Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2113 – Teoría Electromagnética

Control 9

28 de mayo de 2024

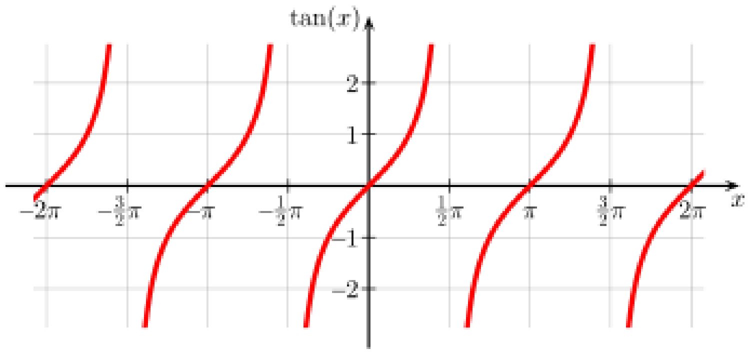
Nombre:

Pregunta 1

Considere una línea de transmisión formada por un cable coaxial de $Z_0 = 50[\Omega]$ y largo L. Suponga que se toman mediciones de impedancia en un extremo de la línea, cuando el otro extremo se encuentra en cortocircuito y cuando se encuentra en circuito abierto.

Determine una expresión para el coeficiente β de la línea, a partir del largo de la línea y de las impedancias $Z_{in} = Z_{cc}$ y $Z_{in} = Z_{ca}$. Asuma que $Z_{cc} \neq Z_{ca}$. Señale cualquier consideración especial que deba tenerse en cuenta.

Puede apoyarse de la siguiente gráfica de la función tangente:



Solución:

[**1 pt**] Por un lado, tenemos que para el caso de cortocircuito:

$$Z_{cc} = \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)} Z_0 = \frac{0 + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + 0} Z_0 = jZ_0 \tan(\beta l)$$

$$\tan(\beta l) = \frac{Z_{cc}}{jZ_0}$$

[**1 pt**] Por otro lado para el caso de circuito abierto:

$$Z_{ca} = \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)} Z_0 = \frac{Z_L}{jZ_L \tan(\beta l)} Z_0 = \frac{Z_0}{j \tan(\beta l)}$$

$$\tan(\beta l) = \frac{Z_0}{jZ_{ca}}$$

[**1 pt**] Dado que ambas condiciones deben cumplirse simultáneamente, pues es para el mismo largo de línea, las multiplicamos para tener una única expresión.

$$\tan^2(\beta l) = -\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}$$

$$\tan(\beta l) = \sqrt{-\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}$$

De la relación anterior se desprenden 2 observaciones:

- [**1 pt**] Al menos una de las dos impedancias debe ser negativa, de modo que el resultado de dicha raíz sea un numero real,
- [**1 pt**] Dado que la función tangente es periódica, tal y como muestra la gráfica de la figura, el resultado podría estar fuera del rango convencional de la función arcotangente. De este modo, podría ser necesario tener que sumar o restar un factor $n\pi$ dependiendo de las condiciones del problema.

[**1 pt**] Teniendo en cuenta las condiciones presentadas, el resultado final será:

$$\boxed{\beta = \frac{1}{l}\left[\tan^{-1}\left(\sqrt{-\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}\right) + n\pi\right]}$$

Criterio de asignación:

- Los puntajes asociados a las 2 observaciones son de caracter binario. O tiene el punto o no lo tiene, dependiendo de si hizo o no la observación.
- Los puntajes asociados al desarrollo algebraico se pueden asignar como 0, 0.5 o 1, dependiendo del nivel de desarrollo.
- No hay otros puntajes intermedios.