Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2113 – Teoría Electromagnética

Control 4

21 de marzo de 2024

Nombre:

Pregunta 1: Transformación de Lorentz

Sea:

$$E' = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(u'/c)^2}}$$

Demuestre que la Transformación de Lorentz para la Energía está dada por:

$$E' = \gamma(E - vp)$$

Fórmulas útiles:

$$u' = \frac{u-v}{1-uv/c^2} \qquad m_u = \frac{m_0}{\sqrt{1-uv/c^2}} \qquad E = m_u c^2 \qquad p = m_u u \qquad \gamma = \left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right)^{-1}$$

Solución:

[**1 pt**] Primero reemplazamos la velocidad del sistema en movimiento por el sistema estático:

$$E' = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(\frac{u-v}{1-uv/c^2}/c)^2}}$$

[**3 pt**]Despejamos la ecuación hasta identificar el producto notable de suma por su diferencia:

$$E = \frac{m_0 c^2}{c^{-1}\sqrt{c^2-(\frac{u-v}{1-uv/c^2})^2}} = \frac{m_0 c^2(1-\frac{uv}{c^2})}{c^{-1}\sqrt{c^2(1-\frac{uv}{c^2})^2-(u-v)^2}}$$

$$E = \frac{m_0 c^2(1-\frac{uv}{c^2})}{c^{-1}\sqrt{(c^2-2uv+\frac{u^2v^2}{c^2})-(u^2-2uv+v^2)}} = \frac{m_0 c^2(1-\frac{uv}{c^2})}{c^{-1}\sqrt{c^2+\frac{u^2v^2}{c^2}-u^2-v^2}}$$

$$E = \frac{m_0 c^2(1-\frac{uv}{c^2})}{\sqrt{1-(\frac{u^2+v^2}{c^2})+(\frac{uv}{c^2})^2}} = \frac{m_0 c^2(1-\frac{uv}{c^2})}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})(1-\frac{u^2}{c^2})}}$$

[**2 pt**] Sustituimos m_0 por la masa relativa m_u e identificamos los términos γ, E y p:

$$E' = \gamma m_u c^2 (1 - uv/c^2) = \gamma (m_u c^2 - m_u uv)$$

$$\boxed{E' = \gamma (E - vp)}$$