Clase 19
Cargas desbalanceadas en LT

Sadiku, M. (2018). *Elements of Electromagnetics*. 7th Edition: pp. 564-567

Javier Silva Orellana

jjsilva8@uc.cl

Contexto

- Anteriormente solo nos dedicamos a estudiar las líneas como tales.
- Ahora nos centraremos en lo que hay al final de estas.

Objetivos de Aprendizaje involucrados:

- **OA-14:** Distinguir las ecuaciones y el significado de una línea de transmisión general y las versiones correspondientes para líneas sin pérdidas, para pérdidas bajas, para pérdidas altas, y para líneas sin distorsión.

Motivación: Destapemos una mentira

- En nuestra primera clase de líneas de transmisión llegamos a las soluciones:

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z} \qquad\qquad I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z}$$

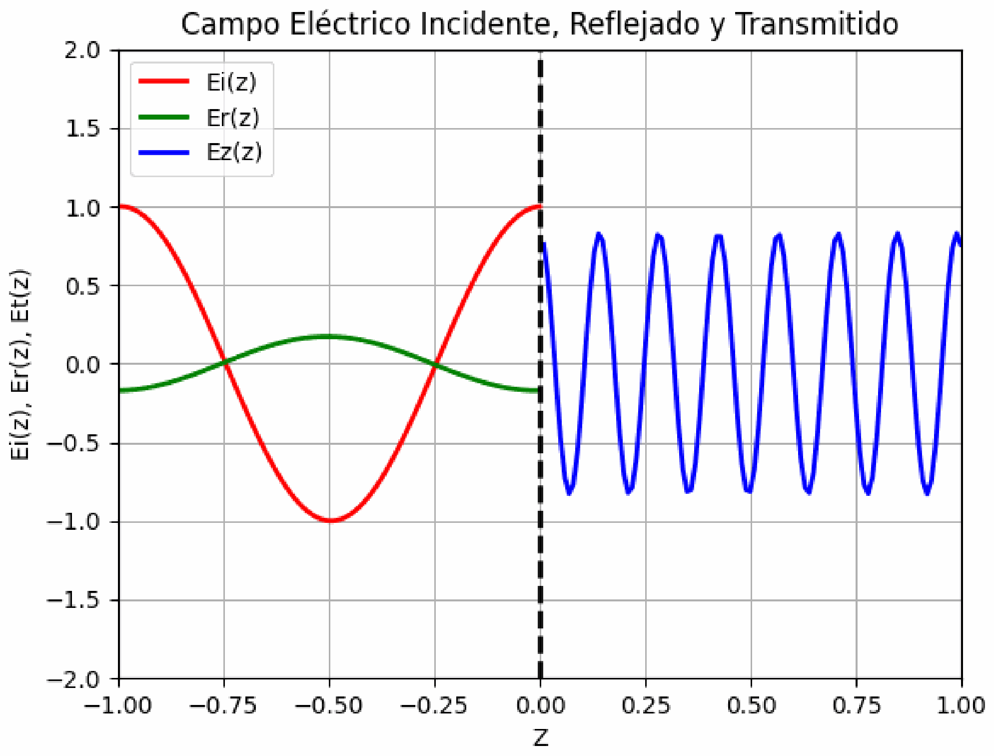
- No obstante, el significado que le dimos a $V_0^- e^{\gamma z}$ es falso.
- ¿Cuál podría ser la verdadera razón de la existencia de $V_0^- e^{\gamma z}$?

Motivación: Destapemos una mentira

- En clases anteriores, vimos un caso donde dos ondas con sentido opuesto conviven y son una solución válida a la ecuación de onda:

Motivación: Destapemos una mentira

- En clases anteriores, vimos un caso donde dos ondas con sentido opuesto conviven y son una solución válida a la ecuación de onda:



Motivación: Destapemos una mentira

- Hasta ahora analizamos la línea, pero no nos preocupamos de qué hay al otro extremo:
  - ¿Una carga?
  - ¿Otra línea distinta?
  - ¿Con circuito abierto?

Motivación: Destapemos una mentira

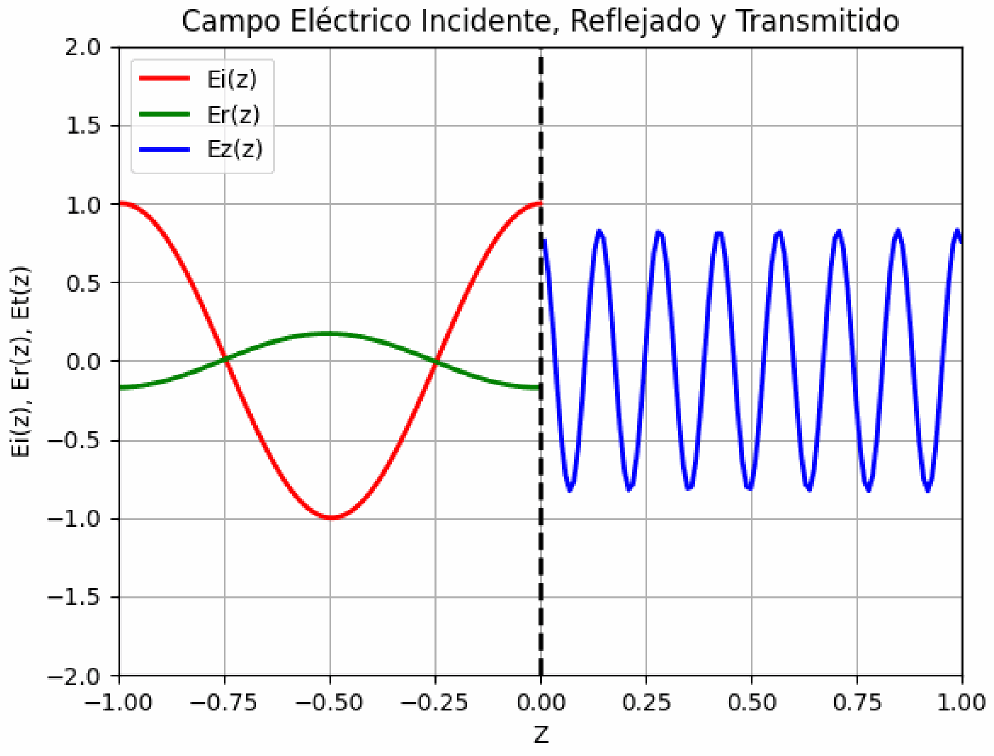
- Hasta ahora analizamos la línea, pero no nos preocupamos de qué hay al otro extremo:

  - ¿Una carga?
  - ¿Otra línea distinta?
  - ¿Con circuito abierto?

- Todos estos elementos tienen algo en común: producen un **cambio en la impedancia**.

Motivación: Destapemos una mentira

- Y cuando el medio cambia de impedancia **hay reflexión**.



Onda incidente Onda reflejada

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z}$$

Contenidos

- Cargas balanceadas
- Cargas desbalanceadas
- Impedancia de entrada

Cargas balanceadas

- Consideremos una línea de transmisión de impedancia Z_0, a la cual le conectamos una carga Z_L.

- ¿Qué pasará con la onda si $Z_L = Z_0$?

Cargas balanceadas

- Consideremos una línea de transmisión de impedancia Z_0, a la cual le conectamos una carga Z_L.

- ¿Qué pasará con la onda si $Z_L = Z_0$? No verá cambios en el medio, se transmite al 100% (si no hay pérdidas obviamente).

Cargas balanceadas

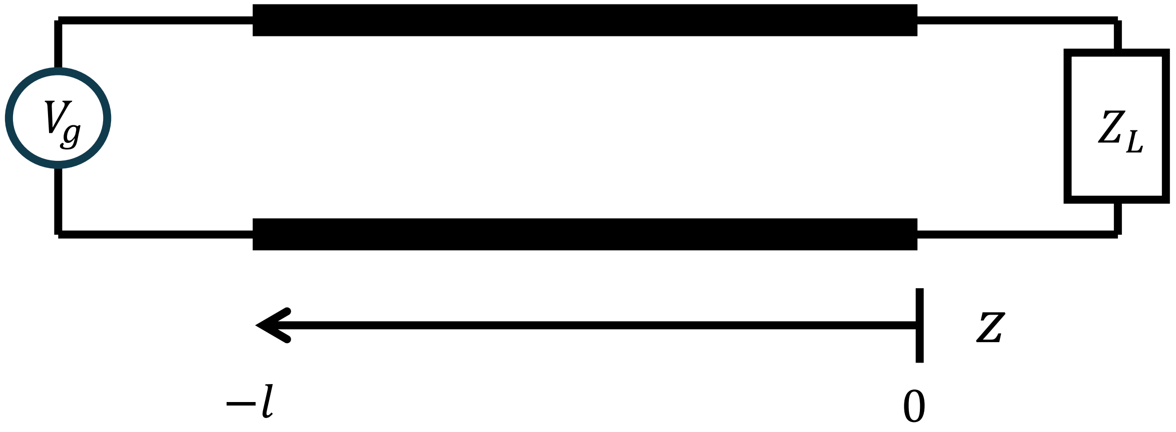
- Consideremos una línea de transmisión de impedancia Z_0, a la cual le conectamos una carga Z_L.

- En circuitos, esto se conoce como el **Principio de Máxima Transferencia de Potencia**.

Cargas desbalanceadas

- En caso contrario, donde $Z_L \neq Z_0$, deberíamos esperar una onda reflejada.

- Definamos convenientemente un sistema de coordenadas para la longitud de la línea de transmisión.



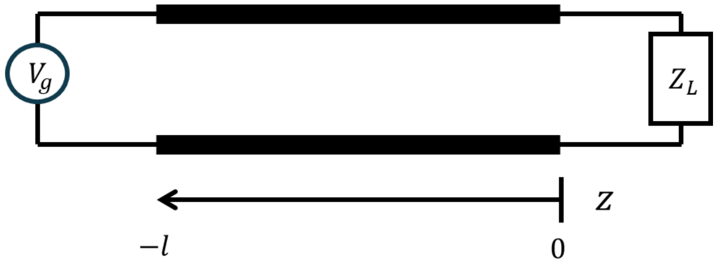
Cargas desbalanceadas

- Veamos qué ocurre justo entre la línea y la carga

$$V(z=0) = V_0^+ e^0 + V_0^- e^0 = V_0^+ + V_0^-$$

$$I(z=0) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^0 - \frac{V_0^-}{Z_0} e^0 = \frac{1}{Z_0}(V_0^+ - V_0^-)$$

$$Z_L = \frac{V(z=0)}{I(z=0)} = \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} Z_0$$



Cargas desbalanceadas

- Reordenemos la expresión:

$$(V_0^+ - V_0^-)Z_L = (V_0^+ + V_0^-)Z_0$$

$$V_0^+ Z_L - V_0^- Z_L = V_0^+ Z_0 + V_0^- Z_0$$

$$V_0^+ (Z_L - Z_0) = V_0^- (Z_L + Z_0)$$

$$\boxed{\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}}$$

Coeficiente de Reflexión

Cargas desbalanceadas

- A partir del coeficiente de reflexión, es posible establecer una métrica cuantitativa para la calidad de la línea:

$$\boxed{\mathrm{RL} = -20\log_{10}|\Gamma| \ \ [\mathrm{dB}]}$$

Pérdida de retorno (Return Loss)

- Una línea de transmisión buena tendrá un RL grande y positivo (por muy contraintuitivo que suene).

Impedancia de Entrada

- Empleando el coeficiente de reflexión, resulta más sencillo expresar las ecuaciones de la línea:

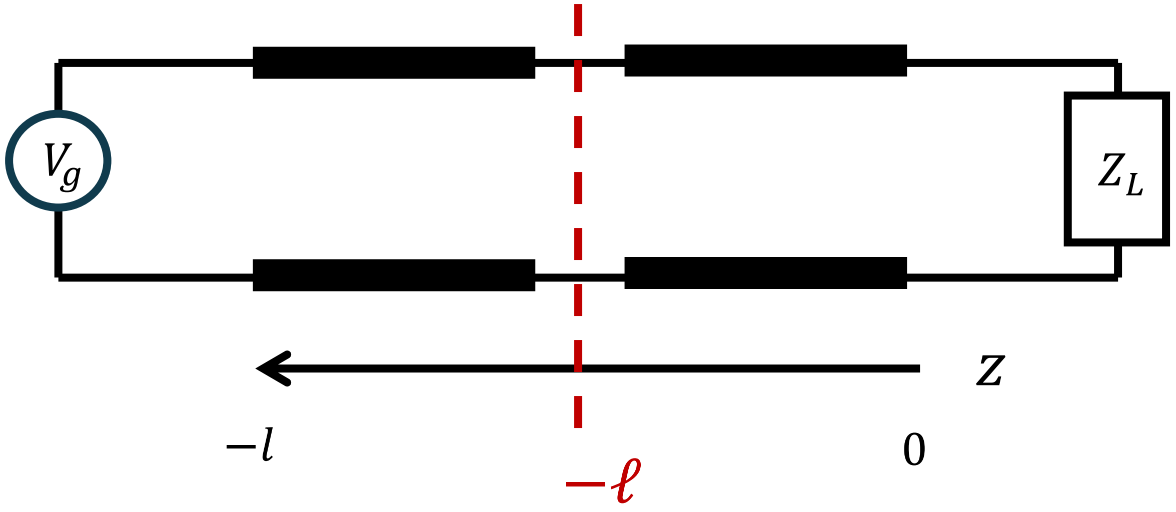
$$V(z) = V_0^+(e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z}) \qquad I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0}(e^{-\gamma z} - \Gamma e^{\gamma z})$$

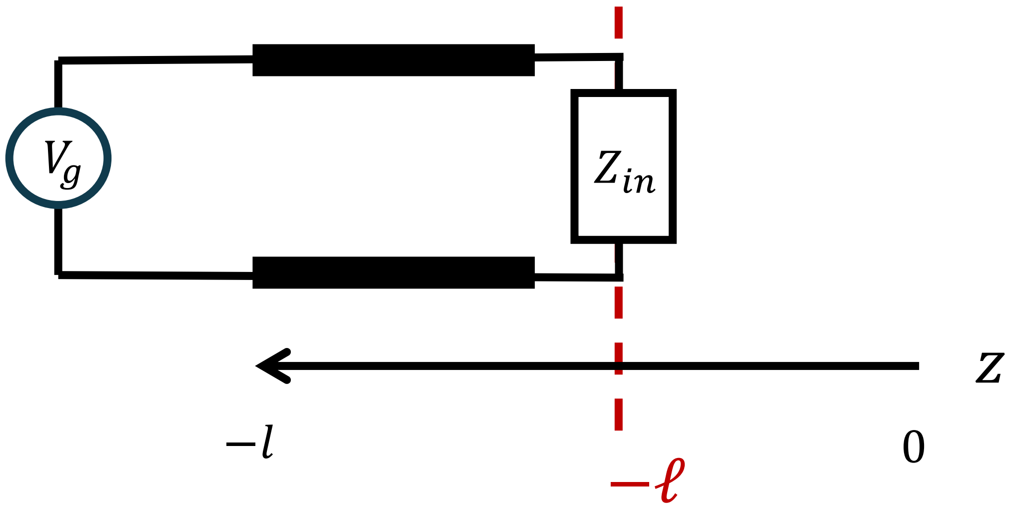
- Si además asumimos una línea sin pérdidas:

$$\boxed{V(z) = V_0^+\left(e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}\right)} \qquad \boxed{I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}\right)}$$

Impedancia de Entrada

- Si nos paramos en un tramo arbitrario de la línea de transmisión, podríamos considerar todo el tramo de la derecha como una única impedancia equivalente:





Impedancia de Entrada

- Si nos paramos en un punto arbitrario de la línea $z = -\ell$:

$$Z_{in} = \frac{V(-\ell)}{I(-\ell)} = \frac{V_0^+\left(e^{\gamma\ell} + \Gamma e^{-\gamma\ell}\right)}{V_0^+\left(e^{\gamma\ell} - \Gamma e^{-\gamma\ell}\right)} Z_0$$

$$Z_{in} = \left[\frac{e^{\gamma\ell} + \Gamma e^{-\gamma\ell}}{e^{\gamma\ell} - \Gamma e^{-\gamma\ell}}\right] Z_0$$

$$Z_{in} = \left[\frac{e^{\gamma\ell} + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-\gamma\ell}}{e^{\gamma\ell} - \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-\gamma\ell}}\right] Z_0$$

Impedancia de Entrada

- Despejando:

$$Z_{in} = \left[\frac{(Z_L + Z_0)e^{\gamma\ell} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma\ell}}{(Z_L + Z_0)e^{\gamma\ell} - (Z_L - Z_0)e^{-\gamma\ell}}\right] Z_0$$

$$Z_{in} = \left[\frac{Z_L\left(e^{\gamma\ell} + e^{-\gamma\ell}\right) + Z_0(e^{\gamma\ell} - e^{-\gamma\ell})}{Z_0(e^{\gamma\ell} + e^{-\gamma\ell}) + Z_L(e^{\gamma\ell} - e^{-\gamma\ell})}\right] Z_0$$

$$Z_{in} = \left[\frac{Z_L + Z_0\,(e^{\gamma\ell} - e^{-\gamma\ell})/\left(e^{\gamma\ell} + e^{-\gamma\ell}\right)}{Z_0 + Z_L(e^{\gamma\ell} - e^{-\gamma\ell})/(e^{\gamma\ell} + e^{-\gamma\ell})}\right] Z_0$$

Impedancia de Entrada

- Despejando:

$$Z_{in} = \left[\frac{(Z_L + Z_0)e^{\gamma\ell} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma\ell}}{(Z_L + Z_0)e^{\gamma\ell} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma\ell}}\right] Z_0$$

$$Z_{in} = \left[\frac{Z_L\left(e^{\gamma\ell} + e^{-\gamma\ell}\right) + Z_0\left(e^{\gamma\ell} - e^{-\gamma\ell}\right)}{Z_0\left(e^{\gamma\ell} + e^{-\gamma\ell}\right) + Z_0\left(e^{\gamma\ell} - e^{-\gamma\ell}\right)}\right] Z_0$$

$$Z_{in} = \left[\frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma\ell)}{Z_0 + \mathrm{Z_L}\tanh(\gamma\ell)}\right] Z_0$$

Impedancia de Entrada

- Asumiendo que no hay pérdidas $\gamma \longrightarrow i\beta$
- Por propiedades de la tangente hiperbólica $\tanh(j\beta\ell) = j\tan(\beta\ell)$. Luego:

$$\boxed{Z_{in} = \left[\frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta\ell)}{Z_0 + jZ_\mathrm{L}\tan(\beta\ell)}\right] Z_0}$$

Ecuación de Impedancia

Resumen

- Revelamos el verdadero significado de las ecuaciones de LT.
- Analizamos que ocurre al conectar una carga de valor igual y distinto al de la LT.
- Analizamos y caracterizamos el fenómeno de reflexión en LT.
- Establecimos una ecuación para ver la impedancia de entrada, vista desde un punto arbitrario de la línea.

Cerrando la clase de hoy

- Hasta ahora nos hemos centrado en la línea, pero no en lo que está al final de ella.

Próxima Clase:

ROE, Potencia y Terminaciones en LT.

Bibliografía:

Sadiku, M. (2018). *Elements of Electromagnetics*. 7th Edition: pp. 567 – 571