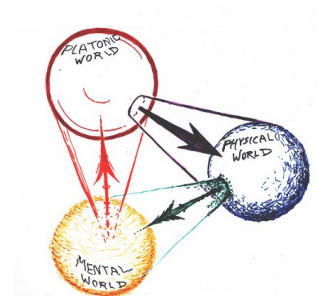




# 铁磁学笔记

作者：李程轲

时间：October 21, 2022



# 目录

<b>1</b>	<b>静磁现象</b>	<b>1</b>
1.1	磁矩 . . . . .	1
1.2	磁性材料和磁化强度 . . . . .	1
1.3	铁磁材料的磁化强度和退磁场 . . . . .	2
1.4	磁路 . . . . .	4
1.5	静磁能 . . . . .	5
1.6	软磁和硬磁 . . . . .	6
<b>2</b>	<b>磁测量</b>	<b>8</b>
<b>3</b>	<b>原子磁矩</b>	<b>9</b>
3.1	电子磁矩和磁性 . . . . .	9
3.2	原子中局域电子的磁性 . . . . .	9

# 第1章 静磁现象

## 定义 1.1 (磁性)

外磁场改变时，系统能量随之改变的性质。

## 1.1 磁矩

### 定义 1.2 (磁荷)

假设的仅带有北极或南极的单一磁极的基本粒子。

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$$

其中  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ ,  $m$  单位为  $\text{Wb}$ 。

### 命题 1.1 (磁力矩)

一个大小为  $m$  的磁极放入大小为  $H$  的场所受的力  $F = mH$ 。磁极成对出现致使匀强场中合力为零，力矩为  $L = -mlH \sin \theta$ 。非匀强场中合力为  $F = mH_1 - mH_2 = m(\Delta H)$ 。当  $l \rightarrow 0$  时， $\Delta H \approx l \frac{dH}{dx}$ 。

### 定义 1.3 (磁矩)

磁矩：

$$M = ml$$

其转矩与势能：

$$\vec{L} = \vec{M} \times \vec{H}$$

$$U = -\vec{M} \cdot \vec{H}$$

## 1.2 磁性材料和磁化强度

### 定义 1.4 (磁化强度)

单位体积内，材料中磁矩的总和。

$$\vec{I} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^n \vec{M}_i$$

**注**  $M$  为磁化强度， $I = \mu_0 M$  为磁极化强度。 $I$  的单位为  $\text{Wb} \times \text{m/m}^3 = \text{Wb/m}^2 = \text{T}$

对磁化强度的理解：

1. 磁矩观点；
2. 磁极（荷）观点：若所有磁矩平行排列，且大小相等。

$$I = NM = Nml = \rho l$$

$N$  为单位体积内的磁矩数， $\rho$  为磁荷密度。 $I$  可以解释为  $+\rho$  和  $-\rho$  相对位移  $l$  距离，在表面出现未被补偿的磁荷，表面密度  $\omega = \rho l$ ，故  $I = \omega$

3. 分子环流观点：相邻电流方向相反抵消，只有侧面电流环。每单位长度有  $n$  个电流环，每个电流环的面积  $S$ 。

$$I = NM = \frac{n}{S}(\mu_0 i S = \mu_0 (ni) = \mu_0 H')$$

$H'$  为内部的分子环流磁场。

#### 定义 1.5 (磁通密度)

材料的磁化强度与真空磁化强度之和。

$$B = I + \mu_0 H = \mu_0 (H' + H)$$

#### 定义 1.6 (磁通量)

通过某给定曲面的磁场（亦称为磁通量密度）的大小的度量。

$$\Phi = BS$$

$$\Phi = \int_s \vec{B} d\vec{S}$$

#### 定义 1.7 (磁导率)

某种材料对一个外加磁场线性反应的磁化程度。

电磁感应：

$$V = -\frac{d\Phi}{dt}$$

空心线圈：

$$V_0 = -N \frac{d(BS)}{dt} = -NS\mu_0 \frac{dH}{dt}$$

有磁性材料：

$$V_m = -NS \frac{dI}{dt} - NS\mu_0 \frac{dH}{dt}$$

**注** 若  $I = \chi H$  (通常不成立)， $\chi$  磁导率； $B = (\chi + \mu_0)H$ ， $\mu$  磁导率。

工程上，用相对  $\mu_0$  的无量纲值。

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$\chi_r = \frac{\chi}{\mu_0}$$

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

$$V_m = -NS \frac{dB}{dt} - NS\mu_0 \mu_r \frac{dH}{dt} = \mu H$$

空心线圈插入磁性材料，会使电磁感应效应提升  $\mu_r$  倍。

## 1.3 铁磁材料的磁化强度和退磁场

1. 初始磁化曲线：

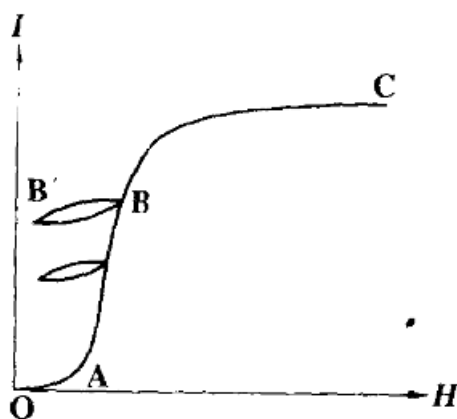


图 1.1: 初始磁化曲线

- (a). 退磁状态 (起始)  $H = 0$ ,  $I = 0$ .  $I$  随着  $H$  沿 OABC 非线性变化。
  - (b). OA 段:  $I$  和  $H$  几乎线性变化且可逆。
  - (c). AB 段:  $I$  增加快, 发生不可逆磁化。( $H$  减小, 并不会沿 BA 返回)
  - (d). BC 段: 趋近饱和
  - (e). C 点: 饱和点,  $I$  不再随  $H$  增大而增大。  $I_s$  为饱和磁化强度。
2. 磁滞回线: 从  $+H_m$  (饱和) 减小到零, 反向到  $-H_m$ , 然后回到  $+H_m$ , 形成一个磁化闭环时,  $I \sim H$  的变化曲线。

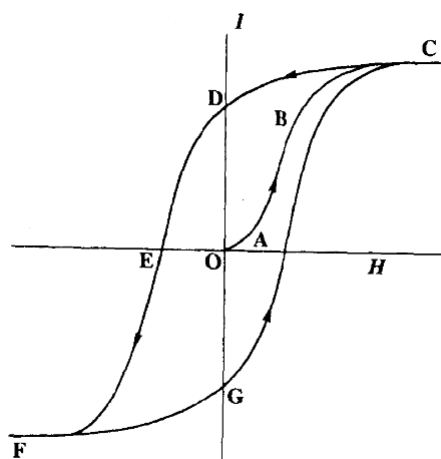


图 1.2: 磁滞回线

- (a). CD 段:  $H$  减小, 但不沿着 CBAO 回去, 在  $H = 0$  具有非零的  $I_r$ , 即剩余磁化强度。
  - (b). 反向加场:  $I$  减小到零, 对应场记做  $-H_c$ , 即矫顽场。
  - (c). EF 段: 负向趋近饱和  $-I_s$  (F 点)
  - (d). FGC 段: 回到正向饱和。
3. 退磁场: 有限大小磁体在其两端出现的自由磁极产生与  $I$  方向相反的内部磁场。

$$H_d = N \frac{I}{\mu_0}$$

$N$  为退磁因子, 只与样品形状有关。

退磁因子本质与磁偶相互作用有关。

### 命题 1.2

退磁因子对任意椭球, 内部  $I$  处处相等。

- (a). 球体:  $N_x = N_y = N_z = \frac{1}{3}$
- (b). 细长圆柱:  $N_z \approx 0$

$$N_x = N_y = \frac{1}{2}$$

(c). 薄膜:  $N_z = 1$

$$N_x = N_y = 0$$

4. 退磁校正: 校正回线不依赖磁体形状, 只反映材料磁特性。

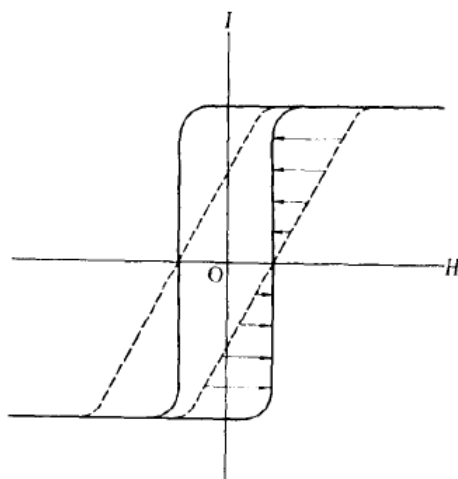


图 1.3: 校正回线

5. 磁体空腔内的有效场:  $H_{in} = N \frac{I}{\mu_0}$ ,  $N$  为形状同空腔的磁体的退磁因子。

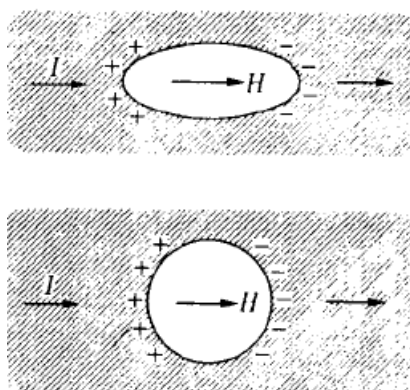


图 1.4: 磁体空腔内的有效场

## 1.4 磁路

高磁导率材料, 倾向于把磁力线封闭与于内部。

类比于电路:

$$I = \iint \vec{j} d\vec{S}$$

$$\begin{aligned} \epsilon &= \oint_L E dl = \oint_L \frac{\vec{I}}{\sigma} dl \\ &= \sum_i \frac{j_i s_i}{\sigma_i s_i} l_i = I \sum_i \frac{l_i}{\sigma_i s_i} \\ &= I(R_1 + R_2 + \dots) = IR_{tot} \end{aligned}$$





由：

$$\begin{aligned}\vec{B} \cdot \vec{H} &= \vec{H} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \\ &= \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{H}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{H})\end{aligned}$$

有：

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \iiint \vec{B} \cdot \vec{H} d^3\vec{r} &= \frac{1}{2} \iiint \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{H}) d^3\vec{r} \\ &= \frac{1}{2} \oint \vec{A} \cdot \vec{H} dS - \frac{1}{2} \oint \vec{A} \cdot \vec{H} dS \\ &= 0\end{aligned}$$

磁化过程中外场做功：

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \vec{H}_{ex} + \vec{H}_d \\ d\vec{B} &= d\mu_0 \vec{H}_{ex} + d\mu_0 \vec{H}_d + dI\end{aligned}$$

系统：

$$\begin{aligned}\delta w &= \int_{\text{全}} \vec{H} \cdot d\vec{B} d^3\vec{r} \\ &= \int_{\text{全}} (H_{ex} + H_d)(\delta\mu_0 \vec{H}_{ex} + \delta\mu_0 \vec{H}_d + \delta I) d^3\vec{r} \\ &= \underbrace{\int H_{ex} \delta(\mu_0 \vec{H}_{ex}) d^3\vec{r}}_{\text{磁场对真空做功}} \\ &\quad + \underbrace{\int \mu_0 (\vec{H}_{ex} \delta \vec{H}_d + \vec{H}_d \delta \vec{H}_{ex}) d^3\vec{r}}_{\int \mu_0 \delta(H_{ex} \cdot H_d) d^3r = 0} \\ &\quad + \underbrace{\int H_d \delta(\mu_0 H_d) d^3\vec{r}}_{\delta U_{\text{自}}} \\ &\quad + \underbrace{\int H_d \delta I d^3\vec{r}}_{-\delta U_{\text{自}}} \\ &\quad + \underbrace{\int H_{ex} \delta I d^3\vec{r}}_{\text{外场对磁体做功}}\end{aligned}$$

外场做功：

$$W_{\text{外}} = \int_{I_1}^{I_2} H_{ex} dI$$

## 1.6 软磁和硬磁

在初始磁化曲线中，外场将磁体从初始化到饱和所做功的面积为：

$$\int_0^{I_s} H_{ex} dI$$



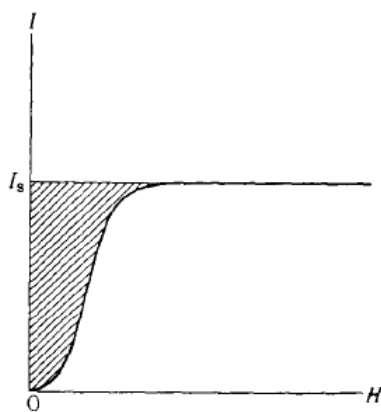


图 1.6: 初始磁化曲线

在磁滞回线中，磁滞损耗为： $\oint \vec{H} d\vec{l}$

对于软磁： $\chi = I_S/H_S$ ,  $\mu = B/H$

储能为：

$$V \int_0^H \vec{H} \cdot x dH = \frac{1}{2} \mu H^2 V$$

硬磁材料在空间产生强  $H_d$ ，有：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{\text{外}} \mu_0 H_d^2 d^3 \vec{r} &= -\frac{1}{2} \int_{\text{内}} \vec{l} \cdot \vec{H}_d d^3 \vec{r} - \frac{1}{2} \int_{\text{内}} \mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{H}_d d^3 \vec{r} \\ &= -\frac{1}{2} \int_{\text{内}} (\mu_0 \vec{H}_d + \vec{l}) \cdot \vec{H}_d d^3 \vec{r} \\ &= -\frac{1}{2} \int_{\text{内}} \underbrace{\vec{B} \cdot \vec{H} d^3 \vec{r}}_{\text{磁能积}} \end{aligned}$$

该磁能积是永磁体外部杂散场的两倍。

## 第2章 磁测量

### 1. 典型场强:

- (a). 地磁场:  $0.5 \times 10^{-5} T$
- (b). 空心螺线管:  $0.2 T$
- (c). 永磁体:  $0.1 \sim 2 T$
- (d). 电磁铁:  $0.5 \sim 2 T$
- (e). 超导螺线管:  $2 \sim 23 T$ 
  - I. 稳态:  $50 T$
  - II. 亚稳态:  $500 T$

### 2. 磁测量:

- (a).  $\vec{B} \rightarrow$  闭路  $\rightarrow$  BH loop
- (b).  $\vec{I} \rightarrow$  开路  $\rightarrow$  振动样品测量计 (VSM)

## 第 3 章 原子磁矩

### 3.1 电子磁矩和磁性

#### 3.1.1 电子磁矩

#### 3.1.2 电子磁矩的动力学方程

#### 3.1.3 电子的磁性

### 3.2 原子中局域电子的磁性