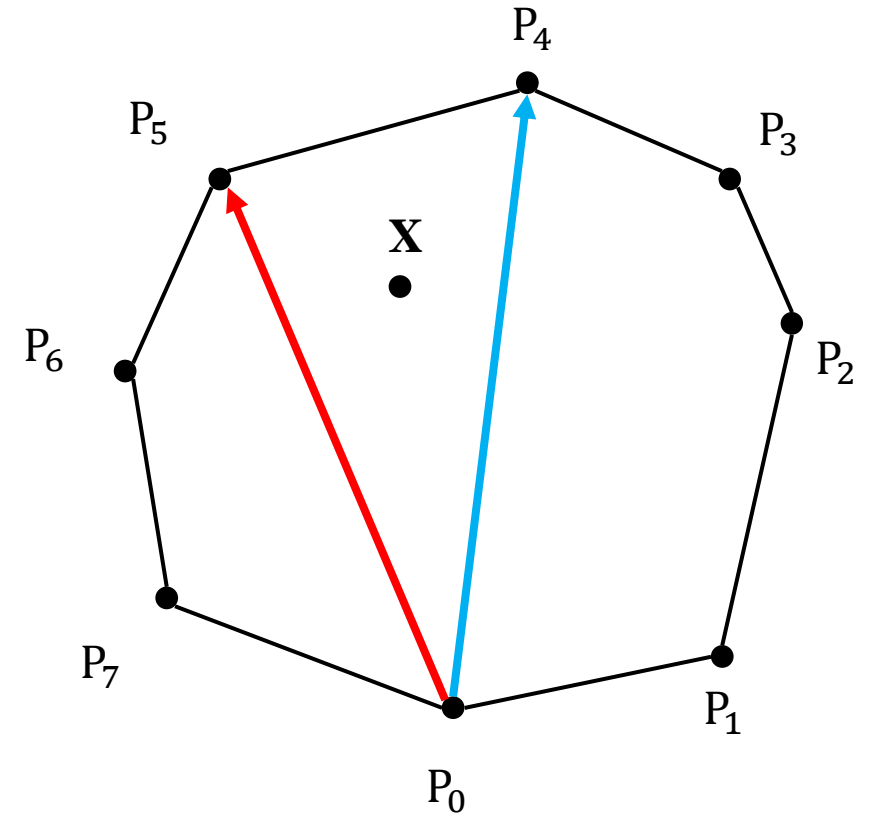
볼록 다각형 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

Step2. X가 내부에 있을 수 있는 삼각형 P_0, P_i, P_j 를 구하기

※ $start + 1 == end$ 이면 종료!

start: 4
End: 5
mid: 4

$start + 1 == end$ 이므로 종료!



볼록 다각형 내부 점 판정 Point in Convex Polygon Check

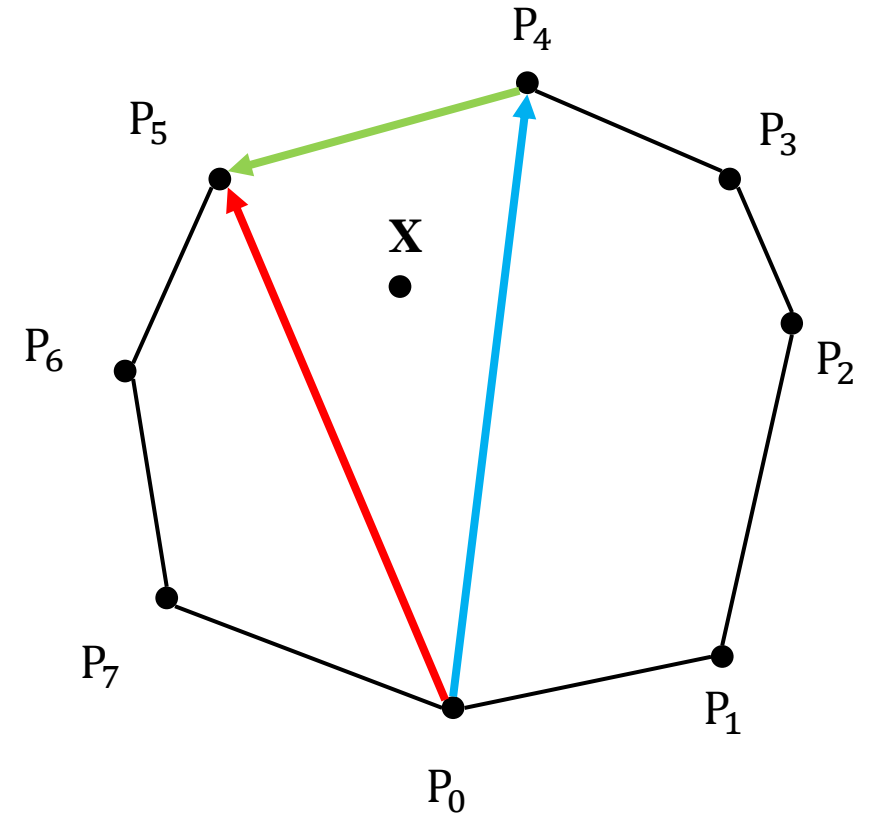
Step3. $CCW(P_{start}, P_{end}, X)$ 확인

start: 4

end: 5

$CCW(P_{start}, P_{end}, X) > 0$

⇒ X 는 볼록 다각형 **내부**에 있다!!!



블록 다각형 내부 점 판정 문제풀이

백준 20670
미스테리 싸인

20670 미스터리 싸인

문제: 두 개의 볼록 꺾질 A, B에 대해 **A외부 또는 B 내부**인 점의 개수를 구하는 문제

⇒ 점의 개수(k)만큼 A, B에 대해 점 내부 판정을 시도하자

⇒ $3 \leq n, m \leq 10,000$ $2 \leq K \leq 300,000$ 이므로 **이분탐색 이용!**

⇒ A, B는 **이미 반시계 방향** 순서로 주어지니 따로 정렬할 필요 없다!

미스테리 싸인 코드

볼록 다각형 내부 점 판정 함수

```
23 // 내부에 점 확인, 있으면 1 리턴
24 int check(Point* point, Point x, int cnt) {
25     // 밖에 있으면
26     if (ccw(point[0], point[1], x) < 0 || ccw(point[0], point[cnt - 1], x) > 0) {
27         return 0;
28     }
29     int start = 1;
30     int end = cnt - 1;
31     // 이분 탐색, 삼각형이 생길때까지
32     while (start + 1 < end) {
33         int mid = (start + end) / 2;
34         if (ccw(point[0], point[mid], x) > 0) {
35             start = mid;
36         }
37         else end = mid;
38     }
39
40     if (ccw(point[start], point[end], x) < 0) //밖에 있으면
41         return 0;
42     return 1;
43 }
```

미스터리 싸인 코드

main

```
46 int main() {
47     ios_base::sync_with_stdio(false);
48     cin.tie(NULL);
49     cout.tie(NULL);
50     cin >> n >> m >> k;
51     for (int i = 0; i < n; i++) {
52         long long a, b; cin >> a >> b;
53         pointA[i] = { a, b };
54     }
55     for (int i = 0; i < m; i++) {
56         long long a, b; cin >> a >> b;
57         pointB[i] = { a, b };
58     }
59     for (int i = 0; i < k; i++) {
60         long long a, b; cin >> a >> b;
61         //A 밖 또는 B 안에 있으면 조건 위반
62         if (check(pointA, { a ,b }, n) == 0 || check(pointB, { a ,b }, m) == 1)
63             an++;
64     }
65
66     if (an == 0) {
67         cout << "YES";
68     }
69     else cout << an;
70     return 0;
71 }
```

Problem Set – 선분 교차 판정



1688 지민이의 테러



20149 선분 교차3



10255 교차점

Problem Set – Convex Hull



3679 단순 다각형



17403 가장 높고 넓은 성



10839 미술관

Problem Set – Rotating Calipers



1310 달리기 코스



10254 고속도로



13310 먼 별

Problem Set – 볼록 다각형 내부 점 판정



2254 감옥 건설



9875 Cow Curling



3878 점 분리

Problem Set – 도전!



1077 넓이

내부 점 판정, 교점 판정, 넓이 구하기 → 기하 종합 세트 문제



2125 좀

선분이 볼록 다각형 내부에 있는지 판정 → 그래프 잘 그리기