



# Tarea 1

Fecha de entrega: 15 de marzo de 2024

## Pregunta 1

Considere el sistema de esferas dieléctricas de la Figura 1. En este, se tiene una esfera central de radio  $a$ , permitividad  $\varepsilon_1$  y densidad de carga volumétrica  $\rho_1$ . La esfera anteriormente descrita se encuentra contenida dentro de otra esfera, de radio  $b$ . El espacio entre  $a$  y  $b$  corresponde a un medio dieléctrico con permitividad  $\varepsilon_2$  y densidad de carga volumétrica  $\rho_2$ . El exterior del sistema corresponde al vacío, con permitividad  $\varepsilon_0$  y ausencia de cargas.

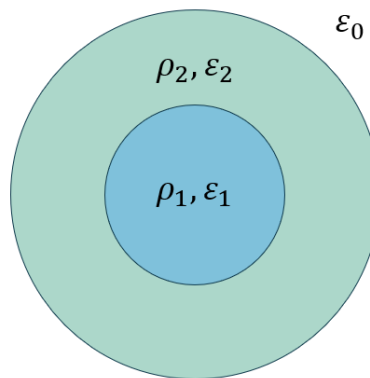


Figura 1: sistema de esferas dieléctricas

Determine:

- El valor del campo eléctrico para cualquier punto ubicado a un radio  $r$  desde el centro del sistema (*Hint*: utilice Ley de Gauss).
- Los potenciales eléctricos:
  - $V(r) - V(0)$  (con  $r \leq a$ )
  - $V(r) - V(a)$  (con  $a < r \leq b$ )
  - $V(r) - V(b)$  (con  $b < r$ )
- El potencial eléctrico en el centro del sistema:  $V(0)$ .

## Pregunta 2

Un estudiante de doctorado del Departamento de Ingeniería Eléctrica ha descubierto un nuevo tipo de material cristalino, al que ha decidido nombrar “guesalaguita”, y que solo es capaz de formar trozos pequeños. Al caracterizar la permitividad del la guesalaguita, el alumno se ha percatado que la relación entre el desplazamiento eléctrico y la intensidad de campo está dada por:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^3 \\ 1 - y^2 z^2 \\ 1 - y^2 z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & y^2 & 1 \\ 0 & 1 & z^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_0 E_x \\ \varepsilon_0 E_y \\ \varepsilon_0 E_z \end{bmatrix} = \varepsilon_r \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_0 E_x \\ \varepsilon_0 E_y \\ \varepsilon_0 E_z \end{bmatrix}$$

A partir de esta información:

- Determine el campo eléctrico  $\vec{E}$  de la guesalaguita (*Hint*: Desempolva sus conocimientos de algebra lineal sobre matriz inversa).
- Caracterice el material eléctrico en función de las 5 distintas propiedades vistas en clases.
- Verifique si el campo de la guesalaguita cumple con la segunda ley de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

¿Es necesario imponer alguna condición?

### Pregunta 3

Considere un campo magnético en el vacío, en ausencia de cargas y densidades de corriente ( $\rho = 0$ ,  $\vec{J} = 0$ ).

$$\vec{B} = \frac{\omega}{n} \sin(\omega t - nx) \vec{a}_x + \frac{\omega}{n} \cos(\omega t - nx) \vec{a}_y$$

donde  $\omega$  y  $n$  son constantes. Obtenga la componente tiempo-dependiente del campo eléctrico  $\vec{E}$ .

## Pregunta 4

Considere el transformador “excéntrico” de la Figura 2, cuyo núcleo es un conductor ideal de flujo magnético ( $\mathcal{R}_{nucleo} = 0$ ).

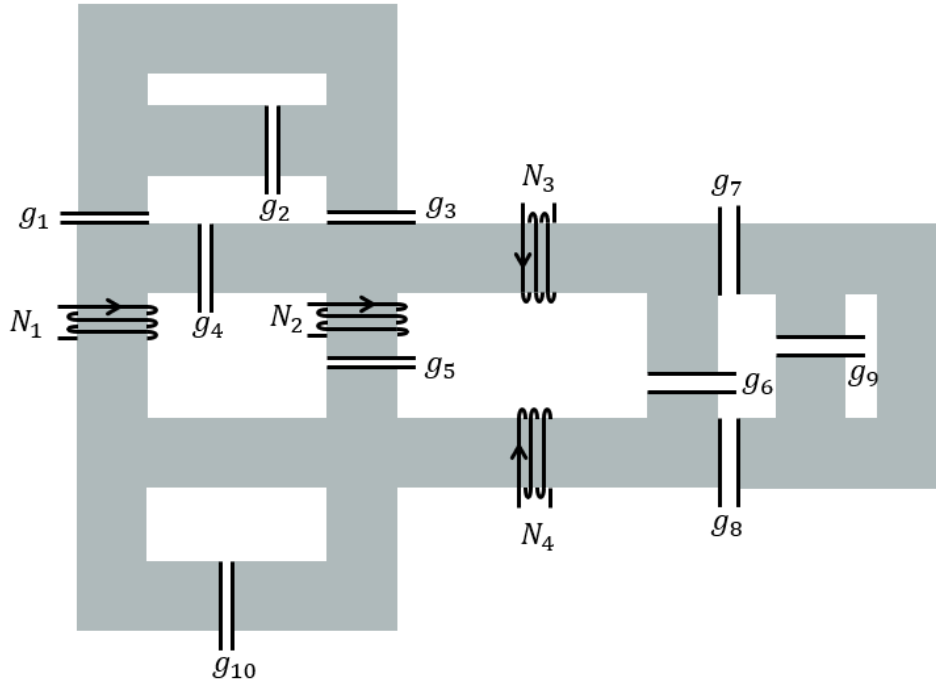


Figura 2: Transformador “excéntrico”.

Considere que todos los gaps ( $\mu_0$ ) tienen la misma sección transversal de área  $S$ , y que la relación entre los gaps de aire es:

$$g_1 = g_2 = g_3 = \frac{1}{2}g_4 = g_5 = \frac{1}{2}g_6 = g_7 = g_8 = g_9 = g_{10}$$

Determine:

- El circuito equivalente.
- La inductancia en las distintas bobinas (a.k.a. autoinductancia).
- La inductancia mutua entre las bobinas 1 y 2.