Clase 22
Adaptación de Impedancias

Sadiku, M. (2018). *Elements of Electromagnetics*. 7th Edition: pp. 585 – 591

Javier Silva Orellana

jjsilva8@uc.cl

Contexto

- Hasta ahora hemos analizado las cargas y como generan efectos indeseados en la transmisión de ondas.
- Nos interesa saber cómo “arreglarlas” a modo de que podamos transmitir eficientemente en la línea de transmisión.

Objetivos de Aprendizaje involucrados:

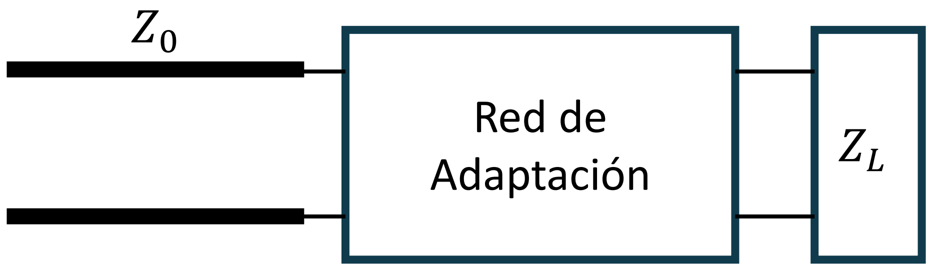
- **OA-16:** Utilizar la carta de Smith para compensar líneas de transmisión sin perdidas y para determinar parámetros de impedancia, voltaje y corriente a lo largo de la línea.

Contenidos

- Adaptación de Impedancias
- Redes de parámetros concentrados
  - Red tipo L: caso serie-paralelo
  - Red tipo L: caso paralelo-serie
- Redes de parámetros distribuidos
  - Stubs en paralelo
  - Stubs en serie
- Adaptación de Impedancias y Carta de Smith

Adaptación de impedancias

- Consiste en un circuito que podemos posicionar entre la carga y la línea, de modo que:
  - Se reduzcan las reflexiones.
  - No genere pérdidas.
  - Maximice la potencia entregada a la carga.
  - Filtre componentes fuera de la frecuencia de operación (mejor SNR).



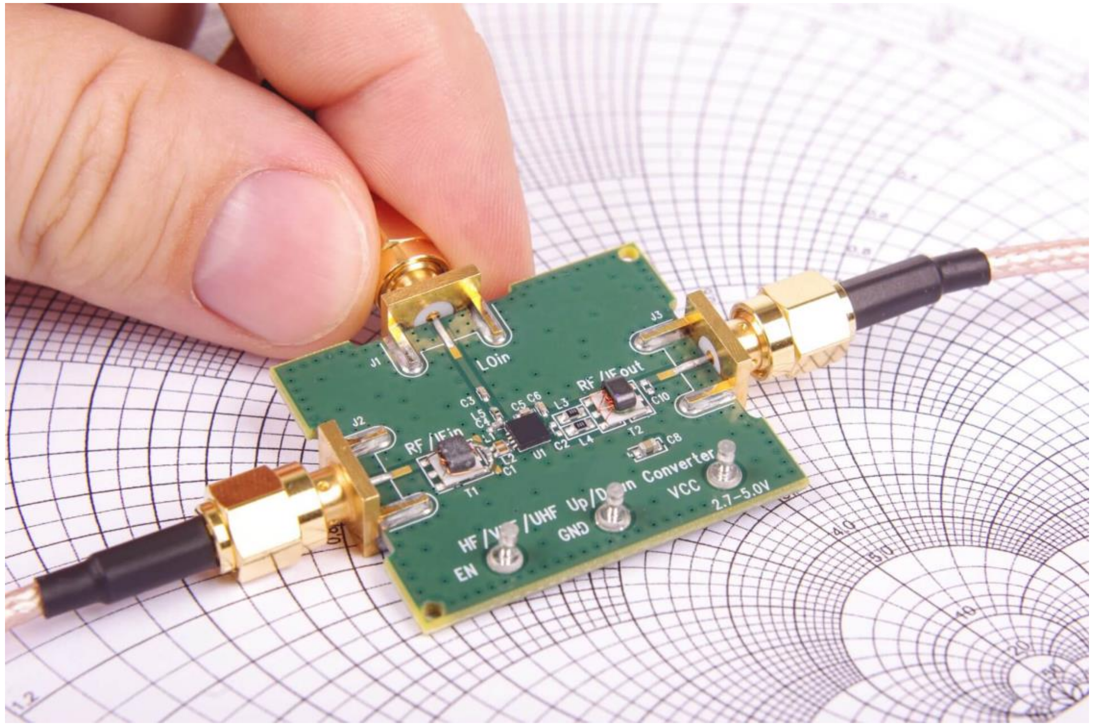
Adaptación de impedancias

- Existen 2 grandes categorías de redes de adaptación: las redes de **parámetros concentrados** y las de **parámetros distribuidos**.

Redes de Parámetros concentrados

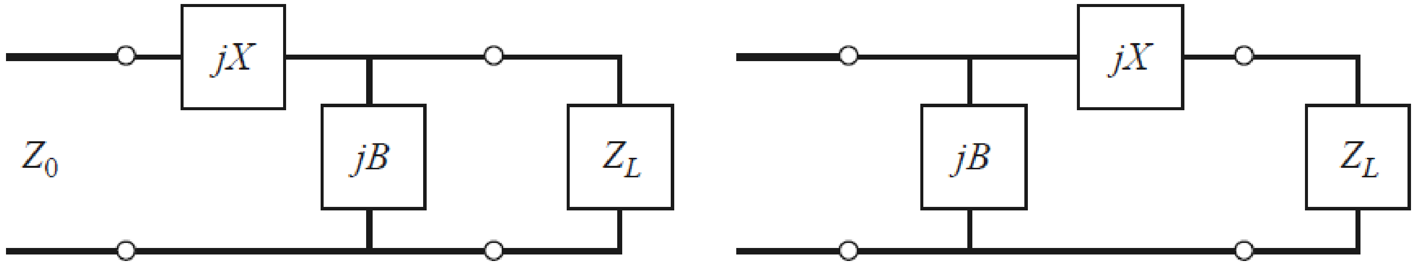
- Se emplean componentes discretos: capacitores e inductores.
- Estos deben ser muy pequeños (SMD).
- Gran variedad de topologías.

- En particular, vamos a estudiar la topología tipo L.



Red Tipo L

- Es una de las redes de adaptación más sencillas.
- Se tienen 2 formas:



(a) Serie - paralelo (b) Paralelo - serie

- Sea $Z_L = R_L + jX_L$
  - Si $R_L > Z_0$ se usa la configuración serie-paralelo.
  - Si $R_L < Z_0$ se usa la configuración paralelo-serie.

Red Tipo L: caso serie-paralelo $(R_L > Z_0)$

La adaptación tomará la forma:

$$Z_0 = jX + \left(\frac{1}{jB} \parallel Z_L\right) = jX + \frac{1}{jB + \frac{1}{Z_L}} = jX + \frac{Z_L}{jBZ_L + 1}$$

$$Z_0 = jX + \frac{R_L + jX_L}{jBR_L - BX_L + 1}$$

$$(Z_0 - jX) \cdot \big(jBR_L + (1 - BX_L)\big) = R_L + jX_L$$

Red Tipo L: caso serie-paralelo $(R_L > Z_0)$

- Separemos las componentes real e imaginaria:

$$B \cdot (XR_L - Z_0X_L) = R_L - Z_0 \qquad\qquad X \cdot (1 - BX_L) = BZ_0R_L - X_L$$

- Si reemplazamos X a la izquierda y despejamos, tendremos la ecuación de 2do orden:

$$(R_L^2 + X_L^2)B^2 + (-2X_L)B + (1 - R_L/Z_0) = 0$$

Red Tipo L: caso serie-paralelo $(R_L > Z_0)$

- Aplicando solución para B:

$$\boxed{B = \frac{X_L \pm \sqrt{R_L/Z_0}\sqrt{R_L^2 + X_L^2 - R_L Z_0}}{R_L^2 + X_L^2}}$$

- Si $R_L > Z_0$ entonces $R_L^2 > R_L Z_0$ y la dentro de la raíz <u>nunca será negativo</u>.
- Luego:

$$\boxed{X = \frac{1}{B} + \frac{X_L Z_0}{R_L} - \frac{Z_0}{B R_L}}$$

Red Tipo L: caso paralelo-serie $(R_L < Z_0)$

La adaptación tomará la forma:

$$Z_0 = \frac{1}{jB} \parallel (jX + Z_L) = \frac{1}{jB + \frac{1}{jX + Z_L}} = \frac{jX + Z_L}{jBZ_L - BX + 1}$$

$$Z_0 = \frac{R_L + j(X + X_L)}{jBR_L - B(X + X_L) + 1}$$

$$Z_0(jBR_L - B(X + X_L) + 1) = R_L + j(X + X_L)$$

Red Tipo L: caso paralelo-serie $(R_L < Z_0)$

- Separemos las componentes real e imaginaria:

$$B \cdot (X + X_L) = (Z_0 - R_L)/Z_0 \qquad B \cdot (R_L\, Z_0) = (X + X_L)$$

- Si reemplazamos $(X + X_L)$ y despejamos, tendremos la ecuación de 2do orden:

$$(Z_0^2 R_L)B^2 + (R_L - Z_0) = 0$$

Red Tipo L: caso paralelo-serie $(R_L < Z_0)$

- Aplicando solución para B:

$$\boxed{B = \frac{\pm\sqrt{(Z_0 - R_L)/R_L}}{Z_0}}$$

- Luego, para X:

$$\boxed{X = \pm\sqrt{R_L(Z_0 - R_L)} - X_L}$$

- Notemos que si $R_L < Z_0$, $(Z_0 - R_L) > 0$ y dentro de la raíz <u>nunca será negativo.</u>

Red Tipo L

- De las ecuaciones se desprende que siempre habrá 2 soluciones.
- ¿Cómo elijo la más adecuada?

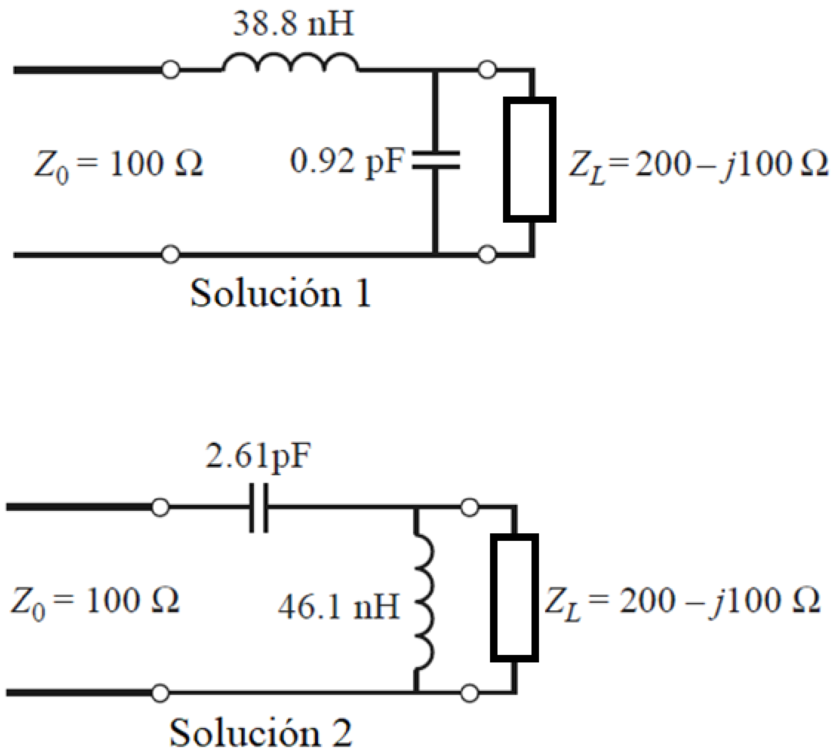
Red Tipo L

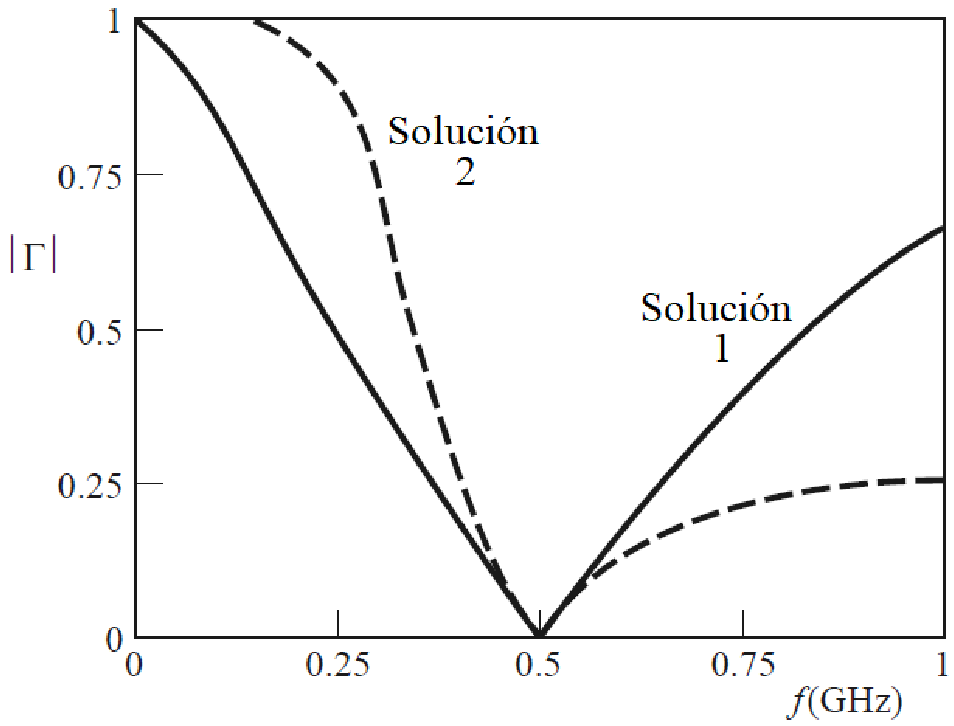
- De las ecuaciones se desprende que siempre habrá 2 soluciones.
- ¿Cómo elijo la más adecuada?

- Criterios de Diseño:
  - Valores de los componentes.
  - Respuesta espectral del sistema (que la secuencia sea muy selectiva).

Red Tipo L: Ejemplo

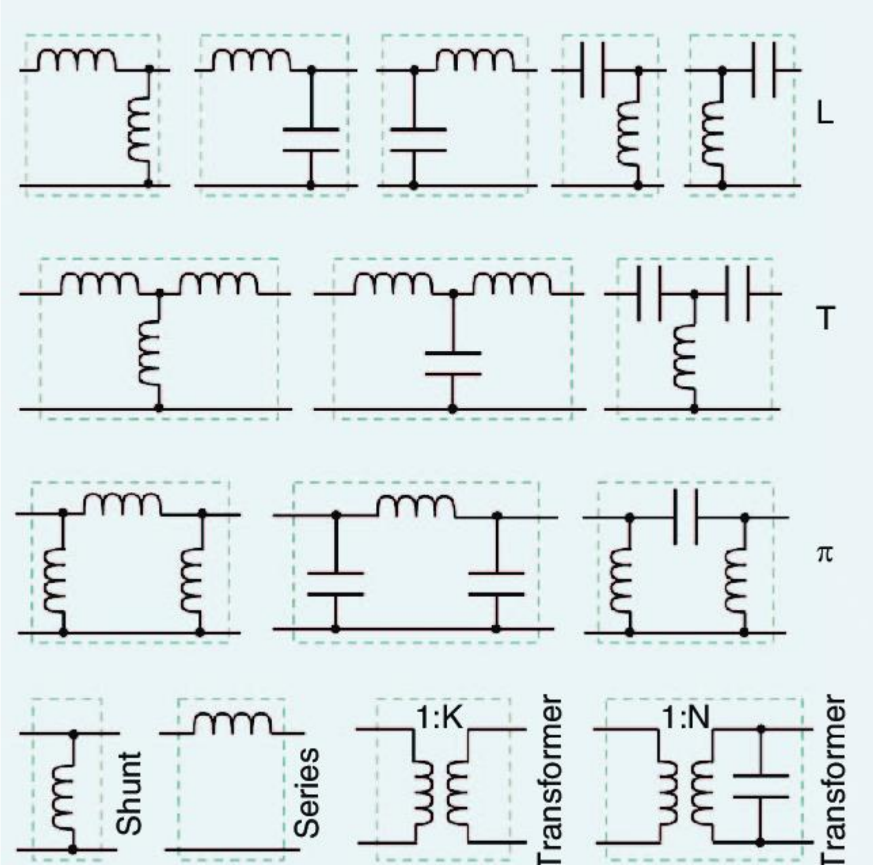
- Considere una línea de 100 [Ω] y una carga $Z_L = 200\ - j100$ [Ω] a 500 [MHz].





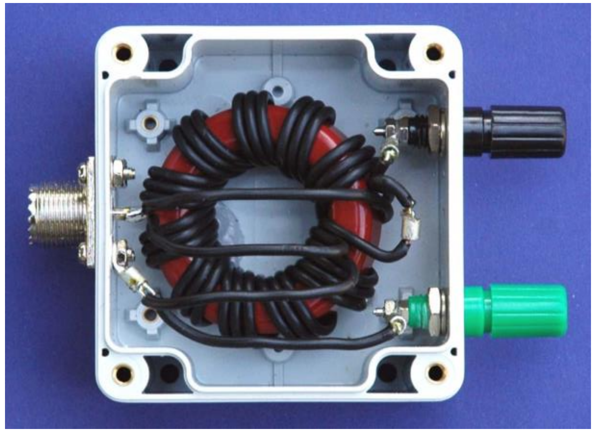
Redes de Parámetros Condensados

- La variedad de este tipo de redes es amplia:



Balun (**Bal**anced to **Un**balanced)

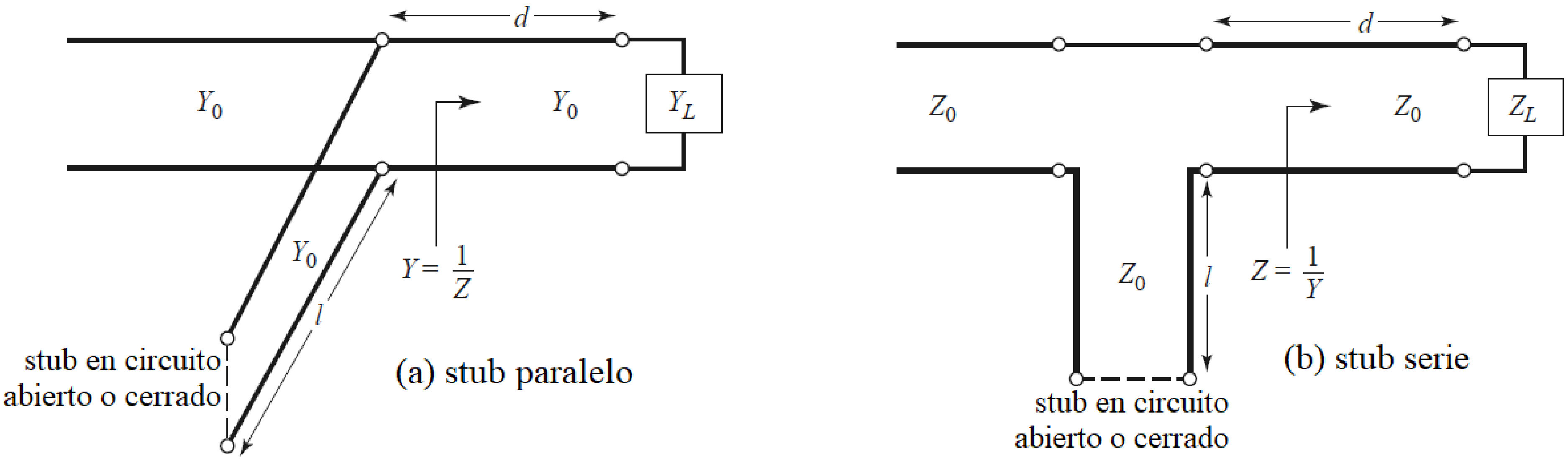
Unun (**Un**balanced to **Un**balanced)



Redes de Parámetros Distribuidos

- Este tipo de adaptaciones se hace incorporando otros trozos de LT a determinadas distancias y con determinado largo.
- De este modo, se generan impedancias equivalentes que buscan ajustar la carga del sistema.
- El tipo más conocidos son los **stubs.** Estos corresponden a trozos de línea abiertos o cerrados, que pueden ser dispuestos en serie o paralelo.
- Como son trozos de LT, con una impedancia característica, **podemos modificar la parte real de $\boldsymbol{Z_L}$.**

Redes de Parámetros Distribuidos



Stub en paralelo

- Necesitaremos reescribir la impedancia de entrada como $Y = \frac{1}{Z}$, dado que es más conveniente para trabajar paralelos.
- Alejémonos de Z_L una distancia d, sin haber colocado ningún stub.

$$Z = \frac{1}{Y} = \left[\frac{(R_L + jX_L) + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + j(R_L + jX_L)\tan(\beta d)}\right] Z_0$$

$$G + jB = \left[\frac{Z_0 + j(R_L + jX_L)t}{(R_L + jX_L) + jZ_0 t}\right]\frac{1}{Z_0}$$

$$G + jB = \left[\frac{(Z_0 - X_L t) + jR_L t}{R_L + j(X_L + Z_0 t)} \cdot \frac{R_L - j(X_L + Z_0 t)}{R_L - j(X_L + Z_0 t)}\right]\frac{1}{Z_0}$$

Stub en paralelo

$$G + jB = \left[\frac{R_L Z_0(1+t^2)\ + j\left(R_L^2 t - (Z_0 - X_L t)(X_L + Z_0 t)\right)}{R_L^2 + (X_L + Z_0 t)^2}\right]\frac{1}{Z_0}$$

- Separando las componentes conductiva y susceptiva:

$$\boxed{G = \frac{R_L(1+t)}{R_L^2 + (X_L + Z_0 t)^2}}$$

$$\boxed{B = \frac{R_L^2 t - (Z_0 - X_L t)(X_L + Z_0 t)}{Z_0(R_L^2 + (X_L + Z_0 t)^2)}}$$

- Nos interesa balancear la parte real.

Stub en paralelo

- Para realizar el balance, imponemos: $G = \frac{1}{Z_0} = \frac{R_L(1+t^2)}{R_L^2 + (X_L + Z_0 t)^2}$

$$Z_0(R_L - Z_0)t^2 - 2X_L Z_0 t + (R_L Z_0 - R_L^2 - X_L^2) = 0$$

- Resolviendo t

Para $Z_0 \neq R_L$: $\boxed{t = \frac{X_L \pm \sqrt{R_L[(Z_0 - R_L)^2 + X_L^2]/Z_0}}{R_L - Z_0}}$

Para $Z_0 = R_L$: $\boxed{t = -\frac{X_L}{2Z_0}}$

Stub en paralelo

- Teniendo el valor de t, podemos determinar d:

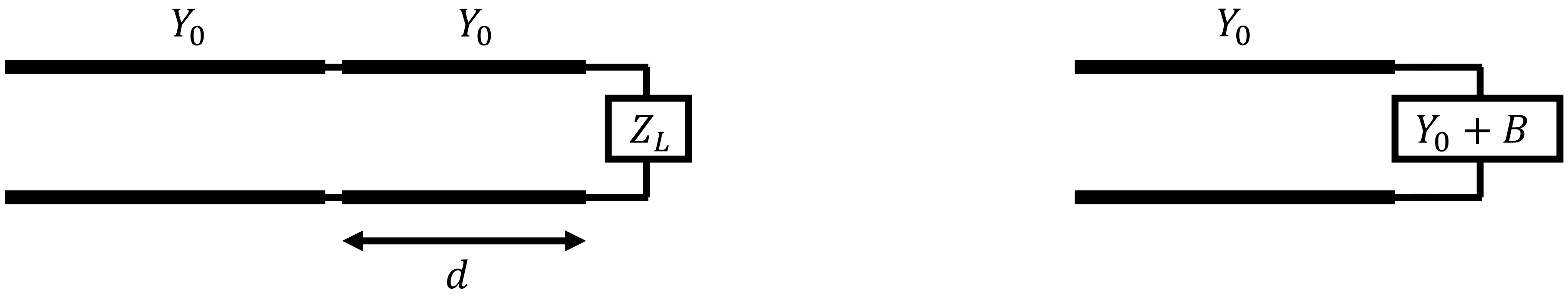
$$\frac{d}{\lambda} = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}\tan^{-1} t & \text{para } t \geq 0 \\ \dfrac{1}{2\pi}(\pi + \tan^{-1} t) & \text{para } t < 0 \end{cases}$$

- Y también determinamos B:

$$B = \frac{R_L^2 t - (Z_0 - X_L t)(X_L + Z_0 t)}{Z_0(R_L^2 + (X_L + Z_0 t)^2)}$$

Stub en paralelo

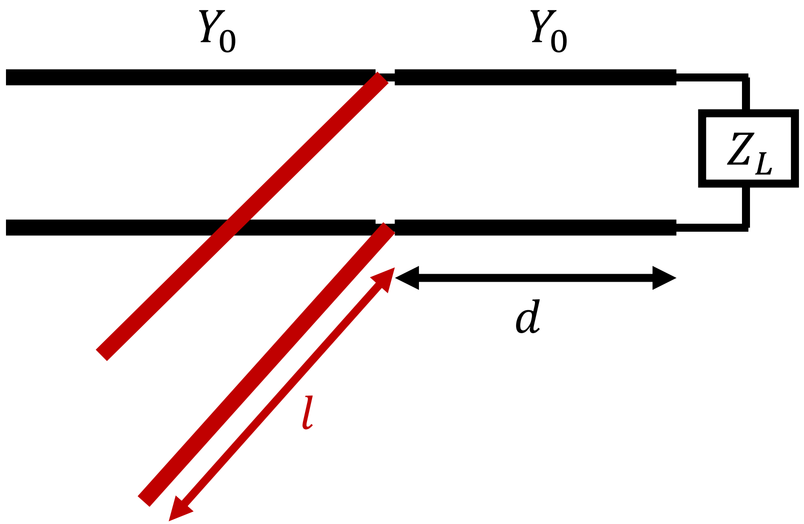
- Hasta ahora solo hemos resuelto parte del problema:

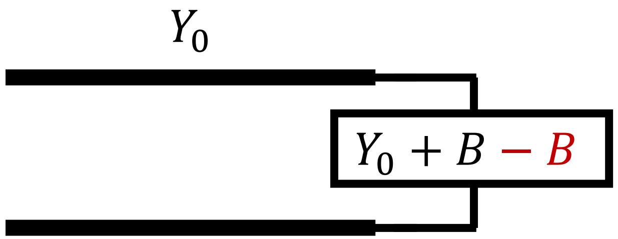


- Necesitamos compensar ese factor B susceptivo que introdujimos.

Stub en paralelo

- Aquí entra en juego el stub paralelo:





- Forzaremos que sea una susceptancia pura, de valor $B_s = -B$.

Stub en paralelo

- Usando la ecuación de impedancia:

$$Z_{in} = \frac{1}{B_S} = Z_0 \frac{X_s + jZ_0 \, tan \, \beta l}{Z_0 + jX_s \, tan \, \beta l}$$

$$\frac{Y_0}{B_S} = \frac{X_s + jZ_0 \, tan \, \beta l}{Z_0 + jX_s \, tan \, \beta l}$$

- Dependiendo de si hacemos un stub en cortocircuito o circuito-abierto, X_S tomará valor 0 o ∞, respectivamente. Luego:

$$\boxed{\frac{l_o}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{B_s}{Y_0}\right) = \frac{-1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{B}{Y_0}\right)}$$

Stub en circuito abierto

$$\boxed{\frac{l_s}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{Y_0}{B_s}\right) = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{Y_0}{B}\right)}$$

Stub en corto circuito

Largos negativos

- De las ecuaciones no es tan evidente, pero podría darse el caso que alguno de los valores necesarios de d o de l resulten negativos.

- En este caso no hay que entrar en pánico, y debemos recordar que la impedancia se repite cíclicamente cada $\lambda/2$.

- De este modo, la solución es sumar $\lambda/2$ tantas veces sea necesario, hasta tener una longitud positiva.

- De este modo, el largo necesario será: $n(\lambda/2) + l$

Stub en serie

- El desarrollo es idéntico para el largo d. Aunque en este caso resulta más conveniente expresar la impedancia de entrada como Z.
- De este modo, las expresiones que antes estaban en resistencias y reactancias en la carga, ahora estarán en conductancias y susceptancias, y viceversa.

$$R + jX = Z_0 \frac{\dfrac{1}{G_L + jB_L} + j\dfrac{1}{Y_0}\tan\beta d}{\dfrac{1}{Y_0} + j\dfrac{1}{G_L + jB_L}\tan\beta d}$$

Stub en serie

- Desarrollando de manera análoga al caso paralelo:

Para $Y_0 \neq G_L$:

$$\boxed{t = \frac{B_L \pm \sqrt{G_L[(Y_0 - G_L)^2 + B_L^2]/Y_0}}{G_L - Y_0}}$$

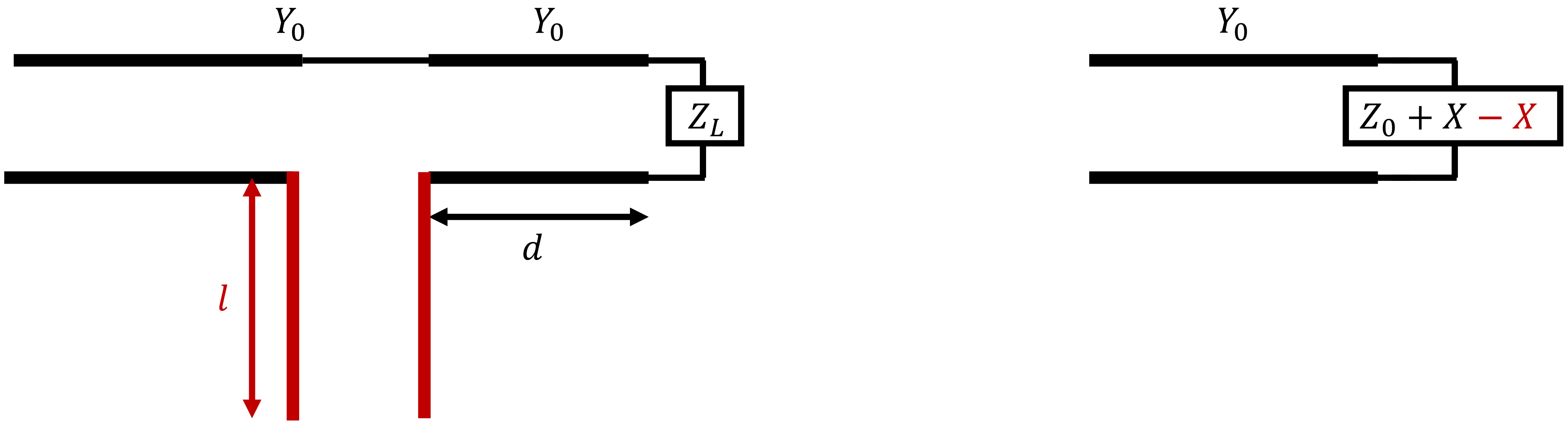
Para $Y_0 = G_L$:

$$\boxed{t = -\frac{B_L}{2Y_0}}$$

$$\frac{d}{\lambda} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}\tan^{-1} t & \text{para } t \geq 0 \\ \frac{1}{2\pi}(\pi + \tan^{-1} t) & \text{para } t < 0 \end{cases}$$

Stub en paralelo

- Aquí entra en juego el stub paralelo:



- Forzaremos que sea una Reactancia pura, de valor $X_s = -X$.

Stub en serie

- Usando la ecuación de impedancia:

$$Z_{in} = X_S = Z_0 \frac{\frac{1}{B_S} + j\frac{1}{Y_0} tan\,\beta l}{\frac{1}{Y_0} + j\frac{1}{B_S} tan\,\beta l} \qquad \rightarrow \qquad \frac{X_S}{Z_0} = \frac{\frac{1}{B_S} + j\frac{1}{Y_0} tan\,\beta l}{\frac{1}{Y_0} + j\frac{1}{B_S} tan\,\beta l}$$

- Dependiendo de si hacemos un stub en cortocircuito o circuito-abierto, B_S tomará valor 0 o ∞, respectivamente. Luego:

$$\boxed{\frac{l_o}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi}\tan^{-1}\left(\frac{Z_0}{X_s}\right) = \frac{1}{2\pi}\tan^{-1}\left(\frac{Z_0}{X}\right)}$$

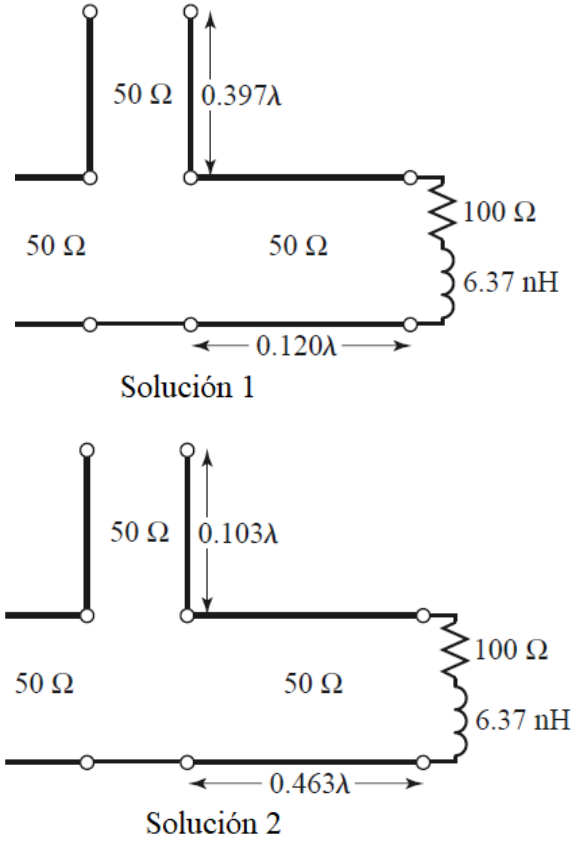
Stub en circuito abierto

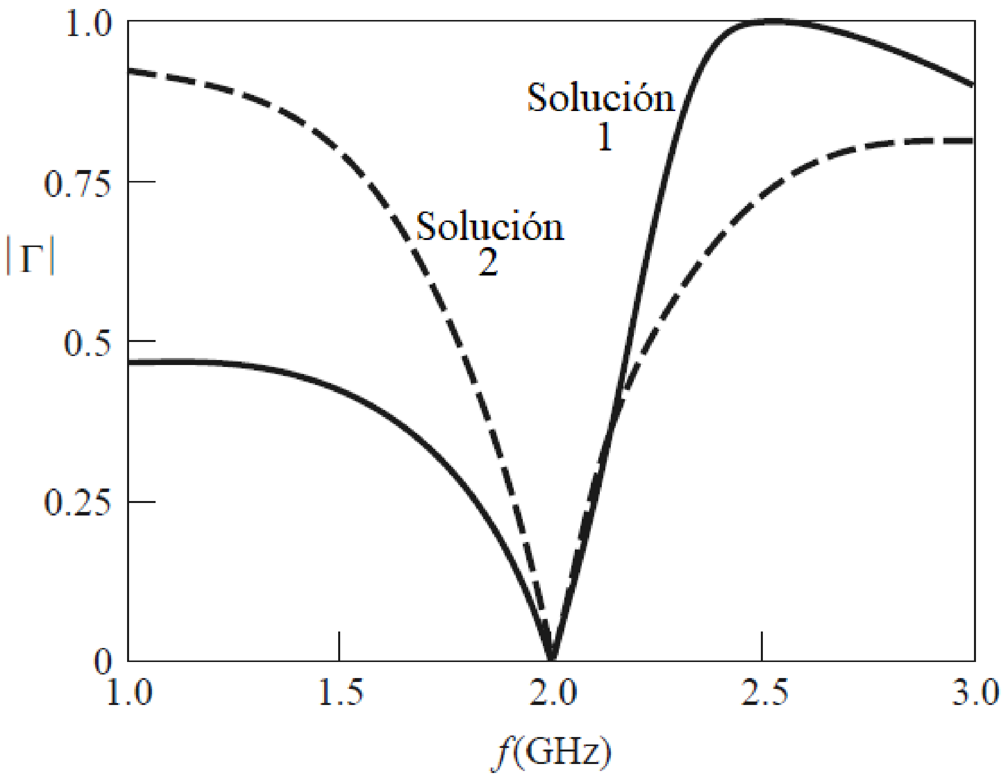
$$\boxed{\frac{l_s}{\lambda} = \frac{1}{2\pi}\tan^{-1}\left(\frac{X_s}{Z_0}\right) = \frac{-1}{2\pi}\tan^{-1}\left(\frac{X}{Z_0}\right)}$$

Stub en corto circuito

Stubs Serie: Ejemplo

- Considere una línea de 50 $[\Omega]$ y una carga $Z_L = 100 + j80\ [\Omega]$ a 2[GHz].

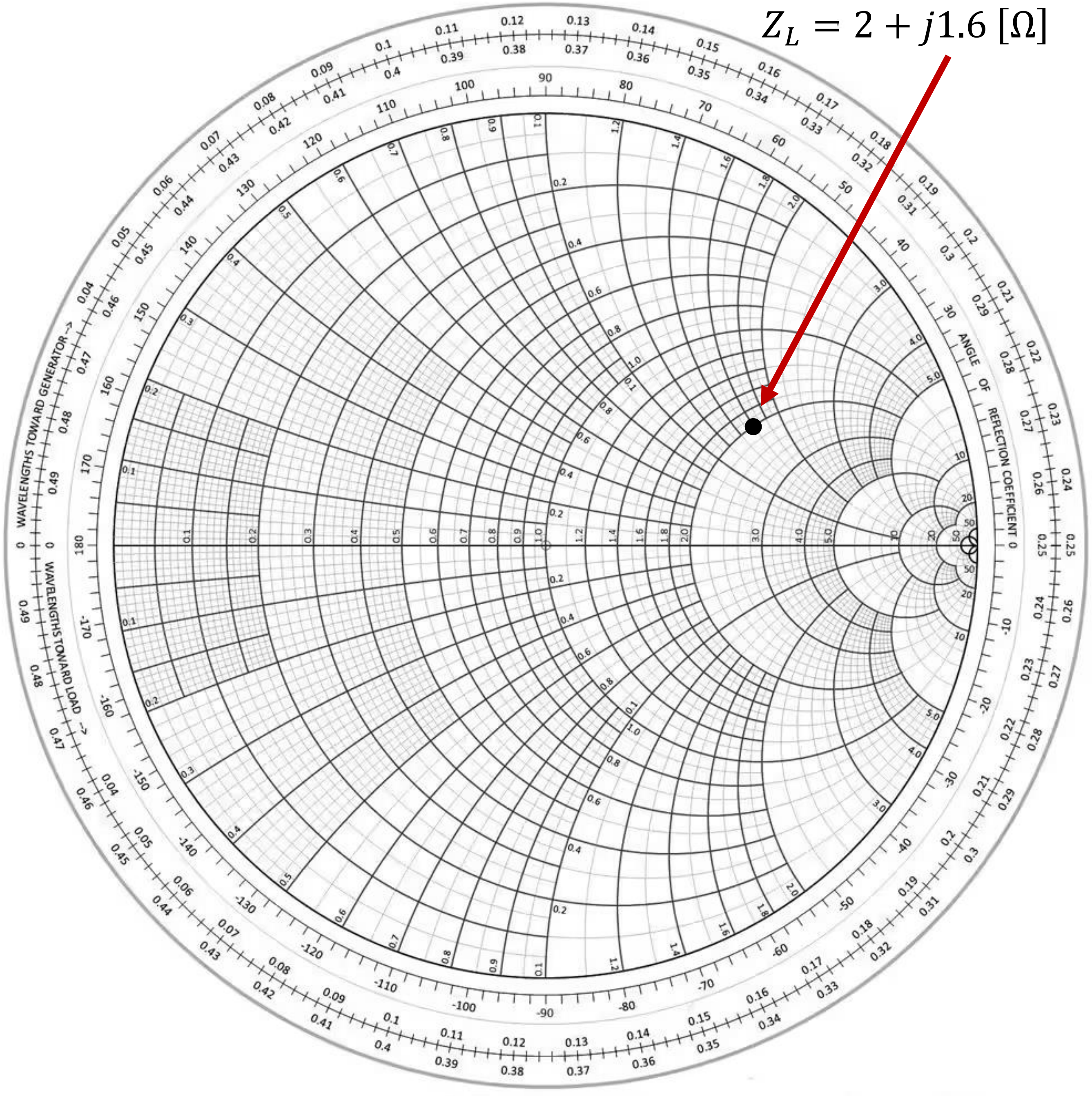




Stubs Serie: Ejemplo

- Considere una línea de 50 [Ω] y una carga $Z_L = 100 + j80\ [\Omega]$ a 2[GHz].

- Usemos stub en serie y en circuito abierto

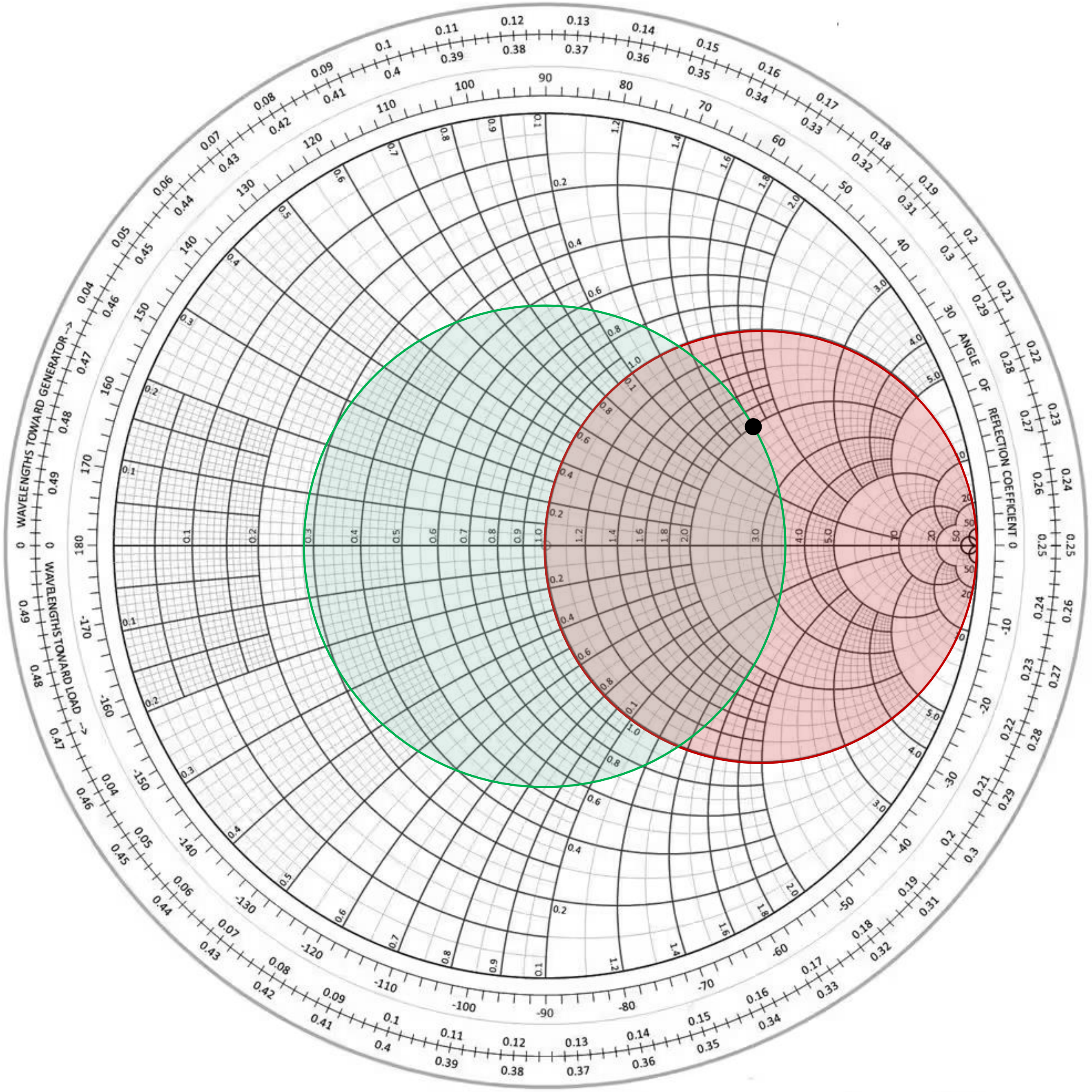


Stubs Serie: Ejemplo

- Marcamos el circulo donde la carga resistiva está balanceada:

$$\frac{R_L}{Z_0} = r = 1$$

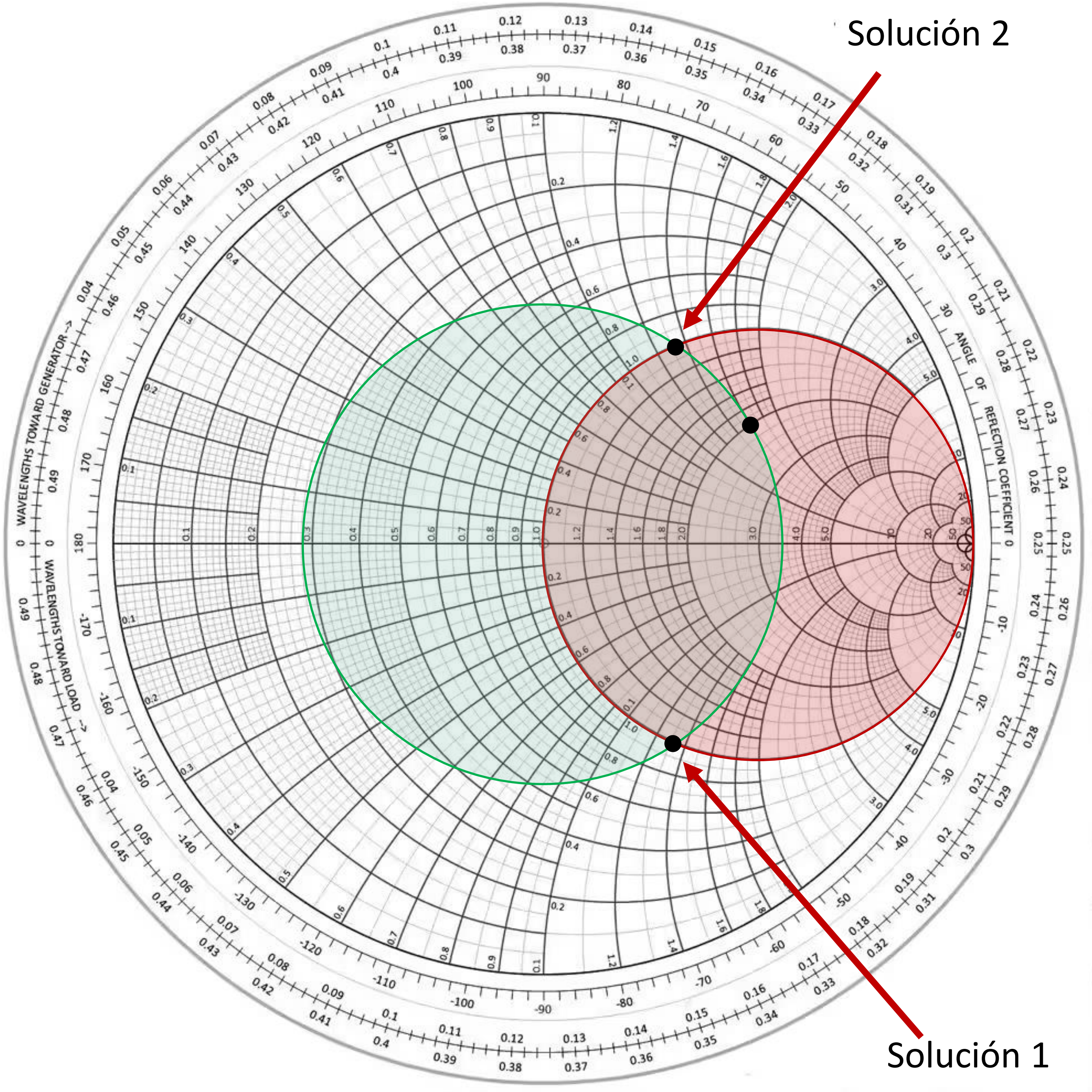
- Marcamos el circulo de la ROE asociada a la carga.



Stubs Serie: Ejemplo

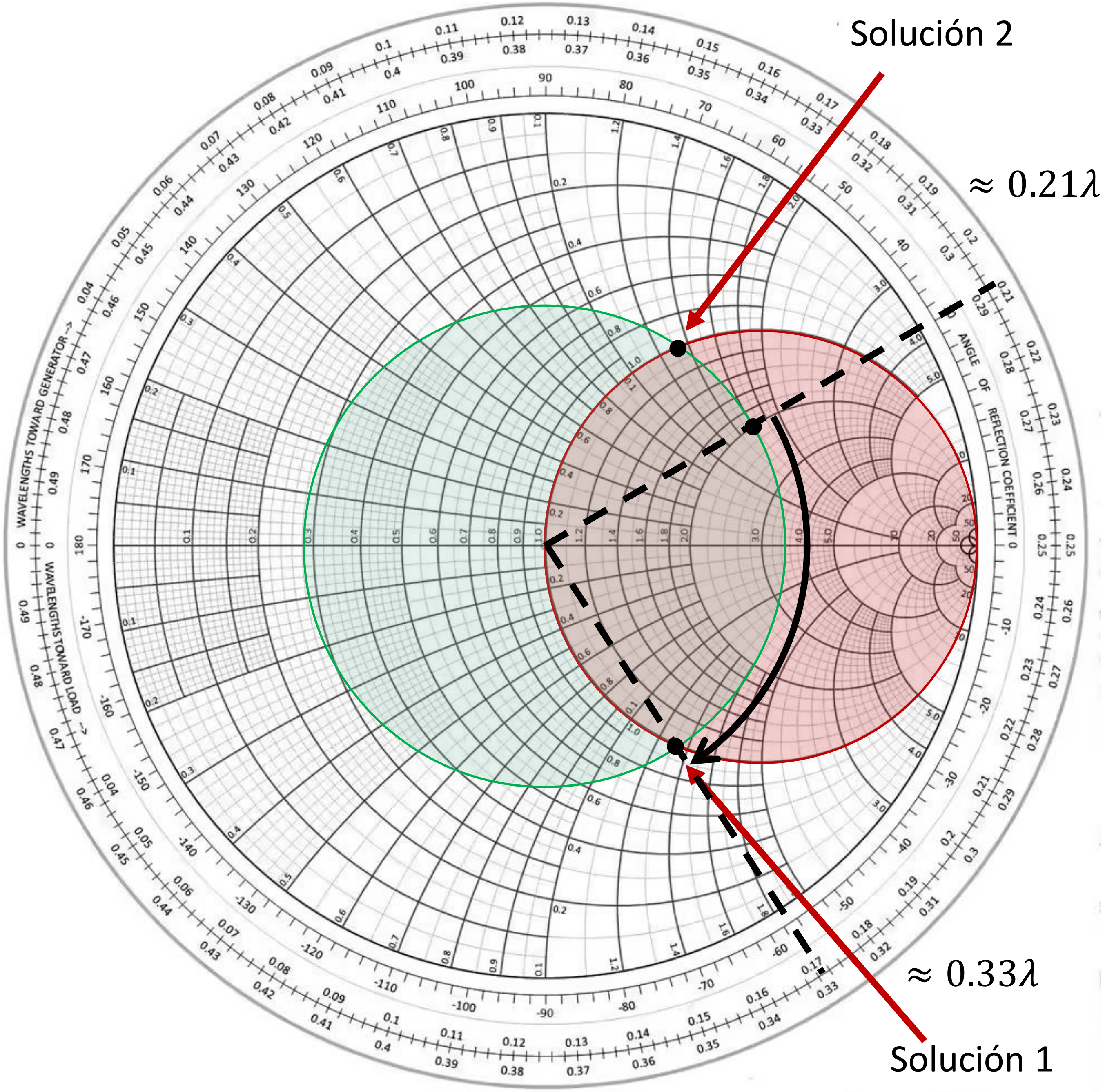
- Marcamos las intersecciones entre círculos.

- Nos debemos mover hacia estos puntos, **siempre en sentido horario**. Estamos parados en la carga, solo nos podemos mover al generador.



Stubs Serie: Ejemplo

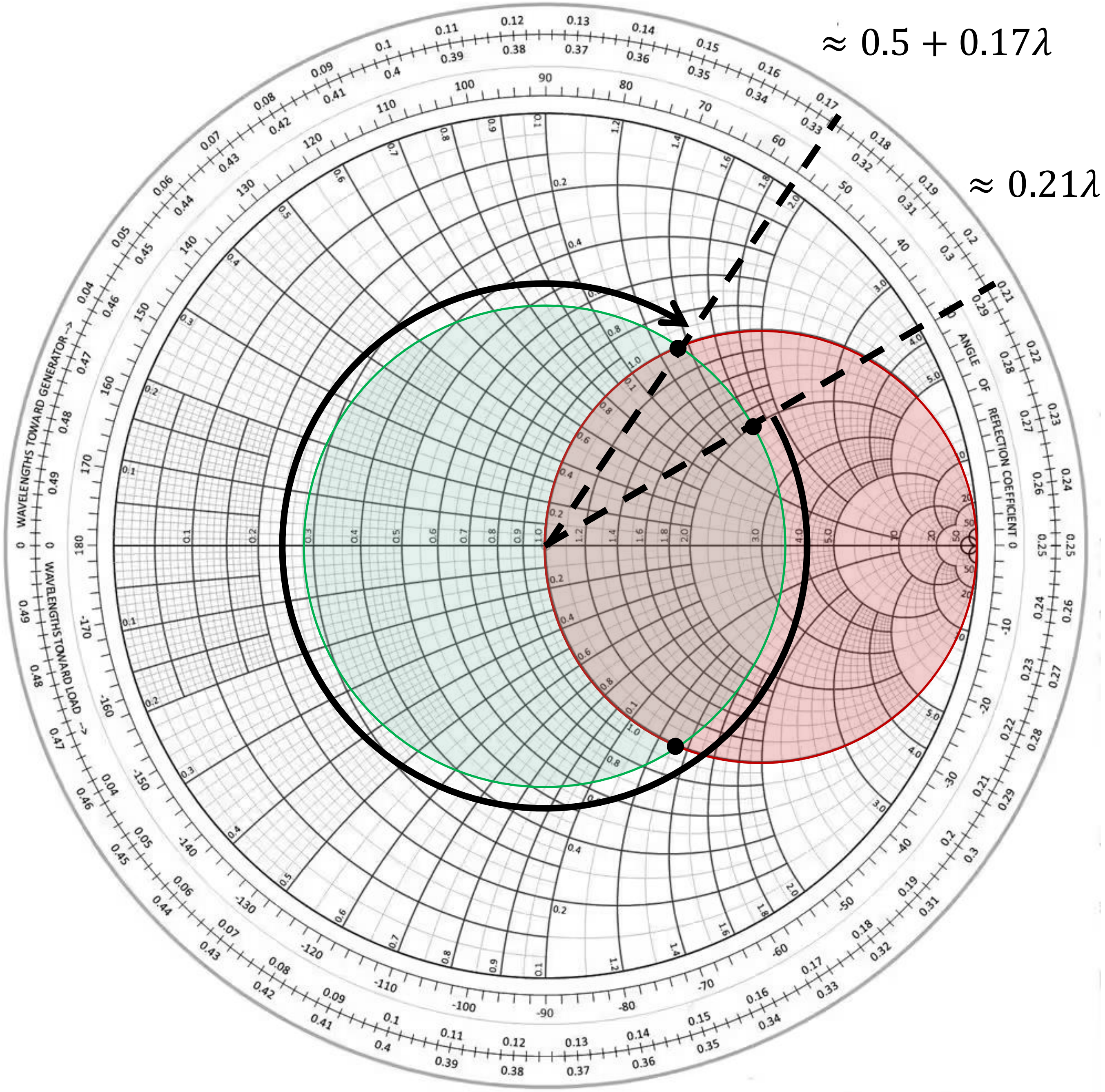
- Para la solución 1:
  $d = 0.33\lambda - 0.21\lambda = 0.12\lambda$



Stubs Serie: Ejemplo

- Para la solución 1:
  $d = 0.33\lambda - 0.21\lambda = 0.12\lambda$

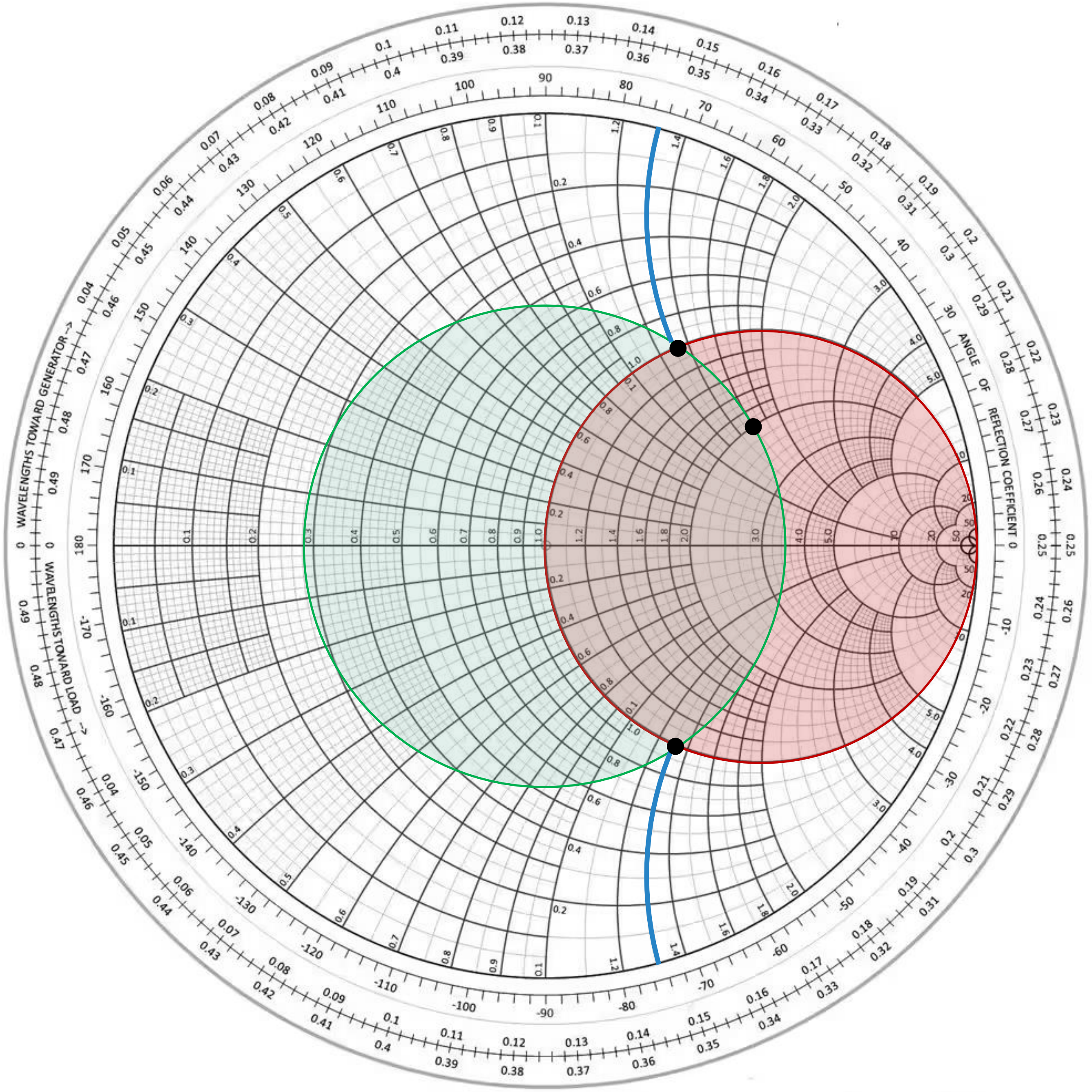
- Para la solución 2:
  $d = 0.67\lambda - 0.21\lambda = 0.46\lambda$



Stubs Serie: Ejemplo

Ahora debemos encontrar los largos l, eliminando la componente reactiva.

Dado que es un stub en circuito abierto, nos movemos desde el punto $r = \infty$ hasta el opuesto reactivo de la solución.



Stubs Serie: Ejemplo

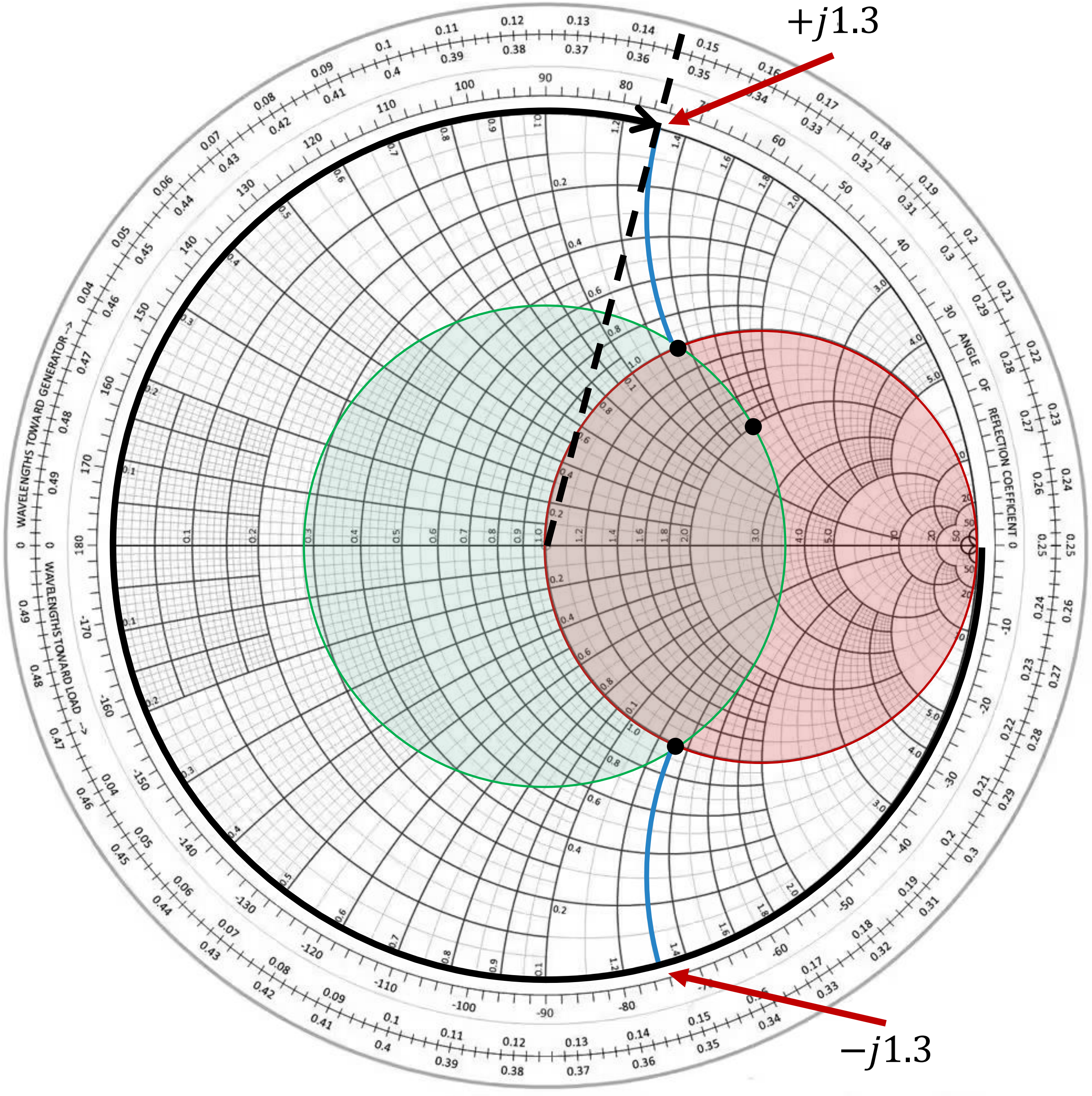
- Para la solución 1:

  $d = 0.33\lambda - 0.21\lambda = 0.12\lambda$

  $l = 0.25\lambda + 0.147\lambda = 0.397\lambda$

- Para la solución 2:

  $d = 0.67\lambda - 0.21\lambda = 0.46\lambda$



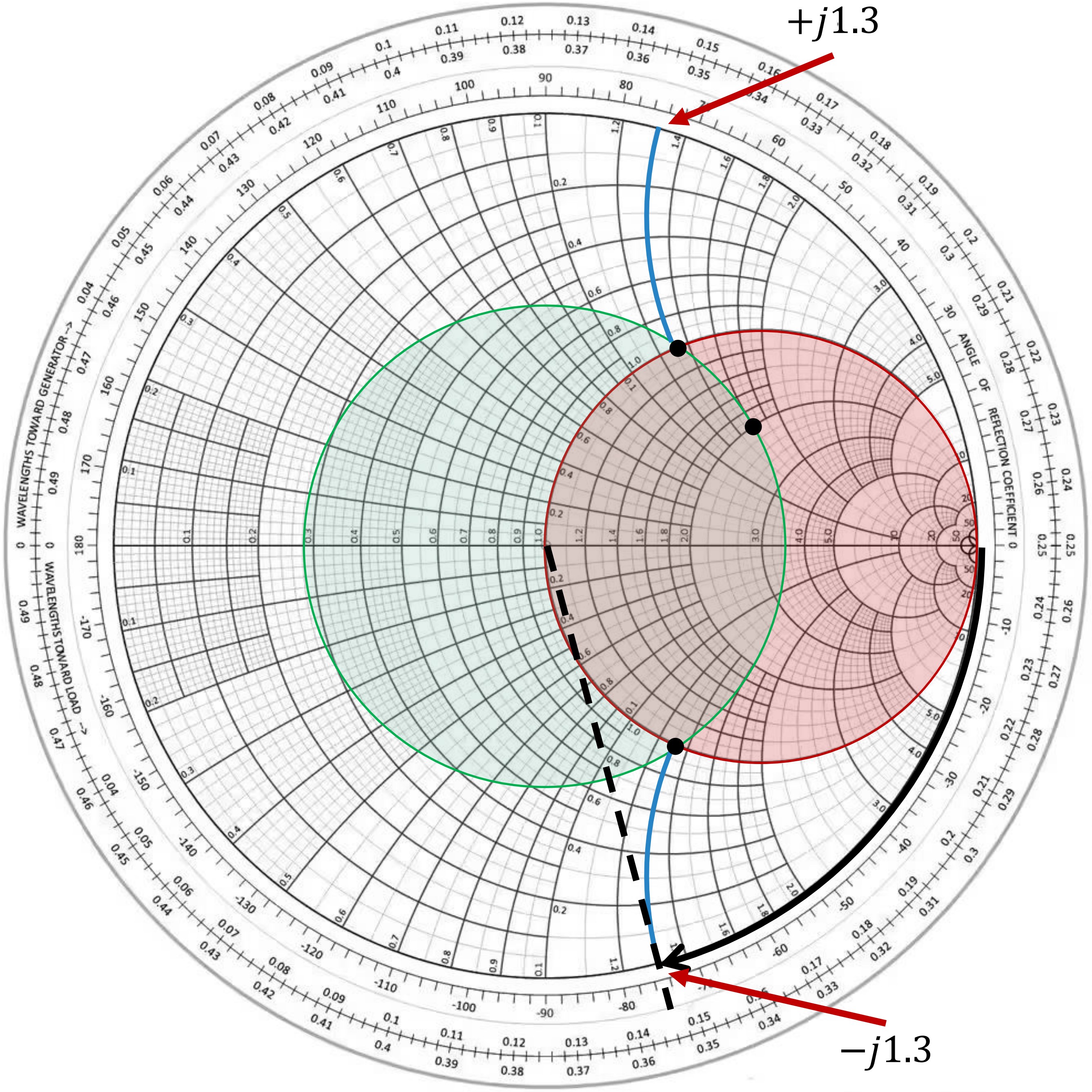
Stubs Serie: Ejemplo

- Para la solución 1:
  $d = 0.33\lambda - 0.21\lambda = 0.12\lambda$

  $l = 0.25\lambda + 0.147\lambda = 0.397\lambda$

- Para la solución 2:
  $d = 0.67\lambda - 0.21\lambda = 0.46\lambda$

  $l = 0.353\lambda - 0.25\lambda = 0.103\lambda$

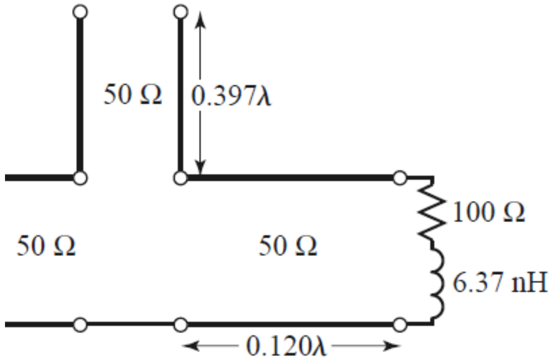


Stubs Serie: Ejemplo

- Para la solución 1:

$$d = 0.33\lambda - 0.21\lambda = 0.12\lambda$$

$$l = 0.25\lambda + 0.147\lambda = 0.397\lambda$$

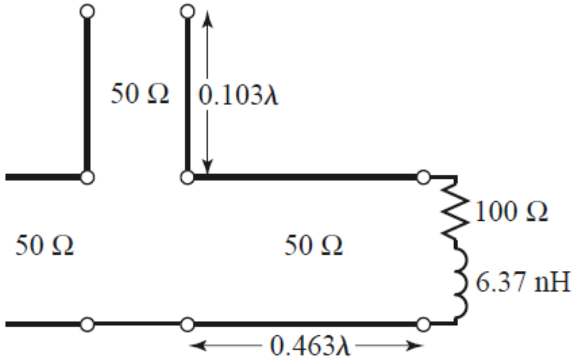


Solución 1

- Para la solución 2:

$$d = 0.67\lambda - 0.21\lambda = 0.46\lambda$$

$$l = 0.353\lambda - 0.25\lambda = 0.103\lambda$$

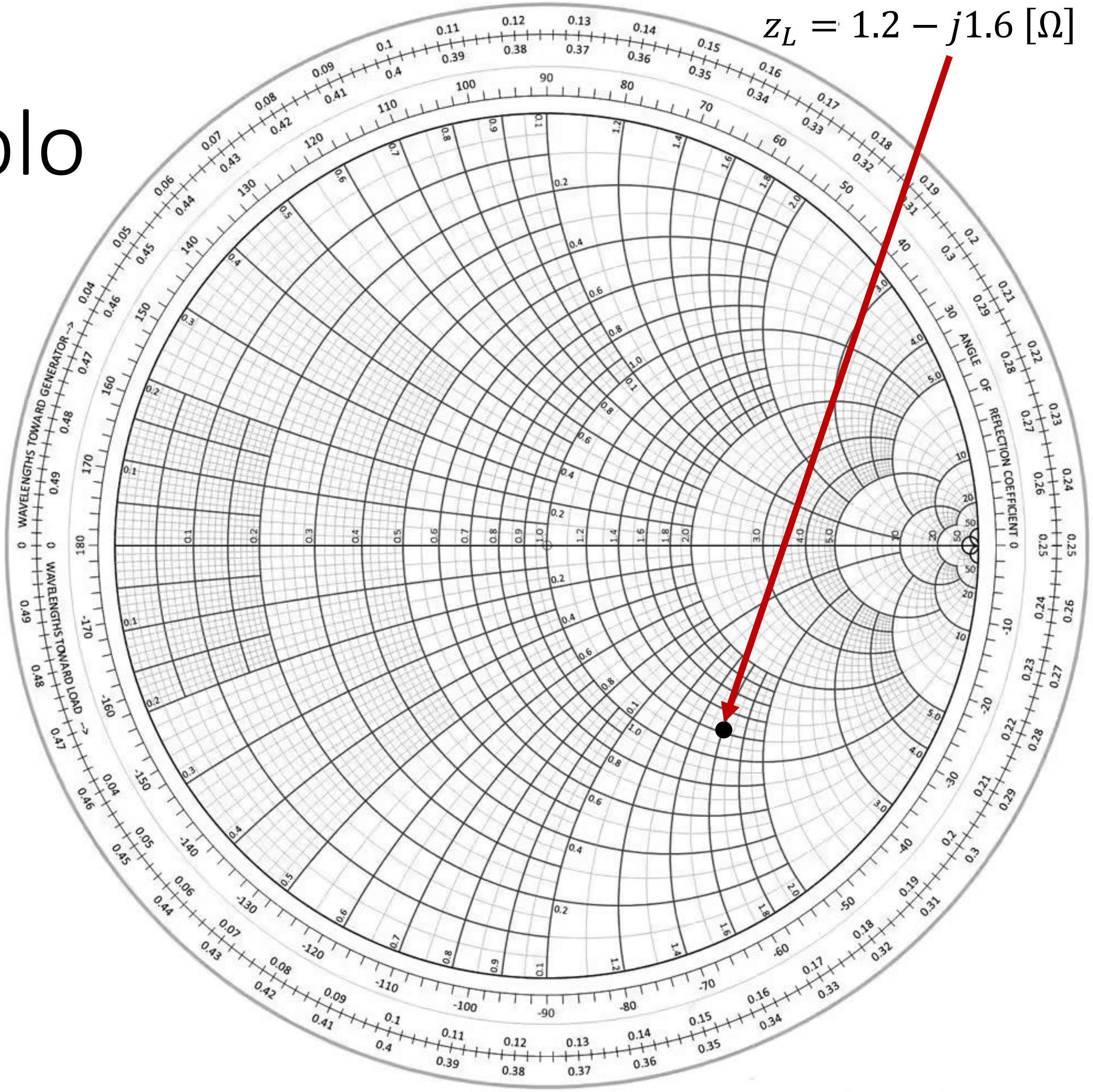


Solución 2

Stubs Paralelo: Ejemplo

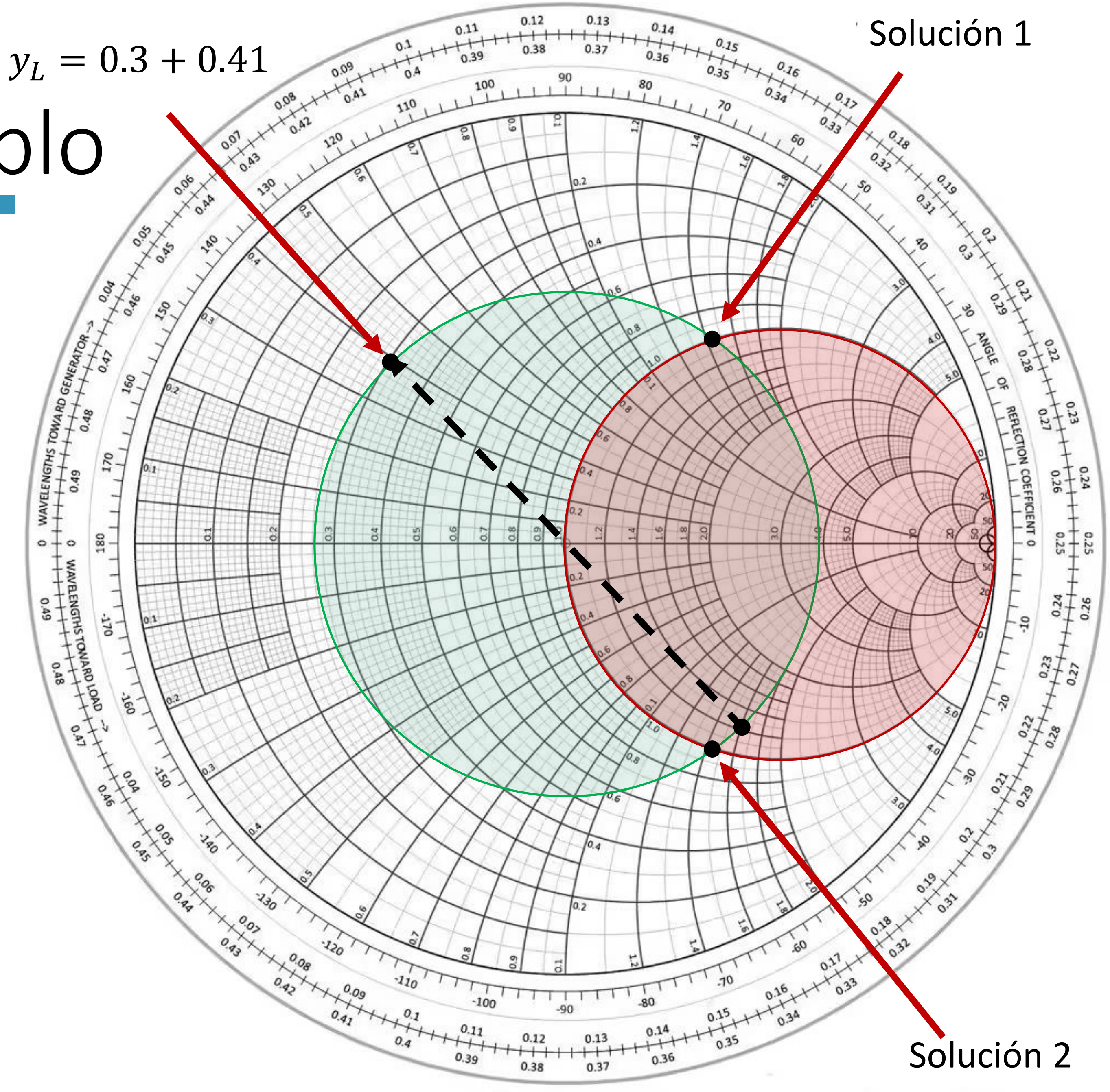
- Considere una línea de 50 [Ω] y una carga $Z_L = 60 - j80\ [\Omega]$ a 2[GHz].

- Usemos stub en paralelo y en cortocircuito



Stubs Paralelo: Ejemplo

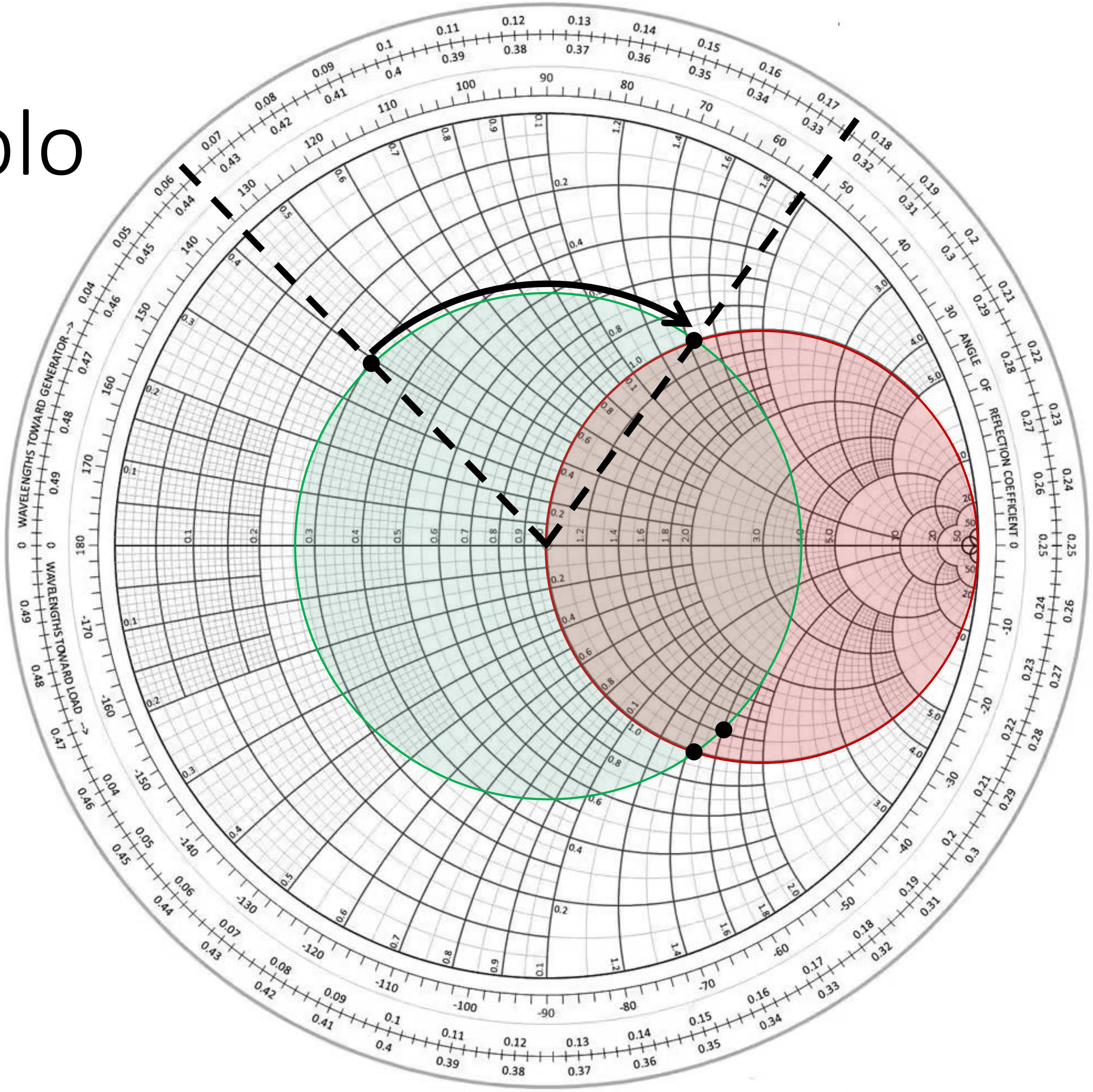
- Primero debemos trabajar en admitancia
- Marcamos los círculos de $r = 1$ y ROE
- Notemos que la posición de las soluciones no cambia, pero esta vez están en **admitancia**.



Stubs Paralelo: Ejemplo

- Para la solución 1:

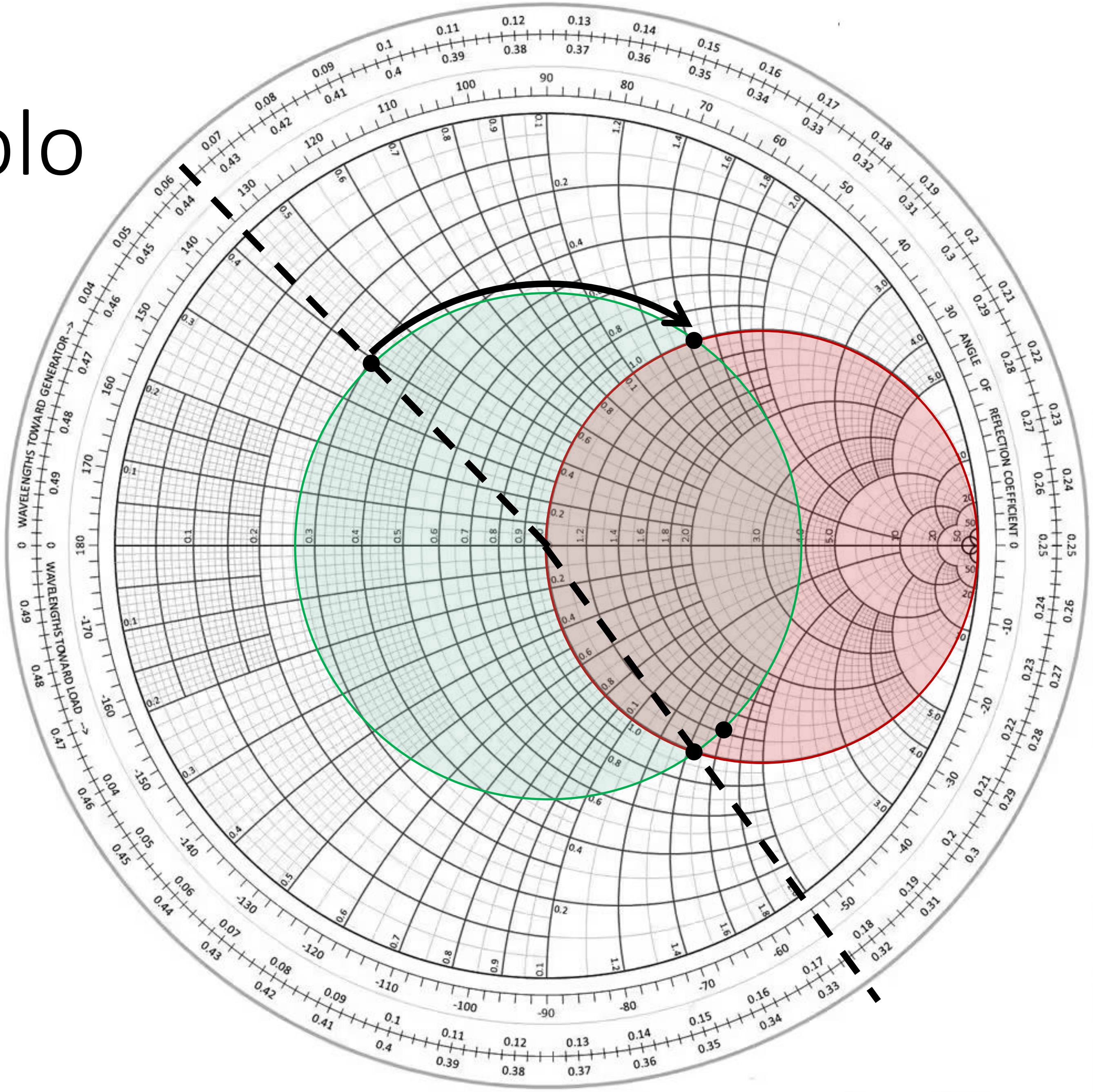
  $d = 0.174\lambda - 0.064\lambda = 0.110\lambda$



Stubs Paralelo: Ejemplo

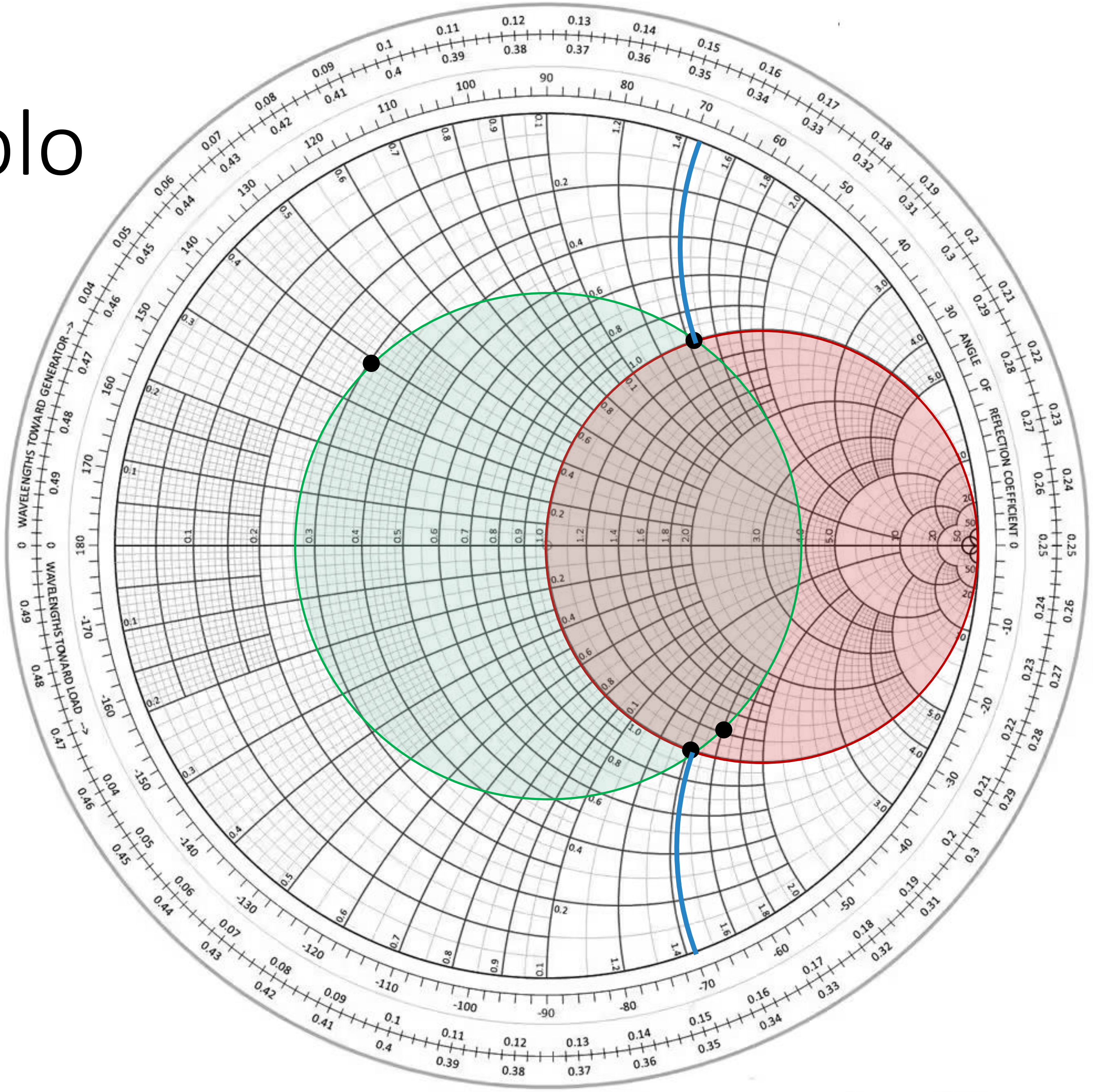
- Para la solución 1:
  $d = 0.174\lambda - 0.064\lambda = 0.11\lambda$

- Para la solución 2:
  $d = 0.324\lambda - 0.064\lambda = 0.26\lambda$



Stubs Paralelo: Ejemplo

- Ahora medimos desde el cortocircuito…
- PERO!
- Estamos en admitancias, por lo que $y_{cc} = \infty$. Seguimos en el extremo derecho.



Stubs Paralelo: Ejemplo

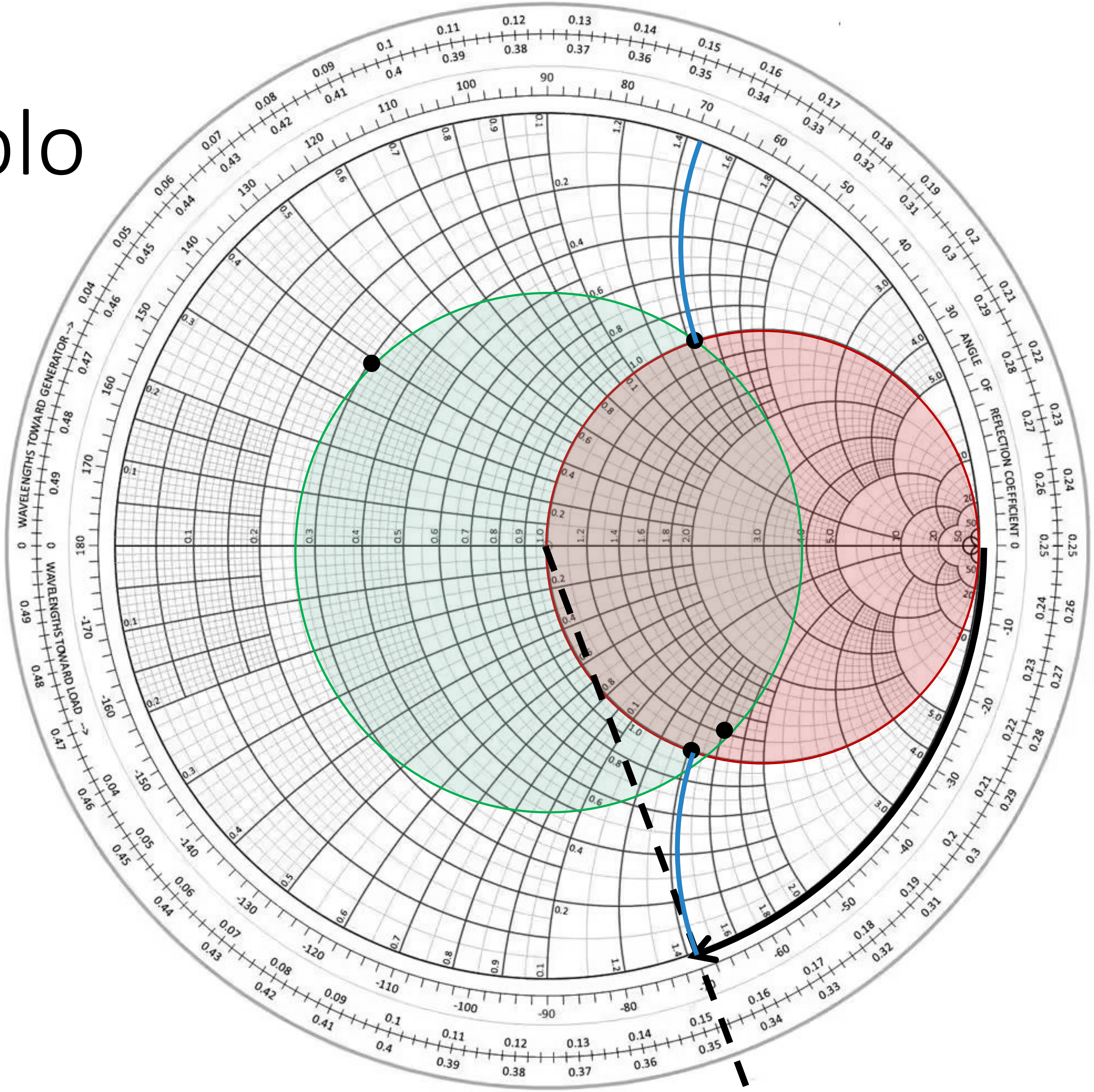
- Para la solución 1:

$$d = 0.174\lambda - 0.064\lambda = 0.11\lambda$$

$$l = 0.346\lambda - 0.25\lambda = 0.096\lambda$$

- Para la solución 2:

$$d = 0.324\lambda - 0.064\lambda = 0.26\lambda$$



Stubs Paralelo: Ejemplo

- Para la solución 1:

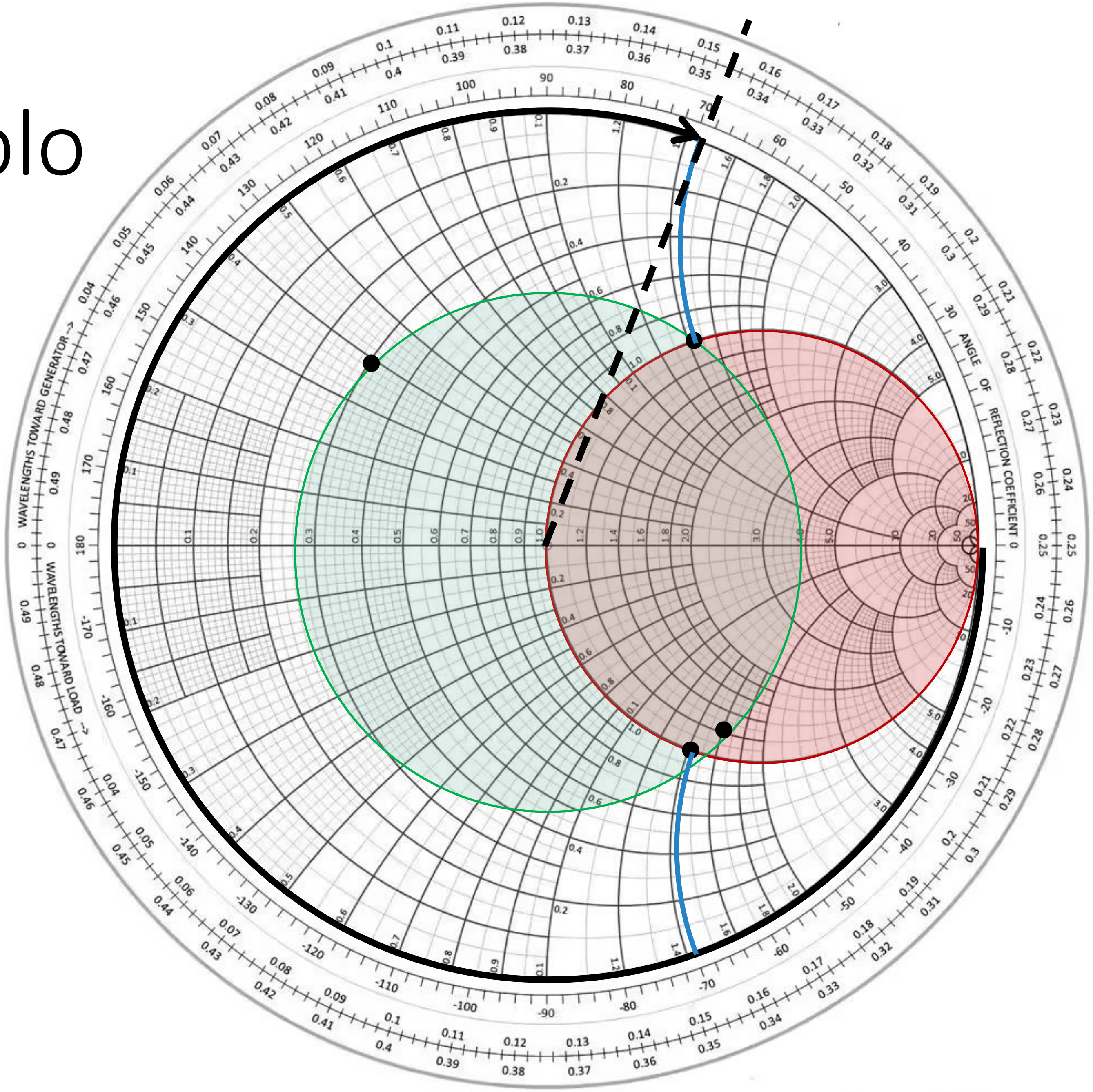
  $d = 0.174\lambda - 0.064\lambda = 0.11\lambda$

  $l = 0.346\lambda - 0.25\lambda = 0.096\lambda$

- Para la solución 2:

  $d = 0.324\lambda - 0.064\lambda = 0.26\lambda$

  $l = 0.25\lambda + 0.154\lambda = 0.404\lambda$

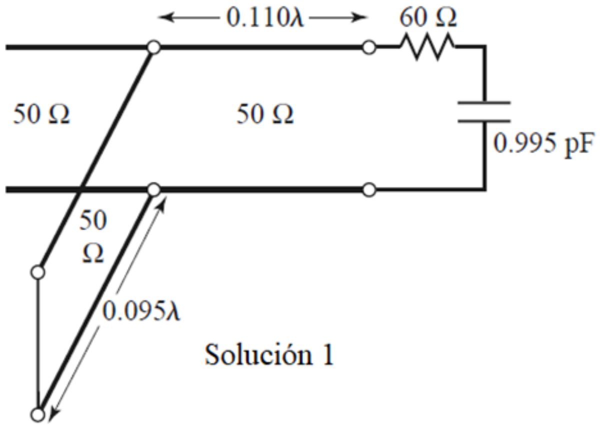


Stubs Paralelo: Ejemplo

- Para la solución 1:

  $d = 0.174\lambda - 0.064\lambda = 0.11\lambda$

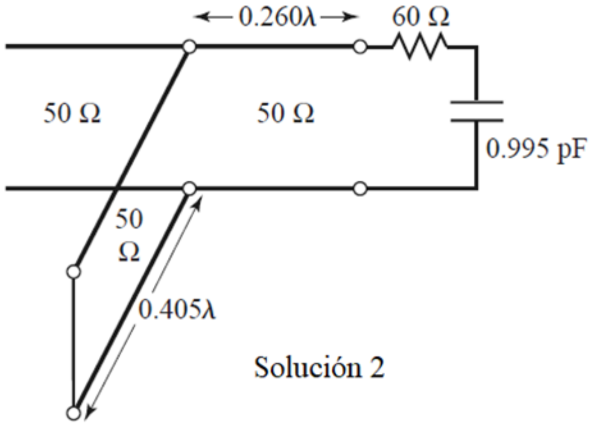
  $l = 0.346\lambda - 0.25\lambda = 0.096\lambda$



- Para la solución 2:

  $d = 0.324\lambda - 0.064\lambda = 0.26\lambda$

  $l = 0.25\lambda + 0.154\lambda = 0.404\lambda$

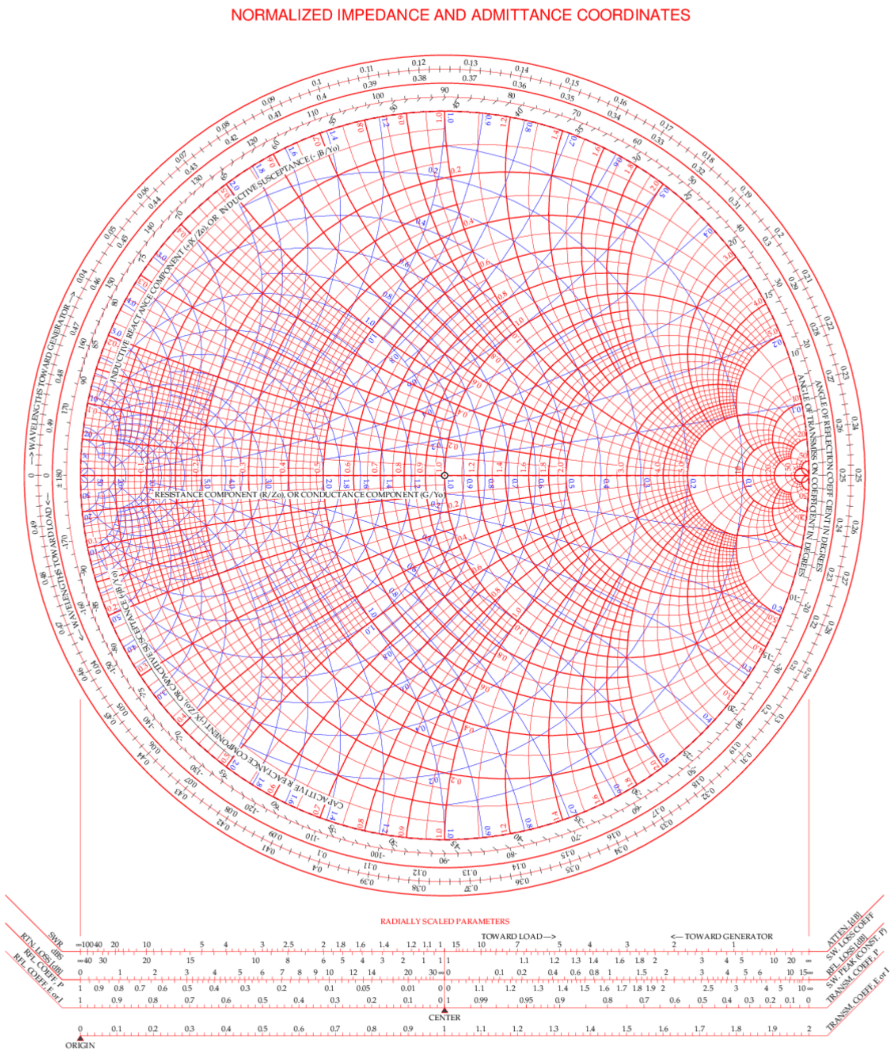


Red Tipo L: Carta de Smith

- Para el caso de estas redes se emplea una versión más “especial” de la carta de Smith.

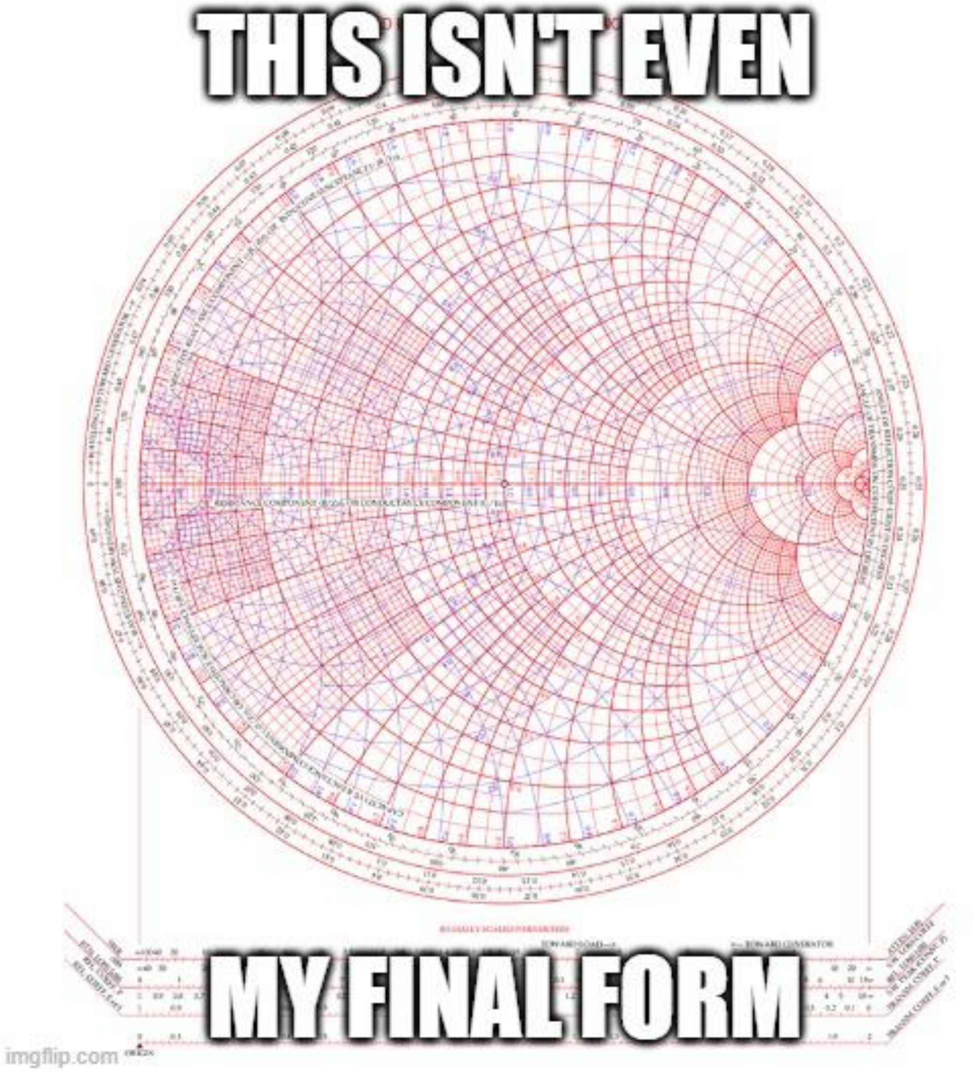
- Se incluyen las admitancias.

- MUY RECOMENDABLE VER ESTE VIDEO.



Red Tipo L: Carta de Smith

- Para el caso de estas redes se emplea una versión más "especial" de la carta de Smith.
- Se incluyen las admitancias.
- MUY RECOMENDABLE VER ESTE VIDEO.



Resumen

- Revisamos dos estrategias de adaptación de impedancias: parámetros condensados y parámetros distribuidos.
- Dedujimos el proceso para estimar los parámetros de cada una de estas redes adaptación de impedancias.
- Presentamos un método alternativo para hacer el proceso, basado en el uso de la Carta de Smith.

Cerrando la clase de hoy

- Nos quedan un par de comentarios finales antes de cerrar este capítulo

Próxima Clase:

Líneas de Transmisión: Aplicaciones Adicionales.