

# 零极点对系统性能的影响

计64 嵇天颖 2016010308

计64 秦笑容 2016011337

---

## 零极点对系统性能的影响

- 一、实验目的
- 二、实验要求
- 三、实验内容
  - 【任务1】
  - 【任务2】 【任务3】
  - 【任务4】
  - 【任务5】
  - 【任务6】
  - 【任务7】
- 四、实验结论
- 五、文件目录
- 六、实验感想

---

## 一、实验目的

通过分析改变系统开环传递函数的零极点并分析对应的系统性能，从而得到系统性能与传递函数零极点的关系。

## 二、实验要求

### 1. 实验假设条件

系统开环传递函数为： $G_1 = \frac{s/a+1}{s^2+s+1}$  或  $G_2 = \frac{1}{(s/p+1)(s^2+s+1)}$ ，其中 $G_1$ 是在阻尼系数 $\xi=0.5$ 的归一化二阶系统的传递函数上增加了一个零点得到的， $G_2$ 是在阻尼系数 $\xi=0.5$ 的归一化二阶系统的传递函数上增加了一个极点得到的。

### 2. 实验任务

- 当开环传递函数为 $G_1$ 时，绘制系统的根轨迹和奈奎斯特曲线；
- 当开环传递函数为 $G_1$ 时， $a$ 分别取 0.01, 0.1, 1, 10, 100 时，用 Matlab 计算系统阶跃响应的超调量和系统频率响应的谐振峰值，并分析两者的关系；
- 画出(2)中各 $a$ 值的波特图；
- 当开环传递函数为 $G_2$ 时，绘制系统的根轨迹和奈奎斯特曲线；
- 当开环传递函数为 $G_2$ 时， $p$ 分别取 0.01, 0.1, 1, 10, 100 时，绘制不同 $p$ 值时的波特图；
- 对比增加极点后系统带宽和原二阶系统的带宽，分析增加极点对系统带宽的影响；
- 用 Matlab 画出上述每种情况的单位阶跃输入的响应。

### 三、实验内容

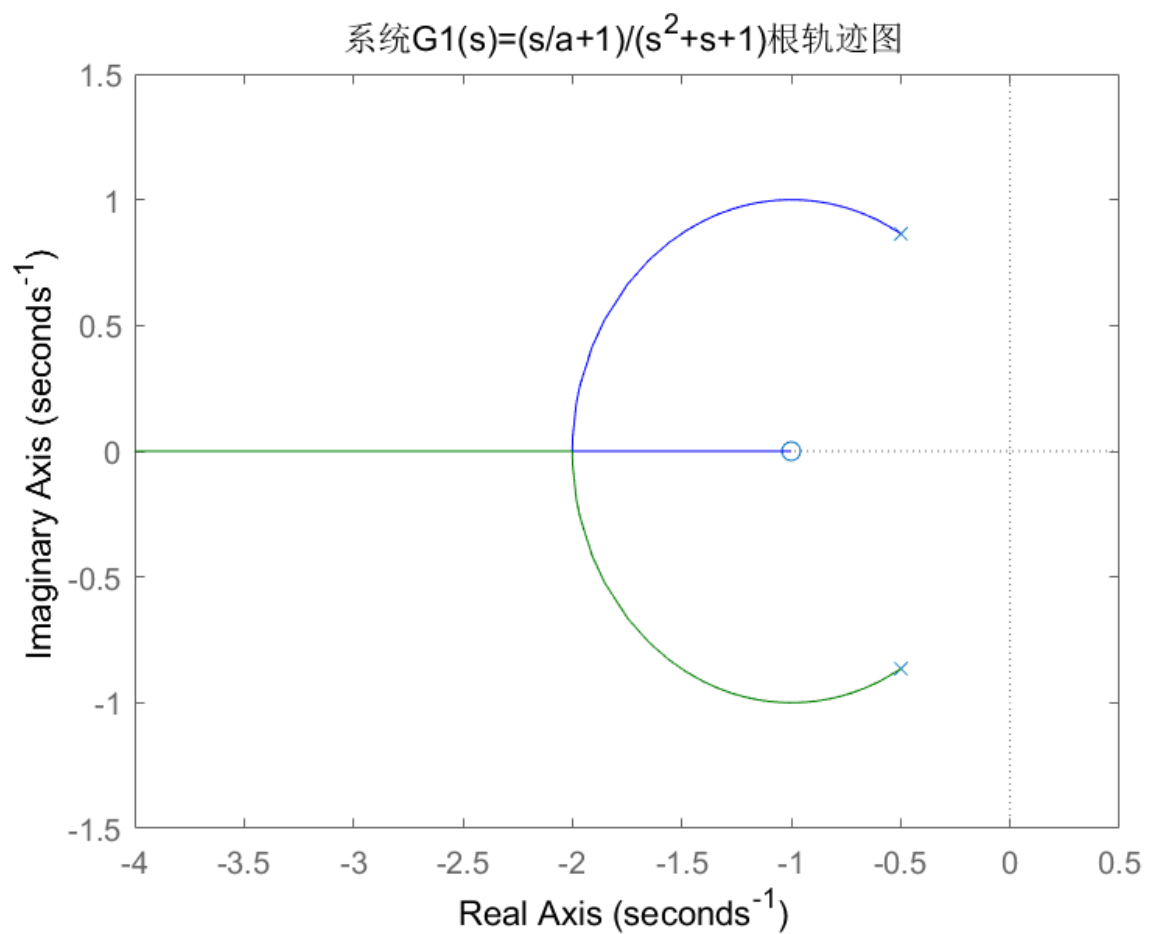
#### 【任务1】

1. 当开环传递函数为 $G_1(s)$ 时，绘制系统的根轨迹和奈奎斯特曲线

取 $a = 1$

- 根轨迹曲线：

```
k = 1; %开环增益
a = 1;
num = [1/a 1];
den = [1 1 1];
[p,z] = pzmap(num,den);
G = zpkm(z,p,k);
rlocus(G);
title('系统G1(s)=(s/a+1)/(s^2+s+1)根轨迹图');
```

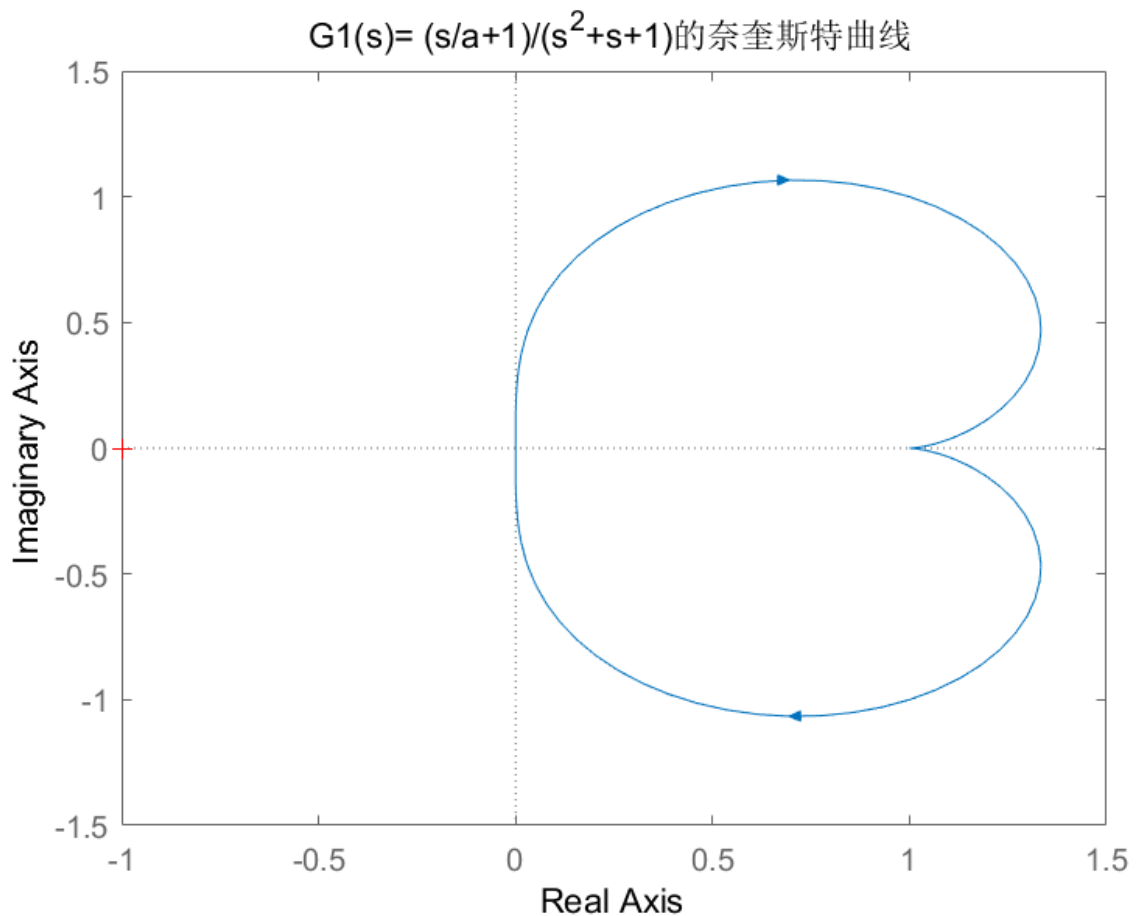


- 奈奎斯特曲线

```

%G1, a= 1, 奈奎斯特曲线
k = 1; %开环增益
a = 1;
num = [1/a 1];
den = [1 1 1];
nyquist(num,den);
title('G1(s)= (s/a+1)/(s^2+s+1)的奈奎斯特曲线');

```



### 【任务2】 【任务3】

2. 当开环传递函数为 $G_1(s)$ 时,  $a$ 分别取 0.01, 0.1, 1, 10, 100 时, 用 Matlab 计算系统阶跃响应的超调量和系统频率响应的谐振峰值, 并分析 两者的关系;
3. 画出2中各个 $a$ 值对应的波特图

$$\text{开环传递函数 } G(s) = \frac{s/a + 1}{s^2 + s + 1}$$

$$\text{闭环传递函数 } M(s) = \frac{s/a + 1}{s^2 + (1/a + 1)s + 2}$$

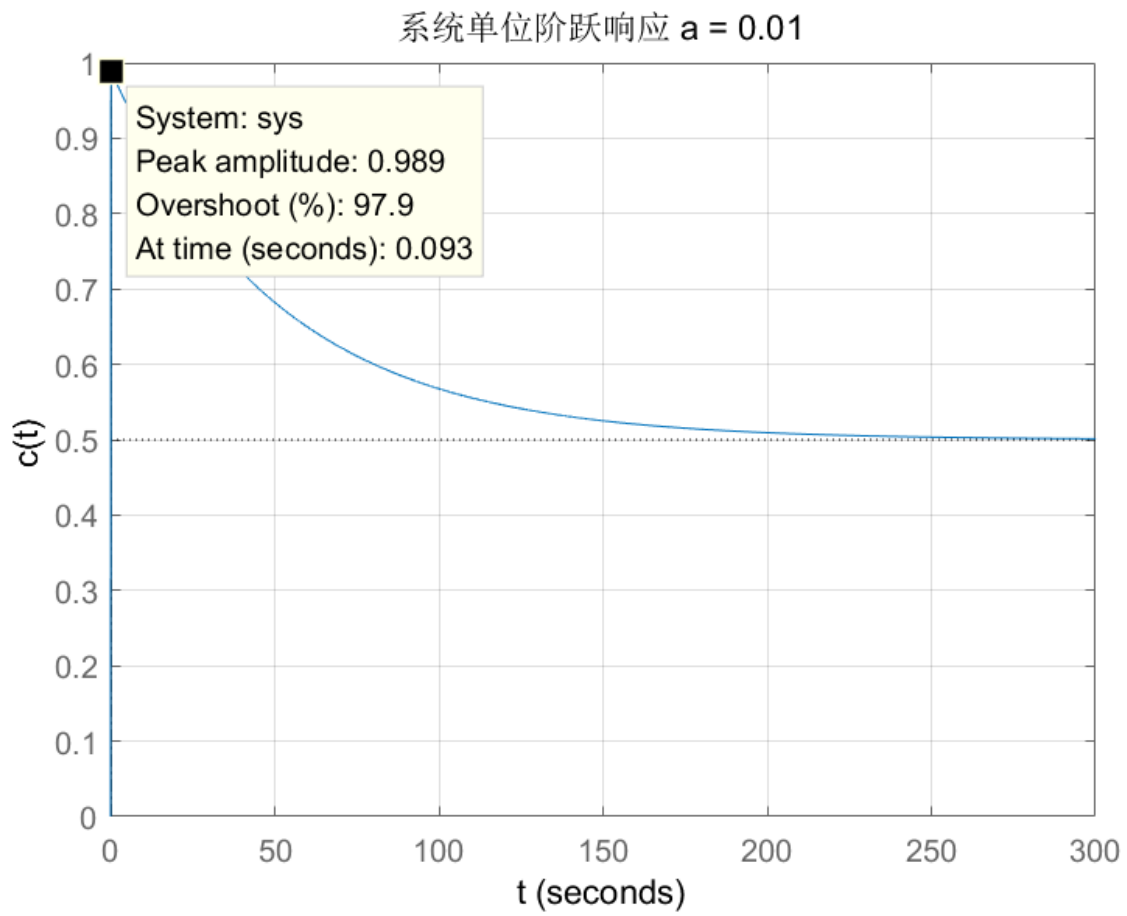
- 系统阶跃响应

```
% a = 0.01,0.1,1,10,100
a = 0.01;
num=[1/a,1]
den=[1,1/a+1,2]
step(num,den)
grid on
xlabel('t'),ylabel('c(t)')
title(sprintf('系统响应 a = %.2f',a));
```

- 系统频域响应

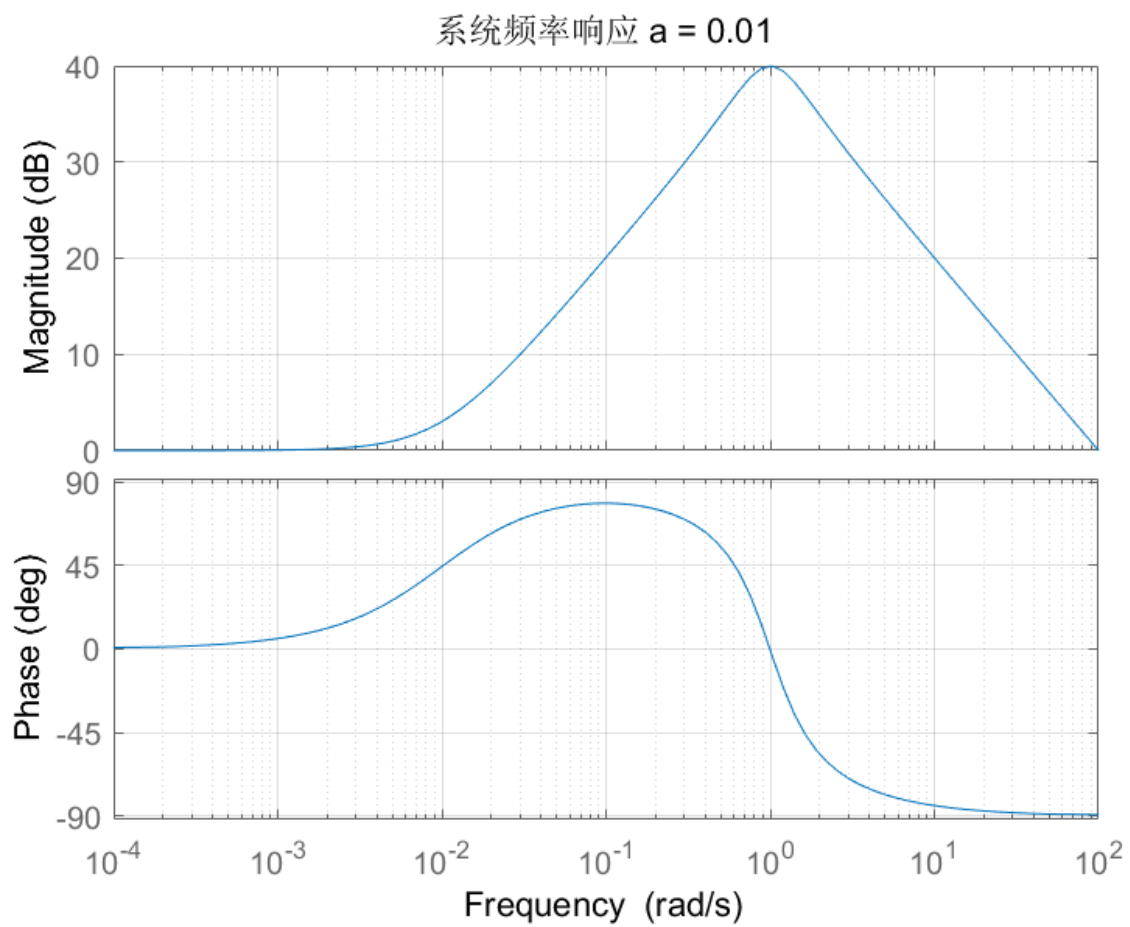
```
% a = 0.01,0.1,1,10,100
a = 0.01;
num=[1/a,1] % num = [1/a,1]
den=[1,1,1]
G=tf(num,den)
bode(G)
grid on
title(sprintf('系统频率响应 a = %.2f',a));
```

- a = 0.01



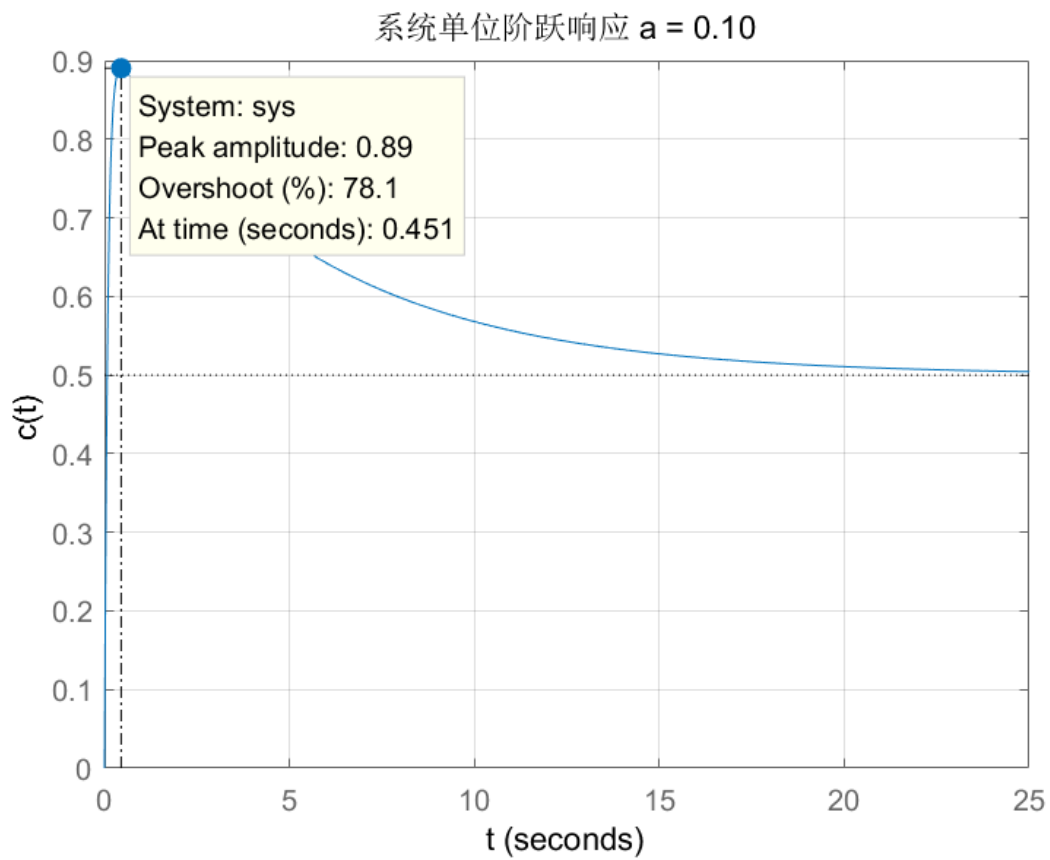
系统单位阶跃响应最大值  $y_m = 0.989$

$$\text{系统单位阶跃响应超调量} \sigma = \frac{y_m - y_s}{y_s} = 97.9\%$$



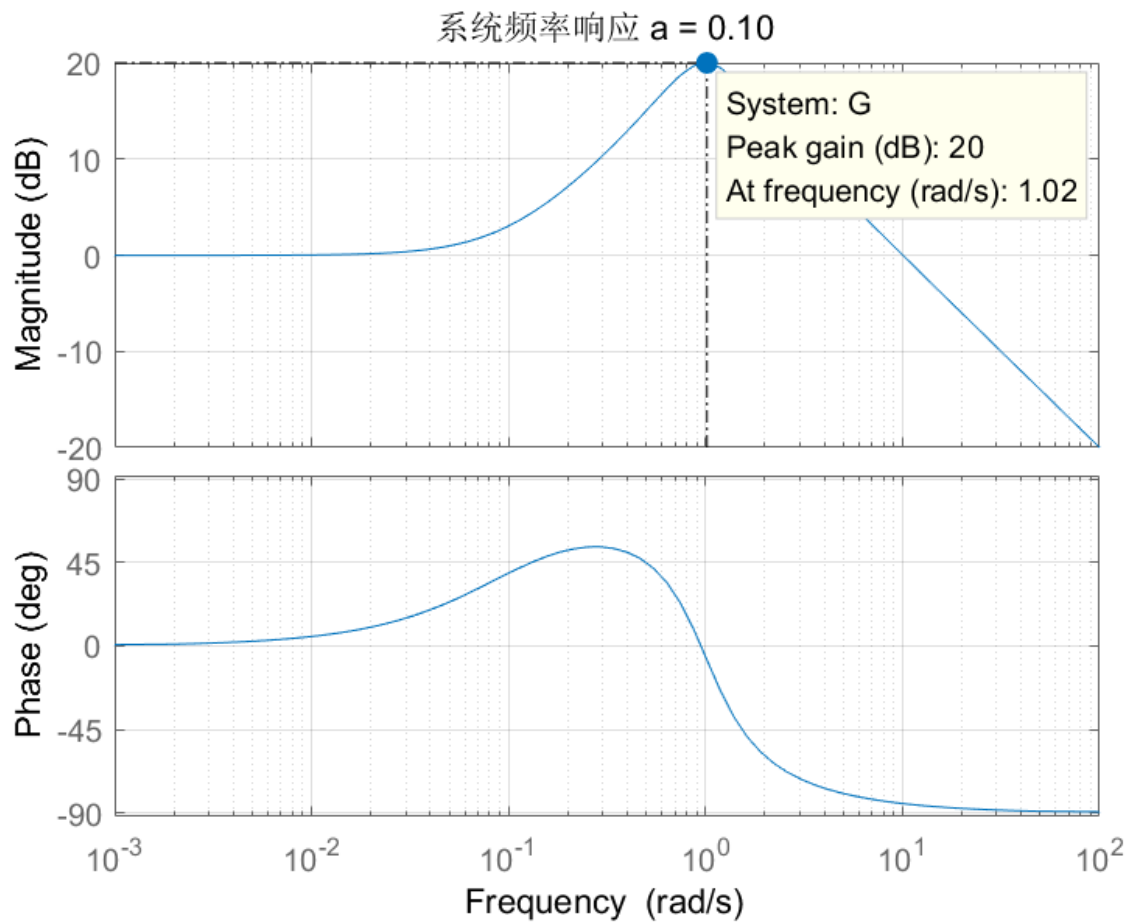
系统的谐振峰值是  $M_r = 40dB$

- $a = 0.1$



系统单位阶跃响应最大值  $y_m = 0.89$

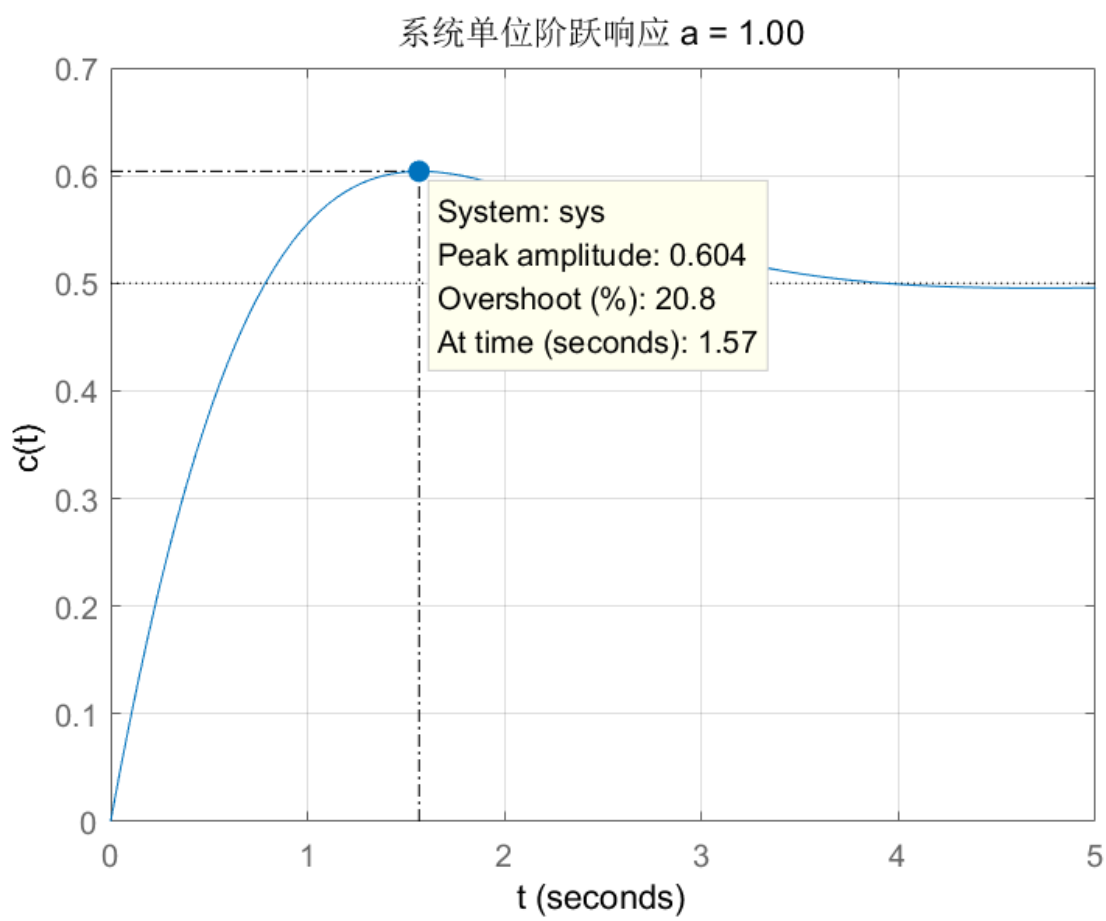
$$\text{系统单位阶跃响应超调量} \sigma = \frac{y_m - y_s}{y_s} = 78.1\%$$



系统的谐振峰值是  $M_r = 20dB$

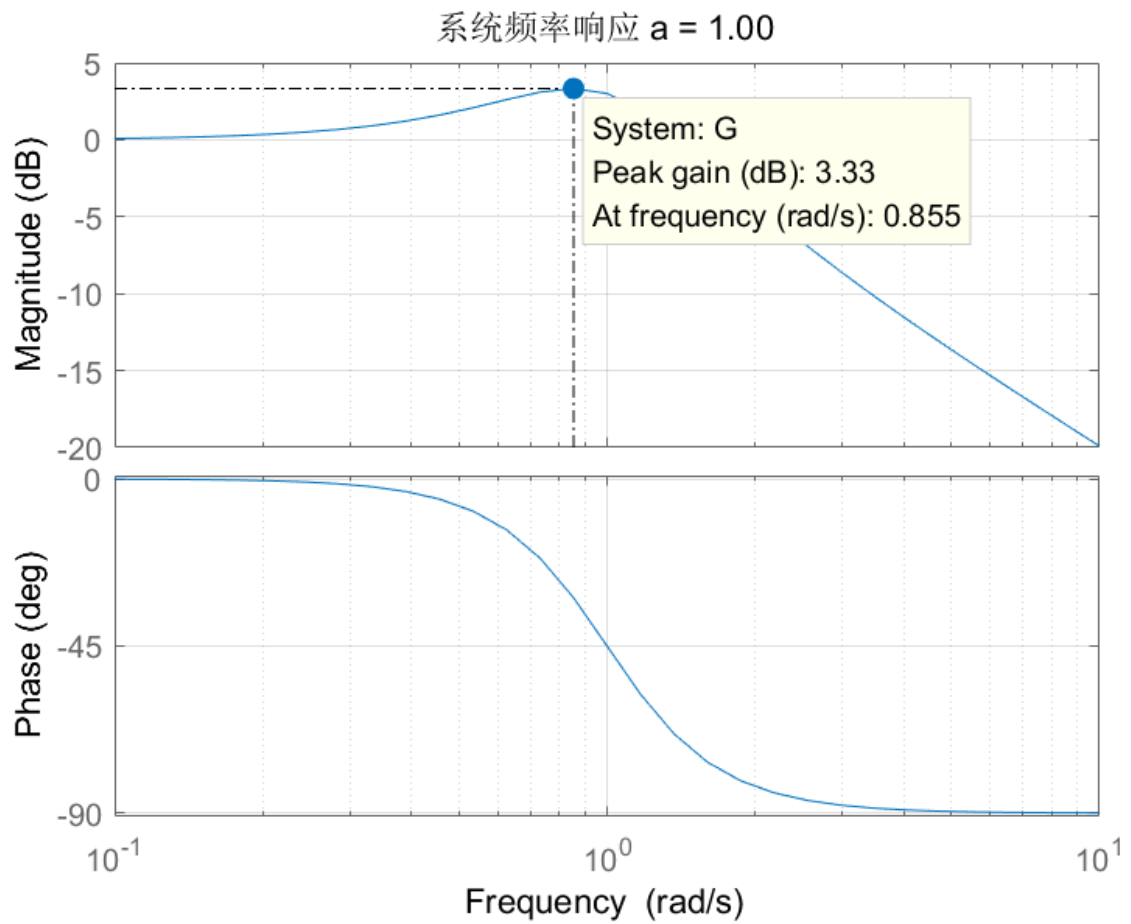
- $a = 1$





系统单位阶跃响应最大值  $y_m = 0.604$

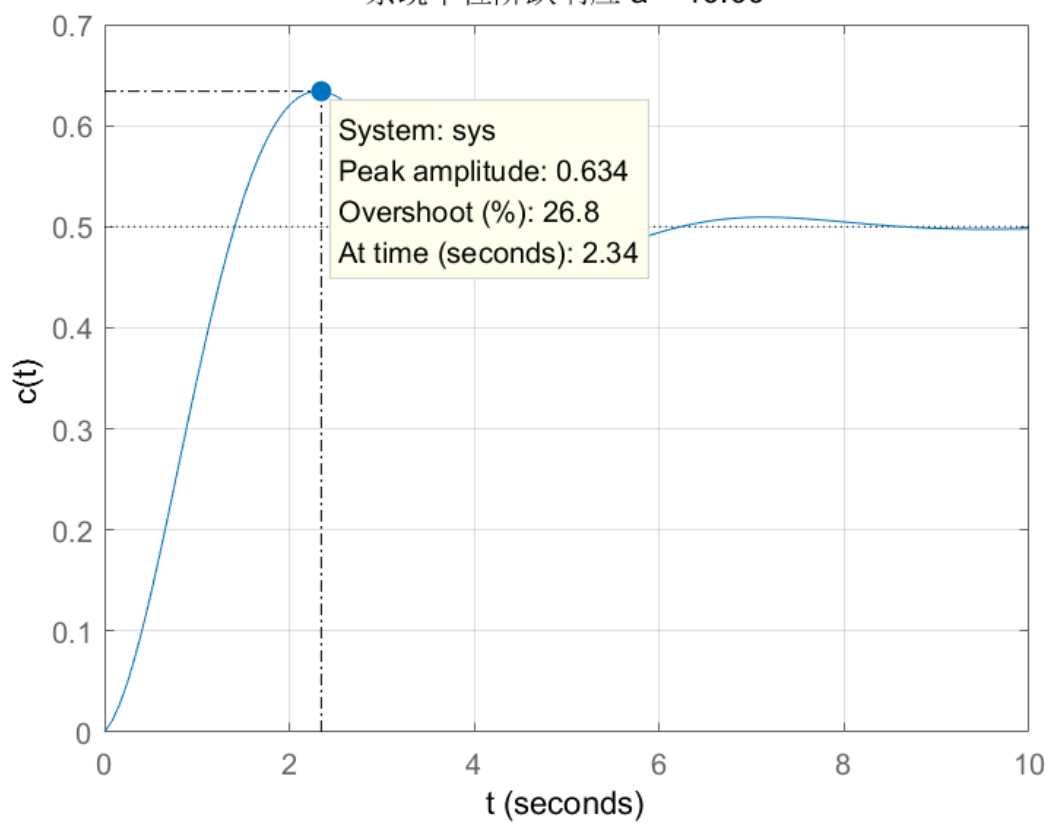
$$\text{系统单位阶跃响应超调量} \sigma = \frac{y_m - y_s}{y_s} = 20.8\%$$



系统的谐振峰值是  $M_r = 3.33dB$

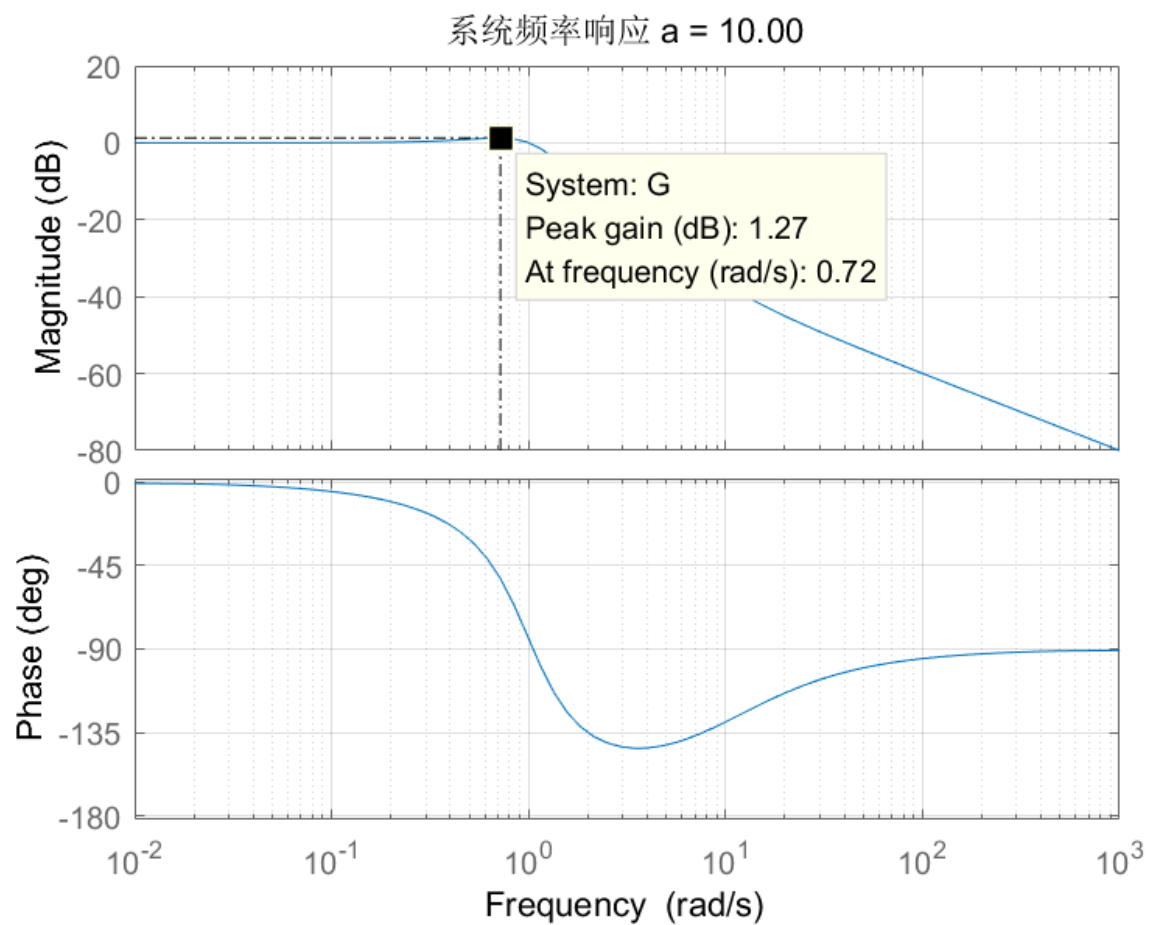
- $a = 10$

系统单位阶跃响应  $a = 10.00$



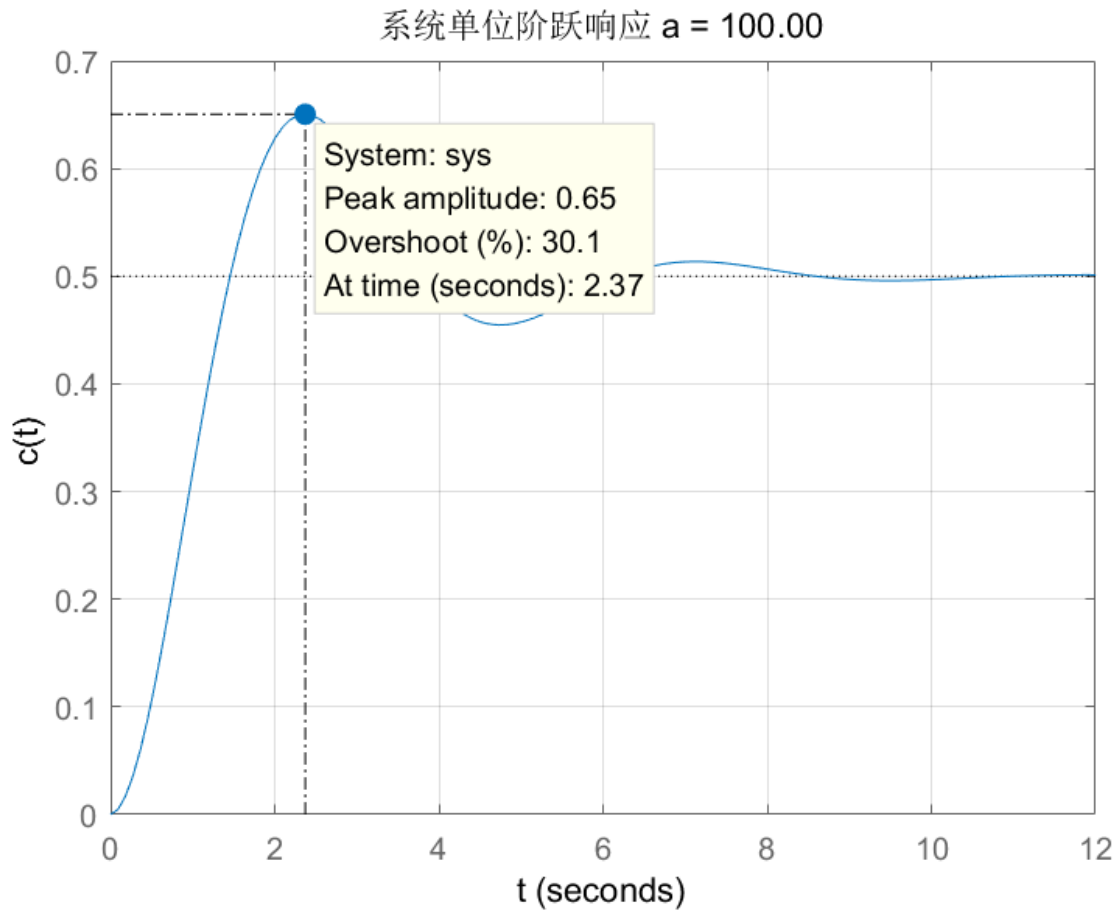
系统单位阶跃响应最大值  $y_m = 0.634$

系统单位阶跃响应超调量  $\sigma = \frac{y_m - y_s}{y_s} = 26.8\%$



系统的谐振峰值是  $M_r = 1.27dB$

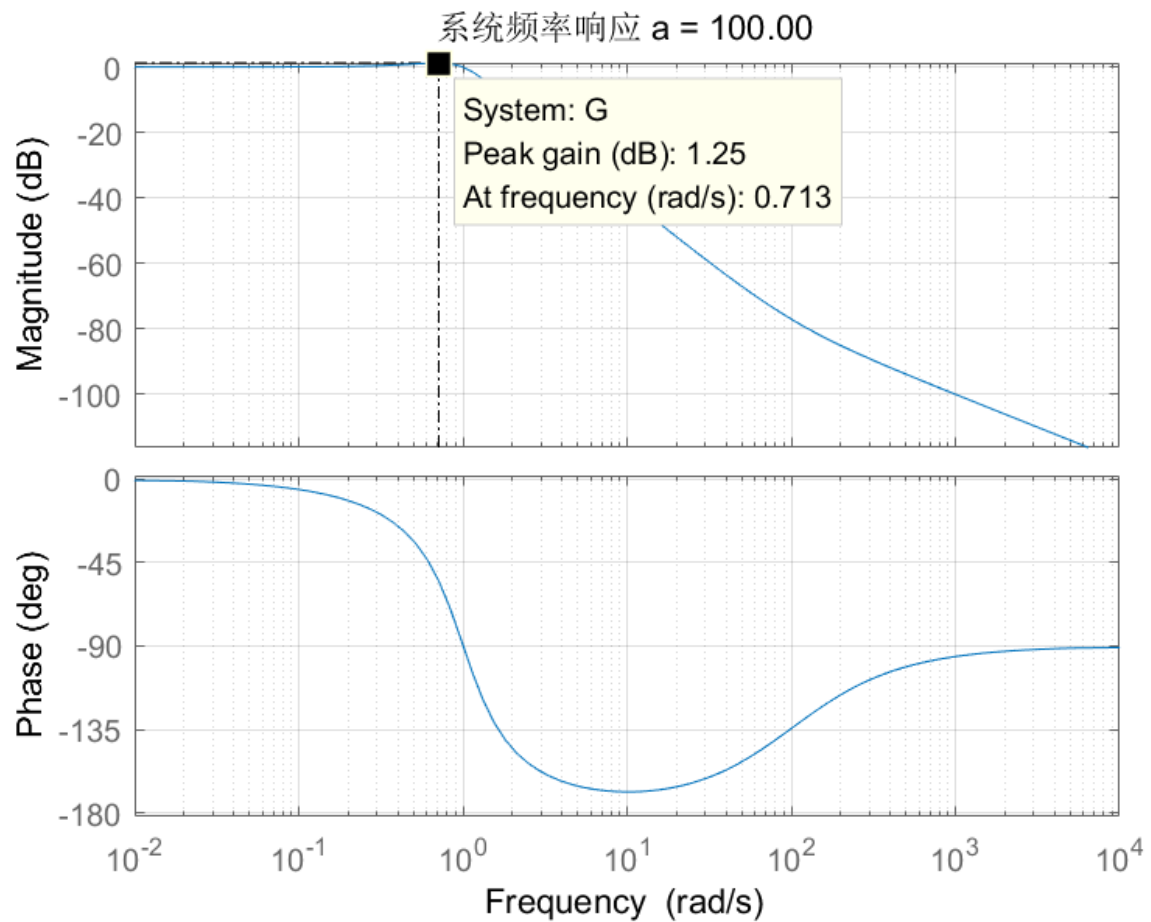
- $a = 100$



系统单位阶跃响应最大值  $y_m = 0.65$

系统单位阶跃响应稳态值  $y_s = 0.5$

$$\text{系统单位阶跃响应超调量 } \sigma = \frac{y_m - y_s}{y_s} = \frac{0.65 - 0.5}{0.5} = 0.3$$

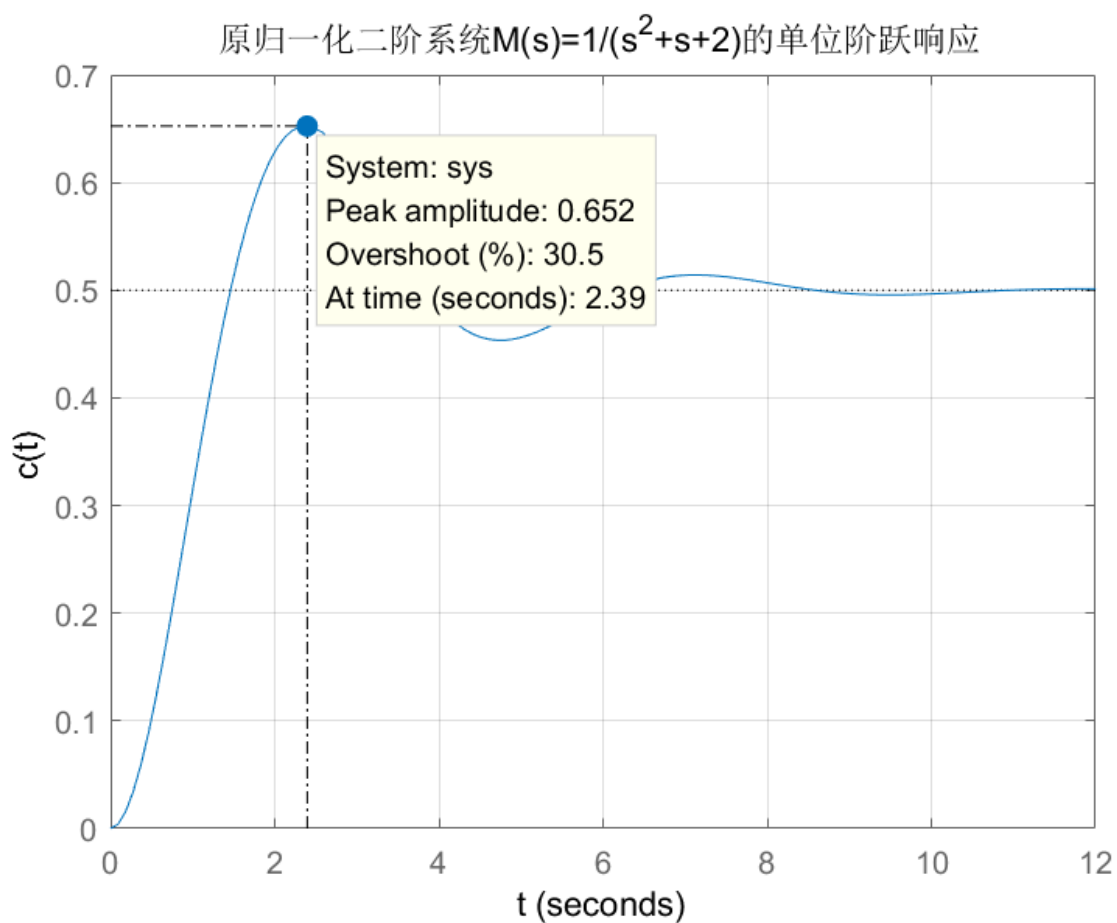


系统的谐振峰值是  $M_r = 1.25dB$

- 原归一化二阶系统闭环传递函数

$$M(s) = \frac{1}{s^2 + s + 2}$$

```
num = [1];
den = [1,1,2];
step(num,den);
grid on
xlabel('t')
ylabel('c(t)')
title('原归一化二阶系统M(s)=1/(s^2+s+2)的单位阶跃响应')
```



系统单位阶跃响应最大值 $y_m = 0.652$

$$\text{系统单位阶跃响应超调量} \sigma = \frac{y_m - y_s}{y_s} = 30.5\%$$

- 关系分析

a	超调量	谐振峰值
原二阶系统	30.5%	0
0.01	97.9%	40dB
0.1	78.1%	20dB
1	20.8%	3.33dB
10	26.8%	1.27dB
100	30%	1.25dB

(1) 当 $M_r$ 增大时， $\sigma$ 也相应增大。因为增加对零点系统稳态值不产生影响。当 $a=0.01$ 时， $M_r=40$ ， $\sigma=97.9\%$ ，随着 $a$ 的增大， $M_r$ 开始减小， $\sigma$ 也减小，直到 $a$ 减小到某值时达到最小， $\sigma$ 也不再减小； $a$ 继续增大， $M_r$ 减小到零， $\sigma$ 也增大，当 $a$ 增大到100时， $\sigma=30.5\%$ ， $M_r=1.25\text{dB}$ ，越来越接近于原二阶系统的值。

(2) 附加零点对系统的影响：首先相应变快，上升时间 $t_r$ 减小，其次，振荡趋势加剧，超调量变大。

(3) 由此可知，零点离虚轴越近，对系统暂态性影响越大，零点离虚轴越远，对系统的影响越小。因此，若附加的零点远离虚轴，可忽略它对系统的影响，按原二阶系统处理。

#### 【任务4】

4. 当开环传递函数为 $G_2(s)$ 时，绘制系统的根轨迹和奈奎斯特曲线

开环传递函数

$$G_2(s) = \frac{1}{(s/p + 1)(s^2 + s + 1)}$$

对应的闭环特征方程为

$$D_c(s) = (s/p + 1)(s^2 + s + 1) + 1 = 0$$

恒等变换为

$$\frac{\frac{1}{p}(s^3 + s^2 + s)}{s^2 + s + 2} + 1 = 0$$

因此开环传递函数

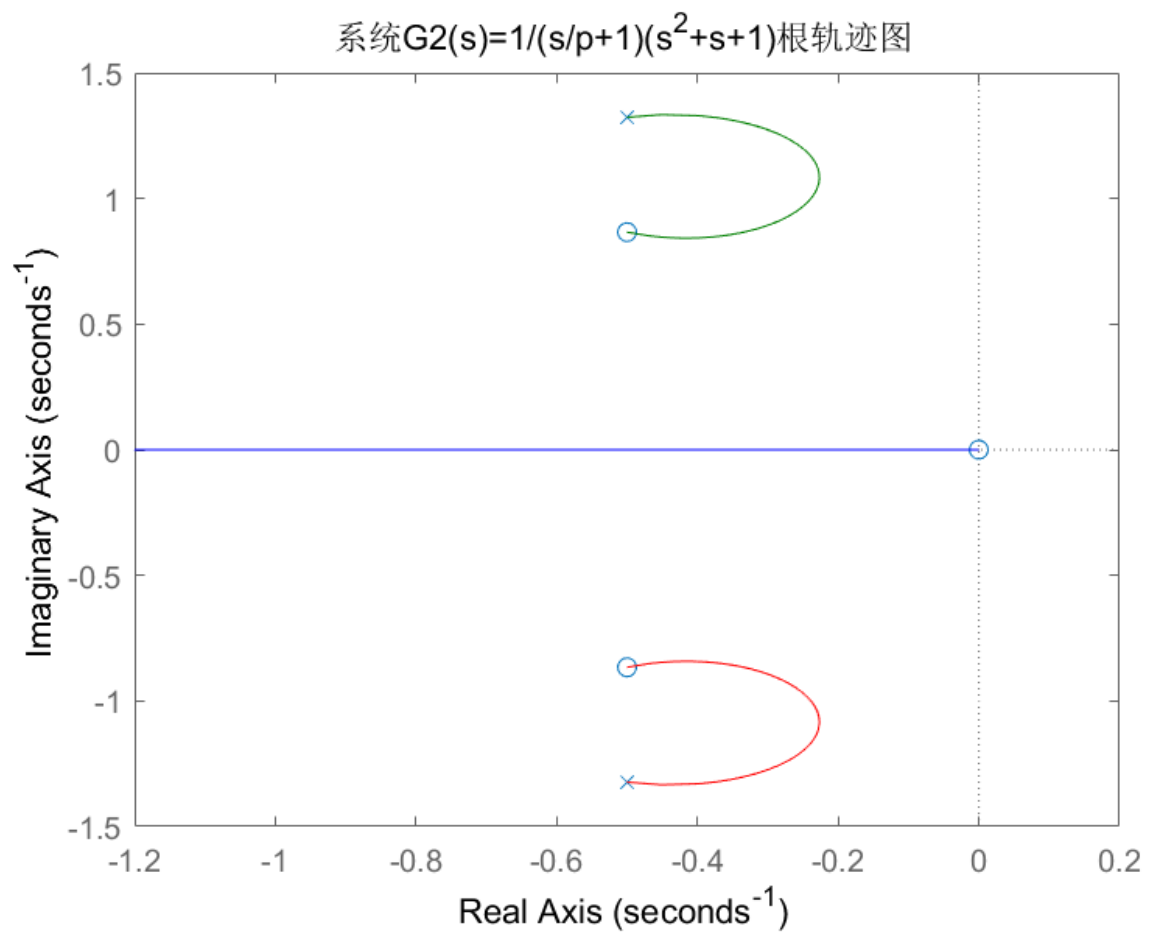
$$G(s) = \frac{\frac{1}{p}(s^3 + s^2 + s)}{s^2 + s + 2}$$

的根轨迹图就是原系统的根轨迹图

#### • 根轨迹图

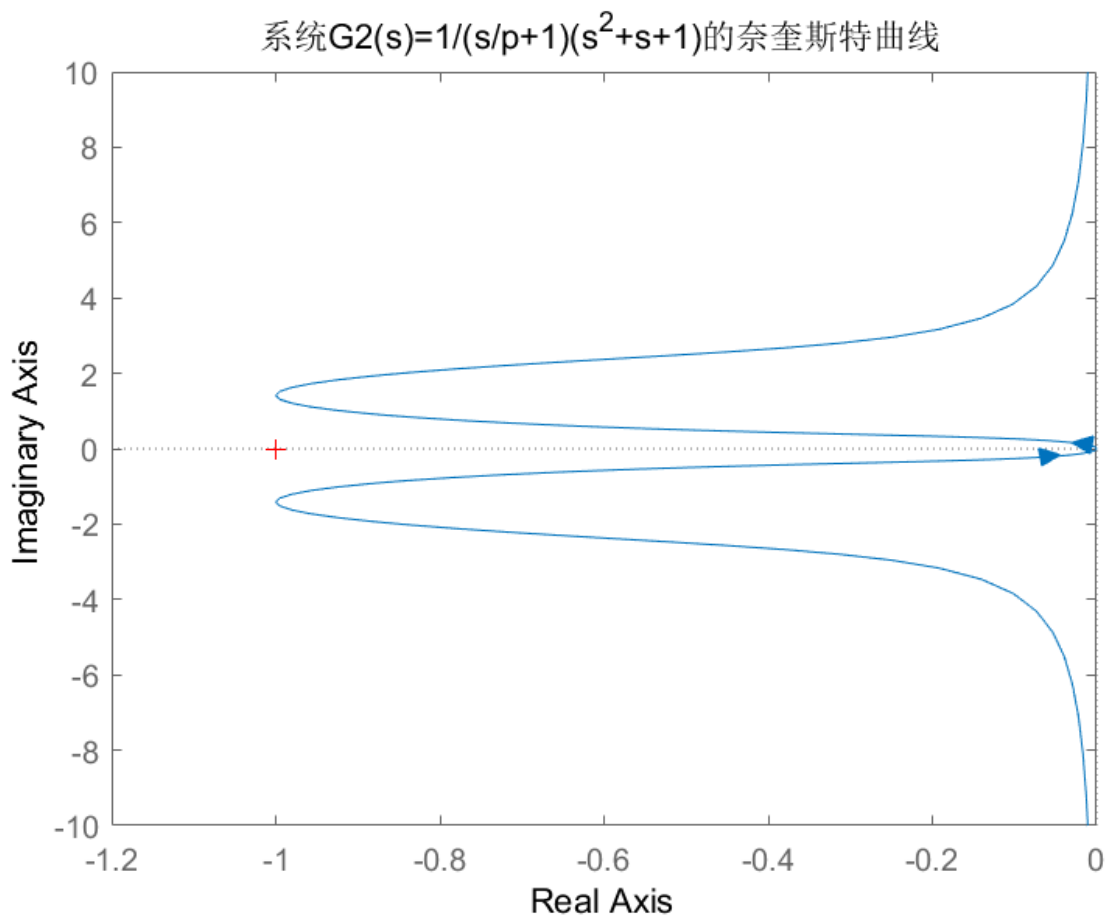
```
num = [1,1,1,0];
den = [1,1,2];
G = tf(num,den);
rlocus(G);
title('系统G1(s)=1/(s/p+1)(s^2+s+1)根轨迹图');
```





- 奈奎斯特曲线图

```
num = [1,1,1,0];  
den = [1,1,2];  
G = tf(num,den);  
nyquist(G);  
title('系统 $G_2(s)=1/(s/p+1)(s^2+s+1)$ 的奈奎斯特曲线');
```



### 【任务5】

5. 当开环传递函数为 $G_2(s)$ 时,  $p$ 分别取 0.01, 0.1, 1, 10, 100 时, 画出各个 $p$ 值对应的波特图

系统的闭环传递函数

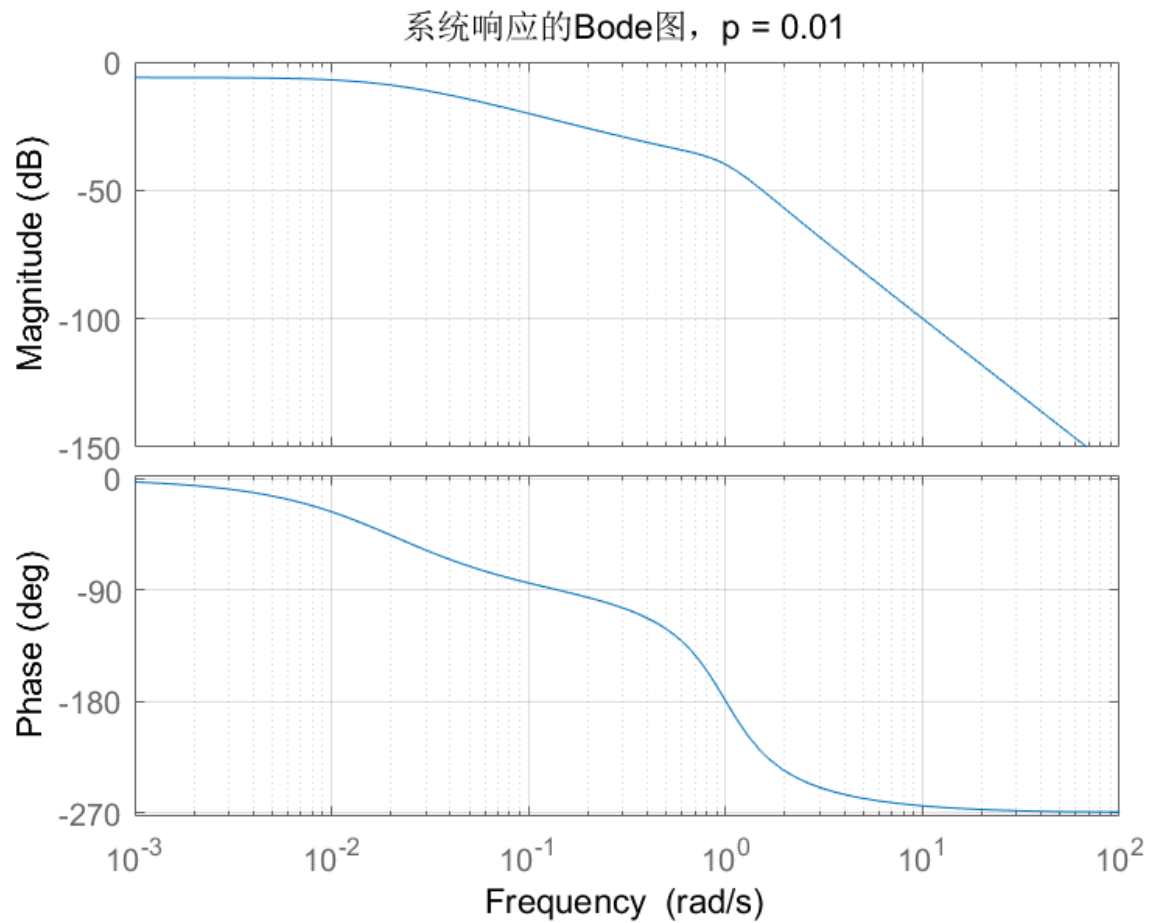
$$M(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)} = \frac{1}{s^3/p + (1/p + 1)s^2 + (1/p + 1)s + 2}$$

```

%G2
%p = 0.01,0.1,1,10,100
p = 0.01;
num=[1];
den=[1/p,1/p+1,1/p+1,2];
G = tf(num,den);
bode(G);
grid on
xlabel('t');
ylabel('c(t)');
title(sprintf('系统响应的Bode图, p = %.2f',p));

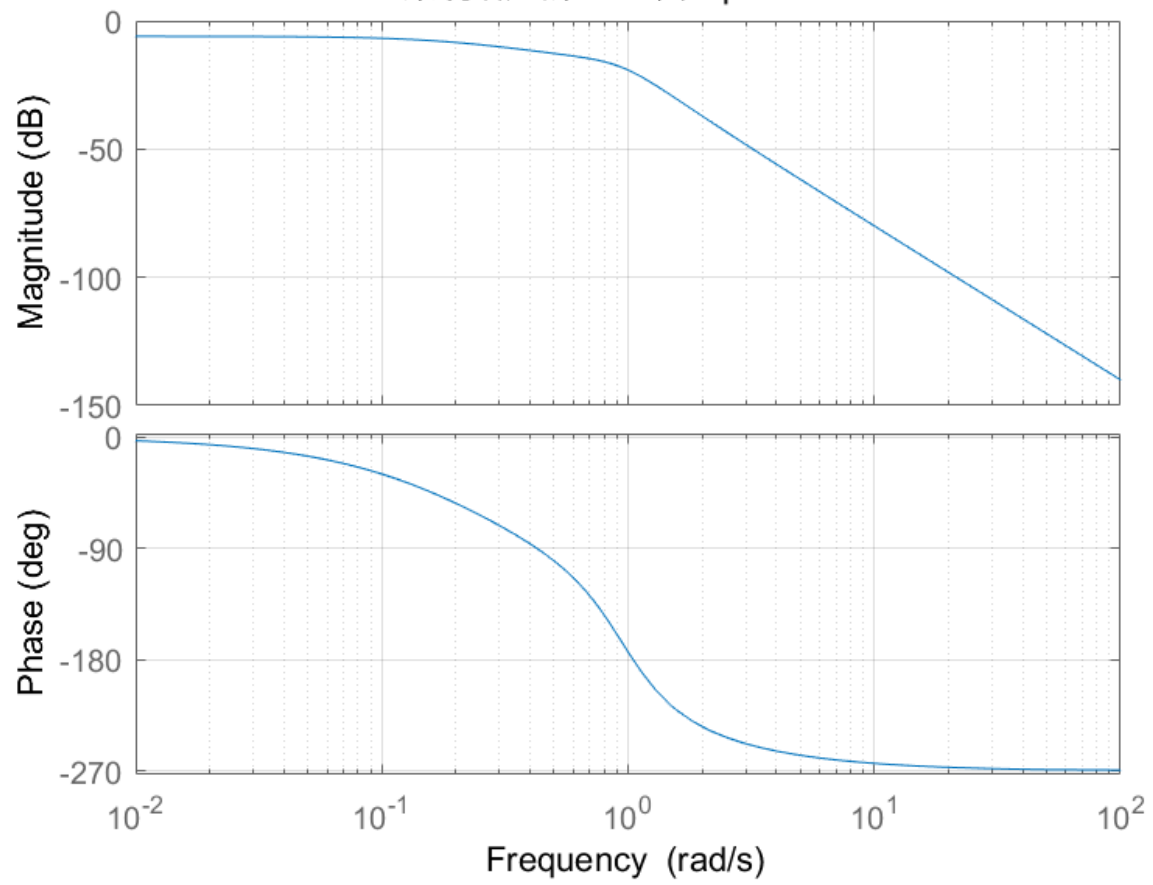
```

- $p = 0.01$



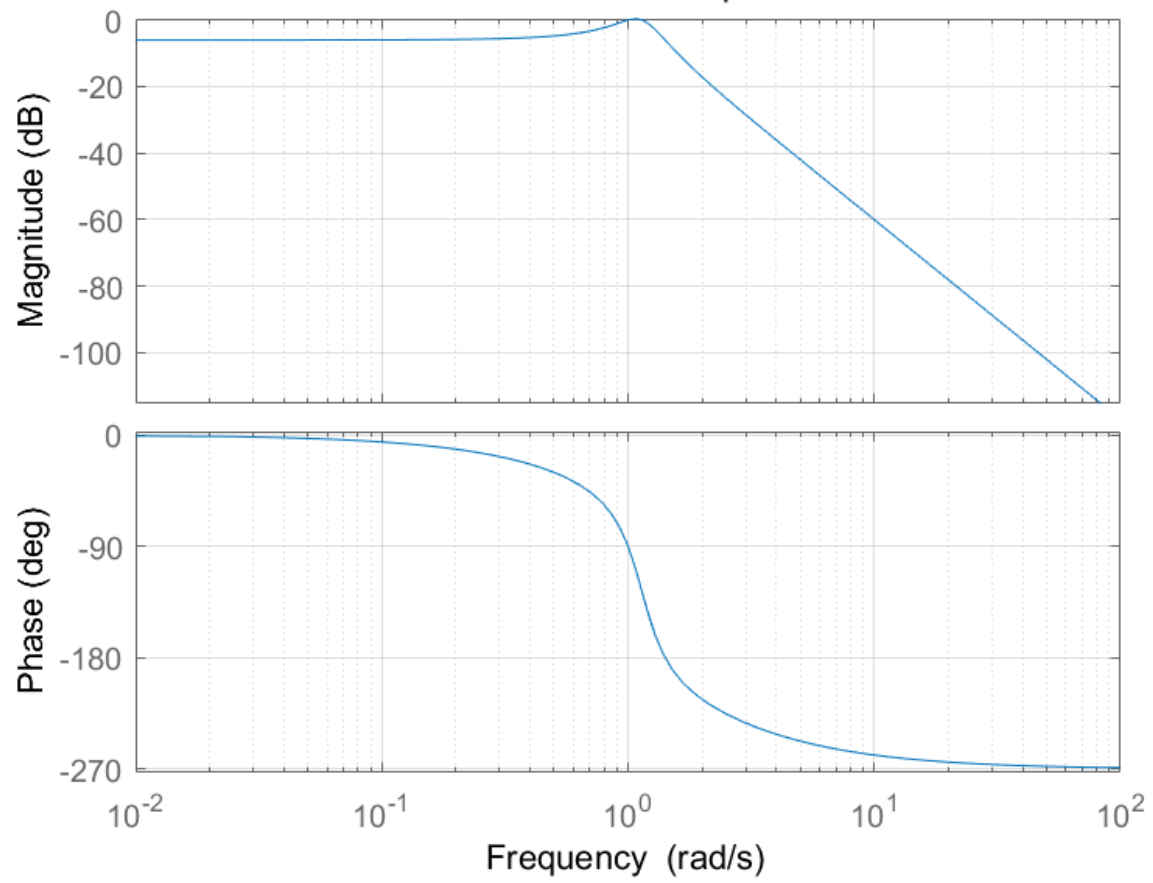
- $p = 0.1$

系统响应的Bode图,  $p = 0.10$



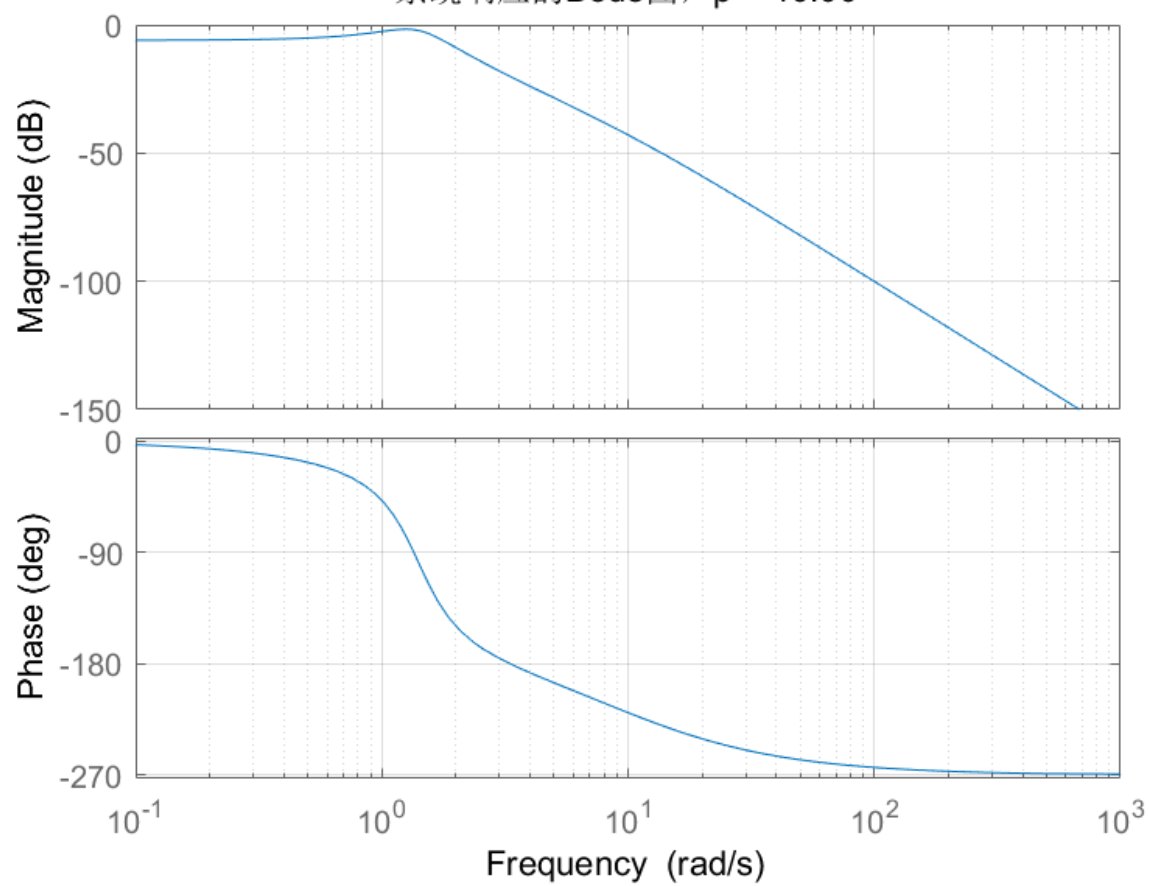
- $p = 1$

系统响应的Bode图,  $p = 1.00$

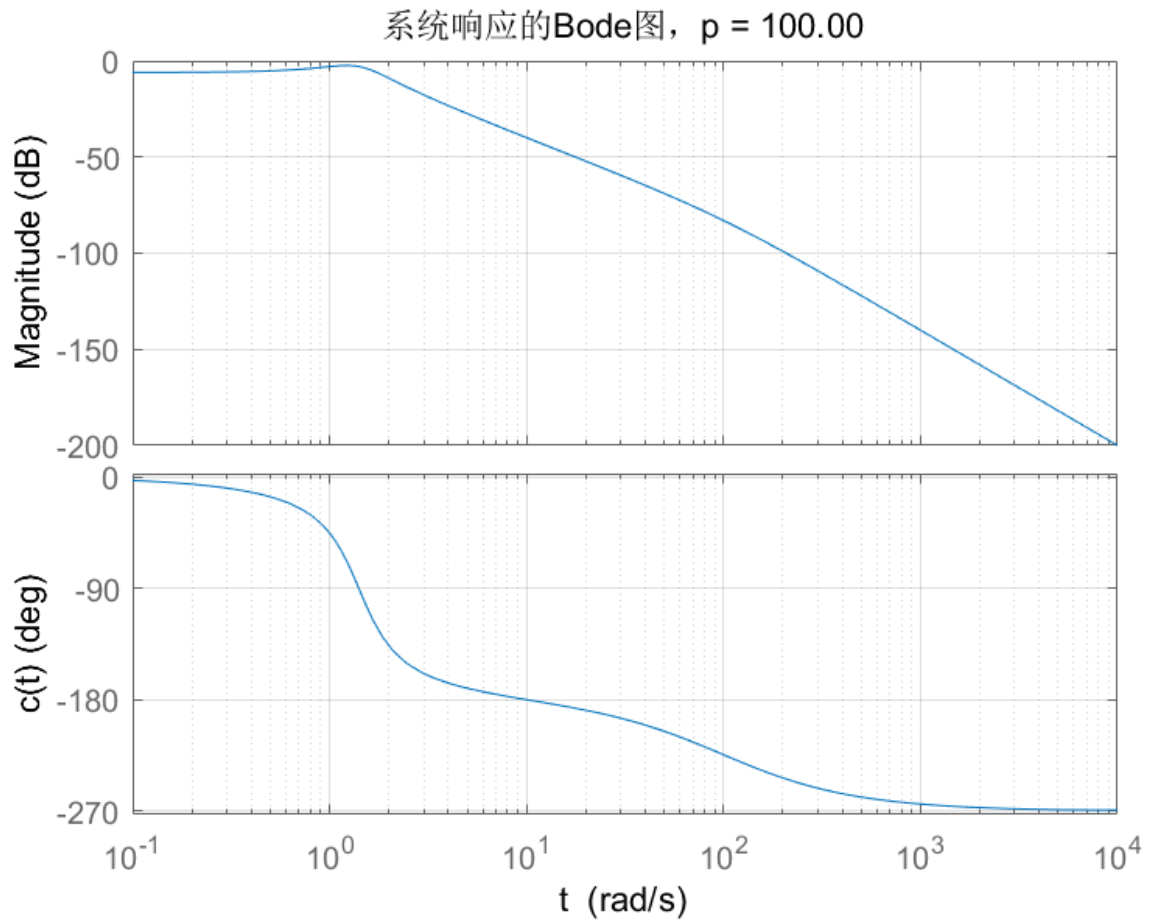


- $p = 10$

系统响应的Bode图,  $p = 10.00$



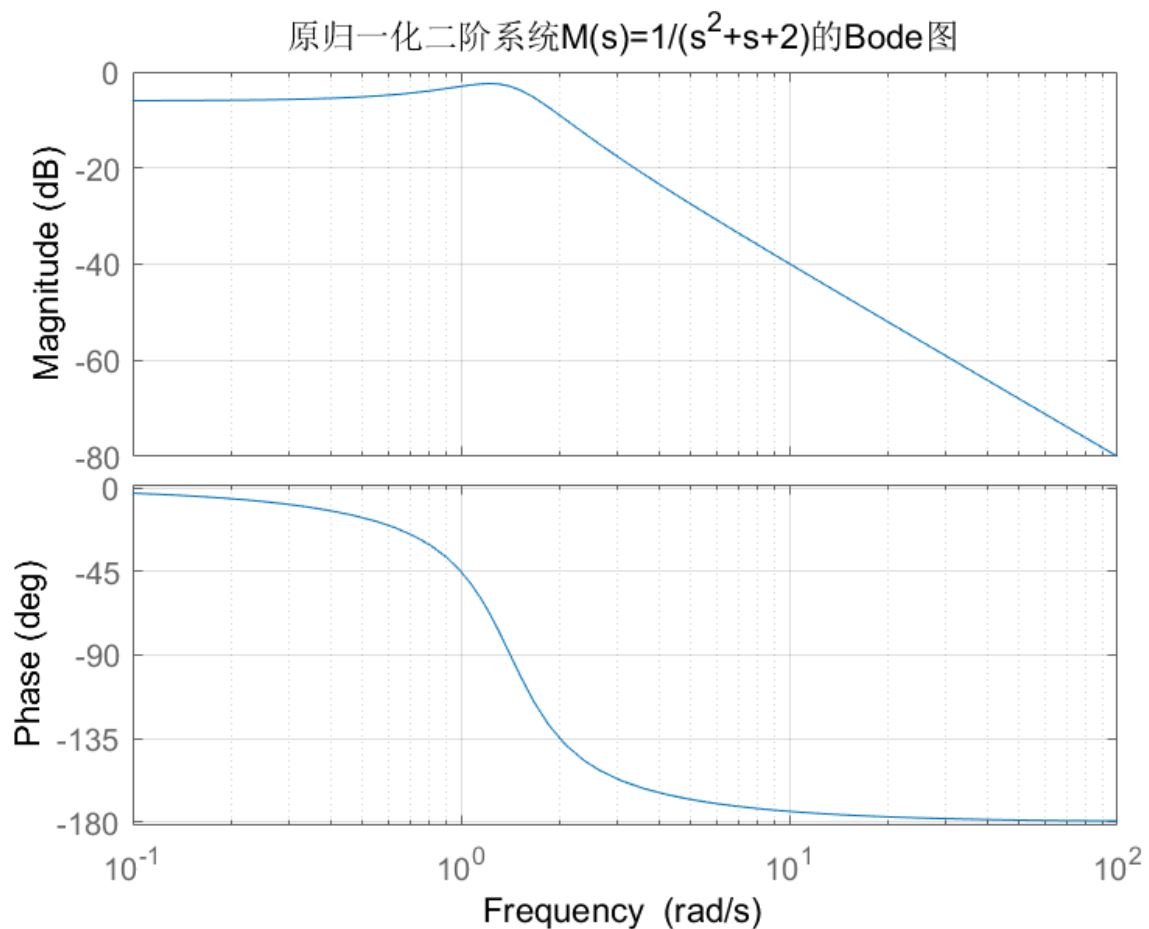
- $p = 100$



#### 【任务6】

6. 对比增加极点系统带宽和原二级系统的带宽，分析增加极点对系统带宽的影响

原系统



$p$	带宽频率 $W_b$	带宽 $(0, W_b)$	截止频率 $\omega_c$	相位裕度 $\gamma$
0.01	0.010	$(0, 0.0101)$	0	-180
0.1	0.102	$(0, 0.101)$	0	-180
1	0.995	$(0, 1)$	0.0087	179
10	1.27	$(0, 1.27)$	0.9947	84.9272
100	1.27	$(0, 1.27)$	0.9999	89.4337
原系统	1.27	$(0, 1.27)$	1.00	90

(1) 当 $p$ 增大时, 系统的带宽频率 $W_b$ 不断增大, 由 $p=0.01$ 时,  $W_b=0.01$ , 增加到 $p=100$ 时,  $W_b=1.27$ 。即当极点离虚轴很近( $p=0.01$ )时, 系统的带宽频率很小, 与原系统相差很大, 当极点远离虚轴 ( $p=100$ ) 时, 带宽频率与原系统相同。

(2) 附加极点对系统的影响: 首先系统响应变慢, 上升时间 $t_r$ 增加, 其次, 振荡趋势减弱, 超调量变小, 其总的效果相当于使原来典型二阶系统中的阻尼系数变大。



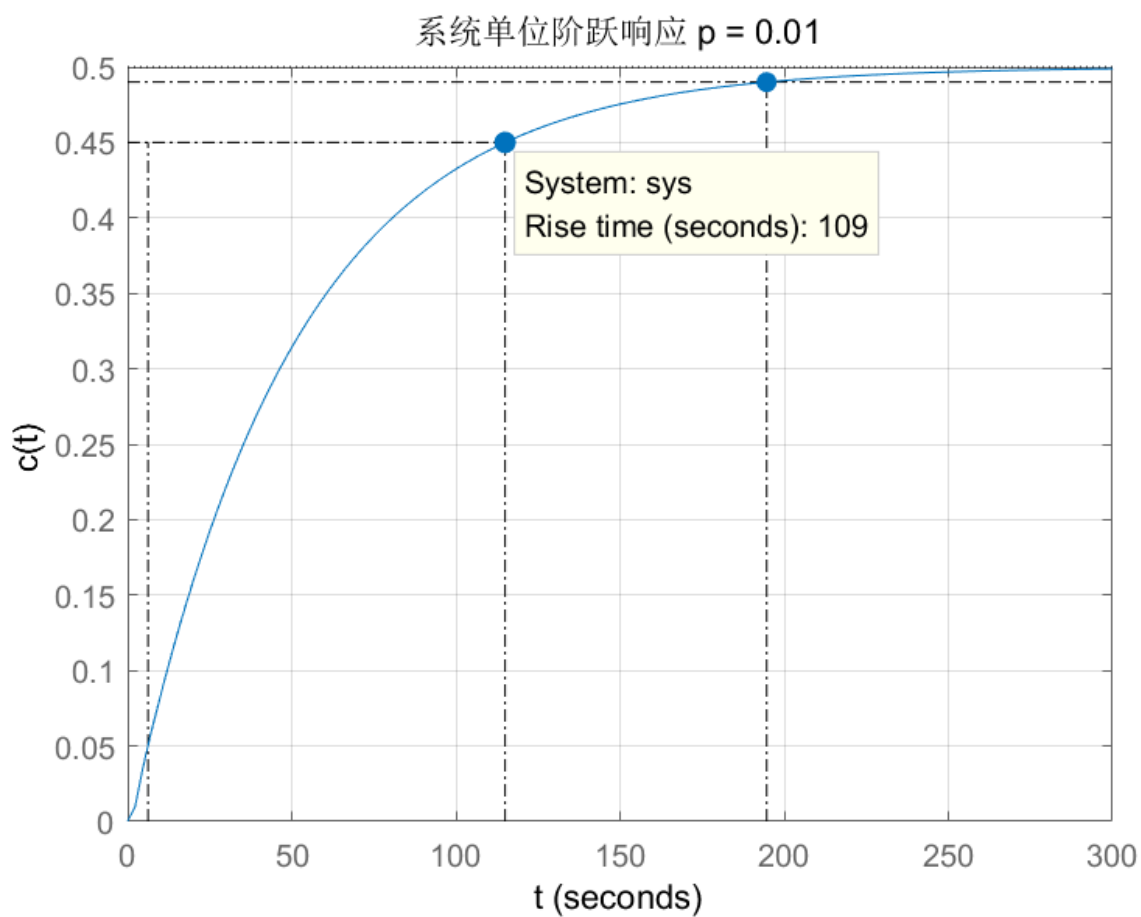
(3) 增加极点会使系统截止频率减小，随着极点离虚轴距离的增加，截止频率不断靠近原系统的截止频率。

(4) 因此，增加的极点离虚轴越近，对系统暂态性能影响越大，增加的极点离虚轴越远，对系统的影响越小。故，若附加的极点离虚轴很远，可忽略它对系统的影响，按原二阶系统处理。

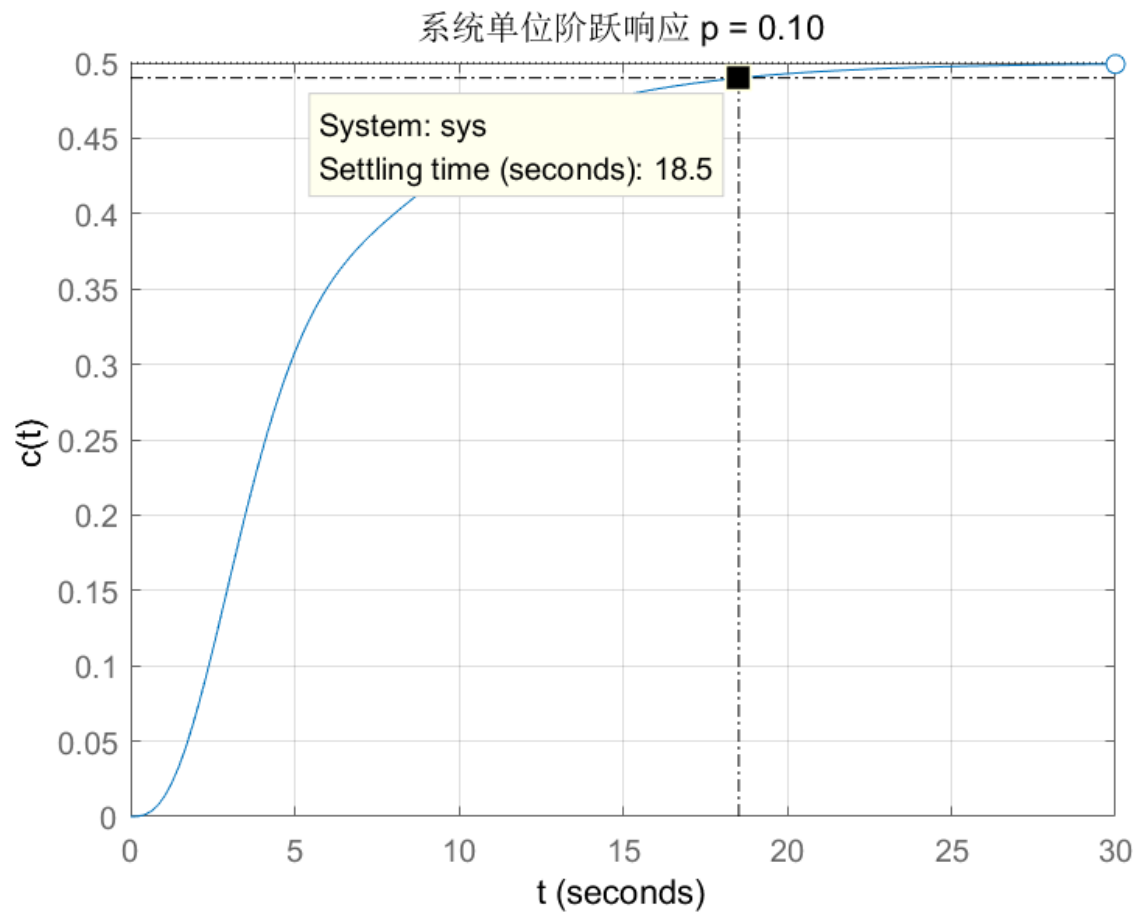
### 【任务7】

7. 用Matlab画出上述每种情况的单位阶跃输入的响应

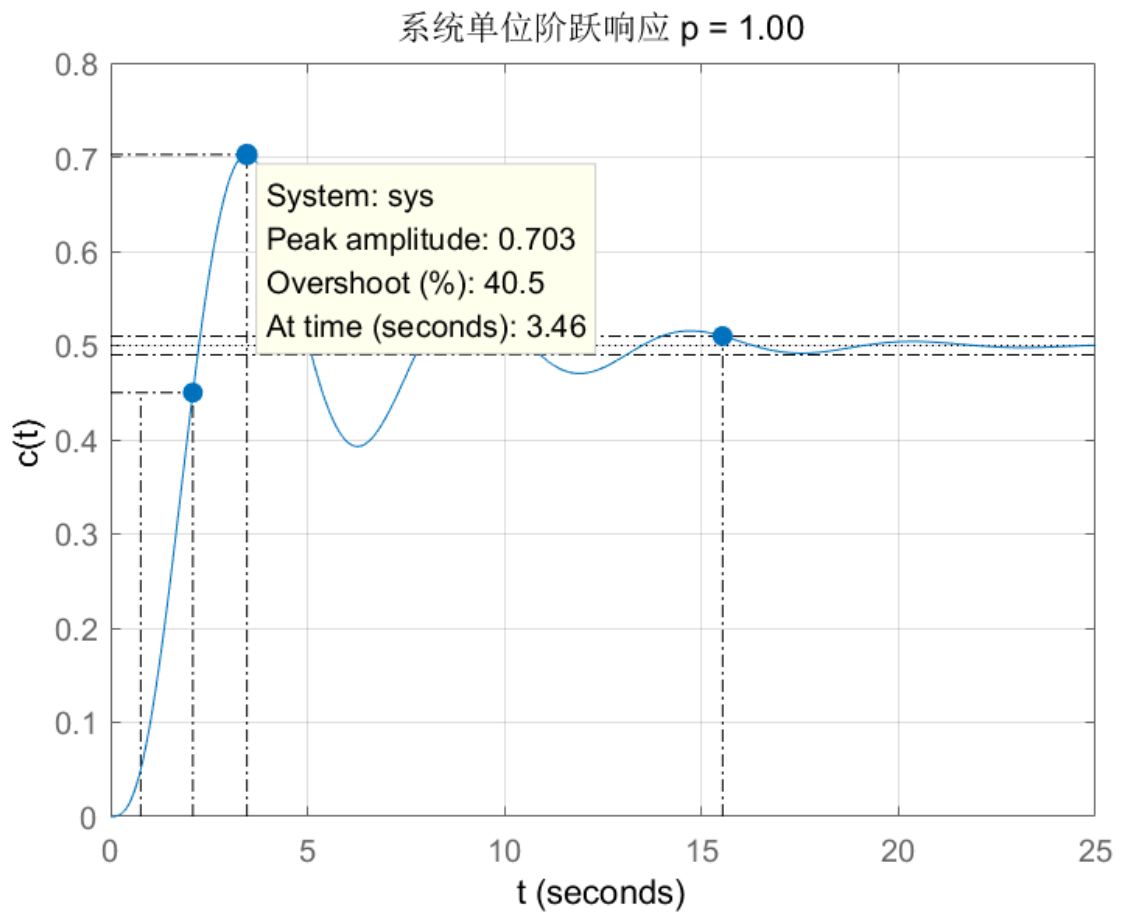
- $p = 0.01$



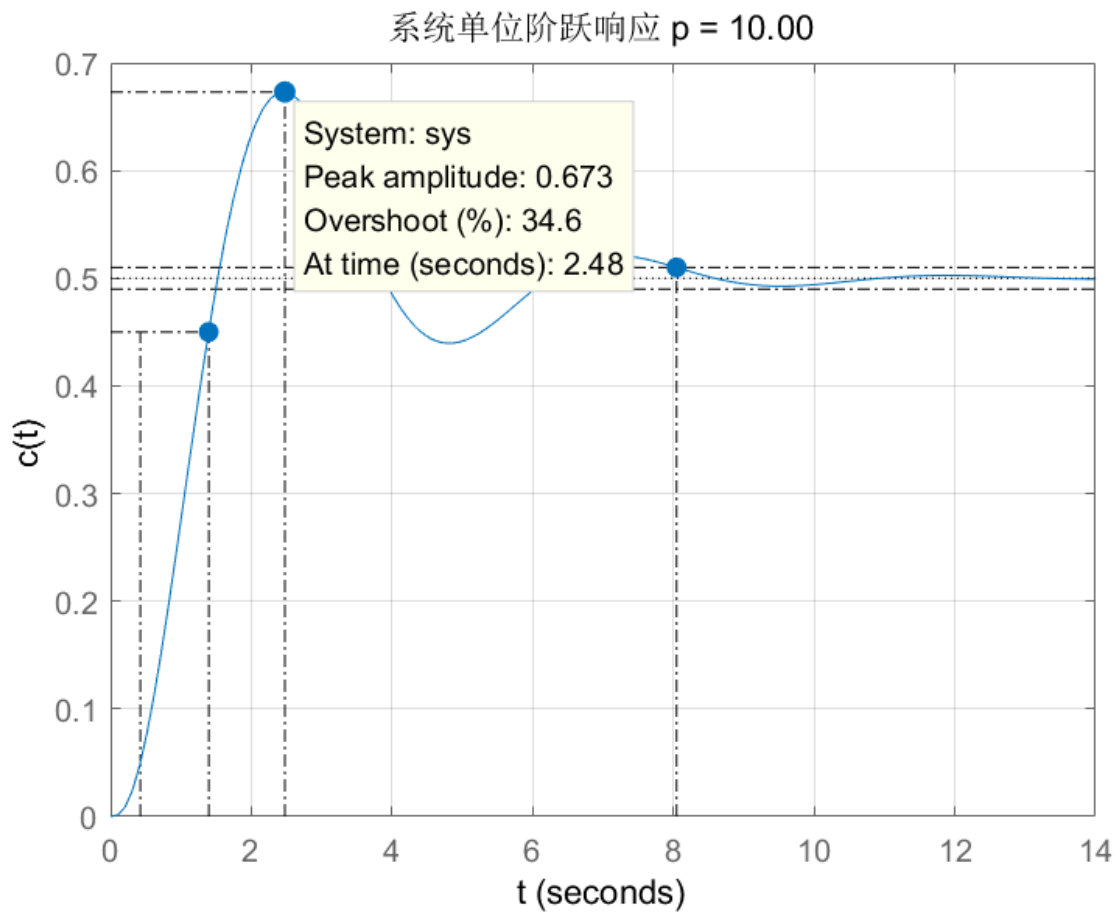
- $p = 0.1$



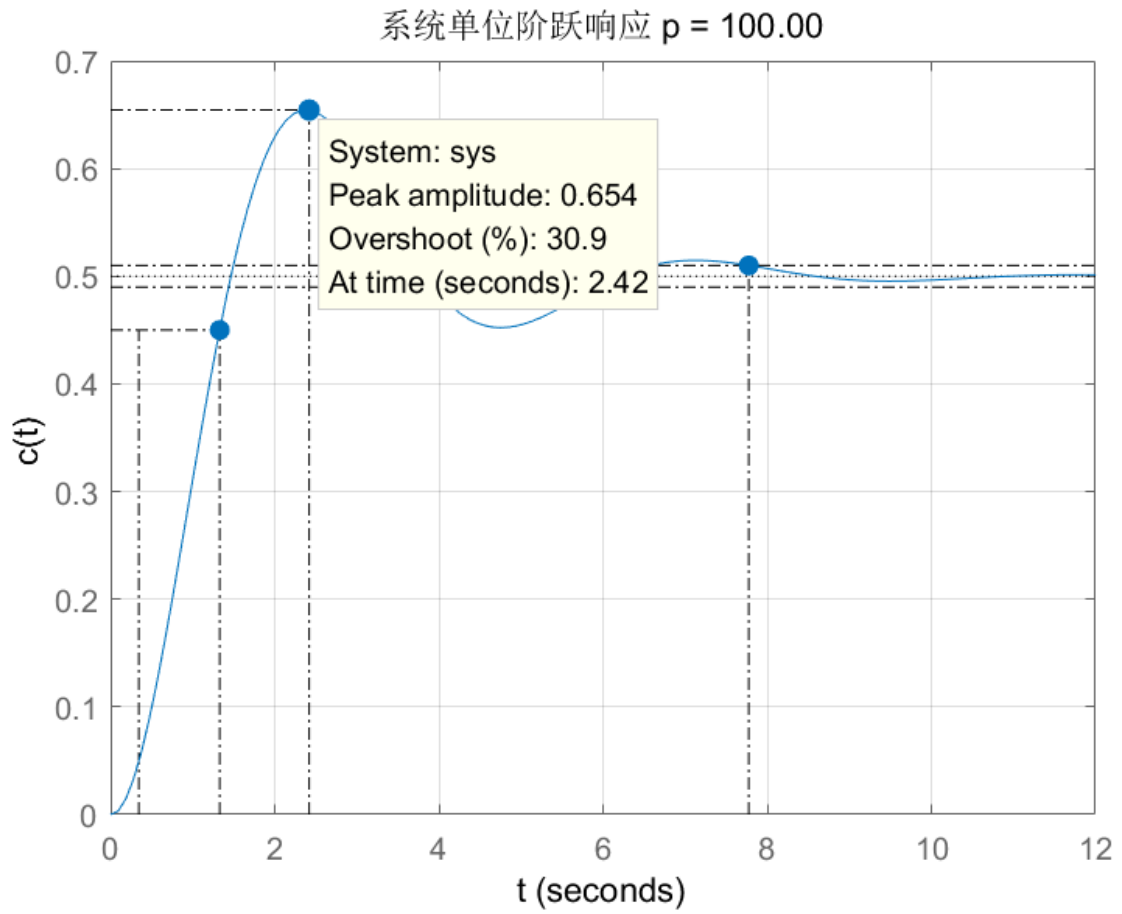
- $p = 1$



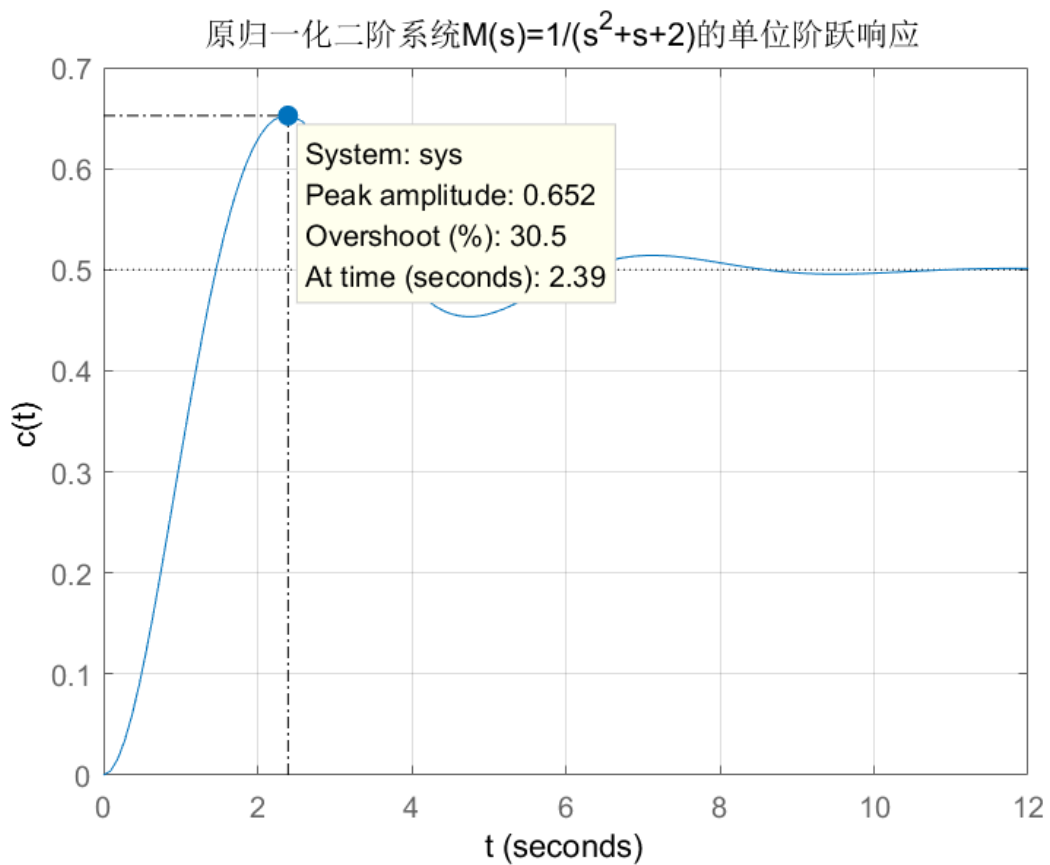
- $p = 10$



- $p = 100$



- 原二阶系统



#### 四、实验结论

由上述实验我们可以得到如下两点结论:

1、增加零点时,会增加系统响应的超调量,带宽增大,当零点实部远大于原二阶系统阻尼系数时,附加零点对系统的影响减小,所以当零点远离虚轴时,零点对系统的影响变小,当其离虚轴的距离达到一定值时,可忽略其对系统性能的影响。2、增加极点时,系统超调量减小,调整时间  $s t$  增大,极点离虚轴越近,当系统影响越大,极点离虚轴越远,对系统性能的影响越小,当极点实部远大于原二阶系统阻尼系数时,附加极点对系统的影响可以忽略。

#### 五、文件目录

卷 OS 的文件夹 PATH 列表

卷序列号为 8AD1-3414

C:.

| list.txt //文件目录列表

| README.md //git-readme

|—figs //效果图

| glgen.png

| glnei.png

| gl\_0.01\_bode.png

| gl\_0.01\_response.png

| gl\_0.1\_bode.png

| gl\_0.1\_response.png

```

g1_1.00_bode.png
g1_1.00_response.png
g1_10.00_bode.png
g1_10.00_response.png
g1_100.00_response.png
g1_100_bode.png
g1_origin_step.png
g2_0.01_bode.png
g2_0.01_step.png
g2_0.1_bode.png
g2_0.1_step.png
g2_1.00_bode.png
g2_1.00_step.png
g2_10.00_bode.png
g2_100.00_bode.png
g2_100_step.png
g2_10_step.png
g2_nyquist.png
g2_origin_bode.png
g2_root.png

└─report                                //实验报告
    report.md

└─src                                  //源码
    g1_bode.m                          //G1波特图
    G1_nyquist.m                       //G1奈奎斯特曲线
    g1_origin_step.m                   //G1原二阶系统单位阶跃响应
    G1_rootLocus.m                     //G1根轨迹
    g1_step.m                           //G1附加零点单位阶跃响应
    G2_Bode.m                           //G2波特图
    G2_nyquist.m                       //G2奈奎斯特曲线
    g2_origin_bode.m                   //G1原二阶系统波特图
    G2_rootLocus.m                     //G2根轨迹
    g2_step.m                           //G2附加极点单位阶跃响应

```

## 六、实验感想

通过本次实验，我们结合了理论分析与实验数据，进一步验证了关于零极点对系统性能影响的一些理论，大大加深了我们对于这些理论知识的理解，实验与理论的相互验证使得我们对于书本知识的可信度大大加强，也巩固了对书本相应知识的学习结果。最后感谢助教及老师对于我们实验的指导和帮助！