自动控制理论

2011年7月23日星期六

课程名称：　自动控制理论　　（A/B 卷　闭卷）

一、填空题（每空 1 分，共 15 分）

1、反馈控制又称偏差控制，其控制作用是通过____________与反馈量的差值进行的。

2、复合控制有两种基本形式：即按________的前馈复合控制和按________的前馈复合控制。

3、两个传递函数分别为 $G_1(s)$与 $G_2(s)$的环节，以并联方式连接，其等效传递函数为$G(s)$，则 $G(s)$为_______（用 $G_1(s)$与 $G_2(s)$ 表示）。

4、典型二阶系统极点分布如图 1 所示，

则无阻尼自然频率$\omega_n =$____________，

阻尼比$\xi =$____________，

该系统的特征方程为______________________________ ，

该系统的单位阶跃响应曲线为_______________________。

5、若某系统的单位脉冲响应为$g(t)=10e^{-0.2t}+5e^{-0.5t}$，

则该系统的传递函数 $G(s)$为____________________。

6、根轨迹起始于______________________，终止于______________________。

7、设某最小相位系统的相频特性为$\varphi(\omega)=tg^{-1}(\tau\omega)-90^0-tg^{-1}(T\omega)$，则该系统的开环传递函数为 ____________________。

8、PI 控制器的输入－输出关系的时域表达式是______________________，其相应的传递函数为_____________________，由于积分环节的引入，可以改善系统的_______________性能。

二、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1、采用负反馈形式连接后，则 (　　)

A、一定能使闭环系统稳定；　　B、系统动态性能一定会提高；

C、一定能使干扰引起的误差逐渐减小，最后完全消除；

D、需要调整系统的结构参数，才能改善系统性能。

2、下列哪种措施对提高系统的稳定性没有效果 (　　)。

A、增加开环极点；　　B、在积分环节外加单位负反馈；

C、增加开环零点；　　D、引入串联超前校正装置。

3、系统特征方程为 $D(s)=s^3+2s^2+3s+6=0$，则系统 (　　)

A、稳定；　　B、单位阶跃响应曲线为单调指数上升；

C、临界稳定；　　D、右半平面闭环极点数$Z=2$。

4、系统在$r(t)=t^2$作用下的稳态误差$e_{ss}=\infty$，说明（　　）

A、 型别$v<2$； B、系统不稳定；

C、 输入幅值过大； D、闭环传递函数中有一个积分环节。

5、对于以下情况应绘制0°根轨迹的是(　　)

A、主反馈口符号为“-” ； B、除K_r外的其他参数变化时；

C、非单位反馈系统； D、根轨迹方程(标准形式)为$G(s)H(s)=+1$。

6、开环频域性能指标中的相角裕度γ对应时域性能指标(　　)。

A、超调$\sigma\%$ B、稳态误差e_{ss} C、调整时间t_s D、峰值时间t_p

7、已知开环幅频特性如图2所示， 则图中不稳定的系统是(　　)。

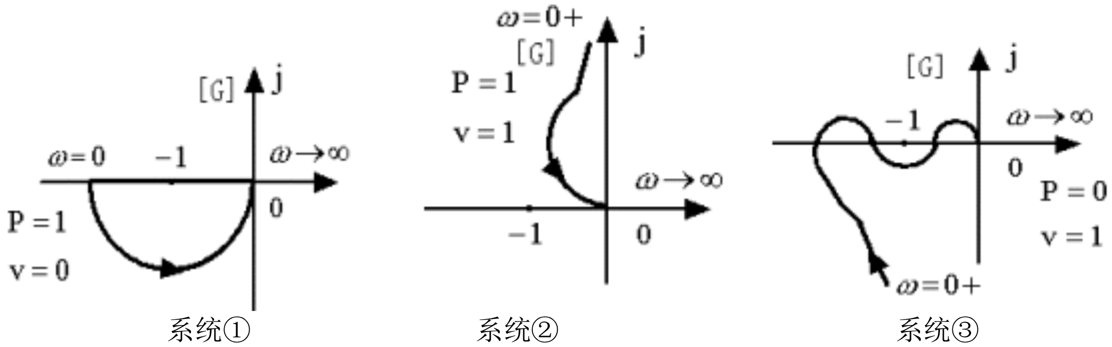


图2

A、系统① B、系统② C、系统③ D、都不稳定

8、若某最小相位系统的相角裕度$\gamma>0^\circ$，则下列说法正确的是（　　）。

A、不稳定； B、只有当幅值裕度$k_g>1$时才稳定；

C、稳定； D、不能判用相角裕度判断系统的稳定性。

9、若某串联校正装置的传递函数为$\frac{10s+1}{100s+1}$，则该校正装置属于(　　)。

A、超前校正 B、滞后校正 C、滞后-超前校正 D、不能判断

10、下列串联校正装置的传递函数中，能在$\omega_c=1$处提供最大相位超前角的是：

A、$\frac{10s+1}{s+1}$ B、$\frac{10s+1}{0.1s+1}$ C、$\frac{2s+1}{0.5s+1}$ D、$\frac{0.1s+1}{10s+1}$

三、(8分)试建立如图3所示电路的动态微分方程，并求传递函数。

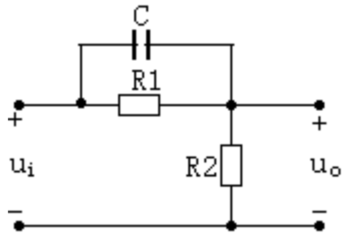


图 3

四、(共 20 分)系统结构图如图 4 所示:

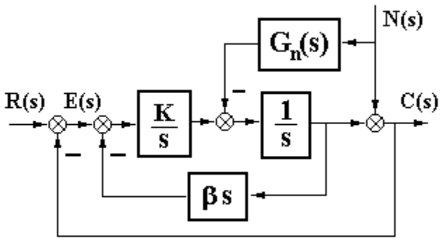


图 4

1、写出闭环传递函数 $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$ 表达式;(4 分)

2、要使系统满足条件:$\xi=0.707$,$\omega_n=2$,试确定相应的参数 K 和 β;(4 分)

3、求此时系统的动态性能指标 $\sigma\%$,t_s;(4 分)

4、$r(t)=2t$ 时,求系统由 $r(t)$ 产生的稳态误差 e_{ss};(4 分)

5、确定 $G_n(s)$,使干扰 $n(t)$ 对系统输出 $c(t)$ 无影响。(4 分)

五、(共 15 分)已知某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)=\dfrac{K_r}{s(s+3)^2}$:

1、绘制该系统以根轨迹增益 K_r 为变量的根轨迹(求出:渐近线、分离点、与虚轴的交点等);(8 分)

2、确定使系统满足 $0<\xi<1$ 的开环增益 K 的取值范围。(7 分)

六、(共 22 分)某最小相位系统的开环对数幅频特性曲线 $L_0(\omega)$ 如图 5 所示:

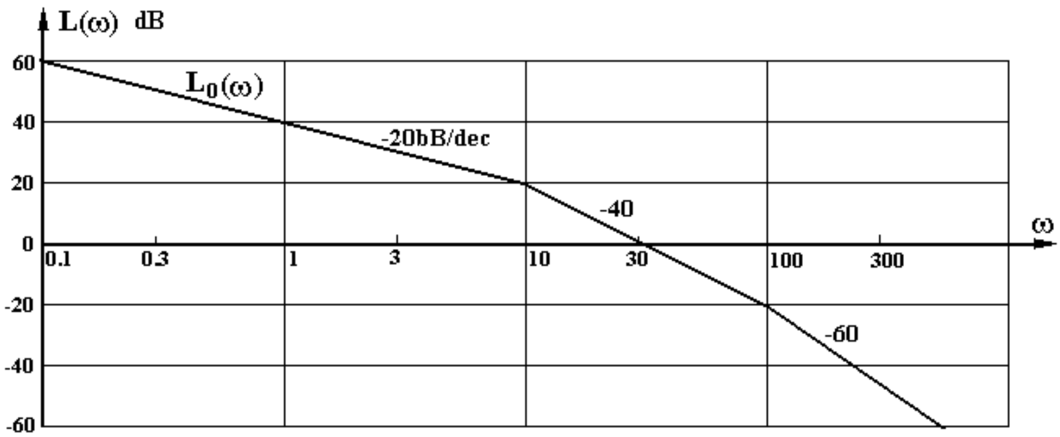


图3 对数幅频特性曲线

1、写出该系统的开环传递函数$G_0(s)$；（8 分）

2、写出该系统的开环频率特性、开环幅频特性及开环相频特性。（3 分）

3、求系统的相角裕度γ。（7 分）

4、若系统的稳定裕度不够大，可以采用什么措施提高系统的稳定裕度？（4 分）

试题二

一、填空题（每空 1 分，共 15 分）

1、在水箱水温控制系统中，受控对象为______________，被控量为______________。

2、自动控制系统有两种基本控制方式，当控制装置与受控对象之间只有顺向作用而无反向联系时，称为_______________；当控制装置与受控对象之间不但有顺向作用而且还有反向联系时，称为_______________；含有测速发电机的电动机速度控制系统，属于_____________。

3、稳定是对控制系统最基本的要求，若一个控制系统的响应曲线为衰减振荡，则该系统____________。判断一个闭环线性控制系统是否稳定，在时域分析中采用_______________；在频域分析中采用___________________。

4、传递函数是指在___初始条件下、线性定常控制系统的_______________与___________________________ 之比。

5、设系统的开环传递函数为 $\frac{K(\tau s+1)}{s^2(Ts+1)}$，则其开环幅频特性为_____________ ，相频特性为 _______________________ 。

6、频域性能指标与时域性能指标有着对应关系，开环频域性能指标中的幅值穿越频率 ω_c 对应时域性能指标________，它们反映了系统动态过程的____________。

二、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1、关于传递函数，错误的说法是 (　　)

A　传递函数只适用于线性定常系统；

B　传递函数不仅取决于系统的结构参数，给定输入和扰动对传递函数也有影响；

C　传递函数一般是为复变量 s 的真分式；

D　闭环传递函数的极点决定了系统的稳定性。

2、下列哪种措施对改善系统的精度没有效果 (　　　)。

A、增加积分环节　　　　　　B、提高系统的开环增益 K

C、增加微分环节　　　　　　D、引入扰动补偿

3、高阶系统的主导闭环极点越靠近虚轴，则系统的 (　　　) 。

A、准确度越高　　　　　　B、准确度越低

C、响应速度越快　　　　　D、响应速度越慢

4、已知系统的开环传递函数为 $\frac{50}{(2s+1)(s+5)}$，则该系统的开环增益为 (　　　)。

A、 50　　　　B、25　　　　C、10　　　　D、5

5、若某系统的根轨迹有两个起点位于原点，则说明该系统(　　)。

A、含两个理想微分环节　　　　B、含两个积分环节

C、位置误差系数为 0　　　　D、速度误差系数为 0

6、开环频域性能指标中的相角裕度 γ 对应时域性能指标(　　)。

A、超调 $\sigma\%$　　B、稳态误差 e_{ss}　　C、调整时间 t_s　　D、峰值时间 t_p

7、已知某些系统的开环传递函数如下，属于最小相位系统的是(　　)

A、$\dfrac{K(2-s)}{s(s+1)}$　　B 、$-\dfrac{K(s+1)}{s(s+5)}$　　C 、$\dfrac{K}{s(s^2-s+1)}$　　D、$\dfrac{K(1-s)}{s(2-s)}$

8、若系统增加合适的开环零点，则下列说法不正确的是 (　　)。

A、可改善系统的快速性及平稳性；　　B、会增加系统的信噪比；

C、会使系统的根轨迹向 s 平面的左方弯曲或移动；

D、可增加系统的稳定裕度。

9、开环对数幅频特性的低频段决定了系统的(　　)。

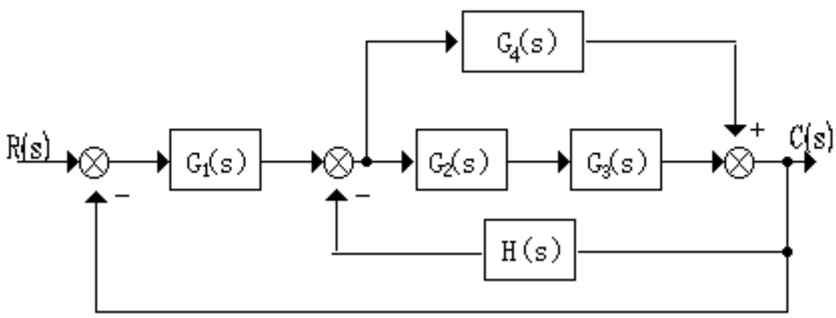
A、稳态精度　　B、稳定裕度　　C、抗干扰性能　　D、快速性

10、下列系统中属于不稳定的系统是(　　)。

A、闭环极点为 $s_{1,2}=-1\pm j2$ 的系统　　B、闭环特征方程为 $s^2+2s+1=0$ 的系统

C、阶跃响应为 $c(t)=20(1+e^{-0.4t})$ 的系统　　D、脉冲响应为 $h(t)=8e^{0.4t}$ 的系统

三、(8 分)写出下图所示系统的传递函数 $\dfrac{C(s)}{R(s)}$ (结构图化简，梅逊公式均可)。



四、（共 20 分）设系统闭环传递函数 $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$，**试求：**

1、$\xi=0.2$；$T=0.08s$； $\xi=0.8$；$T=0.08s$ 时单位阶跃响应的超调量 $\sigma\%$、调节时间 t_s 及峰值时间 t_p。（7 分）

2、$\xi=0.4$；$T=0.04s$ 和 $\xi=0.4$；$T=0.16s$ 时单位阶跃响应的超调量 $\sigma\%$、调节时间 t_s 和峰值时间 t_p。（7 分）

3、根据计算结果，讨论参数 ξ、T 对阶跃响应的影响。（6 分）

五、（共 15 分）已知某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(S)H(S)=\dfrac{K_r(s+1)}{s(s-3)}$，**试：**

1、绘制该系统以根轨迹增益 K_r 为变量的根轨迹（求出：分离点、与虚轴的交点等)；（8 分）

2、求系统稳定且为欠阻尼状态时开环增益 K 的取值范围。（7 分）

六、（共 22 分）已知反馈系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\dfrac{K}{s(s+1)}$ **，**

试：

1、用奈奎斯特判据判断系统的稳定性；（10 分）

2、若给定输入 r(t) = 2t＋2 时，要求系统的稳态误差为 0.25，问开环增益 K 应取何值。

（7 分）

3、求系统满足上面要求的相角裕度 γ。（5 分）

试题三

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1、对自动控制系统的基本要求可以概括为三个方面，即：_______、快速性和____________。

2、控制系统的____________________________________称为传递函数。一阶系统传函标准形式是________________，二阶系统传函标准形式是__________________。

3、在经典控制理论中，可采用____________、根轨迹法或____________ 等方法判断线性控制系统稳定性。

4、控制系统的数学模型，取决于系统________和__________， 与外作用及初始条件无关。

5、线性系统的对数幅频特性，纵坐标取值为____________，横坐标为__________ 。

6、奈奎斯特稳定判据中，Z = P - R ，其中 P 是指_________________________，Z 是指________________________，R 指_______________________________。

7、在二阶系统的单位阶跃响应图中，t_s 定义为______________。$\sigma\%$ 是________________。

8、PI 控制规律的时域表达式是______________________。P I D 控制规律的传递函数表达式是______________________________。

9、设系统的开环传递函数为 $\dfrac{K}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$，则其开环幅频特性为__________，相频特性为______________________。

二、判断选择题(每题 2 分，共 16 分)

1、关于线性系统稳态误差，正确的说法是：(　　)

A、　一型系统在跟踪斜坡输入信号时无误差 ；

B、　稳态误差计算的通用公式是 $e_{ss}=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{s^2 R(s)}{1+G(s)H(s)}$；

C、　增大系统开环增益 K 可以减小稳态误差；

D、　增加积分环节可以消除稳态误差，而且不会影响系统稳定性。

2、适合应用传递函数描述的系统是 (　　)。

A、单输入，单输出的线性定常系统；

B、单输入，单输出的线性时变系统；

C、单输入，单输出的定常系统；

D、非线性系统。

3、若某负反馈控制系统的开环传递函数为 $\dfrac{5}{s(s+1)}$，则该系统的闭环特征方程为 (　　)。

A、$s(s+1)=0$　　　　B、 $s(s+1)+5=0$

C、$s(s+1)+1=0$　　　　D、与是否为单位反馈系统有关

4、非单位负反馈系统，其前向通道传递函数为 *G(S)*，反馈通道传递函数为 *H(S)*，当输入信号为 *R(S)*，则从输入端定义的误差 *E(S)*为 (　　)

A、 $E(S)=R(S)\cdot G(S)$　　　　　　B 、$E(S)=R(S)\cdot G(S)\cdot H(S)$

C 、$E(S)=R(S)\cdot G(S)-H(S)$　　　　D、$E(S)=R(S)-G(S)H(S)$

5、已知下列负反馈系统的开环传递函数，应画零度根轨迹的是 (　　)。

A、 $\dfrac{K^*(2-s)}{s(s+1)}$　　B 、$\dfrac{K^*}{s(s-1)(s+5)}$　　C 、$\dfrac{K^*}{s(s^2-3s+1)}$　　D、$\dfrac{K^*(1-s)}{s(2-s)}$

6、闭环系统的动态性能主要取决于开环对数幅频特性的：

A、低频段　　　　B、开环增益　　　　C、高频段　　　　D、中频段

7、已知单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)=\dfrac{10(2s+1)}{s^2(s^2+6s+100)}$ ，当输入信号是 $r(t)=2+2t+t^2$ 时，系统的稳态误差是(　　　)

A、　0　；　　　　B、　∞　；　　　　C、　10　；　　　　D、　20

8、关于系统零极点位置对系统性能的影响，下列观点中正确的是(　　　)

A 、 如果闭环极点全部位于 S 左半平面，则系统一定是稳定的。稳定性与闭环零点位置无关；

B、 如果闭环系统无零点，且闭环极点均为负实数极点，则时间响应一定是衰减振荡的；

C 、 超调量仅取决于闭环复数主导极点的衰减率，与其它零极点位置无关；

D、 如果系统有开环极点处于 S 右半平面，则系统不稳定。

三、(16 分) 已知系统的结构如图 1 所示，其中 $G(s)=\dfrac{k(0.5s+1)}{s(s+1)(2s+1)}$，输入信号为单位斜坡函数，求系统的稳态误差(8 分)。分析能否通过调节增益 k ，使稳态误差小于 0.2 (8 分)。

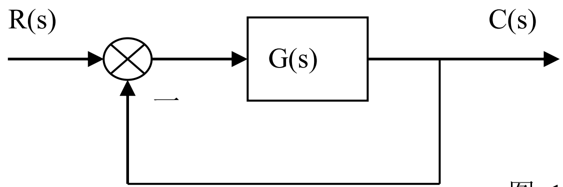


图 1

四、(16 分)设负反馈系统如图 2 ，前向通道传递函数为 $G(s)=\dfrac{10}{s(s+2)}$，若采用测速负反馈 $H(s)=1+k_s s$，试画出以 k_s 为参变量的根轨迹(10 分)，并讨论 k_s 大小对系统性能的影响(6 分)。

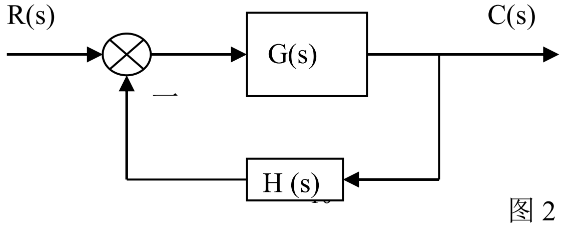


图 2

五、 已知系统开环传递函数为$G(s)H(s)=\dfrac{k(1-\tau s)}{s(Ts+1)}, k, \tau, T$ 均大于 0 ，试用奈奎斯特稳定判据判断系统稳定性。 (16 分) ［第五题、第六题可任选其一］

六、 已知最小相位系统的对数幅频特性如图 3 所示。试求系统的开环传递函数。(16 分)

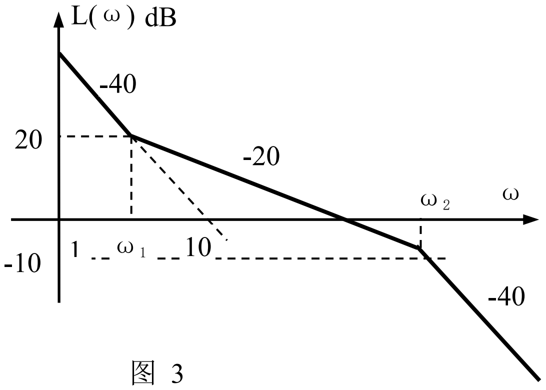


图 3

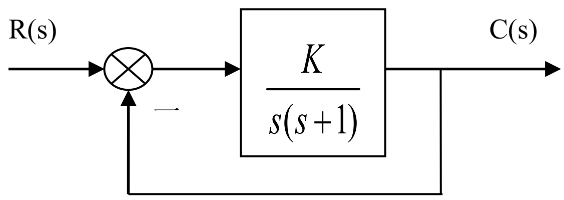


图 4

七、 设控制系统如图 4，要求校正后系统在输入信号是单位斜坡时的稳态误差不大于 0.05，相角裕度不小于 40º ，幅值裕度不小于 10 dB，试设计串联校正网络。(16 分)

试题四

一、填空题（每空 1 分，共 15 分）

1、对于自动控制系统的性能要求可以概括为三个方面，即：________________、和____________，其中最基本的要求是____________________。

2、若某单位负反馈控制系统的前向传递函数为$G(s)$，则该系统的开环传递函数为_______________。

3、能表达控制系统各变量之间关系的数学表达式或表示方法，叫系统的数学模型，在古典控制理论中系统数学模型有__________、___________________等。

4、判断一个闭环线性控制系统是否稳定，可采用__________、______________、____________________等方法。

5、设系统的开环传递函数为$\dfrac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$，则其开环幅频特性为__________，相频特性为______________________。

6、PID 控制器的输入－输出关系的时域表达式是__________________________，其相应的传递函数为____。

7、最小相位系统是指_____________________________。

二、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1、关于奈氏判据及其辅助函数 F(s)= 1 + G(s)H(s)，错误的说法是（　　）

A、 F(s)的零点就是开环传递函数的极点

B、 F(s)的极点就是开环传递函数的极点

C、 F(s)的零点数与极点数相同

D、 F(s)的零点就是闭环传递函数的极点

2、已知负反馈系统的开环传递函数为$G(s)=\dfrac{2s+1}{s^2+6s+100}$，则该系统的闭环特征方程为(　　　)。

A、$s^2+6s+100=0$　　　　B、 $(s^2+6s+100)+(2s+1)=0$

C、$s^2+6s+100+1=0$　　　　D、与是否为单位反馈系统有关

3、一阶系统的闭环极点越靠近 S 平面原点，则（　　）。

A、准确度越高　　B、准确度越低　　C、响应速度越快　　D、响应速度越慢

4、已知系统的开环传递函数为$\dfrac{100}{(0.1s+1)(s+5)}$，则该系统的开环增益为（　　　）。

A、 100　　B、1000　　C、20　　D、不能确定

5、若两个系统的根轨迹相同，则有相同的：

A、闭环零点和极点　　B、开环零点　　C、闭环极点　　D、阶跃响应

6、下列串联校正装置的传递函数中，能在$\omega_c=1$处提供最大相位超前角的是（　）。

A、 $\dfrac{10s+1}{s+1}$　　B、 $\dfrac{10s+1}{0.1s+1}$　　C、 $\dfrac{2s+1}{0.5s+1}$　　D、 $\dfrac{0.1s+1}{10s+1}$

7、关于ＰＩ控制器作用，下列观点正确的有(　　)

A、 可使系统开环传函的型别提高，消除或减小稳态误差；

B、 积分部分主要是用来改善系统动态性能的；

C、 比例系数无论正负、大小如何变化，都不会影响系统稳定性；

D、 只要应用ＰＩ控制规律，系统的稳态误差就为零。

8、关于线性系统稳定性的判定，下列观点正确的是（　　）。

A、 线性系统稳定的充分必要条件是：系统闭环特征方程的各项系数都为正数；

B、 无论是开环极点或是闭环极点处于右半Ｓ平面，系统不稳定；

C、 如果系统闭环系统特征方程某项系数为负数，系统不稳定；

D、 当系统的相角裕度大于零，幅值裕度大于１时，系统不稳定。

9、关于系统频域校正，下列观点错误的是(　　)

A、 一个设计良好的系统，相角裕度应为45度左右；

B、 开环频率特性，在中频段对数幅频特性斜率应为$-20dB/dec$；

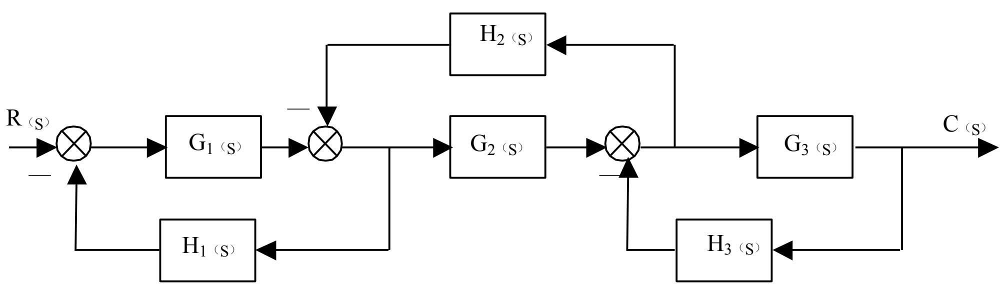
C、 低频段，系统的开环增益主要由系统动态性能要求决定；

D、 利用超前网络进行串联校正，是利用超前网络的相角超前特性。

10、已知单位反馈系统的开环传递函数为$G(s)=\dfrac{10(2s+1)}{s^2(s^2+6s+100)}$，当输入信号是$r(t)=2+2t+t^2$时，系统的稳态误差是(　　)

A、 0　　B、 ∞　　C、 10　　D、 20

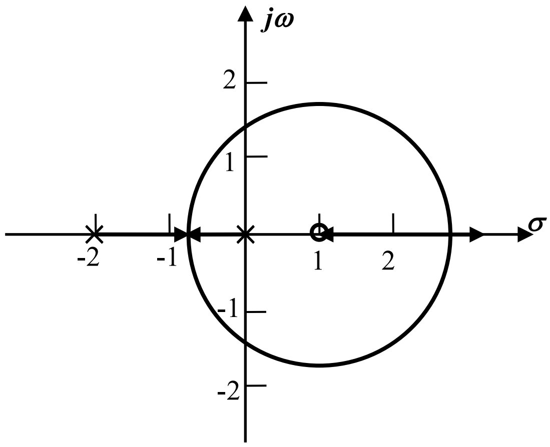
三、写出下图所示系统的传递函数$\dfrac{C(s)}{R(s)}$（结构图化简，梅逊公式均可）。



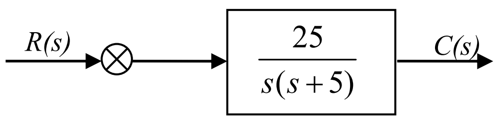
四、(共 15 分)已知某单位反馈系统的闭环根轨迹图如下图所示

1、写出该系统以根轨迹增益 K^*为变量的开环传递函数；（7 分）

2、求出分离点坐标，并写出该系统临界阻尼时的闭环传递函数。（8 分）



五、系统结构如下图所示，求系统的超调量 $\sigma\%$ 和调节时间 t_s。（12 分）

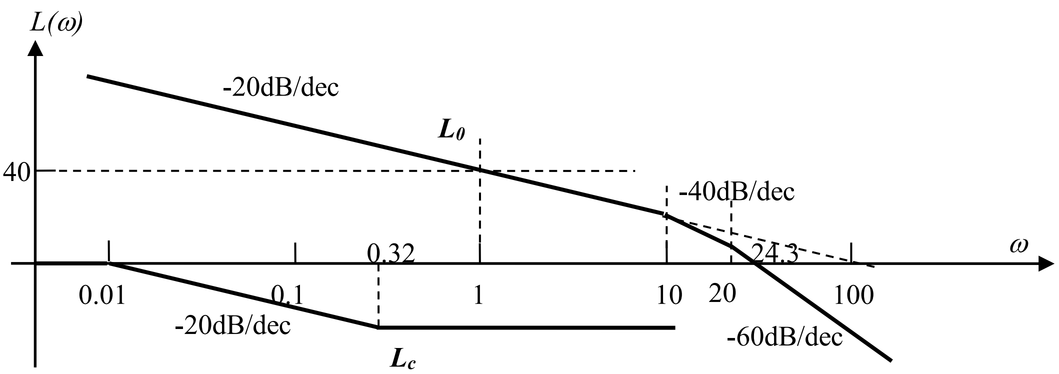


六、已知最小相位系统的开环对数幅频特性$L_0(\omega)$和串联校正装置的对数幅频特性$L_c(\omega)$如下图所示，原系统的幅值穿越频率为$\omega_c = 24.3 rad/s$：（共 30 分）

1、 写出原系统的开环传递函数$G_0(s)$,并求其相角裕度γ_0，判断系统的稳定性；（10 分）

2、 写出校正装置的传递函数$G_c(s)$；（5 分）

3、写出校正后的开环传递函数$G_0(s)G_c(s)$，画出校正后系统的开环对数幅频特性$L_{GC}(\omega)$，并用劳斯判据判断系统的稳定性。（15 分）



答案

试题一

一、填空题(每题 1 分，共 15 分)

1、<u>给定值</u>

2、<u>输入</u>；<u>扰动</u>；

3、$\underline{G_1(s)+G_2(s)}$；

4、$\underline{\sqrt{2}}$；$\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}=0.707}$；$\underline{s^2+2s+2=0}$；<u>衰减振荡</u>

5、$\underline{\frac{10}{s+0.2s}+\frac{5}{s+0.5s}}$；

6、<u>开环极点</u>；<u>开环零点</u>

7、$\underline{\frac{K(\tau s+1)}{s(Ts+1)}}$

8、$\underline{u(t)=K_p[e(t)+\frac{1}{T}\int e(t)dt]}$；$\underline{K_p[1+\frac{1}{Ts}]}$；<u>稳态性能</u>

二、判断选择题(每题 2 分，共 20 分)

1、D　2、A　3、C　4、A　5、D　6、A　7、B　8、C　9、B　10、B

三、(8 分)建立电路的动态微分方程，并求传递函数。

解：1、建立电路的动态微分方程

根 据 KCL 有 $$\frac{u_i(t)-u_0(t)}{R_1}+C\frac{d[u_i(t)-u_0(t)]}{dt}=\frac{u_0(t)}{R_2}$$

(2 分)

即 $$R_1R_2C\frac{du_0(t)}{dt}+(R_1+R_2)u_0(t)=R_1R_2C\frac{du_i(t)}{dt}+R_2u_i(t)$$

(2 分)

2、求传递函数

对微分方程进行拉氏变换得

$$R_1R_2CsU_0(s)+(R_1+R_2)U_0(s)=R_1R_2CsU_i(s)+R_2U_i(s)$$ (2 分)

得传递函数 $$G(s)=\frac{U_0(s)}{U_i(s)}=\frac{R_1R_2Cs+R_2}{R_1R_2Cs+R_1+R_2}$$ (2 分)

四、(共 20 分)

解：1、（4 分） $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{\dfrac{K}{s^2}}{1+\dfrac{K\beta}{s}+\dfrac{K}{s^2}}=\dfrac{K}{s^2+K\beta s+K}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

2、（4 分） $\begin{cases}K=\omega_n^2=2^2=4\\K\beta=2\xi\omega_n=2\sqrt{2}\end{cases}$ $\begin{cases}K=4\\\beta=0.707\end{cases}$

3、（4 分） $\sigma\%=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=4.32\%$

$$t_s=\frac{4}{\xi\omega_n}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2.83$$

4、（4 分） $G(s)=\dfrac{\dfrac{K}{s^2}}{1+\dfrac{K\beta}{s}}=\dfrac{K}{s(s+K\beta)}=\dfrac{1}{\beta s(s+1)}$ $\begin{cases}K_K=1/\beta\\v=1\end{cases}$

$$e_{ss}=\frac{A}{K_K}=2\beta=1.414$$

5、（4 分）令：$\Phi_n(s)=\dfrac{C(s)}{N(s)}=\dfrac{\left(1+\dfrac{K\beta}{s}\right)-\dfrac{1}{s}G_n(s)}{\Delta(s)}=0$

得：$G_n(s)=s+K\beta$

五、（共 15 分）

1、绘制根轨迹 **（8 分）**

(1)系统有有 3 个开环极点（起点）：0、-3、-3，无开环零点（有限终点）；（1 分）

(2)实轴上的轨迹：（-∞，-3）及（-3，0）； （1 分）

(3) 3 条渐近线： $\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{-3-3}{3}=-2\\\pm60°,\ \ 180°\end{cases}$ （2 分）

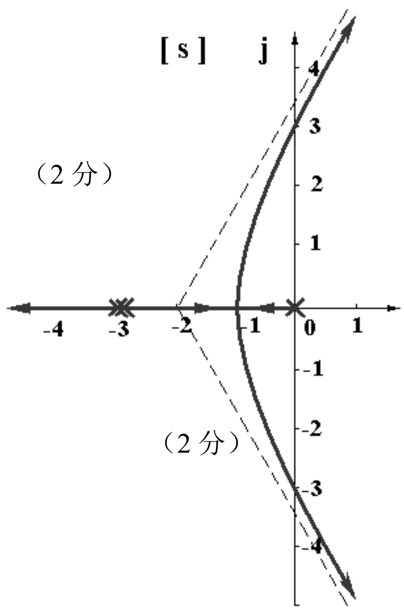
(4) 分离点： $\dfrac{1}{d}+\dfrac{2}{d+3}=0$ 得： $d=-1$ （2 分）

$$K_r=|d|\cdot|d+3|^2=4$$

(5)与虚轴交点：$D(s)=s^3+6s^2+9s+K_r=0$

$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=-\omega^3+9\omega=0\\\mathrm{Re}[D(j\omega)]=-6\omega^2+K_r=0\end{cases}$ $\begin{cases}\omega=3\\K_r=54\end{cases}$

绘制根轨迹如右图所示。



（2 分）

2、（7 分）开环增益 K 与根轨迹增益 K_r 的关系：$G(s)=\dfrac{K_r}{s(s+3)^2}=\dfrac{\frac{K_r}{9}}{s\left[\left(\frac{s}{3}\right)^2+1\right]}$

得 $K=K_r\ /9$ （1 分）

系统稳定时根轨迹增益 K_r 的取值范围：$K_r<54$， （2 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时根轨迹增益 K_r 的取值范围：$4<K_r<54$， （3 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时开环增益 K 的取值范围：$\dfrac{4}{9}<K<6$ （1 分）

六、（共 22 分）

解：1、从开环波特图可知，原系统具有比例环节、一个积分环节、两个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式 $G(s)=\dfrac{K}{s(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$ (2 分)

由图可知：$\omega=1$ 处的纵坐标为 40dB, 则 $L(1)=20\lg K=40$, 得 $K=100$ (2 分)

$\omega_1=10$和ω_2=100 （2 分）

故系统的开环传函为 $G_0(s)=\dfrac{100}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)\left(\frac{s}{100}+1\right)}$ （2 分）

2、写出该系统的开环频率特性、开环幅频特性及开环相频特性：

开环频率特性 $G_0(j\omega)=\dfrac{100}{j\omega\left(j\frac{\omega}{10}+1\right)\left(j\frac{\omega}{100}+1\right)}$ （1 分）

开环幅频特性 $A_0(\omega)=\dfrac{100}{\omega\sqrt{\left(\frac{\omega}{10}\right)^2+1}\sqrt{\left(\frac{\omega}{100}\right)^2+1}}$ （1 分）

开环相频特性：$\varphi_0(s)=-90^\circ-tg^{-1}0.1\omega-tg^{-1}0.01\omega$ （1 分）

3、求系统的相角裕度 γ：

求幅值穿越频率，令 $A_0(\omega)=\dfrac{100}{\omega\sqrt{\left(\frac{\omega}{10}\right)^2+1}\sqrt{\left(\frac{\omega}{100}\right)^2+1}}=1$ 得 $\omega_c\approx 31.6rad/s$（3 分）

$\varphi_0(\omega_c)=-90^\circ-tg^{-1}0.1\omega_c-tg^{-1}0.01\omega_c=-90^\circ-tg^{-1}3.16-tg^{-1}0.316\approx-180^\circ$ （2 分）

$\gamma = 180^\circ + \varphi_0(\omega_c) = 180^\circ - 180^\circ = 0$ （2 分）

对最小相位系统$\gamma = 0^\circ$ 临界稳定

4、(**4 分**)可以采用以下措施提高系统的稳定裕度：增加串联超前校正装置；增加串联滞后校正装置；增加串联滞后-超前校正装置；增加开环零点；增加 PI 或 PD 或 PID 控制器；在积分环节外加单位负反馈。

试题二答案

一、填空题(每题 1 分，共 20 分)

1、水箱；水温

2、开环控制系统；闭环控制系统；闭环控制系统

3、稳定；劳斯判据；奈奎斯特判据

4、零； 输出拉氏变换；输入拉氏变换

5、$\dfrac{K\sqrt{\tau^2\omega^2+1}}{\omega^2\sqrt{T^2\omega^2+1}}$；$\arctan\tau\omega - 180^\circ - \arctan T\omega$(或：$-180^\circ - \arctan\dfrac{\tau\omega - T\omega}{1+\tau T\omega^2}$)

6、调整时间t_s；快速性

二、判断选择题(每题 2 分，共 20 分)

1、B 2、C 3、D 4、C 5、B 6、A 7、B 8、B 9、A 10、D

三、(8 分)写出下图所示系统的传递函数$\dfrac{C(s)}{R(s)}$（结构图化简，梅逊公式均可）。

解：传递函数 *G(s)*:根据梅逊公式 $G(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} P_i\Delta_i}{\Delta}$ （1 分）

4 条回路: $L_1 = -G_2(s)G_3(s)H(s)$， $L_2 = -G_4(s)H(s)$，

$L_3 = -G_1(s)G_2(s)G_3(s)$， $L_4 = -G_1(s)G_4(s)$ 无互不接触回路。（2 分）

特征式：

$$\Delta = 1 - \sum_{i=1}^{4} L_i = 1 + G_2(s)G_3(s)H(s) + G_4(s)H(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s) + G_1(s)G_4(s)$$

(2分)

2 条前向通道： $P_1 = G_1(s)G_2(s)G_3(s)$， $\Delta_1 = 1$ ；

$P_2 = G_1(s)G_4(s)$， $\Delta_2 = 1$ （2 分）

$$\therefore G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)+G_1(s)G_4(s)}{1+G_2(s)G_3(s)H(s)+G_4(s)H(s)+G_1(s)G_2(s)G_3(s)+G_1(s)G_4(s)}$$

（1 分）

四、(共 20 分)

解：系统的闭环传函的标准形式为：$\Phi(s)=\dfrac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$，其中

$\omega_n=\dfrac{1}{T}$

1、当 $\begin{cases}\xi=0.2\\ T=0.08s\end{cases}$ 时，$\begin{cases}\sigma\%=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}=e^{-0.2\pi/\sqrt{1-0.2^2}}=52.7\%\\ t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=\dfrac{4T}{\xi}=\dfrac{4\times0.08}{0.2}=1.6s\\ t_p=\dfrac{\pi}{\omega_d}=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi T}{\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi\times0.08}{\sqrt{1-0.2^2}}=0.26s\end{cases}$ （4 分）

当 $\begin{cases}\xi=0.8\\ T=0.08s\end{cases}$ 时，$\begin{cases}\sigma\%=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}=e^{-0.8\pi/\sqrt{1-0.8^2}}=1.5\%\\ t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=\dfrac{4T}{\xi}=\dfrac{4\times0.08}{0.8}=0.4s\\ t_p=\dfrac{\pi}{\omega_d}=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi T}{\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi\times0.08}{\sqrt{1-0.8^2}}=0.42s\end{cases}$ （3 分）

2、当 $\begin{cases}\xi=0.4\\ T=0.04s\end{cases}$ 时，$\begin{cases}\sigma\%=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}=e^{-0.4\pi/\sqrt{1-0.4^2}}=25.4\%\\ t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=\dfrac{4T}{\xi}=\dfrac{4\times0.04}{0.4}=0.4s\\ t_p=\dfrac{\pi}{\omega_d}=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi T}{\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi\times0.04}{\sqrt{1-0.4^2}}=0.14s\end{cases}$ （4 分）

当 $\begin{cases}\xi=0.4\\ T=0.16s\end{cases}$ 时，$\begin{cases}\sigma\%=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}=e^{-0.4\pi/\sqrt{1-0.4^2}}=25.4\%\\ t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=\dfrac{4T}{\xi}=\dfrac{4\times0.16}{0.4}=1.6s\\ t_p=\dfrac{\pi}{\omega_d}=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi T}{\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{\pi\times0.16}{\sqrt{1-0.4^2}}=0.55s\end{cases}$ （3

分）

3、根据计算结果，讨论参数ξ、T对阶跃响应的影响。（6 分）

(1)系统超调$\sigma\%$只与阻尼系数ξ有关，而与时间常数T无关，ξ增大，超调$\sigma\%$减小；（2 分）

(2)当时间常数 T 一定，阻尼系数ξ增大，调整时间t_s减小，即暂态过程缩短；峰值时间t_p增加，即初始响应速度变慢；（2 分）

(3)当阻尼系数ξ一定，时间常数 T 增大，调整时间t_s增加，即暂态过程变长；峰值时间t_p增加，即初始响应速度也变慢。（2 分）

五、(共 15 分)

(1)系统有有 2 个开环极点（起点）：0、3，1 个开环零点（终点）为：-1；（2 分）

(2)实轴上的轨迹：(-∞，-1）及（0，3）；（2 分）

(3)求分离点坐标

$$\frac{1}{d+1}=\frac{1}{d}+\frac{1}{d-3}\text{，得}\quad d_1=1,\qquad d_2=-3\;；$$（2 分）

分别对应的根轨迹增益为 $K_r=1,\quad K_r=9$

(4)求与虚轴的交点

系统的闭环特征方程为$s(s-3)+K_r(s+1)=0$,即$s^2+(K_r-3)s+K_r=0$

令 $s^2+(K_r-3)s+K_r\big|_{s=j\omega}=0$,得 $\omega=\pm\sqrt{3},\quad K_r=3$（2 分）

根轨迹如图 1 所示。

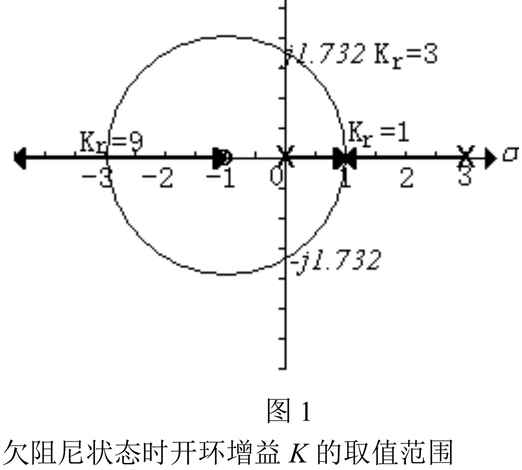


图 1

2、求系统稳定且为欠阻尼状态时开环增益K的取值范围

系统稳定时根轨迹增益 K_r 的取值范围：$K_r \geq 3$，（2 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时根轨迹增益 K_r 的取值范围：$K_r = 3 \sim 9$，（3 分）

开环增益 K 与根轨迹增益 K_r 的关系：$K = \dfrac{K_r}{3}$（1 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时开环增益 K 的取值范围：$K = 1 \sim 3$（1 分）

六、（共 22 分）

解：1、系统的开环频率特性为 $$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+j\omega)}$$（2 分）

幅频特性：$A(\omega) = \dfrac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2}}$，　　相频特性：$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctan\omega$（2 分）

起点：　$\omega = 0_+, A(0_+) = \infty, \varphi(0_+) = -90^0$；（1 分）

终点：　$\omega \to \infty, A(\infty) = 0, \varphi(\infty) = -180^\circ$；（1 分）

$\omega = 0 \sim \infty : \varphi(\omega) = -90^\circ \sim -180^\circ$，

曲线位于第 3 象限与实轴无交点。（1 分）

开环频率幅相特性图如图 2 所示。

判断稳定性：

开环传函无右半平面的极点，则 $P = 0$，

极坐标图不包围（－1，j0）点，则 $N = 0$

根据奈氏判据，Z＝P－2N＝0　　系统稳定。（3 分）

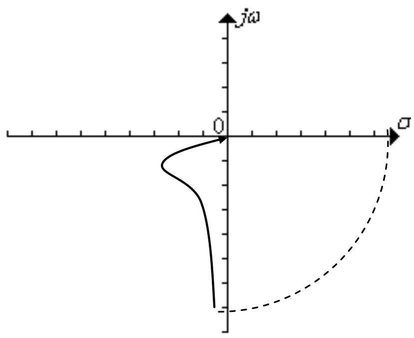


图 2

2、若给定输入 $r(t) = 2t + 2$ 时，要求系统的稳态误差为 0.25，求开环增益 K：

系统为 1 型，位置误差系数 $K_P = \infty$，速度误差系数 $K_V = K$，（2 分）

依题意：$$e_{ss} = \frac{A}{K_v} = \frac{A}{K} = \frac{2}{K} = 0.25，$$（3 分）

得 $$K = 8$$（2 分）

故满足稳态误差要求的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\dfrac{8}{s(s+1)}$

3、满足稳态误差要求系统的相角裕度γ：

令幅频特性：$A(\omega)=\dfrac{8}{\omega\sqrt{1+\omega^2}}=1$，得 $\omega_c=2.7$，（2分）

$\varphi(\omega_c)=-90^\circ-\arctan\omega_c=-90^\circ-\arctan 2.7\approx-160^\circ$，（1分）

相角裕度γ：$\gamma=180^\circ+\varphi(\omega_c)=180^\circ-160^\circ=20^\circ$ （2分）

试题三答案

一、填空题(每题 1 分，共 20 分)

1、稳定性(或：稳，平稳性)；准确性(或：稳态精度，精度)

2、输出拉氏变换与输入拉氏变换在零初始条件下的比值；$G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$ ；

$G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ （或：$G(s)=\dfrac{1}{T^2s^2+2T\zeta s+1}$）

3、劳斯判据(或：时域分析法)； 奈奎斯特判据(或：频域分析法)

4、结构； 参数

5、$20\lg A(\omega)$(或：$L(\omega)$)；$\lg\omega$(或：ω按对数分度)

6、开环传函中具有正实部的极点的个数，(或：右半 S 平面的开环极点个数)；
闭环传函中具有正实部的极点的个数(或：右半 S 平面的闭环极点个数，不稳定的根的个数)；奈氏曲线逆时针方向包围 (-1, j0)整圈数。

7、系统响应到达并保持在终值$\pm5\%$或$\pm2\%$误差内所需的最短时间(或：调整时间，调节时间)；响应的最大偏移量$h(t_p)$与终值$h(\infty)$的差与$h(\infty)$的比的百分数。（或：$\dfrac{h(t_p)-h(\infty)}{h(\infty)}\times100\%$，超调）

8、$m(t)=K_pe(t)+\dfrac{K_p}{T_i}\int_0^t e(t)dt$ （或：$K_pe(t)+K_i\int_0^t e(t)dt$） ；

$G_C(s)=K_p(1+\dfrac{1}{T_is}+\tau s)$ （或：$K_p+\dfrac{K_i}{s}+K_ds$）

9、$A(\omega)=\dfrac{K}{\omega\sqrt{(T_1\omega)^2+1}\cdot\sqrt{(T_2\omega)^2+1}}$； $\varphi(\omega)=-90^0-tg^{-1}(T_1\omega)-tg^{-1}(T_2\omega)$

二、判断选择题(每题 2 分，共 16 分)

1、C　2、A　3、B　4、D　5、A　6、D　7、D　8、A

三、(16 分)

解：Ⅰ型系统在跟踪单位斜坡输入信号时，稳态误差为 $e_{ss}=\dfrac{1}{K_v}$ （2 分）

而静态速度误差系数 $K_v=\lim\limits_{s\to 0}s\cdot G(s)H(s)=\lim\limits_{s\to 0}s\cdot\dfrac{K(0.5s+1)}{s(s+1)(2s+1)}=K$ （2 分）

稳态误差为 $e_{ss}=\dfrac{1}{K_v}=\dfrac{1}{K}$。（4 分）

要使 $e_{ss}<0.2$ 必须 $K>\dfrac{1}{0.2}=5$，即 K 要大于 5。（6 分）

但其上限要符合系统稳定性要求。可由劳斯判据决定其上限。

系统的闭环特征方程是

$$D(s)=s(s+1)(2s+1)+0.5Ks+K=2s^3+3s^2+(1+0.5K)s+K=0$$ （1 分）

构造劳斯表如下

$$\begin{array}{lcc} s^3 & 2 & 1+0.5K \\ s^2 & 3 & K \\ s^1 & \dfrac{3-0.5K}{3} & 0 \\ s^0 & K & 0 \end{array}$$

为使首列大于 0，　必须 $0<K<6$。

综合稳态误差和稳定性要求，当 $5<K<6$ 时能保证稳态误差小于 0.2。（1 分）

四、(16 分)

解：系统的开环传函 $G(s)H(s)=\dfrac{10}{s(s+2)}(1+k_s s)$，其闭环特征多项式为 $D(s)$

$D(s)=s^2+2s+10k_s s+10=0$，（1 分）以不含 k_s 的各项和除方程两边，得

$\dfrac{10k_s s}{s^2+2s+10}=-1$ ，令 $10k_s=K^*$，得到等效开环传函为 $\dfrac{K^*}{s^2+2s+10}=-1$ （2 分）

参数根轨迹，起点：$p_{1,2}=-1\pm j3$，终点：有限零点 $z_1=0$，无穷零点 $-\infty$ （2 分）

实轴上根轨迹分布：［－∞，0］ （2 分）

实轴上根轨迹的分离点：令 $\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{s^2+2s+10}{s}\right)=0$，得

$$s^2-10=0, s_{1,2}=\pm\sqrt{10}=\pm 3.16$$

合理的分离点是 $s_1=-\sqrt{10}=-3.16$，（2 分）该分离点对应的根轨迹增益为

$K_1^* = \left| \dfrac{s^2+2s+10}{s} \right|_{s=-\sqrt{10}} = 4.33$，对应的速度反馈时间常数 $k_s = \dfrac{K_1^*}{10} = 0.433$（1 分）

根轨迹有一根与负实轴重合的渐近线。由于开环传函两个极点 $p_{1,2} = -1 \pm j3$，一个有限零点 $z_1 = 0$

且零点不在两极点之间，故根轨迹为以零点 $z_1 = 0$ 为圆心，以该圆心到分离点距离为半径的圆周。

根轨迹与虚轴无交点，均处于 s 左半平面。系统绝对稳定。根轨迹如图 1 所示。（4 分）

讨论 k_s 大小对系统性能的影响如下：

（1）、当 $0 < k_s < 0.433$ 时，系统为欠阻尼状态。根轨迹处在第二、三象限，闭环极点为共轭的复数极点。系统阻尼比 ζ 随着 k_s 由零逐渐增大而增加。动态响应为阻尼振荡过程，k_s 增加将使振荡频率 ω_d 减小（$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$），但响应速度加快，调节时间缩短（$t_s = \dfrac{3.5}{\zeta \omega_n}$）。（1 分）

（2）、当 $k_s = 0.433$ 时（此时 $K^* = 4.33$），为临界阻尼状态，动态过程不再有振荡和超调。（1 分）

（3）、当 $k_s > 0.433$（或 $K^* > 4.33$），为过阻尼状态。系统响应为单调变化过程。（1 分）

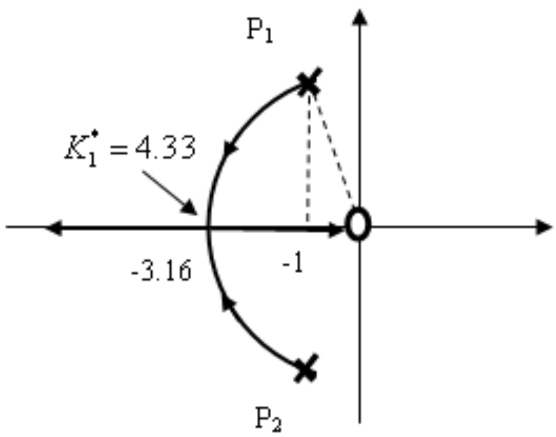


图 1　四题系统参数根轨迹

五、(16 分)

解：由题已知：　$G(s)H(s) = \dfrac{K(1-\tau s)}{s(Ts+1)}, K, \tau, T > 0$，

系统的开环频率特性为

$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K[-(T+\tau)\omega-j(1-T\tau\omega^2)]}{\omega(1+T^2\omega^2)}$$ （2 分）

开环频率特性极坐标图

起点： $\omega=0_+, A(0_+)=\infty, \varphi(0_+)=-90^0$；（1 分）

终点： $\omega\to\infty, A(\infty)=0, \varphi(\infty)=-270^0$；（1 分）

与实轴的交点：令虚频特性为零，即 $1-T\tau\omega^2=0$ 得 $\omega_x=\frac{1}{\sqrt{T\tau}}$（2 分）

实部 $G(j\omega_x)H(j\omega_x)=-K\tau$（2 分）

开环极坐标图如图 2 所示。（4 分）

由于开环传函无右半平面的极点，则 $P=0$

当 $K\tau<1$时，极坐标图不包围（－1，j0）点，系统稳定。（1 分）

当 $K\tau=1$时，极坐标图穿过临界点（－1，j0）点，系统临界稳定。（1 分）

当 $K\tau>1$时，极坐标图顺时针方向包围（－1，j0）点一圈。

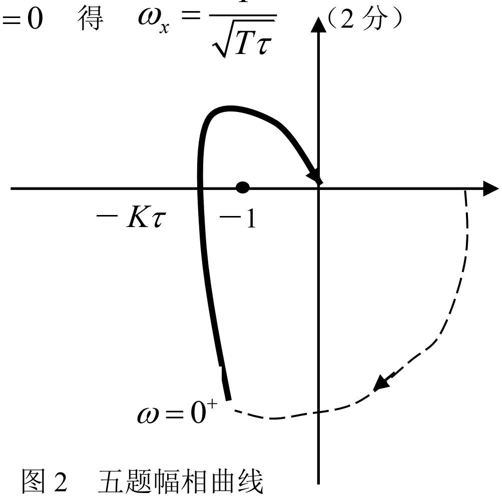


图 2 五题幅相曲线

$$N=2(N_+-N_-)=2(0-1)=-2$$

按奈氏判据，Z＝P－N＝2。系统不稳定。(2 分)
闭环有两个右平面的极点。

六、(16 分)

解：从开环波特图可知，系统具有比例环节、两个积分环节、一个一阶微分环节和一个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式 $$G(s)=\frac{K(\frac{1}{\omega_1}s+1)}{s^2(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$$ (8 分)

由图可知：$\omega=1$处的纵坐标为 40dB, 则 $L(1)=20\lg K=40$，得 $K=100$ (2 分)

又由 $\omega=\omega_1$和ω=10 的幅值分贝数分别为 20 和 0，结合斜率定义，有

$$\frac{20-0}{\lg\omega_1-\lg 10}=-40$$，解得 $\omega_1=\sqrt{10}=3.16$ rad/s (2 分)

同理可得 $\frac{20-(-10)}{\lg\omega_1-\lg\omega_2}=-20$ 或 $20\lg\frac{\omega_2}{\omega_1}=30$ ，

$$\omega_2^2=1000\omega_1^2=10000$$ 得 $\omega_2=100$ rad/s (2 分)

故所求系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{100(\frac{s}{\sqrt{10}}+1)}{s^2(\frac{s}{100}+1)} \qquad (2\text{ 分})$$

七、(16 分)

解：(1)、系统开环传函 $G(s)=\frac{K}{s(s+1)}$，输入信号为单位斜坡函数时的稳态误差为

$$e_{ss}=\frac{1}{K_v}=\left(\lim_{s\to 0}sG(s)H(s)\right)^{-1}=\frac{1}{K}$$，由于要求稳态误差不大于 0.05，取 $K=20$

故 $$G(s)=\frac{20}{s(s+1)} \qquad (5\text{ 分})$$

(2)、校正前系统的相角裕度 γ 计算：

$$L(\omega)=20\lg 20-20\lg\omega-20\lg\sqrt{\omega^2+1}$$

$$L(\omega_c)\approx 20\lg\frac{20}{\omega_c{}^2}=0\to\omega_c{}^2=20 \quad \text{得} \quad \omega_c=4.47 \quad \text{rad/s}$$

$\gamma=180^0-90^0-tg^{-1}4.47=12.6^0$； 而幅值裕度为无穷大，因为不存在 ω_x。(2 分)

(3)、根据校正后系统对相位裕度的要求，确定超前环节应提供的相位补偿角

$$\varphi_m=\gamma''-\gamma+\varepsilon=40-12.6+5=32.4\approx 33^0 \qquad (2\text{ 分})$$

(4)、校正网络参数计算

$$a=\frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}=\frac{1+\sin 33^0}{1-\sin 33^0}=3.4 \qquad (2\text{ 分})$$

(5)、超前校正环节在 ω_m 处的幅值为：

$$10\lg a=10\lg 3.4=5.31dB$$

使校正后的截止频率 $\omega_c{}'$ 发生在 ω_m 处，故在此频率处原系统的幅值应为－5.31dB

$$L(\omega_m)=L(\omega_c{}')=20\lg 20-20\lg\omega_c{}'-20\lg\sqrt{(\omega_c{}')^2+1}=-5.31$$

解得 $\omega_c{}' \square 6$ (2 分)

(6)、计算超前网络

$$a=3.4,\omega_c{}'=\omega_m=\frac{1}{T\sqrt{a}}\to T=\frac{1}{\omega_m\sqrt{a}}=\frac{1}{6\sqrt{3.4}}=0.09$$

在放大 3.4 倍后，超前校正网络为

$$G_c(s)=\frac{1+aTs}{1+Ts}=\frac{1+0.306s}{1+0.09s}$$

校正后的总开环传函为： $G_c(s)G(s)=\dfrac{20(1+0.306s)}{s(s+1)(1+0.09s)}$ （2 分）

（7）校验性能指标

相角裕度 $\gamma^{''}=180+tg^{-1}(0.306\times 6)-90-tg^{-1}6-tg^{-1}(0.09\times 6)=43^0$

由于校正后的相角始终大于－180º，故幅值裕度为无穷大。

符合设计性能指标要求。 （1 分）

试题四答案

一、填空题(每空 1 分，共 15 分)

1、稳定性 快速性 准确性 稳定性

2、$G(s)$；

3、微分方程 传递函数 （或结构图 信号流图）(任意两个均可)

4、劳思判据 根轨迹 奈奎斯特判据

5、$A(\omega)=\dfrac{K}{\omega\sqrt{(T_1\omega)^2+1}\cdot\sqrt{(T_2\omega)^2+1}}$； $\varphi(\omega)=-90^0-tg^{-1}(T_1\omega)-tg^{-1}(T_2\omega)$

6、$m(t)=K_pe(t)+\dfrac{K_p}{T_i}\int_0^t e(t)dt+K_p\tau\dfrac{de(t)}{dt}$ $G_C(s)=K_p(1+\dfrac{1}{T_is}+\tau s)$

7、S 右半平面不存在系统的开环极点及开环零点

二、判断选择题(每题 2 分，共 20 分)

1、A 2、B 3、D 4、C 5、C 6、B 7、A 8、C 9、C 10、D

三、(8 分)写出下图所示系统的传递函数$\dfrac{C(s)}{R(s)}$（结构图化简，梅逊公式均可）。

解：传递函数 $G(s)$:根据梅逊公式 $G(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}P_i\Delta_i}{\Delta}$ （2 分）

3 条回路: $L_1=-G_1(s)H_1(s)$, $L_2=-G_2(s)H_2(s)$， $L_3=-G_3(s)H_3(s)$ （1 分）

1 对互不接触回路: $L_1L_3=G_1(s)H_1(s)G_3(s)H_3(s)$ （1 分）

$$\Delta = 1 - \sum_{i=1}^{3} L_i + L_1 L_3 = 1 + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_3(s)H_3(s) + G_1(s)H_1(s)G_3(s)H_3(s)$$

（2分）

1 条前向通道：　$P_1 = G_1(s)G_2(s)G_3(s),\quad \Delta_1 = 1$　（2 分）

$$\therefore G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_3(s)H_3(s) + G_1(s)H_1(s)G_3(s)H_3(s)}$$

（2 分）

四、（共 15 分）

1、写出该系统以根轨迹增益 K^*为变量的开环传递函数；（7 分）

2、求出分离点坐标，并写出该系统临界阻尼时的闭环传递函数。（8 分）

解：1、由图可以看出，系统有 1 个开环零点为：1（1 分）；有 2 个开环极点为：0、-2（1 分），而且为零度根轨迹。

由此可得以根轨迹增益 K^*为变量的开环传函　$G(s) = \dfrac{-K^*(s-1)}{s(s+2)} = \dfrac{K^*(1-s)}{s(s+2)}$

（5 分）

2、求分离点坐标

$\dfrac{1}{d-1} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d+2}$，得　$d_1 = -0.732,\quad d_2 = 2.732$　（2 分）

分别对应的根轨迹增益为　$K_1^* = 1.15,\quad K_2^* = 7.46$　（2 分）

分离点 d_1 为临界阻尼点，d_2 为不稳定点。

单位反馈系统在 d_1（临界阻尼点）对应的闭环传递函数为，

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\dfrac{K^*(1-s)}{s(s+2)}}{1+\dfrac{K^*(1-s)}{s(s+2)}} = \frac{K^*(1-s)}{s(s+2)+K^*(1-s)} = \frac{-1.15(s-1)}{s^2+0.85s+1.15}$$ （4 分）

五、求系统的超调量 $\sigma\%$ 和调节时间 t_s。（12 分）

解：由图可得系统的开环传函为：$G(s) = \dfrac{25}{s(s+5)}$　（2 分）

因为该系统为单位负反馈系统，则系统的闭环传递函数为，

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\dfrac{25}{s(s+5)}}{1+\dfrac{25}{s(s+5)}} = \frac{25}{s(s+5)+25} = \frac{5^2}{s^2+5s+5^2}$$ （2 分）

与二阶系统的标准形式 $\Phi(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ 比较，有 $\begin{cases}2\zeta\omega_n=5\\ \omega_n^2=5^2\end{cases}$ （2 分）

解得$\begin{cases}\zeta=0.5\\ \omega_n=5\end{cases}$ （2 分）

所以$\sigma\%=e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}=e^{-0.5\pi/\sqrt{1-0.5^2}}=16.3\%$ （2 分）

$$t_s=\frac{3}{\zeta\omega_n}=\frac{3}{0.5\times5}=1.2s$$ （2 分）

或$t_s=\dfrac{4}{\zeta\omega_n}=\dfrac{4}{0.5\times5}=1.6s$，$t_s=\dfrac{3.5}{\zeta\omega_n}=\dfrac{3.5}{0.5\times5}=1.4s$，$t_s=\dfrac{4.5}{\zeta\omega_n}=\dfrac{4.5}{0.5\times5}=1.8s$

六、已知最小相位系统的开环对数幅频特性$L_0(\omega)$和串联校正装置的对数幅频特性$L_c(\omega)$如下图所示，原系统的幅值穿越频率为$\omega_c=24.3rad/s$：（共 30 分）

1、 写出原系统的开环传递函数$G_0(s)$,并求其相角裕度γ_0，判断系统的稳定性；（10 分）

2、 写出校正装置的传递函数$G_c(s)$；（5 分）

3、写出校正后的开环传递函数$G_0(s)G_c(s)$，画出校正后系统的开环对数幅频特性$L_{GC}(\omega)$，并用劳思判据判断系统的稳定性。（15 分）

解：1、从开环波特图可知，原系统具有比例环节、一个积分环节、两个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式 $G_0(s)=\dfrac{K}{s(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$ (2 分)

由图可知：$\omega=1$处的纵坐标为 40dB, 则$L(1)=20\lg K=40$， 得 $K=100$ (2 分)

$\omega_1=10$和$\omega_2=20$

故原系统的开环传函为$G_0(s)=\dfrac{100}{s(\frac{1}{10}s+1)(\frac{1}{20}s+1)}=\dfrac{100}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}$ （2 分）

求原系统的相角裕度γ_0：$\varphi_0(s)=-90^\circ-tg^{-1}0.1\omega-tg^{-1}0.05\omega$

由题知原系统的幅值穿越频率为$\omega_c=24.3rad/s$

$$\varphi_0(\omega_c)=-90^\circ-tg^{-1}0.1\omega_c-tg^{-1}0.05\omega_c=-208^\circ$$ （1 分）

$$\gamma_0=180^\circ+\varphi_0(\omega_c)=180^\circ-208^\circ=-28^\circ$$ （1 分）

对最小相位系统$\gamma_0 = -28^\circ < 0^\circ$不稳定

2、从开环波特图可知，校正装置一个惯性环节、一个微分环节，为滞后校正装置。

故其开环传函应有以下形式 $$G_c(s) = \frac{\frac{1}{\omega_2{}'}s+1}{\frac{1}{\omega_1{}'}s+1} = \frac{\frac{1}{0.32}s+1}{\frac{1}{0.01}s+1} = \frac{3.125s+1}{100s+1}$$ (5 分)

3、校正后的开环传递函数$G_0(s)G_c(s)$为

$$G_0(s)G_c(s) = \frac{100}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}\frac{3.125s+1}{100s+1} = \frac{100(3.125s+1)}{s(0.1s+1)(0.05s+1)(100s+1)}$$ (4 分)

用劳思判据判断系统的稳定性

系统的闭环特征方程是

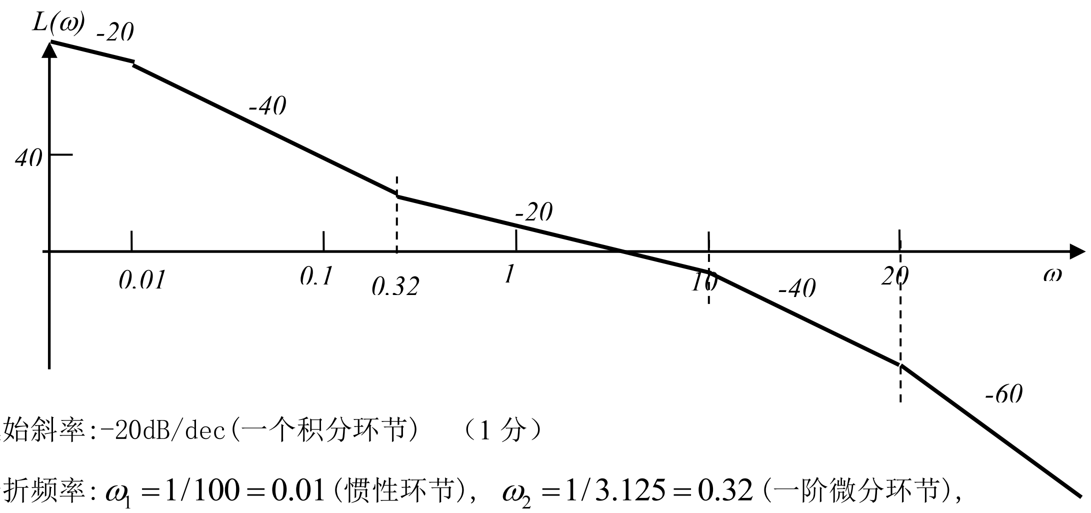
$$\begin{aligned} D(s) &= s(0.1s+1)(0.05s+1)(100s+1)+100(3.125s+1) \\ &= 0.5s^4+15.005s^3+100.15s^2+313.5s+100=0 \end{aligned}$$ （2 分）

构造劳斯表如下

s^4	0.5	100.15	100
s^3	15.005	313.5	0
s^2	89.7	100	0
s^1	296.8	0	
s^0	100	0	

首列均大于 0，故校正后的系统稳定。 （4 分）

画出校正后系统的开环对数幅频特性$L_{GC}(\omega)$



起始斜率:-20dB/dec(一个积分环节) （1 分）

转折频率:$\omega_1 = 1/100 = 0.01$(惯性环节)，$\omega_2 = 1/3.125 = 0.32$(一阶微分环节)，

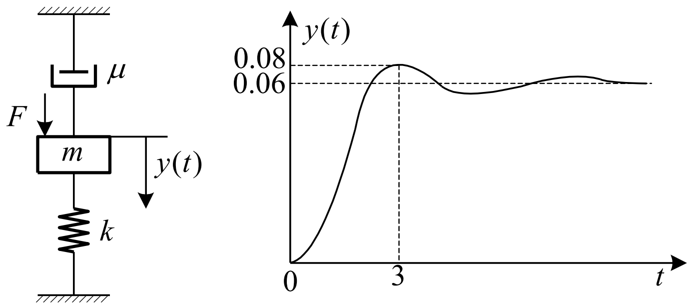
$\omega_3 = 1/0.1 = 10$(惯性环节)，$\omega_4 = 1/0.05 = 20$(惯性环节) （4 分）

自动控制原理模拟试题 3

一、简答题：**（合计 20 分，共 4 个小题，每题 5 分）**

1. 如果一个控制系统的阻尼比比较小，请从时域指标和频域指标两方面说明该系统会有什么样的表现？并解释原因。
2. 大多数情况下，为保证系统的稳定性，通常要求开环对数幅频特性曲线在穿越频率处的斜率为多少？为什么？
3. 简要画出二阶系统特征根的位置与响应曲线之间的关系。
4. 用根轨迹分别说明，对于典型的二阶系统增加一个开环零点和增加一个开环极点对系统根轨迹走向的影响。

二、已知质量-弹簧-阻尼器系统如图(a)所示，其中质量为 m 公斤，弹簧系数为 k 牛顿/米，阻尼器系数为 μ 牛顿秒/米，当物体受 F = 10 牛顿的恒力作用时，其位移 $y(t)$ 的的变化如图(b)所示。求 m 、k 和 μ 的值。**（合计 20 分）**

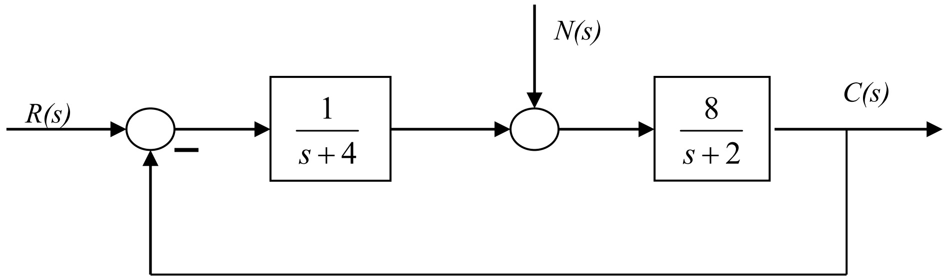


图(a)　　　　　　图(b)

三、已知一控制系统的结构图如下，**（合计 20 分，共 2 个小题，每题 10 分）**

1） 确定该系统在输入信号 $r(t)=1(t)$ 下的时域性能指标：超调量 $\sigma\%$，调节时间 t_s 和峰值时间 t_p；

2） 当 $r(t)=2\cdot 1(t), n(t)=4\sin 3t$ 时，求系统的稳态误差。

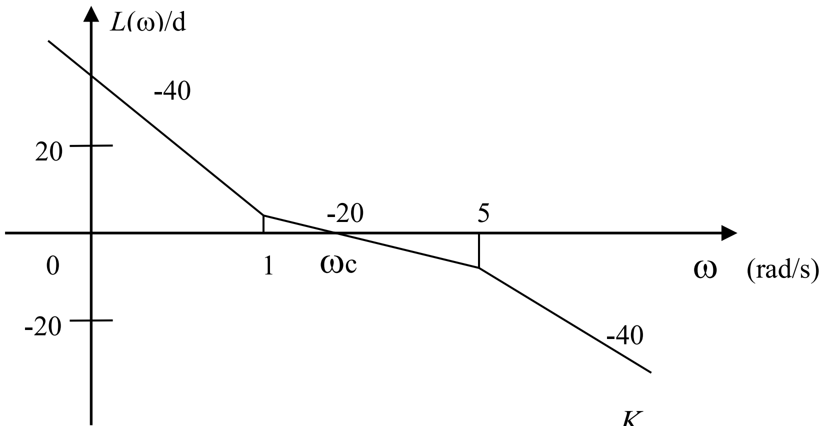


四、已知最小相位系统的开环对数幅频特性渐近线如图所示，ω_c 位于两个交接频率的几何中心。

1） 计算系统对阶跃信号、斜坡信号和加速度信号的稳态精度。

2） 计算超调量 $\sigma\%$ 和调节时间 t_s。**（合计 20 分，共 2 个小题，每题 10 分）**

［$\sigma\% = 0.16 + 0.4(\dfrac{1}{\sin\gamma} - 1)$，$t_s = \dfrac{\pi}{\omega_c}\left[2 + 1.5\left(\dfrac{1}{\sin\gamma} - 1\right) + 2.5\left(\dfrac{1}{\sin\gamma} - 1\right)^2\right]$］

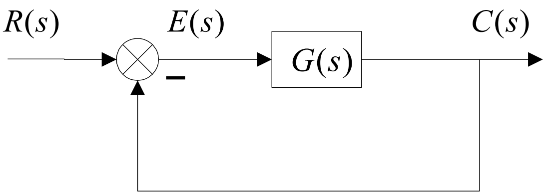


五、某火炮指挥系统结构如下图所示，$G(s) = \dfrac{K}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$ 系统最大输出速度为 2 r/min，输出位置的容许误差小于 2°，求：

1） 确定满足上述指标的最小 K 值，计算该 K 值下的相位裕量和幅值裕量；

2） 前向通路中串联超前校正网络 $G_c(s) = \dfrac{0.4s+1}{0.08s+1}$，试计算相位裕量。

（合计 20 分，共 2 个小题，每题 10 分）



自动控制原理模拟试题3答案

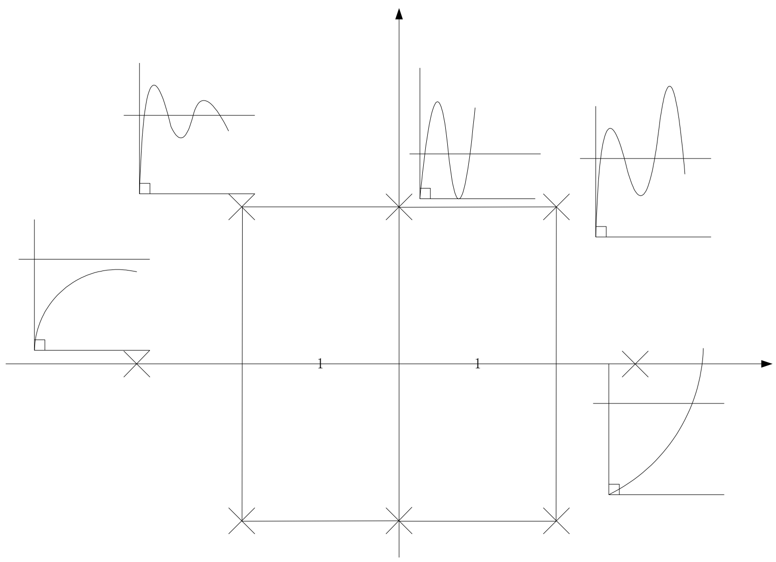
答案

一、简答题

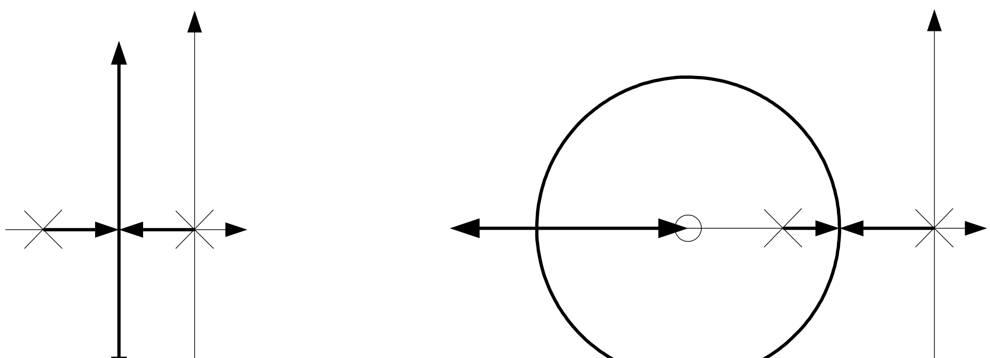
1. 如果二阶控制系统阻尼比小，会影响时域指标中的超调量和频域指标中的相位裕量。根据超调量和相位裕量的计算公式可以得出结论。

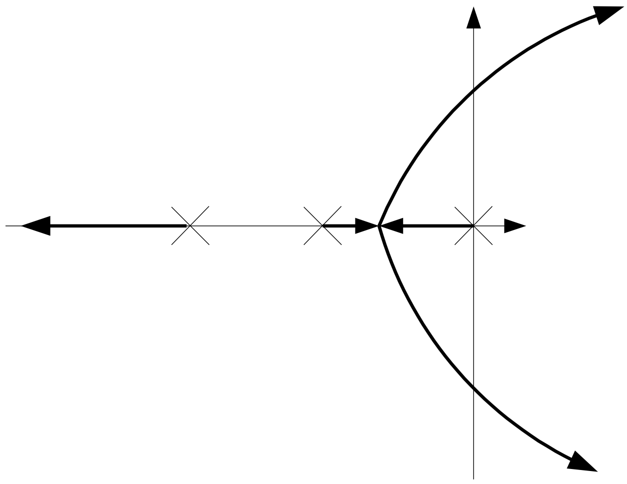
2. 斜率为$-20dB/$十倍频程。可以保证相位裕量在$30^\circ \sim 60^\circ$之间。

3.



4.





二、

系统的微分方程为 ：$m\ddot{y}(t)+\mu\dot{y}(t)+ky(t)=F(t)$

系统的传递函数为 ：$G(s)=\dfrac{Y(s)}{F(s)}=\dfrac{1}{ms^2+\mu s+k}=\dfrac{\frac{1}{m}}{s^2+\frac{\mu}{m}s+\frac{k}{m}}$

因此 $G(Y(s)=\dfrac{1}{ms^2+\mu s+k}F(s)=\dfrac{\frac{1}{m}}{s^2+\frac{\mu}{m}s+\frac{k}{m}}\times\dfrac{10}{s}$

利用拉普拉斯终值定理及图上的稳态值可得：

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0}sY(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{\frac{1}{m}}{s^2+\frac{\mu}{m}s+\frac{k}{m}}\times\frac{10}{s}=0.06$$

所以 10/ k=0.06 ，从而求得 k = 066.7 N/m

由系统得响应曲线可知，系统得超调量为$\sigma=0.02/0.06=33.3\%$，由二阶系统性能指标的

计算公式 $\sigma=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}\times 100\%=33.3\%$

解得 $\xi=0.33$

由响应曲线得，峰值时间为3s，所以由

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=3$$

解得 $\omega_n=1.109rad/s$

由系统特征方城

$$s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2=s^2+\frac{\mu}{m}s+\frac{k}{m}=0$$

可知

$$2\xi\omega_n = \frac{\mu}{m} \qquad \frac{k}{m} = \omega_n^2$$

所以

$$m = \frac{k}{\omega_n^2} = \frac{166.7}{1.109^2} = 135.5kg$$

$$\mu = 2\xi\omega_n m = 2 \times 0.33 \times 1.109 \times 135.5 = 99.2N/(m/s)$$

三、

1）系统的开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{8}{(s+4)(s+2)}=\dfrac{8}{s^2+6s+8}$

系统的闭环传递函数为$G(s)=\dfrac{8}{s^2+6s+16}$

比较　二阶系统的标准形式$G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$，可得

$$\omega_n=4$$

而$2\xi\omega_n=6$，所以$\xi=0.75$

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=1.795s$$

$$\sigma=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}\times100\%=2.8\%$$

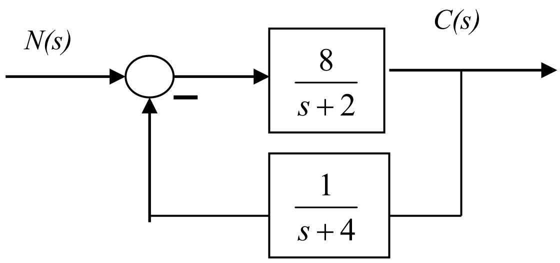
$$t_s=\frac{3}{\xi\omega_n}=1s(\Delta=5\%)$$

2）由题意知，该系统是个线性系统，满足叠加原理，故可以分别求取，$r(t)=2\cdot1(t)$和$n(t)=4\sin3t$分别作用于系统时的稳态误差ess_1和ess_2，系统的稳态误差就等于$ess=ess_1+ess_2$。

A）$r(t)=2\cdot1(t)$单独作用时，

由系统的开环传递函数知，系统的开环增益$K_k=1$，所以系统对$r(t)=2\cdot1(t)$的稳态误差ess_1为：$ess_1=2\times\dfrac{1}{1+K_k}=1$

B）$n(t)=4\sin3t$单独作用时，系统的方块图为



系统的闭环传递函数为：$W_e(s)=\dfrac{8(s+4)}{s^2+6s+16}$

频率特性为：$\left|W_e(j\omega)\right| = \left|\dfrac{8(j\omega+4)}{6\omega j+16-\omega^2}\right|$

当系统作用为$n(t)=4\sin 3t$时，$\omega=3$，所以

$$\left|W_e(3j)\right| = \left|\frac{8(j3+4)}{6\times 3j+16-3^2}\right| = \left|\frac{32+24j}{7+18j}\right| = 2.07$$

$$\angle W_e(3j) = \arctan\frac{24}{32} - \arctan\frac{18}{7} = \text{-}0.5564$$

系统的输出为：
$$\begin{aligned} ess_2 &= 4\times\left|W_e(3j)\right|\sin(3t+\angle W_e(3j)) \\ &= 8.56\sin(3t-0.5564) \end{aligned}$$

所以系统的误差为：$ess = 1+8.56\sin(3t-0.5564)$

四、

解：1）开环传递函数$G(s)H(s) = \dfrac{K(s+1)}{s^2(0.2s+1)}$

$$\omega_c = \sqrt{1\times 5} = 2.236$$

$$\begin{aligned} &20\lg K - 0 = -20(\lg 1 - \lg\omega_c) \\ &K = \omega_c = 2.236 \end{aligned}$$

因为是“II”型系统所以对阶跃信号、斜坡信号的稳态误差为0；

而加速度误差系数为：$K_a = 2.236$

因而对单位加速度信号稳态误差为$ess = \dfrac{1}{K_a} = \dfrac{1}{K} = \dfrac{1}{2.236} = 0.447$

2）
$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ + \varphi(\omega_c) \\ &= 180^\circ - 180^\circ + \arctan\omega_c - \arctan(0.2\omega_c) = 41.81^\circ \end{aligned}$$

所以$\sigma\% = 0.16 + 0.4(\dfrac{1}{\sin\gamma} - 1) = 36\%$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c}\left[2 + 1.5\left(\frac{1}{\sin\gamma} - 1\right) + 2.5\left(\frac{1}{\sin\gamma} - 1\right)^2\right] = 4.74s$$

五、解：

1） 系统为Ⅰ型系统，$K=\dfrac{A}{ess}=\dfrac{2\times 360^{\circ}/60}{2^{\circ}}=6(1/s)$

所以$G(s)=\dfrac{6}{s(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{5}+1)}$

可以求得

$$\omega_c=3.5$$

$$\gamma=180^{\circ}+\angle G(j\omega_c)=180^{\circ}-90^{\circ}-\arctan\frac{3.5}{2}-\arctan\frac{3.5}{5}=-4.9^{\circ}$$

令 $\mathrm{Im}\left[G(j\omega)\right]=0$，得

$$\omega_g=\sqrt{10}$$

$$h=\frac{1}{\left|G(j\omega_g)\right|}=0.86$$

2）

加入串联校正后，开环传递函数为

$$G(s)=\frac{6}{s(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{5}+1)}\frac{\frac{2}{2.5}+1}{\frac{s}{12.5}+1}$$

求得 $\omega_c=4.8$

$$\gamma=180^{\circ}+\angle G(j\omega_c)=180^{\circ}+\arctan\frac{4.8}{2.5}-90^{\circ}-\arctan\frac{4.8}{2}-\arctan\frac{4.8}{5}-\arctan\frac{4.8}{12.5}=20.2^{\circ}$$