求解目标：

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2}\|w\|^2 \\ y_i(w^T x_i + b) \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

1、对于 $f(x) = w^T x + b$

$$L(w, b, \alpha) = \frac{1}{2}\|w\|^2 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \left(1 - y_i(w^T x_i + b)\right) \quad ①$$

其中 $\alpha = (\alpha_1; \alpha_2; \cdots; \alpha_m)$. 令 L 对 w 和 b 偏导为 0：

$$w = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i y_i x_i \quad ②$$

$$0 = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i y_i \quad ③$$

对偶问题

结合 ①② 有对偶问题

点积，实值，度量向量相似性

$$\max_{\alpha} \sum_{i=1}^{m} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \underline{x_i^T x_j} \quad ④$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{m} \alpha_i y_i = 0 \quad \alpha_i \geq 0.$$

6.1

通常 α_i 为 0（大部分）

α_i 不为 0 的为支持向量.

解出 α 后，求出 w, b 即可得到模型.

$$f(x) = w^T x + b$$

$$= \underline{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i y_i x_i^T} x + b \quad \leftarrow w^T$$

上述过程需满足 KKT 条件

$$\begin{cases} \alpha_i \geq 0 \\ y_i f(x_i) - 1 \geq 0 \\ \alpha_i (f(x_i) \cdot y_i - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_i = 0, \text{该样本不起作用.} \\ y_i f(x_i) = 1, \text{所对应的点在最大间隔边界上，是一个支持向量} \end{cases}$$

2. 支持向量机的一个重要性质：训练完成后，大部分的训练样本都不需保留，最终模型仅与支持向量相关。