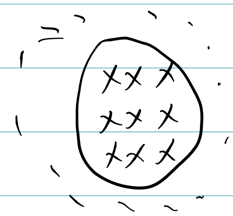
求解：$\sum \alpha_i - \frac{1}{2} \sum \alpha_i \alpha_j y_i y_j x_i^T x_j$

若为线性不可分

利用核函数升维



$x^T y$ 度量 x与y 相似性

$\Phi(g) = \langle g_1^2, g_2^2, \sqrt{2} g_1 g_2 \rangle$ ← kernel

升维

则 $x^T y$

$$\Phi(x)^T \phi(y) = (x_1^2, x_2^2, \sqrt{2} x_1 x_2) \begin{pmatrix} y_1^2 \\ y_2^2 \\ \sqrt{2} y_1 y_2 \end{pmatrix}$$

$$= (x_1 y_1 + x_2 y_2)^2$$

$$= (x^T y)^2$$ ← 圆形分离

可分

不增加参数

原式转化为

$$\sum \alpha_i - \frac{1}{2} \sum \alpha_i \alpha_j y_i y_j \underbrace{K(x_i, x_j)}$$

→ 代表相似性

→ 域知识

$K(x_i, x_j) = x^T y$ 无需实际计算 x与y 相似性

$K(x, y) = (x^T y)^2$

$K(x, y) = (x^T y + c)^p$

$K(x, y) = \exp\{-(\|x-y\|^2 / 2\delta^2)\}$

6.3 核函数

原始空间 相似度　　　　特征空间内积

$$K(x_i, x_j) = \Phi(x_i)^T \phi(x_j)$$

$\phi(x)$ 表示 将x 映射 高维后的特征

定理：令 X 为输入空间，$K(\cdot,\cdot)$是定义在 $X \times X$ 上的对称函数，则K是核函数当且仅当对于任意数据 $D=\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$，核矩阵$K$总是半正定的

$$K = \begin{bmatrix} K(x_1, x_1) & \cdots & K(x_1, x_m) \\ \vdots & & \\ K(x_m, x_1) & \cdots & K(x_m, x_m) \end{bmatrix}$$

满足该条件就行.
不必 $\phi^T(x)\phi(x)$,
只在原始空间根据K表达式定
任务即可

1. 常用核函数

线性核 $K(x_i, x_j) = x_i^T x_j$

多项式核 $K(x_i, x_j) = (x_i^T x_j)^d$　　$d \geq 1$

高斯核 $K(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{2\delta^2}\right)$　　$\delta > 0$

拉普拉斯核 $K(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|}{\delta}\right)$　　$\delta > 0$

Sigmoid核 $K(x_i, x_j) = \tanh(\beta x_i^T x_j + \theta)$　$\tanh$为双曲正切函数，$\beta > 0$，$\theta < 0$

2. 组合核函数

a. $\gamma_1 K_1 + \gamma_2 K_2$

b. $K_1 \otimes K_2(x, z) = K_1(x, z) K_2(x, z)$ 直积

c. 对任意函数$g(x)$　$K(x, z) = g(x) K_1(x, z) g(z)$ 也是核函数