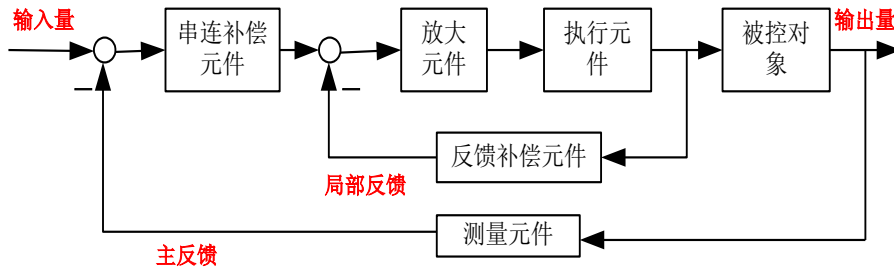


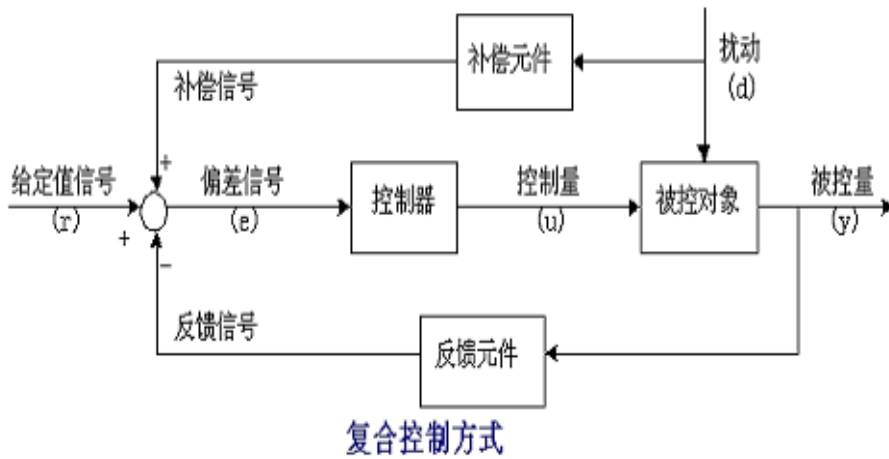
总复习

第一章的概念

1、典型的反馈控制系统基本组成框图：



2、自动控制系统基本控制方式：(1)、反馈控制方式；(2)、开环控制方式；(3)、复合控制方式。

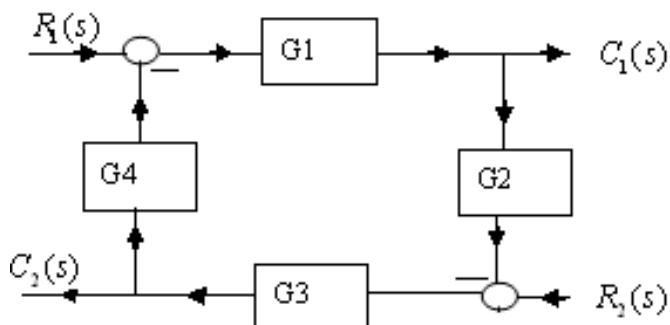


3、基本要求的提法：可以归结为稳定性（长期稳定性）、准确性（精度）和快速性（相对稳定性）。

第二章要求：

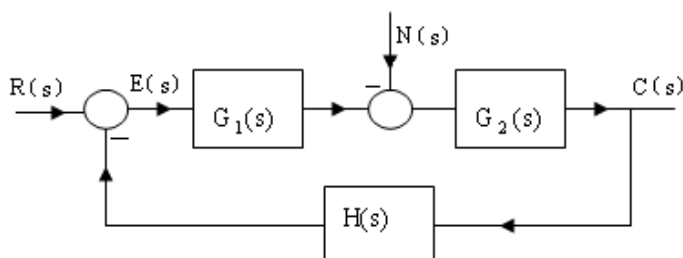
- 1、掌握运用拉氏变换解微分方程的方法；
- 2、牢固掌握传递函数的概念、定义和性质；
- 3、明确传递函数与微分方程之间的关系；
- 4、能熟练地进行结构图等效变换；
- 5、明确结构图与信号流图之间的关系；
- 6、熟练运用梅逊公式求系统的传递函数；

例 1 某一个控制系统动态结构图如下，试分别求系统的传递函数： $\frac{C_1(s)}{R_1(s)}$, $\frac{C_2(s)}{R_1(s)}$, $\frac{C_2(s)}{R_2(s)}$, $\frac{C_1(s)}{R_2(s)}$ 。



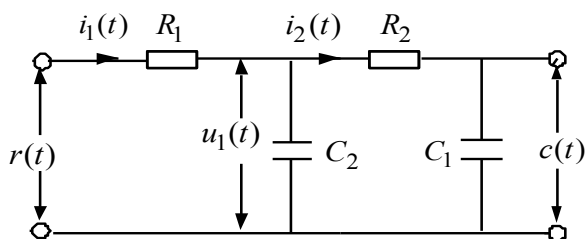
$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)} = \frac{G_1(s)}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}, \quad \frac{C_2(s)}{R_1(s)} = \frac{-G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}$$

例 2 某一个控制系统动态结构图如下，试分别求系统的传递函数： $\frac{C(s)}{R(s)}$, $\frac{C(s)}{N(s)}$, $\frac{E(s)}{R(s)}$, $\frac{E(s)}{N(s)}$ 。



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{-G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

例 3:

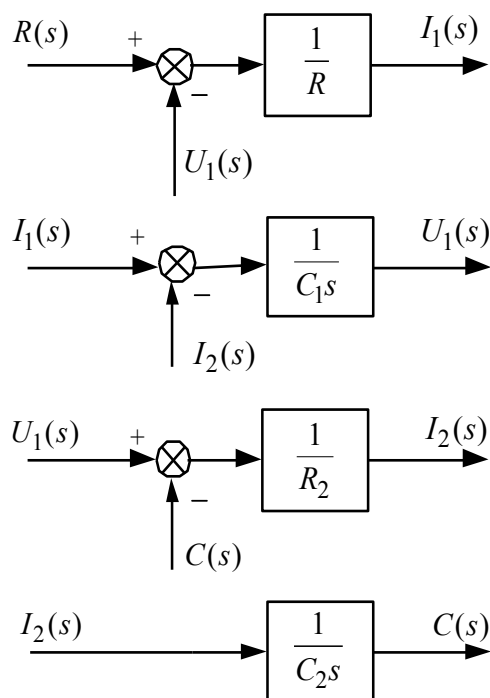


$$\frac{r(t) - u_1(t)}{R_1} = i_1(t)$$

$$u_1(t) = \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt$$

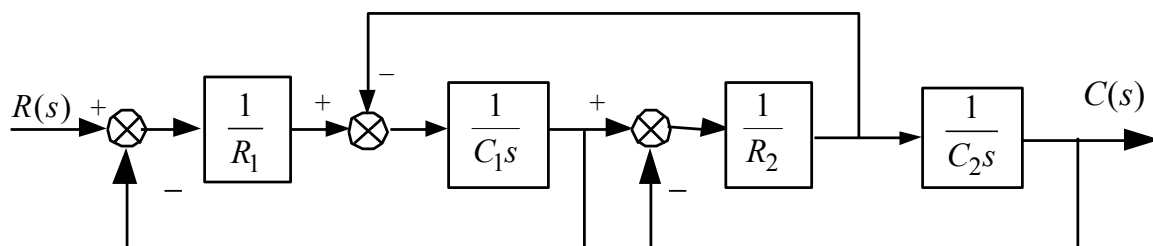
$$\frac{u_1(t) - c(t)}{R_2} = i_2(t)$$

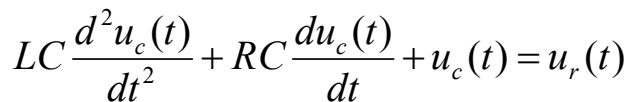
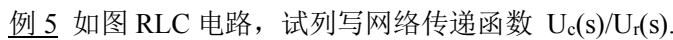
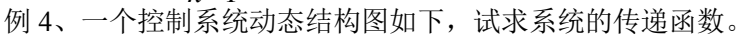
$$c(t) = \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt$$



(b)

将上图汇总得到:




$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

例 7 一个控制系统的单位脉冲响应为 $C(t) = 4e^{-2t} - e^{-t}$ ，试求系统的传递函数、微分方程、单位阶跃响应。

解：传递函数： $G(s) = \frac{3s+2}{(s+2)(s+1)}$ ，微分方程： $\frac{d^2c(t)}{dt^2} + 3\frac{dc(t)}{dt} + 2c(t) = 3\frac{dr(t)}{dt} + 2r(t)$

单位阶跃响应为： $C(t) = 1 - 2e^{-2t} + e^{-t}$

第三章 本章要求：

1、稳定性判断

1) 正确理解系统稳定性概念及稳定的充要条件。 **闭环系统特征方程的所有根均具有负实部；或者说，闭环传递函数的极点均分布在平面的左半部。**

2) 熟练运用代数稳定判据判定系统稳定性，并进行分析计算。

2、稳态误差计算

1) 正确理解系统稳态误差的概念及终值定理应用的限制条件。

2) 牢固掌握计算稳态误差的一般方法。

3) 牢固掌握静态误差系数法及其应用的限制条件。

3、动态性能指标计算

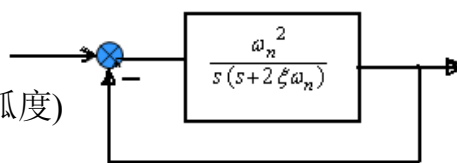
1) 掌握一阶、二阶系统的数学模型和典型响应的特点。

2) 牢固掌握一阶、二阶系统特征参数及欠阻尼系统动态性能计算。

3) 掌握典型欠阻尼二阶系统特征参数、极点位置与动态性能的关系。

例1.二阶系统如图所示,其中 $\xi = 0.5, \omega_n = 4$ (弧度/秒)当输入信号为单位阶跃信号时,试求系统的动态性能指标

解：



$$\beta = \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} = \arctg \frac{\sqrt{1-0.5^2}}{0.5} = 60^\circ = 1.05(\text{弧度})$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = 4\sqrt{1-0.5^2} = 3.46$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi - 1.05}{3.46} = 0.60(\text{秒})$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{3.46} = 0.91(\text{秒})$$

$$\sigma_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\% = e^{-\frac{0.5\pi}{\sqrt{1-0.5^2}}} \times 100\% = 16.3\%$$

$$t_s = \frac{3.5}{\xi\omega_n} = \frac{3.5}{0.5 \times 4} = 1.57(\text{秒}) \quad \Delta = 0.05$$

$$t_s = \frac{4.5}{\xi\omega_n} = \frac{4.5}{0.5 \times 4} = 2.14(\text{秒}) \quad \Delta = 0.02$$

例2 已知某控制系统方框图如图所示,要求该系统的单位

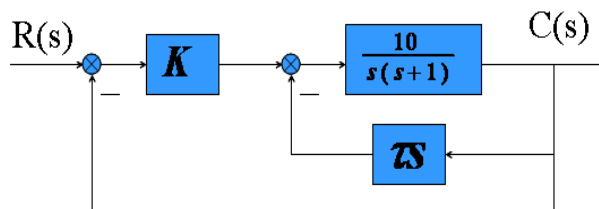
阶跃响应 $c(t)$ 具有超

调量 $\sigma_p = 16.3\%$ 和

峰值时间 $t_p = 1$ 秒,

试确定前置放大器的增益

K 及内反馈系数 τ 之值.



(2) 求闭环传递函数,并化成标准形式

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10K}{s^2 + (1+10\tau)s + 10K}$$

(3) 与标准形式比较

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$2\xi\omega_n = 1+10\tau \quad \omega_n^2 = 10K$$

$$\text{解得 } K = 1.32 \quad \tau = 0.263$$

解：(1) 由已知 σ_p 和 t_p 计算出二阶系统

参数 ξ 及 ω_n

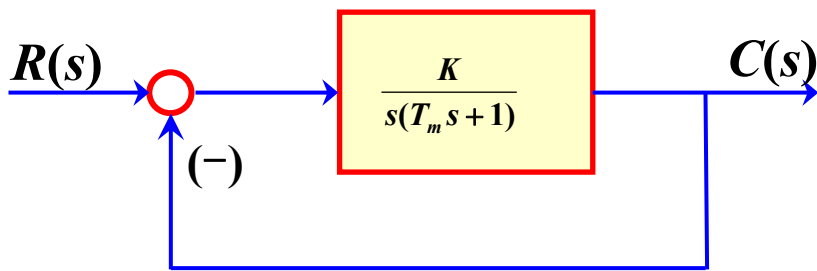
$$\text{由 } \sigma_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \times 100\% = 16.3\%$$

$$\text{得 } \xi = 0.5$$

$$\text{又 } t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\text{得 } \omega_n = 3.63 \text{ rad/s}$$

例3 已知图中 $T_m=0.2$, $K=5$, 求系统单位阶跃响应指标。



解3: 系统闭环传递函数为 $\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K}{s(T_m s + 1) + K}$

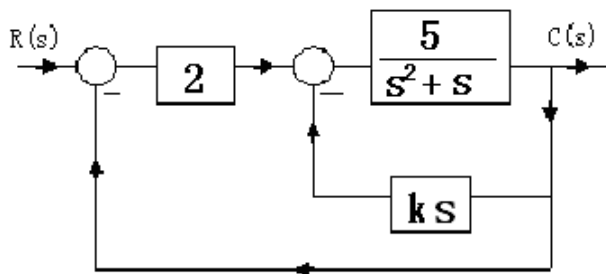
化为标准形式 $\Phi(s) = \frac{K/T_m}{s^2 + s/T_m + K/T_m} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

即有 $2\zeta\omega_n = 1/T_m = 5$, $\omega_n^2 = K/T_m = 25$
解得 $\omega_n = 5$, $\zeta = 0.5$

$$\sigma\% = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\% = 16.3\% \quad t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n} = 1.4 \text{秒}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.73 \text{秒} \quad t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = 0.486 \text{秒}$$

例4 某控制系统动态结构图如下, 要求系统阻尼比 $\xi = 0.6$, 确定 K 值; 并计算单位阶跃函数输入时闭环系统响应的 $\sigma\%$ 、 t_s (5%)。



闭环传递函数:

$$\Phi(s) = \frac{10}{s^2 + (1 + 5K)s + 10}, \text{ 由 } \omega_n = \sqrt{10}, 2\zeta\omega_n = 1 + 5K \text{ 得 } K=0.56;$$

$$\sigma\% = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\% = 9.5\% \quad t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n} = 2.4 \text{秒}$$

例5: 设控制系统的开环传递函数系统为 $G(s) = \frac{4s+5}{s^2(s^2+2s+3)}$, 试用劳斯判据判别系统的稳定性, 并确定

在复平面的右半平面上特征根的数目。

解: 特征方程: $s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 5 = 0$

劳斯表

$$\begin{array}{rcl}
 s^4 & 1 & 3 \quad 5 \\
 s^3 & 2 & 4 \quad 0 \\
 s^2 & 1 & 5 \\
 s^1 & -6 & \\
 s^0 & 5 &
 \end{array}$$

控制系统不稳定，右半平面有两个特征根。

例 6：一个单位负反馈控制系统的开环传递函数为： $G(S) = \frac{K}{S(0.1S+1)(0.25S+1)}$ ，要求系统闭环

稳定。试确定 K 的范围(用劳斯判据)。

解：特征方程： $0.025s^3 + 0.35s^2 + s + K = 0$

劳斯表

$$\begin{array}{rcl}
 s^3 & 0.025 & 1 \\
 s^2 & & K \\
 s^1 & \frac{0.35 - 0.025K}{0.35} & \\
 s^0 & K &
 \end{array}$$

系统稳定的 K 值范围 (0, 14)

例 6：系统的特征方程： $s^4 + 7s^3 + 17s^2 + 17s + 6 = 0$

解：列出劳斯表：

$$\begin{array}{rcl}
 s^4 & 1 & 17 \quad 6 \\
 s^3 & 7 & 17 \quad 0 \\
 s^2 & 14.57 & 6 \\
 s^1 & 14.12 & \\
 s^0 & 6 &
 \end{array}$$

因为劳斯表中第一列元素无符号变化，说明该系统特征方程没有正实部根，所以：系统稳定。

型别	静态误差系数			阶跃输入 $r(t) = R \cdot 1(t)$	斜坡输入 $r(t) = Rt$	加速度输入 $r(t) = Rt^2/2$
V	K_p	K_v	K_a	$e_{ss} = R/(1 + K_p)$	$e_{ss} = R/K_v$	$e_{ss} = R/K_a$
0	K	0	0	$R/(1 + K)$	∞	∞
I	∞	K	0	0	R/K	∞
II	∞	∞	K	0	0	R/K
III	∞	∞	∞	0	0	0

第四章 根轨迹

1、根轨迹方程

$$\frac{K^* \prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} = -1 = e^{j(2k+1)\pi} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

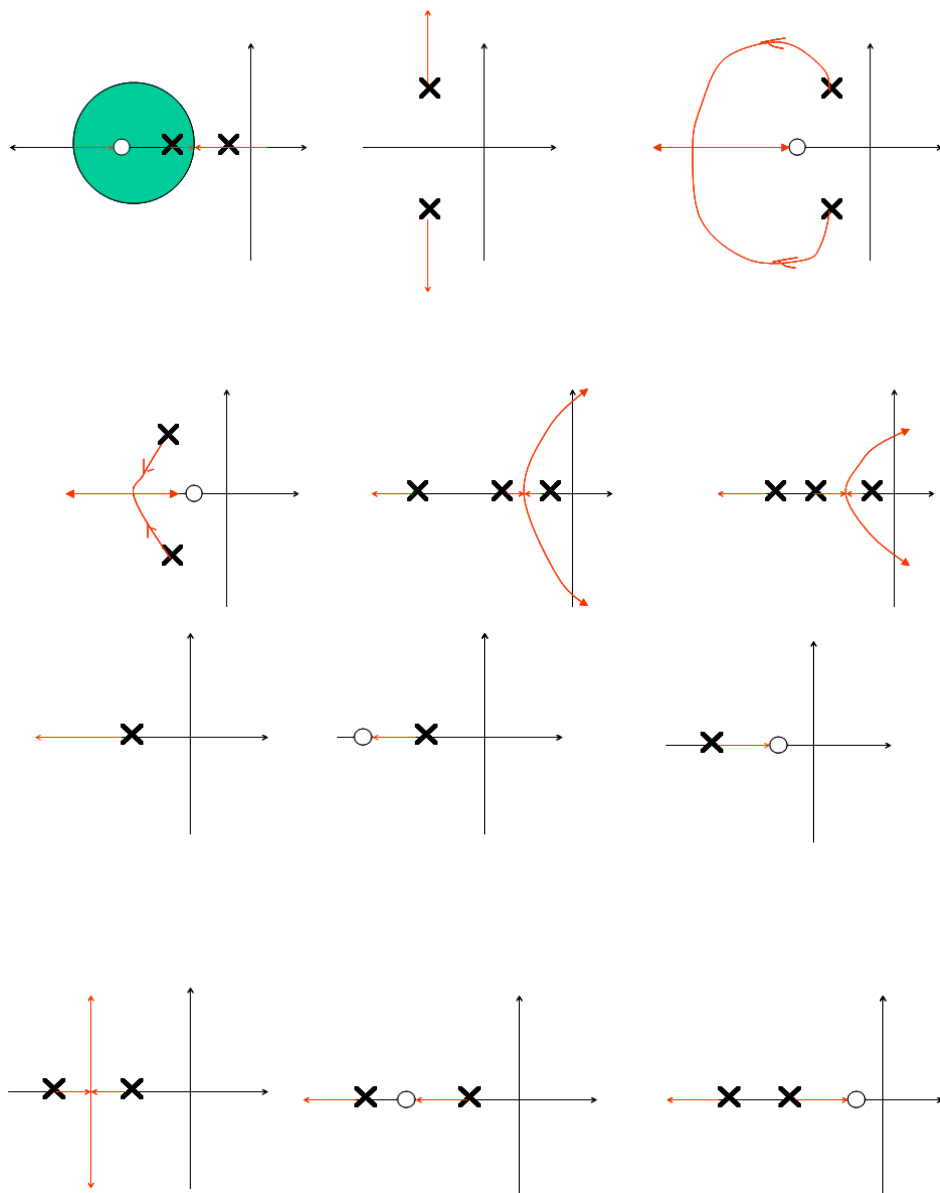
$$\frac{K^* \prod_{j=1}^m |s - z_j|}{\prod_{i=1}^n |s - p_i|} = 1, \quad \sum_{j=1}^m \angle(s - z_j) - \sum_{i=1}^n \angle(s - p_i) = (2k+1)\pi$$

2、根轨迹绘制的基本法则

3、广义根轨迹

(1) 参数根轨迹

(2) 零度根轨迹



例 1: 某单位反馈系统,

$$G(s) = \frac{K^*}{s(s+1)(s+2)}$$

(1) 3 条根轨迹的起点为 $p_1 = 0, p_2 = -1, p_3 = -2$;

(2) 实轴根轨迹 $(0, -1); (-2, -\infty)$

(3) 渐近线: 3 条。
渐近线的夹角: $\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n-m} = \frac{0+(-1)+(-2)}{3-0} = -1$

渐近线与实轴的交点: $\varphi_a = \frac{(2k+1)\pi}{n-m} = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \pi$

(4) 分离点: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d+1} + \frac{1}{d+2} = 0$
得: ,

(5) 与虚轴的交点 $d_1 = -0.42, d_2 = -1.58$ (舍去)

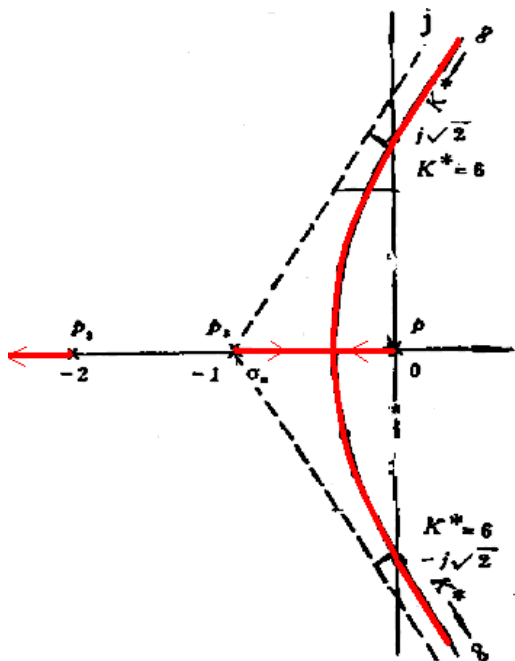
系统的特征方程: $1 + G(s)H(s) = 0$ 即 $(s^3 + 3s^2 + 2s + K^*) \Big|_{s=j\omega} = 0$

$$\rightarrow -j\omega^3 - 3\omega^2 + 2j\omega + K^* = 0$$

实部方程: $-3\omega^2 + K^* = 0$ 虚部方程: $-\omega^3 + 2\omega = 0$

解得: $\begin{cases} \omega = \pm\sqrt{2} \\ K^* = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega = 0 \\ K^* = 0 \end{cases}$ (舍去)

临界稳定时的 $K=6$



例 2 已知负反馈系统闭环特征方程 $D(s) = s^3 + s^2 + 0.25s + 0.25K = 0$, 试绘制以 K 为可变参数的根轨迹图;

由根轨迹图确定系统临界稳定时的 K 值;

解 特征方程 $D(s) = s^3 + s^2 + 0.25s + 0.25K = 0$ 得根轨迹方程为 $\frac{0.25K}{s(s+0.5)^2} = -1$;

(1) 根轨迹的起点为 $p_1 = 0, p_2 = p_3 = -0.5$; 终点为 ∞ (无开环有限零点);

(2) 根轨迹共有 3 支，连续且对称于实轴；

(3) 根轨迹的渐近线有 $n-m=3$ 条，

$$\varphi_a = \frac{(2k+1)\pi}{n-m} = \pm 60^\circ, 180^\circ; \quad \sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n-m} = -\frac{1}{3} \approx -0.33;$$

(4) 实轴上的根轨迹为 $[0, -0.5] \cup (-\infty, 0.5]$;

(5) 分离点，其中分离角为 $\pm \pi/2$ ，分离点满足下列方程 $\sum_{i=1}^n \frac{1}{d-p_i} = \frac{1}{d} + \frac{2}{d+0.5} = 0$;

解方程得 $d = -\frac{1}{6} \approx -0.17$;

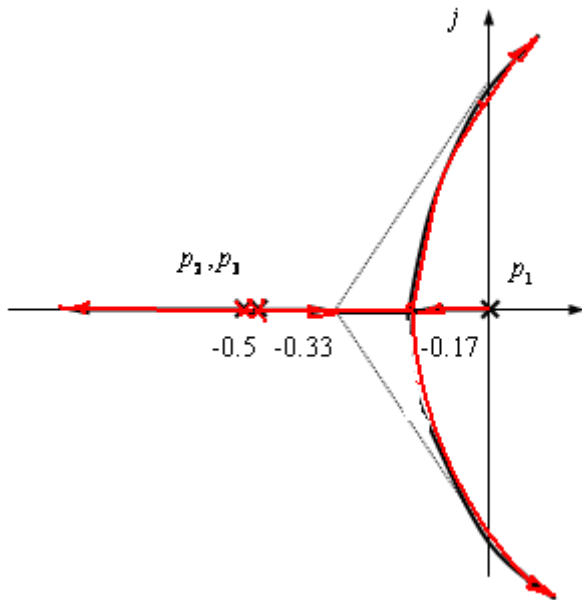
(7) 根轨迹与虚轴的交点：将 $s = j\omega$ 代入特征方程，可得实部方程为

$$-\omega^2 + 0.25K = 0;$$

虚部方程为 $-\omega^3 + 0.25\omega = 0$;

$\therefore \omega_{1,2} = \pm 0.5, \quad K = 1$ 由根轨迹图可得系统临界稳定时 $K = 1$;

由上述分析可得系统概略根轨迹如右图所示：



例 3 已知负反馈系统闭环特征方程 $D(s) = s^3 + 10s^2 + 24s + K = 0$ ，试绘制以 K 为可变参数的根轨迹图；由根轨迹图确定系统临界稳定时的 K 值。

解 特征方程 $D(s) = s^3 + 10s^2 + 24s + K = 0$ 得根轨迹方程为 $\frac{K}{s(s+4)(s+6)} = -1$;

(1) 3 条根轨迹的起点为 $p_1 = 0, p_2 = -4, p_3 = -6$;

(2) 渐近线: 3 条。
渐近线的夹角: $\varphi_a = \frac{\pm 180^\circ (2k+1)}{3-1} = \pm 60^\circ, 180^\circ$

渐近线与实轴的交点: $\sigma_a = -\frac{(0+4+6)-0}{3} = -3.33$

(3) 分离点: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d+4} + \frac{1}{d+6} = 0$

即 $3d^2 + 20d + 24 = 0$ 得 $d_1 = -1.57$ (舍去) $d_2 = -5.1$

(4) 与虚轴的交点

系统的特征方程: $s(s+4)(s+6)+K^*=0$

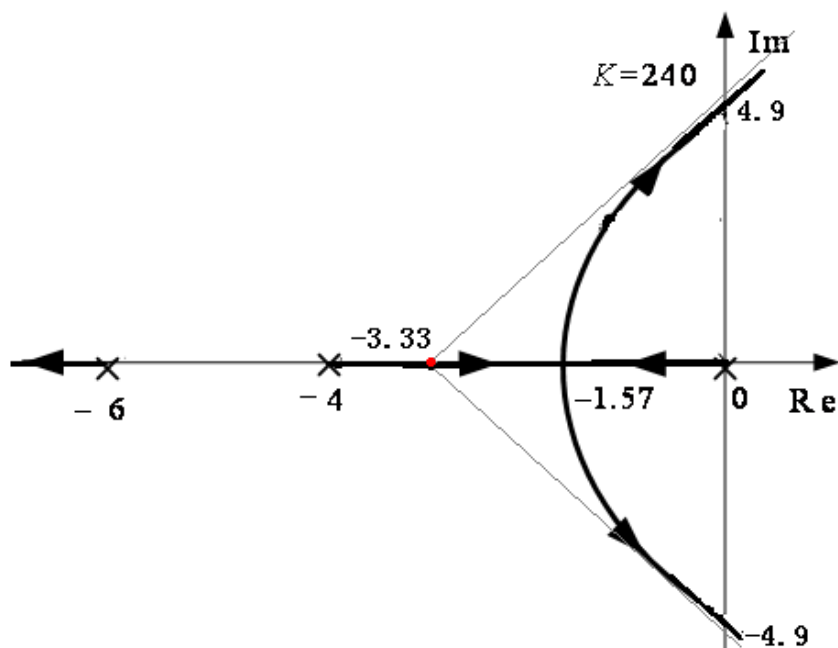
令 $s = j\omega$ 代入, 求得

实部方程: $10\omega^2 - K^* = 0$

虚部方程: $\omega^3 - 24\omega = 0$

解得: $\begin{cases} \omega = \pm 4.9 \\ K^* = 240 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega = 0 \text{ (舍去)} \\ K^* = 0 \end{cases}$

临界稳定时的 $K=240$

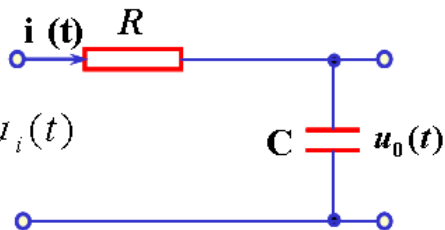


第五章 本章要求:

1、正确理解频率特性基本概念;

设 $u_i(t) = A \sin \omega t$, 则 $U_i(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

$$U_o(s) = \frac{1}{Ts + 1} \cdot \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} u_i(t)$$



$$u_o(t) = \frac{A\omega T}{1 + \omega^2 T^2} e^{-t/T} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \arctg \omega T)$$

稳态分量:

$$u_{os} = \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \arctg \omega T) = A \cdot A(\omega) \sin[\omega t + \varphi(\omega)]$$

其中： $A(\omega) = 1 / \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$, $\varphi(\omega) = -\arctg \omega T$

$$c_s(t) = A|G(j\omega)| \sin[\omega t + \varphi + \angle G(j\omega)]$$

$$A(\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\varphi(\omega) = \angle G(j\omega)$$

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

2、掌握开环频率特性曲线的绘制；

(1) 开环幅相曲线的绘制方法

1) 确定开环幅相曲线的起点 $\omega = 0_+$ 和终点 $\omega \rightarrow \infty$ ；

2) 确定开环幅相曲线与实轴的交点 $(\omega_x, 0)$

$$\text{Im}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)] = 0$$

$$\text{或 } \varphi(\omega_x) = \angle G(j\omega_x)H(j\omega_x) = k\pi; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

ω_x 为穿越频率，开环幅相曲线曲线与实轴交点为

$$\text{Re}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)] = G(j\omega_x)H(j\omega_x)$$

3) 开环幅相曲线的变化范围（象限和单调性）。

(2) 开环对数频率特性曲线

1) 开环传递函数典型环节分解；

2) 确定一阶环节、二阶环节的交接频率，将各交接频率标注在半对数坐标图的 ω 轴上；

3) 绘制低频段渐近特性线：低频特性的斜率取决于 K/ω^ν ，还需确定该直线上的一点，可以采用以下三种方法：

方法一：在 $\omega < \omega_{min}$ 范围内，任选一点 ω_0 ，计算： $L_a(\omega_0) = 20 \lg K - 20\nu \lg \omega_0$

方法二：取频率为特定值 $\omega_0 = 1$ ，则 $L_a(1) = 20 \lg K$

方法三：取 $L_a(\omega_0)$ 为特殊值 0，则有 $K/\omega_0^\nu = 1$ 即 $\omega_0 = K^{\frac{1}{\nu}}$

4) 每两个相邻交接频率之间为直线，在每个交接频率点处，斜率发生变化，变化规律取决于该交接频率对应的典型环节的种类，如下表所示。

3、熟练运用频率域稳定判据；

奈氏判据： 反馈控制系统稳定的充分必要条件是闭合曲线 Γ_{GH} 包围临界点 $(-1, j0)$ 点的圈数 R 等于开环传递函数的正实部极点数 P 。

$$Z = P - R = P - 2N$$

4、掌握稳定裕度的概念；

相角裕度：系统开环频率特性上幅值为 1 时所对应的角频率称为幅值穿越频率或截止频率，记为 ω_c ，即

$$A(\omega_c) = |G(j\omega_c)H(j\omega_c)| = 1$$

定义相位裕度为 $\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c)H(j\omega_c)$

例1. $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 试绘制其Nyquist图。

解：

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+jT\omega)}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\omega\sqrt{1+T^2\omega^2}}$$

$$\angle G(j\omega) = -90^\circ - \arctg T\omega$$

$$\omega = 0 \quad |G(j\omega)| = \infty \quad \angle G(j\omega) = -90^\circ$$

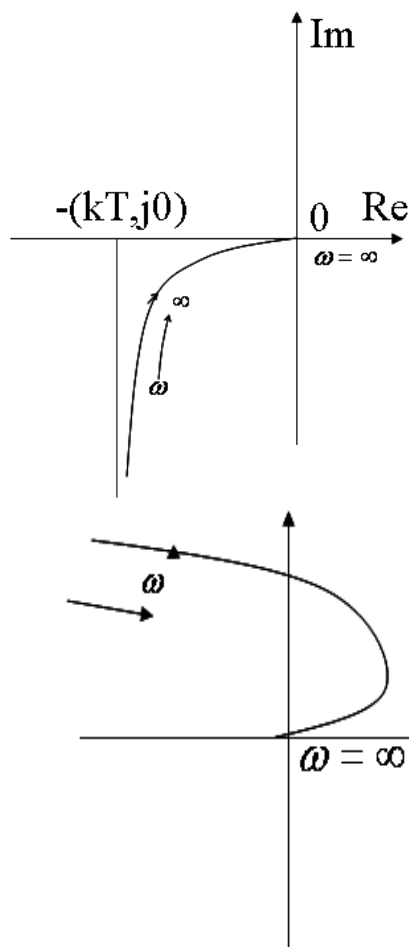
$$\omega = \infty \quad |G(j\omega)| = 0 \quad \angle G(j\omega) = -180^\circ$$

$$G(j\omega) = \frac{-KT}{1+T^2\omega^2} - j \frac{K}{\omega(1+T^2\omega^2)}$$

$$U(\omega) = \operatorname{Re}[G(j\omega)] = -\frac{KT}{1+T^2\omega^2}$$

$$V(\omega) = \operatorname{Im}[G(j\omega)] = \frac{-K}{\omega(1+T^2\omega^2)}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} U(\omega) = -kT \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} V(\omega) = 0$$



例2. $G(S) = \frac{K}{S^2(1+T_1S)(1+T_2S)}$

解: $G(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^2(1+jT_1\omega)(1+jT_2\omega)}$

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\omega^2 \sqrt{1+T_1^2\omega^2} \sqrt{1+T_2^2\omega^2}}$$

$$\angle G(j\omega) = -180^\circ - \arctg T_1\omega - \arctg T_2\omega$$

$$\omega = 0 \quad |G(j\omega)| = \infty \quad \angle G(j\omega) = -180^\circ$$

$$\omega = \infty \quad |G(j\omega)| = 0 \quad \angle G(j\omega) = -360^\circ$$

$$G(j\omega) = \operatorname{Re}[G(j\omega)] + j\operatorname{Im}[G(j\omega)]$$

$$\text{令 } \operatorname{Re}[G(j\omega)] = 0 \quad \text{得 } \omega = \frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}$$

$$\text{这时 } \operatorname{Im}[G(j\omega)] = \frac{K(T_1T_2)^{3/2}}{T_1 + T_2}$$

由此得出Nyquist图与虚轴的交点

例3. $G(S) = \frac{K(T_1S+1)}{S(T_2S+1)} \quad (T_2 > T_1)$

解: $|G(j\omega)| = \frac{K\sqrt{1+T_1^2\omega^2}}{\omega\sqrt{1+T_2^2\omega^2}}$

$$\angle G(j\omega) = -90^\circ + \arctg T_1\omega - \arctg T_2\omega$$

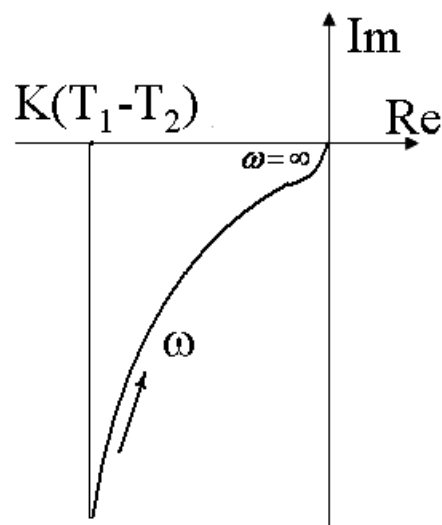
$$\omega = 0 \quad |G(j\omega)| = \infty \quad \angle G(j\omega) = -90^\circ$$

$$\omega = \infty \quad |G(j\omega)| = 0 \quad \angle G(j\omega) = -90^\circ$$

$$G(j\omega) = \frac{k(T_1 - T_2)}{1 + T^2\omega^2} - j \frac{K(1 + T_1T_2\omega^2)}{\omega(1 + T^2\omega^2)}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} U(\omega) = K(T_1 - T_2)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V(\omega) = -\infty$$



例 4 已知两个负反馈控制系统的开环传递函数分别为：(1) $G(s) = \frac{10}{(0.1s+1)(2s+1)}$ ，(2) $G(s) = \frac{2}{s(s+1)(2s+1)}$

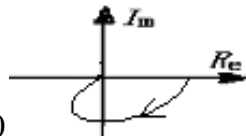
试分别作出幅相频特性；并用奈奎斯特判据判断各系统的稳定性。

$$(1) G(j\omega) = \frac{10}{\sqrt{0.01\omega^2+1}\sqrt{4\omega^2+1}} \angle -\arctg 0.1\omega - \arctg 2\omega$$

起点：

终点：

(1) 系统稳定



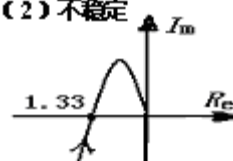
穿过负实轴： $\omega_x = 0$ $A(\omega_x) = 0$

$$(2) G(j\omega) = \frac{2}{j(\omega-2\omega^3)-3\omega^2} = \frac{2}{\omega\sqrt{\omega^2+1}\sqrt{4\omega^2+1}} \angle -90^\circ - \arctg \omega - \arctg 2\omega$$

起点：

终点：

(2) 不稳定



穿过负实轴： $\omega_x - 2\omega_x^3 = 0$, $\omega_x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $A(\omega_x) = 1.33$

例 5 已知单位负反馈控制系统的开环传递函数分别为：(1) $G(s) = \frac{50}{s(5s+1)}$ (2) $G(s) = \frac{4}{s(s+1)(2s+1)}$

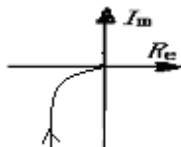
试分别作出幅相频特性；并用奈奎斯特判据判断各系统的稳定性。

$$(1) (1) G(j\omega) = \frac{50}{j\omega(j5\omega+1)} = \frac{50}{\omega\sqrt{25\omega^2+1}} \angle -90^\circ - \arctg 5\omega$$

起点：

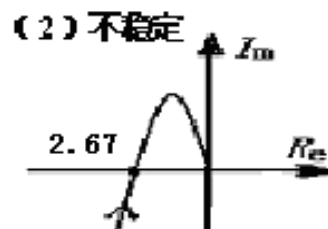
终点：

(1) 系统稳定



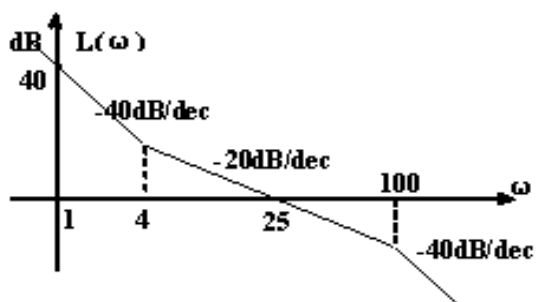
穿过负实轴： $\omega_x = 0$ $A(\omega_x) = 0$

$$(2) G(j\omega) = \frac{4}{j(\omega-2\omega^3)-3\omega^2} = \frac{4}{\omega\sqrt{\omega^2+1}\sqrt{4\omega^2+1}} \angle -90^\circ - \arctg \omega - \arctg 2\omega$$



穿过负实轴: $\omega_x - 2\omega_x^3 = 0$, $\omega_x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $A(\omega_x) = 2.67$

例 3 最小相位控制系统的开环对数幅频特性如图所示。试求开环传递函数 $G(s)$ 。

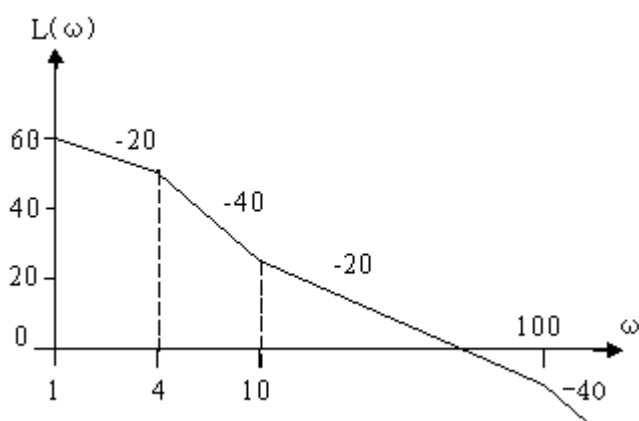


传递函数:
$$G(s) = \frac{K \left(\frac{s}{\omega_1} + 1 \right)}{s^2 \left(\frac{s}{\omega_2} + 1 \right)}$$

在低频段有 $L_a(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega^2} \Rightarrow 40 = 20 \lg K \Rightarrow K = 100$

所以系统开环传递函数为
$$G(s) = \frac{100(0.25s + 1)}{s^2(0.01s + 1)}$$

例 4 最小相位控制系统的开环对数幅频特性如图所示。试求开环传递函数 $G(s)$ ；并求单位斜坡函数输入时闭环控制系统的稳态误差。



$$G(s) = \frac{K(0.1s + 1)}{s(0.25s + 1)(0.01s + 1)}, \quad \begin{aligned} \because 20 \lg K = 60 \\ \therefore K = 1000 \end{aligned}, \quad e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

第六章 本章要求：

- 1、掌握常用校正装置的频率特性及其作用；
- 2、掌握选择校正装置的方法；
- 3、重点掌握串联校正设计方法；
- 4、了解反馈校正、复合校正的设计方法；

目前工程实践中常用的校正方式有串联校正、反馈校正和复合校正三种。

例 1：一个单位负反馈系统其开环传递函数为 $G(s) = \frac{100}{s(0.1s+1)}$ ，要求相位裕量不小于 50° ，校正后的

$\omega_c'' = 46.3$ ，试确定系统的串联超前校正装置。

解： $G(s) = \frac{100}{s(0.1s+1)}$ 作伯德图，

$$\omega_c' = 31.6, \gamma(\omega_c') = 17.5^\circ$$

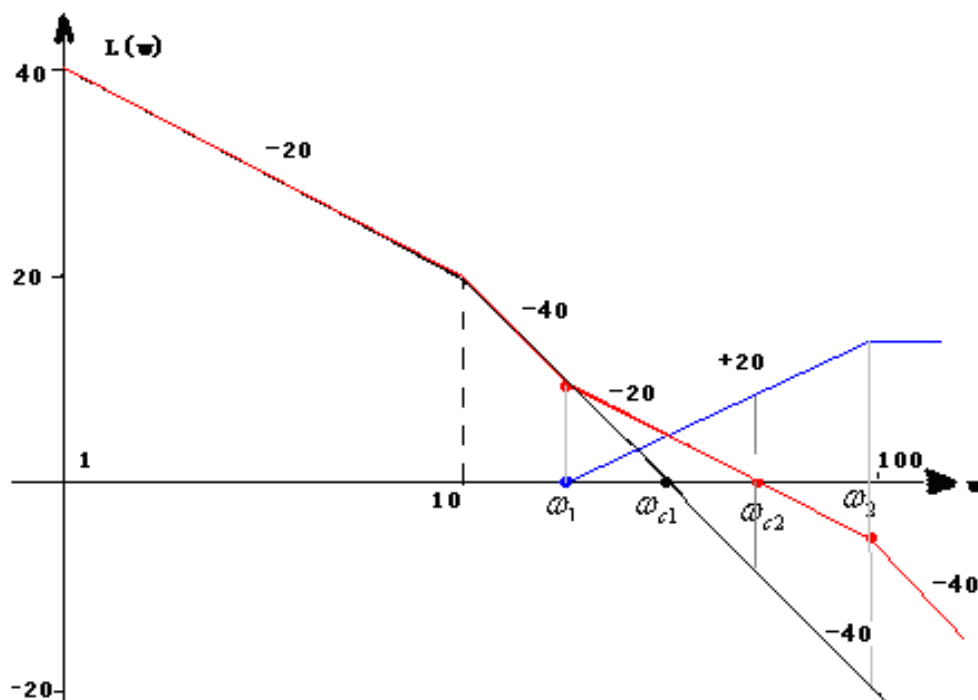
取 $\omega_c'' = 46.3 = \omega_m$ ，由 $10\lg \alpha = 40(\lg \omega_c'' - \lg \omega_c')$ ，得 $\alpha = 4.6$ ， $T = 1/\omega_m \cdot \sqrt{\alpha} = 0.01$

$$\omega_1 = \frac{1}{\alpha T} = \omega_m / \sqrt{\alpha} = 21.6,$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T} = \omega_m \sqrt{\alpha} = 99.2$$

校正装置传递函数： $G_c(s) = \frac{1 + \frac{1}{21.6}s}{1 + \frac{1}{99.2}s}$ ，

校正后开环传递函数： $G(s)G_c(s) = \frac{100}{s(0.1s+1)} \cdot \frac{1 + \frac{1}{21.6}s}{1 + \frac{1}{99.2}s}$ ，校验： $\gamma(\omega_c'') = 52^\circ > 50^\circ$ 满



例 2: 一个单位负反馈系统其开环传递函数为 $C(S)=\frac{20}{S(0.5S+1)}$, 要求相位裕量不小于 50° , 校正后的 $\omega_{c2}' = 10$,

试确定系统的串联超前校正装置。

解 $G(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)}$ 作伯德图

$$\omega_c' = 6.32, \gamma(\omega_c') = 17.5^\circ$$

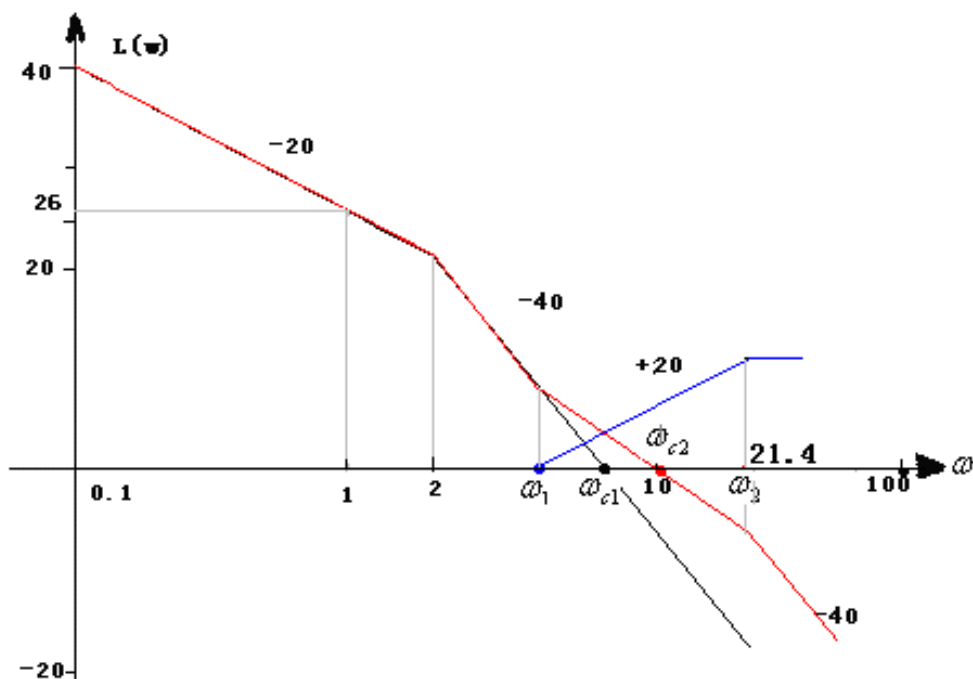
取 $\omega_c'' = 10 = \omega_m$, 由 $10 \lg \alpha = 40(\lg \omega_c'' - \lg \omega_c')$, 得 $\alpha = 4.6$, $T = 1/\omega_m \cdot \sqrt{\alpha} = 0.0466$

$$\omega_1 = \frac{1}{\alpha T} = \omega_m / \sqrt{\alpha} = 4.66$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T} = \omega_m \sqrt{\alpha} = 21.4$$

校正装置传递函数: $G_c(s) = \frac{1 + \frac{1}{4.66}s}{1 + \frac{1}{21.4}s}$,

校正后开环传递函数: $G(s)G_c(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)} \cdot \frac{1 + \frac{1}{4.66}s}{1 + \frac{1}{21.4}s}$, 校验: $\gamma(\omega_c'') = 51.3^\circ > 50^\circ$ 满足



第八章本章要求：1、了解非线性系统的特点

2、掌握研究非线性系统描述函数法

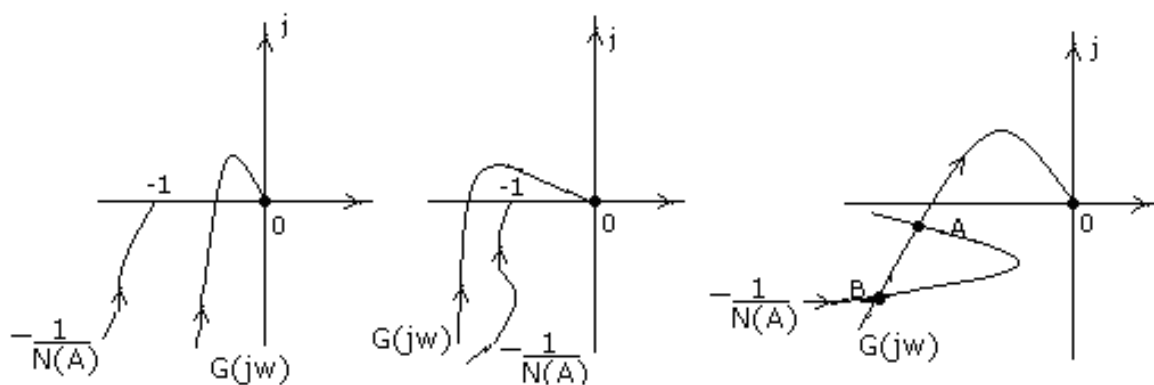
3 描述函数法

描述函数法是基于频域分析法和非线性特性谐波线性化的一种图解分析方法。

例 1 非线性控制系统，结构图;非线性特性部分用描述函数代替，如果 $N(A)$ 和 $G(j\omega)$ 曲线分别为：(a)、(b)、(c)，试判断其稳定性 [曲线 (c) A、B 两点哪个是自振点]。



结构图



自动控制原理复习指导

2009-2010 第一学期

第一章：知识点

1 闭环系统（或反馈系统）的特征：采用负反馈，系统的被控变量对控制作用有直接影响，即被控变量对自己有控制作用。

2 典型闭环系统的功能框图。

一些重要的概念与名词

自动控制 在没有人直接参与的情况下，通过控制器使被控对象或过程按照预定的规律运行。

自动控制系统 由控制器和被控对象组成，能够实现自动控制任务的系统。

被控制量 在控制系统中，按规定的任务需要加以控制的物理量。

控制量 作为被控制量的控制指令而加给系统的输入量，也称控制输入。

扰动量 干扰或破坏系统按预定规律运行的输入量，也称扰动输入或干扰输入。

反馈 通过测量变换装置将系统或元件的输出量反送到输入端，与输入信号相比较。

反送到输入端的信号称为反馈信号。

负反馈 反馈信号与输入信号相减，其差为偏差信号。

负反馈控制原理 检测偏差用以消除偏差。将系统的输出信号引回插入端，与输入信号相减，形成偏差信号。然后根据偏差信号产生相应的控制作用，力图消除或减少偏差的过程。

开环控制系统 系统的输入和输出之间不存在反馈回路，输出量对系统的控制作用没有影响，这样的系统称为开环控制系统。开环控制又分为无扰动补偿和有扰动补偿两种。

闭环控制系统 凡是系统输出端与输入端存在反馈回路，即输出量对控制作用有直接影响的系统，叫作闭环控制系统。

自动控制原理课程中所讨论的主要是闭环负反馈控制系统。

复合控制系统 复合控制系统是一种将开环控制和闭环控制结合在一起的控制系统。它在闭环控制的基础上，用开环方式提供一个控制输入信号或扰动输入信号的顺馈通道，用以提高系统的精度。

自动控制系统组成

闭环负反馈控制系统的典型结构如图 1.2 所示。组成一个自动控制系统通常包括以下基本元件

1. 给定元件

给出与被控制量希望值相对应的控制输入信号(给定信号)，这个控制输入信号的量纲要与主反馈信号的量纲相同。给定元件通常不在闭环回路中。

2. 测量元件

测量元件也叫传感器，用于测量被控制量，产生与被控制量有一定函数关系的信号

被控制量成比例或与其导数成比例的信号。测量元件的精度直接影响控制系统的精度应使测量元件的精度高于系统的精度，还要有足够宽的频带。

3. 比较元件

用于比较控制量和反馈量并产生偏差信号。电桥、运算放大器可作为电信号的比较元件。有些比较元件与测量元件是结合在一起的，如测角位移的旋转变压器和自整角机等。

4. 放大元件

对信号进行幅值或功率的放大，以及信号形式的变换，如交流变直流的相敏整流或直流变交流的相敏调制。

5. 执行元件

用于操纵被控对象，如机械位移系统中的电动机、液压伺服马达、温度控制系统中的加热装置。执行元件的选择应具有足够大的功率和足够宽的频带。

6. 校正元件

用于改善系统的动态和稳态性能。根据被控对象特点和性能指标的要求而设计。校正元件串联在由偏差信号到

被控制信号间的前向通道中的称为串联校正；校正元件在反馈回路中的称为反馈校正。

7. 被控对象

控制系统所要控制的对象，例如水箱水位控制系统中的水箱、房间温度控制系统中的房间、火炮随动系统中的火炮、电动机转速控制系统中电机所带的负载等。设计控制系统时，认为被控对象是不可改变的，它的输出即为控制系统的被控制量。

8. 能源元件

为控制系统提供能源的元件，在方框图中通常不画出。

对控制系统的基本要求

1. 稳定性

稳定性是系统正常工作的必要条件。

2. 准确性

要求过渡过程结束后，系统的稳态精度比较高，稳态误差比较小。或者对某种典型输入信号的稳态误差为零。

3. 快速性

系统的响应速度快、过渡过程时间短、超调量小。系统的稳定性足够好、频带足够宽，才可能实现快速性的要求。

第二章：知识点

1、建立系统的微分方程，绘制动态框图并求传递函数。

3、传递函数

在零初始条件下，系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比称为传递函数。传递函数的概念适用于线性定常单输入、单输出系统。

求传递函数通常有两种方法：对系统的微分方程取拉氏变换，或化简系统的动态方框图。对于由电阻、电感、电容元件组成的电气网络，一般采用运算阻抗的方法求传递函数。

4、结构图的变换与化简

化简方框图是求传递函数的常用方法。对方框图进行变换和化简时要遵循等效原则：对任一环节进行变换时，变换前后该环节的输入量、输出量及其相互关系应保持不变。

化简方框图的主要方法就是将串联环节、并联环节和基本反馈环节用一个等效环节代替。化简方框图的关键是解除交叉结构，即移动分支点或相加点，使被简化的环节中不存在与外部直接相连的分支点和相加点。

5、利用梅森(Mason)公式求传递函数。

第 i 条前向通路传递函数的乘积

流图的特征式 = $1 - \text{所有回路传递函数乘积之和} + \text{每两个互不接触回路传递函数乘积之和} - \text{每三个互不接触回路传递函数乘积之和} + \dots$
= 1 -

第三章：知识点

1、一阶系统对典型输入信号的输出响应。

(单位)阶跃函数 (Step function)

(单位)斜坡函数 (Ramp function) 速度

(单位)加速度函数 (Acceleration function) 抛物线

(单位)脉冲函数 (Impulse function)

正弦函数 (Sinusoidal function) $A \sin \omega t$ ，当输入作用具有周期性变化时。

2、动态性能指标：

- ① 延迟时间 : (Delay Time) 响应曲线第一次达到稳态值的一半所需的时间, 叫延迟时间。jklmno
- ② 上升时间 (Rise Time) 响应曲线从稳态值的 10% 上升到 90%, 所需的时间。(5% 上升到 95%, 或从 0 上升到 100%, 对于欠阻尼二阶系统, 通常采用 0~100% 的上升时间, 对于过阻尼系统, 通常采用 10~90% 的上升时间), 上升时间越短, 响应速度越快。
- ③ 峰值时间 (Peak Time): 响应曲线达到过调量的第一个峰值所需要的时间。
- ④ 调节时间 (Settling Time): 在响应曲线的稳态线上, 用稳态值的百分数 (通常取 5% 或 2%) 作一个允许误差范围, 响应曲线达到并永远保持在这一允许误差范围内, 所需的时间。
- ⑤ 最大超调量 (Maximum Overshoot): 指响应的最大偏离量 $h(tp)$ 于终值 之差的百分比, 即

或 评价系统的响应速度; 同时反映响应速度和阻尼程度的综合性指标。 评价系统的阻尼程度。

3、一阶系统的时域分析

单位阶跃响应

单位阶跃函数的拉氏变换为 ,

则系统的输出由式为

对上式取拉氏反变换, 得

(3-4)

注: $R(s)$ 的极点形成系统响应的稳态分量。

响应曲线在 时的斜率为 , 如果系统输出响应的速度恒为 , 则只要 $t=T$ 时, 输出 $c(t)$ 就能达到其终值。如图 3-4 所示。

由于 $c(t)$ 的终值为 1, 因而系统阶跃输入时的稳态误差为零。

动态性能指标:

4、二阶系统时间响应及其动态性能指标计算。

典型传递函数

二阶系统的单位阶跃响应

两个正实部的特征根 不稳定系统

, 闭环极点为共扼复根, 位于右半 S 平面, 这时的系统叫做欠阻尼系统

, 为两个相等的根, 临界阻尼系统

, 两个不相等的根, 过阻尼系统

, 虚轴上, 瞬态响应变为等幅振荡, 无阻尼系统

• 欠阻尼情况

二阶系统一般取 。其它的动态性能指标, 有的可用 精确表示, 如 , 有的很难用 准确表示, 如 , 可采用近似算法。

当 $\omega = 0$ 时, 特征根

$s_{1,2} =$

(1)

时, 亦可用

(2) (上升时间)

一定, 即 一定, 响应速度越快

(3)

(4)

超调量在峰值时间发生, 故 即为最大输出

(5) 调节时间 的计算

选取误差带

当 较小

系统的单位阶跃响应为

$C(t) = 1 -$

动态性能指标计算公式为

上升时间

峰值时间

其中 T_d 是有阻尼振荡周期, 且 $T_d =$ 是有阻尼振荡频率。

超调量

调整时间

振荡次数 $N =$ ($\sigma = 0.05$)

或 $N =$ ($\sigma = 0.02$)

5、系统稳定性分析

特征根必须全部分布在 S 平面的左半部, 即具有负实部。

已知系统的特征方程时, 可采用 Routh 稳定判据或 Hurwitz 稳定判据判定系统的稳定性。特征多项式各项系数均大于零(或同符号)是系统稳定的必要条件。

Routh 判据: 由特征方程各项系数列出 Routh 表, 如果表中第一列各项严格为正, 则系统稳定; 第一列出现负数, 则系统不稳定, 且第一列各项数值符号改变的次数就是正实部特征根的数目。

Hurwitz 判据: 由特征方程各项系数构成的各阶 Hurwitz 行列式全部为正, 则系统稳定。

劳斯稳定判据是根据所列劳斯表第一列系数符号的变化, 去判别特征方程式根在 S 平面上的具体分布, 过程如下:

- ① 如果劳斯表中第一列的系数均为正值, 则其特征方程式的根都在 S 的左半平面, 相应的系统是稳定的。
- ② 如果劳斯表中第一列系数的符号有变化, 其变化的次数等于该特征方程式的根在 S 的右半平面上的个数, 相应的系统为不稳定。

在应用劳斯判据时, 有可能会碰到以下两种特殊情况。

- 劳斯表某一行中的第一项等于零，而该行的其余各项不等于零或没有余项，这种情况的出现使劳斯表无法继续往下排列。解决的办法是以一个很小的正数 来代替为零的这项，据此算出其余的各项，完成劳斯表的排列。
- 劳斯表中出现全零行
则表示相应方程中含有一些大小相等符号相反的实根或共轭虚根。这种情况，可利用系数全为零行的上一行系数构造一个辅助多项式，并以这个辅助多项式导数的系数来代替表中系数为零的行。完成劳斯表的排列。

6、稳态误差的计算

令系统开环传递函数为

误差系数
类型 静态位置误差系数

速度

加速度

0 型 K	0	0	
I 型	∞	K	0
II 型	∞	∞	K

输入

类型

0 型		
∞	∞	
I 型		0

∞

II 型 0 0

第四章：知识点

1、根轨迹中，开环传递函数 $G(s)H(s)$ 的标准形式是

2、根轨迹方程是

.

相角条件：绘制根轨迹的充要条件

幅值条件：

3、根轨迹法的绘制规则。

4、能用根轨迹法分析系统的主要性能，掌握闭环主导极点与动态性能指标之间的关系。能定性分析闭环主导极点以外的零、极点对动态性能的影响。

第五章：知识点

1、频率特性基本概念和其几何表示法。

频率特性的定义如下：

稳定的线性定常系统，其对正弦函数输入的稳态响应，称为频率响应。输出与输入的振幅比，称为系统的幅频特性。它描述了系统对不同频率的正弦函数输入信号在稳态情况下的衰减(或放大)特性；输出与输入的相位差，称为系统的相频特性。相频特性描述了系统的稳态输出对不同频率的正弦输入信号在相应上产生的相角迟后（对应 $(-)<0$ ）或相角超前（对应 $(-)>0$ ）的特性；幅频特性及相频特性，或者说，在正弦输入下，线性定常系数或环节、其输出的稳态分量的复数比、称为系统或环节的频率特性，记为 $G(j\omega)$ ，用式子表示

频率特性与传递函数间的关系

图形表示法

工程上常用图形来表示频率特性，常用的有

1. 极坐标图 也称奈斯特(Nyquist)图、幅相频率特性图
2. 伯德(Bode)图 伯德图又称为数频率特性图、它由两张图组成：一张是对数幅频图，另一张是对数相频图，两张图的横向坐标相同，表示频率

2、典型环节的频率特性和开环系统的典型环节分解及其频率特征曲线的绘制。

3、系统开环频率特性绘制

极坐标图

伯德图

4、奈奎斯特稳定判据

这一判据可表示为：

函数 $G(s)$ 在右半 s 平面内的零点数为 Z

对 $-1+j0$ 点顺时针包围的次数为 N

函数 $G(s)$ 在右半 s 平面内的极点数为 P

如果 P 不等于零，对于稳定的控制系统，必须 $N = -P$ 或 $N = P$ ，这意味着必须反时针方向包围 $-1+j0$ 点 P 次。

如果函数在右半 s 平面内无任何极点，则 $z=0$ 。因此，为了保证系统稳定，奈奎斯特轨迹必须不包围 $-1+j0$ 点。

伯德图 设 N 为对数幅频特性曲线在 0dB 以上的频段内，对数相频特性对 -180° 度线正、负穿越次数之差，则 $z=P-2N$ 。当 $z=0$ 时闭环系统稳定。

5、 稳定裕度

1.) 稳定裕度相角裕度为

2.) 幅值裕度为

6、 闭环系统频域性能指标和时域指标的转换。