

Cuantización

1) definir el alcance (explicar hasta donde vamos a llegar) y el contexto. Importancia y relevancia del tema

2)

3) las conclusiones deben ser fundadas. no se puede copiar la conclusión del libro, y debe tener su base de apoyo, concluir sobre lo más importante que desarrollé.

error cuadrático medio: gallagher 3.1 (sobre el final de la carilla)

- fuente analógica y concepto de cuantización

Gallager (2008): Capítulo 3, *Quantization*, Sección 3.1: *Introduction to quantization* (página 67)

Viterbi y Omura (1979): Capítulo 7, *Rate Distortion Theory*, Sección 7.1: *The Source Coding Problem* (página 385)

- cuantización escalar y vectorial

Gallager (2008): Capítulo 3, Sección 3.2: *Scalar Quantization* (página 68) y Sección 3.3: *Vector Quantization* (página 72)

Viterbi y Omura (1979): Capítulo 7, Sección 7.5: *Continuous Amplitude Memoryless Sources* (página 423)

- error cuadrático medio

Gallager (2008): Capítulo 3, Sección 3.7: *Performance of Uniform High-Rate Scalar Quantizers* (página 78)

Viterbi y Omura (1979): Capítulo 8, Sección 8.4: *Gaussian Sources with Squared-Error Distortion* (página 498)

- minimización del error cuadrático medio para una entropía dada

Gallager (2008): Capítulo 3, Sección 3.4: *Entropy-Coded Quantization* (página 73) y Sección 3.2.3: *The Lloyd–Max Algorithm* (página 70)

Viterbi y Omura (1979): Capítulo 7, Sección 7.6: *Evaluation of $R(D)R(D)R(D)$ for Continuous Amplitude Memoryless Sources* (página 445)

Resumen

Esta monografía aborda el tema de la cuantización en sistemas de comunicaciones digitales, cubriendo conceptos clave como la fuente analógica, cuantización escalar y vectorial, el error cuadrático medio (ECM), y la minimización del ECM bajo restricciones de entropía. La cuantización permite convertir señales analógicas en valores discretos, lo cual es crucial para su tratamiento en sistemas digitales. En particular, se analizan las técnicas para reducir el error de cuantización, como el algoritmo de Lloyd-Max, y se exploran las

relaciones entre la entropía de la fuente y la calidad de la cuantización. La investigación se basa principalmente en los trabajos de Gallager (2008) y Viterbi y Omura (1979), proporcionando una comprensión integral del proceso de cuantización y su optimización.

Introducción

La digitalización de señales analógicas es un paso esencial en la mayoría de los sistemas modernos de comunicaciones, especialmente en aplicaciones que requieren transmisión y almacenamiento eficiente de información. El proceso de cuantización es uno de los pasos más importantes en esta digitalización, ya que implica mapear un conjunto continuo de valores a un conjunto discreto. Este proceso introduce un error inevitable, conocido como error de cuantización, cuya minimización es fundamental para mantener la calidad de la señal. En esta monografía, se exploran los conceptos fundamentales de la cuantización, con especial énfasis en la cuantización escalar y vectorial, el cálculo del error cuadrático medio (ECM) y la minimización del ECM sujeta a restricciones de entropía. Para ello, se hace uso de referencias clave de Gallager (2008) y Viterbi y Omura (1979), que proporcionan un marco teórico sólido para entender estos procesos.

Desarrollo

Fuente Analógica

Una fuente analógica se refiere a una señal continua que toma valores en un rango infinito de amplitudes. Estas señales deben ser discretizadas para su procesamiento digital. El primer paso en este proceso es la cuantización, que mapea una señal analógica continua $x(t)$ en valores discretos. Según Gallager (2008), las señales analógicas son fundamentales en muchos sistemas de comunicación, como las señales de voz y video. Estas señales continuas se muestrean y se cuantizan para ser transmitidas en sistemas digitales.

$$x(t), t \in R$$

Cuantización: Conceptos Básicos

La cuantización es el proceso de convertir una señal continua en un conjunto finito de valores discretos. Formalmente, la cuantización se representa mediante una función $Q(x)$ que asigna a cada valor de la señal continua x un valor cuantizado y :

$$y = Q(x)$$

Este proceso introduce el error de cuantización, que se define como la diferencia entre el valor original de la señal x y el valor cuantizado y .

Cuantización Escalar y Vectorial

Cuantización Escalar

En la cuantización escalar, cada muestra de la señal se cuantiza de manera independiente, sin considerar la relación con las muestras vecinas. El error de cuantización escalar se define como:

$$ECM = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x[n] - y[n])^2$$

Donde $x[n]$ es el valor de la señal original, $y[n]$ es el valor cuantizado, y N es el número total de muestras (Gallager, 2008).

Cuantización Vectorial

A diferencia de la cuantización escalar, la cuantización vectorial toma en cuenta varios valores de la señal al mismo tiempo, agrupando las muestras en vectores y asignando a cada vector un valor cuantizado. Esta técnica puede ser más eficiente y reducir el error, aunque es más compleja. La función de cuantización vectorial se representa como:

$$y = Q(x)$$

donde $x=[x_1, x_2, \dots, x_N]$ es un vector de muestras.

Error Cuadrático Medio (ECM)

El ECM es una medida que cuantifica la diferencia promedio entre los valores originales de la señal y los valores cuantizados. Según Viterbi y Omura (1979), el ECM es crucial para evaluar la calidad de una cuantización:

$$ECM = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x[n] - y[n])^2$$

Un ECM más bajo implica una representación más precisa de la señal original.

Minimización del Error Cuadrático Medio para una Dada Entropía

La entropía de una señal cuantizada está relacionada con la cantidad de información que contiene, medida en bits. Según Gallager (2008), la minimización del ECM bajo una restricción de entropía implica optimizar el proceso de cuantización para balancear la precisión de la representación y la eficiencia en el uso del ancho de banda. La entropía se define como:

$$H = - \sum_{i=1}^L (p_i \log_2 p_i)$$

donde p_i es la probabilidad de cada nivel de cuantización. Para minimizar el ECM se pueden usar algoritmos como Lloyd-Max, que optimizan los puntos de cuantización para reducir el error en función de la probabilidad de ocurrencia de cada nivel (Gallager, 2008).

Conclusiones

La cuantización es un componente crucial en la conversión de señales analógicas a digitales en los sistemas de comunicaciones. A lo largo de esta monografía, se ha explorado el concepto de cuantización y se ha demostrado cómo su correcta implementación puede reducir significativamente el error de cuantización. La cuantización escalar y vectorial ofrecen diferentes ventajas, dependiendo del contexto y de los recursos disponibles. Además, la minimización del ECM bajo restricciones de entropía es esencial para garantizar una transmisión eficiente y precisa de información. Las referencias de Gallager (2008) y Viterbi y Omura (1979) proporcionan un marco sólido para entender estos principios y su aplicación en comunicaciones digitales.

Referencias

Gallager, R. G. (2008). Principles of Digital Communication. Cambridge University Press.
Viterbi, A. J., & Omura, J. K. (1979). Principles of Digital Communication and Coding. McGraw-Hill.