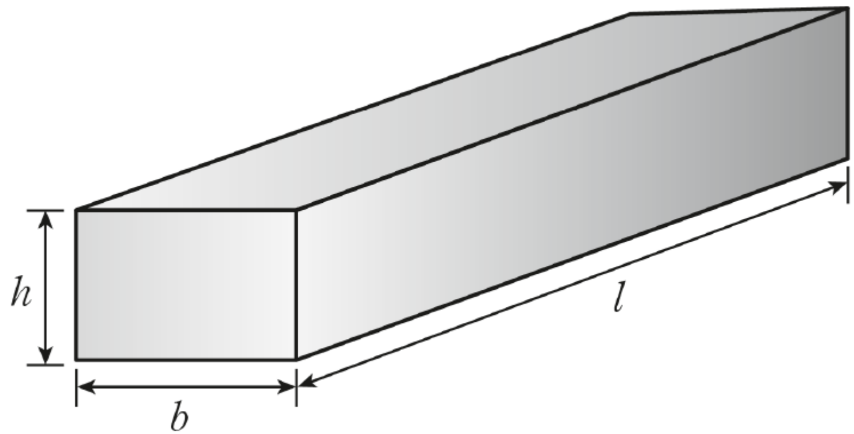
대학수학

14

입체도형

직육면체

- 6개의 사각면으로 둘러싸인 입체도형
- 모든 각은 직각이고, 반대편에 있는 면은 동일



$$\text{직육면체의 부피} = l \times b \times h$$

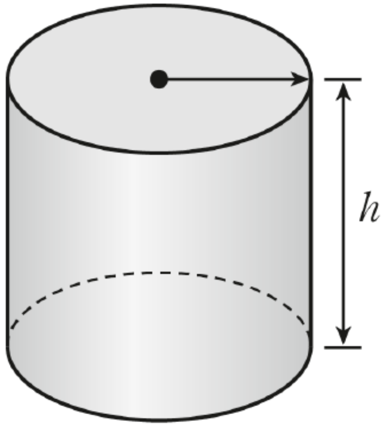
$$\text{겉넓이} = 2bh + 2hl + 2lb = 2(bh + hl + lb)$$

입체도형

- **정육면체**cube
  - 사각기둥
  - 정육면체의 모든 변이 x일 때

$$\text{부피} = x^3, \quad \text{겉넓이} = 6x^2$$

원기둥



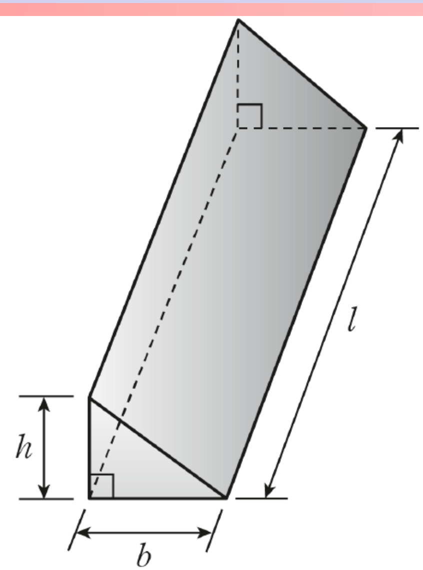
$$\text{부피} = \pi r^2 h$$

$$\text{측면 넓이} = 2\pi rh$$

$$\text{전체 겉넓이} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

- 전체 겉넓이 : 측면 넓이 + 원 모양의 두 양면 넓이의 합

다른 각기둥

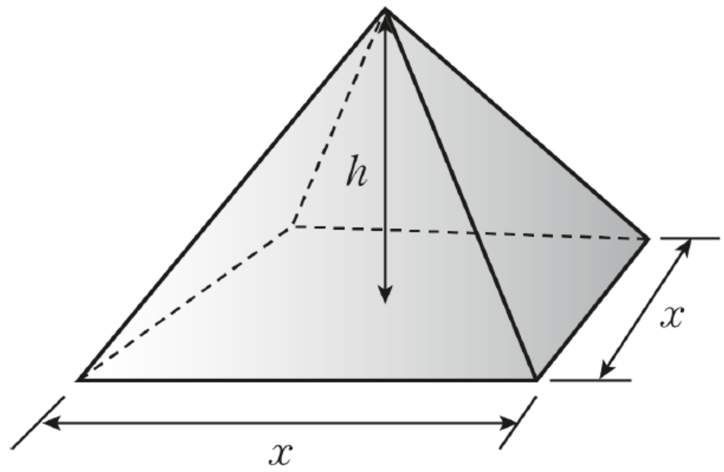


$$부피 = \frac{1}{2}bhl$$

겉넓이 = 양면의 넓이 + 세 면의 넓이

부피 : 끝 면의 넓이(삼각면= $\frac{1}{2}bh$) × 길이 l

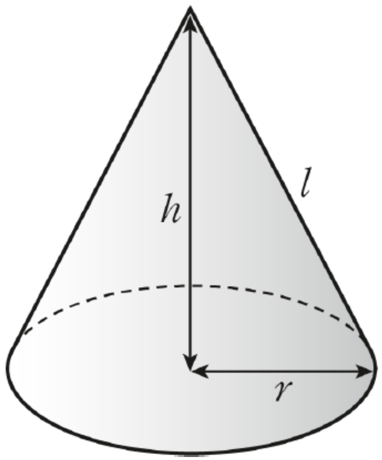
사각뿔



$$\text{임의의 사각뿔의 부피} = \frac{1}{3} \times \text{밑넓이} \times \text{높이}$$

$$\text{부피} = \frac{1}{3} x^2 h$$

원뿔



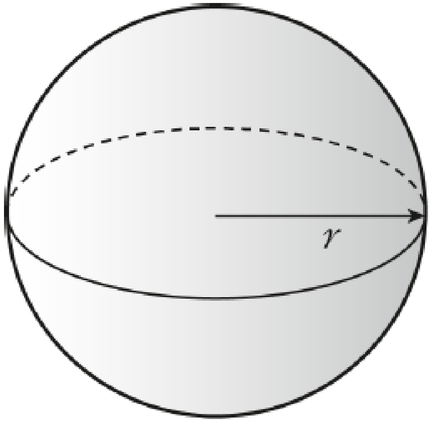
$$\text{부피} = \frac{1}{3} \times \text{밑넓이} \times \text{높이}$$

$$\text{부피} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\text{측면 넓이} = \pi r l$$

$$\text{전체 겉넓이} = \pi r l + \pi r^2$$

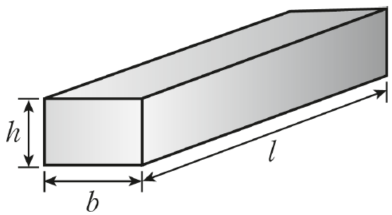
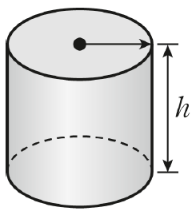
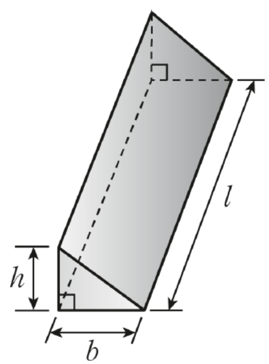
구

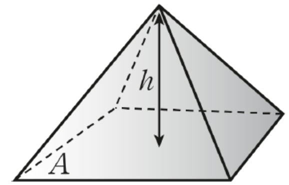
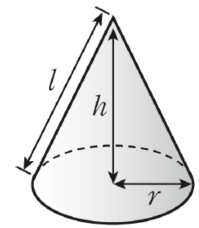
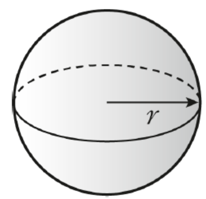


$$\text{부피} = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad \text{겉넓이} = 4\pi r^2$$

입체도형

자주 접하는 입체도형의 부피와 겉넓이

직육면체		부피$=l\times b\times h$ 겉넓이$=2(bh+hl+lb)$
원기둥		부피$=\pi r^2 h$ 전체 겉넓이 $=2\pi rh+2\pi r^2$
삼각기둥		부피$=\frac{1}{2}bhl$ 전체 겉넓이 =양면의 넓이 +세 면의 넓이

각뿔		부피$=\frac{1}{3}\times A\times h$ 전체 겉넓이 =측면 삼각형의 넓이의 합 +밑면의 넓이
원뿔		부피$=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ 옆면의 겉넓이$=\pi rl$ 전체 겉넓이$=\pi rl+\pi r^2$
구		부피$=\frac{4}{3}\pi r^3$ 겉넓이$=4\pi r^2$

입체도형

- **(각뿔, 원뿔의) 절두체**[frustum]
  - 밑면과 평행한 평면으로 꼭짓점이 포함된 부분을 잘라내고 남은 부분
  - 부피

    = (전체 각뿔이나 원뿔의 부피) - (잘려나간 작은 각뿔이나 원뿔의 부피)
  - 면들에 대한 겉넓이

    = (전체 각뿔이나 원뿔의 겉넓이) - (잘려나간 작은 각뿔이나 원뿔의 겉넓이)
  - 전체 겉넓이

    = (위와 아래에 있는 두 개의 평행면의 겉넓이) + (측면의 넓이)

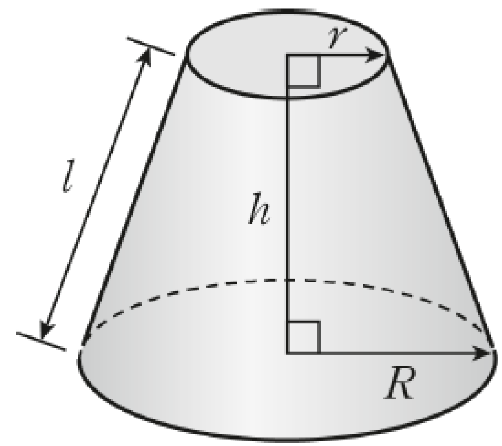
입체도형

- 원추대의 부피와 겉넓이

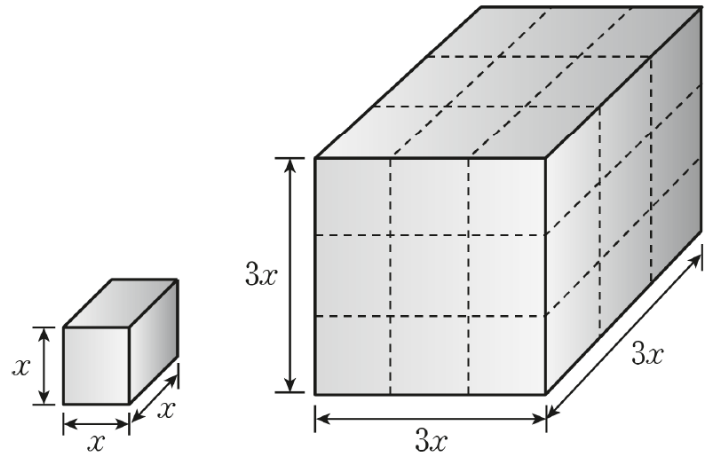
$$부피 = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$$

$$곡면의\ 넓이 = \pi l(R + r)$$

$$전체\ 겉넓이 = \pi l(R + r) + \pi r^2 + \pi R^2$$



입체도형



(a) (b)

$$\text{부피} = (x)(x)(x) = x^3$$

$$\text{부피} = (3x)(3x)(3x) = 27x^3$$

➢ 닮은 입체의 부피는 대응하는 변들의 길이 세제곱에 비례한다.

테스트

불규칙 도형

- **면적계**
  - 불규칙한 곡선으로 둘러싸인 작은 넓이를 직접 측정하는 도구
  - 면적계의 바늘 : 도형의 경계를 추적하는 데 사용됨
  - 작동원리 : 계측기의 다른 부분에서 움직임을 유도하고, 이를 기록함으로써 도형의 넓이 계산

불규칙 도형

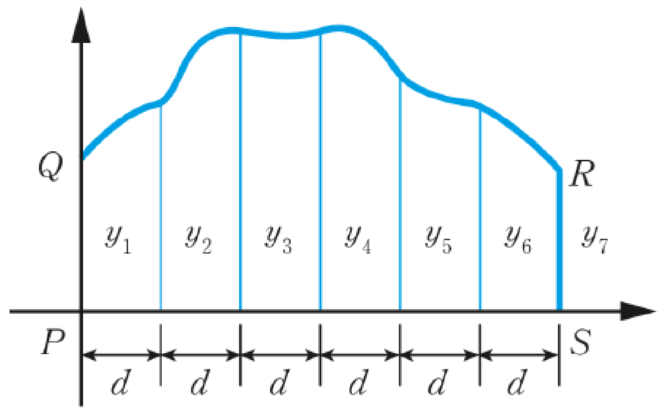
사다리꼴 법칙

- $PQRS$의 넓이 구하기

① 밑변 PS를 너비 d인 등간격의 구간으로 분할한다. 이때 구간 수는 임의로 정한다(구간 수가 많을수록 정확도가 커진다).

② 수직좌표 y_1, y_2, y_3 등을 정확하게 측정한다.

③ $PQRS$의 넓이$= d\left[\dfrac{y_1+y_7}{2}+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6\right]$ 이다.



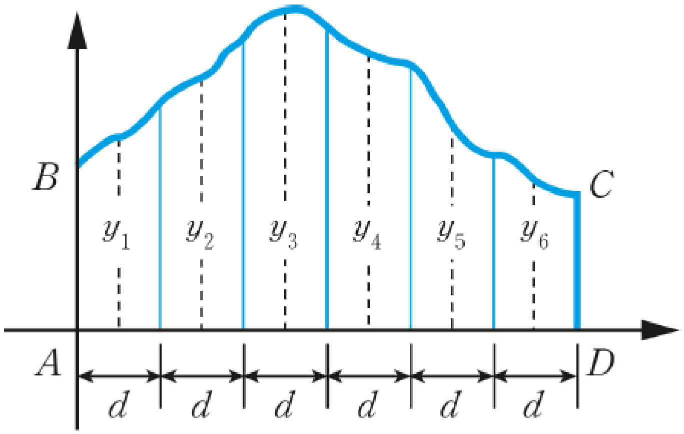
$$넓이 = (구간의\ 길이)\left[\frac{1}{2}(첫\ 번째\ 수직좌표 + 마지막\ 수직좌표) + (나머지\ 좌표의\ 합)\right]$$

불규칙 도형

- **중점법칙**
  - $ABCD$의 넓이 구하기

① 밑변 AD를 너비 d인 등간격의 구간으로 분할한다. 이때 구간 수는 임의로 정한다(구간 수가 많을수록 정확도가 커진다).

② 점선과 같이 각 구간의 중점에서 수직좌표를 세운다.



③ 수직좌표 y_1, y_2, y_3 등을 정확하게 측정한다.

④ $ABCD$의 넓이$=d(y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6)$이다.

넓이＝(구간의 길이)(중점의 수직좌표들의 합)

불규칙 도형

심프슨의 법칙

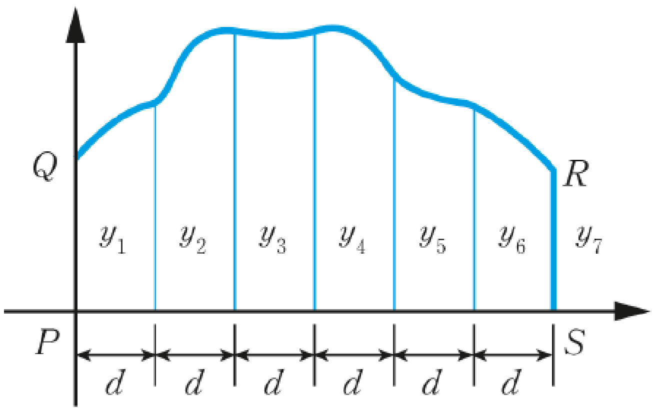
- *PQRS*의 넓이 구하기

① 밑변 PS를 너비 d인 등간격의 구간으로 분할한다. 이때 구간 수는 임의로 정한다(구간 수가 많을수록 정확도가 커진다).

② 수직좌표 y_1, y_2, y_3 등을 정확하게 측정한다.

③ $PQRS$의 넓이

$$= \frac{d}{3}[(y_1+y_7)+4(y_2+y_4+y_6)+2(y_3+y_5)]$$ 이다.



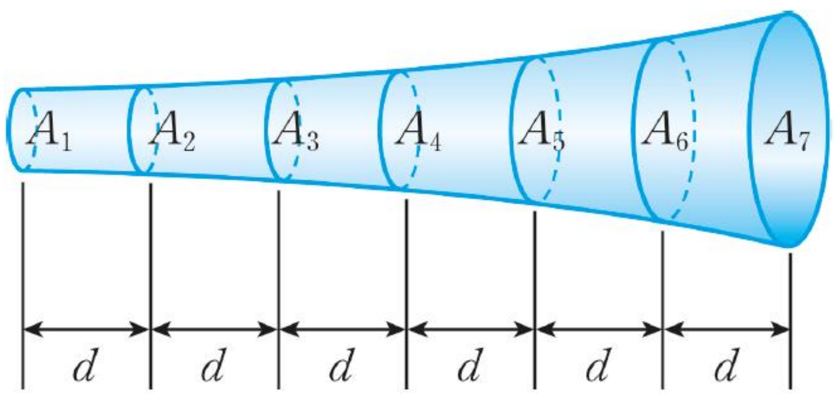
$$넓이 = \frac{1}{3}(구간의\ 길이)\left[\begin{pmatrix}첫\ 번째\ 수직좌표\\ +마지막\ 수직좌표\end{pmatrix}\right.$$

$$+4(짝수\ 번째\ 수직좌표의\ 합)$$

$$\left.+2(나머지\ 홀수\ 번째\ 수직좌표의\ 합)\right]$$

불규칙 입체도형

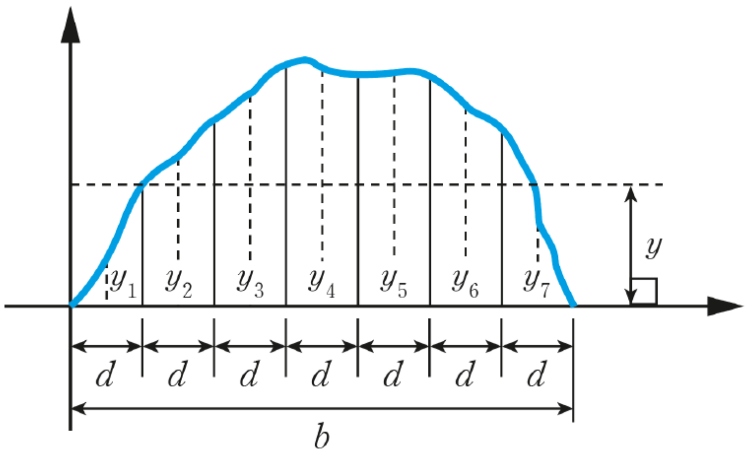
$$V = \frac{d}{3}[(A_1 + A_7) + 4(A_2 + A_4 + A_6) + 2(A_3 + A_5)]$$



파형

- **파형의 평균값**

$$y = \frac{\text{곡선 아래 넓이}}{\text{밑변의 길이 } b}$$



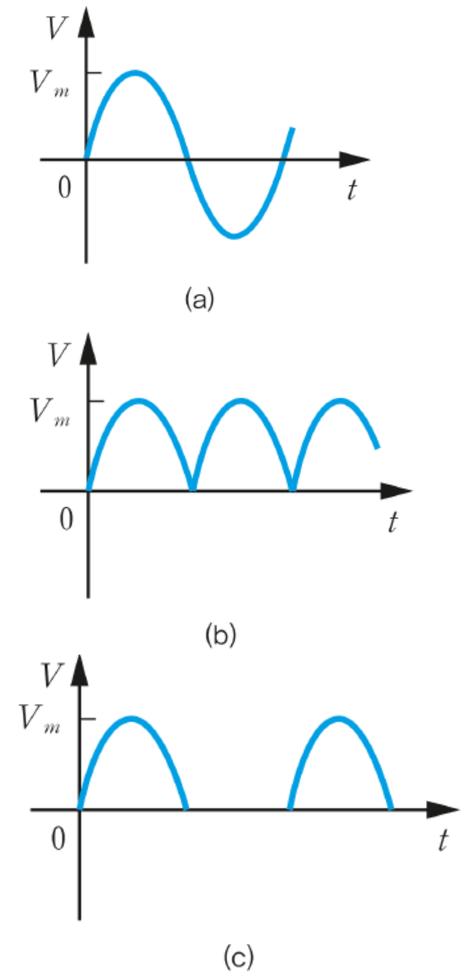
$$y = \frac{\text{중점의 수직좌표의 합}}{\text{중점의 수직좌표 수}}$$

$$\left(= \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7}{7} \right)$$

사인파

사인파에 대한 평균

- 완전한 1사이클에 대해 0이다
- $\frac{1}{2}$사이클에 대해 $0.637\times$최댓값 또는 $\frac{2}{\pi}\times$최댓값이다.
- 정류전파에 대해 $0.637\times$최댓값이다
- 정류반파에 대해 $0.318\times$최댓값 또는 $\frac{1}{\pi}\times$최댓값이다



테스트