
Cudowne rzeczy z geometrii ♡

♡ Okręgi, dużo okręgów...

Warunki na wpisywalność czworokąta w okrąg:

- kątowe
- potęgowe

Przypadek zdegenerowany - okrąg styczny (dostajemy tu tw. o kącie między styczną a cięciwą)

♡ Twierdzenia Talesa (innymi słowy myślenie o rysunku w kontekście jednokładności)

♡ Przekształcenia płaszczyzny! (symetria, obrót, translacja, izometria, inwersja*)

♡ Podobieństwo spiralne (brzmi strasznie, ale jest proste)

♡ podobieństwo zwykłe, przystawanie trójkątów

♡ osie potęgowe (fakt, że jest ona prostopadła do prostej łączącej środki okręgów) (Tw. Monge'a*)

Co się dzieje w trójkącie?

♡ Odbicie ortocentrum w dowolnym boku leży na okręgu opisanym

♡ ortocentrum i środek okręgu opisanego są sprzężone izogonalnie

♡ wzory na długości odcinków od wierzchołka trójkąta do punktu styczności z okręgiem wpisanym/dopisanym

♡ twierdzenie o trójlściu (czwórliściu*)

♡ twierdzeniu o dwusiecznej (również zewnętrznej*)

♡ świetny lemat o punkcie styczności okręgu wpisanego*

Jak podejść do zadania?

♡ Starać się zawsze przepisać warunek tezę zadania na bardziej “operatywny” - jak w zadaniu są podane iloczyny odcinków, to albo chcemy z nich stworzyć jakąś potęgę punktu albo przypisać na jakieś podobieństwo

♡ Szukać “magicznych punktów”, czasem się narzucają (np przez stworzenie jakiegoś trójkąta przystającego w innym miejscu), a czasem warto pomyśleć, skąd możnaby taki punkt wyczarować (np przenieść gdzieś jakiś odcinek i poszukać własności)

♡ Dokładne rysunki! - fajne claimy często po prostu się “czyta z rysunku”. I odwrotnie - zamiast starać się udowodnić jakieś stwierdzenie, można od razu stwierdzić, że nie ma szans

♡ tip: rysunek warto zacząć od narysowania okręgu, nawet jeśli pojawia się on w treści później. (Okrąg opisany na trójkącie warto mieć nawet jeśli nie ma go w treści)