

Praca Domowa 2 Testy

Jan Borowski

Wstęp

W poniższym raporcie przedstawię wyniki testów mojej implementacji algorytmu spectralnego na stworzonych do tego celu 3 zbiorach testowych. Poniżej kod implementacji :

```
Mnn <- function(X,M){
  #'Przymuje macierz lub data.frame
  #'Funkcja wyznacza M najbliższych sąsiadów punktów podanych w
  #'formacie macierzy gdzie miejsce i,j to j-ta współrzędna i-tego punktu.
  #'Zwraca macierz gdzie miejsce i,j to j-ty indeks sąsiad i-tego punktu.
  n <- length(X[,1])
  X <- as.matrix(dist(X,method = "euclidean",upper = TRUE))
  X <- apply(X,1,order)
  X<- t(X[2:(M+1),])
  X
}
Mnn_graph <- function(S){
  #' Funkcja zwraca graf sąsiedstwa dla wygenerowanej wcześniej macierzy sąsiedstwa
  # Używam pakietu igraph
  n <- nrow(S)
  m <- ncol(S)
  # Tworzę dwie ramki z jedna kolumną zawierającą numery wierzchołków
  # a drugą numery jednego z ich sąsiadów (wierzchołki powarzają się tyle
  # razy ile najbliższych sąsiadów wyznaczono)
  vartex1 <- rep(1:nrow(S), each = m)
  nigerbous1 <- unlist(as.data.frame(t(S)))
  edges <- cbind(vartex1, nigerbous1)
  edges_symetrical <- cbind(vartex1, nigerbous1)
  # Używam powstałych ramek do stworzenia 0,1 macierzy sąsiedstwa
  G <- matrix(0, nrow = n, ncol = n)
  G[edges] <- 1
  G[edges_symetrical] <- 1
  # korzystam z pakietu igraph aby z powstałej macierzy stworzyć graf
  G<- graph_from_adjacency_matrix(G,mode = "undirected")
  # dodaję krawędzie do grafu aby był on spójny
  if (!count_components(G)==1){
    g <- !duplicated(clusters(G)$membership)
    c <- (1:n)[g]
    if (length(c)>2){
      d <- c[2:(length(c)-1)]
      d <- rep(d,each=2)
      c <- c(c[1],d,c[length(c)])
    }
    G<- add_edges(G,c)
  }
  return(G)}
return(G)
}
Laplacian_eigen <- function(G,k){
```

```

# 'Funkcja przyjmuje graf sąsiedstwa zwraca k wektorów odpowiadających najmniejszym wartościom
# 'własnym laplasjanu tego grafu.
# Korzystam z wbudowanej funkcji pakietu igraph
# do wyznaczenia laplasjanu
# warto zauważyć, że funkcja zwraca macierz rzadką
L <- laplacian_matrix(G)
L <- eigen(L)
n <- length(L$value)
g <- L$vectors[, (n):(n-k+1)]
# Zdecydowałem się użyć k najmniejszych
# ponieważ z testów wynika lepsze działanie w takim wypadku
g
}
Spectral_algorithm_cluster <- function(X,M,k){
  # 'Funkcja wyznacza podział zbioru na k grup
  # 'używając algorytmu spektralnego
  # ' M = liczba najbliższych sąsiadów
  W <- Mnn(X,M)
  D <- Mnn_graph(W)
  Z <- Laplacian_eigen(D,k)
  wynik <- kmeans(Z,k)
  wynik$cluster
}

```

Testy wykonywane są dla parametru **k** ustalonego przy tworzeniu zbioru oraz dla parametru **M** z przedziału od 2 do $k + 10$.

Wynik algorytmu będzie porównywany z domyślnym podziałem za pomocą skorygowanego indeksu Randa, indeksu Fowlkesa–Mallowsa oraz wygodnej graficznej reprezentacji. Zarówno współczynniki jakościowe jak i podział będą prezentowane dla najlepszego **M**.

Zbiór 1

Pierwszy zbiór to dwie figury 2D zaburzone o szum losowy. Ma on na celu pokazać skuteczność mojej implementacji algorytmu spektralnego na zbiorze z którym nie poradził by sobie algorytm k-średnich. Przedstawiony na wykresie wygląda następująco:

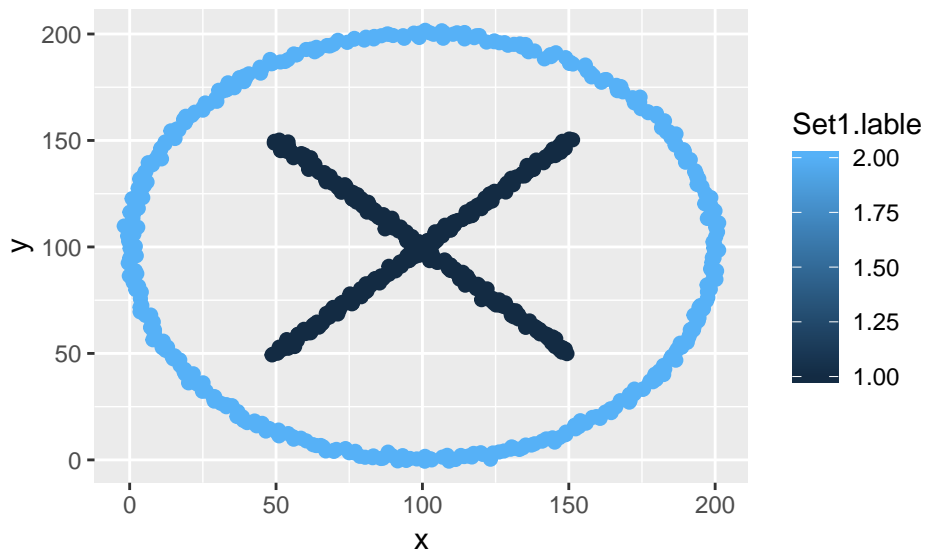


Figure 1: Zbiór 1 podział domyślny

Podział pozostaje dobry nawet przy zmiennym M :

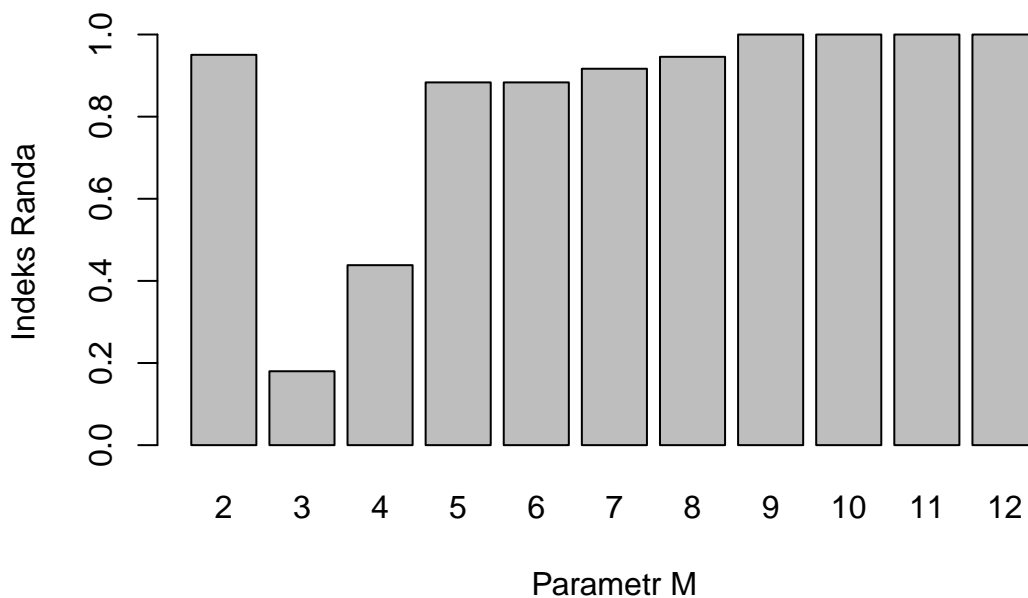


Figure 2: Zbiór 1 RN w iteracjach

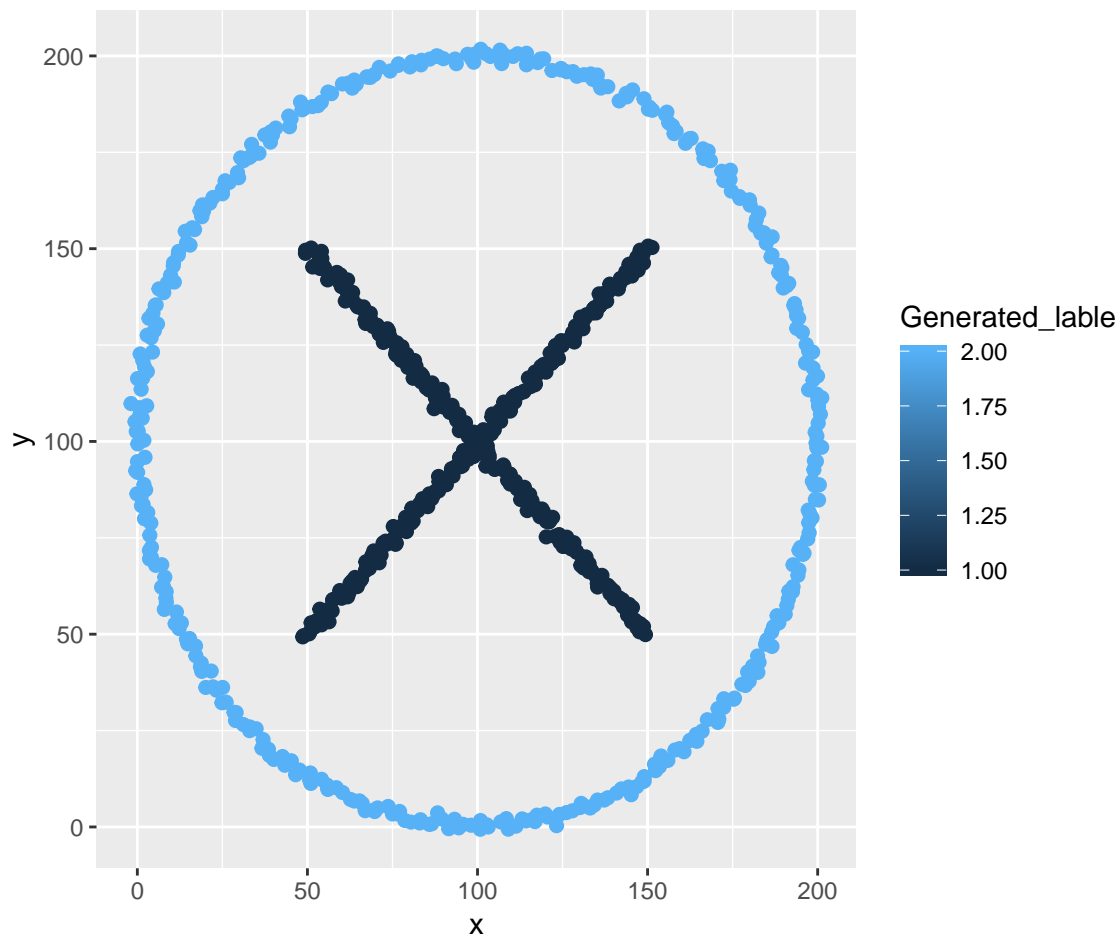


Figure 3: Zbiór 1 podział wygenerowany

Najlepszy podział :

```
## [1] "Skorygowany indeeks Randa : 1"
## [1] "Indeks Fowlkesa-Mallowsa : 1"
## [1] "Parametr M : 9"
```

Jak widać w przypadku tego prostego zbioru podział jest zgodny, dla dość dużego zakresu M .

Zbiór 2

Drugi zbiór to dwie sfery o wspólnym środku jedna zawarta w drugiej zaburzoną o szum losowy. Sytuacja bardzo podobna do poprzedniej ale teraz zbiór w 3D. Przedstawiony graficznie wygląda następująco :

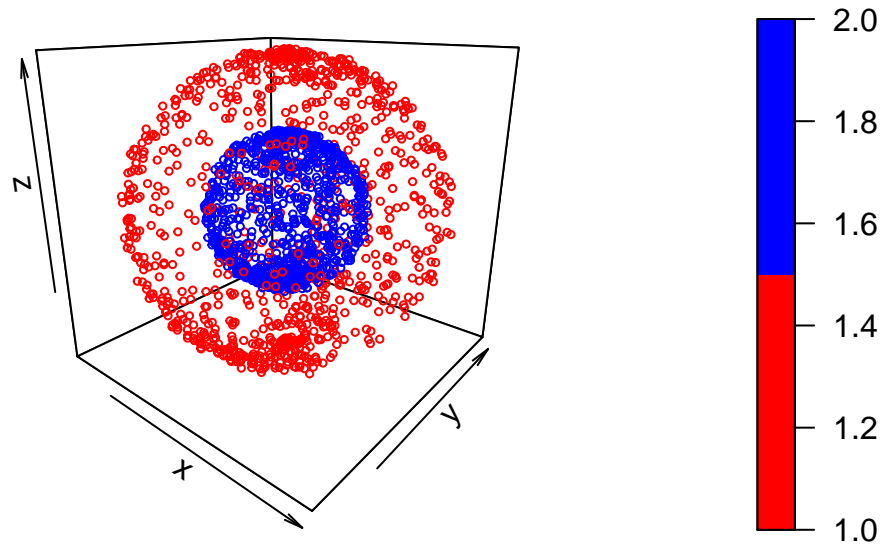


Figure 4: Zbiór 2 podział domyślny

Po wykorzystaniu algorytmu spektralnego do znalezienia podziałów :

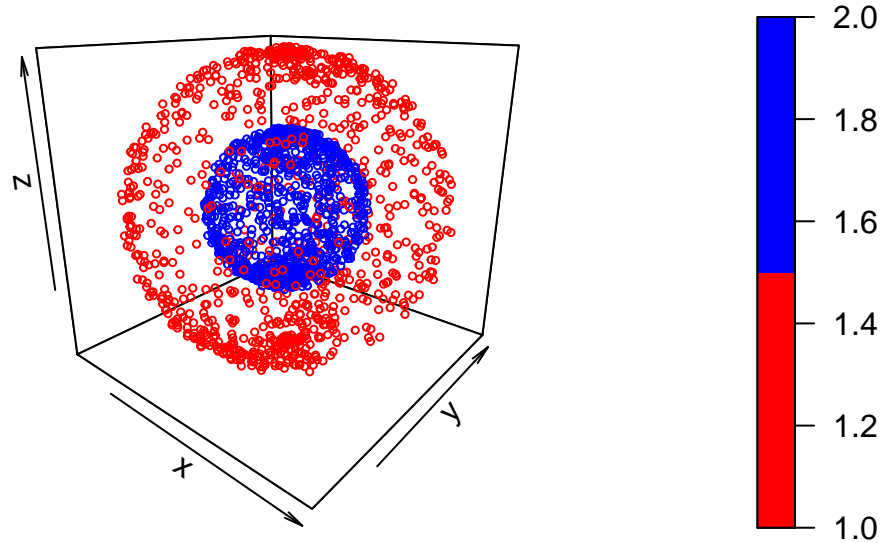


Figure 5: Zbiór 2 podział wygenerowany

```
## [1] "Skorygowany indeeks Randa : 1"  
## [1] "Indeks Fowlkesa-Mallowsa : 1"  
## [1] "Parametr M : 4"
```

Jak widać również w tym wypadku algorytm radzi sobie bez zarzutu ale tak jak poprzednio nie dla każdego M.

Zbiór 3

Ostatni z przedstawionych przeze mnie zbiorów testowych ma na celu pokazanie problemów algorytmu który nie działa idealnie kiedy zbiory “przecinają się”. W tym celu rozważę zbiór w kształcie tak zwanych “kółek olimpijskich” tym razem bez szumu losowego . Przedstawione graficznie :

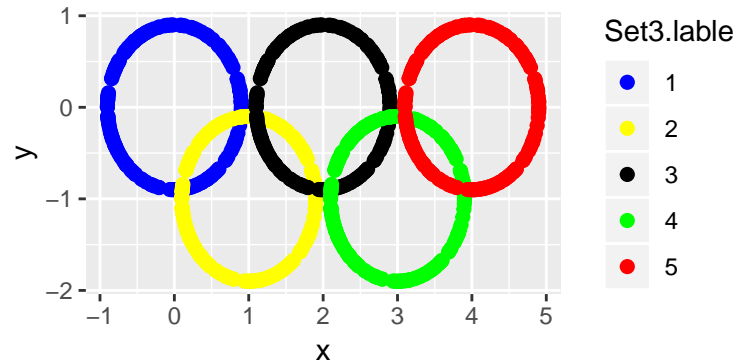


Figure 6: Zbiór 3 podział domyślny

W tym wypadku nie można po prostu przedstawić wyników działania algorytmu ponieważ potrafią się one diametralnie różnić w kolejnych iteracjach pomimo niezmiennych parametrów \mathbf{M} i \mathbf{k} . Wyniki :

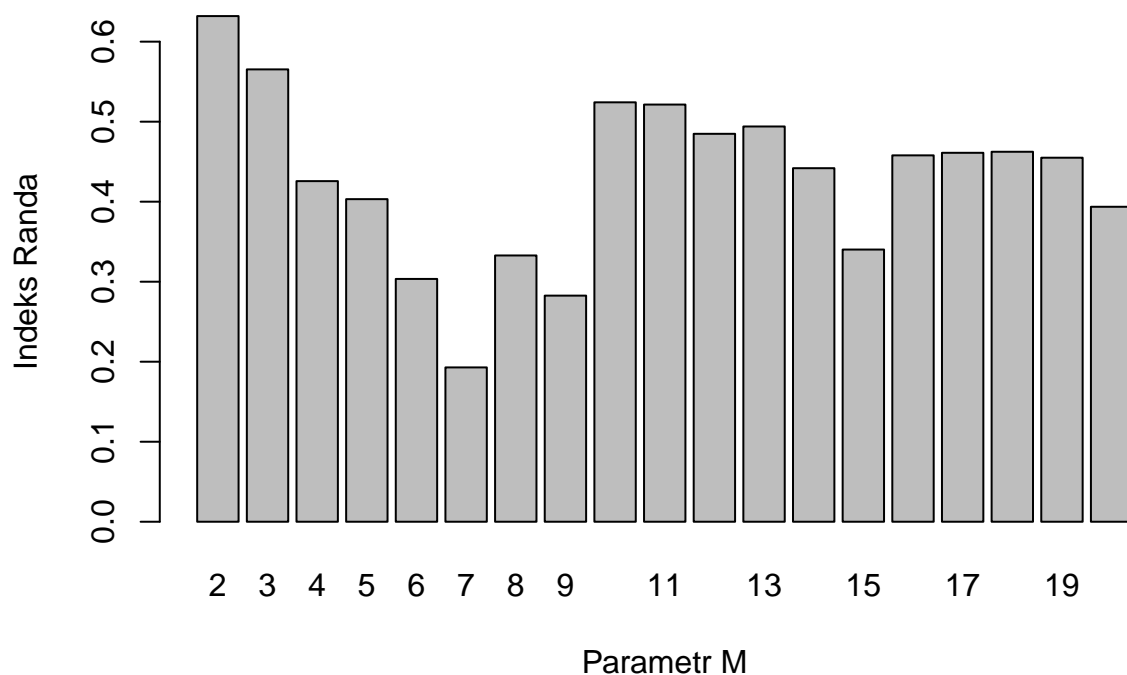


Figure 7: Parametr M dla zbioru 3

Jak widać najwyższy indeks występuje dla parametru $\mathbf{M} = 2$ więc z takim parametrem będę wywoływał algorytm w tym wypadku wywołałam go 10 krotnie i policzę średnie indeksy : Wygenerowany podział :

```
## [1] "Średni skorygowany indeeks Randa : 0.631978078865945"
## [1] "Średni indeks Fowlkesa-Mallowsa : 0.705728688292604"
## [1] "Parametr M : 2"
```

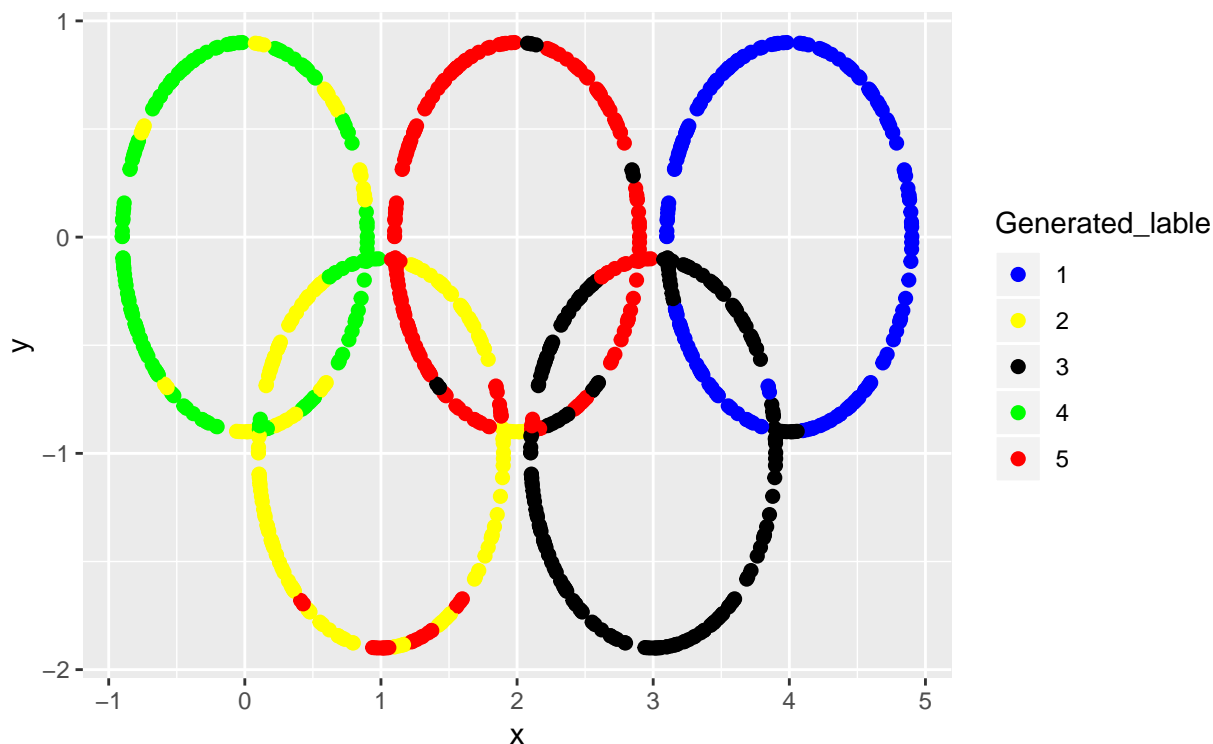


Figure 8: Zbiór 3 podziały wygenerowany

Jak widać w przypadku tego zbioru algorytm okazał się mało skuteczny jak mówiłem wcześniej wynika to z “przecinania się” .

Podsumowanie

Moja implementacja algorytmu spektralnego poradziła sobie dobrze ze zbiorami dostosowanymi do jej działania. 3 zbiór prezentuje problemy z algorytmem spektralnym który nie jest w nim w stanie dokonać odpowiedniego podziału, ponieważ najbliżsi sąsiedzi punktów nie są tu wystarczającą informacją. Pomimo tego uważam że moja implementacja tego algorytmu przeszła pomyślnie moje testy.