Exercises 7.2

3. Find the shape functions of nodes 1, 4 and 10 of a 10-node 2D Lagrangian triangular element.

```
clear all
clc
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%       1  3                   %%
%%       |  |\                  %%
%%       |  | \                 %%
%%       |  8  7                %%
%%       |  |   \               %%
%%      eta |    \              %%
%%       |  9 10  6             %%
%%       |  |      \            %%
%%       |  |       \           %%
%%       0  1--4--5--2          %%
%%       |                      %%
%%       +--0----xi---1-->      %%
%%                              %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
syms xi eta
syms a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10
syms c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8 c9 c10
```

```
Cxy = a1 + a2*xi + a3*eta + ...
    a4*xi^2 + a5*eta^2 + a6*xi*eta + ...
    a7*xi^3 + a8*eta^3 + a9*xi^2*eta + a10*xi*eta^2;
```

```
x = linspace (0, 1, 4);

eqs =[subs(Cxy,[xi eta],[x(1) x(1)]) == c1, ...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(4) x(1)]) == c2,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(1) x(4)]) == c3,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(2) x(1)]) == c4,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(3) x(1)]) == c5,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(3) x(2)]) == c6,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(2) x(3)]) == c7,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(1) x(3)]) == c8,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(1) x(2)]) == c9,...
    subs(Cxy,[xi eta],[x(2) x(2)]) == c10];

var = [a1, a2,a3, a4, a5, a6, a7, a8, a9, a10];
Cvar = [c1, c2, c3, c4, c5, c6, c7, c8, c9, c10];
```

```
A = solve(eqs,var);
a1 = A.a1;
a2 = A.a2;
a3 = A.a3;
a4 = A.a4;
a5 = A.a5;
```

```
a6 = A.a6;
a7 = A.a7;
a8 = A.a8;
a9 = A.a9;
a10 = A.a10;
```

```
Cxy = a1 + a2*xi + a3*eta + ...
    a4*xi^2 + a5*eta^2 + a6*xi*eta + ...
    a7*xi^3 + a8*eta^3 + a9*xi^2*eta + a10*xi*eta^2;
```

```
[N,Ci] = coeffs(Cxy,Cvar);
N1  = simplify(N( 1))
```

N1 =

$$-\frac{9\,\eta^3}{2}-\frac{27\,\eta^2\,\xi}{2}+9\,\eta^2-\frac{27\,\eta\,\xi^2}{2}+18\,\eta\,\xi-\frac{11\,\eta}{2}-\frac{9\,\xi^3}{2}+9\,\xi^2-\frac{11\,\xi}{2}+1$$

```
N2  = simplify(N( 2));
N3  = simplify(N( 3));
N4  = simplify(N( 4))
```

N4 =

$$\frac{9\,\xi\,(3\,\eta^2+6\,\eta\,\xi-5\,\eta+3\,\xi^2-5\,\xi+2)}{2}$$

```
N5  = simplify(N( 5));
N6  = simplify(N( 6));
N7  = simplify(N( 7));
N8  = simplify(N( 8));
N9  = simplify(N( 9));
N10 = simplify(N(10))
```

N10 = $-27\,\eta\,\xi\,(\eta+\xi-1)$