

대학수학

04

서론

- 거듭제곱, 제곱근
 - 대수에서 거듭제곱, 제곱근의 ‘활용’이 중요!
- 이 장에서 배울 내용
 - 어떤 수의 거듭제곱과 제곱근
 - 지수법칙

지수

● 지수의 표현

- 수 $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ 와 동일
- $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
- 2^4 에서 2는 밑^{base}, 4는 지수^{exponent} 또는 거듭제곱^{power}이라 한다.
- 2^4 는 ‘2의 4 거듭제곱’으로 읽는다.
- 지수가 2 또는 3일 때는 특별한 명칭을 부여한다.
 - 지수가 2일 때는 ‘제곱’, 지수가 3일 때는 ‘세제곱’
 - 4^2 : 4의 2거듭제곱(x) \rightarrow 4의 제곱*(O)
 - 5^3 : 5의 3거듭제곱(x) \rightarrow 5의 세제곱*(O)
- 지수가 없는 경우는 거듭제곱이 1

지수법칙

① 첫 번째 지수법칙

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 32 = 2^5$$

따라서 $2^2 \times 2^3 = 2^5$ 또는 $2^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$ 이다.

밑이 같은 두 개 이상의 수의 곱은 지수를 더한다.

② 두 번째 지수법칙

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2}{1 \times 1 \times 1} = \frac{2 \times 2}{1} = 4 = 2^2$$

따라서 $\frac{2^5}{2^3} = 2^2$ 또는 $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3}$ 이다.

밑이 같은 두 수를 나눌 때, 분자의 지수에서 분모의 지수를 뺀다.

지수법칙

③ 세 번째 지수법칙

$$(3^5)^2 = 3^{5 \times 2} = 3^{10}, \quad (2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^6$$

거듭제곱의 거듭제곱은 지수끼리의 곱이다.

④ 네 번째 지수법칙

$$3^0 = 1, \quad 17^0 = 1$$

지수가 0인 수의 값은 1이다.

지수법칙

⑤ 다섯 번째 지수법칙

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4}, \quad \frac{1}{2^{-3}} = 2^3$$

절댓값이 같고, 부호가 다른 수를 지수로 갖는 수는 서로 역수 관계이다.

⑥ 여섯 번째 지수법칙

$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = (2)^2 = 4, \quad 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{25^1} = \sqrt{25^1} = \pm 5$$

(여기서 $\sqrt{} \equiv \sqrt[2]{}$)

양의 정수 n 과 m 에 대해, 지수가 분수 $\frac{n}{m}$ 인 경우 분모 m 은 m 제곱근을 나타내고, 분자 n 은 n 거듭제곱을 나타낸다.

테스트

공학적 표기법의 중요성

- 단위, 접두어, 공학적 표기법의 의미
 - $80\text{kV}=80\times 10^3\text{V}$ 는 80000V 를 의미한다.
 - $25\text{mA}=25\times 10^{-3}\text{A}$ 는 0.025A 를 의미한다.
 - $50\text{nF}=50\times 10^{-9}\text{F}$ 은 0.000000050F 을 의미한다.

기본 SI 단위

● 국제단위계

- 공학과 과학에서 사용되는 단위 체계
- 미터법에 기초하며, 통상적으로 ‘SI 단위’라고 간략하게 쓴다.
- 1960년에 소개, 공식적인 측정 체계

[표 8-1] 기본 SI 단위

양	단위	기호
길이	미터	m (1m = 100cm = 1000mm)
질량	킬로그램	kg (1kg = 1000g)
시간	초	s
전기적 전류	암페어	A
열역학적 온도	켈빈	K (K = °C + 273)
광도	칸델라	cd
물질량	몰	mol

기본 SI 단위

- 유도단위

- SI 체계에서 사용되는 기본적인 7개의 단위 외의 단위 [표 8-2]
- 속력은 초당 미터로 측정, 길이와 시간을 이용

- 특정 이름을 가진 유도단위

- 힘 = 질량 \times 가속도의 단위는 초 제곱당 킬로그램 미터(kgm/s^2)
- 이 단위는 특별히 뉴턴 이라 부른다.

공학에서 사용하는 단위와 양

[표 8-2] 공학에서 공통적으로 사용하는 단위와 양

양	단위	기호
길이	미터	m
넓이	제곱미터	m ²
부피	세제곱미터	m ³
질량	킬로그램	kg
시간	초	s
전기적 전류	암페어	A
속력, 속도	초당 미터	m/s
가속도	초 제곱당 미터	m/s ²
밀도	세제곱 미터당 킬로그램	kg/m ³
온도	켈빈 또는 섭씨	K 또는 °C
각도	라디안 또는 도	rad 또는 °
각속도	초당 라디안	rad/s
주파수	헤르츠	Hz
힘	뉴턴	N

양	단위	기호
압력	파스칼	Pa
에너지, 일	줄	J
전력	와트	W
전하, 전기량	쿨롱	C
전위	볼트	V
전기용량	패럿	F
전기적 저항	옴	Ω
인덕턴스	헨리	H
힘의 모멘트	뉴턴미터	Nm

SI 단위에 사용되는 접두어

● 접두어 사용의 예

- 15GHz의 주파수는 $15 \times 10^9 \text{Hz}$ 를 의미하며, 이는 15000 000 000헤르츠*이다. 즉 15기가헤르츠는 15GHz로 쓰고 150억 헤르츠와 같다.
- 40MV의 전압은 $40 \times 10^6 \text{V}$ 를 의미하며, 이는 40 000 000볼트이다. 즉 40메가볼트는 40MV로 쓰고 4천만 볼트와 같다.
- 12mH의 인덕턴스는 $12 \times 10^{-3} \text{H}$ 또는 $\frac{12}{10^3} \text{H}$ 또는 $\frac{12}{1000} \text{H}$ 이고, 이는 0.012H이다. 즉 12밀리헨리는 12mH로 쓰고 1000분의 12헨리*와 같다.

SI 단위에 사용되는 접두어

● 접두어 사용의 예

- 150ns의 시간은 $150 \times 10^{-9} \text{s}$ 또는 $\frac{150}{10^9} \text{s}$ 를 의미하고, 이는 0.000 000 150s 이다. 즉 150나노초는 150ns로 쓰고 10억분의 150초와 같다.
- 20kN의 힘은 $20 \times 10^3 \text{N}$ 을 의미하고, 이는 20 000N이다. 즉 20킬로뉴턴은 20kN으로 쓰고 20 000뉴턴과 같다.
- $30 \mu\text{C}$ 의 전하는 $30 \times 10^{-6} \text{C}$ 또는 $\frac{30}{10^6} \text{C}$ 을 의미하고, 이는 0.000 030C이다. 즉 30마이크로쿨롱은 $30 \mu\text{C}$ 으로 쓰고 1백만분의 30쿨롱과 같다.
- 45pF의 전기용량은 $45 \times 10^{-12} \text{F}$ 또는 $\frac{45}{10^{12}} \text{F}$ 을 의미하고, 이는 0.000 000 000 045F이다. 즉 45피코패럿은 45pF으로 쓰고 1조분의 45패럿과 같다.
(이는 마이클 패러데이* 사후에 명명되었다).

SI 단위에 사용되는 접두어

[표 8-3] 공통적인 SI 곱

접두어	이름	의미	
G	기가(giga)	$\times 10^9$	$\times 1\,000\,000\,000$
M	메가(mega)	$\times 10^6$	$\times 1\,000\,000$
k	킬로(kilo)	$\times 10^3$	$\times 1000$
m	밀리(milli)	$\times 10^{-3}$	$\times \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$
μ	마이크로(micro)	$\times 10^{-6}$	$\times \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\,000\,000} = 0.000001$
n	나노(nano)	$\times 10^{-9}$	$\times \frac{1}{10^9} = \frac{1}{1\,000\,000\,000} = 0.000000001$
p	피코(pico)	$\times 10^{-12}$	$\times \frac{1}{10^{12}} = \frac{1}{1\,000\,000\,000\,000} = 0.000000000001$

표준형

- 정의

- 소수점 위로 한자리인 수와 10의 거듭제곱의 곱으로 표현된 수

예) $43645 = 4.3645 \times 10^4$

$$0.0534 = 5.34 \times 10^{-2}$$

테스트
