

Neural Network Basic Assignment

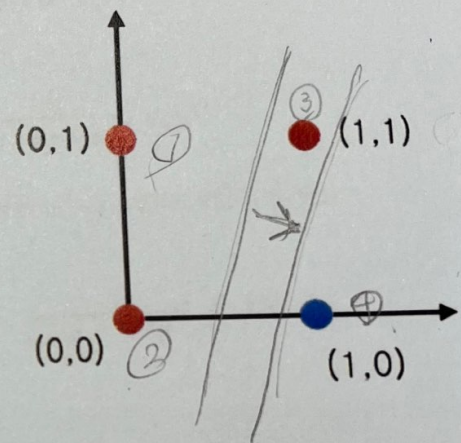
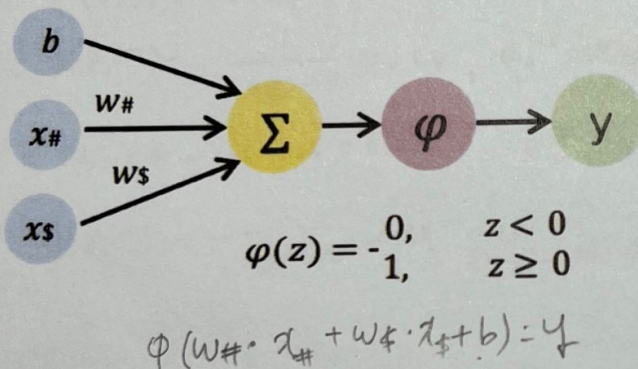
이름: 남주연

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned} ((1+e^{-z})^{-1})' &= -(1+e^{-z})^{-2} \cdot e^{-z} \cdot (-1) = \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1+e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1+e^{-z}} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2} = \sigma(z) - \sigma^2(z) \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$b = 0.3, w\# = -0.1, w\$ = 0.3$

| $x\#$ | $x\$$ | y |
|-------|-------|-----------|
| 0 | 1 | → 1 |
| 0 | 0 | → 1 |
| 1 | 1 | → 0 ← 문제! |
| 1 | 0 | → 0 |

(0,1) ① $0 \times (-0.1) + 1 \times 0.3 + 0.3 = 0.6 \rightarrow y = 1$
 (0,0) ② $0 \times (-0.1) + 0 \times 0.3 + 0.3 = 0.3 \rightarrow y = 1$
 (1,1) ③ $1 \times (-0.1) + 1 \times 0.3 + 0.3 = -0.1 \rightarrow y = 0$
 (1,0) ④ $1 \times (-0.1) + 0 \times 0.3 + 0.3 = -0.4 \rightarrow y = 0$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

③번 문제보기 ($\eta = 0.05$).

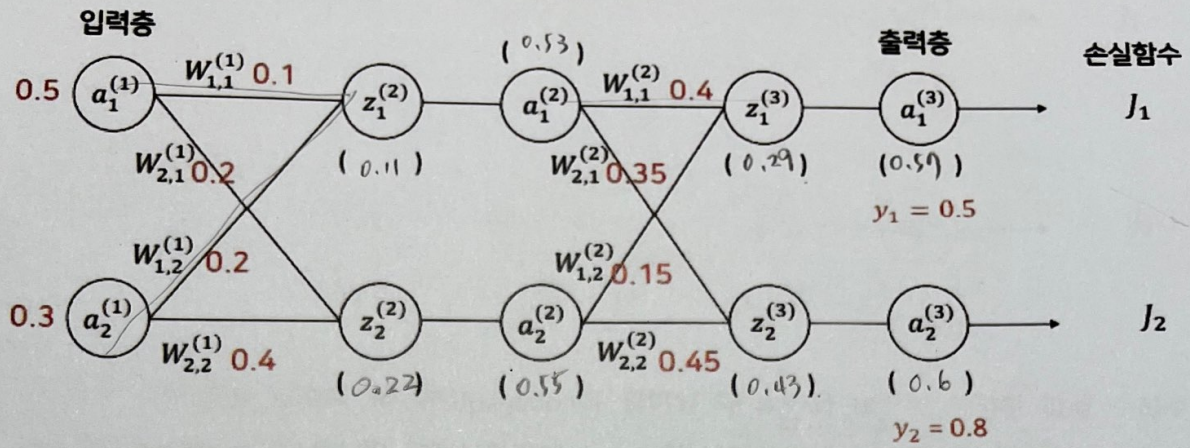
$b = 0.3 + 0.05(1-0) \times 1 = 0.35$
 $w\# = -0.1 + 0.05(1-0) \times 1 = -0.65$
 $w\$ = 0.3 + 0.05(1-0) \times 1 = 0.35$
 $\therefore -0.65 \times 1 + 0.35 \times 1 + 0.35 = 0.05$

y

| | |
|-------|-----|
| (0,0) | → 1 |
| (0,1) | → 1 |
| (1,0) | → 0 |
| (1,1) | → 1 |

$y = 1$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = w_{1,1}^{(1)} a_1^{(1)} + w_{1,2}^{(1)} a_2^{(1)} = 0.1 \times 0.5 + 0.2 \times 0.3 = 0.05 + 0.06 = 0.11$$

$$z_2^{(2)} = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.1 + 0.12 = 0.22$$

$$a_1^{(2)} = \phi(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.11}} = 0.53, \quad a_2^{(2)} = \phi(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.22}} = 0.55$$

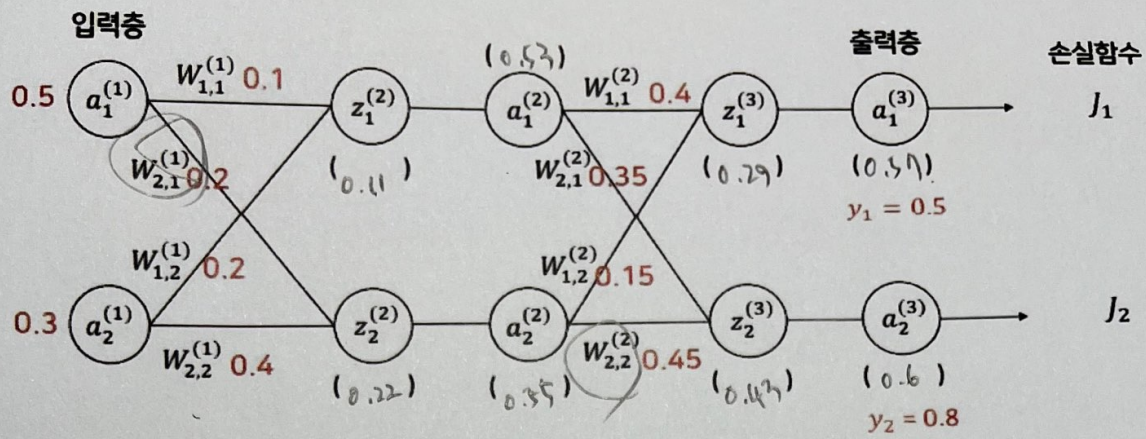
$$z_1^{(3)} = 0.53 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 = 0.29, \quad z_2^{(3)} = 0.53 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 = 0.43$$

$$a_1^{(3)} = \phi(z_1^{(3)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.29}} = 0.57, \quad a_2^{(3)} = \phi(z_2^{(3)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.43}} = 0.60$$

3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = \frac{1}{2} (0.07)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (0.6 - 0.8)^2 = \frac{1}{2} (0.2)^2 = 0.02$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 과 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\textcircled{1} w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - \delta_2^{(3)} a_2^{(2)} = 0.45 - [(0.6 - 0.8) \times 0.6 (1 - 0.6)] \times 0.55$$

$$\delta_2^{(3)} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) = 0.4764$$

$$\textcircled{2} w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \delta_2^{(2)} a_1^{(1)}$$

$$\delta_2^{(2)} = (\delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)})$$

$$\delta_1^{(3)} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) = (0.57 - 0.5) \times 0.57 (1 - 0.57) = 0.017157$$

$$\delta_2^{(3)} = -0.048$$

$$= 0.2 - \{ \underbrace{0.017 \times 0.15}_{0.00255} + \underbrace{(-0.048) \times 0.45}_{-0.0216} \} \times 0.33 (1 - 0.33) \times 0.5$$

$$= 0.2 - \{ 0.00255 - 0.005346 \} \times 0.5 = 0.1986$$

$$-0.002796$$