

Практическая работа 3. «Эмпирическая функция распределения. Поведение в целом»

Цель работы:

1. ознакомиться с методами и результатами оценивания функции при помощи расстояний Колмогорова и Смирнова;
2. ознакомиться теоретически и практически с построением доверительной полосы;
3. научить использовать критерии согласия и исследовать их свойства при конечном n .

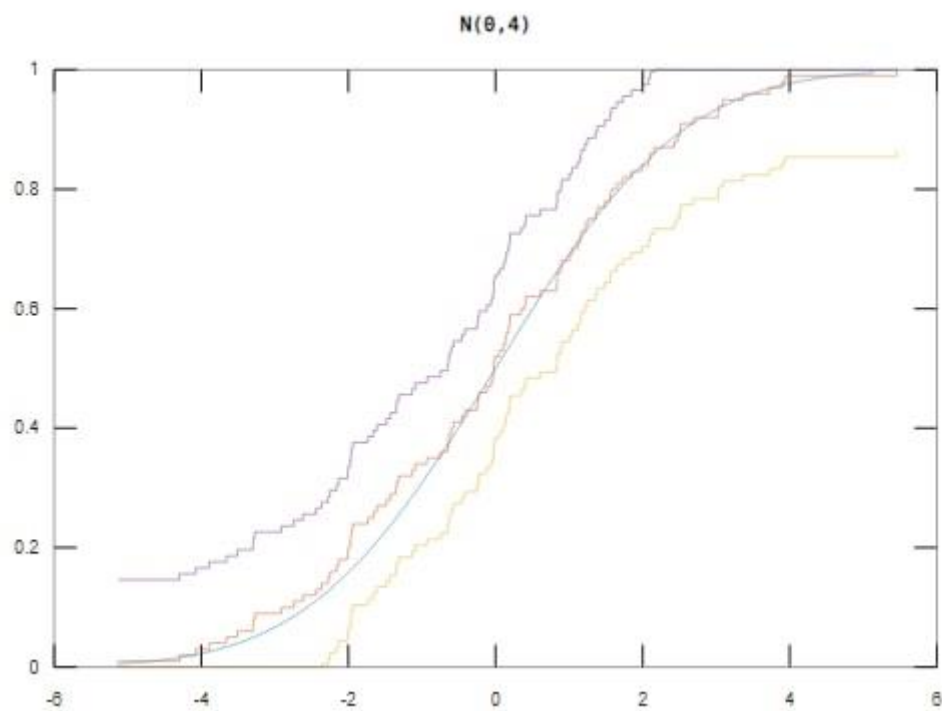
Задание и ход работы

Для случайной величины, распределенной по нормальному закону с параметрами (a, σ^2) , выполнить следующие действия.

1. Задать параметры распределения $X \sim N(a, \sigma^2)$.
2. Построить график $F_X(x)$, используя функцию `normcdf`.
3. При $n=100$ построить выборку из генеральной совокупности X .
4. По построенной выборке построить график эмпирической функции распределения $F_n(x)$, используя при построении встроенную функцию `[a,b]=stairs(x,y)` для построения кусочно-постоянной функции. Учсть при построении, что $F_n(x)$ изменяется на $1/n$ в каждой следующей точке выборки.
5. Построить доверительную полосу надежности $\gamma=0.95$; $u(\gamma)=1.36$.
6. На этом же графике построить $F_n(x)$ и $F_X(x)$. Убедится, что функция распределения попадает (?) в доверительную полосу.
7. На основе критерия Колмогорова и на основе критерия Смирнова провести проверку гипотез согласия с фиксированной функцией распределения при $n=10^4$ и $n=10^6$.
8. Оценить ошибки I и II рода каждого из критериев.

Аналогично для $X \sim U(a, b)$ равномерно распределенной на $[a, b]$ случайной величины.

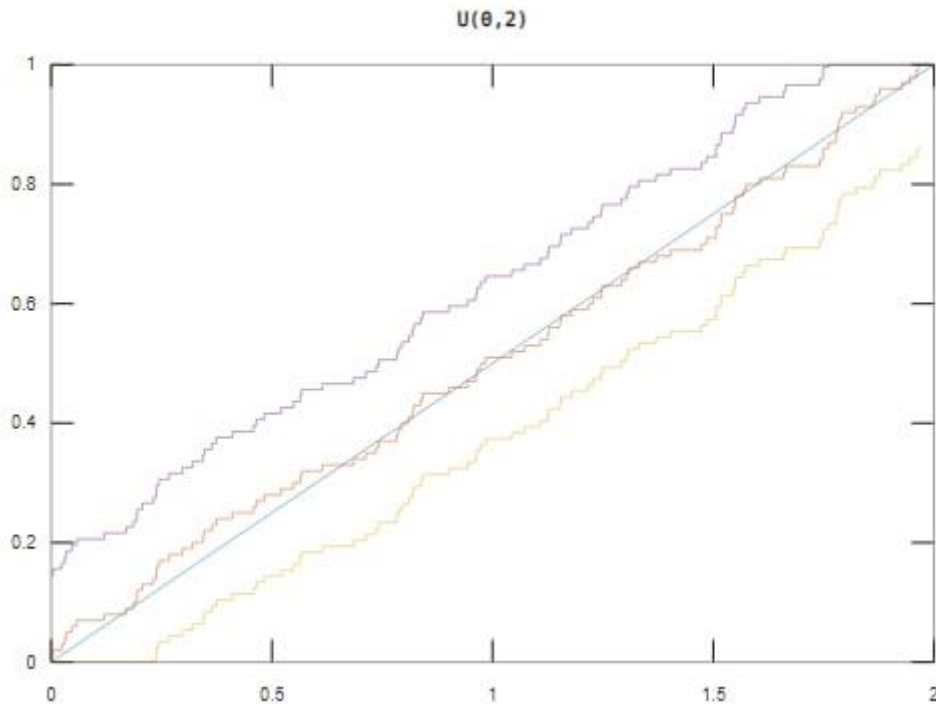
Нормальное распределение:



```
N = 10000:  
dn = 0.5643  
wn = 0.055554  
Error 1  
Kolmogorov average: 0.02  
Smirnov average: 0.01  
Error 2  
Kolmogorov average: 0  
Smirnov average: 0
```

```
N = 1000000:  
dn = 1.0261  
wn = 0.2092  
Error 1  
Kolmogorov average: 0.03  
Smirnov average: 0.05  
Error 2  
Kolmogorov average: 0  
Smirnov average: 0
```

Равномерное распределение:



```
N = 10000:  
dn = 1.1029  
wn = 0.2122  
Error 1:  
Kolmogorov average: 0.06  
Smirnov average: 0.07  
Error 2:  
Kolmogorov average: 0  
Smirnov average: 0
```

```
N = 1000000:  
dn = 0.5733  
wn = 0.040200  
Error 1:  
Kolmogorov average: 0.04  
Smirnov average: 0.03  
Error 2:  
Kolmogorov average: 0  
Smirnov average: 0
```

В обоих случаях функция распределения попадает в доверительную полосу. Критерий Колмогорова не превышает 1.358, а критерий Смирнова не превышает 0.46 во всех случаях, то есть можно сделать вывод, что гипотеза согласуется с экспериментальными данными.

Вероятность ошибок 1 рода не зависит от n , потому что в одном случае при увеличении n вероятности растут, в другом уменьшаются.

Ошибки 2 рода отсутствуют во всех случаях.