



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

Факултет по телекомуникации
Специалност: Телекомуникации

Курсова работа по Мобилни безжични комуникации Част 1

Тема:

Изследване на шумоустойчивостта на
комуникационна система при предаване на QPSK
модулирани сигнали

Студент: инж. Николай Проданов Фак. №: 111321045 Група: 232

Преподавател: проф. д-р инж. Илия Илиев

Дата:

Подпис:

София, 2021



Задание
ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ
Факултет по телекомуникации

ЗАДАНИЕ ЗА КУРСОВ ПРОЕКТ
по “Мобилни и безжични комуникации”
ЧАСТ 1

на студента:.....Николай Станимиров Проданов.....
група:..232., специалност:....Телекомуникации....., фак. номер:...111321045.....

тема: Изследване на шумоустойчивостта на комуникационна система при предаване на QPSK модулирани сигнали

Изходни данни:

1. Канал с адитивен бял Гаусов шум (AWGN);
2. Кохерентна демодулация с критерия на максимално правдоподобие;
3. Отношението сигнал шум се променя в границите E_s/N_0 : 0-12dB;
4. Продължителност на един бит $T_b=1$ s;

Задачи за изпълнение:

1. Аналитично да се изведе формула за изчисление на вероятността за грешка във функция от отношението на енергията на един символ на сигнала към спектралната плътност на мощността на шума (E_s/N_0) за QPSK модулирани сигнали;
2. Да се синтезира модел за симулация на система за предаване на QPSK модулирани сигнали под Simulink на Matlab;
3. Да се изследва шумоустойчивостта на системата;
4. Да се снимат спектрите на модулиращите и модулираните сигнали;
5. В обща координатна система да се изчертае зависимостта на вероятността за грешка във функция от отношението сигнал - шум на аналитичните и симулационни резултати;
6. Да се направи сравнение на получените резултати;
7. Да се изчертае зависимостта на спектралната ефективност на непрекъснат канал с AWGN (определена от Шенон) и се определи мястото на разглежданата комуникационна система в изчертаната диаграма за $P_e=10^{-6}$;
8. Да се определи необходимата широчина на честотната лента за предаване с максимално-възможна скорост от 1800 bits/s при отношение сигнал шум P_s/P_N 9dB.

Дата:22.10.2020

Ръководител:.....
/проф. д-р инж. Илия Георгиев Илиев/

Съдържание

Задание	2
Съдържание	3
1. Аналитично да се изведе формула за изчисление на вероятността за грешка във функция от отношението на енергията на един символ на сигнала към спектралната плътност на мощността на шума (E_s/N_0) за QPSK модулирани сигнали	4
2. Синтез на модел за симулация на система за предаване на QPSK модулирани сигнали	10
3. Изследване на шумоустойчивостта на системата	11
4. Графики на спектрите на модулираните и демодулираните сигнали.	12
5. Изчертаване зависимостта на вероятност за грешка във функция на от отношението сигнал-шум на аналитичните и симулационни резултати:.....	13
6. Изводи от получените резултати.....	13
7. Изчертаване мястото на разглежданата система в диаграмата на спектралната ефективност определена от Шенон за $P_e=10^{-6}$:.....	13
8. Определяне на необходимата ширина на честотната лента за предаване с максимално-възможна скорост от 1800 bits/s при отношение сигнал шум P_s/P_n 9dB	15

1. Аналитично да се изведе формула за изчисление на вероятността за грешка във функция от отношението на енергията на един символ на сигнала към спектралната плътност на мощността на шума (E_s/N_0) за QPSK модулирани сигнали

При QPSK кратността на модулация е $M = 4$. От това може да се определят и броят на битовете $n = \log_2 M = 2 \text{ bits}$.

QPSK използва фазовите разлики за да постигне ортогонален базис (независимост) при предаване на векторите от символите на източника. Кратност 4 означава че има 4 фазови състояния разположени на 90° един от друг. Или на $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$.

Модулираният сигнал за един символ има следният вид:

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s} E_s} \cos\left(\omega_c t + (2i - 1)\frac{\pi}{4}\right) \quad i = 0, 1, 2, 3 \text{ за } 0 \leq t \leq T_s \quad (1.1)$$

След прилагането на математическа обработка уравнението на сигнала приема следният формат:

$$S(t) = S_I e_1(t) - S_Q e_2(t) \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (1.2)$$

$$S_I = \sqrt{E_s} \cos\left((2i - 1)\frac{\pi}{4}\right) \quad (1.3)$$

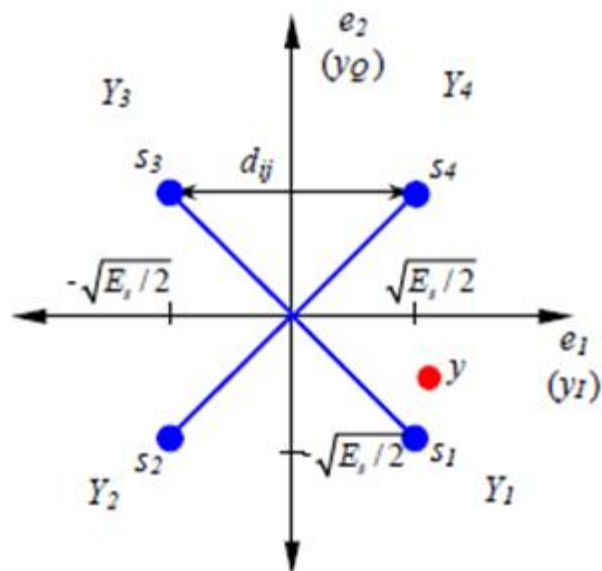
$$S_Q = \sqrt{E_s} \sin\left((2i - 1)\frac{\pi}{4}\right) \quad (1.4)$$

$$e_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(\omega_c t) \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (1.5)$$

$$e_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(\omega_c t) \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (1.6)$$

Където S_I и S_Q представляват координатите на векторите получени от кодера.

А $e_1(t)$ и $e_2(t)$ представляват двата елемента които съставят координатният базис. Чрез тях се представят векторите в двумерното пространство представено на Фиг. 1.



Фиг. 1 - представяне на символите като вектори в двумерно пространство

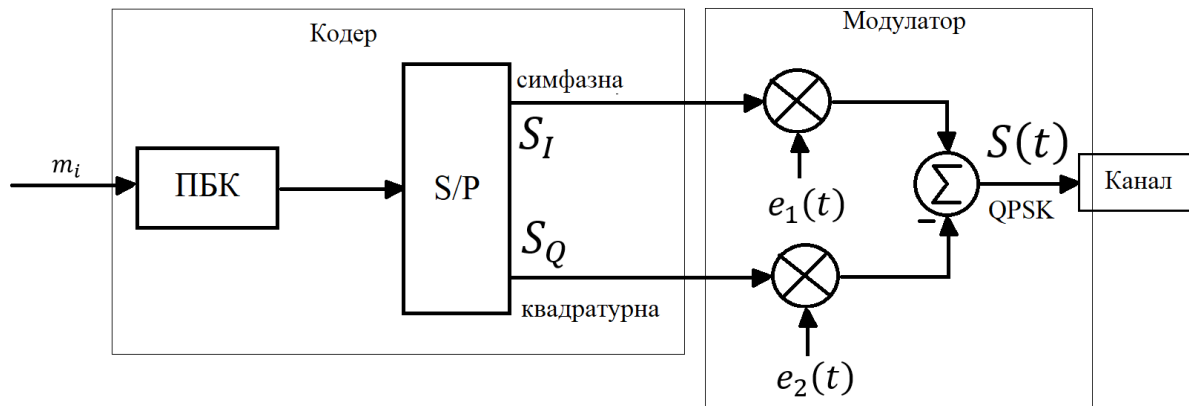
Където всеки вектор е представен по следният начин

$$s_i = \begin{bmatrix} \sqrt{E_s} \cos \left((2i - 1) \frac{\pi}{4} \right) \\ \sqrt{E_s} \sin \left((2i - 1) \frac{\pi}{4} \right) \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

По конкретни данни за позиците са показани на Таблица 1.

Символ	Фаза	Координати на вектора	
		s_{i1}	s_{i2}
1 0	45°	$\sqrt{E_s/2}$	$-\sqrt{E_s/2}$
0 0	135°	$-\sqrt{E_s/2}$	$-\sqrt{E_s/2}$
0 1	225°	$-\sqrt{E_s/2}$	$\sqrt{E_s/2}$
1 1	315°	$\sqrt{E_s/2}$	$\sqrt{E_s/2}$

Таблица 1

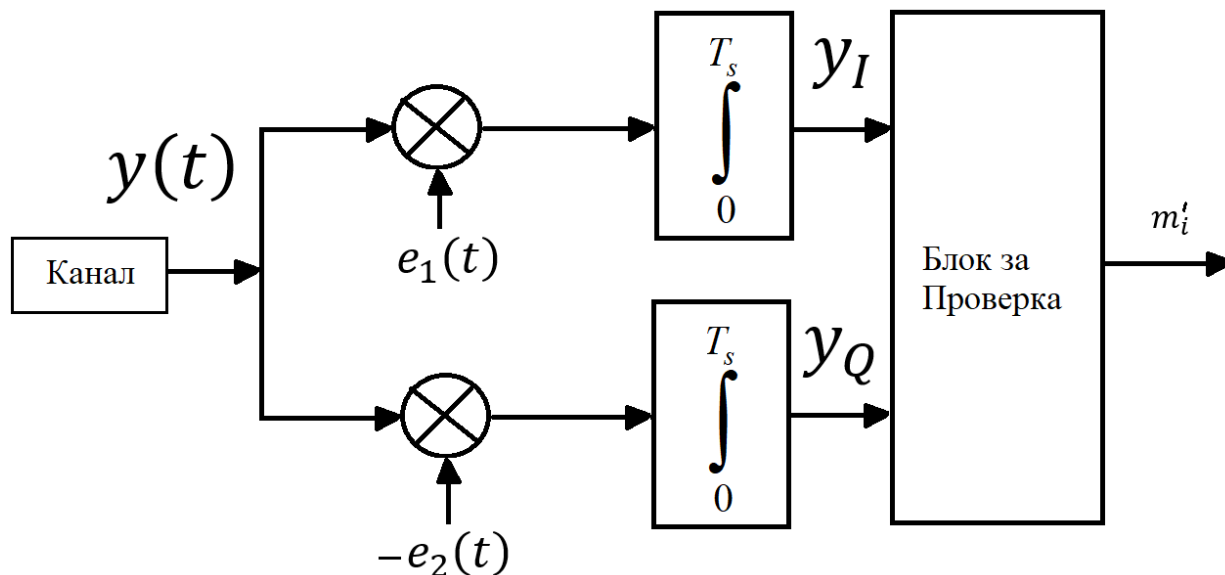


Фиг. 2 – Блокова схема на QPSK предавател

След предаване на сигнала $S_i(t)$ той се приема на изхода на канала като $y(t)$

$$y(t) = S_i(t) + w(t) \quad (1.8)$$

Където $S_i(t)$ е модулираният сигнал на предадения символ, а $w(t)$ е сигналът на шума.



Фиг. 3 – Блокова схема на QPSK приемник

При една и съща вероятност за поява на четирите символа на входа на канала, може да се използва корелационен приемник и решението за предавания символ ще се основава на критерия за максимално правдоподобие (ML).

Работата на корелаторите за двата у вектора математически може да се представи по следният начин:

$$y_I = \int_0^{T_s} y(t)e_1(t)dt \quad (1.9)$$

$$y_Q = \int_0^{T_s} y(t)e_2(t)dt \quad (1.10)$$

Където y_I и y_Q имат стойности на случайни променливи с Гаусово разпределение, математическо очакване равно на елементите на предадения вектор S и дисперсия равна на $N_0/2$.

Пространството на приетия вектор 'у' се разделя на четири области, като границите между пространствата съвпадат с абсцисата и ординатната ос на координатната система.

Приема се че вероятността за правилно приемане на един от символите е вероятността на приетия вектор да попадне в съответната област.

Например за да се приеме че вектор s_2 е приет правилно. Той трябва да попада в област Y_3 на **Error! Reference source not found..**

Когато няма шумове и смущения по каналът координатите на приетия вектор съвпадат с координатите на предадения. При наличие на шум обаче има вероятност претият вектор да не съвпада с предаденият. Тогава дължината на приетият вектор би се определила като дължината на предадения вектор плюс дължината на шумът.

Поради факта че y_I и y_Q са статистически независими решаващото устройство може да взема решение за всяко от тях поотделно.

Плътноснната вероятност за приемане на един векторен кординат u_x при предаване на вектор s_i може да се представи по следният начин:

$$f(y_x|s_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_o}} \exp\left(\frac{-(y_x - s_i)^2}{N_o}\right) \quad (1.11)$$

Ако искаме да намерим каква е вероятността (плътостната вероятност) приемника да сгреша при грешно приемане на s_4 . То тя би могла да се представи по следният начин.

$$P_{e_{s_1}} = 1 - P_{d_{s_4}} \quad (1.12)$$

Където $P_{d_{s_4}}$ е вероятността символът s_1 да бъде вярно приет (да попадне в квадрат Y_1). $P_{d_{s_4}}$ от своя страна може да се определи като съвместната вероятност съставните му координати да са правилно приети. Или използвайки примера от Фиг. 1:

$$P_{d_{s_1}} = P(y_I > 0)P(y_Q > 0) \quad (1.13)$$

$P(y_I > 0)$ може да се определи като се интегрира плътостната вероятност $f(y_I|s_4)$ в интервал от 0 до ∞ . Това се прави и за $P(y_Q > 0)$. Като се има предвид че $f(y_I|s_4)$ и $f(y_Q|s_4)$ по дефиниция имат равни математически очаквания (еднаква амплитуда) и дисперсии (дисперсията на шума), може да се заключи че интегралите им в интервал от 0 до ∞ биха били еднакви и от там: $P(y_I > 0) = P(y_Q > 0)$. След заместване в израза на (1.12):

$$P_{e_{s_1}} = 1 - P(y_I > 0)^2 \quad (1.14)$$

Или след математически обработки и използвайки това че енергията на един символ е 2 пъти енергията на един бит $E_s = 2E_b$:

$$P_{e_{s_1}} = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_o}}\right) - \frac{1}{4}\operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_o}}\right) \quad (1.15)$$

Ако вземем в предвид че четерите вектора са с една и съща дължина и че пространствата на репение Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 имат една и съща площ то тогава всеки символ ще има еднаква вероятност за грешка:

$$P_{e_{s_1}} = P_{e_{s_2}} = P_{e_{s_3}} = P_{e_{s_4}} \quad (1.16)$$

То тогава средната вероятност за грешка на един символ би била:

$$P_e = \sum_{i=1}^4 P_{e_{s_i}} P(s_i) = \sum_{i=1}^4 P_{e_{s_i}} \frac{1}{4} = P_{e_{s_1}} = P_{e_{s_2}} = P_{e_{s_3}} = P_{e_{s_4}} \quad (1.17)$$

Използвайки това че енергията на един символ е 2 пъти енергията на един бит

$$E_s = 2E_b:$$

$$P_e = \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}} \right) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2 \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}} \right) \quad (1.18)$$

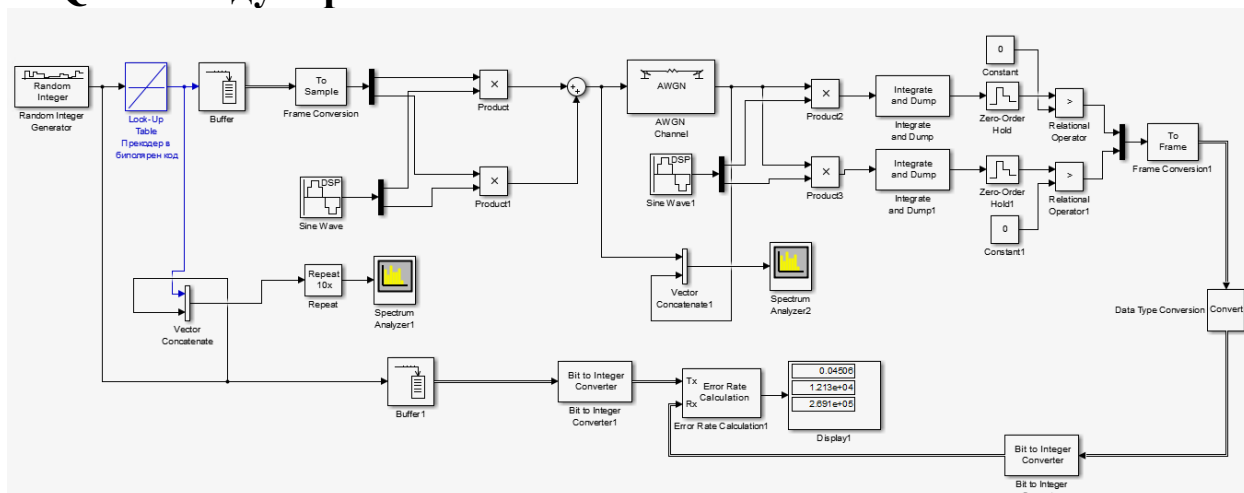
Средната мощност на приетия сигнал е равна на мощността на който и да е символ, следователно: $E_s = T_s P_s$ и $P_n = B N_o$. Следователно:

$$\sqrt{\frac{E_s}{2N_o}} = \sqrt{\frac{P_s T_s}{2N_o}} = \sqrt{\frac{P_s}{2B N_o}} = \sqrt{\frac{P_s}{2P_n}} \quad (1.19)$$

То тогава аналитичното решение на $P_e = f(P_s/P_n)$ ще е:

$$P_e = \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{P_s}{2P_n}} \right) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2 \left(\sqrt{\frac{P_s}{2P_n}} \right) \quad (1.20)$$

2. Синтез на модел за симулация на система за предаване на QPSK модулирани сигнали



Фиг. 4 – модел на QPSK система

Схемата на Фиг. 4 реализира работата на QPSK предавател и приемник, като сигналът преминава през канал с Гаусово разпределение.

От срана на предавателят, за генериране на символи се използва блок "Random Integer Generator". Той генерира единици и нули с равна вероятност за поява, с продължителност $T_b=1s$. Това реализира така нареченият NRZ код. Генерираните символи после постъпват в блок "Look-Up Table " който има за цел да NRZ в биполярен код или 0 и 1 символите се преобразуват съответно в -1 и 1. Изходните сигнали на двата блока се визуализират на спектралният анализатор „Spectrum Analyzer 1“. Биполярният сериен код преминава през блок „Buffer“ като там се извършва преобразуване в 2 разреден паралелен код. Модулирането става като всеки бит от един паралел се умножава със базисен сигнал. Този сигнал е синусоида и се генерира от блокът "Sin Wave", който генерира носещ синусоидален сигнал с амплитуда 1 честота 5 Hz и фазово отместване между $\pi/2$ и 0. Накрая двата продукта се сумират с помощта на суматор.

Сигналът се предава по канал с адитивен бял Гаусов шум, реализиран чрез блокът „AWGN“. В този модел могат да се задават различни стойности на отношението сигнал/шум.

В приемната част на системата се използва аналогичен генератор на базисен сигнал "Sin Wave". Корелацията се извършва с помощта на умножител и интегратор, реализиран чрез блокът "Reset Integrator". Периодът на интегриране е в границите на един символ $T_s = 2s$, а стъпката на интегриране е $1/50$. След корелацията (демодулация) сигналът преминава във блока "Sample and Hold" където се извършва задържане за време $T_s = 2T_b = 2s$. Накрая се взема решение кой е приетия символ. Това се извършва с логически блок "Relational Operator", като сравнението се извършва спрямо константа нула. По този начин се определя в кой квадрант се намира приетия вектор.

За сравнение и откриване на грешките се използва "Error Rate Calculation" който сравнява битовете на входа на модулатора и приетите, демодулирани битове и изчислява общия брой приети битове, сгрешените и „Bit Error Rate”.
Изходни данни:

- Канал с адитивен бял Гаусов шум (AWGN)
- Кохерентна демодулация с критерия на максимално правдоподобие (ML)
- Отношението сигнал шум се променя в границите E_s/N_0 : 0-12dB
- Продължителност на един символ $T_b = 1s$

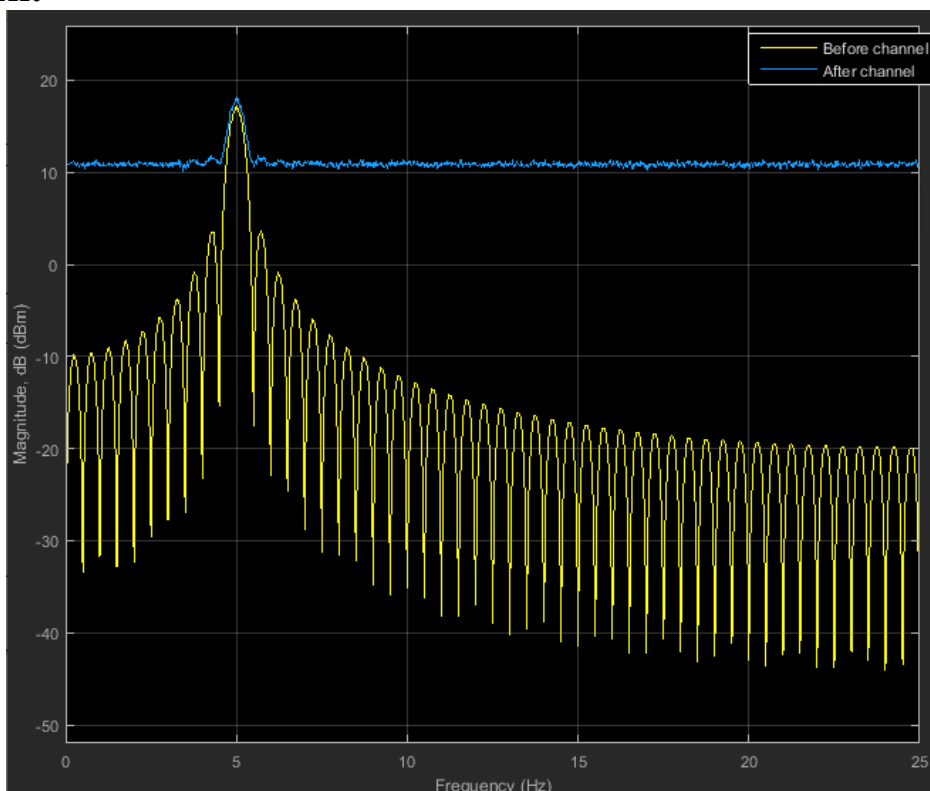
3. Изследване на шумоустойчивостта на системата

Използвайки моделът на Фиг. 4. се изследва вероятността за грешка при различни нива на сигнал шум, които се задават на AWGN блока. Резултатите са показани на Таблица 2.

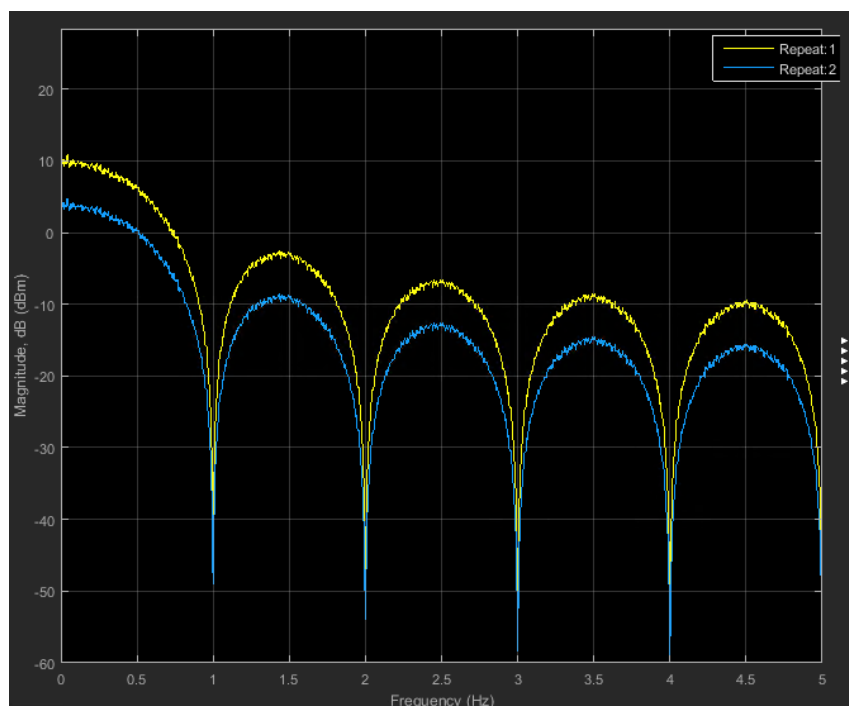
$E_s/N_0, dB$	P_e
0	0.2917
2	0.1964
4	0.1097
6	0.0442
8	0.0117
10	0.0016
12	0.00007

Таблица 2

4. Графики на спектрите на модулираните и демодулираните сигнали.

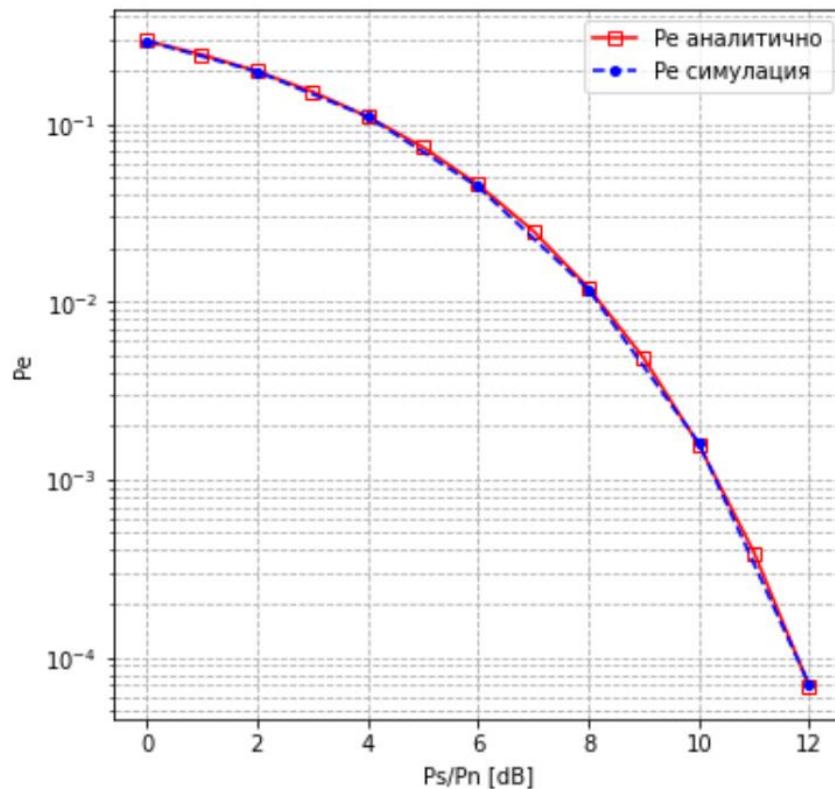


Фиг. 5— спектъра на входният и изходният сигнал от канала



Фиг. 6 – спектр на генерираният NRZ и преобразуваният биполярен код

5. Изчертаване зависимостта на вероятност за грешка във функция на от отношението сигнал-шум на аналитичните и симулационни резултати:



Фиг. 7 – разпределение на вероятността за грешка при различни нива на отношението сигнал шум

6. Изводи от получените резултати

При сравняването на двете графики не се забелязва разминаване на теоретичните и симулационните резултати.

7. Изчертаване мястото на разглежданата система в диаграмата на спектралната ефективност определена от Шенон за $Pe=10^{-6}$:

Диаграмата на спектралната ефективност се определя от зависимостта на Шенон:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right) \quad (7.1)$$

Където:

- B , [Hz] е широчината на честотната лента
- C [bit/s] е капацитетът на канала.

За да се нанесе в коя точка изследваната система попада в графиката на спектралната ефективност, трябва да се определи спектралната ефективност на използваната модулация и минималното отношение на енергията на един бит към енергията на шума E_b/N_o при което се достига зададената (в заданието) вероятност за грешка.

Спектралната ефективност на QPSK сигнали може да се определи чрез зависимостта:

$$\frac{C}{B} = \log_2 M \quad (7.2)$$

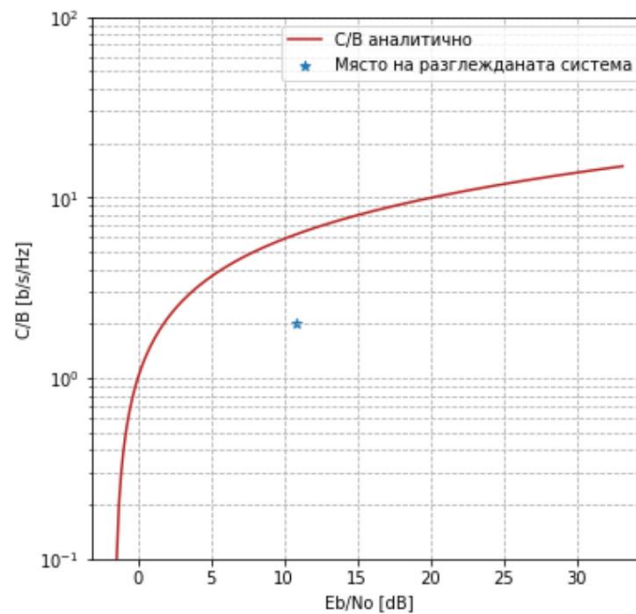
E_b/N_o може да се определи като се вземе зададеното отношение сигнал шум при което се получава търсената вероятност за грешка ($P_e=10^{-6}$). Това може да се отчете чрез графиката на Фиг. 7 или, с помощта на Matlab, да се развие цикъл който изпълнява уравнението на (1.20) за стойности на P_s/P_n като се започва от нула докато стойността на P_e не стане по-малка от зададената. След използване на този подход в Matlab за P_s/P_n се получават 13.789dB при което вероятността за грешка е $9.999912e-7$.

Ако се вземе в предвид че за QPSK важи следната зависимост:

$$\frac{P_s}{P_n} = \frac{E_s}{N_0} = \frac{2E_b}{N_0} \quad (7.3)$$

и се преобразува в изчисление на децибели се получава:

$$\frac{E_b}{N_0} [dB] = \frac{P_s}{P_n} - 3dB \quad (7.4)$$



Фиг. 8

Получените координати на точката на системата се нанасят върху **Error!**
Reference source not found.

8. Определяне на необходимата ширина на честотната лента за предаване с максимално-възможна скорост от 1800 bits/s при отношение сигнал шум P_s/P_n 9dB

Чрез основния израз на Шенон за капацитет на непрекъснат канал за връзка от (6.1) може да се определи:

$$B = \frac{C}{\log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right)} [Hz] \quad (8.1)$$

По задание имаме $C = 1800 \text{ bits/s}$, $\frac{P_s}{P_n} = 9dB \Rightarrow 7.94$ пъти, следователно:

$$B = \frac{1800}{\log_2(7.94+1)} \approx 569.48Hz.$$