

## Лабораторная работа #4

1. Дана квадратная матрица. Используя метод вращений Якоби, найти ее собственные числа и собственные значения с заданной точностью. При этом матрица хранится в разреженно-строчном (разреженно-столцовом) формате.
2. Протестировать разработанную программу.
3. Провести исследование реализованных методов на матрицах, число обусловленности которых регулируется за счет изменения диагонального преобладания (т.е. оценить влияние увеличения числа обусловленности на точность решения). Для этого необходимо решить последовательность СЛАУ

$$A^k x^k = F^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где матрицы  $A^k$  строятся следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} -\sum_{i \neq j} a_{ij}, i > 1, \\ -\sum_{i \neq j} a_{ij} + 10^k, i > 1, \end{cases},$$

и  $a_{ij} \in 0, -1, -2, -3, -4$  выбираются достаточно произвольно, а правая часть  $F_k$  получается умножением матрицы  $A^k$  на вектор  $x^* = (1, \dots, n)$ . Для каждого  $k$ , для которого система вычислительно разрешима, оценить погрешность найденного решения.

4. Провести аналогичные исследования на матрицах Гильберта различной размерности.  
Матрицы Гильберта размерности  $k$  строятся следующим образом:

$$a_{ij} = \frac{1}{i + j - 1}, i, j = 1..k.$$

## Содержание отчета

Отчет должен содержать таблицы с результатами исследований по каждому методу. Необходимо построить зависимости количества итераций от обусловленности матрицы при заданной точности. Объяснить полученные результаты

По всем пунктам задания требуется сделать выводы.

## Теоретические вопросы

1. Спектральный радиус матрицы.
2. Связь собственных значений матрицы и ее обусловленности.
3. Полная проблема собственных значений.
4. Частичная проблема собственных значений.

## Литература

1. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения. Вержбицкий В.М.
2. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. Рояк М.Э., Словейчик Ю.Г.
3. Нежное введение в разреженные матрицы для машинного обучения.
4. Sparse matrices (scipy.sparse) SciPy 2-D sparse matrix package for numeric data.