



Control 3

14 de marzo de 2024

Nombre:

Pregunta 1: Expansión Multipolar

Considere una esfera de radio R , centrada en el origen, y que posee una densidad de carga volumétrica:

$$\rho(r, \theta, \phi) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{R}{r^2} (R - 2r) \sin\theta$$

donde r , θ , y ϕ son las coordenadas esféricas.

Sea P un punto que se mueve a lo largo del eje z . Encuentre:

- La expresión para el vector $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$
- La expresión para el diferencial de volumen dv' .
- Los primeros 4 momentos polares (monopolo, dipolo, cuadripolo, octopolo).
- Concluya respecto a la distribución de cargas, de acuerdo al resultado obtenido en (c).
- El potencial aproximado en el eje z , lejos de la esfera. Basta con el primer término no nulo.
- El campo eléctrico aproximado en el eje z , lejos de la esfera.

Los Polinomios de Legendre para $n = 0...3$ están dados por:

$$\begin{aligned}P_0(x) &= 1 \\P_1(x) &= x \\P_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \\P_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x).\end{aligned}$$