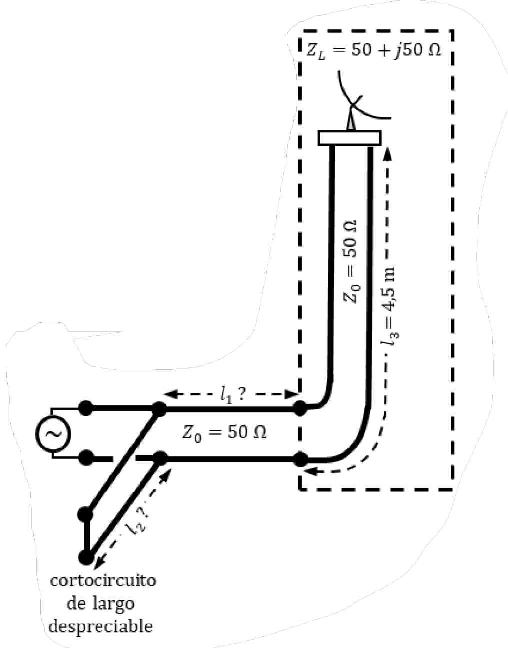
Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Teoría Electromagnética - IEE2113
Profesor: Javier Silva
Ayudante: Jorge Andrés Matamala (jnmatamala@uc.cl)

Ayudantía 7

Adaptación de impedancias y guías de onda

Pregunta 1

Se tiene una línea de transmisión coaxial que opera a 50 MHz con $\epsilon_r = 1$. Se requiere adaptar la carga de la antena a la línea mediante un stub de largo l_2 colocado a una distancia l_1 desde la base. Considerando que todos los tramos poseen las mismas características eléctricas, determine los largos l_1 y l_2



Solución

Se busca cancelar la parte reactiva de la carga e igualar la parte resistiva al valor de la impedancia característica de la línea. Primero encontramos la longitud de onda de la línea

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 6\ m$$

Queremos reflejar la carga en el stub **sin cambiar** su parte resistiva. Entonces, es necesario que la suma de los largos l_1 y l_3 sea un múltiplo de $\lambda/2$.

$$l_1 + l_3 = 6 \rightarrow l_1 = 1{,}5\ m$$

Para cancelar la reactancia de la carga conectaremos un stub **serie** terminado en **cortocircuito**. Esto significa que **sumaremos** una reactancia que elimine la parte imaginaria de la carga $j\ 50\ \Omega$.

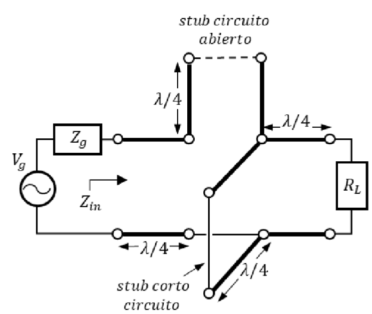
$$X_s = Z_0 \frac{0 + jZ_0 tan\beta l_2}{Z_0 + j \cdot 0 \cdot tan\beta l_2} = -j\ 50\ \Omega \Rightarrow tan\ \beta l_2 = -1 \Rightarrow l_2 = -\frac{3}{4}\ m$$

Como el largo da negativo, solo sumamos $\lambda/2$ hasta que de positivo

$$l_2 = \frac{9}{4}\ m$$

Pregunta 2

Usted le pregunta al profesor una duda y le responde lo siguiente



El ayudante escucha y contribuye comentando que $R_L = 200\ \Omega$, $Z_0 = 100\ \Omega$ y $Z_g = 60 + j40\ \Omega$.

Sin entender las respuestas, acudes a tu amigo y te recomienda hacer dos cosas: encontrar Z_{in} y luego diseñar una red adaptadora basada en stub paralelo o corto-circuito que maximice la potencia a transferir desde la fuente a la carga.

Solución

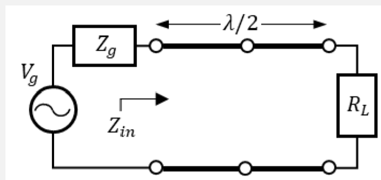
La impedancia del stub serie terminado en c.a ($Z_L = \infty$) vista desde la línea es

$$Z_{in}^{s1} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 tan\beta l}{Z_0 + jZ_L tan\beta l} = \frac{Z_0^2}{Z_L} = \frac{Z_0^2}{\infty} = 0$$

La impedancia del stub paralelo en c.c ($Z_L = 0$) vista desde la línea es

$$Z_{in}^{s1} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 tan\beta l}{Z_0 + jZ_L tan\beta l} = \frac{Z_0^2}{Z_L} = \frac{Z_0^2}{0} = \infty$$

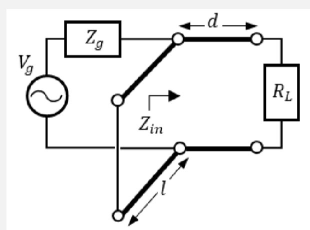
Se concluye que el stub en serie c.a actúa como un corto circuito y el stub paralelo cc es un circuito abierto. Reescribiendo la topología recordando que al eliminar los stub queda una línea de largo $\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$ se tiene



Se tiene que $Z_{in} = R_L$

La máxima transferencia de potencia se obtiene con la condición $Z_{in} = Z_g^* = 60 - j40\ \Omega$. Debemos modificar la impedancia de carga mediante la inserción de un stub en paralelo terminado en cc .

Ya está parcialmente solucionado, ahora es necesario encontrar el largo l del stub y la distancia d entre él y la carga a adaptar.



La parte real de la impedancia vista desde la fuente después de agregar sólo el tramo d es

$$Z_{in-d} = 100 \frac{200 + j100 tan\beta l}{100 + j200 tan\beta l}$$

Que **debe** ser igual a

$$Z_{in-d} = 60 + jX$$

Moviendo el denominador de la impedancia hacia el otro lado buscamos resolver para d y X.

Igualando partes imaginarias

$$X + 120 tan\beta d = 100 tan\beta d \Rightarrow X = -20 tan\beta d$$

Igualando partes reales

$$200 = 60 - 2X tan\beta d \Rightarrow X tan\beta d = -70$$

Resolviendo obtenemos que

$$20(tan\beta d)^2 = 70 \Rightarrow tan\beta d = 1{,}87 \Rightarrow d = 0{,}172\lambda$$

Dado que usaremos la siguiente ecuación

$$l_{stub} = \frac{\lambda}{2\pi} tan^{-1}(\frac{Y_0}{B})$$

Para encontrar la admitancia Y_0 primero calculamos

$$Z_{in-d} = 100\frac{200 + j100 \cdot 1{,}87}{100 + j200 \cdot 1{,}87} = 70{,}8 \angle 31{,}95$$

$$Y_0 = (Z_{in-d})^{-1} \Rightarrow Y_0 = 0{,}0141 \angle -31{,}95$$

Como

$$Y_0 = G + jB$$

Pasando a forma cartesiana la admitancia calculada

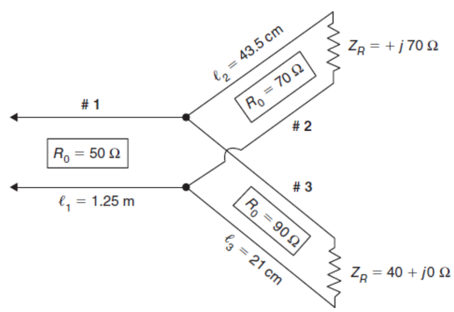
$$Y_0 = 0{,}012 - j0{,}00746$$

Así $B = -0{,}00746$ y reemplazando en la formula se obtiene

$$l_{stub} = 0{,}148\lambda$$

Pregunta 3

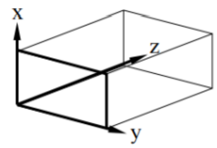
La siguiente línea de transmisión sin pérdidas opera a una frecuencia de 700 MHz con una velocidad de fase por cada línea de $2.1 \cdot 10^8$ m/s. Usando la carta de Smith, encuentre el SWR en cada sección de la línea y la impedancia de entrada de la línea # 1.



Cápsula

Pregunta 4

Para un túnel de dimensiones aproximadas de 7 x 12 m construido con paredes conductoras.



a Determine sobre qué rango de frecuencias en esta guía de onda se propaga uno y solo un modo. ¿A qué modo corresponde?

b Determine las frecuencias de corte f_{mn} para los modos TE_{11} , TE_{01} y TM_{11}.

c Calcule la longitud de onda λ_g para el modo TE_{10} en este túnel a $15 MHz$

d Considerando las ondas a 15 MHz como ondas planas reflejadas desde las paredes laterales que inciden con ángulo θ_i ¿Cuál es el valor de θ_i para el modo TE_{10}?

e Escriba una expresión para $\vec{H}(x, y, z)$ para el modo TM_{11} usando las dimensiones de las guía de onda.

f Una señal emisora de radio AM 1 MHz está por debajo de la frecuencia de corte para este túnel y por lo tanto tiene una distancia de atenuación de potencia igual a δ. Determine el valor numérico para δ (en m), que es una fracción de la distancia de penetración de la señal AM aproximada con respecto a la entrada del túnel.

g ¿Qué tipo de problemas se pueden experimentar cuando se trata de escuchar una emisora FM, de ancho de banda 88-108 MHz dentro de túneles largos, asumiendo que las señales penetran en la entrada?

Solución

a) Calculamos la frecuencia de corte para el modo dominante y el que sigue

$$f_{c_{10}} = \frac{c}{2 \cdot 12} \approx 12.5 \text{ MHz}$$

$$fc_{01} = \frac{c}{2 \cdot 7} \approx 21.4 \text{ MHz}$$

Si la frecuencia de operación f cumple que

$$f_{c_{10}} < f < f_{c_{01}}$$

La guía solamente dejará pasar el modo dominante y no los demás.

b) Reemplazando para el modo que falta

$$f_{c_{11}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}\sqrt{(\frac{\pi}{12})^2 + (\frac{\pi}{7})^2} \approx 24.8 \ \text{ MHz}$$

Así, la frecuencia de corte para los modos TE_{11} y TM_{11} es 24.8 MHz. $f_{c_{01}}$ se calculó antes.

c) De capítulos anteriores se sabe que cualquier onda cumple lo siguiente

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \qquad \wedge \qquad k = \frac{\omega}{c}$$

Si la onda se propaga en la dirección $+z$ al interior de la guía se espera que las relaciones anteriores sigan siendo válidas, con la excepción de los cambios que sufren k_x y k_y por el hecho de **estar dentro** de la guía de ondas.

$$(\frac{2\pi f}{c})^2 = (\frac{n\pi}{b})^2 + (\frac{m\pi}{a})^2 + k_z^2 \xrightarrow{n=0,m=1,a=12} (\frac{2\pi f}{c})^2 = (\frac{\pi}{12})^2 + k_z^2$$

La longitud de onda dentro de la guía está relacionada con la dirección de propagación en la guía

$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda_g}$$

Despejando k_z^2 y reemplazando la última ecuación

$$(\frac{2\pi}{\lambda_g})^2 = (\frac{2\pi f}{c})^2 - (\frac{\pi}{12})^2$$

Por último se despeja la longitud de onda

$$\lambda_g = 36.18 \text{ m}$$

d) Recordando que la tangente del ángulo incidente es igual a la razón de k_z a k_y, que a 15 MHz solo un modo se propaga y que $k_y = \pi/12$, despejamos k_z.

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_y^2} = \sqrt{(\frac{2\pi \cdot 15 \cdot 10^6}{c})^2 - (\frac{\pi}{12})^2}$$

Así el ángulo es

$$tan^{-1}(\frac{k_z}{k_y}) = tan^{-1}(\sqrt{0{,}44})$$

$$\Rightarrow \theta_i = 33.6\ ^\circ$$

d) Para obtener $\vec{H}$ comenzamos encontrando $\vec{E}$

$$\vec{E}_{11}(x, y, z) = \frac{E_0}{k_c}[k_y sin(k_y y) cos(k_x x)\ \hat{x} - k_x sen(k_x x) cos(k_y y)\ \hat{y}]e^{-jk_z z}$$

Así para TM_{11} es

$$\vec{H}_{11} = \frac{H_0}{k_c}[\frac{m\pi}{b} cos(\frac{m\pi}{b} y) sin(\frac{n\pi}{a} x)\hat{x} - \frac{n\pi}{a} cos(\frac{n\pi}{a} x) sin(\frac{m\pi}{b} y)\ \hat{y}]e^{-jk_z z}$$

Pd: se ve feo feo, pero es llegar y reemplazar en las relaciones del formulario para ambos campos. De todas formas, les recomiendo enfocarse en otras cosas y no gastar tanto tiempo en este inciso :).

d) Como se cambió la frecuencia volvemos a calcular k_z.

La señal AM penetra más "profundo.^en el modo más bajo permitido. En este caso es el TE_{10}

$$k_z = \sqrt{(\frac{2\pi f}{c})^2 - (\frac{\pi}{2})^2} = j0.261$$

Así, la profundidad que es una **fracción** de la distancia de penetración es

$$\delta = k_z^{-1} = 3.83 \text{ m}$$

d) La señales en el rango de frecuencias dado pueden propagarse en varios modos. Como cada modo se propagará en el túnel a una velocidad diferente habrá un cambio de fase entre las señales de cada modo. Esto causará interferencia y se escucharía una mezcla entre todas las emisoras.