

线性空间

线性空间(linear space)是定义了数乘和加法的空间。所以我们可以找到一组基底(basis),然后通过这一组基底的线性组合来得到空间中的所有点。

举个例子,二次函数空间,基底就可以定义为 $\{1,x,x^2\}$,这个空间中任意的函数f(x)都可以表示为 $f(x)=\alpha_1\cdot 1+\alpha_2\cdot x+\alpha_3\cdot x^2$,所以我们可以说f(x)在这组基底下的坐标是 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ 。(请自行想象三维空间中,三个维度的坐标不是 $\{x,y,z\}$ 。)

当然基底也可以定义为 $\{1,x+1,(x+1)^2\}$,但是计算上会增大难度。所以我们可以看出来基底只要是线性不相关的就行了。那么基底中有n个元素的话,我们就叫这个空间是n维的。

一般来讲,选用的基底都是正交基(orthogonal basis),也就是基底中的任意两个元素的内积为 0。

线性度量空间	
线性度量空间(metric linear space)是在线性空间中定义了 距离(metric) 的空间。	
距离的定义必须满足如下三个条件:	
1. 非负性: $d(x,y) \ge 0$; $d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ 。	
2. 对称性: $d(x,y) = d(y,x)$ 。	
3. 三角不等式: $d(x, z) + d(z, y) \ge d(x, y)$ 。	
线性赋范空间	
线性赋范空间(normed linear space)是定义了 范数(norm) 的线性度量空间。 范数的定义必须满足:	
 ASSALIA ASSAMAC.	
 1. 非负性: x ≥ 0。	
 2. 齐次性: $\ \alpha x\ = \alpha \ x\ $ 。 3. 三角不等式: $\ x\ + \ y\ \ge \ x + y\ $ 。	
由范数可以导出距离(定义 $d(x,y)=\ x-y\ $),但是不可以由距离导出范数。	
巴拿赫空间	
巴拿赫空间(Banach space)是完备的赋范线性空间。 完备性(completeness):任一柯西序列(Cauchy sequence)都收敛(convergence)。	
 内积线性空间	
内积线性空间(inner product linear space)是定义了 内积(inner product) 的赋范线性空间。	
 其中内积也叫 标量积(scalar product) 或 点积(dot product) 。	
这里要注意,内积的定义跟范数其实没关系,不过内积可以导出范数,所以一般内积空间都有范	
数。 内积的定义必须满足:	
1. 对称性: $\langle x,y\rangle=\langle y,x\rangle$ 。 2. 线性性: $\langle x,y\rangle+\langle x,z\rangle=\langle x,y+z\rangle$ 、 $\langle \alpha x,y\rangle=\alpha\langle x,y\rangle$ 。注意: 数乘只对第一变元有	
Σ . 数正正. $\langle x, y \rangle + \langle x, z \rangle = \langle x, y + z \rangle$ 、 $\langle ux, y \rangle = u\langle x, y \rangle$ 。 江思. 数未入入日来 又几日	
3. 正定性: $\langle x, x \rangle \geq 0$ 。	
由内积可以导出范数(定义 $\ x\ ^2 = \langle x, x \rangle$),但是范数不可以导出内积。	
 欧几里得空间	
欧几里得空间(Euclidean space)是有限维的实内积线性空间。	
>< <u>/</u>	
希尔伯特空间 希尔伯特空间(Hilbert space)是完备的内积线性空间。	
中からになって Space) たん田 Halt advicx は 工 Fig.	
两个例子	
1. 泰勒级数展开(Taylor series): 将一个函数用 $\{x^i\}_0^\infty$ 作为基底表示的一个空间。 2. 傅里叶级数展开(Fourier series): 将一个函数用 $\{1,\cos x,\sin x,\cos 2x,\sin 2\}$	
为基底表示的一个空间。	, j F

一般的欧式空间中,我们可以定义一个 $n\times n$ 矩阵的特征值和特征的量。 $Ax = \lambda x$	ぬて到え師フーラ的エ初熱フ	
$Ax=\lambda x$ 考虑一个短唇的列空间,当这个矩阵可以进行特征蛋分解的时候,其特征向量就构成了这个 n 缩空间的一组基底。 现在我们把这个概念靠广到强数空间。 我们把每个函数 $f(x)$ 看作一个无穷绝的向量,然后定义一个函数空间中无穷绝的矩阵 $K(x,y)$,如果它满足: 1. 正定性: $\forall f \rightarrow \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \geq 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称作精通数(kernel function)。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda \psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1 \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_1\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	终于到主题了,写的手都酸了	
考虑一个矩阵的列空间,当这个矩阵可以进行特征值分解的时候,其特征向量就构成了这个 n 维空间的一组基底。 现在我们把这个概念律厂到端数空间。 我们把每个函数 $f(x)$ 看作一个无穷难的向量,然后定义一个函数空间中无穷难的矩阵 $K(x,y)$,如果它满足 1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \geq 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称作模 通数 (Kernel function)。 和特征值与特征向量分概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda \psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1 \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}x$ 因此. $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_1\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	一般的欧式空间中,我们可以定义一个 $n \times n$ 矩阵的特征值和特征向量。	
同的一组基底。 现在我们起这个概念推广到函数空间。 我们把每个函数字间中无穷维的矩阵 $K(x,y)$,如果它满足: 1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \geq 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称件核通数 (kernel function)。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值人和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda \psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 , 对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$, 很容易得到: $\int \lambda_1 \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_2(y)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ 因此. $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	$Ax = \lambda x$	
同的一组基底。 现在我们起这个概念推广到函数空间。 我们把每个函数字间中无穷维的矩阵 $K(x,y)$,如果它满足: 1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \geq 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称件核通数 (kernel function)。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值人和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda \psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 , 对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$, 很容易得到: $\int \lambda_1 \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_2(y)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2 \psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ 因此. $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个		
现在我们把这个概念推广到函数空间。 我们把每个函数 $f(x)$ 看作一个无穷维的向量,然后定义一个函数空间中无穷维的矩阵 $K(x,y)$,如果它满足: 1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \geq 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称作 核函数 (kernel function)。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$. 很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x$ $= \iint K(y,x)\psi_2(y)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}x$ 因此. $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^{30}$,和一组无穷多个		
我们把每个函数 $f(x)$ 看作一个无穷维的向量,然后定义一个函数空间中无穷维的矩阵 $K(x,y)$,如果它满足: 1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \geq 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称作棒函数(kernel function)。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$. 很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x$ $= \iint K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1,\psi_2\rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	间的一组基底。	
果它满足: 1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \geq 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称作 核函数(kernel function)。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 , 对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$, 很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x \\ = \iint K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y \\ = \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y \\ = \int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此, 因此, $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^{80}$,和一组无穷多个	现在我们把这个概念推广到函数空间。	
1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \ge 0$ 。 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。 我们就把它称件 核函数(kernel function) 。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x \\ = \iint K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y \\ = \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y \\ = \int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^8$,和一组无穷多个	我们把每个函数 $f(x)$ 看作一个无穷维的向量,然后定义一个函数空间中无穷维的矩阵 $K(x,y)$,如	
2. 对称性: $K(x,y)=K(y,x)$ 。 我们就把它称作 核函数(kernel function) 。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \int K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y \psi_2(x)\mathrm{d}x = \int K(y,x)\psi_2(y)\mathrm{d}y \psi_2(x)\mathrm{d}x = \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y = \int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此. $\langle \psi_1,\psi_2\rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	 果它满足:	
我们就把它称作核函数(kernel function)。 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \iint K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y \psi_2(x)\mathrm{d}x$ $= \iint K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x \psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1,\psi_2 \rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	1. 正定性: $\forall f \to \iint f(x)K(x,y)f(y) dx dy \ge 0$ 。	
和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足: $\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x = \lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = \int K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y \psi_2(x)\mathrm{d}x$ $= \int K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x \psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1,\psi_2\rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	 2. 对称性: $K(x,y) = K(y,x)$ 。	
$\int K(x,y)\psi(x)\mathrm{d}x=\lambda\psi(y)$ 对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1\psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x=\int K(y,x)\psi_1(y)\mathrm{d}y\psi_2(x)\mathrm{d}x$ $=\int K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $=\int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $=\int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1,\psi_2\rangle=\int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x=0$	 我们就把它称作 核函数(kernel function) 。	
对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1 \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = \iint K(y,x) \psi_1(y) \mathrm{d}y \psi_2(x) \mathrm{d}x$ $= \iint K(y,x) \psi_2(x) \mathrm{d}x \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(y) \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(x) \psi_1(x) \mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	 和特征值与特征向量的概念相似,存在特征值 λ 和特征函数 $\psi(x)$ 。满足:	
对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 ,对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$,很容易得到: $\int \lambda_1 \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = \iint K(y,x) \psi_1(y) \mathrm{d}y \psi_2(x) \mathrm{d}x$ $= \iint K(y,x) \psi_2(x) \mathrm{d}x \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(y) \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(x) \psi_1(x) \mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	$\int K(x, y) \psi(x) dx = \lambda \psi(y)$	
$\int \lambda_1 \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = \iint K(y,x) \psi_1(y) \mathrm{d}y \psi_2(x) \mathrm{d}x$ $= \iint K(y,x) \psi_2(x) \mathrm{d}x \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(y) \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(x) \psi_1(x) \mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	$\int\langle v, y \rangle f(v) dv = v + \langle v \rangle$	
$\int \lambda_1 \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = \iint K(y,x) \psi_1(y) \mathrm{d}y \psi_2(x) \mathrm{d}x$ $= \iint K(y,x) \psi_2(x) \mathrm{d}x \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(y) \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2 \psi_2(x) \psi_1(x) \mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	对于不同的特征值 λ_1 、 λ_2 , 对应不同的特征函数 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$, 很容易得到:	
$= \iint K(y,x)\psi_2(x)\mathrm{d}x\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(y)\psi_1(y)\mathrm{d}y$ $= \int \lambda_2\psi_2(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1,\psi_2\rangle = \int \psi_1(x)\psi_2(x)\mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个		
$=\int \lambda_2 \psi_2(y) \psi_1(y) \mathrm{d}y$ $=\int \lambda_2 \psi_2(x) \psi_1(x) \mathrm{d}x$ 因此, $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	aa .	
因此,	$= \iint_{\mathcal{L}} K(y, x) \psi_2(x) dx \psi_1(y) dy$	
因此, $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	$= \int \lambda_2 \psi_2(y) \psi_1(y) dy$	
因此, $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	$= \int \lambda_2 \psi_2(x) \psi_1(x) \mathrm{d}x$	
$\langle \psi_1, \psi_2 angle = \int \psi_1(x) \psi_2(x) \mathrm{d}x = 0$ 所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	J	
所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	因此,	
所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K ,一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty$,和一组无穷多个	$\langle y_1, y_2 \rangle = \int y_1(x) y_2(x) dx = 0$	
	 $\int f(x) f(x) dx = \int f(x) f(x) dx$	
	所以我们找到了一个可以生成这个空间的矩阵 K . 一组无穷多个特征值 $\{\lambda_i\}^\infty$. 和一组无穷多个	
(+1) _{i=1}	元素的正交基 $\{\psi_i\}_{i=1}^\infty$ 。	

核函数

再生核希尔伯特空间	
如果我们把 $\{\sqrt{\lambda_i}\psi_i\}_{i=1}^\infty$ 当成一组正交基来生成一个希尔伯特空间 $\mathcal H$ 。则该空间中的所有函数都能表示为这组正交基的线性组合。	
$f = \sum_{i=1}^{\infty} f_i \sqrt{\lambda_i} \psi_i$	
于是我们就可以把函数 f , 看作 $\mathcal H$ 中的一个向量 $f=(f_1,f_2,\cdots)_{\mathcal H}^{\sf T}$ 。 对于另外一个函数 $g=(g_1,g_2,\cdots)_{\mathcal H}^{\sf T}$, 我们有:	
$\langle f,g \rangle_{\mathcal{H}} = \sum_{i=1}^{\infty} f_i g_i$	
有了这个内积,我们就可以把核函数看成一种内积形式了,即:	
$K(x,\cdot) = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i \psi_i(x) \psi_i(\cdot)$	
 如果把 ψ_i 当成一个算子来看的话,我们就取函数名的一个形式: $K(x,\cdot)=\sum_{i=0}^\infty \lambda_i \psi_i(x)\psi_i$ 。 所以我们就可以把 K 当作一个向量来看了。	
$K(x,\cdot) = (\sqrt{\lambda_1}\psi_1(x), \sqrt{\lambda_2}\psi_2(x), \cdots)_{\mathcal{H}}^{T}$	
 因此,	
 $\langle K(x,\cdot), K(y,\cdot) \rangle_{\mathcal{H}} = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i \psi_i(x) \psi_i(y) = K(x,y)$	
这个性质就叫再生性(reproducing),这个 ${\cal H}$ 就叫做再生核希尔伯特空间(reproducing kernel Hilbert space,RKHS)。	
回到我们最初的问题,怎么把一个点映射到一个特征空间上呢?	
定义一个映射:	
$\Phi(x) = K(x, \cdot) = (\sqrt{\lambda_1} \psi_1(x), \sqrt{\lambda_2} \psi_2(x), \cdots)_{\mathcal{H}}^{T}$	
则	
$\langle \Phi(x), \Phi(y) \rangle_{\mathcal{H}} = \langle K(x, \cdot), K(y, \cdot) \rangle_{\mathcal{H}} = K(x, y)$	



