

Machine de Turing les nombres unaires

September 2025

1 calculer une somme

Deux nombres X et Y sont écrits en unaire et séparés par un blanc.

La tête est sous le 1 de gauche du premier nombre.

Établir un algorithme qui calcule la somme $X+Y$.

Deux nombres X et Y sont écrits en unaire sur le ruban et séparés par un blanc.

La tête est sous le 1 de droite de Y .

Établir un algorithme qui calcule la somme $X+Y$ et qui écrit cette somme à droite de Y .

Il doit se terminer en remettant X et Y à valeur initiale.

2 Calculer une différence

Deux nombres X et Y non nuls sont écrits en unaire sur le ruban et séparés par un blanc.

La tête est sous le 1 de gauche de Y .

Établir un algorithme qui soustrait X à Y sachant que $X \leq Y$.

3 Calculer un produit

Deux nombres X et Y sont écrits en unaire sur le ruban et séparés par un blanc.

La tête de lecture est située sous le chiffre de droite de X .

Établir un algorithme qui calcule le produit de X par Y .

La réponse sera écrite après un blanc à droite des 2 nombres.

4 diviser

Pour remplacer trois 1 par trois 0 dans un nombre écrit en unaire, vous pouvez utiliser trois états. En répétant ce procédé autant de fois que c'est possible, vous pourrez connaître le quotient entier d'un unaire par le nombre 3. Vous en trouverez une première application dans l'exercice qui suit

Division euclidienne par 3 en unaire

La tête de lecture est sous le chiffre de droite de l'unaire. Établir un algorithme qui calcule le quotient et le reste de la division de l'unaire par trois. Écrire le quotient à droite de l'unaire et le reste à sa gauche.

5 diviser par un nombre

On ne peut pas appliquer la méthode précédente si on veut calculer, par exemple, le reste de la division par quinze car on ne dispose que de onze états. Vous trouverez une bonne méthode dans l'exercice suivant.

Calculs modulo p

On se donne des entiers N et p positifs non nuls. La tête de lecture est sous le chiffre de gauche de p . Établir un algorithme qui permet de calculer N modulo p .

6 comparer

Il peut être utile de savoir comparer deux nombres écrits en unaire sur le ruban. Vous en trouverez en particulier une application dans la recherche du PGCD de deux entiers qui sera proposée dans un prochain article.

Comparaison de deux unaires

Deux nombres A et B sont écrits en unaire sur le ruban et séparés par une case blanche. La tête de lecture est sous le blanc entre A et B . Établir un algorithme qui détermine le plus petit des deux de la façon suivante :

Si $A \leq B$, alors il écrit 0 à gauche des deux unaires ; Si $A > B$, alors il écrit 0 à droite des deux unaires. L'algorithme devra terminer en remettant A et B sous leur forme initiale.

7 suite des entiers

Nous avons vu comment recopier un unaire en remplaçant ses 1 par des 0 et terminer en remplaçant ses 0 par des 1 pour le retrouver. Mais on peut obtenir le même résultat en remplaçant les 1 par des blancs puis avec des déplacements précis retrouver exactement les 1 du nombre initial. Vous allez pouvoir appliquer cela dans l'exercice qui suit.

Une application de l'addition en unaire

Établir un algorithme du calcul des termes de la suite $U_n = n$ en unaire.

Indication

Pour chaque U_n , le recopier à droite et lui ajouter 1.