



Control 6

23 de abril de 2024

Nombre:

Pregunta 1: Ecuación de Onda [2 puntos]

Sea la ecuación de onda:

$$\nabla^2 E - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

Muestre que la ecuación:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \theta_0)$$

satisface la ecuación de onda siempre y cuando se cumpla la relación de dispersión:

$$\frac{\omega^2}{|\vec{k}|^2} = \frac{1}{\mu\varepsilon}$$

Pregunta 2: Impedancia Compleja [2 puntos]

Sea la impedancia para un medio conductor con pérdidas:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}}}$$

Demuestre que la magnitud y fase de dicha impedancia están dados por:

$$|\eta| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{4}} \quad \theta_\eta = \angle\eta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \right)$$

Pregunta 3: Polarización Compleja [2 puntos]

Sea la onda:

$$\vec{\mathbf{E}}(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - k_0 z) \vec{\mathbf{a}}_x + E_{0y} \cos(\omega t - k_0 z - \pi/2) \vec{\mathbf{a}}_y$$

Encuentre la expresión para el campo magnético $\vec{\mathbf{H}}(z, t)$ en notación fasorial. Factorice a la expresión más sencilla posible.