

Tarea 1

Fecha de entrega: 12 de marzo de 2024

Pregunta 1

Considere el sistema de esferas dieléctricas de la Figura 1. En este, se tiene una esfera central de radio a, permitividad ε_1 y densidad de carga volumétrica ρ_1 . La esfera anteriormente descrita se encuentra contenida dentro de otra esfera, de radio b. El espacio entre a y b corresponde a un medio dieléctrico con permitividad ε_2 y densidad de carga volumétrica ρ_2 . El exterior del sistema corresponde al vacío, con permitividad ε_0 y ausencia de cargas.

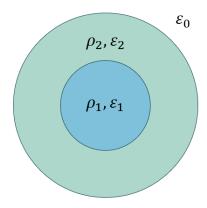


Figura 1: sistema de esferas dieléctricas

Determine:

- a) El valor del campo eléctrico para cualquier punto ubicado a un radio r desde el centro del sistema (Hint: utilice Ley de Gauss).
- b) Los potenciales eléctricos:
 - $V(r) V(0) \text{ (con } r \le a)$
 - $V(r) V(a) \pmod{a < r \le b}$
 - V(r) V(b) (con b < r)
- c) El potencial eléctrico en el centro del sistema: V(0).

Pregunta 2

Un estudiante de doctorado del Departamento de Ingeniería Eléctrica ha descubierto un nuevo tipo de material cristalino, al que ha decidido nombrar "guesalaguita", y que solo es capaz de formar trozos pequeños. Al caracterizar la permitividad del la guesalaguita, el alumno se ha percatado que la relación entre el desplazamiento eléctrico y la intensidad de campo está dada por:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^3 \\ 1 - y^2 z^2 \\ 1 - y^2 z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & y^2 & 1 \\ 0 & 1 & z^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_0 E_x \\ \varepsilon_0 E_y \\ \varepsilon_0 E_z \end{bmatrix} = \varepsilon_r \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_0 E_x \\ \varepsilon_0 E_y \\ \varepsilon_0 E_z \end{bmatrix}$$

A partir de esta información:

- a) Determine el campo eléctrico \vec{E} de la guesalaguita (Hint: Desenpolve sus conocimientos de algebra lineal sobre matriz inversa).
- b) Caracterice el material eléctrico en función de las 5 distintas propiedades vistas en clases.
- c) Verifique si el campo de la guesalaguita cumple con la segunda ley de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

¿Es necesario imponer alguna condición?

Pregunta 3

Considere un campo magnético en el vacío, en ausencia de cargas y densidades de corriente ($\rho=0,\ \vec{J}=0$).

$$\vec{B} = \frac{\omega}{n} sin(\omega t - nx) \ \vec{a}_x + \frac{\omega \ y}{n} cos(\omega t - nx) \ \vec{a}_y$$

donde ω y n son constantes. Obtenga la componente tiempo-dependiente del campo eléctrico $\vec{E}.$

Pregunta 4

Considere el transformador "excéntrico" de la Figura 2, cuyo núcleo es un conductor ideal de flujo magnético ($\mathcal{R}_{nucleo} = 0$).

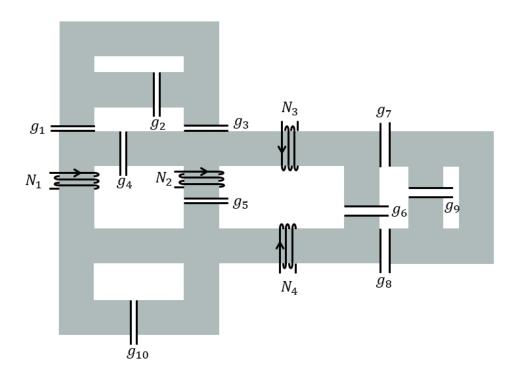


Figura 2: Transformador "excéntrico".

Considere que todos los gaps (μ_0) tienen la misma sección transversal de área S, y que la relación entre los gaps de aire es:

$$g_1 = g_2 = g_3 = \frac{1}{2}g_4 = g_5 = \frac{1}{2}g_6 = g_7 = g_8 = g_9 = g_{10}$$

Determine:

- a) El circuito equivalente.
- b) La inductancia en las distintas bobinas (a.k.a. autoinductancia).
- c) La inductancia mutua entre las bobinas 1 y 2.