

# Experimentos y simulaciones con lentes divergentes y convergentes.

Kaled Sequeira — kaledseq@estudiantec.cr — 2020061166,  
Javier Fernández — jjavierf64@estudiantec.cr — 2020425930



## 1. INTRODUCCIÓN

Se puede definir una lente convergente como aquellas donde se obliga al haz de luz incidente a converger hacia el eje central y su contra-parte, la lente divergente, como aquellas donde se obliga al haz incidente a divergir y alejarse del eje central.

Para analizar las imágenes producidas con cada lente, se toma el siguiente ejemplo. Si una fuente puntual está situada en el eje central u óptico en el punto  $F_1$  frente a la lente convergente, los rayos convergerán hacia al punto conjugado  $F_2$ . En una pantalla en  $F_2$  aparecería una imagen luminosa de la fuente, una imagen real. Por otro lado cuando la fuente puntual está en el infinito y los rayos que emergen del sistema esta vez son divergentes, debido a la lente divergente. Parecen salir del punto  $F_2$  aunque no dan imagen luminosa en la pantalla en ese punto, es decir es una imagen virtual.

Se puede considerar una analogía entre las lentes y los espejos esféricos. Esto debido a que las lentes convergentes son más gruesas en su punto medio que en sus extremos, por lo que se dice que tienen una forma convexa de la misma forma que los llamados espejos convexos. Al contrario lo lentes divergentes tienen una forma cóncava, al ser más delgada en el centro que en sus extremos, igual forma que el espejo cóncavo.

Se puede definir la distancia focal de las lentes convergentes y divergentes como la distancia entre los puntos focales  $F_1$  y  $F_2$  de la

lente. Para los lentes convergentes es positiva y para los divergentes es negativa. Se puede relacionar la posición de un objeto, la posición de imagen con la distancia focal de una lente mediante la ecuación:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_i} + \frac{1}{s_o} \quad (1)$$

En la actualidad, existen todo tipo de maneras digitales de observar lo que el ojo humano nunca será capaz de percibir. Desde detección de ondas electromagnéticas por fuera del espectro visible, hasta objetos tan pequeños que simplemente no interaccionan con la luz de manera que lo hacen los objetos del macro-mundo. Aún así, la importancia de los lentes ópticos sigue siendo extremadamente enorme, e incluso continúa expandiéndose a nuevas aplicaciones con el desarrollo de la ciencia y la tecnología. Un ejemplo de ello es el proyecto LIGO que por medio de una complicada estructura de lentes y espejos, se pretenden detectar ondas gravitacionales [1]; se pretende observar lo inobservable.

Además, de manera menos impresionante pero por eso no menos importante, las lentes permiten que las personas que poseen problemas en los ojos obtengan mayor claridad en su visión, así como permite aumentar la capacidad de visión de personas científicas, investigadoras, o incluso *amateurs*, desde la observación del fascinante mundo de los microorganismos hasta el lejano cosmos del cielo estrellado.

De hecho, el funcionamiento del microscopio y el telescopio puede variar entre sí. En

el caso del microscopio, la estructura básica comúnmente consiste en dos lentes convergentes:

- Lente Objetivo, el primer lente, el más cercano a la muestra a observar, el objetivo es crear una imagen virtual más grande del objeto;
- Lente Ocular, el segundo lente, el más cercano al ojo, el fin es tomar la imagen generada por el lente objetivo y acrecentarla aún más [2].

Para el caso del telescopio, se tienen dos configuraciones comunes. La primera consta también de dos lentes que cumplen funciones similares a las del microscopio. En primer lugar se toma la luz proveniente del espacio y se concentra en un punto, y luego se retoma dicha luz y se enfoca hacia el ojo. Luego, el otro tipo de telescopio común es el que utiliza un espejo cóncavo para recoger una mayor área de luz y la enfoca en un pequeño lente que enfoca la luz hacia el ojo. [3]

En la comprensión del funcionamiento de los lentes como tal, se tienen ciertos conceptos que deben quedar claros y establecidos en principio:

- distancia focal es la distancia a la que se encuentra el punto focal de un lente o espejo, que representas el punto en donde convergen las rectas de los rayos de luz al refractarse o reflejarse;
- eje óptico es el eje o recta donde se encuentra el punto focal y el vértice para el caso de los lentes esféricos;
- los haces paraxiales son haces o rayos que se dirigen prácticamente paralelos al eje óptico;
- un sistema coaxial de lentes es un sistema de varios lentes en donde todos comparten un eje óptico común [4].

En caso de los sistemas de lentes acopladas se puede definir una distancia focal del sistema compuesto de lentes. Si dos lentes delgadas coaxiales están en contacto se puede aproximar como:

$$\frac{1}{f_{sist}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (2)$$

Este método es conocido para determinar de manera indirecta la distancia focal de un lente divergente. Para determinarlo es necesario que sea una lente convergente y una lente divergente con una mayor distancia focal, es decir  $|f_{div}| > |f_{conv}|$ .

En la manufacturación de lentes, losas de vidrio o del material de la lente son cortadas con una sierra de vidrio o disco para cortar según el tipo de pieza deseada [5]. Se puede calentar las piezas para mayor suavidad a la hora de trabajar, dar una forma circular y moldearla según la necesidad. Todo esto en búsqueda de la curvatura deseada en la superficie.

Los lentes convergentes y divergentes tenían anteriormente como única opción para fabricarlas el vidrio en estado puro, aunque actualmente se fabrican con materiales minerales y orgánicos. Usualmente en los lentes minerales se utiliza oxígeno de Silicio en un 60 % – 70 % y para el resto componentes varios como Calcio, Sodio y Boro. Para los lentes orgánicos se usa Carbono, Hidrógeno y Oxígeno [6].

Para realizar un análisis geométrico del comportamiento de la luz, se utilizan 3 rayos principales que determinan el tipo de imágenes que se generan. Dichos rayos son:

- un rayo paralelo al eje que pasa por el segundo punto focal de una lente convergente, o que parece que proviene del segundo punto focal de una lente divergente;
- un rayo que atraviesa el centro de la lente y que no se desvía;
- un rayo que atraviesa el primer punto focal y sale paralelo al eje [4].

Por su parte, la magnificación de los distintos lentes se puede medir considerando la distancia a la que se encuentra el objeto real  $s_0$  y la imagen del objeto a través de la lente  $s_i$ . De esta manera, se puede definir una relación entre ambas distancias para determinar el nivel de magnificación que posee un lente por medio de la ecuación 3. [4]

$$m = -\frac{s_i}{s_0} \quad (3)$$

Así, una lente de aumento es una lente convergente que posee una magnificación positiva,

por lo que permite a una persona ver los objetos que se encuentran lejanos a una distancia menor, cuando sitúa su ojo en la distancia focal de dicho lente.

Para las ecuaciones de los lentes, es necesario definir una convención de signos de manera que se cumplan dichas relaciones de manera consistente entre los distintos análisis. Así, se define que para una superficie del lente cuyo radio de curvatura está en la posición saliente del lente, su valor será positivo, mientras que para uno cuyo radio de curvatura esté en la posición en la que entra la luz (para efectos del análisis) será negativo. Asimismo, la altura de una imagen será positiva si se encuentra en la misma dirección de un objeto, mientras que es negativa cuando se percibe en la dirección opuesta.

La ecuación del fabricante de lentes establece una relación entre los radios de las superficies esféricas de un lente, los índices de refracción del material del lente y del medio que lo rodea, y la distancia focal de dicho lente tal como se presenta en la ecuación 4.

$$\frac{1}{f} = \frac{n_{\text{lente}} - n_{\text{medio}}}{n_{\text{medio}}} \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4)$$

Así, es evidente que el medio en el que se encuentra el lente afecta la distancia focal que tiene el mismo. De esta manera, las lentes diseñadas para su funcionamiento debajo del agua no funcionan correctamente al utilizarse en la superficie, ya que el índice de refracción del agua (de 1.33) es mayor al del aire (de 1.00), y por lo tanto el diseño no resulta adecuado en dicho medio.

La práctica se divide en 2 partes, una experimental y otra simulada, y tiene como objetivo general realizar experimentos sencillos y ensayos por simulación computacional para comprender los principios de la formación de imágenes en lentes delgadas divergentes y convergentes. Para la parte experimental se tienen como objetivos específicos realizar experimentos para comprobar la formación de imágenes utilizando una lente biconvexa o convergente, determinar experimentalmente la distancia focal de una lente convergente, mediante la for-

mación de imágenes, y de una lente divergente, mediante un sistema de lentes y determinar la curvatura de una lente convergente y una lente divergente, mediante la ecuación del fabricante de lentes. Para la parte simulada se busca simular los tipos de imágenes que se pueden producir con lentes delgadas y realizar ensayos por simulación computacional que permitan comprobar las ecuaciones de formación de las imágenes por lentes delgadas.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Para la realización del experimento se utilizó la plataforma virtual oPhysics, programada en el software Geogebra por Tom Walsh. Dicha plataforma contiene varias simulaciones en ámbitos de física y es de acceso público y libre por medio del portal <https://ophysics.com/>.

Asimismo, en la parte realizada en el laboratorio, se utilizaron varios instrumentos para la medición y compilación de datos. Los materiales utilizados se muestran en el cuadro ??.

- Conjunto de lentes planas “Ray Optics Demonstration Set”
- Dispositivo láser de cinco rayos rojos paralelos con transformador eléctrico
- Tres lentes con distancias focales +300 mm, +50 mm y – 100 mm.
- Fuente de luz (foco)
- Cartulina o papel blanco
- Soportes para sostener la fuente, la lupa y pantalla, alineados sobre un eje
- Vernier, regla y cinta métrica
- Cámara fotográfica o teléfono celular

Las fotografías de la parte cualitativa fueron tomadas con un teléfono celular. Tomando las fotografías se siguió el procedimiento dado en la práctica 3.

## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Simulaciones de lentes convergentes

Utilizando la aplicación para lentes convergentes se realizaron ensayos sencillos, siguiendo las instrucciones del procedimiento se generaron las tablas 1 y 2. Para ambas mediciones se usó un tamaño de objeto de 2 cm.

Cuadro 1: Mediciones de distancia de imagen y de objeto para un sistema de lente convergente, con distancia focal de 4 cm.

Distancia de objeto ( $s_o$ ) [cm]	Distancia de imagen ( $s_i$ ) [cm]	Tamaño de imagen ( $h_i$ ) [cm]
1	-1.33	2.67
3	-12	8
5	20	-8
7	9.33	-2.67
9	7.2	-1.6

Cuadro 2: Mediciones de distancia de imagen y de objeto para un sistema de lente convergente, con distancia focal de 5 cm.

Distancia de objeto ( $s_o$ ) [cm]	Distancia de imagen ( $s_i$ ) [cm]	Tamaño de imagen ( $h_i$ ) [cm]
1	-1.25	2.5
3	-7.5	5
5	—	—
7	17.5	-5
9	11.25	-2.5

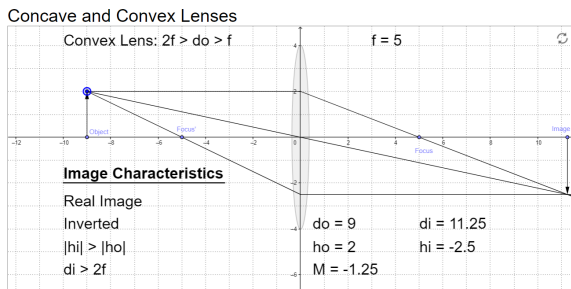


Figura 1: Captura del proceso de medición para presentarla en el informe.

### Análisis de simulaciones de lentes convergentes

A partir de la gráfica 2 realizada se puede determinar que la relación entre la distancia de imagen y distancia de objeto no es lineal para las lentes convergentes.

Para linealizar la relación se hará utilizando un método de regresión lineal, con los cambios de variable  $b = \frac{1}{f}$ ,  $y = \frac{1}{s_i}$  y  $x = -\frac{1}{s_o}$  adaptando la ecuación y buscando la intersección es decir  $b = \frac{1}{f}$ . Esto se puede observar para cada distancia focal en la gráfica 3, donde se puede comprobar que ahora la relación es lineal. Despejando en cada caso se puede obtener la

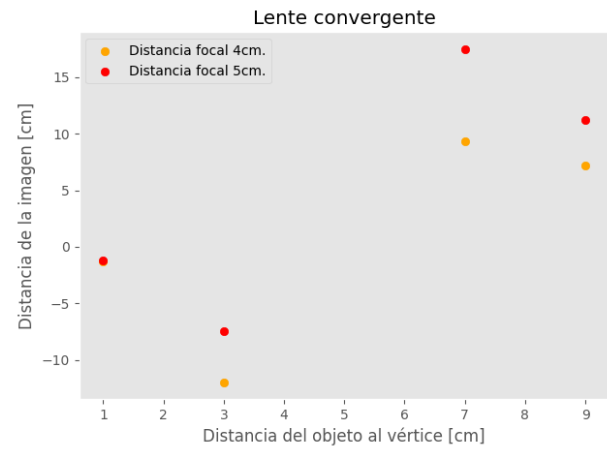


Figura 2: Gráfica de los datos de distancia de Objeto y distancia de imagen.

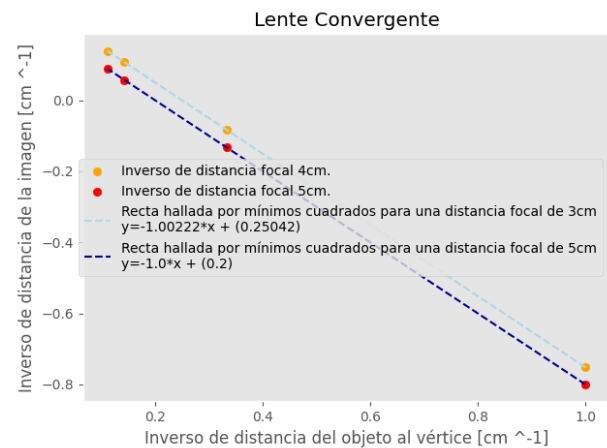


Figura 3: Ajuste de los datos de distancia de objeto y distancia de imagen.

intersección como se indicó anteriormente para determinar la distancia focal  $f$ .

Para el primer set de datos recolectados se puede determinar una distancia focal de  $f_1 = 3,9933$  cm lo cual es aproximadamente la distancia focal de 4 cm seleccionada, con solo un 0,17 % de error. Para el segundo recolectados a partir del ajuste se determinó una distancia focal de  $f_2 = 5$  cm lo cual es igual a la distancia focal de 5 cm seleccionada, con un error de 0 % aproximadamente.

La distancia focal de 5 cm la ecuación teórica representa mejor los resultados experimentales ya que tiene un menor porcentaje de error asociado.

## Simulaciones de lentes divergentes

De la misma manera, se utilizó la de lente divergente plataforma para obtener los datos de las tablas 3 y 4. Para ambas mediciones se consideró un objeto de tamaño de 1 cm.

Cuadro 3: Mediciones de distancia de imagen y de objeto para un sistema de lente divergente, con distancia focal de 2 cm.

Distancia de objeto ( $s_o$ ) [cm]	Distancia de imagen ( $s_i$ ) [cm]	Tamaño de imagen ( $h_i$ ) [cm]
1	-2	2
3	6	-2
5	3.33	-0.67
7	2.8	-0.4
9	2.57	-0.29

Cuadro 4: Mediciones de distancia de imagen y de objeto para un sistema de lente convergente, con distancia focal de 4 cm.

Distancia de objeto ( $s_o$ ) [cm]	Distancia de imagen ( $s_i$ ) [cm]	Tamaño de imagen ( $h_i$ ) [cm]
1	-1.33	1.33
3	-12	4
5	20	-4
7	9.33	-1.33
9	7.2	-0.8

## Análisis de simulaciones de lentes divergentes

A partir de la gráfica de la figura 4, se puede determinar que la relación entre la distancia de imagen y distancia de objeto tampoco es lineal para las lentes divergentes.

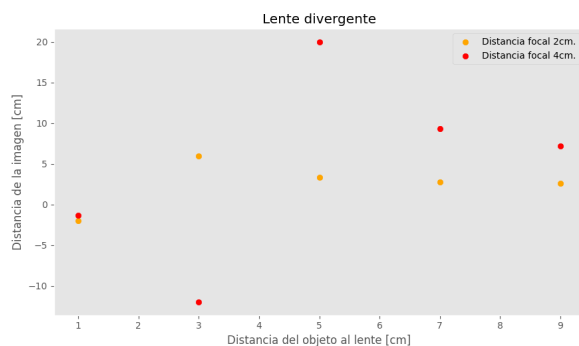


Figura 4: Gráfica de los datos de distancia de objeto y distancia de imagen.

Se procede con el mismo método que para el caso de las lentes convergentes con el fin de linealizar el modelo. De nuevo, se logra linealizar, obteniendo el modelo de la figura 5. Despejando en cada caso se puede obtener la intersección como se indicó anteriormente para determinar la distancia focal  $f$ .

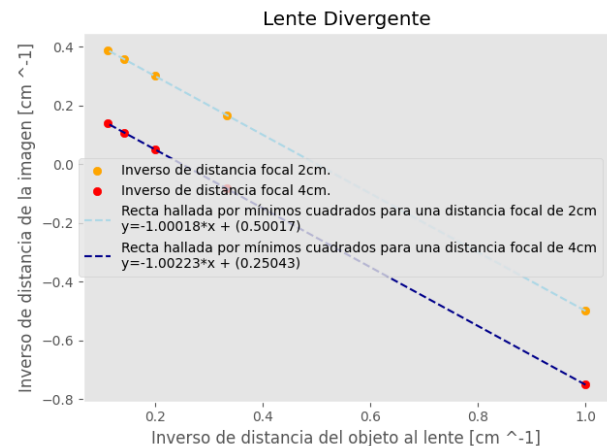


Figura 5: Ajuste de los datos de distancia de objeto y distancia de imagen.

Para el primer set de datos recolectados se puede determinar una distancia focal de  $f_1 = 1,9993$  cm lo cual es aproximadamente la distancia focal de 2 cm seleccionada, con solo un 0,0003 % de error. Para el segundo recolectados a partir del ajuste se determinó una distancia focal de  $f_2 = 3,9931$  cm lo cual es igual a la distancia focal de 4 cm seleccionada, con un error de 0,0017 % aproximadamente.

La distancia focal de 2 cm la ecuación teórica representa mejor los resultados experimentales ya que tiene un menor porcentaje de error asociado.

## Propiedades de la lentes convergentes y divergentes

A partir de la exploración inicial con los distintos lentes y los haces de láser, se pueden determinar las propiedades de dichos lentes en la manera en que distorsionan la dirección de la luz. Por ejemplo, en la lente divergente de la figura 6 se observa cómo al atravesar los láser por el lente, éstos se separan y adoptan direcciones ya no paralelas, sino que se alejan

entre sí. De hecho, al extrapolar las direcciones de los rayos salientes es posible observar que coincidirían en un punto anterior al lente, es decir que su punto focal está del otro lado; lo cual según la convención establecida, indicaría que tendría un valor negativo.

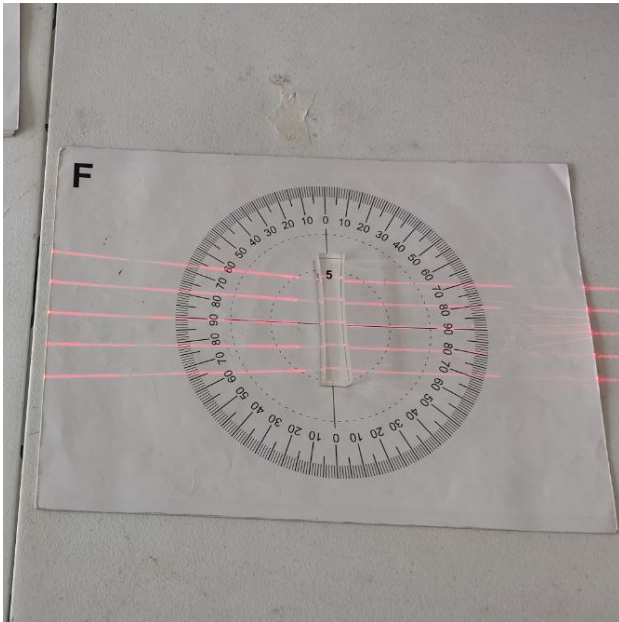


Figura 6: Láseres incidentes paraxialmente a una lente divergente.

De hecho, al considerar dicha extrapolación, puede aproximarse que los rayos intersecarían a unos 15 centímetros del centro del lente, por lo que se definiría una distancia focal de  $-15\text{cm}$ .

Por otro lado, para el caso de la lente convergente sí se observa cómo los haces intersecan en el punto posterior al lente, tal como se presenta en la figura 7. Dicho punto es el punto focal, y al encontrarse del lado izquierdo del lente, la convención indica que posee signo positivo.

En este caso, los rayos intersecan a aproximadamente 15 cm, igual que en el caso anterior, tal y como se observa en la figura 8. Por lo que se define que su distancia focal es igualmente 15cm.

Asimismo, para el caso del lente semicircular, se observa en la figura 9 que el rayo que incide en dicha lente se refracta significativamente. Ello implica que la luz sufre una deformación conocida como aberración esférica, que afecta a los rayos paraxiales incidentes.

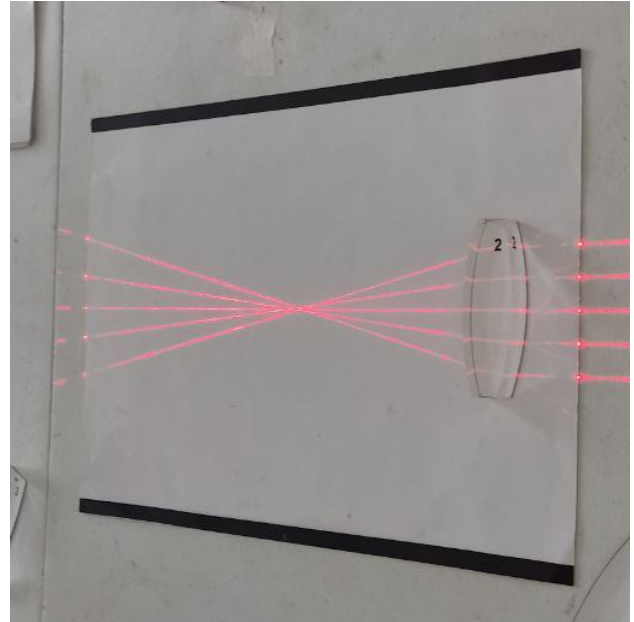


Figura 7: Láseres incidentes paraxialmente a una lente convergente.

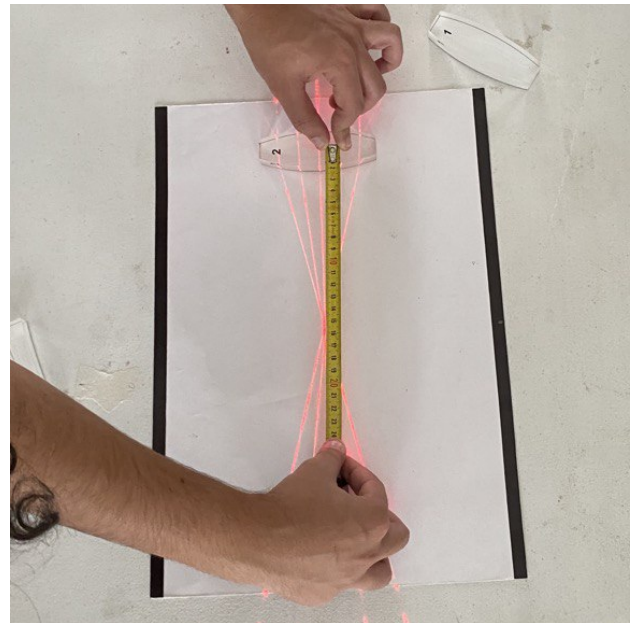


Figura 8: Láseres incidentes paraxialmente a una lente convergente.

### Distancia focal de una lente convergente por medición directa

Ahora, para el caso de determinar la distancia focal de una lente utilizando una proyección de una imagen se tiene la información del cuadro 5. Así, considerando dichos datos y la ecuación 2, se calcula la distancia focal aproxi-



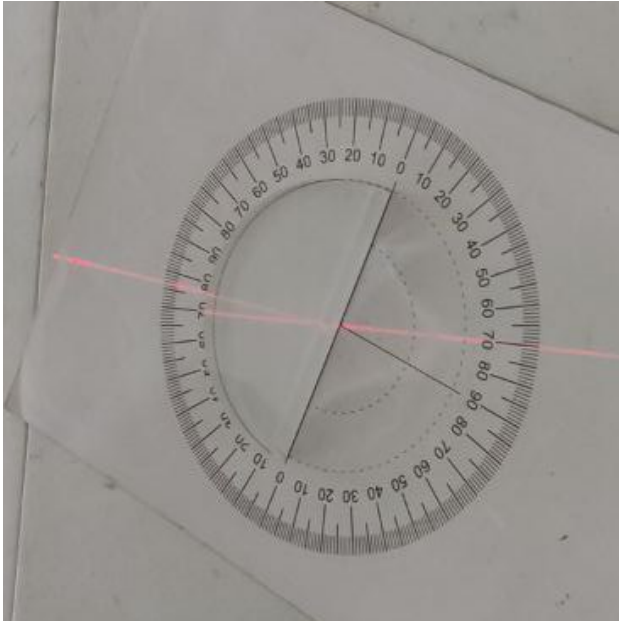


Figura 9: Rayo incidente en lente semicircular.

mada en cada caso, y resulta una distancia focal promedio de 4,82cm.

Cuadro 5: Mediciones de distancia de objeto e imagen en una lente convergente.

Distancia de Objeto ( $s_o$ ) [cm]	Distancia de Imagen ( $s_i$ ) [cm]	Distancia focal ( $f$ ) [cm]
6	34	5.1
5.5	40.5	4.84
5	47	4.52

### Distancia focal de una lente convergente con fuente cercana

#### Distancia focal de una lente divergente

Para la determinación de la distancia focal de una lente divergente se utilizó un sistema compuesto de dos lentes. uno divergente y otro convergente tal que  $|f_{div}| > |f_{conv}|$ . Ahora mediante las mediciones realizadas en el experimento se puede determinar la distancia focal del sistema compuesto. Esto último se hará utilizando un método de regresión lineal, con los cambios de variable  $b = \frac{1}{f}$ ,  $y = \frac{1}{s_i}$  y  $x = -\frac{1}{s_o}$  adaptando la ecuación y buscando la intersección es decir  $b = \frac{1}{f}$ . Ahora con la distancia focal del sistema compuesto es posible determinar la de la lente divergente ya que del

Cuadro 6: Mediciones de distancia de imagen y de objeto para un sistema de lentes combinado.

Distancia de objeto ( $s_o$ ) [cm]	Distancia de imagen ( $s_i$ ) [cm]
47	13
36,5	13,5
25	15

procedimiento anterior en la práctica se conoce la de la lente convergente.

Ahora si sabe que se tiene una ecuación de la forma  $y = mx + b$ , generando una regresión lineal con el cambio de variables y las 3 mediciones se obtiene que la distancia focal  $f$  corresponde a  $f = 11,25$  cm. Con la distancia focal del sistema combinado podemos determinar la distancia focal de la lente divergente utilizando la ecuación 2.

$$\frac{1}{11,25} = \frac{1}{4,82} + \frac{1}{f_{div}}$$

$$f_{div} = -8,43 \text{ cm}$$

Este valor de la distancia focal de la lente divergente puede ser comparado para determinar un porcentaje de error respecto a este, ya que el valor nominal es el correcto. Esto tal que:

$$E_{relativo} = \frac{|f_{nominal} - f_{calculado}|}{|f_{nominal}|}$$

$$E_{relativo} = 43,8 \%$$

### Curvatura y grosor de las lentes

Por último en la sección de experimentos con lentes, se busca determinar por la geometría del casquete esférico el radio de curvatura de la lente convergente, para luego utilizando la distancia focal correcta determinar el índice de refracción de la lente. A partir de mediciones realizadas con un vernier digital se determinó el diámetro de las lentes  $D = 49,87$  mm y el grosor de  $2h = 14,24$  mm.

A partir de el valor del el grosor de  $2h$  existe un valor asociado al grosor de la banda plana en el lente, este se puede restar y se brinda un valor de  $2h'$  corregido. El error medido con el vernier corresponde a 2,09 mm, calculando entonces el valor corregido se tiene que:

$$2h' = 14,24 - 2,09 = 12,15 \text{ mm}$$

Mediante el análisis geométrico se tiene que:

$$R^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + (R - h')^2$$

Despejando el valor de  $R$ , ya conociendo los valores de  $h'$  y de  $D$  se despeja  $R$  tal que:

$$R = 31,66 \text{ mm}$$

Ahora tomando la distancia focal calculada para la lente convergente se puede determinar el índice de refracción del lente, usando la ecuación:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_{\text{lente}} - n_{\text{medio}}}{n_{\text{medio}}} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (5)$$

Sabemos que ambos radios de curvatura son iguales pero con signos opuestos, si  $-R_1 = R_2$  sustituimos entonces en la ecuación y se obtiene la expresión:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_{\text{lente}} - n_{\text{medio}}}{n_{\text{medio}}} \left( \frac{2}{R} \right) \quad (6)$$

$$\frac{1}{4,82} = \frac{n_{\text{lente}} - 1}{1} \left( \frac{2}{3,166} \right)$$

Ahora entonces calculado el índice de refracción del lente se obtiene que:

$$n_{\text{lente}} = 1,33$$

A partir de este resultado podemos identificar el tipo de material del lente, consultando la literatura corresponde a vidrio. [4] Esta identificación del material de la lente parece razonable considerando un porcentaje de error de 11,33 %, con respecto al material vidrio con índice de refracción de 1,5. El método para medir la curvatura es bueno ya que el análisis geométrico permite determinar bien el radio de curvatura utilizando valores corregidos para el grosor y se realizan correcciones en la geometría de la lente. Se podría mejorar al realizar una medición más precisa de la distancia focal del lente.

## 4. CONCLUSIONES

Para la parte experimental se realizaron experimentos para comprobar la formación de imágenes utilizando una lente biconvexa o convergente, en forma introductoria al equipo del laboratorio. Posteriormente se realizaron distintos experimentos para determinar la distancia focal de una lente convergente y una divergente, utilizando formación de imágenes y un sistema de lentes. Además se determinó la curvatura de una lente convergente mediante mediciones con un vernier y un análisis geométrico.

Para la parte simulada se simuló utilizando el software de oPhysics los tipos de imágenes que pueden producir las lentes delgadas y se realizaron ensayos por simulación con este mismo ambiente para corroborar las ecuaciones de formación de las imágenes por lentes delgadas. Este último se realizó mediante un cambio de variable para utilizar una regresión y comparar el valor teórico de la distancia focal con el simulado.

Al cumplir los objetivos específicos de ambas prácticas se determina entonces que se realizaron ensayos por simulación y experimentos sencillos para comprender los principios de formación de imágenes en lentes delgadas convergentes y divergentes.

## REFERENCIAS

- [1] Wikipedia, "Ligo," 18 de agosto, 2022. [Online]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/LIGO>
- [2] Mundo Microscopio, "Lentes del microscopio," s.f. [Online]. Available: <https://www.mundomicroscopio.com/lentes-del-microscopio/>
- [3] NASA, "Space place," 25 de agosto, 2022. [Online]. Available: <https://spaceplace.nasa.gov/telescopes/sp/>
- [4] Sears F., Zemansky M., Young H., and Freedman A., *Física universitaria Volumen 2*, 13th ed. México, D.F.: Pearson Educación, 2003.
- [5] Britannica, "Manufacturing optical lenses," 01 de noviembre, 2007. [Online]. Available: <https://www.britannica.com/technology/lens-optics/Manufacturing-optical-lenses>
- [6] Visiónyoptica, "Material de las lentes oftálmicas," 09 de febrero, 2021. [Online]. Available: <https://visionyoptica.com/material-de-las-lentes-oftalmicas/>