대학수학

15

스칼라와 벡터

- **스칼라**scalar, **스칼라량** scalar quantities
  - 시간, 온도, 질량과 같이 완전히 수치값으로 정의되는 양

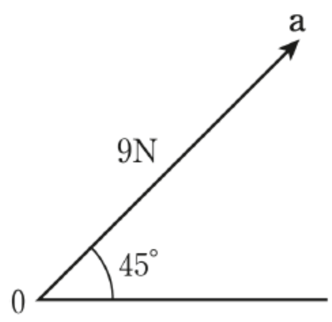
- **벡터**vector
  - 속도, 힘, 가속도와 같이 크기와 방향을 갖는 물리량

스칼라와 벡터

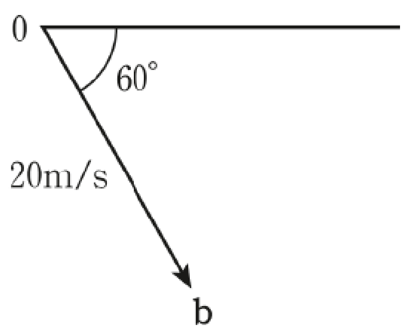
❶ 선의 **길이**는 물리량의 크기를 나타낸다.

❷ 선의 **방향**은 벡터량이 작용하는 방향을 나타낸다.

예1) 수평에서 45° 방향으로 작용하는 9N의 힘



예2) -60°에서 20m/s인 속도



스칼라와 벡터

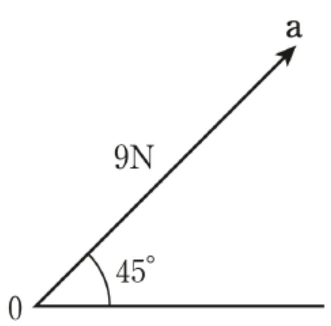
- **벡터량을 나타내는 방법**

❶ 굵은 활자를 이용한다.

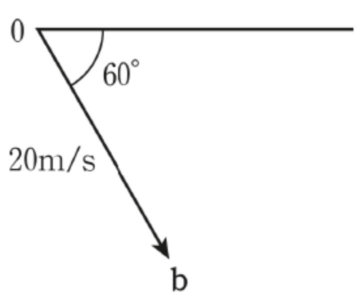
❷ $\overrightarrow{AB}$와 같이 두 대문자 위에 방향을 나타내는 화살표를 사용한다. 여기서 A는 벡터의 시작점이고, B는 끝나는 점이다.

❸ $\overline{AB}$ 또는 $\bar{a}$, 즉 문자 위에 선분을 그린다.

❹ $\underline{a}$, 즉 밑줄이 그어진 문자로 나타낸다.



9N의 힘 : **0a** 또는 $\overrightarrow{0a}$ 또는 $\overline{0a}$



20m/s의 속도 : **0b** 또는 $\overrightarrow{0b}$ 또는 $\overline{0b}$

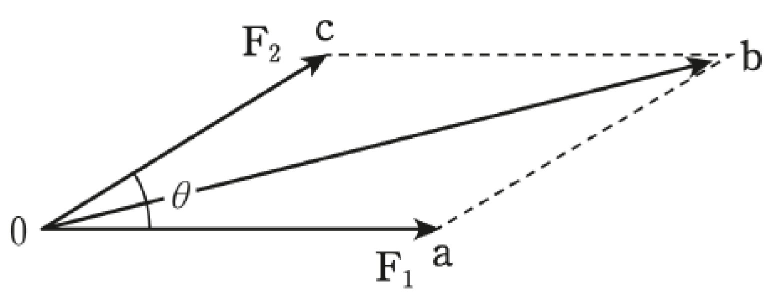
스칼라와 벡터

- **평행사변형 방법**

① 0a와 길이가 동일하고 평행한 선분 cb를 그린다.

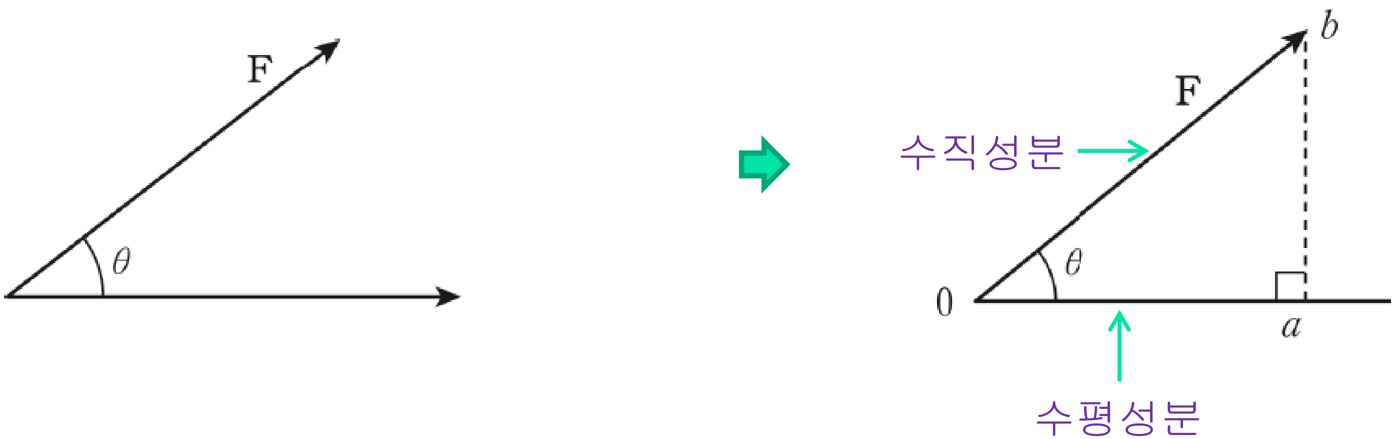
② 0c와 길이가 동일하고 평행한 선분 ab를 그린다.

③ 합성력은 평행사변형의 대각선, 즉 0b의 길이로 주어진다.



스칼라와 벡터

- 성분들의 벡터합이 원래 벡터와 동일하도록 두 성분으로 분해하기



$0a = 0b\cos\theta = F\cos\theta$로부터 $\cos\theta = \dfrac{0a}{0b}$ ⇨ F 의 수평성분 $= \mathbf{F}\cos\theta$

$ab = 0b\sin\theta = F\sin\theta$로부터 $\sin\theta = \dfrac{ab}{0b}$ ⇨ F 의 수직성분 $= \mathbf{F}\sin\theta$

스칼라와 벡터

- **두 힘의 전체 수평성분**

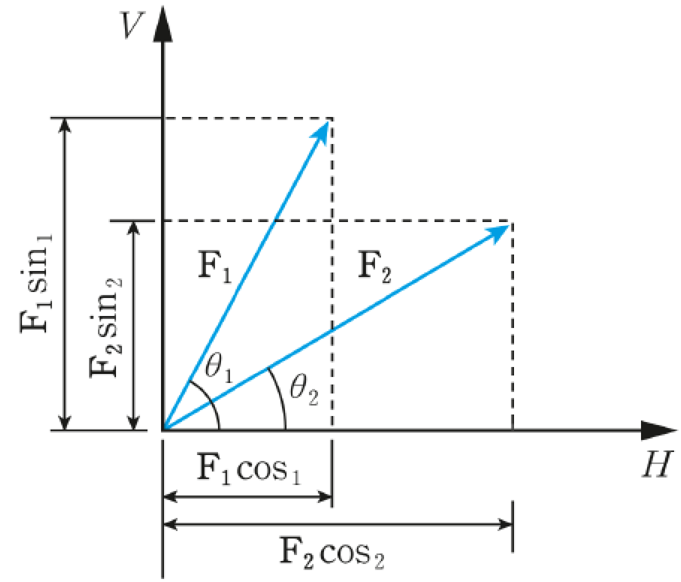
$$H = F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2$$

- **두 힘의 전체 수직성분**

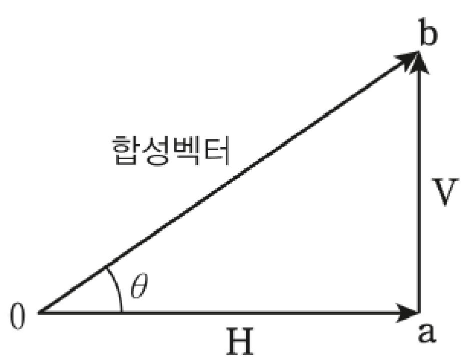
$$V = F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2$$

- **F_1과 F_2 의 합성벡터**

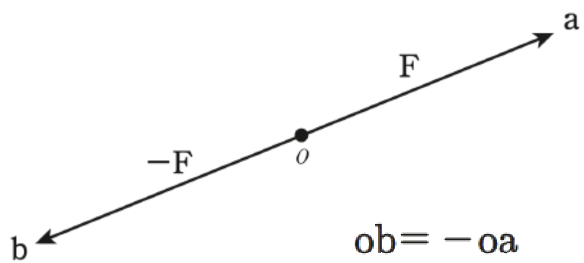
$$0b^2 = H^2 + V^2$$



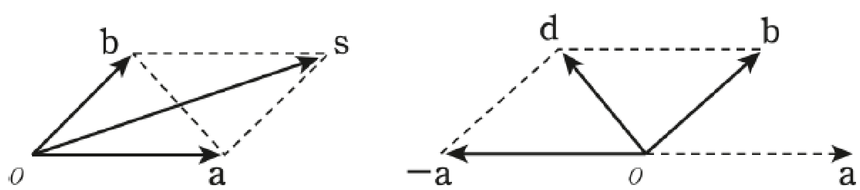
$$\text{합성벡터의 크기} = \sqrt{H^2 + V^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{V}{H}\right)$$



스칼라와 벡터



➡ 두 벡터 합의 합성 : $\mathrm{os} = \mathrm{oa} + \mathrm{ob}$



(a) (b)

➡ [그림 (b)]의 벡터 방정식

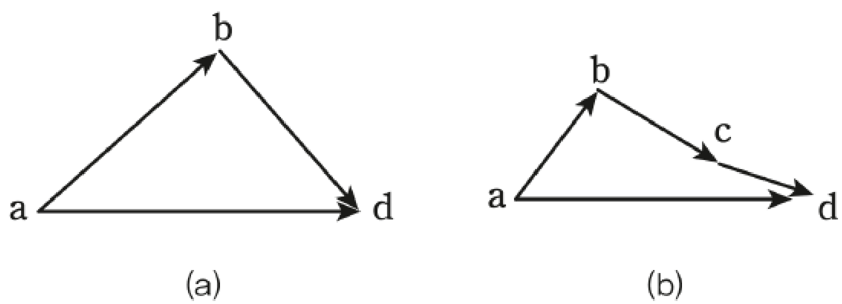
: $\mathrm{ob} - \mathrm{oa} = \mathrm{od}$

그림 (b)의 **od**와 그림 (a)의 점선 *ab*의 비교

벡터 합을 구하기 위한 평행사변형 방법의 두 번째 대각선 *ab* 가 **ob**에서 **oa** 를 뺀 벡터의 크기와 방향이 일치함

스칼라와 벡터

- **상대속도**
  - 고정된 기준점 필요



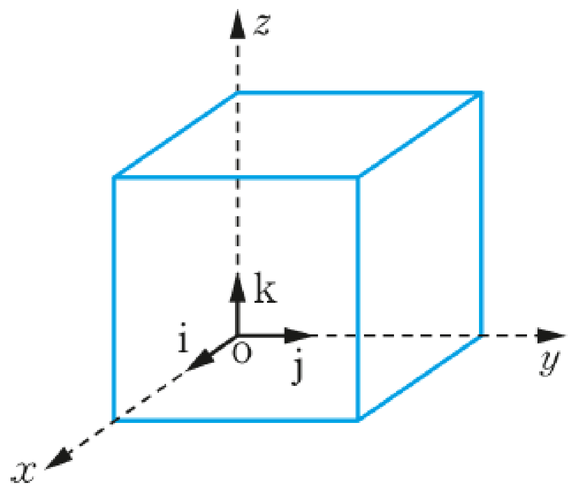
⇨ 각각의 계에서 합성벡터는 **ad**

그림 (a)에서 계에 대한 벡터 방정식 : $\mathrm{ad} = \mathrm{ab} + \mathrm{bd}$

그림 (b)에서 계에 대한 벡터 방정식 : $\mathrm{ad} = \mathrm{ab} + \mathrm{bc} + \mathrm{cd}$

스칼라와 벡터

- **i, j, k 표기법**
  - 어떤 기준점에 대해, 공간 안 벡터의 방향을 완전하게 명시하기 위해 서로 수직인 세 개의 단위벡터 **i, j, k**를 사용
  - 단위벡터 **i, j, k**는 3차원 직교좌표계에서 각각 (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)과 대응됨



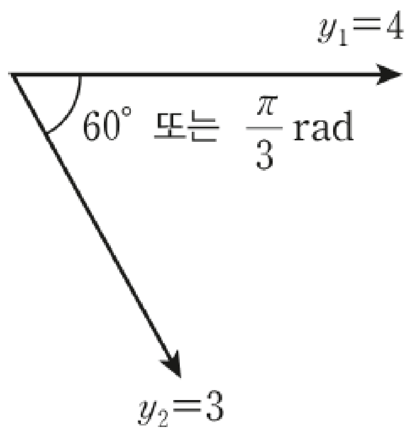
테스트

페이저

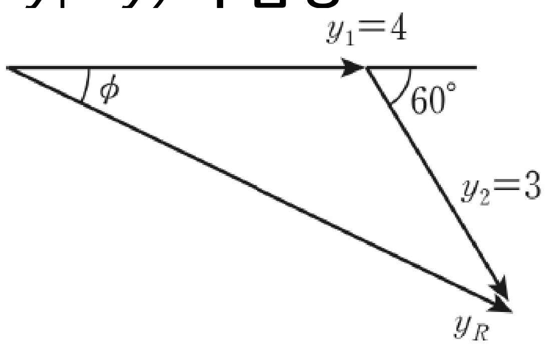
$$y_1 = 4\sin\omega t$$

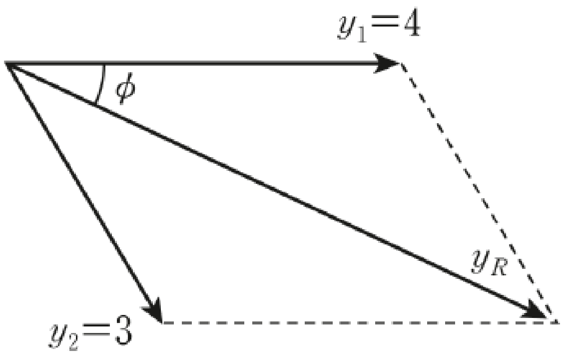
$$y_2 = 3\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

→ 각각 **페이저**로 표현



- ***y_1* + *y_2* 의 합성**





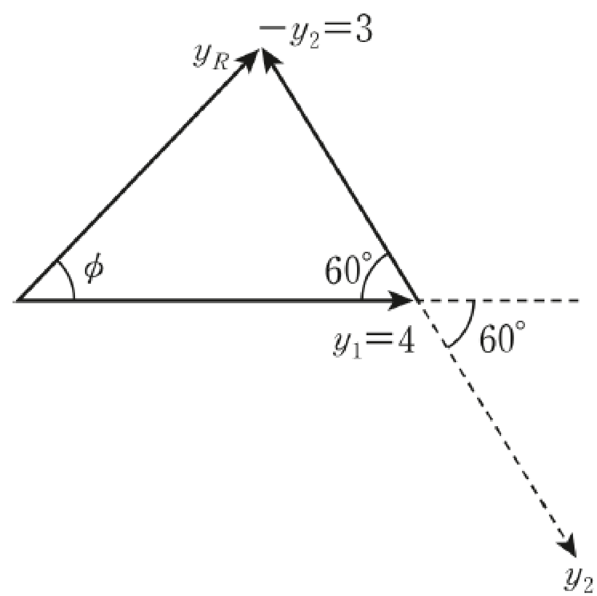
페이저

- y_R: 길이 6단위
- 각 ø : $25^\circ = 25 \times \dfrac{\pi}{180}\,\mathrm{rad} = 0.44\,\mathrm{rad}$

$$y_R = y_1 + y_2 = 4\sin\omega t + 3\sin(\omega t - \pi/3)$$

$$= 6\sin(\omega t - 0.44)$$

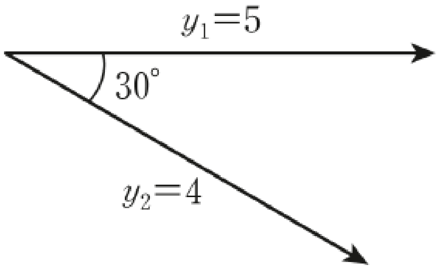
- 합성 페이저 $y_R = y_1 - y_2$



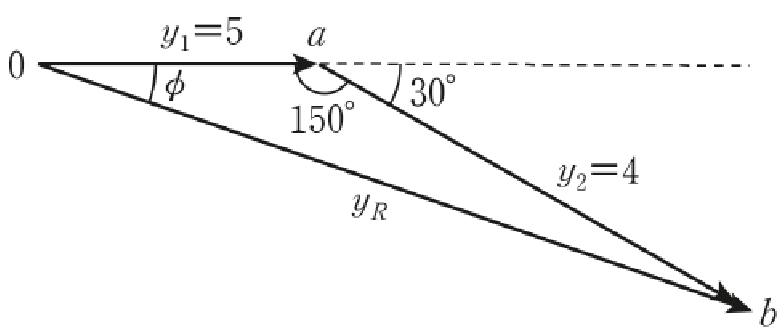
사인법칙과 코사인법칙

- 두 주기함수의 합성은 시간이 0일 때 상대적인 위치로 구해짐

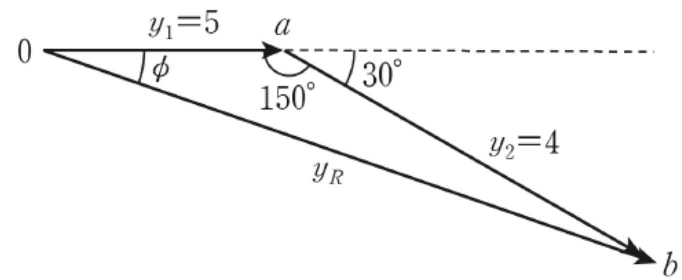
$$y_1 = 5\sin\omega t$$
$$y_2 = 4\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$



합성 $y_1 + y_2$



사인법칙과 코사인법칙



$$y_R^2 = 5^2 + 4^2 - [2(5)(4)\cos 150^\circ]$$

$$= 25 + 16 - (-34.641) = 75.641$$

$$y_R = \sqrt{75.641} = 8.697$$

$$\frac{8.697}{\sin 150^\circ} = \frac{4}{\sin\phi}$$

$$\sin\phi = \frac{4\sin 150^\circ}{8.697} = 0.22996$$

$$\phi = \sin^{-1} 0.22996 = 13.29^\circ \text{ 또는 } 0.232\,\mathrm{rad}$$

$$y_R = y_1 + y_2 = 5\sin\omega t + 4\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

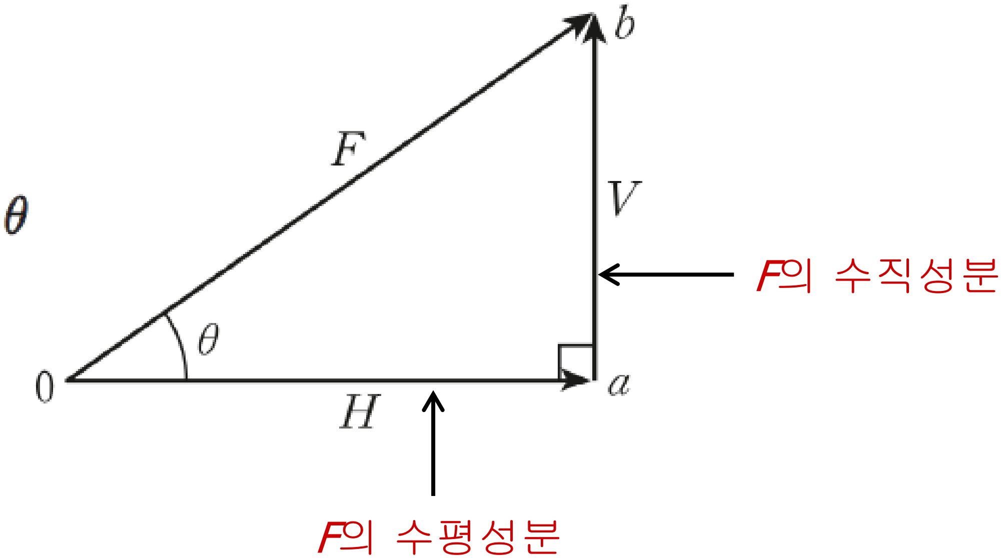
$$= 8.697\sin(\omega t - 0.232)$$

수평과 수직 성분을 이용한 합성 페이저

$$\cos\theta = \frac{0a}{0b}$$

$$0a = 0b\cos\theta = F\cos\theta$$

*F*의 수평성분 : $\boldsymbol{H = F\cos\theta}$



$$\sin\theta = \frac{ab}{0b}$$

$$ab = 0b\sin\theta = F\sin\theta$$

*F*의 수직성분 : $\boldsymbol{V = F\sin\theta}$

테스트