Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2113 – Teoría Electromagnética

Control 11

13 de junio de 2024

Nombre:

Pregunta 1

Demuestre que para una guía de onda rectangular, la velocidad de grupo está dada por:

$$u_g = c\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

Solución:

[**1 pto**] De acuerdo a lo visto en clases, podemos escribir el coeficiente de propagación como:

$$\beta = 2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{f^2-f_c^2}$$

[**1 pto**] Por otro lado, la velocidad de grupo está dada por:

$$v_g = \frac{1}{\frac{\partial\beta}{\partial\omega}}$$

[**3 pts**] Determinemos la derivada $\frac{\partial\beta}{\partial\omega}$:

$$\frac{\partial\beta}{\partial\omega} = \frac{\partial}{\partial\omega}\left[2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{f^2-f_c^2}\right] = \frac{\partial}{\partial\omega}\left[\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{4\pi^2f^2-4\pi^2f_c^2}\right]$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial\omega} = \sqrt{\mu\varepsilon}\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\sqrt{\omega^2-\omega_c^2}\right] = \sqrt{\mu\varepsilon}\frac{2\omega}{2\sqrt{\omega^2-\omega_c^2}}$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial\omega} = \sqrt{\mu\varepsilon}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega_c^2}{\omega_2}}} = \sqrt{\mu\varepsilon}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{2\pi f_c}{2\pi f}\right)^2}} = \sqrt{\mu\varepsilon}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

[**1 pto**] Asumiendo vacío, $\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = c^{-1}$. Luego:

$$v_g = \frac{1}{\frac{\partial\beta}{\partial\omega}} = c\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

como se pedía demostrar.

Criterio de asignación:

- En el caso de las asignaciones de puntaje de 1 punto, el criterio es binario. O tiene todo el punto o no lo tiene. No hay puntajes intermedios.
- En el caso del desarrollo de la derivada. Este se asigna en función del nivel de desarrollo. Pudiendo otorgar 1, 2, o 3 puntos. No hay otros puntajes intermedios.