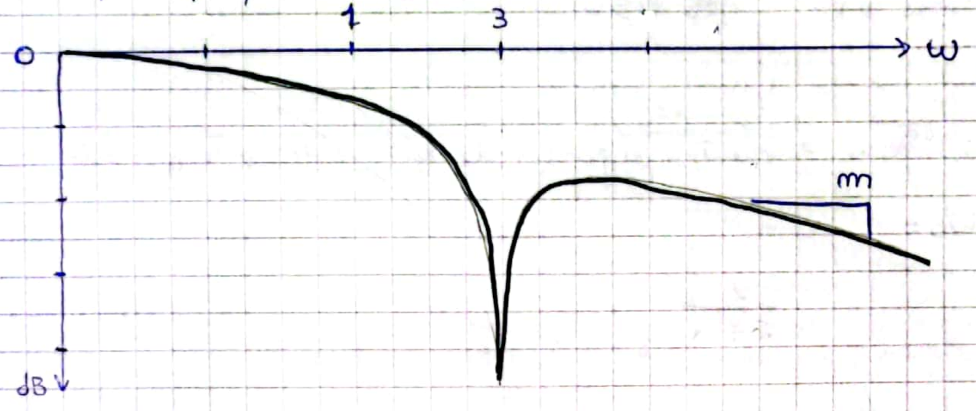
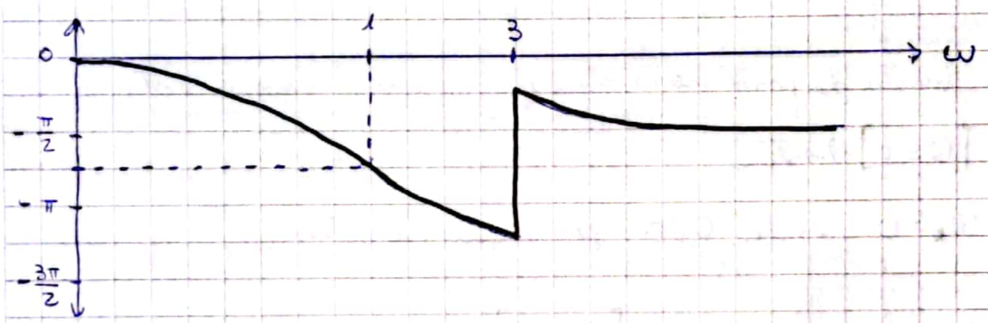
HOJA N°

FECHA

Tarea semanal 5

a) El prototipo pasa bajos otorgado tiene la siguiente respuesta:





ANALIZANDO LA FASE

El cambio de fase de $+\pi$ me da el indicio de que tengo 2 ceros conjugados en el numerador. Estos ceros están sobre el eje $j\omega$ debido a la rapidez inmediata de cambio de fase.

Por otro lado, dado que el recorrido total negativo es de $3\pi/2$, sé que tengo 3 polos.

ANALIZANDO EL MÓDULO

A simple vista, se parece mucho a un filtro notch pasa bajos. Para realizarlo necesito 2 polos que conformen el denominador cuadrático con el que siempre se trabaja en la materia y 2 ceros en el eje $j\omega$ para crear la "aguja" particular de este filtro. Sin embargo, para conseguir la caída de pendiente "m" para frecuencias altas, será necesario un 3er polo. Con una mirada al gráfico otorgado se ve que $m = -20\ dB/dec$, por lo que con un polo simple bastará.

NOTA

EXPRESIÓN DEL FILTRO

$$T(\$) = \underbrace{\frac{a \cdot \$^2 + b\,\omega_0^2}{\$^2 + \$\,\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}}_{\text{NOTCH PASA BAJOS}} \cdot \underbrace{\frac{\omega_0}{\$ + \omega_0}}_{\text{RC PASIVO}}$$

RC PASIVO

Quiero que mis -20 dB/dec se descuenten a partir de la frec de corte que está normalizada en $\omega_0 = 1$

$$\frac{1}{\$ + 1}$$

NOTCH PB

- La suavidad en la banda de paso no se especifica, pero a simple vista se concluye que será $[Q = 1]$ bastará
- La ganancia en $\omega = 0$ es de 0dB, por lo que se obtiene:

$$T(0) = \frac{b\,\omega_0^2}{\omega_0^2} = b \longrightarrow [b = 1]$$

- La posición de la aguja es $\omega = 3$. El 0 en el numerador se obtiene de

$$a\$^2 = b\,\omega_0^2 \xrightarrow{b=1} \$ = \frac{\omega_0}{\sqrt{a}} \longrightarrow 3 = \frac{1}{\sqrt{a}} \longrightarrow [a = 0,1111]$$

- Aunque la ganancia en $\omega \to \infty$ no importa ya que se verá enmascarada por los -20 dB/dec del filtro RC, podría haberse calculado:

$$T(\$ \to \infty) = a = 0,111 \longrightarrow -19\,dB$$

EXPRESIÓN FINAL (PB)

$$\left[T(\$) = \frac{0,111\,\$^2 + \omega_0^2}{\$^2 + \$\,\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \; \frac{\omega_0}{\$ + \omega_0} \right] \qquad \omega_0 = 1 \qquad Q = 1$$

NOTA

TRANSFORMACIÓN PB → PA

Núcleo de transformación → $K(\$) = \dfrac{1}{\$}$

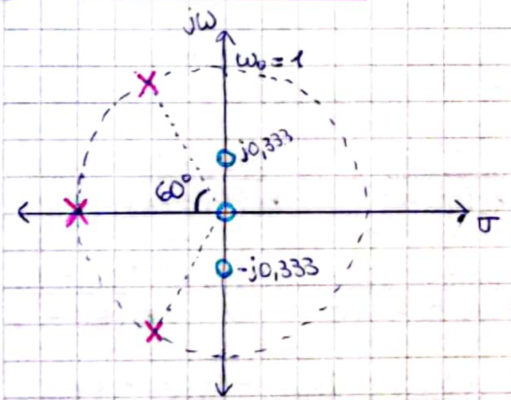
$$T_{PA}(\$) = \frac{0{,}111\left(\frac{1}{\$}\right)^2 + \omega_0^2}{\left(\frac{1}{\$}\right)^2 + \frac{1}{\$}\,\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad \frac{\omega_0}{\frac{1}{\$} + \omega_0}$$

$$T_{PA}(\$) = \frac{0{,}111 + \$^2\omega_0^2}{1 + \$\,\frac{\omega_0}{Q} + \$^2\omega_0^2} \quad \frac{\$}{\$ + 1/\omega_0}$$

Al estar ω_0 normalizado, los análisis se hacen simples

$$\boxed{T_{PA}(\$) = \frac{\$^2 + 0{,}111}{\$^2 + \$ + 1} \quad \frac{\$}{\$ + 1}}$$

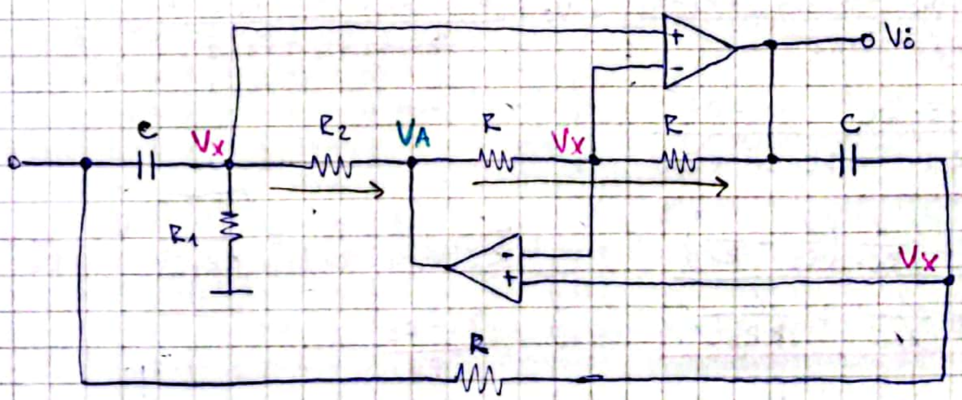
b) POLOS Y CEROS



$Q = 1 = \dfrac{1}{2\cos\Psi}$

$\Psi = 60°$

c)



(1) $\dfrac{V_i - V_x}{R} = \dfrac{V_x - V_o}{1/sC} \Rightarrow V_x\left(sC + \dfrac{1}{R}\right) = V_i \dfrac{1}{R} + V_o sC$

$$\left[V_x = V_i \frac{1}{sRC+1} + V_o \frac{sRC}{sRC+1}\right] \quad (1)$$

(2) $\dfrac{V_x - V_o}{R} = \dfrac{V_A - V_x}{R} \Rightarrow \left[V_A = 2V_x - V_o\right] \quad (2)$

(3) $\dfrac{V_i - V_x}{1/sC} - \dfrac{V_x}{R_1} = \dfrac{V_x - V_A}{R_2} \Rightarrow \left[V_i\, sC = V_x\left(\dfrac{sR_1R_2C + R_1 + R_2}{R_1R_2}\right) - \dfrac{V_A}{R_2}\right] \quad (3)$

(1) $\rightarrow$ (2)

$$V_A = V_i \frac{2}{sRC+1} + V_o\left(\frac{2sRC}{sRC+1} - 1\right) = V_i \frac{2}{sRC+1} + V_o\left(\frac{2sRC - sRC - 1}{sRC+1}\right)$$

$$\left[V_A = V_i \frac{2}{sRC+1} + V_o \frac{sRC - 1}{sRC+1}\right] \quad (4)$$

(4) $\rightarrow$ (3)

$$V_i . sC = \left(V_i \frac{1}{sRC+1} + V_o \frac{sRC}{sRC+1}\right)\left(\frac{sR_1R_2C + R_1 + R_2}{R_1R_2}\right) - V_i \frac{2}{R_2(sRC+1)} - V_o \frac{sRC-1}{R_2(sRC+1)}$$

$$V_i\, sC = V_i\left(\frac{sR_1R_2C + R_1 + R_2}{sR_1R_2RC + R_1R_2}\right) - V_i \frac{2}{R_2(sRC+1)} + V_o\left(\frac{s^2R_1R_2RC^2 + sRC(R_1+R_2)}{sR_1R_2RC + R_1R_2}\right) - V_o \frac{sRC-1}{R_2(sRC+1)}$$

$$V_i\, sC = V_i\left(\frac{sR_1R_2C + \cancel{R_1} + R_2 - \cancel{2}R_1}{sR_1R_2RC + R_1R_2}\right) + V_o\left(\frac{s^2R_1R_2RC^2 + \cancel{sRCR_1} + sRCR_2 - \cancel{sRCR_1} + R_1}{sR_1R_2RC + R_1R_2}\right)$$

$$V_i\left(\frac{s^2R_1R_2RC + \cancel{sR_1R_2C} - \cancel{sR_1R_2C} + R_1 - R_2}{\cancel{sR_1R_2RC + R_1R_2}}\right) = V_o\left(\frac{s^2R_1R_2RC^2 + sRR_2C + R_1}{\cancel{sR_1R_2RC + R_1R_2}}\right)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2R_1R_2RC^2 + R_1 - R_2}{s^2R_1R_2RC^2 + sR_2RC + R_1}$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2 + \frac{1}{RC^2}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}{s^2 + \frac{1}{R_1C} + \frac{1}{RR_2C^2}}}$$

$$\frac{1}{RC^2}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \overbrace{\frac{1}{RR_2C^2}}^{W_o} R_2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$\frac{R_1 - R_2}{R_1}$$

$$\left[W_o = \sqrt{\frac{1}{RR_2C^2}}\right] \qquad \frac{\sqrt{\frac{1}{RR_2C^2}}}{Q} = \frac{1}{R_1C}$$

$$\left[Q = R_1\sqrt{\frac{1}{R_2R}}\right]$$

NOTA

HOJA N°

FECHA

PASADO A LIMPIO

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2 \cdot K}{s^2 + s\,\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}}$$

$$\left[\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{R_2 R C^2}}\right]$$

$$\left[Q = \sqrt{\frac{1}{R_2 R}} \cdot R_1\right]$$

$$\left[K = \frac{R_1 - R_2}{R_1}\right]$$

Para obtener mi transferencia:

① $\omega_0 = 1$ ② $Q = 1$ ③ $K = 0{,}111$

③ $\frac{R_1 - R_2}{R_1} = 0{,}111 \longrightarrow 1 - \frac{R_2}{R_1} = 0{,}111 \longrightarrow \boxed{R_1 = 1}$ $\boxed{R_2 = 0{,}889}$

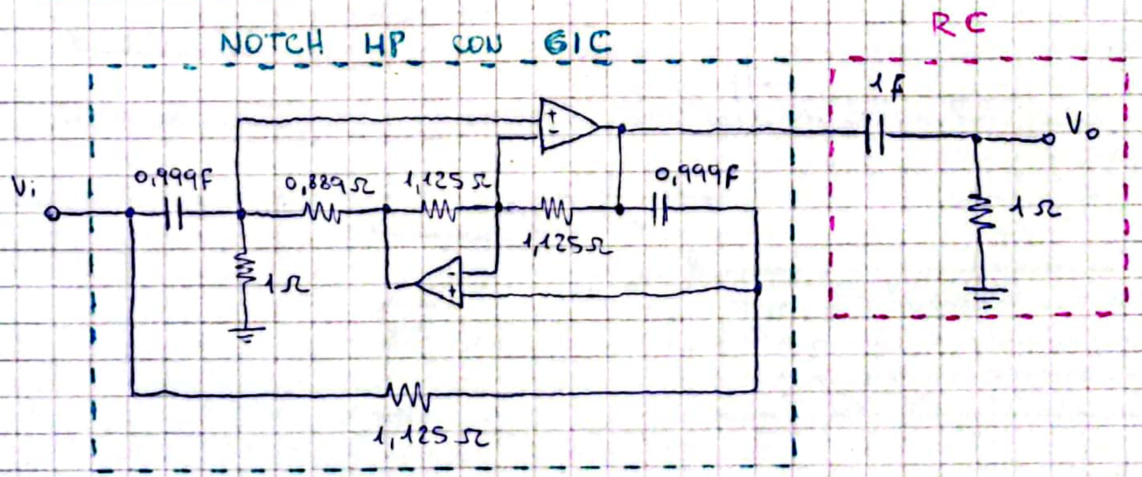
② $\sqrt{\frac{1}{R_2 R}}\, R_1 = 1 \longrightarrow \sqrt{\frac{1}{R}} = 0{,}943 \longrightarrow \boxed{R = 1{,}125}$

① $\sqrt{\frac{1}{R_2 R C^2}} = 1 \longrightarrow \frac{0{,}999}{C} = 1 \longrightarrow \boxed{C = 0{,}999}$

FILTRO RC

Para la transferencia de forma $\frac{s}{s + \omega_0}$ con $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $\boxed{R = 1}$ $\boxed{C = 1}$

CIRCUITO FINAL



NOTA

HOJA Nº

FECHA

d) El circuito propuesto en el Schauman tiene como ecuación de diseño la siguiente ecuación:

$$T(s) = \frac{s^2(2a-c) + s\,\frac{\omega_0}{Q}(2b-c) + c.\omega_0^2}{s^2 + s\,\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

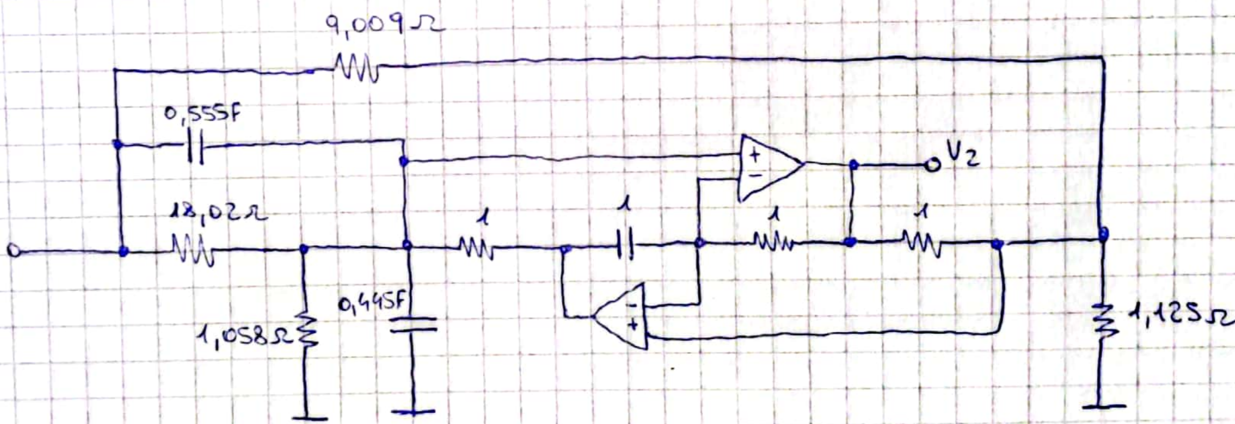
y para conseguir la fórmula de notch HP que se obtuvo los valores son

$\boxed{c = 0{,}111}$ $\quad 2a - c = 1 \quad$ $2b - c = 0$

$\boxed{a = 0{,}555}$ $\quad$ $\boxed{b = 0{,}0555}$

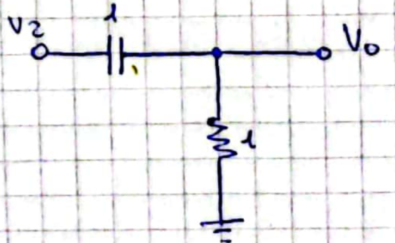
COMPONENTES

$\omega_0 = \frac{1}{RC} \rightarrow \boxed{R = 1}$ $\boxed{C = 1}$ $\quad \frac{\omega_0}{Q} = 1 \rightarrow Q = 1 \rightarrow \boxed{QR = 1}$



FILTRO RC

A la salida de V2 nuevamente colocamos un filtro RC



Aquí tendríamos la misma respuesta en frecuencia que con el circuito propuesto en el TP

NOTA