Clase 18
Líneas de Transmisión sin pérdidas

Sadiku, M. (2018). *Elements of Electromagnetics*. 7th Edition: pp. 553-564

Javier Silva Orellana

jisilva8@uc.cl

Contexto

- Anteriormente, establecimos las ecuaciones que rigen el comportamiento general de las Líneas de Transmisión.
- Hoy nos centraremos en algunos casos particulares.

Objetivos de Aprendizaje involucrados:

- **OA-14:** Distinguir las ecuaciones y el significado de una línea de transmisión general y las versiones correspondientes para líneas sin pérdidas, para pérdidas bajas, para pérdidas altas, y para líneas sin distorsión.

Contenidos

- Líneas sin pérdidas
- Líneas sin distorsiones
- Cables coaxiales
- Cables paralelos

Líneas sin pérdidas

- Anteriormente, definimos la impedancia de carga como:

$$Z_0 = \frac{(R + j\omega L)}{\gamma} = \frac{\gamma}{(G + j\omega C)} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = R_0 + jX_0$$

- Si asumimos que el cable y el dieléctrico no tienen pérdidas, entonces $R = G = 0$. Luego:

$$Z_0 = \sqrt{L/C} = R_0 + j0$$

Líneas sin pérdidas

- Veamos que pasa con γ:

$$\gamma = \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C} = j\omega\sqrt{LC} = 0 + j\beta$$

$$\alpha = 0 \qquad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

- Y aplicando la relación de dispersión:

$$u = \omega/\beta = 1/\sqrt{LC}$$

Líneas sin dispersión

- En la clase 13 vimos que, si la velocidad de fase depende de la frecuencia, la velocidad de fase y grupo serán distintas y tendremos distorsión.
- En general, nos gustaría evitar este escenario.
- En el caso sin pérdidas no hay mayores preocupaciones $\left(u = \frac{1}{\sqrt{LC}}\right)$.
- ¿Cómo podríamos garantizar esta condición en un caso con pérdidas?

Líneas sin dispersión

- Esta situación es posible si $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$.

- Dada la restricción anterior, γ estará dado por:

$$\gamma = \sqrt{RG\left(1 + j\omega\frac{L}{R}\right)\left(1 + j\omega\frac{C}{G}\right)} = \sqrt{RG}\left(1 + j\omega\frac{C}{G}\right) = \sqrt{RG} + j\omega\sqrt{LC}$$

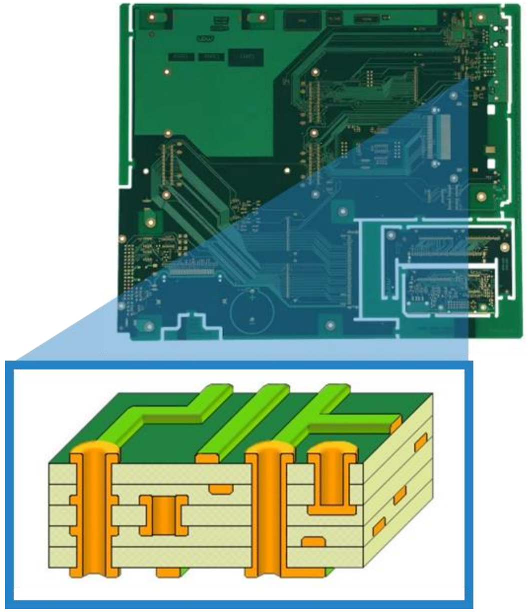
- Luego:

$$\alpha = \sqrt{RG} \qquad \beta = \omega\sqrt{LC} \qquad u = 1/\sqrt{LC}$$

De la clase anterior….

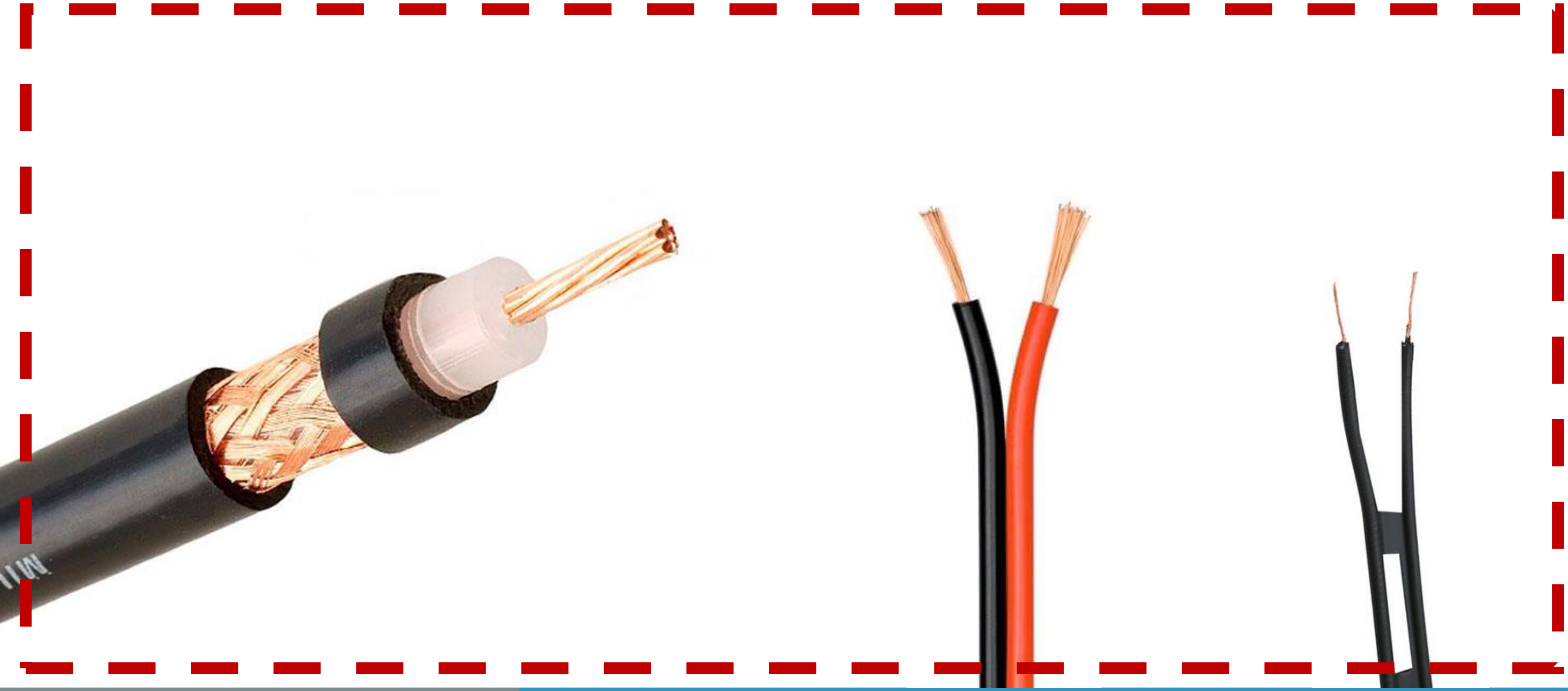
- Las líneas de transmisión son empleadas para transportar ondas electromagnéticas.
- En este capítulo nos centraremos principalmente en 3 tipos de LT: cables coaxiales, cables paralelos y microstrips.

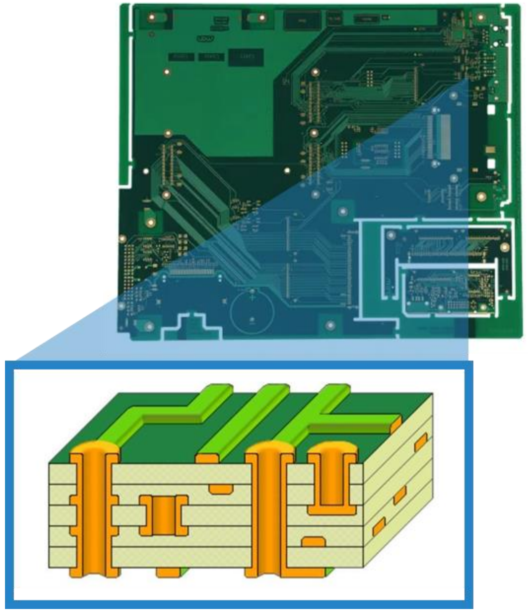


De la clase anterior….

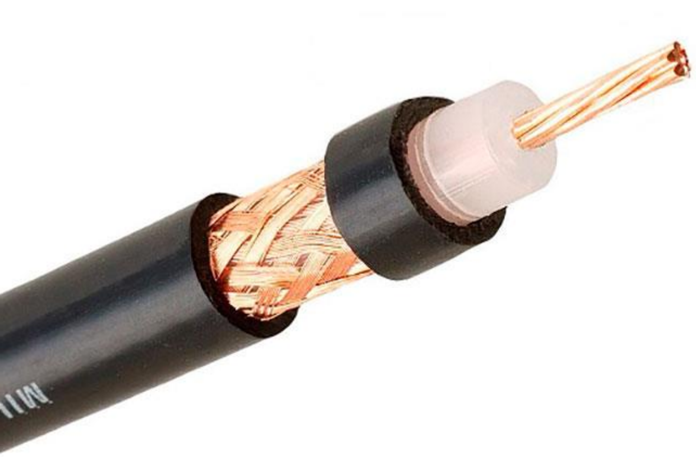
- Centrémonos en los dos primeros.

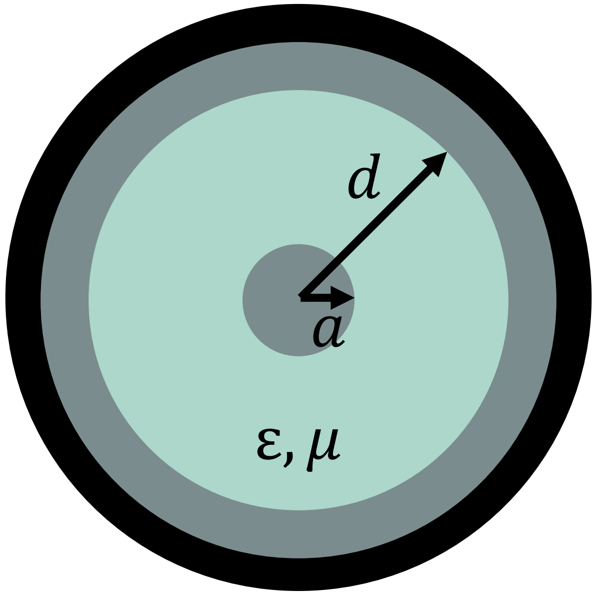




Cable Coaxial

- Consiste en un conductor central y una malla conductora externa.
- Entre ambos conductores hay un dieléctrico cilíndrico.
- Asumiremos que el cable central transporta una carga lineal λ y la malla una carga lineal $-\lambda$.





Cable Coaxial: Capacitancia

- Aplicamos Ley de Gauss sobre una superficie cilíndrica:

$$(2\pi r)(\ell)(\varepsilon E) = \lambda\ell \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\frac{1}{r}$$

- Aplicando potencial eléctrico:

$$\Delta V = V(a) - V(d) = -\int_d^a \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\int_a^d \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

- Determinamos la capacitancia por unidad de largo

$$C = \frac{C_{tot}}{\ell} = \frac{\lambda\ell}{\Delta V\ell} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{a}\right)}$$

Cable Coaxial: Inductancia

- Aplicamos Ley de Ampère sobre un camino circular:

$$2\pi r B = \mu I \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

- Estimamos el flujo magnético:

$$\Psi = \int_S B dS = \ell \int_a^d B dr = \frac{\ell \mu I}{2\pi} \int_a^d \frac{dr}{r} = \frac{\ell \mu I}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

- Determinamos la inductancia por unidad de largo

$$L = \frac{L_{tot}}{\ell} = \frac{\Phi}{I\ell} = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

Cable Coaxial: Z_0 y v

- De este modo:

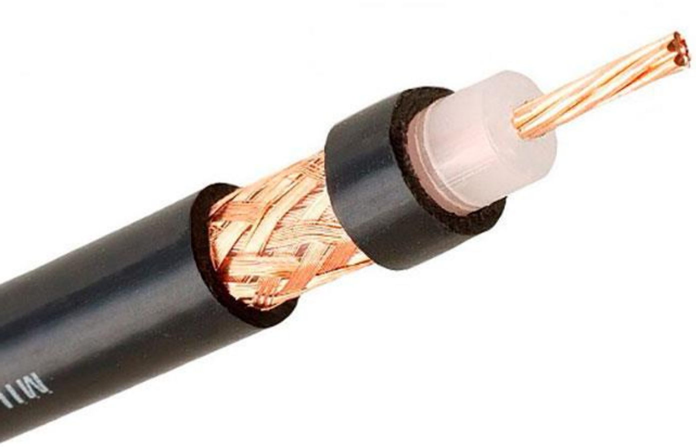
$$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{a}\right)} \qquad L = \frac{\mu}{2\pi}\ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

- Así:

$$\boxed{Z_0 = \sqrt{L/C} = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{d}{a}\right)\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}} \qquad \boxed{v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}}$$

Cable Coaxial

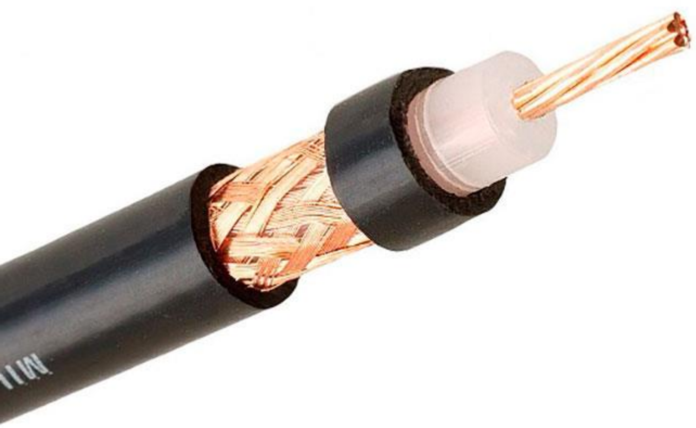
- En general, el enmallado externo (pantalla) se conecta a tierra, de modo que, si el conductor es ideal:
  1. El cable no emite gran cantidad de radiación electromagnética al exterior.
  2. El enmallado protege al cable central de perturbaciones externas.



- En la realidad, el conductor no suele ser perfecto, y los espacios del enmallado permiten el paso de ondas de alta frecuencia.

Cable Coaxial

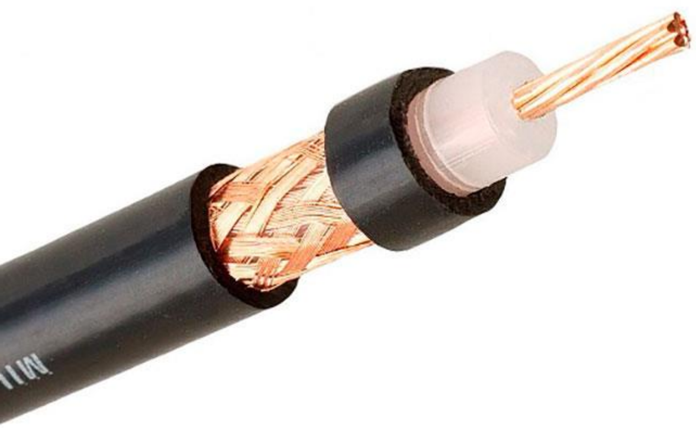
- Usualmente este tipo de líneas de transmisión no se recomienda para enviar dos señales distintas.
- Si la malla se ve afectada por ruido, la señal del conductor central también se verá comprometida.



- Usos:
  1. Aplicaciones de alta frecuencia (RF).
  2. Señales single-ended, con el conductor a tierra.
  3. Transmisión a larga distancia.

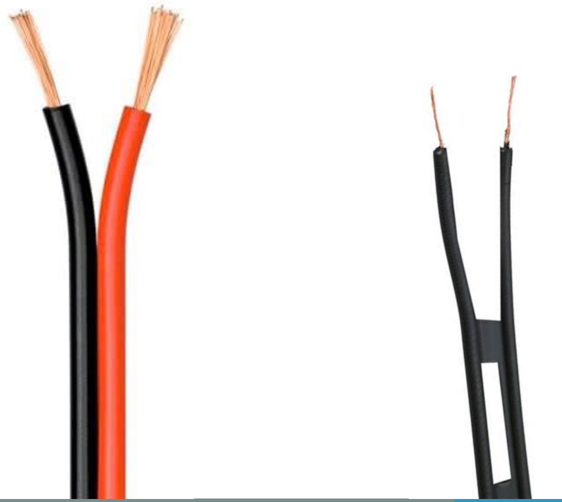
Cable Coaxial

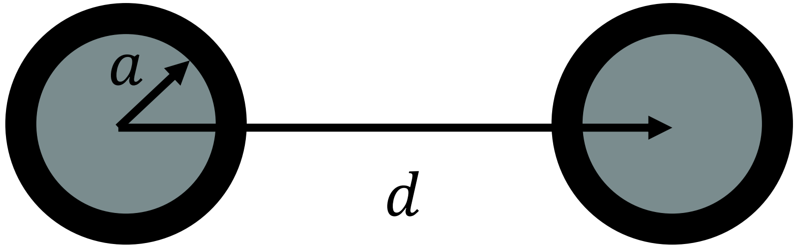
- Debido a la asimetría entre el conductor central y la malla exterior, los cables coaxiales se clasifican como una **línea desbalanceada.**



Cables Paralelos

- Son arreglos de pares de cables, pueden presentarse en formato side-by-side o como pares trenzados.
- Son simplemente 2 cables de idénticas características, dispuestos uno al lado del otro.
- Asumiremos que un cable transporta una carga lineal λ y el otro una carga lineal $-\lambda$.





Cables Paralelos: Capacitancia

- Aplicando Ley de Gauss para un cable y Superposición:

$$E = E_1 + E_2 = 2\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\frac{1}{r}\right) = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon}\frac{1}{r}$$

- Aplicando potencial eléctrico:

$$\Delta V = V(a) - V(d-a) = -\int_{d-a}^{a} \mathbf{E}\cdot d\boldsymbol{l} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon}\int_{a}^{d-a}\frac{dr}{r} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon}\int_{a}^{d}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

- Determinamos la capacitancia por unidad de largo

$$C = \frac{C_{tot}}{\Delta V \ell} = \frac{\lambda\ell}{\Delta V\ell} \approx \frac{\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{a}\right)}$$

Cables Paralelos: Inductancia

- Aplicamos Ley de Ampère y superposición:

$$B = B_1 + B_2 = 2\left(\frac{\mu I}{2\pi}\frac{1}{r}\right) = \frac{\mu I}{\pi}\frac{1}{r}$$

- Estimamos el flujo magnético:

$$\Psi = \int_S B dS = \ell \int_a^{d-a} B dr \approx \frac{\ell \mu I}{\pi}\int_a^d \frac{dr}{r} = \frac{\ell \mu I}{\pi}\ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

- Determinamos la inductancia por unidad de largo

$$L = \frac{L_{tot}}{\ell} = \frac{\Phi}{I\ell} \approx \frac{\mu}{\pi}\ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

Cables Paralelos: Z_0 y v

- De este modo:

$$C \approx \frac{\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{a}\right)} \qquad L \approx \frac{\mu}{\pi}\ln\left(\frac{d}{a}\right)$$

- Así:

$$\boxed{Z_0 = \sqrt{L/C} \approx \frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{d}{a}\right)\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}} \qquad \boxed{v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}}$$

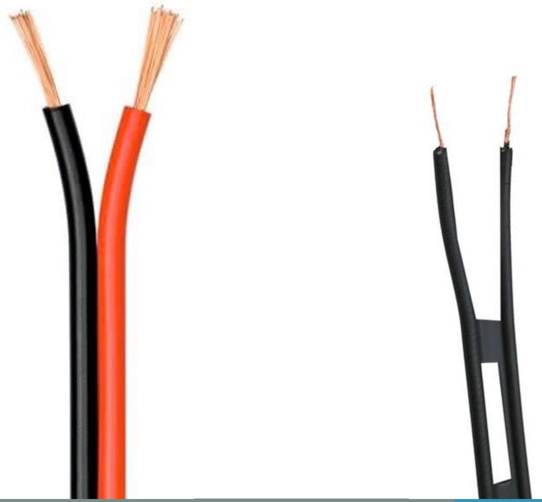
Cables Paralelos

- En general, son bastante robustos para configuraciones de pares diferenciales.
- Dado que son simétricos, en caso de haber interferencias, ambas señales se ven afectadas por igual, de modo que la diferencia entre ellas **no varía**.

- Son muy susceptibles a ruido EMI, y al no tener una pantalla, tienden a emitir radiación. Esto último se traduce en pérdidas de señal.

Cables Paralelos

- Dada su simetría, los cables paralelos se clasifican como una **línea de transmisión balanceada.**



- Usos:
    1. Sistemas de rechazo a ruido de modo común.
    2. Aplicaciones de audio.

Resumen

- Estudiamos los casos de impedancia característica para líneas sin pérdidas y sin dispersión.
- Analizamos 2 casos comunes de líneas de transmisión: los cables coaxiales y los cables paralelos.

Cerrando la clase de hoy

- Hasta ahora nos hemos centrado en la línea, pero no en lo que está al final de ella.

Próxima Clase:

Cargas desbalanceadas en LT.

Bibliografía:

Sadiku, M. (2018). *Elements of Electromagnetics*. 7th Edition: pp. 564 – 571