

求解目标

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} \|w\|^2 \\ y_i (w^T c_i + b) \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

对偶问题是

通常 α_i 为 0 (大部分)

α_i 不为 0 的为支持向量

1. 对于 $f(c) = w^T c + b$

$$L(w, b, \alpha) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + \sum_{i=1}^m \alpha_i (1 - y_i (w^T c_i + b)) \quad (1)$$

其中 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$. 令 L 对 w 和 b 偏导为 0:

$$w = \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i c_i \quad (2)$$

$$0 = \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i \quad (3)$$

结合 (2) 有对偶问题是

$$\max_{\alpha} \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j y_i y_j c_i^T c_j \quad (4)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i = 0 \quad \alpha_i \geq 0$$

点积, 实值, 度量相关性

6.1

解出 α 后, 求 w, b 即可得到模型.

$$\begin{aligned} f(c) &= w^T c + b \\ &= \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i c_i^T c + b \end{aligned}$$

上述过程需满足 KKT 条件

$$\begin{cases} \alpha_i \geq 0 \\ y_i f(c_i) - 1 \geq 0 \\ \alpha_i (f(c_i) - 1) = 0 \end{cases}$$

$\alpha_i = 0$, 该样本不起作用.

$y_i f(c_i) = 1$, 所对应点在最大间隔边界上, 是一个支持向量.

又支持向量机的一个重要性质: 训练完成后, 大部分的训练样本都不需解算.

最终模型仅与支持向量相关.









