Чечурин М3113

1

№1

Пусть из этих книг 7 белых и 5 красных. Посчитаем, сколько есть возможностей расставить эти 12 книг на полку, чтобы никакие красные книги не стояли рядом. Для этого сначала расставим белые книги, а потом выберем 5 мест из восьми доступных для красных.

Соответственно, число способов расстановить эти 12 книг, это $C_8^5 = \frac{8!}{5!\cdot 3!} = 56$.

Заметим, что каждую из таких расстановок можно сопоставить с одной ситуацией выбора 5 книг из 12, чтобы никакие 2 не лежали рядом. И эти книги красные.

Ответ: 56.

№2

Нам нужно построить соответствие м/у буквами алфавитов, поэтому нужно выбрать 26 русских букв и сопоставить их в каком-то порядке англ. буквам. То есть сначала мы C_{33}^{26} способами выбираем буквы из русского алфавита, а потом 26! способами переставить их м/у собой (сопоставить англ. алфавиту). Значит всего число размещений равно $\frac{33!}{7!}$.

(2)

Если мы хотим разделить буквы на русские и английские то задача разбивается на 2 поиска, которые независимы друг от друга. Соответственно числа размещений на этих подзадачах перемножаются, и ответом становится $A_{23}^{20} \cdot A_{10}^{6} =$

$= \frac{23!}{3!} \cdot \frac{10!}{4!}$

N3

Мы просто выбираем кол-во 7-к, 6-к, 5 и т.д.
Кол-во 7 можно выбрать 7 способами (от 1 до 7), как и кол-во единиц.
А вот диски других размеров не обязаны присутствовать в пирамидке, то есть имеют выбор уже из восьми кол-в (от 0 до 7).
Соответственно, т.к. все эти выборы чисел никак не влияют друг на друга, то числа способов таких выборов перемножаются, а ответом будет $7^2 \cdot 8^5$

Ответ: $7^2 \cdot 8^5$

№4

Пусть у нас есть в пятизн. числе r_0 нулей r_1 единиц и т.д. (r_i цифр i).

3

$\sum_{i=0}^{9} r_i = 5$, т.к. это пятизнач. число.

Найдём кол-во разл. перестановок его цифр:

$$\frac{\left(\sum_{i=0}^{9} r_i\right)!}{\prod_{i=0}^{9}(r_i!)} = \frac{5!}{\prod_{i=0}^{9}(r_i!)} = 20 \Rightarrow r_0! \cdot r_1! \cdot r_2! \cdot \ldots \cdot r_9! = 6$$

Так как сумма всех r_i равна пяти, то единственный такой вариант возможен для трёх ненулевых r_x, r_y и r_z, что они равны 1, 1 и 3.

Найдём кол-во таких 5 зн. чисел.

Кол-во нулей в числе равно нулю ($x, y, z \neq 0$):

Мы выбираем на место x, y и z 3 цифры из девяти таким числом способов: A_9^3

Каждая из таких выборок получает по 20 перестановок цифр и т.к. цифры ненулевые, то все эти 20 перестановок являются подходящими числами.

Но для каждой такой выборки существует идентичная ей пара y, x и z для которой получается те же 20 чисел.

так происходит, потому что $r_x = r_y = 1$, то есть кол-во x и кол-во y совпадает.

Значит число способов выбрать такие числа без нулей равно $\frac{A_9^3}{2} \cdot 20 = 5040$ чисел.

Теперь найдём кол-во чисел с допуском нуля:

Есть два варианта: число нулей равно 3, число нулей равно 1 $\begin{pmatrix} r_0 = 3 \\ \text{и} \\ r_0 = 1 \end{pmatrix}$

1) $z = 0$, соответственно нужно на место x и y выбрать 2 цифры из множества от 1 до 9, причём нам не важен порядок, т.к. $r_x = r_y = 1$ => число способов так выбрать это C_9^2. Для каждого из этих способов существует всего 8 чисел, которые являются пятизначной расстановкой цифр

$(C_5^3 - C_4^2) \cdot 2 = (10 - 6) \cdot 2 = 8$

C_5^3 - способы выбрать места под нули

C_4^2 - способы выбрать места под нули, что первое место занято нулём.

2 - кол-во перестановок цифр x и y.

Значит для этого случая ответ $C_9^2 \cdot 8 = 288$

2) $r_0 = 1 \Rightarrow \begin{cases} r_a = 1 \\ r_b = 3 \end{cases}$ - два ост. числа (a и b).

Цифры под них можно выбрать A_9^2 способами.

Посчитаем кол-во перестановок, у которых вначале стоит ноль: $0\underbrace{baBB}_{\frac{(3+1)!}{3!\cdot 1!}=4}$

5

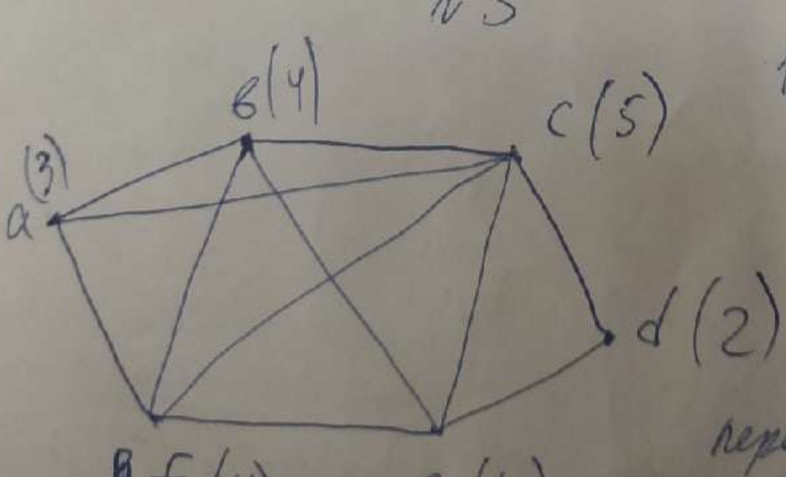
Соответственно удачных перестановок (обращаемых в пятизн. число) $20 - 4 = 16$.

$A_9^2 \cdot 16 = 1152$

Теперь подсчитаем общую сумму: $5040 + 288 + 1152 = 6480$.

Ответ: 6480.

№5



1) Подсчитаем степени вершин.

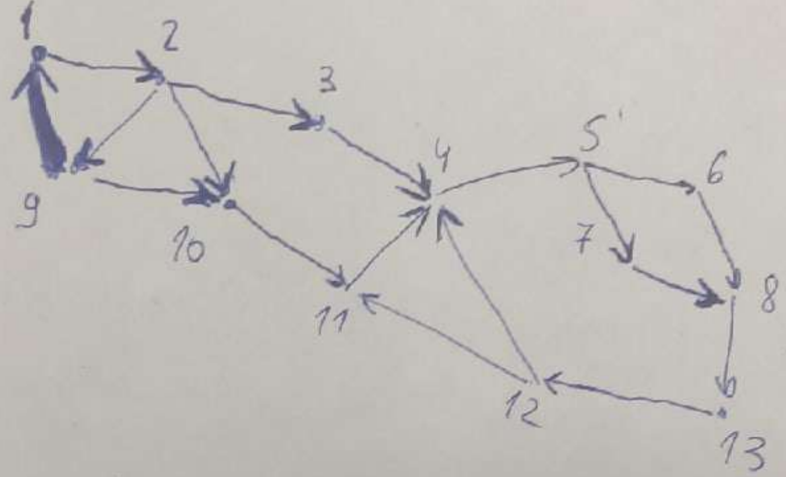
У нас две нечётных, соответственно эйлерова пути в графе нет, зато есть один рёберно-непересекающийся путь, которым можно покрыть этот граф (эйлерова цепь)

Эта цепь: abcdefacebFc, соответственно граф полуЭйлеров.

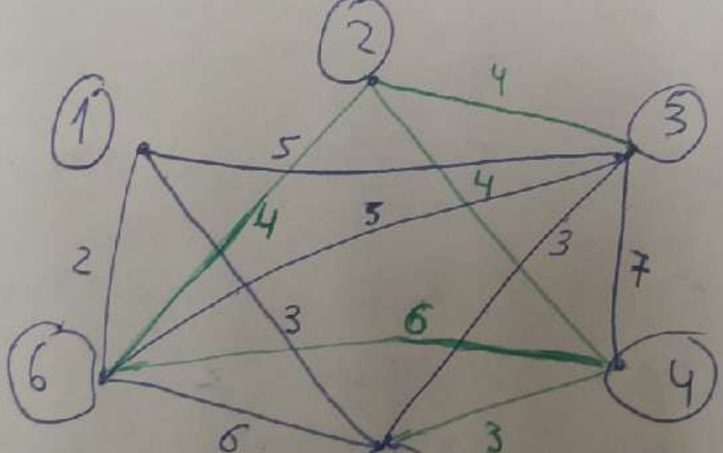
2) Гамильтонов цикл: abcdefca.

6

№6



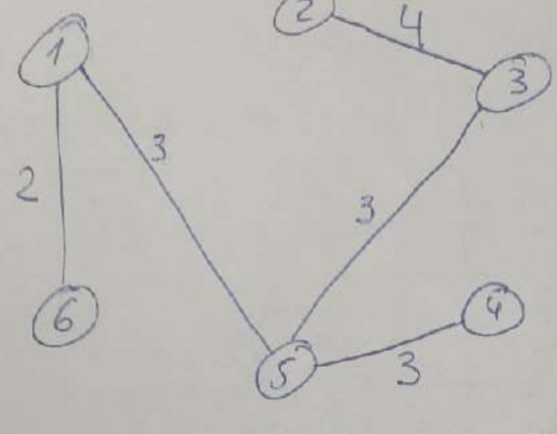
№7



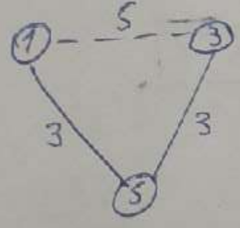
1) Используем алгоритм Прима:

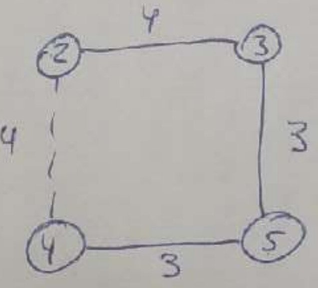
верш. в дереве	1	2	3	4	5	6
1	—	∞	5	∞	3	2
1,6	—	4	5	6	3	—
1,5,6	—	4	3	3	—	—
1,3,5,6	—	4	—	3	—	—
1,3,4,5,6	—	4	—	—	—	—
1 - 6	—	—	—	—	—	—

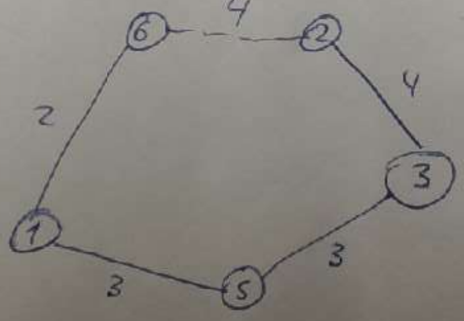
Значит миностов такой:

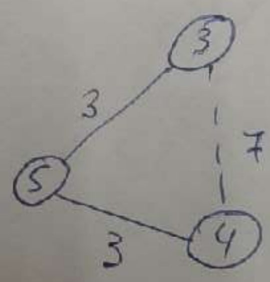


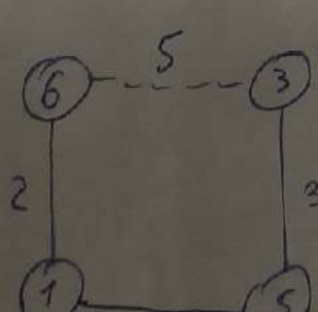
2) Нарисуем ФСЦ под этот остов:

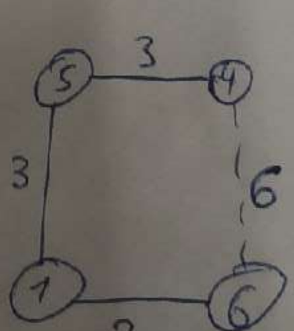












3) Для нахождения кратчайшего пути от вершины 4 до всех остальных воспользуемся алгоритмом Дейкстры через bfs на очередях.

8

queue	D[1]	D[2]	D[3]	D[4]	D[5]	D[6]
4	∞	4	7	0	3	6
2356	∞	4	7	0	3	6
356	~~8~~ 12	4	7	0	3	6
561	6	4	6	0	3	6
613	6	4	6	0	3	6
13	6	4	6	0	3	6
3	6	4	6	0	3	6
→	6	4	6	0	3	6