欧阳铭铭作业

2月19初三拓展班课后作业

欧阳铭铭，

铭铭同学这次课后作业题完成的非常出色，牢牢掌握相似三角形的判定和性质，矩形的性质，解直角三角形，四点共圆等知识。注意使用题干条件时，需要写出一定的步骤，以免失分。铭铭同学能够使用三种方法求解，值得表扬！

本周预习

例题 6、【2018 松江区一模 18】

如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=BC=4$，将$\triangle ABC$翻折，使得点A落在边BC的中点A'处，折痕分别交边AB、AC于点D、点E，那么$AD:AE$的值为 $\frac{2}{3}\sqrt{2}$.

作DE垂直平分AA'.

$\because AC=4,\ CA'=2$

$\therefore AA'=2\sqrt{5},\ AH=A'H=\sqrt{5}.$

$\because (4-y)^2+2^2=y^2$

$\therefore y=\frac{5}{2},\ EH=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\because$ AA'为BC中线

$\therefore \frac{AC}{AB}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

设$\sin\alpha=\frac{HD}{x}$，$\sin\beta=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sqrt{2}\sin\alpha=\sin\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \frac{\sqrt{2}HD}{x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\frac{HD}{x}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

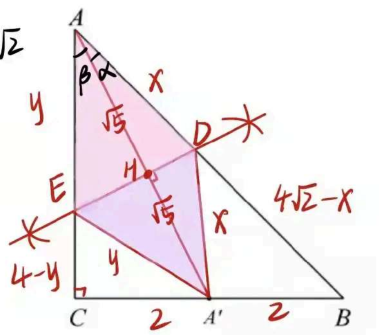
$\therefore HD=\frac{\sqrt{10}}{10}x.$

$\because (\frac{\sqrt{10}}{10}x)^2+(\sqrt{5})^2=x^2$

$\therefore x=\frac{5}{3}\sqrt{2}.$

$\therefore AD:AE=\frac{x}{y}=\frac{2}{3}\sqrt{2}$

中线定理



上周课后作业

如图，在矩形$ABCD$中，点F是边CD上的点，将ΔBCF沿着BF翻折，点E恰好落在AD上，如果$\tan\angle ABE=\frac{3}{4}$，那么$CE:BF=$____.

四点共圆

托勒密.

① 设$AE=3a,\ AB=CD=4a,\ BE=BC=AD=5a$

$\therefore ED=2a,\ DF=\frac{3}{2}a,\ CF=4a-\frac{3}{2}a=\frac{5}{2}a$

$\therefore BF=\frac{5}{2}\sqrt{5}a,\ CE=2\sqrt{5}a$

$\therefore \frac{CE}{BF}=\frac{4}{5}.$

设=表=列式

② $\because \sin\alpha=\frac{3}{5},\ 2\theta=\alpha=90°$

$\therefore \cos 2\theta=\frac{3}{5}$

$\therefore \tan 2\theta=\frac{4}{3}$

$\tan\theta=\frac{1}{2},\ \sin\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{EH}{5a},\ EH=\sqrt{5}a.$

$CE=2\sqrt{5}a$

$BF=\frac{5}{2}\sqrt{5}a$

$\therefore \frac{CE}{BF}=\frac{4}{5}.$

$\tan\frac{\alpha}{2}$

③ $\because \angle BEF=\angle BCF=90°$

$\therefore$ 点B、E、C、F四点共圆.

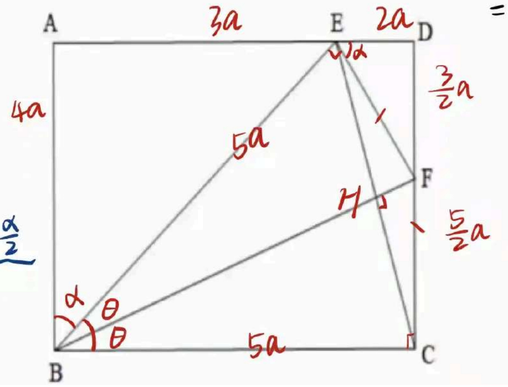
$\therefore BF\cdot CE=EF\cdot BC+CF\cdot BE.$

$\therefore BF\cdot CE=CF(BC+BE)$

$=\frac{5}{2}a\times 10a=25a^2.$

$\therefore \frac{CE}{BF}=\frac{25a^2}{BF^2}$

$=\frac{25a^2}{\frac{125}{4}a^2}=\frac{4}{5}$



2月26初三拓展班课后作业

欧阳铭铭

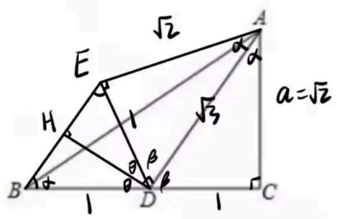
铭铭同学的这道课后作业题完成的非常出色，充分的掌握了四点共圆的知识点，能够挖掘出题目暗含的指向。同时学会设元，利用方程的手段求解问题，思维灵活，值得表扬。特别提出，在表达时，尽量减少指代字符，使用题干的表达方式。

预习

例题1、【2020·上海三模】

如图，已知在 ΔABC 中，$\angle C=90°$，$BC=2$，点 D 是边 BC 的中点，$\angle ABC=\angle CAD$，将 ACD 沿直线 AD 翻折，点 C 落在点 E 处，连接 BE，那么线段 BE 的长为 $\underline{\frac{2}{3}\sqrt{3}}$.

预习



设 $AC=a$

$\therefore \tan\alpha=\frac{1}{a}=\frac{a}{2}$

$\therefore a=\sqrt{2}$

$\therefore AD=\sqrt{3}$

$\because BD=CD=ED=\frac{1}{2}BC=1$

$\therefore \angle EBD=\angle BED$

$\because \theta+\beta=90°$

$\therefore \sin\theta=\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

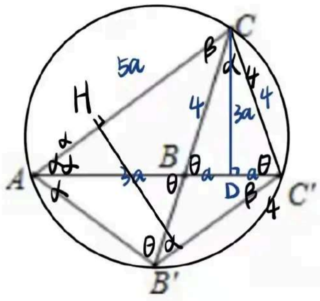
$\therefore HE=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore BE=2HE=\frac{2}{3}\sqrt{3}$.

上周课后作业

例题8 [2015奉贤区一模18]

如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC>90°$，$\tan\angle BAC=\frac{3}{4}$，$BC=4$，将三角形绕着点 A 旋转，点 C 落在直线 AB 上的点 C' 处，点 B 落在点 B' 处．若 C、B、B' 恰好在一直线上，则 AB 的长为 $\underline{\frac{6}{5}\sqrt{10}}$．



① 四点共圆

$\because \angle CAB=\angle C'AB'=\alpha$

$\angle ACB=\angle AC'B'=\beta$

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle B'BC'$

$\therefore \frac{AB}{B'B}=\frac{BC}{BC'}$

$\because \angle ABB'=\angle C'BC$

$\frac{AB}{B'B}=\frac{BC}{BC'}$

$\therefore \triangle AB'B\backsim\triangle CC'B$

$\therefore \angle AB'B=\angle CC'B=\theta$

$\because 2\alpha+\theta+\beta=180°$

$\therefore \angle B'AC+\angle CC'B'=180°$

$\therefore A、B'、C'、C$ 四点共圆

作 $CD\perp AC'$

设 $CD=3a$，$AC=5a$，$AD=4a$

$AC'=AC=5a$，$\therefore C'D=a$.

$\because AB=AB'$ $\therefore \angle ABB'=\angle CBC'=\theta$.

$\therefore CB=C'C$，$BD=C'D=a$

$\therefore (3a)^2+a^2=4^2$

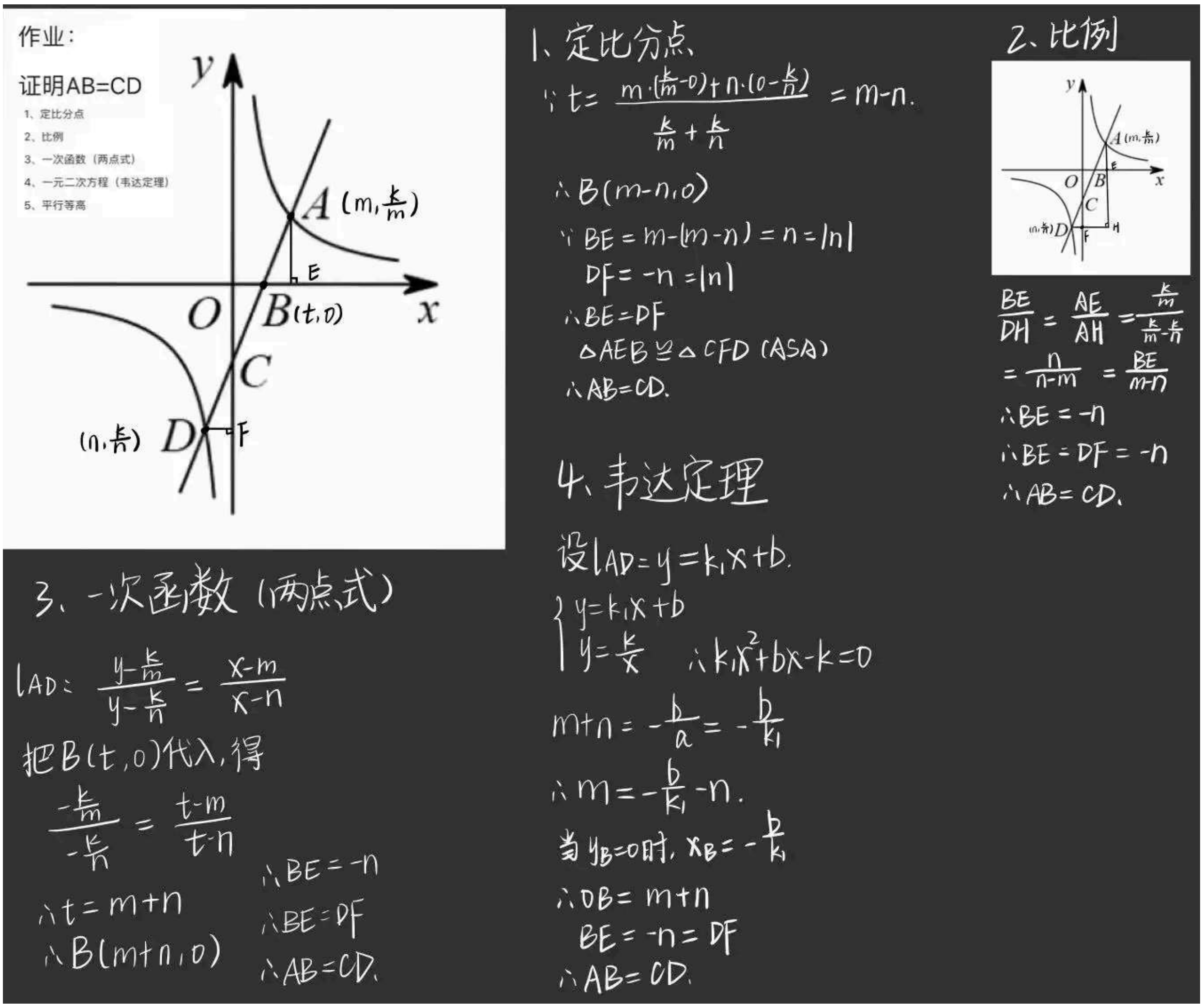
$\therefore a=\frac{2}{5}\sqrt{10}$

$\therefore AB=3a=\frac{6}{5}\sqrt{10}$.

2月2日第十三讲课后作业情况

欧阳铭铭

本次课的内容主要是函数的综合复习与应用，铭铭课后作业完成的很好，解题思路很清晰，步骤也很到位，能够运用定比分点，比例，一次函数，韦达定理等方法来求解，做的很好，值得表扬。



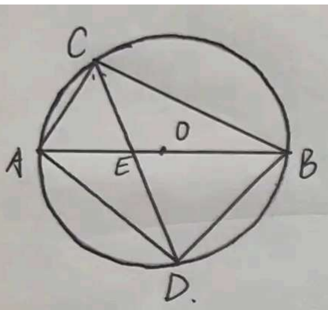
2.25初三课后作业情况

上课内容：圆与反比例题选讲2

欧阳铭铭

这次的上课内容是圆与反比例的相关题型。铭铭做的不错，答案正确。对于圆相关的题型，如果需要在圆内四个点间下手，可以考虑各种二级结论如相交弦定理，托勒密定理等；这次的预习作业比较简单，只需用到对应圆弧相同的圆周角相等就能求解。

预习



AB为直径，AB=10cm，BC=8cm，CD平分∠ACB.

(1)求AC与BD的长.

(2)求四边形ADBC的面积.

二次结论：相交弦、托勒密、割线、切割线、圆幂、弦切角、

(1) ∵ $\angle ACB=90^\circ$,

∴ $AC=\sqrt{10^2-8^2}=6cm$.

∵ CD平分∠ACB

∴ $\angle ACD=\angle DCB=45^\circ$

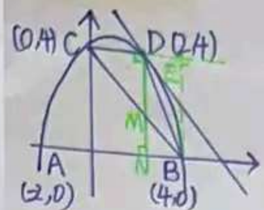
$\angle ABD=\angle ACD=45^\circ$

∴ $AD=BD=\frac{AB}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}\,cm$.

(2). $S_{ADBC}=S_{\triangle ACB}+S_{\triangle ADB}$

$=\frac{1}{2}\times AC\times BC+\frac{1}{2}\times AD\times BD$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 8+\frac{1}{2}\times 5\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}=49$.



$y=-0.5x^2+x+4$.

BC: $y=-x+4$.

欧阳铭铭

①铅垂配方

设 $D(m,-0.5m^2+m+4)$, $M(m,-m+4)$, $0<m<4$.

$S_{\triangle CDB}=S_{\triangle CDM}+S_{\triangle DMB}$

$=\frac{1}{2}\cdot DM\cdot CD+\frac{1}{2}\cdot DM\cdot BN$

$=\frac{1}{2}DM(CD+BN)$

$=\frac{1}{2}DM\cdot BC$

$=\frac{1}{2}DM\cdot 4$

$=2DM$.

$DM=-0.5m^2+m+4-(-m+4)$

$=-0.5m^2+m+4+m-4$

$=-0.5m^2+2m$

$=-0.5(m^2-4m)$

$=-0.5(m^2-4m+4)+2$

$=-0.5(m-2)^2+2$

∴当 $m=2$ 时，DM有最大值为2.

∴ $S_{\triangle CDB}$有最大值，D(2,4)

∵ $S_{\triangle CDB}=2DM=2\times 2=4$.

②导数.

$f(x)'=-x+1=-1$

∴ $x=2$

∴ $D(2,4)$

$S_{\triangle CDB}=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot BE$

$=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4$

$=4$.

③行列式.

以C为原点建系.

设 $D(n,-0.5n^2+n+4)$

$C(0,0)$ $B(4,-4)$

∴ $2S_{\triangle CBD}=\begin{vmatrix}4 & -4\\ n & -0.5n^2+n\end{vmatrix}$

$=4(-0.5n^2+n)+4n$

$=-2n^2+4n+4n$

$=-2n^2+8n$

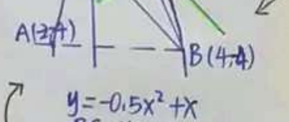
$=-2(n^2-4n)$

$=-2(n^2-4n+4)+8$

$=-2(n-2)^2+8$

∴当 $n=2$ 时，$2S_{\triangle CBD}$有最小值为8.

∴ $S_{\triangle CBD}$最小值为4.



$y=-0.5x^2+x$

BC: $y=-x$

④点到直线距离.

作 $DP\perp BC$. $BC=4\sqrt{2}$

设 $D(a,-0.5a^2+a)$

$DP=\frac{|a-0.5a^2+a|}{\sqrt{1^2+1^2}}$

$=|2a-0.5a^2|$

$=|-0.5a^2+2a|$

$=|-0.5(a^2-4a)|$

$=|-0.5(a^2-4a+4)+2|$

$=|-0.5(a-2)^2+2|$

∴当 $a=2$ 时，DP有最大值2.

$S_{\triangle CDB}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot DP=4$.

∴ $S_{\triangle CDB}$最大值为4.

⑤平行用△.

把 l_D 看作是 l_{BC} 平移后与抛物线相切的直线.

$l_D\parallel l_{BC}$，设 l_D: $y=-x+b$.

∴ $\begin{cases}-0.5x^2+x\\ -x+b\end{cases}$ ∴ $(-0.5x^2+x)-(-x+b)=0$

$=-0.5x^2+2x-b=0$

$\Delta=0$

∴ $4-2b=0$ ∴ $b=2$

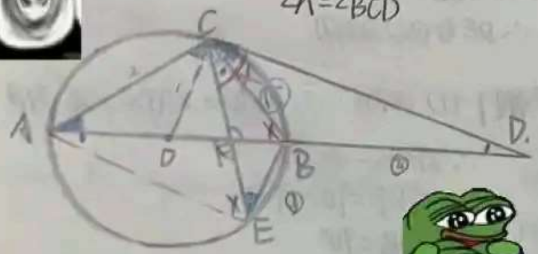
∴ l_D: $y=-x+2$

代回

∴ $-0.5x^2+2x-2=0$

∴ $x=2$. $D(2,0)$

$S_{\triangle CDB}=4$.



$\angle A=\angle BCD$

$AC=CE$

(1) 证明：CD是⊙O的切线.

$\because \angle A=\angle ACO=\angle BCD$

$\angle ACO+\angle OCB=90^\circ=\angle ACB$ (直径所对圆周

$\therefore \angle BCD+\angle OCB=90^\circ$

$\therefore \angle OCD=90^\circ$

$\therefore$ CD为切线.

(2) ① 证明：$BC^2=BE\cdot BD$

$\because \angle CAB=\angle ACO=\angle BCD=\angle CEB$

$\angle FCD=\angle BCD+\angle ECB$.

$\angle AEC=\angle CAB+\angle BAE$

且 $\angle ECB=\angle BAE$

$\therefore \angle FCD=\angle AEC$

$\therefore CD\parallel AE$

$\therefore \angle D=\angle BAE$

$\therefore \triangle BCD\backsim\triangle AFE$

$\therefore \frac{BC}{BD}=\frac{BE}{BC}$

$\therefore BC^2=BE\cdot BD$.

(2)② 设 $BE=a$，$BD=3a$，$BC=\sqrt{3}a$

$\because \frac{BC}{BE}=\frac{CD}{CE}=\frac{\sqrt{3}}{1}$

$\because CE=AC=2$

$\therefore CD=2\sqrt{3}$

在Rt△ACB中，$4+3a^2=4r^2$，$3a^2=4r^2-4$

在Rt△OCD中，$r^2+12=(3a+r)^2$

$\Rightarrow 6ar=12-9a^2 \Rightarrow 6ar=12-3\cdot 3a^2$

$\Rightarrow 6ar=24-12r^2 (r>0)$

$\therefore a=\frac{4-2r^2}{r}$

$\therefore 4+3a^2=4r^2 \Rightarrow 4+3(\frac{4-2r^2}{r})^2=4r^2$，$r=\frac{\sqrt{6}}{2}$. (舍

如图，$AB=BC$，以AB为直径的⊙O交AC于点D，过D作$DE\perp BC$，垂足为E.

解：(1) 连接 OD，BD 设∠OAD为α

$\because OA=OD$

$\therefore \angle OAD=\angle ODA=\alpha$

$\therefore \angle DOF=2\alpha$

$\therefore \angle ODF=90^\circ-2\alpha$

又 $\because AB=AC$

$\therefore \angle C=\angle OAD=\alpha$

$\therefore \angle ABC=180^\circ-2\alpha$

$\therefore \angle ODE=90^\circ$ $\therefore$ DE是⊙O切线

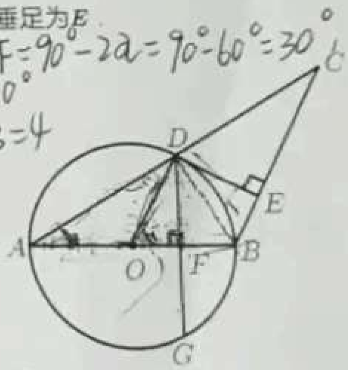
(2) 由题(1)得：$\angle ODF=90^\circ-2\alpha=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\angle DOF=2\alpha=60^\circ$

$\therefore AO=DO=\frac{1}{2}AB=4$

$\therefore DF=2\sqrt{3}$

$\therefore DG=4\sqrt{3}$



(1) 求证：DE是⊙O的切线.

(2) 作$DG\perp AB$交⊙O于G，垂足为F，若$\angle A=30^\circ$，$AB=8$，求弦DG的长.

习题8

如图，在△ABC中，$AB=BC$，以AB为直径的⊙O与AC交于点D，过D作$DF\perp BC$，交AB的延长线于E，垂足为F．

解：(1) 由题：$\angle 1=\angle 2$，$\because AO=DO$，$\therefore \angle 1=\angle 3$ $\therefore \angle 2=\angle 3$ $\therefore DO \parallel BC$

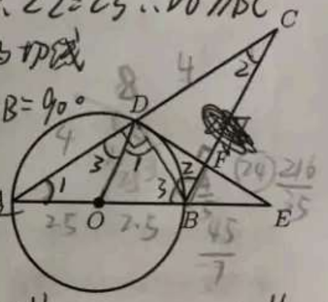
$\therefore \angle ODF=\angle DFB=90^\circ$ $\therefore$ DE是⊙O的切线

(2) $\because \angle 1=\angle 2$，$\angle 1=\angle 3$ $\therefore \angle 2=\angle 3$ $\therefore \angle ADB=90^\circ$

$\therefore BD=3$ $\because$ △DBF和△ADB相似

$\therefore BF=\frac{9}{5}$ 又$\because$ △BEF和△OED相似

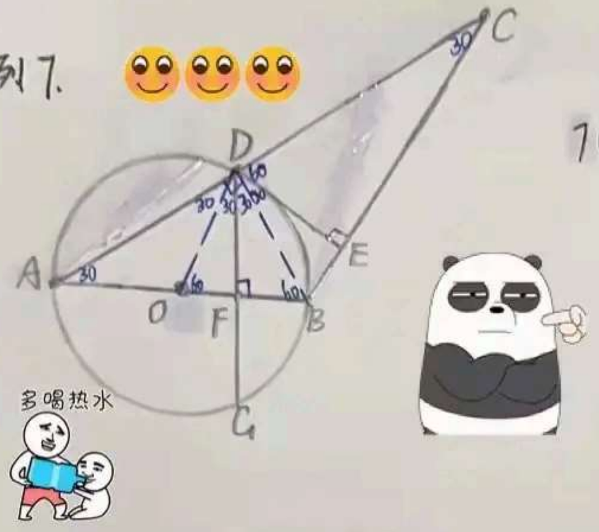
$\therefore BF:OD=BE:OE=\frac{9}{5}:\frac{5}{2}=\frac{18}{25}$



(1) 求证：直线DE是⊙O的切线． $\therefore BE=\frac{45}{7}$ $\therefore EF=\frac{216}{35}$ $\therefore \cos E=\frac{216}{35}:\frac{45}{7}=\frac{24}{25}$

(2) 当$AB=5$，$AC=8$时，求$\cos E$的值

例7.



(1)易证：DE是⊙O的切线.

7(2) ∵$OA=OD$

∴$\angle OAD=\angle ADO=30^\circ$

$\angle DOF=60^\circ$

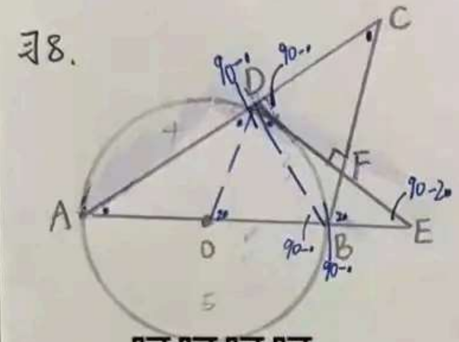
∵$AO=OD=\frac{1}{2}AB=4$.

∴$DF=2\sqrt{3}$

∵$DF=FG$

∴$DG=4\sqrt{3}$.

习8.



8(1) 设$\angle A=\angle C=\alpha$

∴$\angle ADO=\alpha$

$\angle CDF=90^\circ-\alpha$

∴$\angle BDF=90^\circ-\angle CDF=\alpha$

∴$\angle BDF=\angle ADO$

∵$\angle ADO+\angle ODB=90^\circ$

∴$\angle ODE=90^\circ$

∴DE与⊙O相切.

8(2) ∵$AD=CD=\frac{1}{2}AC=4$

$AB=BC=5$

∴$BD=3$

∴$\tan\angle A=\frac{3}{4}$

∵$\angle FBE=2\angle A$

∴$\tan\angle FBE=\frac{24}{7}$

设EF为$24a$，BF为$7a$

∴BE为$25a$

∴$\cos E=\frac{EF}{BE}=\frac{24}{25}$.

例7 (1) 证明：设$\angle OAD=\angle ADO=\angle C$为$\beta$

∴$\angle DOB=2\beta$

$\angle ODF=90^\circ-2\beta$

∵$\angle ADB=90^\circ$

∴$\angle FDB=90^\circ-\angle ADO-\angle ODF=\beta$

∵$\angle C=\beta$

∴$\angle CDE=90^\circ-\beta$

∴$\angle BDE=180^\circ-\angle ADB-\angle CDE=\beta$

∴$\angle BDE=\angle ADO$

∵$\angle ADO+\angle ODB=90^\circ$

∴$\angle ODE=90^\circ$

∴DE为⊙O切线.

欧阳铭铭de草稿纸

$y=(x-1)^2+2$

$(x-1)^2 \geq 0$

$x=1$

顶点 $(-2,3)$.

$(1-m)^2-1<0$

$(1-m)^2<1$

$(1-m)<\pm 1$

$1-m<1$

$\cancel{-m<0}$

$m>0$

$1-m<-1$

$m>2$

$m>2$.

$m^2-2=2$

$m^2=4$

$m=\pm 2$

$-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2}=-1$

$\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4-4}{4}=0$.

$x=-\frac{b}{2a}$

x^2+2x-5

$=x^2+2x+1-6$

$=(x+1)^2-6$

$(-1,-6)$

A. $-a>0$

$a<0$

$x+a>0$.

$-\frac{b}{2a}=-3$

$-a>0$

$a<0$.

C. $-a<0$

$a>0$

$-a>0$

$a<0$

$(x\pm 3)^2$

$=x^2\pm 6x+9$

$x^2-2x+1+2$

$=(x-1)^2+2$

$(1,2)$

$c(-2,-3)$

$4b+c=19$. B. $-a>0$

$a<0$

$\cancel{16-4b+c=-3}$

$-a<0$

$a>0$

$\cancel{\frac{b}{2a}=3}$ $b=6a$

$\cancel{b=6a}$

D. $-a<0$

$a>0$

$-a<0$

$a>0$

$x+a<0$

$x<0$

$b+c=$

$4-2b+c=-3$

$2b+c=7$

$2b=12$

$b=6$

$c=-5$

A $(-1,0)$

B $(3,0)$

$\begin{cases}-1-b+c=0\\-9+3b+c=0\\-\frac{b}{2a}=1\end{cases}$

$\frac{b}{2a}=-1$

$b=-2a$

$b+c=-1$

$3b+c=9$.

$\cancel{2b=8/10}$

$\cancel{b=4/5}$

$\cancel{c=-5}$ -6

$4b=8$

$b=2$

$c=-3$

$y=ax^2+bx+c$

$\begin{cases}5=a-b+c\\1=a+b+c\\5=9a+3b+c\end{cases}$

$2a+2c=6$

$a+c=3$

$9a+9b+9c=9$

$6b+8c=4$

$3b+4c=2$.

$3=16+4b+c$, $4b+c=-13$

$0=9+3b+c$ $\quad 3b+c=-9$

$b=-4$.

$c=3$

$-13+9$

-16

$8a+2b=4$

$4a+b=2$.

$12a+3b=6$

$12a-4c=4$.

$4(3a-c)=4$

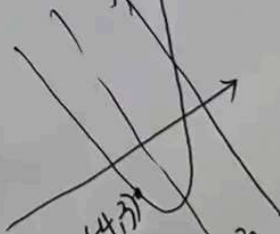
$3a-c=1$

$4a=4$

$a=1$

$b=-2$

$c=2$



$x=-3$.

$16-4b+c=3$.

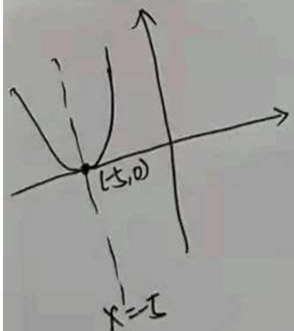
$c-4b=-13$.

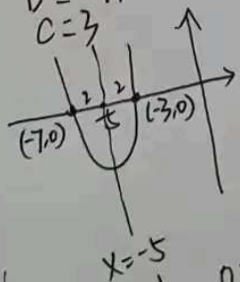
$-\frac{b}{2}=-3$.

$b=6$

$c=5$

$b+c=11$





$x=-5$

$y=x^2+10x+21$

$36-60+21$

$=57-60$

$=-3$

$0=49-7a+b$

$0=9-3a+b$

$b-7a=-49$

$b-3a=-9$

$-4a=-40$

$a=10$

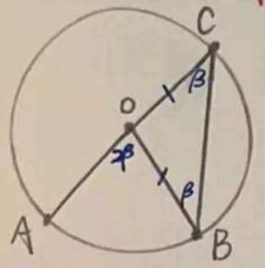
$b=21$

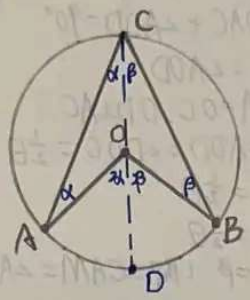
$b-30=-9$

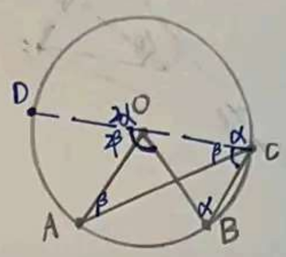
$b=21$

证明定理：

①圆周角定理(圆周角$=\frac{1}{2}$圆心角)





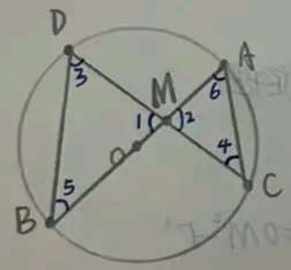


$\because OC=OB$
$\therefore \angle ACB=\angle OBC=\beta$
$\therefore \angle AOB=2\beta$
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$\because OC=OA=OB$
$\therefore \angle ACO=\angle CAO=\alpha$
$\angle OCB=\angle OBC=\beta$
$\therefore \angle AOD=2\alpha$
$\angle DOB=2\beta$
$\therefore \angle AOB=2(\alpha+\beta)$
$\angle ACB=\alpha+\beta$
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

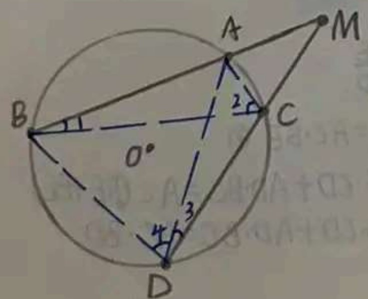
$\because OC=OA=OB$
$\therefore \angle OCB=\angle OBC=\alpha$
$\angle OAC=\angle OCA=\beta$
$\therefore \angle DOB=2\alpha$
$\angle DOA=2\beta$
$\therefore \angle AOB=2(\alpha-\beta)$
$\angle ACB=\alpha-\beta$
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$.

②相交弦定理.（$DM\cdot CM=BM\cdot AM$）



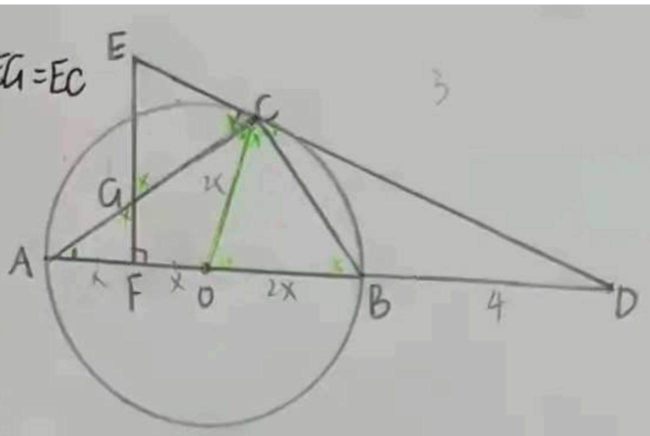
$\because \angle 1=\angle 2$
$\angle 3=\angle 6$
$\angle 5=\angle 4$
$\therefore \triangle DMB\sim\triangle AMC$
$\therefore \frac{DM}{BM}=\frac{AM}{CM}$
$\therefore DM\cdot CM=BM\cdot AM$.

③割线定理.（$AM\cdot BM=CM\cdot DM$）



$\because \angle MAC=\angle 1+\angle 2$
$\because \angle 2=\angle 4$
$\angle 1=\angle 3$
$\therefore \angle 1+\angle 2=\angle 3+\angle 4$
$\therefore \angle BDM=\angle MAC$
$\therefore \triangle AMC\sim\triangle DMB$
$\therefore \frac{AM}{CM}=\frac{DM}{BM}$
$\therefore AM\cdot BM=CM\cdot DM$.

$EG=EC$



(1)求证：DE是$\odot O$切线.

$\because AO=OC$

$\therefore \angle CAO=\angle ACO$

$\because EG=EC$

$\therefore \angle EGC=\angle ECG$

$\because \angle EGC=\angle AGF$

$\angle AGF+\angle CAO=90^\circ$

$\therefore \angle ECG+\angle ACO=90^\circ$

$\therefore OC\perp ED$

$\therefore DE$为切线

(2) F为OA中点, $BD=4$, $\sin\angle D=\frac{1}{3}$, 求EC的长

设$AF=OF=x$

$\therefore OB=AO=2AF=2x$

$CO=BO=2x$

$\therefore OD=4+2x$.

$\because CO\perp ED$

$\therefore \sin\angle D=\frac{CO}{OD}=\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{2x}{4+2x}=\frac{1}{3}$

$\therefore x=1$

$\therefore OB=OC=2$

$OD=6$.

$\therefore CD=\sqrt{OD^2-CO^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

$\because \sin\angle D=\frac{EF}{ED}=\frac{1}{3}$

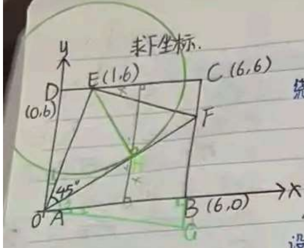
$\therefore \frac{ED}{FD}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$\because FD=7$

$\therefore ED=\frac{21\sqrt{2}}{4}$

$\therefore EC=ED-CD=\frac{5\sqrt{2}}{4}$

求F坐标.



①旋转全等几何.

绕点A旋转△DAE至△OBG

$\angle 1+\angle 3=45°$, $\angle 1=\angle 2$

$\therefore \angle 2+\angle 3=\angle GOF=45°$

且$OE=OG$, $DE=BG=1$

$\therefore \triangle EOF \cong \triangle FOG$ (SAS)

设$BF=x$, $GF=EF=1+x$, $CF=6-x$

$\therefore 5^2+(6-x)^2=(1+x)^2$

$x=\frac{30}{7}$

$\therefore F\left(6, \frac{30}{7}\right)$

② $\tan\angle 1=\frac{1}{6}$

$\tan(\angle 1+\angle 3)=\tan 45°=1$

$=\frac{\tan\angle 1+\tan\angle 3}{1-\tan\angle 1\tan\angle 3}$

$=\frac{\frac{1}{6}+\tan\angle 3}{1-\frac{1}{6}\tan\angle 3}=1$

$\therefore \tan\angle 3=\frac{5}{7}=\frac{BF}{AB}=\frac{BF}{6}$

$\therefore BF=6\times\frac{5}{7}=\frac{30}{7}$

$\therefore F\left(6, \frac{30}{7}\right)$

③向量

设$F(6,a)$, $BF=a$

$\therefore \overrightarrow{AF}=(6,a)$, $\overrightarrow{AE}=(1,6)$

$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=(1,6)\cdot(6,a)=6+6a$

$AF=\sqrt{36+a^2}$, $AE=\sqrt{37}$

$\therefore \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\sqrt{36+a^2}\cdot\sqrt{37}\cdot\cos 45°$

$=\sqrt{36+a^2}\cdot\sqrt{37}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore a=\frac{30}{7}$

$\therefore F\left(6, \frac{30}{7}\right)$

④判别式法

以E为圆心, EH为半径作圆, 与直线OF: $y=kx$ 相切

$\angle EOH=45°$, $\angle EHO=90°$

$\therefore \angle OEH=45°$, $OH=EH=\frac{OE}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{37}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{74}}{2}$

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-6)^2=\left(\frac{\sqrt{74}}{2}\right)^2\\ y=kx\end{cases}$$

$\therefore k_1=\frac{5}{7}$, $k_2=-\frac{7}{5}$

$\because k>0$

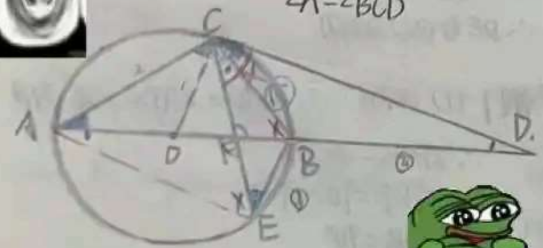
$\therefore k=\frac{5}{7}$

$\therefore y=\frac{5}{7}x$

~~F~~ 把$x=6$代入得$y=\frac{30}{7}$

$\therefore F\left(6, \frac{30}{7}\right)$

$\angle A=\angle BCD$



(1) 证明: CD是⊙O的切线.

$\because \angle A=\angle ACO=\angle BCD$

$\angle ACO+\angle OCB=90°=\angle ACB$ (直径所对圆周角

$\therefore \angle BCD+\angle OCB=90°$

$\therefore \angle OCD=90°$

$\therefore$ CD为切线.

$AC=CE$

(2) ① 证明: $BC^2=BE\cdot BD$

$\because \angle CAB=\angle ACO=\angle BCD=\angle CEB$

$\angle FCD=\angle BCD+\angle ECB$.

$\angle AEC=\angle CAB+\angle BAE$

且$\angle ECB=\angle BAE$

$\therefore \angle FCD=\angle AEC$

$\therefore CD \parallel AE$

$\therefore \angle D=\angle BAE$

$\therefore \triangle BCD \sim \triangle AFE$

$\therefore \frac{BC}{BD}=\frac{BE}{BC}$

$\therefore BC^2=BE\cdot BD$.

(2)② 设$BE=a$, $BD=3a$, $BC=\sqrt{3}a$

$\because \frac{BC}{BE}=\frac{CD}{CE}=\frac{\sqrt{3}}{1}$

$\because CE=AC=2$

$\therefore CD=2\sqrt{3}$

在Rt△ACB中, $4+3a^2=4r^2$, $3a^2=4r^2-4$

在Rt△OCD中, $r^2+12=(3a+r)^2$

$\Rightarrow 6ar=12-9a^2 \Rightarrow 6ar=12-3\cdot 3a^2$

$\Rightarrow 6ar=24-12r^2$ $(r>0)$

$\therefore a=\frac{4-2r^2}{r}$

$\therefore 4+3a^2=4r^2 \Rightarrow 4+3\left(\frac{4-2r^2}{r}\right)^2=4r^2$, $r=\frac{\sqrt{6}}{2}$. (舍