

The integral over a bounded set

1. Defintion

S : a bounded set in \mathbb{R}^n , $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ be a bounded set 일 때 f_S 를 다음과 같이 정의한다.

$$f_S(x) = \begin{cases} f(x) & \text{for } x \in S, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

S 를 포함하는 rectangle Q 에 대해 f 의 S 에서의 적분 $\int_S f = \int_Q f_S$ 로 정의한다.

2.Lemma

Q 와 Q' 이 \mathbb{R}^n 의 rectangles 라 하자. $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 이 bounded 이고 $Q \cap Q'$ 이외에서 0 이라면

$$\int_Q f = \int_{Q'} f$$

이다.