Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2113 – Teoría Electromagnética

# Interrogación 01

09 de abril de 2024

## Instrucciones

- Tiempo Límite de la Evaluación: **2 horas**.
- Puntaje Máximo: 36 puntos.
- Se permite el uso de calculadora. Se prohibe el uso de otros dispositivos electrónicos, tales como celulares, tablets, computadores, etc.
- Responda cada pregunta en una hoja separada. **No combine respuestas de distintas preguntas en una misma hoja**.
- Para cada pregunta escriba su nombre y el número de pregunta en la hoja correspondiente. **Aquellas hojas que carezcan de esta información no serán corregidas.**
- Responda con **letra legible**. Desarrollos tachados o garabateados no serán considerados en la corrección. En caso de que se solicite una expresión o respuesta numérica, déjela claramente señalada, encerrándola en un recuadro.
- Solo habrán 3 instancias de dudas: al inicio de la evaluación, a los 45 minutos y a los 90 minutos. Las dudas a tratar serán exclusivamente de enunciado.
- Este curso se adscribe y compromete al Código de Honor UC:

  *Como miembro de la comunidad de la Pontificia Universidad Católica de Chile, me comprometo a respetar los principios y normativas que la rigen. Asimismo, me comprometo a actuar con rectitud y honestidad en las relaciones con los demás integrantes de la comunidad y en la realización de todo trabajo, particularmente en aquellas actividades vinculadas a la docencia, al aprendizaje y la creación, difusión y transferencia del conocimiento. Además, me comprometo a velar por la dignidad e integridad de las personas, evitando incurrir en y, rechazando, toda conducta abusiva de carácter físico, verbal, psicológico y de violencia sexual. Del mismo modo, asumo el compromiso de cuidar los bienes de la Universidad*
- En caso de detectar copia u otro tipo de acto deshonesto en esta evaluación, se le solicitará firmar esta hoja a modo de respaldo. La falta implicará la reprobación inmediata del curso con nota 1.1 y el caso será notificado a la Dirección de Pregrado.

# Pregunta 1 [6 puntos]

Escoja y responda brevemente 6 de los siguientes 9 ítems. Si lo considera necesario, puede apoyarse en el uso de fórmulas o expresiones matemáticas. **Sea claro en señalar los ítems escogidos. Solo se corregirán los 6 primeros en ser respondidos.**

a) [**1pt**] Explique la diferencia entre Voltaje y Potencial Eléctrico.

b) [**1pt**] Explique por qué al aplicar expansión multipolar es necesario estar a una distancia lejana al sistema de cargas.

c) [**1pt**] Escriba un ejemplo de matriz de permitividad relativa para un material:

- Homogéneo, isotrópico y no-lineal.
- Heterogéneo, anisotrópico y lineal.

d) [**1pt**] Explique el experimento mental de Contracción de Longitudes.

e) [**1pt**] Explique los 3 tipos de corriente vistos en el curso.

f) [**1pt**] Nombre y explique las 3 formas de generar un campo eléctrico por medio de inducción magnética.

g) [**1pt**] ¿Por qué el campo magnético generado por un cable conductor no produce trabajo sobre las cargas que circulan en dicho cable?

h) [**1pt**] Bosqueje la curva B-H para un material diamagnético. Sea claro en los ejes.

i) [**1pt**] Señale los pasos a seguir para resolver un problema de condiciones de borde aplicando Poisson/Laplace.

## Pregunta 2 [6 puntos]

En base a la gráfica presentada, responda lo siguiente:

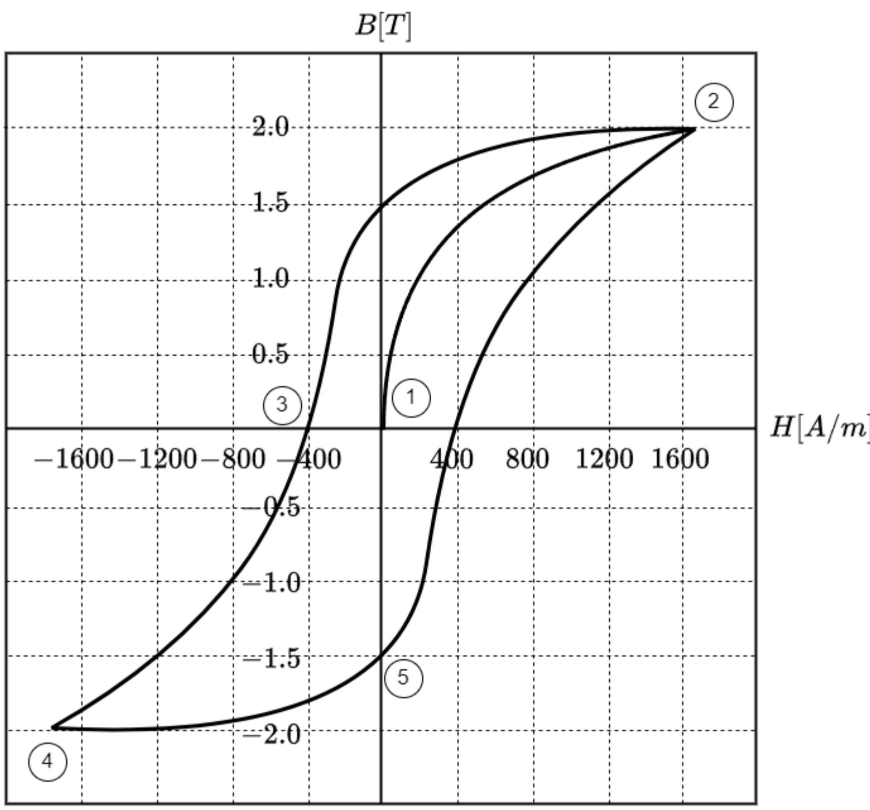
a) **[2pt]** Explique cada uno de los procesos asociados a los tramos (1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,2).

b) **[1pt]** Explique qué es el Flujo Remanente y la Coercitividad de un material magnético. Determine dichos valores para el caso de la gráfica.

c) **[1pt]** Indique a qué tipo de material magnético corresponde. Señale sus características en términos de la Coercitividad y el Flujo Remanente.

d) **[1pt]** Determine el valor aproximado de las pérdidas del material (en [J/m]) para un ciclo completo de histéresis. (Considere 1 [J/m] = 1 [TA/m]).

e) **[1pt]** Suponga que se aplica un campo magnético sobre el material, tal que este se lleva a saturación. Posteriormente, el campo aplicado comienza a disminuirse gradualmente hasta generar una densidad de flujo de 1.75[T]. Determine la permeabilidad relativa bajo estas condiciones.



## Pregunta 3 [6 puntos]

Considere el sistema $\mathcal{S}$ mostrado en la figura, donde un cable infinito con densidad de carga $\lambda$ reposa en el eje $x$. Sea $\mathcal{S}'$ el sistema para un observador que se mueve a una velocidad $v\vec{\mathbf{a}}_x$ cercana a la velocidad de la luz, determine:

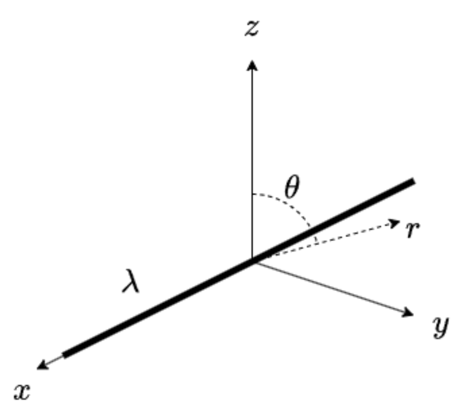
a) **[1pt]** La transformación de Lorentz para la densidad de carga $\lambda'$. (*Hint:* la carga total en ambos sistemas debiese ser la misma).

b) **[1pt]** La transformación de Lorentz para la densidad de corriente $\vec{\mathbf{J}}'$.

c) **[2pts]** Los campos $\vec{\mathbf{E}}$, $\vec{\mathbf{E}}'$, $\vec{\mathbf{H}}$ y $\vec{\mathbf{H}}'$.

d) **[2pts]** Muestre que para los campos anteriormente determinados se cumple que:

$$E_r' = \gamma\left(E_r - \frac{v}{c^2}B_\theta\right) \qquad\qquad B_\theta' = \gamma\left(B_\theta - \frac{v}{c^2}E_r\right)$$



## Pregunta 4 [6 puntos]

Considere el cascarón cónico truncado, de conductividad $\sigma$, mostrado en la figura. Se pretende determinar la resistencia entre los mantos interno y externo. Para ello:

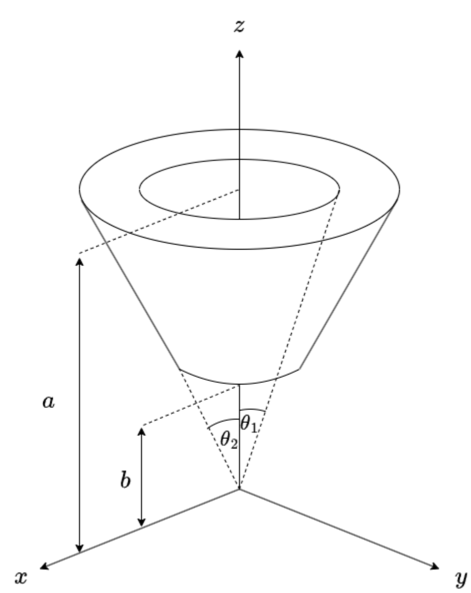
a) **[1pt]** Formule la ecuación de Poisson o Laplace correspondiente.

b) **[1pt]** Determine el potencial eléctrico entre los mantos. Considere que el manto interno está conectado a tierra.

c) **[1pt]** Determine el campo eléctrico entre los mantos.

d) **[2pt]** Determine la corriente circulante entre los mantos.

e) **[1pt]** Determine la resistencia entre los mantos.

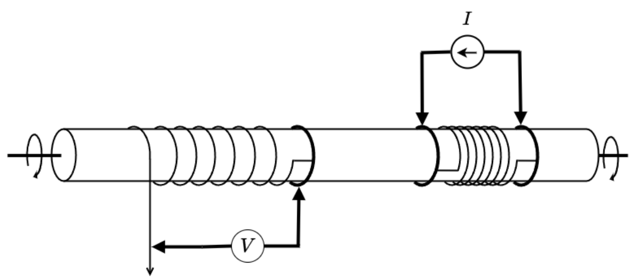


# Pregunta 5 [6 puntos]

## Pregunta 5(a) [3 puntos]

El circuito mostrado en la figura corresponde a un cilindro ferromagnético en cuyo lado derecho se ha incorporado un sistema de alimentación por contactos. Dicho sistema consiste en un devanado por el cual circula una corriente $I$, de manera tal que se produce un flujo magnético de 50 [Wb] al interior de la barra. Al lado izquierdo de la barra se tiene un segundo devanado, cuyo extremo derecho está soldado a la barra, mientras que el extremo izquierdo se halla libre. Ambos terminales del segundo devanado están acoplados a un voltímetro, el cual mide constantemente la tensión entre ellos.

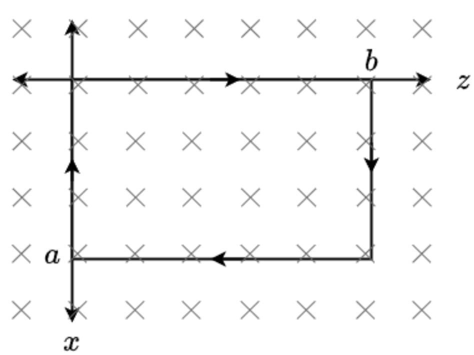
Suponga que en un determinado instante se tira del extremo libre del devanado izquierdo, de manera que este comienza a desenrrollarse y el flujo enlazado decae a una tasa de 1 [Wb/s]. Grafique el voltaje registrado por el voltímetro en función del tiempo.




## Pregunta 5(b) [3 puntos]

Sea la densidad de flujo magnético $\vec{\mathbf{B}} = B_0 \cos(\omega t)\vec{\mathbf{a}}_y$, con $B_0$ y $\omega$ constante:

- **[1pt]** Encuentre el campo eléctrico inducido $\vec{\mathbf{E}}$ en el loop rectangular de la figura.
- **[1pt]** Grafique $\vec{\mathbf{B}}$ y $\vec{\mathbf{E}}$ en función del tiempo.
- **[1pt]** Explique el comportamiento de la gráfica de $\vec{\mathbf{E}}$ en base a la Ley de Faraday-Lenz.



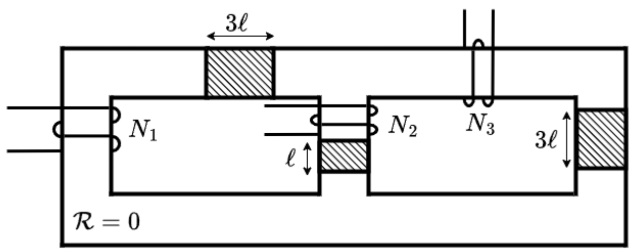
# Pregunta 6 [6 puntos]

El circuito de la Figura corresponde a un transformador cuyo núcleo está elaborado a base de acero laminado en frío, material considerado como un conductor ideal de flujo magnético. En un lamentable incidente, el último practicante del laboratorio derribó accidentalmente este transformador, rompiéndolo en dos pedazos. A modo de disimular el incidente, el practicante unió las piezas usando cantidades grotescas de resina epóxica (regiones achuradas de la figura), la cual tiene una permeabilidad similar a la del vacío.

**Datos:** $N_1 = 2N_2 = N_3 = 100$; $\ell = 1[mm]$; Área transversal = 3000[mm$^2$].

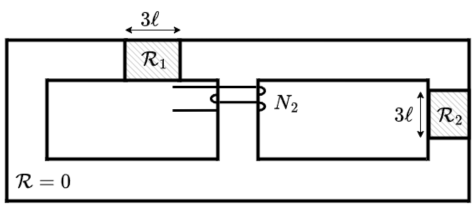
a) **[2pts]** Determine la autoinductancia para cada uno de los devanados del transformador.

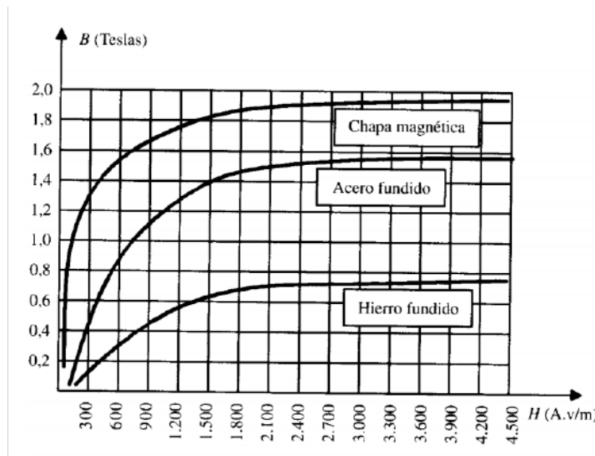
b) **[2pts]** Determine las inductancias mutuas $M_{12}$, $M_{13}$, $M_{23}$.



Luego de batallar retirando la resina epóxica, el técnico del laboratorio logró cerrar el gap central del transformador y reemplazar los gaps laterales con acero fundido. En una prueba inicial, decide retirar las bobinas $N_1$ y $N_3$ y hacer funcionar la bobina $N_2$ a una densidad de flujo de 2.8 [T].

c) **[2pts]** Determine el valor de las reluctancias $\mathcal{R}_1$ y $\mathcal{R}_2$.



## Electrostática y Magnetostática

| | | |
|---|---|---|
| $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{V'} \frac{\rho(\vec{\mathbf{r}}')(\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}')}{\lvert\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}'\rvert^3} dV'$ | $V(b)-V(a) = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ | $V(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{V'} \frac{\rho(\vec{\mathbf{r}}')}{\lvert\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}'\rvert} dV'$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon\vec{\mathbf{E}}$ | $\vec{\mathbf{E}} = -\nabla V$ | $I = \frac{dQ}{dt}$ | $I = \int_S \vec{\mathbf{J}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}$ | $\vec{\mathbf{J}} = \rho_v\vec{\mathbf{u}} = \sigma\vec{\mathbf{E}}$ | $R = \frac{l}{\sigma S} = \frac{V}{I}$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\vec{\mathbf{H}} = \int_{V'} \frac{\vec{\mathbf{J}}dV'\times(\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}')}{4\pi\lvert\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}'\rvert^3}$ | $\oint_L \vec{\mathbf{H}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = I_{enc}$ | $\vec{\mathbf{B}} = \mu\vec{\mathbf{H}}$ | $\Psi_M = \int_S \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}$ | $F_m = q\vec{\mathbf{u}}\times\vec{\mathbf{B}}$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\mathcal{F} = NI = \oint \vec{\mathbf{H}}\cdot\vec{\boldsymbol{\ell}}$ | $\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu S}$ | $\mathcal{F} = \Psi_M\mathcal{R}$ | $L = \frac{N\Psi}{I} = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$ | $M = k\sqrt{L_1L_2}$ |

## Condiciones de Borde

| | | | |
|---|---|---|---|
| $E_1^{\parallel} - E_2^{\parallel} = 0$<br>$D_2^{\perp} - D_1^{\perp} = \rho_s$ | $H_1^{\parallel} - H_2^{\parallel} = J_s$<br>$B_1^{\perp} - B_2^{\perp} = 0$ | $\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}$ | $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon}$ |

## Inducción y Maxwell

| | | |
|---|---|---|
| $V_{fem} = -N\frac{d\Psi_M}{dt}$ | $V_{fem} = \oint_L \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -N\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}$ | $\nabla\times\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} + \nabla\times(\vec{\mathbf{u}}\times\vec{\mathbf{B}})$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\nabla\cdot\vec{\mathbf{D}} = \rho_v$ | $\nabla\times\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$ | $\nabla\times\vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{J}} + \frac{\partial\vec{\mathbf{D}}}{\partial t}$ | $\nabla\cdot\vec{\mathbf{B}} = 0$ | $\oint_S \vec{\mathbf{D}}\cdot d\vec{\mathbf{S}} = \int_V \rho dV$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\oint_L \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}$ | $\oint_L \vec{\mathbf{H}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \int_S \left(\vec{\mathbf{J}} + \frac{\partial\vec{\mathbf{D}}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{\mathbf{S}}$ | $\oint_S \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}} = 0$ | $\vec{\mathbf{J}}_d = \frac{\partial\vec{\mathbf{D}}}{\partial t}$ |

## Relatividad

Sea el $\mathcal{S}$ el sistema en reposo y $\mathcal{S}'$ el sistema en movimiento a velocidad $v\ \vec{\mathbf{a}}_x$:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ | $x' = \gamma(x-vt)$<br>$y' = y$<br>$z' = z$ | $t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$ | $L' = \frac{1}{\gamma}L$<br>$T' = \gamma T$ | $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ |

## Sistemas de Coordenadas

### Coordenadas Cartesianas

| | |
|---|---|
| $\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ | $\nabla^2 f = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f + \frac{\partial^2}{\partial z^2} f$ |

$$\nabla \times \vec{\mathbf{A}} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \vec{\mathbf{a}}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \vec{\mathbf{a}}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \vec{\mathbf{a}}_z$$

### Coordenadas Esféricas

| | | |
|---|---|---|
| $x = \rho \cos\phi \sin\theta$<br>$y = \rho \sin\phi \sin\theta$<br>$z = \rho \cos\theta$ | $dV = \rho^2 \sin\theta d\rho d\theta d\phi$ | $\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial(\rho^2 A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho \sin\theta} \frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho \sin\theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ |

| | |
|---|---|
| $\nabla f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \vec{\mathbf{a}}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{\mathbf{a}}_\theta + \frac{1}{\rho \sin\theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \vec{\mathbf{a}}_\phi$ | $\nabla^2 f = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} f\right) + \frac{1}{\rho^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} f\right) + \frac{1}{\rho^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} f$ |

$$\nabla \times \vec{\mathbf{A}} = \frac{1}{\rho \sin\theta} \left[\frac{\partial(\sin\theta A_\phi)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right] \vec{\mathbf{a}}_\rho + \frac{1}{\rho} \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} - \frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho}\right] \vec{\mathbf{a}}_\theta + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \theta}\right] \vec{\mathbf{a}}_\phi$$

### Coordenadas Cilindricas

| | | |
|---|---|---|
| $x = \rho \cos\theta$<br>$y = \rho \sin\theta$<br>$z = z$ | $dV = \rho d\rho d\theta dz$ | $\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ |

| | |
|---|---|
| $\nabla f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \vec{\mathbf{a}}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{\mathbf{a}}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{\mathbf{a}}_z$ | $\nabla^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} f\right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} f + \frac{\partial^2}{\partial z^2} f$ |

$$\nabla \times \vec{\mathbf{A}} = \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right] \vec{\mathbf{a}}_\rho + \left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right] \vec{\mathbf{a}}_\theta + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho A_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \theta}\right] \vec{\mathbf{a}}_z$$

## Integrales y constantes útiles

| | | |
|---|---|---|
| $\int \sin x dx = -\cos x + C$<br>$\int \cos x dx = \sin x + C$ | $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left(\tan \frac{x}{2}\right) + C$<br>$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ | $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ [C$^2$/Nm$^2$]<br>$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [N/A$^2$]<br>$c = 3 \cdot 10^8$ [m/s] |