

# Uso de SVD en el proceso de decodificación bajo una configuración MIMO en redes LTE

Jhon Jaime Ramirez Ochoa

December 9, 2020

## Abstract

En el presente artículo se expondrá la aplicación del método de Descomposición en Valores Singulares (SVD) en un entorno de transmisión sobre redes inalámbricas, específicamente sobre tecnología 4G. Inicialmente se presentará una pequeña introducción sobre la caracterización de la señal transmitida, la señal recibida y el canal de transmisión, posteriormente se presentará la forma en que el método de SVD se aplica durante la etapa de decodificación en un escenario MIMO (Multiple Input Multiple Output) con el fin de incrementar la eficiencia espectral del sistema.

*Keywords:* SVD, Redes inalámbricas, LTE.

## 1 Introducción

Actualmente el sector de las Redes Móviles se encuentra en gran dinamismo debido al crecimiento en la cantidad de usuarios y altos requerimientos por servicios que demandan cada vez más Ancho de Banda como lo son Transmisiones Multimedia en tiempo real, IoT (Internet of Things), Tecnologías Cloud entre otros. El posicionamiento de tecnologías móviles de última generación como lo son LTE y LTE-ADVANCED obligan al desarrollo e implementación de soluciones necesarias para la prestación adecuada del servicio a los usuarios finales. [1]

A partir de los altos requerimientos mencionados anteriormente, es indispensable el diseño minucioso de la arquitectura de la red y del empleo de técnicas que permitan aprovechar al máximo los recursos existente de tal forma que la transmisión de datos se realice de una forma eficiente. En capítulos posteriores se describirá el funcionamiento de la arquitectura, los elementos claves y una aplicación puntual del método de Descomposición en Valores Singulares (SVD) en la etapa de decodificación de la señal. Esto se puede evidenciar en la figura 1.

## 2 Conceptos básicos Tecnología LTE

LTE (Long Term Evolution) es la tecnología móvil más reciente descrita desde el release 8 hasta el release 12 de la 3GPP actualmente. En el reporte técnico 25.913 de la 3GPP se definen los objetivos principales de LTE:

- Ancho de banda dinámico.
- Throughput de aproximadamente 100Mbps en el canal de downlink.

- Modulación adaptativa.
- OFMDA (Orthogonal Frequency Multiple Division Access) como técnica de acceso al canal.
- Funcionalidades SON (Self Organising Network)

En los siguientes capítulos se ahondará específicamente en la caracterización de las señales transmitidas, recibidas y en la respuesta al impulso del canal de transmisión.

## 2.1 Caracterización de la señal transmitida

Supóngase un conjunto de señales para ser enviadas por el usuario  $S(t)$ :

$$S(t) = [S_1(t), S_2(t), \dots, S_r(t)]$$

Antes de poder ser enviadas por el canal de aire, la señal  $S(t)$  debe ser modulada para poder ser convertida en una señal electromagnética y ser radiada por la antena. Generalmente la señal moduladora es una señal de tipo sinusoidal de alta frecuencia, con lo cual la señal modula queda expresada como:

$$S(t)_{modulada} = \text{Real}[S(t)e^{j2\pi f_c t}]$$

Se usa la forma exponencial ya que facilita los cálculos posteriores.

## 2.2 Caracterización del canal de transmisión

Supóngase el escenario en el que un usuario establece una conexión con un eNodeB (radiobase). Cuando el terminal (teléfono) del usuario envía la señal electromagnética hacia la radiobase, lo hace mediante un patrón de radiación radial (isotrópico), por lo cual la señal  $Y(t)$  que llega a la radiobase será la señal original enviada más múltiples copias de la misma señal como resultado de la reflexión de la señal en objetos presentes dentro del escenario real como lo son árboles, edificios, suelo, etc. [1][2]

Matemáticamente este fenómeno se puede expresar de la siguiente forma:

$$\text{Respuesta multicamino} = \sum_{k=0}^n a_k \delta(t - \tau_k)$$

Donde  $n = 0$  corresponde a la señal original con  $n - 1$  copias de la misma producto del efecto multicamino.

## 2.3 Caracterización de la señal recibida

La señal modulada recibida puede ser expresada como:

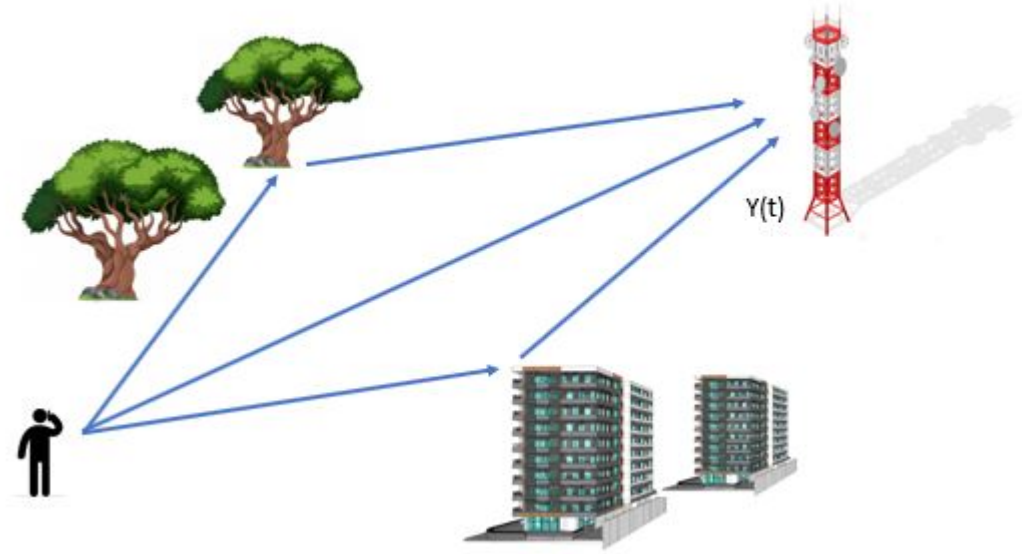


Figure 1: Efecto multicamino entre el transmisor y el receptor [Fuente propia]

$$Y(t)_{modulada} = \text{Real}\left[\sum_{k=0}^n a_k S(t - \tau_k) e^{j2\pi f_c(t - \tau_k)}\right]$$

Si se asume que la frecuencia de la señal moduladora es mucho más alta que la frecuencia base de la señal  $S(t)$  se puede asumir que  $S(t - \tau)$  es aproximadamente  $S(t)$ :

$$Y(t)_{modulada} = \text{Real}\left[\sum_{k=0}^n a_k S(t) e^{j2\pi f_c(t - \tau_k)}\right]$$

$$Y(t)_{modulada} = \text{Real}\left[\sum_{k=0}^n a_k S(t) e^{-j2\pi f_c \tau_k} e^{j2\pi f_c t}\right]$$

Y la señal demodulada en el receptor queda expresada como:

$$Y(t)_{demodulada} = \text{Real}\left[\left[\sum_{k=0}^n a_k e^{-j2\pi f_c \tau_k}\right] S(t)\right]$$

Finalmente la relación entre  $Y(t)$  y  $S(t)$  se conoce como la respuesta al impulso del canal de transmisión:

$$\text{Respuesta del canal} = \sum_{k=0}^n a_k e^{-j2\pi f_c \tau_k}$$

### 3 Configuración MIMO

En LTE la capacidad de transmisión está cerca del umbral establecido por el teorema de Shannon:

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

Donde  $B$  corresponde el ancho de banda del canal de transmisión y  $\frac{S}{N}$  corresponde a la relación señal a ruido.

Es allí donde surge la pregunta relacionada al cómo aumentar la eficiencia espectral teniendo en cuenta que en LTE la capacidad real está muy cerca del umbral teórico. Investigaciones al respecto, proponen la implementación de un sistema de arreglo de sistemas radiantes (antenas) en el lado del transmisor y en el lado del receptor con el fin de poder incrementar la eficiencia del sistema (figura 2). [3]

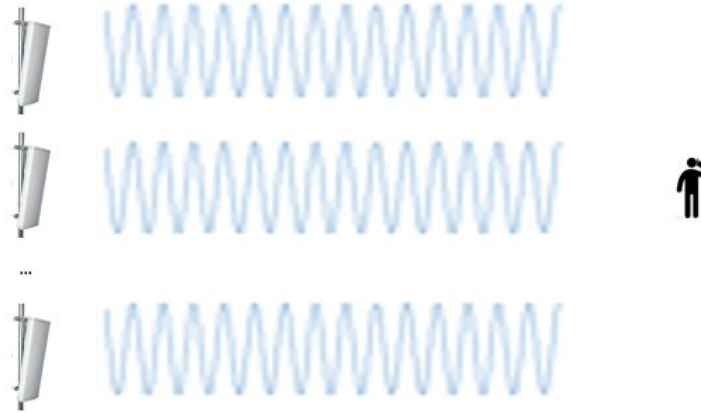


Figure 2: Configuración MIM [Fuente propia]

Al tener un arreglo de  $M_T$  antenas en el lado del transmisor y  $M_R$  antenas en el lado del receptor, la señal recibida en la  $i$ -ésima será:

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{M_T} h_{i,j}(\tau, t) * S_j(t)$$

Donde  $*$  corresponde a la respuesta convolucional entre  $h_{i,j}(\tau, t)$  y  $S_j(t)$ . Así, la matriz  $H$  se puede expresar como:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1}(\tau, t) & h_{1,2}(\tau, t) & \dots & h_{1,M_T}(\tau, t) \\ h_{2,1}(\tau, t) & h_{2,2}(\tau, t) & \dots & h_{2,M_T}(\tau, t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{M_R,1}(\tau, t) & h_{M_R,2}(\tau, t) & \dots & h_{M_R,M_T}(\tau, t) \end{bmatrix}$$

Adicionalmente, teniendo en cuenta la respuesta plana del canal en relación a la banda estrecha ocupada por cada una de las subportadoras, cada respuesta  $h_{i,j}(\tau, t)$  se expresa como  $h_{i,j}(t)\delta(t)$  la matriz  $\mathbf{H}$  queda definida como:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1}(t)\delta(t) & h_{1,2}(t)\delta(t) & \dots & h_{1,M_T}(t)\delta(t) \\ h_{2,1}(t)\delta(t) & h_{2,2}(t)\delta(t) & \dots & h_{2,M_T}(t)\delta(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{M_R,1}(t)\delta(t) & h_{M_R,2}(t)\delta(t) & \dots & h_{M_R,M_T}(t)\delta(t) \end{bmatrix}$$

Y la señal de salida  $\mathbf{y}$  se puede expresar de forma matricial como:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(\tau, t)\mathbf{S}(t)$$

Finalmente, como hay  $M_T$  señales recibidas (una por cada antena), el vector columna salida  $\mathbf{y}$  debe ser ponderado por el factor  $\sqrt{\frac{P}{M_T}}$  donde  $P$  es la potencia total de transmisión y  $M_T$  la cantidad de antenas en el receptor, así la señal recibida queda expresada como:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{P}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{S} + \mathbf{n}$$

Ahora bien, si aplicamos el método de Descomposición por Valores Singulares para la matriz  $\mathbf{H}$  se tiene que:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$$

Para lo cual se debe cumplir la siguiente propiedad para las matrices  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{V}$

$$\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}_r$$

Donde  $\mathbf{U}^H$  y  $\mathbf{V}^H$  corresponden a la matriz traspuesta conjugada, teniendo en cuenta que las señales de entrada del sistema  $\mathbf{S}(t)$  pueden admitir valores complejos.

Como se sabe, la matriz  $\mathbf{\Sigma}$  es una matriz diagonal, cuyos elementos corresponden con los valores singulares de la matriz  $\mathbf{H}$ , es decir son la raíz cuadrada de los valores propios de la matriz  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ . [4]

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_r \end{bmatrix}$$

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$$

Ahora supóngase que en el proceso de codificación y decodificación del proceso de transmisión se realiza el producto por la matriz  $V$  y por la matriz  $U^H$  respectivamente como se observa en la figura 3.

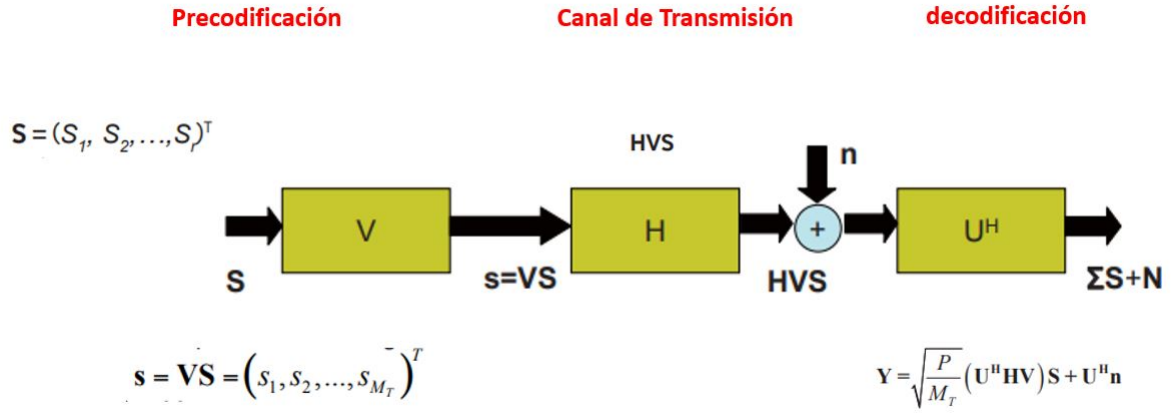


Figure 3: Proceso de Transmisión - Recepción [2]

Por lo cual la expresión de  $Y$  queda expresada como:

$$Y = \sqrt{\frac{P}{M_T}} (U^H H V) S + U^H n$$

Reemplazando el resultado de la SVD de  $H$  en la ecuación de la señal recibida se tiene:

$$Y = \sqrt{\frac{P}{M_T}} (U^H U \Sigma V^H V) S + U^H n$$

$$Y = \sqrt{\frac{P}{M_T}} \Sigma S + N$$

Donde  $\Sigma S$  es igual a:

$$\Sigma S = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dots \\ s_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 s_1 \\ \sigma_2 s_2 \\ \dots \\ \sigma_r s_r \end{bmatrix}$$

Así la señal recibida se expresa finalmente como:

$$Y_i = \sqrt{\frac{P}{M_T}} \sigma_i S_i + N_i$$

Allí puede concluir que la señal recibida en cada antena solo depende de la  $i$ -ésima señal de entrada  $S_i$  y de la respuesta del canal, por lo cual no hay interferencia de las demás señales de entrada con lo cual se incrementa la eficiencia espectral del sistema en un factor de  $L$ , donde  $L$  es igual al  $\min(M_R, M_T)$ .

Como anotación adicional, es importante mencionar que en la etapa de precodificación la salida  $\mathbf{V}\mathbf{S}$  se expresa como:

$$\mathbf{s} = \mathbf{V}\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dots \\ s_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \dots & v_{1,M_T} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \dots & v_{2,M_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{r,1} & v_{r,2} & \dots & v_{r,M_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 v_{1,1} & S_2 v_{1,2} & \dots & S_r v_{1,M_T} \\ S_1 v_{2,1} & S_2 v_{2,2} & \dots & S_r v_{2,M_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_1 v_{r,1} & S_2 v_{r,2} & \dots & S_r v_{r,M_T} \end{bmatrix}$$

Lo cual quiere decir que la señal precodificada se puede expresar como una combinación lineal de los vectores columna de  $\mathbf{V}$ :

$$S_1 \mathbf{v}^{(1)} + S_2 \mathbf{v}^{(2)} + \dots + S_r \mathbf{v}^{(r)}$$

Es decir que los vectores columnas de  $\mathbf{V}$  conformarán la base de  $\mathbf{s}$  mientras se mantenga la independencia lineal entre ellos.

## 4 Conclusiones

A través del desarrollo de este artículo se evidencia una aplicación práctica del método de Descomposición en Valores Singulares (SVD). El uso de este método permite incrementar la eficiencia espectral de una transmisión inalámbrica en una red LTE en un factor de  $L$ , donde  $L$  es igual al  $\min(M_R, M_T)$ .

En la práctica es importante tener en cuenta que la efectividad del método radica en poder modelar con alta precisión el canal de transmisión, ya que con la matriz  $\mathbf{H}$  es que se pueden hallar las matrices  $\mathbf{V}$  y  $\mathbf{U}^H$  empleadas en las etapas de precodificación y decodificación respectivamente. Para canales de altos niveles de ruido no se recomienda implementar configuraciones MIMO.

## References

- [1] Jhonson, Chris *LTE in Bullets*, (2010)
- [2] Comes Ramon, Alvarez Francisco, Palacio Fernando, Ferre Ramon, Perez Jordi, Sallent Oriol *LTE, Nuevas tendencias en comunicaciones móviles*, (2010)
- [3] Faridi, Mohd Sufiyan *Spatial Correlation Based MIMO Mode Switching in LTE Downlink System*, IEEE explorer (2015)
- [4] Gallego, Claudia *Apuntes de clase*, (2020)