



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional
Unidad Guadalajara

Mano inteligente para discapacitados usando redes neuronales pulso quaterniónicas

Tesis que presenta:
Jorge Alberto Lizárraga Rodríguez

para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

en la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis
Dr. Eduardo José Bayro Corrochano

Mano inteligente para discapacitados usando redes neuronales pulso quaterniónicas

Tesis de Maestría en Ciencias Ingeniería Eléctrica

Por:

Jorge Alberto Lizárraga Rodríguez
Ingeniero Mecatrónico

Universidad Politécnica de Sinaloa 2012-2015

Becario de Conacyt, expediente no. 615243

Director de Tesis
Dr. Eduardo José Bayro Corrochano

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Agosto de 2018.

Resumen.

Se presenta una prótesis inteligente no invasiva para extremidades superiores para discapacitados, cuyo control inteligente se basa en la implementación de Quaternion Spike Neural Networks (QSN) para el procesamiento de señales bioeléctricas. El aprendizaje de la red implementa un algoritmo de gradiente para la propagación de spikes (Spike Prop. Es el nombre del algoritmo). En la identificación y control de las señales obtenidas por sensores bioeléctricos no invasivos, se realiza una codificación para la conversión de datos de entrada reales en un pico.

Abstract

A non-invasive intelligent upper limb prosthesis for the handicapped is presented, whose intelligent control is based on the implementation of Quaternion Spike Neural Networks (QSNN) for the processing of bioelectric signals. The learning of the network implements a gradient algorithm for spike backpropagation (Spike Prop. is the name of the algorithm). In the identification and control of the signals obtained by non-invasive bioelectric sensors a coding is made for the conversion of real input data into a spike.

Dedicatoria

A veces nos sentimos tan cómodos y seguros, que olvidamos que el mundo en el que vivimos está pasando.

Dedico este trabajo a:

**JORGE A. LIZÁRRAGA GUTIERREZ.
ALICIA GUTIERREZ VALDEZ.
D.E.P.**
Papá, Abuela, Gracias por creer en mí.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres y hermanos, ya que cada logro conseguido, sea pequeño o grande, inicia siempre con el apoyo y motivación que ellos me brindan, gracias familia.

Agradezco al Ing. Javier Rojas Juan, por su significativa colaboración en la manufactura de este proyecto.

Agradezco al Prof. Eduardo Bayro Corrochano, al haberme dado la ayuda suficiente y la oportunidad de desarrollar este trabajo.

Agradezco al CINVESTAV y al CONACYT por todo el apoyo brindado durante este proceso.

Contenido

1. Introducción.	3
1.1. Clasificación de Prótesis	4
1.1.1. Prótesis Estéticas	4
1.1.2. Prótesis Mecánicas	4
1.1.3. Prótesis Eléctricas	5
1.1.4. Prótesis Neumáticas	5
1.1.5. Prótesis Mioeléctricas	5
1.1.6. Prótesis Híbridas	6
1.2. Trabajos realizados (Estado del Arte)	6
1.2.1. Prótesis I-Limb Ultra.	6
1.2.2. Prótesis Michelangelo.	7
1.2.3. Prótesis Bebionic.	7
1.2.4. Prótesis CyberHand	8
1.3. Objetivos.	8
2. Diseño de mano artificial.	9
2.1. Morfología de la mano humana.	9
2.1.1. Morfología articular de la mano humana.	11
2.2. Diseño Biomecánico.	16
2.2.1. Cinemática equivalente	16
2.2.1.1. Diagramas equivalentes de Cinemática Abierta	16
2.2.1.2. Diagramas equivalentes de Cinemática Cerrada	17
2.2.1.3. Ecuaciones de cierre	19
2.2.2. Optimización con PSO para cinemática de cierre.	22
2.2.2.1. Inicialización de las partículas	22
2.2.2.2. Velocidad de las partículas	23
2.2.2.3. Movimiento de las partículas	23
2.2.2.4. Estructura de algoritmo PSO (optimización de cadenas de cierre) .	24
2.2.3. Trasmisión	28
2.2.3.1. Trasmisión sistema sínfin-corona	28
2.2.3.2. Análisis de fuerzas en engranes de tornillo sínfin.	30
2.2.3.3. Engranes de tornillo sínfin estándar AGMA.	33
2.2.3.4. Trasmisión sistema de engranes rectos	35
2.2.3.5. Engranes rectos “Involuta”	38
2.2.4. Simulación (Efectos de locomoción)	42
2.2.4.1. Carga en el Husillo	43
2.2.4.2. Esfuerzo internos	43

		2
3. Red neuronal pico.		49
3.1. La neurona biológica		49
3.2. Potencial en la membrana		50
3.3. Acción potencial		50
3.4. Sinapsis		51
3.5. Pesos sinápticos		52
3.6. Modelos de umbral y disparo		53
3.6.1. Integración y disparo perfecto		54
3.6.2. Integración y disparo ideal		55
3.6.3. Modelo del pulso de respuesta		56
3.6.3.1. El kernel		56
3.6.3.2. SRM simplificado		57
3.7. Código neuronal		58
3.7.1. Codificación por tasa		58
3.7.2. Codificación temporal		59
3.7.3. Codificación por población		59
3.8. Métodos de aprendizaje		60
3.8.1. Aprendizaje supervisado		60
3.8.1.1. Método SpikeProp		61
3.8.1.2. Regla modificada de Widrow-Hoff o regla delta generalizada a spikes		62
4. Redes Neuronales Pico Cuaternionicas.		64
4.1. Cuaterniones		64
4.2. Cuaterniones, “Aritmética Básica”		66
4.3. Modelo Neuronal Cuaternionico		66
4.3.1. Codificación de entrada		67
4.3.2. Desfase de señales		67
4.3.3. Matriz de retardos a cuaterniones		68
4.3.4. Transformación Cuaternion a Kernel		69
4.3.5. Salida de la Neurona		69
4.4. Aprendizaje Neuronal-Cuaternionico		70
4.4.1. BackPropagation/SpikeProp		70
4.4.2. Widrow Hoff		72
5. Modelo y control de mano artificial.		75
5.1. Procesamiento cuaternionico de señales mioeléctricas.		75
5.1.1. Arquitectura		75
5.1.2. Pre-procesamiento		76
5.1.3. Condicionamiento		76
5.2. Identificación y Control.		76
5.2.1. Pre-procesamiento		76
5.2.2. Identificación		77
6. Aportaciones finales.		78
6.1. Conclusiones.		78
6.2. Trabajos a futuro.		79

Capítulo 1

Introducción.

El avance en el diseño de prótesis ha estado ligado directamente con el avance en el manejo de los materiales empleados por el hombre, así como el desarrollo tecnológico y el entendimiento de la biomecánica del cuerpo humano. Una prótesis es un elemento desarrollado con el fin de mejorar o reemplazar una función, una parte o un miembro completo del cuerpo humano afectado, por lo tanto, una prótesis para el paciente y en particular para el amputado, también colabora con el desarrollo psicológico del mismo, creando una percepción de totalidad al recobrar movilidad y aspecto.

Considerada como una herramienta mecánica y sensitiva [1] [2], la mano del hombre como principal órgano de manipulación física, cuenta con dos propósitos básicos, sujeción y tacto, desde un orfebre hasta un sordomudo, permite al hombre convertir ideas en formas y otorgar expresión a las palabras [3] [4], la mayor parte de estos movimientos son debido a la capacidad del dedo pulgar de rotar a más de 90° [5]; por tal motivo, la pérdida del mismo reduce en un 40% la funcionalidad del miembro superior [6] [7].

Siendo específicos, la finalidad de una prótesis es ayudar a complementar funciones pero jamás remplazar un miembro del cuerpo humano que se ha perdido por diferentes situaciones [8] [9]; sin embargo, el objetivo principal en la construcción de las mismas es mejorar la calidad de vida de los pacientes amputados [10]. La ciencia detrás del estudio, diseño y fabricación de prótesis, se ha venido realizando desde hace muchos años [6][11], de manera específica:

- Se realiza la primera prótesis de miembro superior, año 2000 a. C. [8] [3] [12].
- El francés Ambroise Paré, aporta grandes avances en el desarrollo de prótesis, siglo **XVI** [13] [3].
- El médico francés Gripouleau colabora con accesorios prostéticos terminales, siglo **XX**.
- Dorrance fabrica el Hook, cuyo objetivo era regresar al paciente amputado a la vida laboral, 1912 [7].

El diseño y construcción de esta prótesis de miembro superior, implica una sinergia de áreas de la ingeniería mecánica y electrónica, como el diseño de mecanismos, mecanizado de materiales, diseño del control, programación del control y el desarrollo de una interfaz entre el hombre y la máquina [8].

1.1. Clasificación de Prótesis

Dado el grado de amputación, el tipo de displacía, la funcionalidad y finalmente el factor económico, existen diferentes tipos de prótesis de mano, desarrolladas utilizando tecnologías y conocimientos varios [14] [15] [16], Dorador [3] las clasifica en: Estéticas, Mecánicas, Eléctricas, Neumáticas, Mioeléctricas y finalmente, Híbridas.

1.1.1. Prótesis Estéticas

También conocidas como prótesis “Pasivas”, las prótesis estéticas [17] [18], no poseen locomoción alguna, y solo ocultan de manera estética el miembro amputado, los polímeros como PVC de alta rigidez, el látex flexible o silicona, son los materiales comúnmente utilizados en su fabricación [19], además, ser ligeros y de poco mantenimiento por la falta de piezas móviles, son razones por las que se utilizan dichos materiales [20] figura (1.1).



Figura 1.1: Modelos de mano, prótesis estéticas.

1.1.2. Prótesis Mecánicas

Las prótesis de características mecánicas, poseen funciones básicas como la extensión y flexión de la mano, limitadas a la sujeción de objetos por su geometría específica, como a movimientos de poca precisión [7] [20], la señal de activación es dada por una parte de cuerpo, tal es el codo o el hombro [17] [18], además, se implementa un “arnés” colocado en la espalda o el pecho figura (1.2), que hace de bancada o soporte, llevando el movimiento a través de un elemento tensor [3] [21] [22].

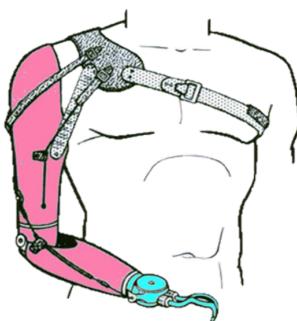


Figura 1.2: Representación gráfica de una prótesis Mecánica.

1.1.3. Prótesis Eléctricas

Este tipo de prótesis implementa principalmente actuadores eléctricos, a veces controlados por servo motores, a pulsos o por interruptores [9] [23], las desventajas más significativas en este tipo de prótesis son: su alto nivel de mantenimiento, costos, condiciones de operación y generalmente su peso [7] [4] [24]. La figura (1.3) muestra una prótesis eléctrica cuya fuente de locomoción son servomotores.

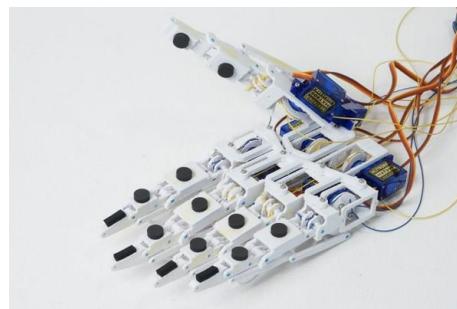


Figura 1.3: Prótesis Eléctrica.

1.1.4. Prótesis Neumáticas

Estas prótesis como su nombre lo indica han uso de aire a presión, proporcionando una gran índice de fuerza y rapidez de locomoción, sus desventajas son principalmente, los dispositivos que se usan en su operación, debido al gran tamaño y peso de estos, sin olvidar el grado de mantenimiento que demandan, la figura (1.4) muestra la “Shadow” una prótesis de este tipo.



Figura 1.4: Prótesis neumática Shadow.

1.1.5. Prótesis Mioeléctricas

En la actualidad estas prótesis son las de mayor implementación, debido a su alto grado de estética, elevada precisión y fuerza, trabajando principalmente con señales bioeléctricas por medio de electrodos [9] [25] [26], procesándolas y filtrándolas a la unidad o etapa de control [3] [20] [27], en la figura (1.5) se muestra la prótesis “Bebionic”.



Figura 1.5: Prótesis Mioeléctrica, Bebionic.

1.1.6. Prótesis Híbridas

Dada la definición del Dr. Arce [28], una prótesis híbrida es una combinación de sistemas de fuerza propia (corpórea) y de la fuerza ajena (extracorpórea), una prótesis híbrida combina el poder corporal con el poder (mio)eléctrico en una sola prótesis; Más comúnmente son usadas por amputados transhumerales; Puede utilizar un codo de control mecánico y un dispositivo terminal (garfio o mano) de control mioeléctrico o un codo controlado eléctricamente y un dispositivo terminal de control mecánico.

1.2. Trabajos realizados (Estado del Arte)

Dada la evolución de la tecnología en la actualidad se han logrado grandes avance en el desarrollo de prótesis de mano [21], haciendo posible la fabricación de prototipos de gran aproximación a la morfología de la mano humana, entre las más destacadas se presentan las siguientes:

- Prótesis I-Limb Ultra.
- Prótesis Michelangelo.
- Prótesis Bebionic.
- Prótesis CyberHand.

1.2.1. Prótesis I-Limb Ultra.

Una de las más utilizadas en la actualidad en diferentes países figura (1.6), cuenta con la mayoría de los movimientos básicos de la mano humana [29], permitiendo la integración del amputado a la vida laboral y mejorando su condición de vida. Los dedos de la prótesis se controlan de manera independiente [30], el dedo pulgar puede rotar hasta 90° [4], realiza sujetaciones de alta precisión y fuerza [20] [8].



Figura 1.6: I-Limb Ultra [8].

1.2.2. Prótesis Michelangelo.

Esta prótesis se caracteriza por tener una gran gama de movimientos de precisión, debido al control que implementa y a sus mecanismo de locomoción que aportan gran fuerza de sujeción, sus dedos son controlados al igual que la anterior, de manera independiente, además cuenta con los grados de libertad de la muñeca, en su exterior está recubierta por elastómero de silicona dándole resistencia al agua, en su interior por acero y duraluminio de alta resistencia.



Figura 1.7: Michelangelo.

1.2.3. Prótesis Bebionic.

La Bebionic es muy semejante a la I-Limp [16] figura (1.8); Desatollada por Stepper RS, con la finalidad de emular a esta última pero a bajo costo, aproximadamente \$10,000 dólares [13]. en su última versión, la Bebionic tiene movimientos de articulación en todos los dedos, el pulgar en oposición se coloca de manera manual en extensión y flexión, dando quince diferentes posiciones de sujeción; La prótesis es controlada por señales bioeléctricas obtenidas a partir de la contracción de los músculos del paciente, por tal motivo entra en la clasificación de prótesis “mioeléctrica”, por último, tiene cinco actuadores con cinco velocidades fijas cada uno, diseñados para bajo consumo de energía.



Figura 1.8: Bebionic.

1.2.4. Prótesis CyberHand

Es la prótesis de mayor tecnología moderna y consta, como su nombre lo indica, es una prótesis de conexión invasiva [31] [32], obteniendo la información directa desde el cerebro mediante electrodos instalados en el paciente por medio de cirugía, y de igual forma recoge información externa como presión o temperatura a la que está sometida la prótesis [20] [33].

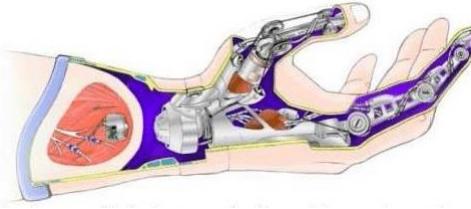


Figura 1.9: Representación gráfica de la prótesis CyberHand.

1.3. Objetivos.

Objetivos Principales.

- Diseñar una prótesis semejante a la morfología y con la locomoción esencial de la mano humana.
- Crear un mecanismo de alta disipación de cargas.
- Crear un dispositivo de adaptación humano-maquina mioeléctrico-no invasivo.

Objetivos Específicos.

- Controlar la mano robótica, con redes neuronales artificiales quaterniáticas de tipo pulso.
- Desarrollar una red neuronal quaterniática para identificar conjuntos de señales bioeléctricas provenientes del brazo.
- Generar una arquitectura en acoplamiento con la etapa de identificación de señales para realizar el control de posición de mano robótica (Smart-Hand).

Capítulo 2

Diseño de mano artificial.

Toda prótesis artificial activa necesita una fuente de energía para su locomoción; un sistema de transmisión; un sistema de mando o acción y un dispositivo prensor. En la elección de las prótesis representa un papel trascendental el nivel de amputación o el tipo de “displasia” del paciente [3].

2.1. Morfología de la mano humana.

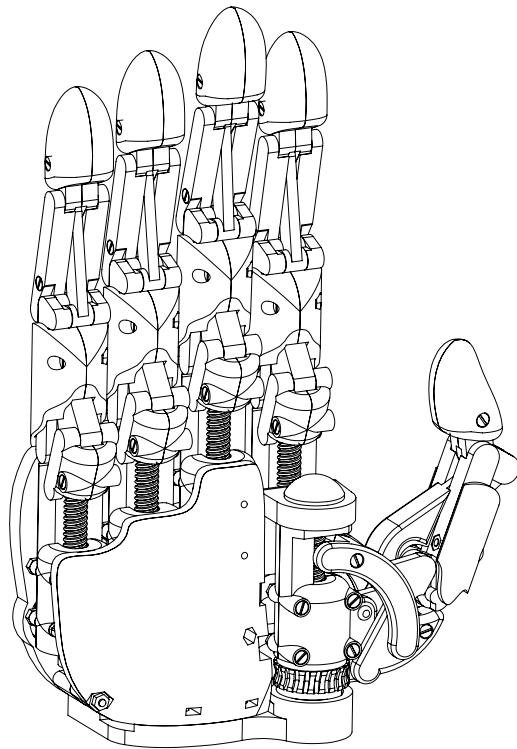


Figura 2.1: Prótesis Smart Hand

La Smart hand es una prótesis articulamente accionada por micromotores HPBC figura (2.1), que dan una gran cantidad de energía al usuario, el propósito principal de este mecanismo es remplazar o mejorar una función, una parte del miembro superior.

Según la clínica media [34], Smart hand forma parte del conjunto “Porción Libre”, término dado a uno de los dos segmentos que constituyen los huesos del miembro superior.

El objetivo de Smart hand es un tanto genérico respecto a otras prótesis, sin embargo difiere en el resto al ser una prótesis de enclavamiento pasivo, dando una resistencia de enclave de hasta 12 kg, esto último es gracias al alto indicie de disipación en el diseño estructural de la prótesis, así como su tipo de transmisión, y su diseño aproximado a la morfología de la mano humana.

Es importante señalar que la estructura de Smart Hand está diseñada respecto a un sistema óseo-articular de la mano humana, con base al “canon” de un hombre adulto promedio de 30 años [34], en fases futuras se agregará un recubrimiento semejante a la estructura muscular y un revestimiento cutáneo.

En las figuras (2.2) y tabla (2.1) se dan las medidas de las manos según la Norma DIN 33 402, destinadas a ser usadas en el diseño y/o elección de herramientas, utilaje y mandos.

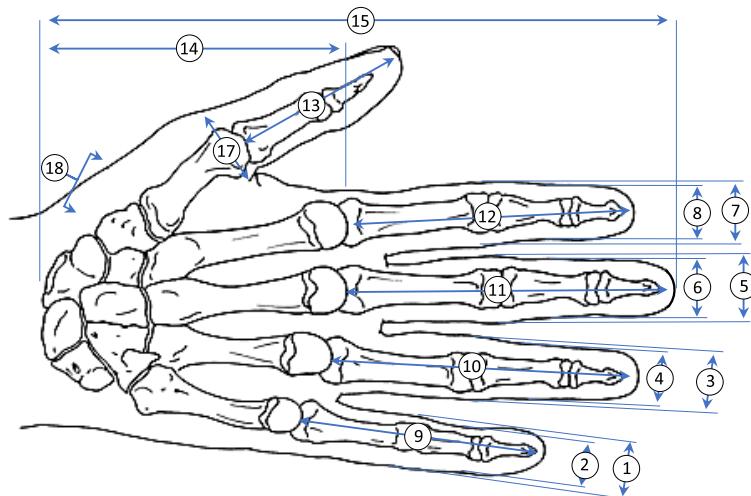


Figura 2.2: Cotado para proporciones de la mano.

Índice	Dimensiones en “cm”	Porcentaje					
		Hombres			Mujeres		
		5 %	50 %	95 %	5 %	50 %	95 %
1	Ancho base (Meñique)	1.8	1.7	1.8	1.2	1.5	1.7
2	Ancho base yema (Meñique)	1.4	1.5	1.7	1.1	1.3	1.5
3	Ancho base (Anular)	1.8	2.0	2.1	1.5	1.6	1.8
4	Ancho base yema (Anular)	1.5	1.7	1.9	1.3	1.4	1.6
5	Ancho base (Medio)	1.9	2.1	2.3	1.6	1.8	2.0
6	Ancho base yema (Medio)	1.7	1.8	2.0	1.4	1.5	1.7
7	Ancho base (Índice)	1.9	2.1	2.3	1.6	1.8	2.0
8	Ancho base yema (Índice)	1.7	1.8	2.0	1.3	1.5	1.7
9	Largo (Meñique)	5.6	6.2	7.0	5.2	5.8	6.6
10	Largo (Anular)	7.0	7.7	8.6	6.5	7.3	8.0
11	Largo (Medio)	7.5	8.3	9.2	6.9	7.7	8.5
12	Largo (Índice)	6.8	7.5	8.3	6.2	6.9	7.6
13	Largo (Pulgar)	6.0	6.7	7.6	5.2	6.0	6.9
15	Largo (Palma)	10.1	10.9	11.7	9.1	10.0	10.8
16	Largo (Total)	17.0	18.6	20.1	15.9	17.4	19.0
17	Ancho (Pulgar)	2.0	2.3	2.5	1.6	1.9	2.1
18	Ancho (Mano)	2.4	2.8	3.2	2.1	2.6	3.1

Tabla 2.1: Medidas de articulación (Norma DIN 33 402. 2º parte)

2.1.1. Morfología articular de la mano humana.

En este capítulo se analizará la semejanza morfológica articular de Smart Hand con una mano humana, las figuras presentaran dicha comparación, es conveniente señalar que los primeros 10 movimientos corresponden a desplazamientos elementales de la mano humana [34], el resto a “Agrres” básicos.

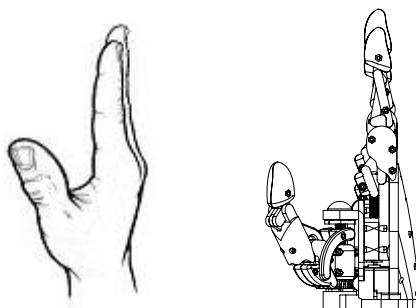


Figura 2.3: Extensión de mano/prótesis vista lateral.

Existen pequeñas discrepancia en la réplica por parte de las condiciones de diseño de la prótesis, este tipo de puntos que no coinciden en un 100 % con la locomoción de una mano real se explican a detalle en la sección 2.2.1.

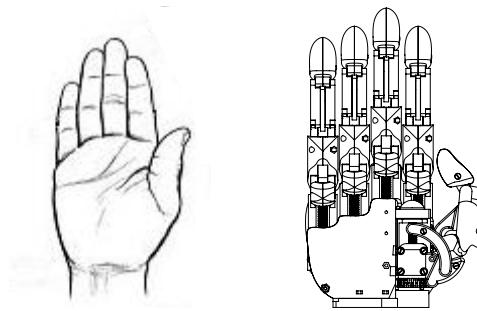


Figura 2.4: Extensión de mano/prótesis vista frontal.

El espaciado entre los dedos es por una posición arbitraria en el modelo de la figura (2.4), en realidad estos se pueden juntar hasta alcanzar instancias tangenciales. La curvatura de pulgar se debe a las restricciones cinemáticas en la cadena equivalente del mismo, subsección 2.2.1.2, figura (2.20).

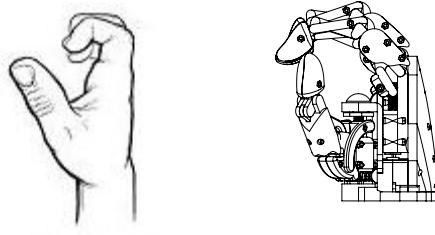


Figura 2.5: Extensión de pulgar y semi-flexión de dedos mano/prótesis.

Observe que la semi-flexión figura (2.5) en los dedos de la prótesis no alcanzan por completo el ciclo, sin embargo el propósito de esta posición en cuestión de funcionalidad sí, subsección 2.2.1.2, figura (2.19).

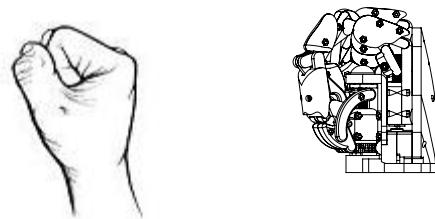


Figura 2.6: Flexión de mano/prótesis.

La discrepancia más significativa para la flexión de prótesis figura (2.6) es el perfil externo de los dedos, condición simplemente estética.

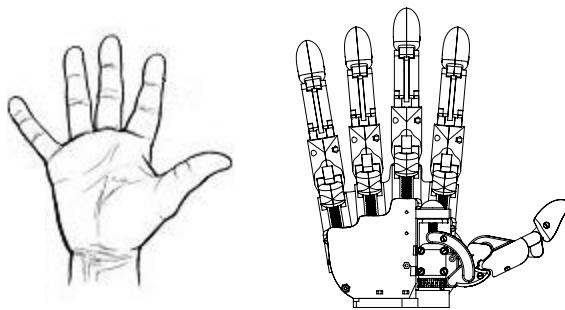


Figura 2.7: Expansión de dedos y pulgar de la mano/prótesis.

Tal como en la figura (2.3) la rotación de los dedos, cuyos ejes de rotación son perpendiculares a la palma e inciden en la base de los mismos, se puede realizar en contra de las manecillas del reloj, permitiendo la expansión de los mismos figura (2.7). la mayoría de las prótesis convencionales no cuentan con este movimiento, útil para generar una mayor área de contacto, o para una mejor sujeción de objetos circulares.

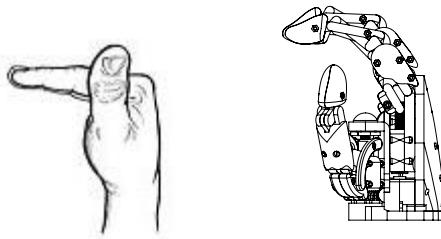


Figura 2.8: Expansión de dedos y pulgar de la mano/prótesis.

La posición de la figura (2.8) no puede ser reproducido, por las mismas causas de la figura (2.3). Por último, las cuatro posiciones mostradas en la figura (2.9) son un aditamento al modelo, no por un “propósito”, sí por un grado más de aproximación al modelo biológico real.

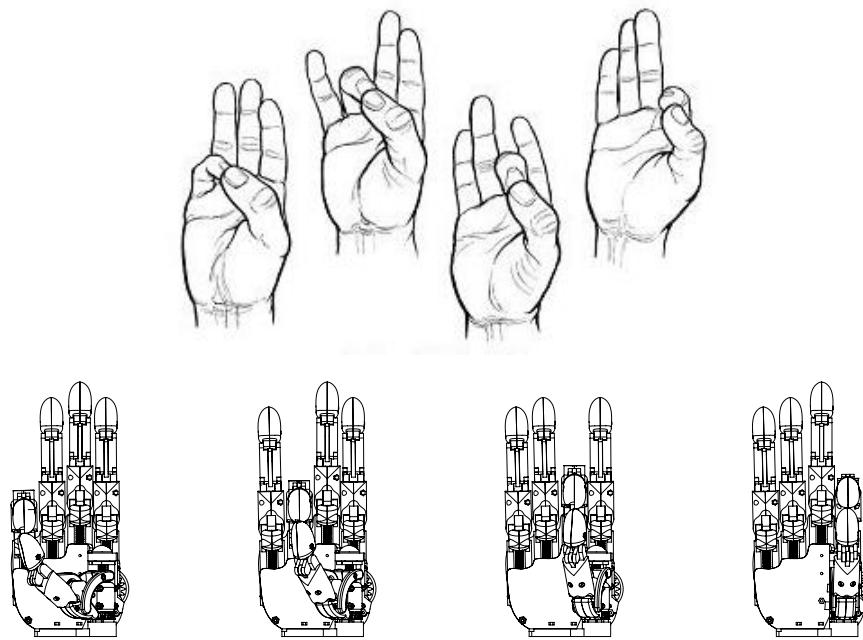


Figura 2.9: Toque de pulgar mano/prótesis.

En las siguientes seis figuras, se ha considerado un grupo de movimientos de agarre esencial en la prótesis, estos movimientos pueden cubrir perfectamente las necesidades básicas del usuario.

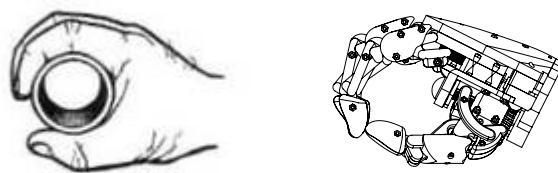


Figura 2.10: Sujeción de perfiles circulares.

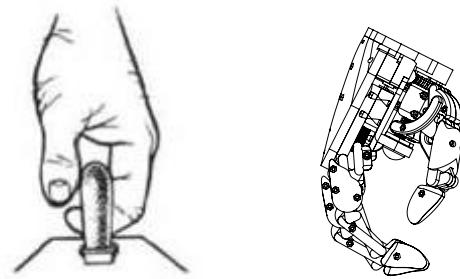


Figura 2.11: Sujeción con enclave.

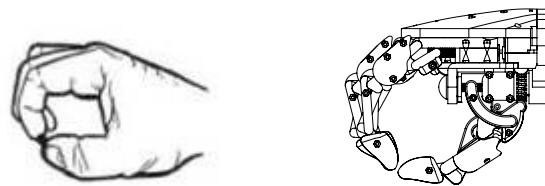


Figura 2.12: Sujeción por contacto de objetos pequeños.



Figura 2.13: Sujeción por área de objetos pequeños.

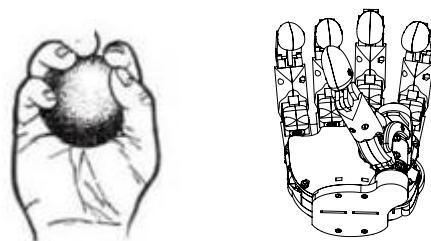


Figura 2.14: Sujeción de perfiles esféricos.



Figura 2.15: Sujeción por presión.

2.2. Diseño Biomecánico.

La biomecánica del movimiento humano puede ser definida de manera metódica como una interdisciplina (Winter, 1990) científica que mide, describe, analiza, valora y proyecta (Acero, 2002) el movimiento humano. Zatsiorsky (1994) indica más globalmente que es una ciencia que estudia el movimiento mecánico en sistemas vivos y en particular el movimiento del sistema locomotor del cuerpo humano. La Biomecánica es la ciencia que examina las fuerzas actuando sobre y en una estructura biológica y los efectos que producen dichas fuerzas. Para Milburn, (1996) el concepto anterior, implica un entendimiento del movimiento humano en tres áreas:

- Morfología biológica.
- Análisis mecánico.
- Locomoción.

Las siguientes secciones están dedicadas a las áreas anteriores.

2.2.1. Cinemática equivalente

2.2.1.1. Diagramas equivalentes de Cinemática Abierta

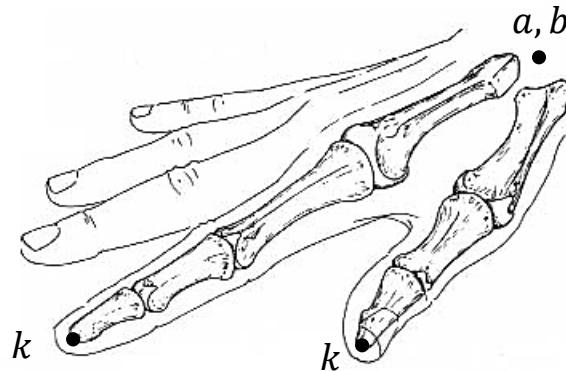


Figura 2.16: Sistema óseo de dedo y pulgar de la mano humana [34].

La Figura anterior muestra la estructura interna de la extremidad de un miembro superior, desde los metacarpos hasta las falanges distales. Al hacer una representación simplificada de la cadena cinemática de las estructuras de un dedo y el pulgar, considerando cada junta ósea como una junta de un solo grado de libertad, se obtienen los diagramas equivalentes de las figuras (2.17) y (2.18) respectivamente.

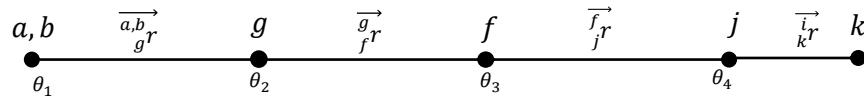


Figura 2.17: Diagrama equivalente de la estructura interna de la extremidad de miembro superior : Dedo Índice, (Metacarpos a Falanges Distales).

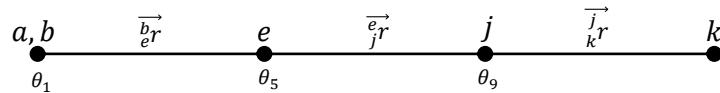


Figura 2.18: Diagrama equivalente de la estructura interna de la extremidad de miembro superior : Pulgar, (Metacarpos a Falanges Distales).

El diagrama de la figura (2.17) está constituido por cuatro grados de libertad ($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$), en el caso del pulgar figura (2.18) son tres los grados de libertad que le conforman ($\theta_1, \theta_5, \theta_9$), estas configuraciones no corresponden completamente a la compleja locomoción de estas estructuras biológicas en cuestión, sin embargo se ha optado por simplificarlas aún más, ya que “*un mecanismo abierto con más de un eslabón siempre tendrá más de un grado de libertad, por lo que requiere tantos actuadores (motores) como grados de libertad tenga*”, Franz Reuleaux (1829 – 1905) [35].

Esto último compromete la ergonomía del diseño de la prótesis, ya que además de los cuatro actuadores que se incluirían, también se deben implementar sus respectivos elementos de medición y operación.

2.2.1.2. Diagramas equivalentes de Cinemática Cerrada

Al disminuir el grado de complejidad de las cadenas cinemáticas, se refleja en la limitación de la locomoción de la prótesis, sin embargo todas las posiciones para “agarres básicos” son posibles, estas posiciones corresponden a los estados de locomoción ya mostrados en la sección anterior “Morfología de la mano humana”, para aumentar la simplicidad de las cadenas, primero se aplica el criterio de Grübler-Kutzbach [35] que determina el grado de libertad (Movilidad) de una cadena cinemática; La movilidad de un mecanismo es el número de parámetros de entrada (casi siempre variables del par) que se deben controlar independientemente, con el fin de llevar al dispositivo a una posición en particular (Joshep Shinley) [36], es decir, un acoplamiento de los cuerpos rígidos por medio de restricciones mecánicas, la ecuación (2.1) calcula dicha movilidad.

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2 \quad (2.1)$$

Donde, M es el grado de libertad o movilidad, L número de eslabones, J_1 numero de juntas de 1 GDL (completas), J_2 numero de juntas de 2 GDL (semi).

Aplicando la ecuación (2.1) a las cadenas de las figuras (2.17) y (2.18) obtenemos respectivamente:

$$M = 3((5) - 1) - 2(4) = 4GDL$$

$$M = 3((4) - 1) - 2(3) = 3GDL$$

Observe que las cadenas presentan un eslabón adicional en el conteo de sus eslabones L , este eslabón es la bancada o tierra del mecanismo, un eslabón fijo. Como ya se ha mencionado el objetivo es aumentar la simplicidad del mecanismo, de manera concreta producir que la movilidad sea “ $M = 1$ ”, de este forma será posible implementar un solo motor por dedo.

Se propone el mecanismo antropomórfico de la figura (2.19), que será un modelo inicial para la modificación de la cadena resultante. De lo anterior podemos reafirmar lo siguiente:

- Un mecanismo abierto con más de un eslabón siempre tendrá más de un grado de libertad, por lo que requiere tantos actuadores (motores) como grados de libertad tenga.
- Toda cadena cinemática cerrada y mecanismo con un solo GDL reciben el nombre de: Sistema Restringido.

Franz Reuleaux (1829-1905)

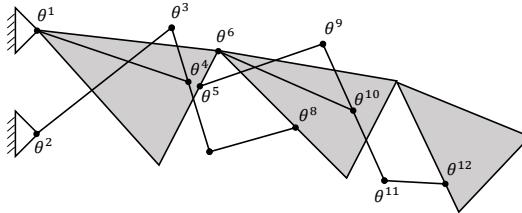


Figura 2.19: Mecanismo de dedo antropomórfico, representación con falanges. Cerradura de mecanismo por Grübler-Kutzbach.

Utilizando el diagrama geométrico de la figura (2.19) y aplicando la ecuación (2.1) las cadenas resultantes con $M = 1$ para el dedo y pulgar se muestran en las figuras (2.20) y (2.21) respectivamente.

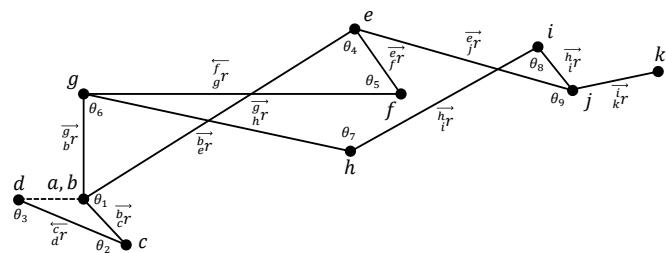


Figura 2.20: Conversión a cinemática cerrada-restringida de diagrama cinemático equivalente de dedo Índice, Criterio Grübler-Kutzbach

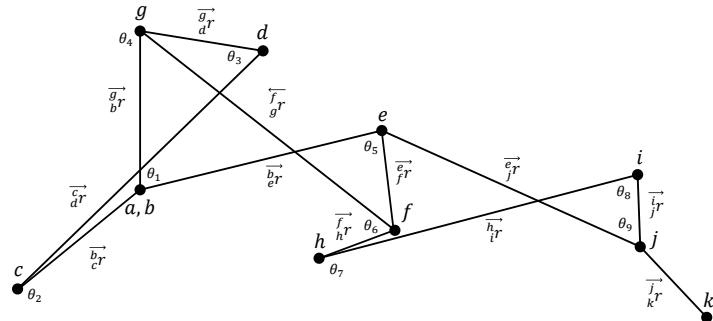


Figura 2.21: Conversión a cinemática cerrada-restringida de diagrama cinemático equivalente de pulgar, Criterio Grübler-Kutzbach.

Es importante señalar que en esta sección sea establecido únicamente la movilidad de modelo, sin embargo las características geométricas respecto a las longitudes y estructuras de los eslabones aún no se establecen, para esto en la sección siguiente se abordara el modelo ya no como cadenas cerradas sino como mecanismos restringidos.

2.2.1.3. Ecuaciones de cierre

Una ecuación de cierre para mecanismos planos es el modelo matemático del mecanismo, que forma un circuito cerrado y donde el polígono constituido por los vectores diferencia de posición que pasan por los pares cinemáticos y los eslabones sucesivos debe mantenerse cerrado cuando el mecanismo se mueve.

El Método de Milton A. Chace (1967 - 1985) [36] para ecuaciones vectoriales de cierre en el plano, aprovecha la brevedad de la notación vectorial en la obtención de soluciones explícitas en forma cerrada.

Una ecuación vectorial bidimensional se puede resolver para dos incógnitas: dos magnitudes, dos direcciones o una magnitud y una dirección, partiendo de la ecuación vectorial típica en el plano (2.2) y sus casos posibles de solución tabla (2.2).

$$C\widehat{C} = A\widehat{A} + B\widehat{B} \quad (2.2)$$

Caso 1	Magnitud y dirección de un vector.	C, \widehat{C}
Caso 2a	Magnitud de dos vectores.	A, B
Caso 2b	Magnitud de un vector y dirección de otro.	A, \widehat{B}
Caso 2c	Direcciones de dos vectores.	\widehat{A}, \widehat{B}

Tabla 2.2: Casos posibles en sistemas mecánicos de cierre.

El análisis en el eslabonamiento para cuatro barras es un problema clásico, las cadenas anteriores se ejemplifican con base a este, las técnicas algebraicas de solución, y la notación utilizada se define en la figura (2.22), en esta ilustración se observa que s es la distancia diagonal BD . Se puede escribir la ley de los cosenos para el triángulo BAD y, una vez más, para el triángulo BCD .

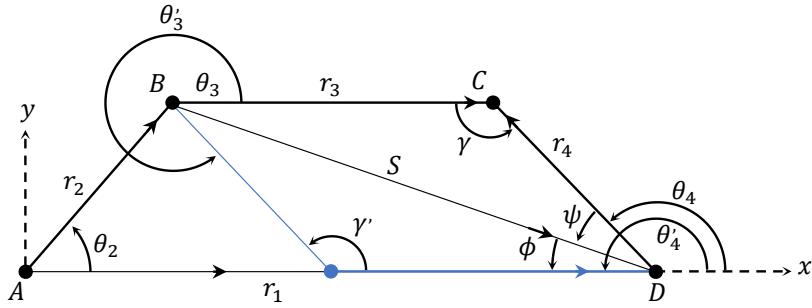


Figura 2.22: Análisis gráfico de posición del eslabonamiento de cuatro barras, Mecanismo restringido.

En términos de las longitudes de los eslabones y los ángulos definidos en dicha figura, se tiene

$$s = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \theta_2}$$

$$\gamma = \pm \cos^{-1} \frac{r_3^2 + r_4^2 - s^2}{2r_3 r_4}$$

donde los signos más o menos se refieren a las dos soluciones para el ángulo de transmisión γ y γ' , respectivamente. La ley de los cosenos se aplica a los mismos dos triángulos con el objetivo de hallar los ángulos ϕ y ψ ,

$$\phi = \cos^{-1} \frac{r_1^2 + s^2 - r_2^2}{2r_1 s}$$

$$\psi = \cos^{-1} \frac{r_4^2 + s^2 - r_3^2}{2r_4 s}$$

Como se puede observar, dada la figura (2.22), las magnitudes de ϕ y ψ son menores que 180° , Y que ψ siempre es positivo en tanto que $\sin \phi$ lleva el mismo signo que $\sin \theta_2$. Con base en esto se encuentran los ángulos desconocidos θ_3 y θ_4 ,

$$\theta_4 = 180^\circ - \phi \mp \psi \quad (2.3)$$

$$\theta_3 = \theta_4 - \gamma \quad (2.4)$$

donde los signos menos o más representan nuevamente, las dos cerraduras θ y θ' , respectivamente; Ahora aplicando el método de Chace el procedimiento se simplifica, primero se construye el vector

$$s = r_1 - r_2$$

Luego la ecuación vectorial es dada por el triángulo BCD

$$s = r_3 \hat{r}_3 - r_4 \hat{r}_4$$

Donde las direcciones \hat{r}_3 y \hat{r}_4 se descomponen. Este es el caso 2c tabla (2.2) y las soluciones están dadas por las ecuaciones (2.5) y (2.6).

$$r_3 = \pm \sqrt{r_3^2 - \left(\frac{r_3^2 - r_4^2 + s^2}{2s} \right)^2} (\hat{s} \times \hat{k}) + \frac{r_3^2 - r_4^2 + s^2}{2s} \hat{s} \quad (2.5)$$

$$r_4 = \pm \sqrt{r_3^2 - \left(\frac{r_3^2 - r_4^2 + s^2}{2s} \right)^2} (\hat{s} \times \hat{k}) + \frac{r_4^2 - r_3^2 + s^2}{2s} \hat{s} \quad (2.6)$$

La dirección $(\hat{s} \times \hat{k})$ se localiza a 90° en el mismo sentido del movimiento de las manecillas del reloj, a partir de la dirección \hat{s} . El conjunto superior de signos proporciona la solución para el eslabonamiento cruzado; Por ende, el conjunto inferior se aplica al eslabonamiento abierto de la figura (2.22).

Por último, el sistema restringido de la figura (2.20) se conforma de tres cadenas cerradas restringidas, sin importar la configuración de ensamble las tres cadenas Figura (2.23),(2.24),(2.25) equivalen al modelo de un sistema de cuatro barras figura (2.22), donde las ecuaciones (2.5) y (2.6) dan los dos resultados posibles para el modelo.

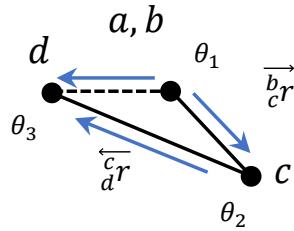


Figura 2.23: Cadena Cinemática interna a-b-c-d. Solución de CHACE: Caso 2c.

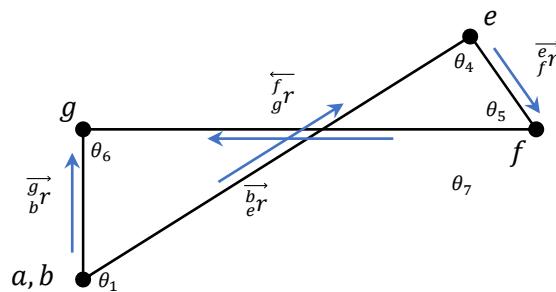


Figura 2.24: Cadena Cinemática interna a-b-e-f-g. Solución de CHACE: Caso 2c.

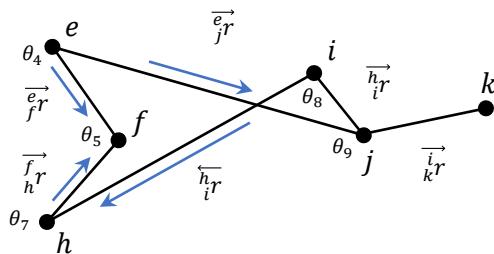


Figura 2.25: Cadena Cinemática interna e-j-i-h-f. Solución de CHACE: Caso 2c.

En este punto y bajo las configuraciones anteriores, tanto la cadena del dedo como el pulgar ya son sistemas restringidos, en la siguiente sección se establece la metodología para determinar las longitudes apropiadas para cada eslabón dada la morfología de la mano humana.

2.2.2. Optimización con PSO para cinemática de cierre.

Se presenta la analogía y conceptos básicos del algoritmo de optimización por enjambre de partículas PSO (“Particle Swarm Optimization”), La optimización por enjambre de partículas estándar fue originalmente propuesta por Kennedy y Eberhart [37], son varios los campos de estudio en los cuales hay situaciones que exigen encontrar soluciones que puedan considerarse como mejores con base a criterios establecidos, algunas de estas situaciones no permiten el uso de métodos tradicionales de optimización, porque además de utilizar metodologías complejas, el quedar atrapados en soluciones locales es un problema presente. Como solución el algoritmo de PSO es fácil de implementar, además, por medio del comportamiento de la población de partículas en el entorno de búsqueda se evita caer en óptimos locales y con esto evitar la imprecisión, la tabla (2.3) muestra las fases principales del algoritmo PSO estándar.

1	Inicialización de población
2	Evaluar la población en la función Objetivo y elegir la mejor partícula
3	while Criterio de paro
4	for todas las partículas en todas sus dimensiones
5	Cambio de velocidad
6	Cálculo de nueva posición
7	Se repite el paso “2”
8	end for termina el ciclo
9	Elegir y actualizar la mejor partícula de la población
10	end while termina el ciclo

Tabla 2.3: Optimización por enjambre de partículas.

2.2.2.1. Inicialización de las partícululas

La etapa de inicialización se requiere en todos los procesos metaheurísticos, y la optimización por PSO no es una excepción. La población inicial de partículas se genera con una distribución aleatoria en un espacio de búsqueda acotado, aquí se definen los parámetros del problema a optimizar, en este caso las longitudes morfológicas adecuadas de cada falange de la prótesis de mano, la ecuación

(2.7) describe la optimización de las partículas para PSO.

$$x_k^{i,t} = l_k + \text{rand}(u_k - l_k), x_k^{i,t} \in x^t \quad (2.7)$$

Donde: $x_k^{i,t}$ es la i -ésima partícula de la población x^t , i es el índice que se refiere al número de partículas y tiene como valor máximo el tamaño de la población ($i = 1, 2, \dots, n_{particulas}$). La dimensión del problema se definen por la variable k y el número de iteraciones con la variable t . Mientras l_k y u_k son los límites superior e inferior respectivamente para una de las dimensiones del espacio de búsqueda, por ultimo rand es el número aleatorio uniformemente distribuido entre el rango de cero a uno.

2.2.2.2. Velocidad de las partículas

Se calcula la velocidad de cada partícula para obtener las nuevas posiciones, para esto se necesita el valor previo de la velocidad, para la primera iteración este valor es cero. Además, se necesitan los mejores valores globales y locales de cada partícula en la población, la ecuación (2.8) presenta el cálculo de dicha velocidad.

$$v^{t+1} = v^t + \text{rand1} \times (\mathbf{P} - \mathbf{X}^t) + \text{rand2} \times (\mathbf{G} - \mathbf{X}^t) \quad (2.8)$$

Donde: v^{t+1} es la velocidad en la iteración $t + 1$, v^t es la velocidad en la iteración anterior t , x^t es el vector de posiciones de cada partícula, \mathbf{P} contiene las mejores posiciones actuales asociadas a la vecindad de cada partícula, mientras que G es la mejor partícula actual a nivel global, rand_1 y rand_2 son números aleatorios uniformemente distribuidos en el rango de cero a uno, la figura (2.26) describe los elementos que intervienen tanto en la velocidad como en la obtención de nuevas posiciones de cada partícula.

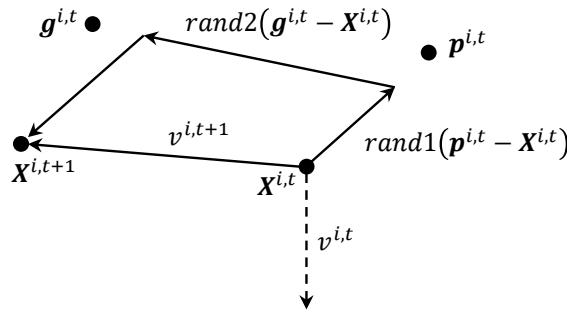


Figura 2.26: Representación gráfica para el cálculo de velocidades y desplazamiento de partículas.

Los números aleatorios rand1 y rand2 permiten elegir cualquier trayectoria pero con la dirección de del óptimo local y global.

2.2.2.3. Movimiento de las partículas

Una vez calculada la velocidad las partículas se desplazan a una nueva posición para la siguiente iteración, la ecuación (2.9) opera combinando las velocidades con las posiciones anteriores de la población.

$$\mathbf{X}^{t+1} = \mathbf{X}^t + v^{t+1} \quad (2.9)$$

Donde: \mathbf{X}^{t+1} es el vector de nuevas posiciones para la iteración $t + 1$, \mathbf{X}^t es el vector de posiciones previas, y por ultimo v^{t+1} es el vector de velocidad obtenido de la ecuación (2.8).

2.2.2.4. Estructura de algoritmo PSO (optimización de cadenas de cierre)

La figura (2.27) muestra el diagrama de flujo con la estructura del algoritmo PSO.

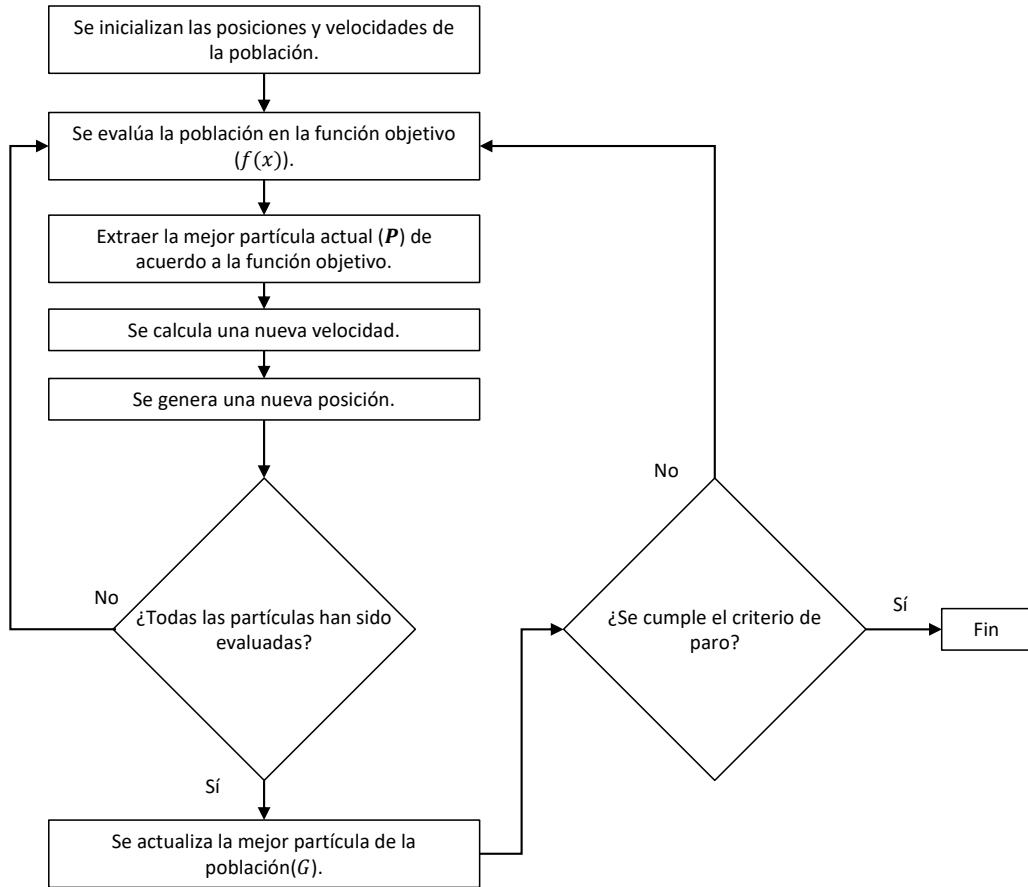


Figura 2.27: Diagrama de flujo algoritmo PSO.

La función objetivo $f(x)$ es la ecuación general (2.5) de cierre de las cadenas cinemáticas. Esta ecuación objetivo cumplía con dos estados de cinemáticos de la mano figura (2.28), las trayectorias generadas a partir del actuador libre sobre las juntas restringidas tenían como requisito forma una trayectoria con proporción morfológica.

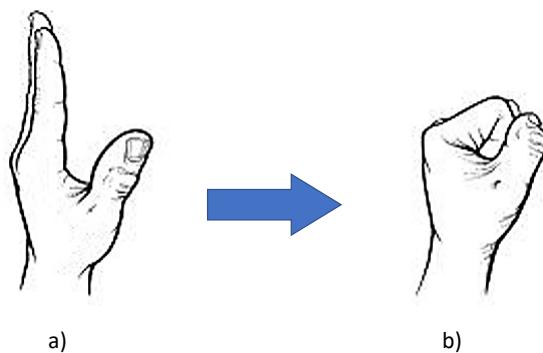


Figura 2.28: Extensión y flexión de la mano humana.

Esta proporción anatómica [34] es la proporción de **Fibonacci** entre falanges figura 3 donde a partir del estado inicial y final figura (2.28) se genera la trayectoria proporcionada.

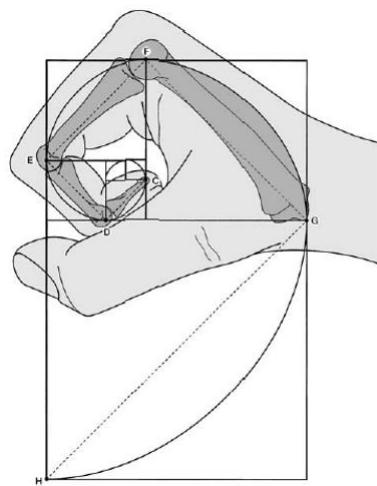


Figura 2.29: Proporción Fibonacci presente en la morfología de las falanges [34].

Dada esta proporción biológica surge el criterio de paro del algoritmo PSO, en la figura (2.30) se compara la trayectoria de entrada por medio de actuador que a manera de entrada reduce en 2.5cm la longitud del segmento \overline{ab} de la cadena cinemática en la figura (2.20) y su de salida, además, observe como los grados de libertad restringidos se comportan a partir de dicha entrada figura (2.31).

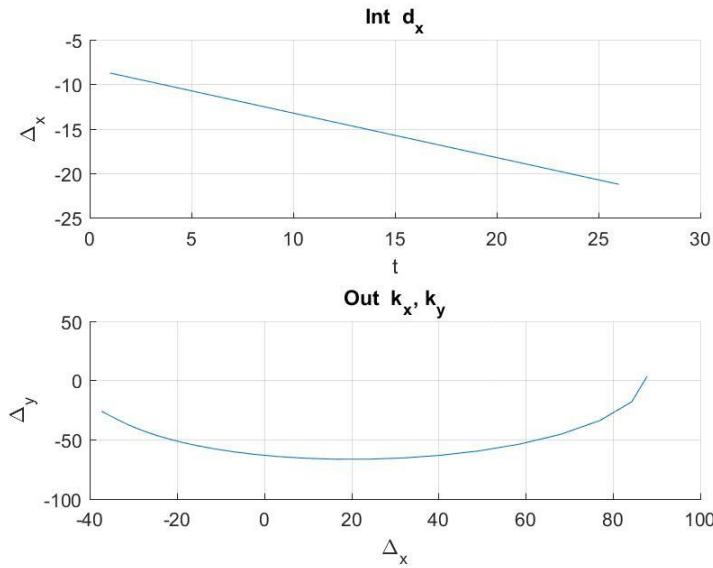


Figura 2.30: Trayectoria de entrada (superior) y salida (inferior).

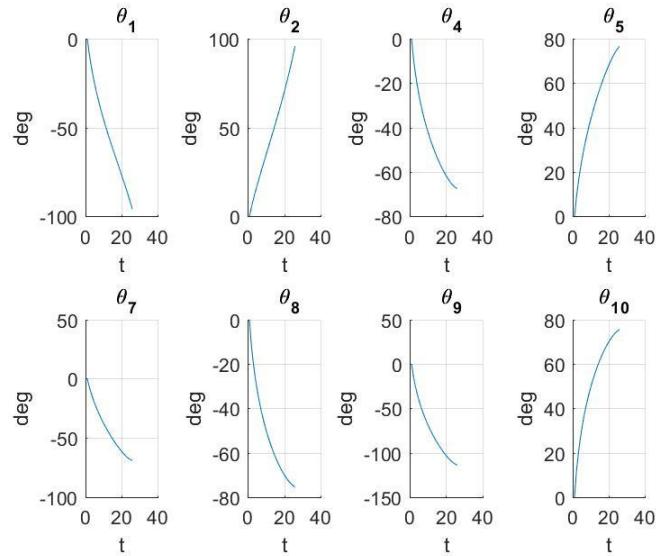


Figura 2.31: Trayectorias de los grados de libertad restringidos.

Los estados inicial, final de la cadena optimizada se muestran en las figura (2.32) y (2.33), respectivamente, además, la figura (2.34) muestra la transición cinemática, por ultimo, en la tabla (2.4) se presentan las características específicas del algoritmo de optimización.

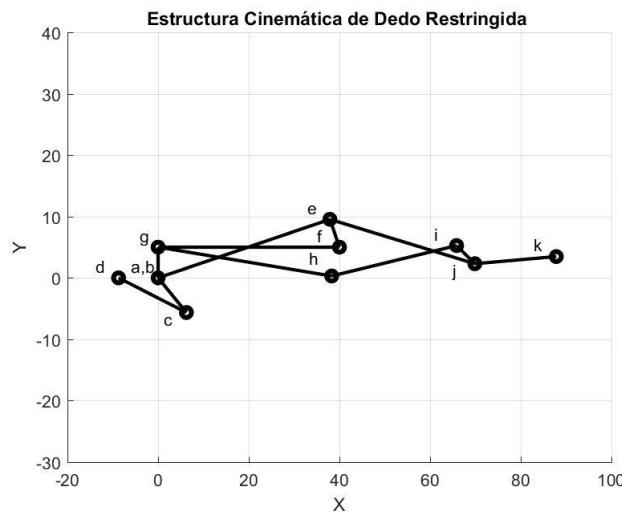


Figura 2.32: Extensión de la cadena cinemática restringida, sistema métrico (mm).

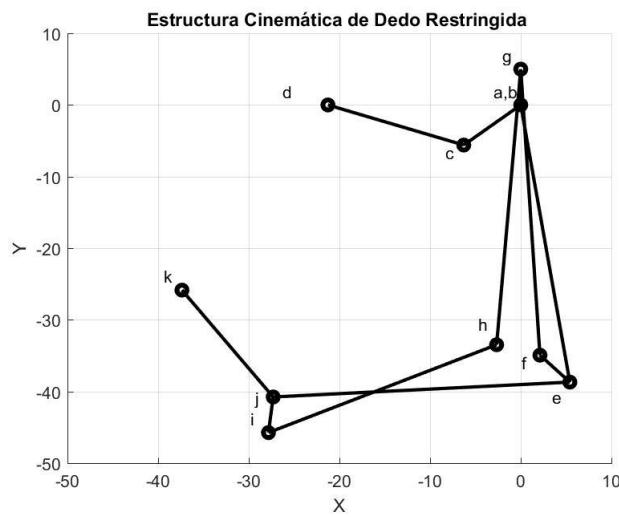


Figura 2.33: Flexión de la cadena cinemática restringida, sistema métrico (mm).

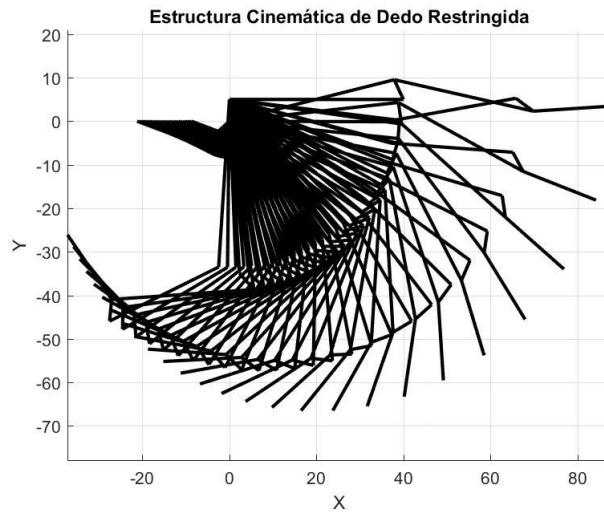


Figura 2.34: Cinemática completa desde extensión a flexión, sistema métrico (mm).

Número de partículas	160
Número de dimensiones por partícula	24
Número de iteraciones	8653
Tiempo de operación	16.31 hrs
Error Promedio	0.000245

Tabla 2.4: Características del enjambre de partículas:

2.2.3. Trasmisión

La ley fundamental del engrane establece que: “*La relación de velocidad angular entre los engranes de un juego de engranes permanece constante mientras permanecen engranados*” (L.Norton, 2009) [35].

2.2.3.1. Trasmisión sistema sínfin-corona

Generalmente hay una consideración entre engranajes helicoidales con engranajes de tonillo sínfin, esto es debido a que ambos sistemas son esencialmente no envolventes; Ya que el punto de contacto de un diente de sínfin cambia sobre una línea recta se dice que los tornillos sínfin se desgastan hacia dentro mientras que en el resto de los engranes pasa lo contrario [35].

Una suposición arbitraria común de cualquier diseñador es pensar que los engranajes cruzados y tornillos sínfin presentan un ángulo de relación entre ejes de 90° pero no necesariamente tiene que ser así, esta última relación queda determinada por la siguiente ecuación:

$$\vartheta = (\varphi_P \pm \varphi_G) \quad (2.10)$$

Donde ϑ es al ángulo del eje, cuando los ángulos de ambas ejes están a la misma dirección se considera un signo positivo en la ecuación 2.10 y negativo para el caso opuesto.

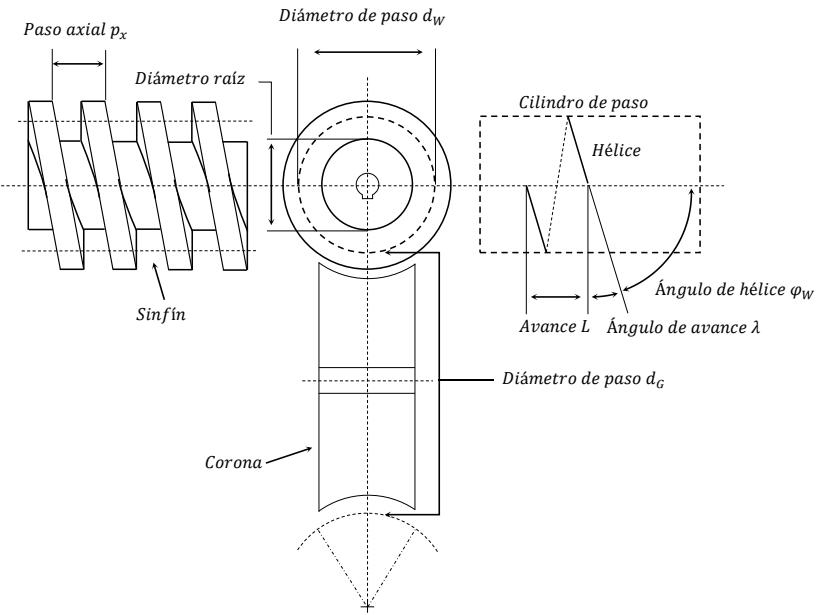


Figura 2.35: Nomenclatura de un sistema Corona-Sinfín envolvente

Un sistema sinfín-Corona tiene el mismo sentido de la hélice para cada elemento como en los engranes helicoidales cruzados, pero los ángulos de las hélices suelen ser muy diferentes. Generalmente el ángulo de la hélice en el tornillo sinfín es muy grande mientras el de la corona helicoidal muy pequeño. Debido a esto, es habitual establecer el ángulo de avance λ en el sinfín y el ángulo de la hélice φ_G en la corona; Sin embargo los dos ángulos resultan iguales entre ejes a 90° , el ángulo de avance del sinfín es el complemento del ángulo de la hélice del sinfín, como se observa en la figura (2.35).

Comúnmente en la literatura podemos ver que al expresar el paso de la corona, se establece también el paso axial p_x y el paso trasversal p_t , también mencionado como paso circular de la corona acoplada. Recordemos que estos serán iguales mientras el ángulo entre sus ejes sea de 90° . Para obtener el paso diametral P_{dG} y por consecuente le diámetro de paso de la corona D_G , utilizaremos el diámetro medio d_m del sinfín sobre un plano que le contenga en su eje, figura (2.35) Al igual que para engranes rectos este diámetro queda determinado por la siguiente ecuación:

$$d_G = \frac{(N_G p_t)}{\pi} \quad (2.11)$$

El hecho de que el diámetro de paso del sinfín no esté relacionado con el número de dientes no significa que el sinfín pueda tener cualquier diámetro de paso puesto que debe considerarse el diámetro de paso de la freza madre con la que se cortan los dientes de la corona. Sin embargo la AGMA propone la siguiente ecuación para calcular el diámetro de paso del sinfín, con el objetivo de garantizar un acople entre el sinfín y la corona en un intervalo estable. (American National Standards Institute, 1992).

$$\frac{C^{0,875}}{3,0} \leq d_W \leq \frac{C^{0,875}}{1,7} \quad (2.12)$$

Donde C es la distancia entre centros, al establecer este rango las proporciones suministran una capacidad de potencia óptima del engranaje. Para el avance L y el ángulo λ del sinfín las ecuaciones

son,

$$L = p_x N_W \quad (2.13)$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_W} \quad (2.14)$$

2.2.3.2. Análisis de fuerzas en engranes de tornillo sinfín.

Para analizar las fuerzas que interactúan en un sistema sinfín-corona consideraremos que la fuerza de fricción $f \rightarrow 0$, esto con el objetivo de simplificar el análisis y centrarse únicamente en las fuerzas de incidencia F_G y F_w de la corona y el sinfín respectivamente. En la figura (2.36) se ilustra la fuerza F_e que ejerce el engrane sobre el sinfín, la cual tiene 3 componentes ortogonales F_G^x , F_G^y y F_G^z . Por condición geométrica podemos suponer que:

$$F_G^x = F_G \cos \varphi_n \sin \lambda \quad (2.15)$$

$$F_G^y = F_G \sin \varphi_n \quad (2.16)$$

$$F_G^z = F_G \sin \varphi_n \quad (2.17)$$

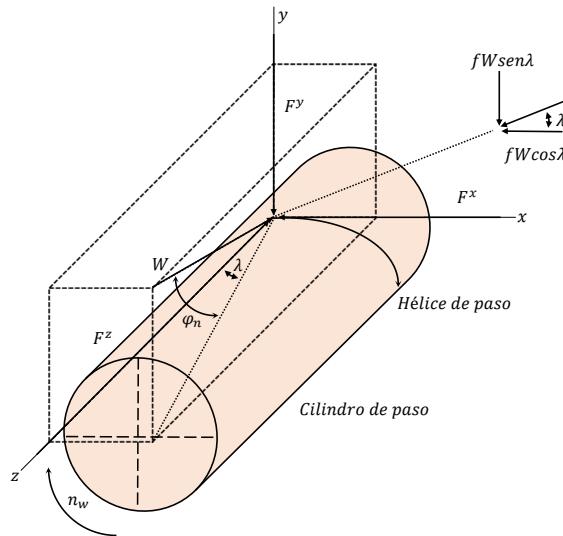


Figura 2.36: Representación gráfica de las fuerzas ejercidas por una corona sobre el cilindro de paso del sinfín.

Emplearemos los subíndices G y W como referencia a las fuerzas que actúan sobre el tornillo sinfín y la corona respectivamente, en la figura anterior se puede observar que la fuerza radial de separación es F^y , mientras que la componente F^x será la fuerza tangencial del tornillo, y F^z la de la corona, las condiciones anteriores serán inversas a la hora de determinar las fuerzas axiales, pues que supondremos un ángulo de 90° entre los ejes del sistema.

Ya que las fuerzas que actúan sobre la corona son opuestas al sinfín, podemos resumir estas relaciones escribiendo lo siguiente:

$$F_{Wt} = -F_{Ga} = F^x \quad (2.18)$$

$$F_{Wr} = -F_{Gr} = F^y \quad (2.19)$$

$$F_{W_a} = -F_{Gt} = F^z \quad (2.20)$$

El movimiento relativo de un diente acoplado, es ante todo un movimiento de rodamiento puro. (Budynas & Keith Nisbett, 2008), es decir: el movimiento entre los dientes de la corona y el sínfin es un deslizamiento puro, por esto último asumimos que la fricción tendrá un efecto importante en un sistema sínfin-corona. Por lo tanto, al Observar la figura (2.36) e incluir en una suma vectorial los componentes de una fuerza de fricción f las ecuaciones (2.15), (2.16) y (2.17) toman la siguiente forma:

$$F^x = F \cos \varphi_n \sin \lambda + f \cos \lambda \quad (2.21)$$

$$F^y = F \sin \varphi_n \quad (2.22)$$

$$F^z = F \cos \varphi_n \cos \lambda - f \sin \lambda \quad (2.23)$$

Si se sustituye $-F_{Gt}$ de la ecuación (2.20) por F^z en la ecuación (2.23) y multiplicamos ambos lados por f , se encuentra que la fuerza de fricción F_f queda expresada como:

$$F_f = \frac{f F_{Gt}}{f \sin \lambda - \cos \varphi_n \cos \lambda} \quad (2.24)$$

A demás, al resolver de manera simultánea las ecuaciones (2.21) y (2.23) utilizando las relaciones de (2.18) y (2.20) podemos encontrar una dependencia útil entre las fuerzas tangenciales del sistema sínfin-corona con la ecuación resultante:

$$F_{Wt} = F_{Gt} \frac{\cos \varphi_n \sin \lambda + f \cos \lambda}{f \sin \lambda - \cos \varphi_n \cos \lambda} \quad (2.25)$$

La eficiencia n es definida mediante una relación entre la fuerza tangencial $F_{Wt f \rightarrow 0}$ y F_{Wt} , es decir: con y sin fricción. (American National Standards Institute, 1992)

$$n = \frac{F_{Wt}(\text{sin fricción})}{F_{Wt}(\text{con fricción})} = \frac{\cos \varphi_n - f \tan \lambda}{\cos \varphi_n + f \cot \lambda} \quad (2.26)$$

Para obtener información útil del diseño la AGMA proporciona datos de la tabla (2.5) que relacionan el ángulo de la hélice con la eficiencia.

Ángulo de hélice γ en grados	Eficiencia $n \%$
1.0	25.2
2.5	45.7
5.0	62.0
7.5	71.3
10.0	76.6
15.0	82.7
20.0	85.9
30.0	89.1

Tabla 2.5: Eficiencia de engranajes de tornillo sínfin para $f = 0.05$ (American National Standards Institute 1992).

En la figura (2.37) podemos observar que la velocidad en la línea de paso v_W del sínfin es el resultado de la suma vectorial de la velocidad en la línea de paso v_G de la corona y la velocidad de

deslizamiento v_s , en consecuencia, esta última velocidad al ser despejada se expresa de la siguiente forma:

$$v_s = \frac{v_W}{\cos \lambda} \quad (2.27)$$

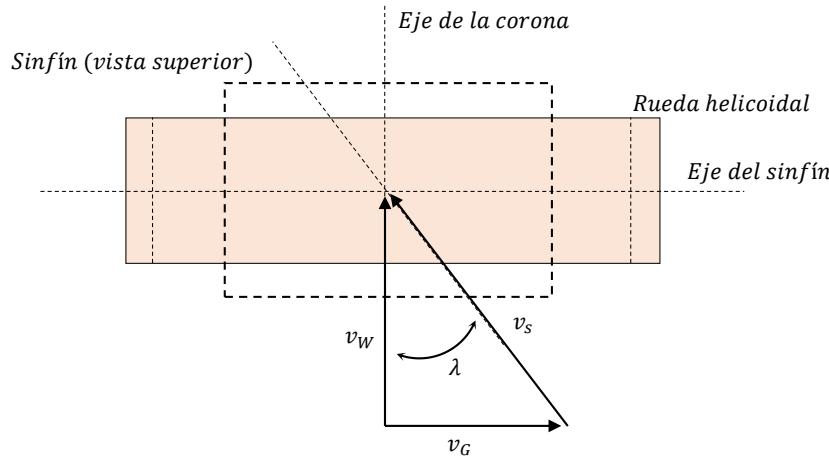


Figura 2.37: Componentes de la velocidad en un sistema sinfín-corona.

Muchos experimentos han demostrado que el coeficiente de fricción depende de la velocidad relativa o del deslizamiento, este fenómeno puede observarse en una curva de relación entre el coeficiente de fricción f y la velocidad de desplazamiento v_s en la figura (2.38), los valores son basados en una lubricación adecuada, la curva B es para materiales de alta calidad, como un sinfín con endurecimiento superficial acoplado a una corona helicoidal de bronce fosforado. La curva A es para materiales en los que se espere mayor fricción, como un sinfín acoplado a una corona hechos de fundición de hierro

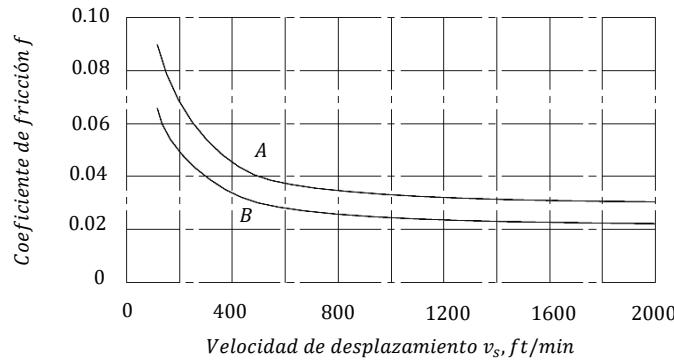


Figura 2.38: Valores representativos del coeficiente de fricción de engranajes de tornillo sinfín.

Los valores del coeficiente de fricción varían hasta 20 %, individualmente debido a las diferencias en el acabado superficial, los materiales y la lubricación, (American National Standards Institute, 1992), los valores incluidos en la figura (2.38), son representativos e indican la tendencia general.

2.2.3.3. Engranes de tornillo sinfín estándar AGMA.

En esta sección nuestro iteres radica en la resistencia y durabilidad. Las venas proporciones indican que el diámetro medio del tornillo sinfín d se ubica en el intervalo,

$$\frac{C^{0,875}}{3,0} \leq d \leq \frac{C^{0,875}}{1,6} \quad (2.28)$$

Donde C es la distancia entre centros (6034-B92, 1992), (ANSI/AGMA, 1993). La AGMA relaciona la fuerza tangencial permisible en el diente del engrane del tornillo sinfín $(W^t)_{perm}$ con los otros parámetros mediante,

$$(W^t)_{perm} = C_s D_m^{0,8} F_e C_m C_v \quad (2.29)$$

Donde C_s es el factor de materiales, D_m diámetro de la rueda, pulg(mm), F_e ancho efectivo de cara de la corona (ancho de cara real, sin extender $0,67d_m$, el diámetro medio del sinfín), pul(mm), C_m factor de correlación de relación, por ultimo C_v es el factor de velocidad.

La fuerza de fricción W_f está dada por la expresión

$$W_f = \frac{f W^t}{\cos \lambda \cos \phi_n} \quad (2.30)$$

Donde f es el coeficiente de fricción, λ el ángulo de avance del diámetro medio del sinfín y ϕ_n es el ángulo normal de presión. La velocidad de desplazamiento V_s es,

$$V_s = \frac{\pi n_w d_m}{12 \cos \lambda} \quad (2.31)$$

Donde n_w es la velocidad rotativa del sinfín y d_m es el diámetro medio del sinfín. El par de torsión del sinfín se calcula mediante,

$$T_G = \frac{W^t D_m}{2} \quad (2.32)$$

Donde D_m es el diámetro medio de la rueda.

Los parámetros de la ecuación (2.29) son cuantitativamente,

$$T_G = \frac{W^t D_m}{2} \quad (2.33)$$

$$C_s = \begin{cases} 270 + 10,3C^3, & C < 3in; \\ \end{cases} \quad (2.34)$$

Para engranes fundidos en arena,

$$C_s = \begin{cases} 1000, & C > 3, d_G \leq 2,5in; \\ 1190 - 477 \log d_G, & C > 3, d_G > 2,5in; \end{cases} \quad (2.35)$$

Para engranes enfriados en la fundición,

$$C_s = \begin{cases} 1000, & C > 3, d_G \leq 8in; \\ 1412 - 456 \log d_G, & C > 3, d_G > 8in; \end{cases} \quad (2.36)$$

Para engranes hechos con fundición centrífuga,

$$C_s = \begin{cases} 1000, & C > 3, d_G \leq 25in; \\ 1251 - 180\log d_G, & C > 3, d_G > 25in; \end{cases} \quad (2.37)$$

El factor de correlación de la relación c_m está dado por:

$$C_m = \begin{cases} 0,02\sqrt{-m_G^2 + 40m_G - 76} + 46, & 3 < m_G \leq 20; \\ 0,0107\sqrt{-m_G^2 + 56m_G - 5145} + 20, & 20 < m_G \leq 76; \\ 1,1483 - 0,00658m_G, & m_G > 76; \end{cases} \quad (2.38)$$

El factor de velocidad C_v se obtiene mediante,

$$C_v = \begin{cases} 0,659e^{-0,0011v_s}, & v_s < 700; \\ 13,31v_s^{-0,571}, & 700 \leq v_s < 3000; \\ 65,52v_s^{-0,774}, & v_s > 3000; \end{cases} \quad (2.39)$$

La AGMA establece los coeficientes de fricción f como,

$$f = \begin{cases} 0,15, & v_s = 0; \\ 0,124e^{-0,074v_s^{0,654}}, & 0 < v_s \leq 10; \\ 0,103e^{-0,110v_s^{0,450}}, & v_s \geq 10; \end{cases} \quad (2.40)$$

Analicemos la parte geométrica del acoplamiento del tornillo sinfín y la corona. La cabeza a y la raíz b son:

$$a = \frac{p_x}{\pi} = 0,3183p_x \quad (2.41)$$

$$b = \frac{1,1557p_x}{\pi} = 0,3683p_x \quad (2.42)$$

La profundidad completa h_t está dada por:

$$h_t = \begin{cases} \frac{2,157p_x}{\pi} = 0,6866p_x, & p_x \geq 0,16in; \\ \frac{2,200p_x}{\pi} + 0,002 = 0,7003p_x + 0,002, & p_x < 0,16in; \end{cases} \quad (2.43)$$

El diámetro exterior del tornillo sinfín d_0 es:

$$d_0 = d + 2a \quad (2.44)$$

El diámetro raíz d_r del tornillo sinfín es:

$$d_r = d - 2a \quad (2.45)$$

El diámetro garganta D_t es:

$$D_r = D + 2a \quad (2.46)$$

Donde D es el diámetro de paso del tornillo sinfín-corona. El diámetro de raíz del tornillo sinfín-corona D_r se calcula mediante

$$D_r = D + 2b \quad (2.47)$$

La holgura h está dada por:

$$c = b - a \quad (2.48)$$

El ancho máximo de la cara del tornillo sinfín $F_{x_{max}}$ se obtiene mediante

$$F_{x_{max}} = 2\sqrt{\frac{D_t^2}{2} - \left(\frac{D}{2} - a\right)^2} \quad (2.49)$$

Para calcular la tasa de pérdida de calor $H_{pérdida}$ de la superficie del tornillo sinfín-engrane en $\frac{ft*lb}{min \cdot in^2 \cdot F^\circ}$ se emplea la siguiente formula:

$$H_{pérdida} = 33000(1 - e)H_{entrada} \quad (2.50)$$

Donde e representa la eficiencia, dada por la ecuación (2.26), y $H_{entrada}$ es la potencia en caballos de fuerza proveniente del tornillo sinfín. El coeficiente global h_{cr} de la transferencia combinada de calor por convección y radiación de la superficie del tornillo sinfín-corona en $\frac{ft*lb}{min \cdot in^2 \cdot F^\circ}$ es:

$$h_{cr} = \begin{cases} \frac{n_W}{6494} + 0,13, & \text{sin disipador de calor;} \\ \frac{n_W}{3939} + 0,13, & \text{con disipador de calor;} \end{cases} \quad (2.51)$$

Cuando el área de la superficie A se expresa en in^2 , la temperatura del colector de aceite t_s está dada por:

$$t_s = t_a \frac{H_{pérdida}}{h_{cr} A} = \frac{33000(1 - e)H_{entrada}}{h_{cr} A} + t_a \quad (2.52)$$

Si considerar las ecuaciones (2.50), (2.51) y (2.52) se puede aplicar la recomendación de la AGMA para el área lateral mínima A_{min} en in^2 con,

$$A_{min} = 43,20C^{1,7} \quad (2.53)$$

Ya que los dientes del sinfín son intrínsecamente mucho más fuertes que los dientes de la corona, no se consideran. Los dientes de las coronas son cortos y gruesos sobre los bordes de la cara; a medio plano son más delgados, así como curvados. Buckingham adoptó la ecuación de Lewis para este caso (Buckingham, Analytical Mechanics of Gears, 1949):

$$\sigma_a = \frac{W_G^t}{p_n F_e \gamma} \quad (2.54)$$

Donde $p_n = p_x \cos \lambda$, γ es el factor de forma de Lewis relacionado con el paso circular

$$\phi_n = \begin{cases} 14,5^\circ, & \gamma = 0,100; \\ 20^\circ, & \gamma = 0,125; \\ 25^\circ, & \gamma = 0,150; \\ 30^\circ, & \gamma = 0,175; \end{cases} \quad (2.55)$$

2.2.3.4. Trasmisión sistema de engranes rectos

La forma más simple de transferir movimiento rotatorio de un eje a otro es mediante un par de cilindros rodantes. Éstos pueden ser un conjunto interno de cilindros rodantes, como se muestra en la figura (2.39) a), o uno externo, como en la figura (2.39) b). Siempre que haya suficiente fricción

en la interfaz rodante, este mecanismo funcionará bastante bien. No habrá deslizamiento entre los cilindros hasta que la fuerza de fricción máxima disponible en la junta sea excedida por demandas de transferencia del par de torsión.

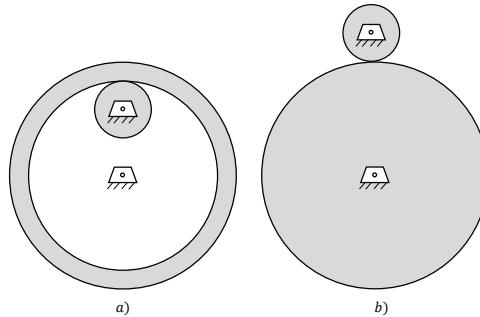


Figura 2.39: Cilindros rodantes, a) conjunto interno, b) conjunto externo.

Conceptualmente, los dientes de cualquier forma evitarán el deslizamiento. Los viejos molinos impulsados por agua y los de viento utilizaban engranes de madera cuyos dientes eran simples clavijas de madera redondas insertadas en los bordes de los cilindros. Incluso si ignoramos la construcción burda de estos primeros ejemplos de juegos de engranes, no existía la posibilidad de una transmisión de velocidad uniforme porque la geometría de las “clavija” no corresponde al estándar de la AGMA.

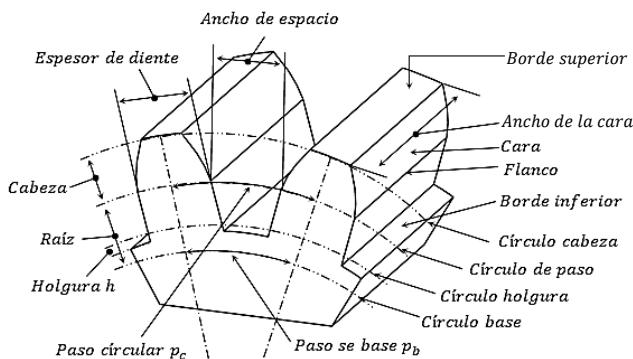


Figura 2.40: Nomenclatura de las partes que conforman un engrane, AGMA.

La figura (2.40) muestra dos dientes de un engrane con la nomenclatura estándar definida. El círculo de paso y el círculo base ya se definieron. La altura del diente se define por el addendum y el dedendum referidos al círculo de paso nominal. El dedendum es ligeramente más grande que el addendum para crear una pequeña cantidad de holgura entre la punta de un diente engranado (círculo de addendum o de cabeza) y la parte inferior del espacio del diente del otro (círculo de dedendum o de raíz). El espesor del diente se mide en el círculo de paso y el ancho del espacio del diente es un poco más grande que su espesor. La diferencia entre ambas dimensiones es el juego entre dientes. El ancho de la cara del diente se mide a lo largo del eje del engrane. El paso circular es la longitud de arco a lo largo de la circunferencia del círculo de paso de un punto de un diente al mismo punto en el siguiente diente. El paso circular define el tamaño del diente. Las

otras dimensiones del diente se estandarizan con base en esa dimensión, como se muestra en la tabla 2.9.0. La definición de paso circular p_c es:

$$p_c = \frac{\pi d}{N} \quad (2.56)$$

Donde d es el diámetro de paso y N el número de dientes. El paso del diente también se puede medir a lo largo de la circunferencia del círculo y recibe el nombre de “paso de basa” p_b .

$$p_b = p_c \cos \phi \quad (2.57)$$

Elemento	Paso grueso ($P_d < 20$)	Paso fino ($P_d \geq 20$)
Ángulo de presión ϕ	20° o 25°	20°
Cabeza a	$1/p_d$	$1/p_d$
Raíz b	$1,25/p_d$	$1,25/p_d$
Profundidad de trabajo	$2/p_d$	$2/p_d$
Profundidad toral	$2,5/p_d$	$(2,2/p_d) + 0,0002in$
Espesor del diente	$1,571/p_d$	$1,571/p_d$
Radio de filete	$0,3/p_d$	-
Holgura básica mín.	$0,25/p_d$	$(0,2/p_d) + 0,002in$
Ancho mín. sup.	$0,25/p_d$	-
Holgura	$0,35/p_d$	$(0,35/p_d) + 0,002in$

Tabla 2.6: Especificaciones de diente de engrane de profundidad total AGMA.

Las unidades de p_c son pulgadas o milímetros. Una forma más conveniente y común de definir el tamaño del diente es relacionarlo con el diámetro del círculo de paso, en lugar de relacionarlo con su circunferencia. El paso diametral p_d es:

$$p_d = \frac{N}{d} \quad (2.58)$$

Las unidades de p_d son pulgadas reciprocas, o número de dientes por pulgada. Esta medida se utiliza solo en engranes con específicas acciones en Estados Unidos. La combinación de las ecuaciones (2.56) y (2.58) proporciona la siguiente relación entre paso circular y paso diametral.

$$p_d = \frac{\pi}{p_c} \quad (2.59)$$

El sistema SI, utilizado para engranes métricos, define un parámetro llamado módulo, el cual es el recíproco del paso diametral con el diámetro de paso medido en milímetros.

$$m = \frac{d}{p_d} \quad (2.60)$$

Las unidades del módulo son milímetros. Desafortunadamente los engranes métricos no son intercambiables con los engranes de Estados Unidos, a pesar de que ambos tienen formas de diente en involuta, ya que sus normas de tamaños de dientes son diferentes. En Estados Unidos los tamaños de diente de engranes son especificados por el paso diametral, y en los demás países por el módulo. La conversión de una norma a la otra es:

$$m = \frac{25,4}{p_d} \quad (2.61)$$

Donde m esta en milímetro y p_d en pulgadas.

La relación de contacto m_p define el número promedio de dientes en contacto en cualquier momento como:

$$m = \frac{Z}{p_b} \quad (2.62)$$

Donde Z es la longitud de acción involuta, y p_b es el paso de base. La sustitución de las ecuaciones (2.57) y (2.59) en (2.62) define m_p en función de p_d :

$$m_p = \frac{p_d Z}{\pi \cos \phi} \quad (2.63)$$

Si la relación de contacto es 1, entonces un diente deja el contacto justo cuando el siguiente lo inicia, esto no es recomendable porque errores leves en la separación de los dientes provocaran oscilaciones en la velocidad, vibración y ruido, además, la carga actuara en la punta del diente y creara un momento de flexión más grande.

Con relaciones de contacto mayores a 1, existe la posibilidad de que los dientes compartan la carga. Para relaciones de contacto entre 1 y 2, las cuales son comunes para engranes rectos, aun habrá ocasiones durante el engranado en que un par de dientes soporten toda la carga. Sin embargo, esto ocurrirá hacia el centro de la región de engranado, donde se aplica la carga en una posición baja del diente, y no en su punta. Por último, se presenta una tabla con datos para evitar la interferencia entre el piñón de profundidad total con ángulo de 20° y engranes de profundidad varia.

Número de dientes del piñón	Dientes de engrane <i>max</i>
17	1309
16	101
15	45
14	26
13	16

Tabla 2.7: Número máximo de dientes

2.2.3.5. Engranes rectos “Involuta”

La involuta es una curva que se genera al desenrollar una cuerda tirante de un cilindro (llamada “evoluta”), como se muestra en la figura 2.10.0. Un diseño correcto de una curva involuta no solo asegura un contacto casi perfecto entre los dientes de un juego de engranes, sino que a su vez representa la mínima adición de errores mecánicos, o comúnmente conocido como “juego entre dientes” a nuestro mecanismo. Ya que este es uno de los factores más significativos a la hora de hacer un estudio cinemático preciso de nuestra estructura mecánica. Anteriormente se ha mencionado como introducción una definición de la involuta, ahora partiremos con la siguiente: “La involuta de un círculo es el lugar geométrico de la punta de una cuerda que se desenrolla, manteniéndola tensa, a partir del círculo correspondiente, este círculo se conoce como círculo base.” (Martínez, 2011)

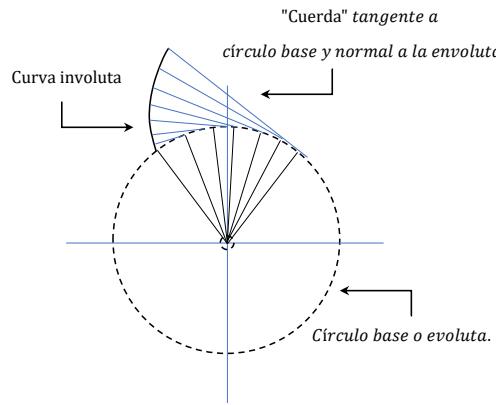


Figura 2.41: Desarrollo de la involuta en un círculo.

En la figura (2.41) podemos observar que el centro de la curvatura de la involuta siempre está en el punto de la tangencia de la cuerda con el cilindro, además una tangente a la involuta siempre es normal a la cuerda, la longitud de la cual es el radio instantáneo de la curvatura de la curva involuta. La geometría en esta interfaz diente-diente es similar a la de la junta leva-seguidor. Existe una tangente común a ambas curvas en el punto de contacto, y una normal común, perpendicular a la tangente común. Observe la figura (2.42), la normal común en realidad constituye las “cuerdas” de ambas involutas en el juego de engranes, las cuales son coloniales. Por tanto, la normal común, que también es el eje de transmisión, siempre pasa por el punto de paso sin importar donde están en contacto los dos dientes.

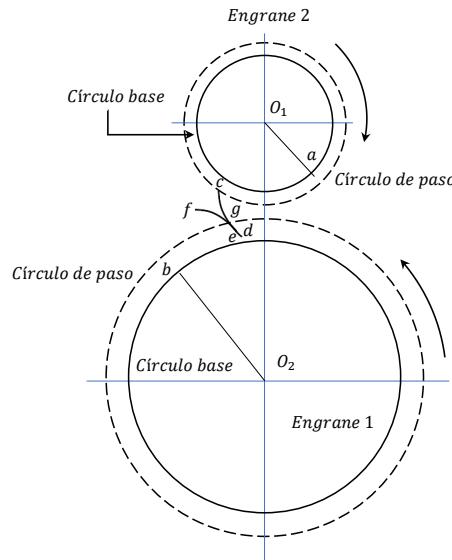


Figura 2.42: Acción del perfil involuta.

En la figura anterior se muestran dos discos para engranes con centros fijos en O_1 y O_2 con círculos de base cuyos radios respectivos son O_1a y O_2a . Ahora imagínese que se arrolla una cuerda en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del círculo base del *Engrane 1*, manteniéndose tirante entre los puntos a y b , y arrollada en el sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor del círculo base del *Engrane 2*. Si ahora los círculos base se hacen girar en sentidos opuestos para mantener la cuerda tirante, un punto g en la cuerda trazaría las involutas cd en el *Engrane 1* y ef

en el *Engrane 2*. De esta manera, las involutas se generan en forma simultánea por el punto de trazo. Por consiguiente, el punto de trazo representa el punto de contacto, en tanto que la porción de la cuerda *ab* es la recta generatriz.

El punto de contacto se mueve a lo largo de la recta generatriz, la cual no cambia de posición, porque siempre está tangente a los círculos base; y debido a que la recta generatriz siempre es normal a las involutas en el punto de contacto, se satisface el requisito de movimiento uniforme.

A partir de esta observación del comportamiento de la involuta es posible replantear la ley fundamental de engranaje de una manera más formal cinemáticamente como: “*La normal común a los perfiles les de los dientes, en todos los puntos de contacto cuando están engranados, siempre debe pasar por un punto fijo sobre la línea de centros llamado punto de paso*”. La razón de velocidad del juego de engranes será entonces una constante definida por la relación de los radios respectivos de los engranes al punto de paso.

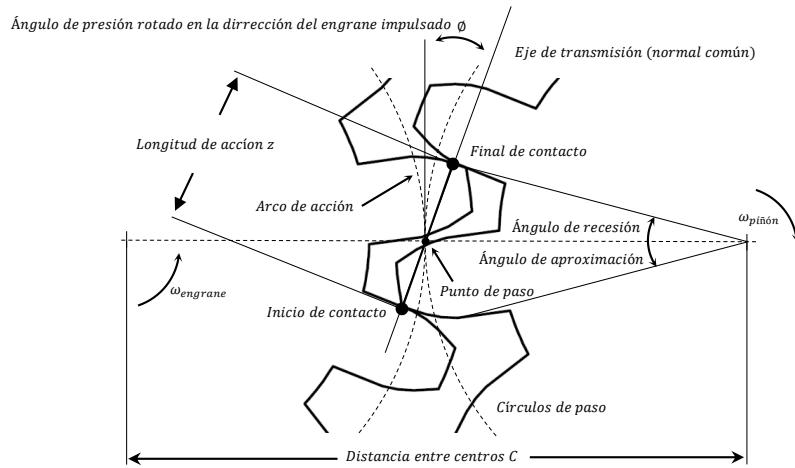


Figura 2.43: Punto de paso, círculos primitivos, ángulos de presión, longitud de acción, arco común y ángulos de aproximación y recesión durante el engranado de un engrane piñón.

Los puntos de inicio y de salida del contacto definen el engranado del piñón y engrane. La distancia a lo largo de la línea de acción entre estos puntos del engranaje se llama longitud de acción Z , y está definida por las intersecciones de los círculos de cabeza respectivos con la línea de acción, como se muestra en la figura (2.43).

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - r_p \cos^2 \phi} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - r_g \cos^2 \phi} + C \sin \phi \quad (2.64)$$

La distancia a lo largo del círculo de paso en el engranaje es el arco de acción, y los ángulos subtendidos por estos puntos y la línea de centros son el ángulo de aproximación y el ángulo de receso. Éstos se muestran sólo en el engrane de la figura (2.43) para mayor claridad, pero existen angulares similares para el piñón. El arco de acción tanto en los círculos de paso del piñón como del engrane deben tener la misma longitud para producir un resbalamiento cero entre los cilindros rodantes teóricos. La ecuación (2.64) ya antes había sido mencionada solo en términos teóricos y de

fundamentación, aquí es posible ver su grado de importancia y como se ve reflejada en la adición de “juego mecánico” al sistema.

El análisis matemático para desarrollar una involuta en un círculo base (diámetro base d_b del engranes) es el siguiente:

El movimiento que se transmite entre un par de engranes, se suponen dos rodillos en contacto, en donde no hay deslizamiento, al diámetro de estos rodillos se les conoce como diámetro primitivo o de paso d_p y al círculo donde inicia la involuta se le conoce como círculo base d_b . Con un diente de engrane se pretende prolongar la acción de los rodillos, y es por esa razón que el perfil que los describe es una evolvente o involuta. Para el dibujado de la involuta es necesario definir primero el círculo base, observe la figura (2.44).

- A partir del círculo primitivo C_p , en el cuadrante superior se traza una recta horizontal tangente al círculo obteniéndose el punto a .
- Luego, pasando por el punto a se traza la recta de línea de contacto de ángulo ϕ (de presión).
- Seguidamente se construye el círculo base concéntrico al círculo primitivo tangente a la línea de contacto, la cual fue dibujada empleando el ángulo de presión ϕ , obteniéndose así el punto b y el radio base r_b (segmento ob).

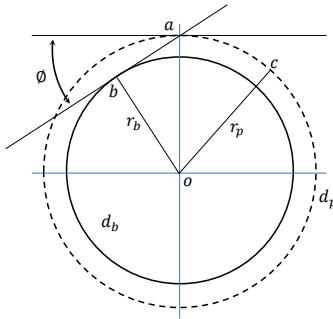


Figura 2.44: Círculo primitivo d_p y base d_b , representación gráfica para el diseño de involutas.

Para dibujar la involuta (ver figura (2.45)) debe trazarse un radio del círculo base a un ángulo θ respecto al eje x , obteniéndose así el punto B , luego dibujamos una recta tangente a círculo base a partir del punto B y de longitud igual al arco AB , en donde A es el punto de intersección del círculo base con el eje x . obtendremos entonces un punto (x,y) que pertenece al lugar geométrico de la involuta del círculo base. Si repetimos el procedimiento anterior tres veces para distintos θ y unimos los puntos (x,y) obtenidos empleando plantillas curvas, apreciaremos un bosquejo similar al mostrado en la siguiente figura.

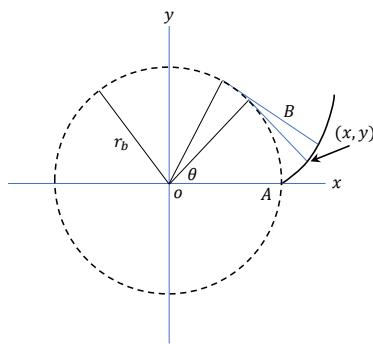


Figura 2.45: Dibujado de la curva involuta del círculo base d_b .

Las ecuaciones paramétricas que modelan el lugar geométrico de la involuta del círculo base pueden expresarse como:

$$x = r_b \cos \theta + r_b \theta \sin \theta \quad (2.65)$$

$$y = r_b \sin \theta - r_b \theta \cos \theta \quad (2.66)$$

Las anteriores fórmulas corresponden al cálculo de dientes para bicicleta, sin embargo Darle W. Dubley en su libro Manual de Engranajes, coloca el punto P sobre la curva, y se encuentra en el eje x , la normal en el punto P es el eje y , las fórmulas fueron desarrolladas por Allan Candee. (Dudley, 2011).

2.2.4. Simulación (Efectos de locomoción)

El mecanismo principal encargado de dar locomoción a cada una de las articulaciones de prótesis es un sistema simple conformado por un tornillo y una rosca, también llamado sistema de transmisión “Husillo”, la razón para su implementación es el alto grado de eficiencia que presenta al disipar cargas, debido al ángulo de paso λ presente en la configuración de las cuerdas de tornillos sínfin, en la tabla (2.8) se presentan las características del motor.

Serie	150:1 Micro Metal Gearmotor HPCB
Torque	0.2825 Nm
Revoluciones	400 RPM
Corriente sin Carga	100 mA - 800mA
Voltaje	12V

Tabla 2.8: Características del Motor.

La simulación consintió en calcular la distribución de carga producida por una incidencia sobre el punto de mayor bazo de torsión, y con esto determinar el factor de seguridad principal para definir los límites de carga del modelo a través de los diferentes estado cinemáticos de la estructura, la figura (2.46) muestra el punto de incidencia F sobre la estructura en cuestión. Las siguientes etapas de esta sección definen a detalle el fenómeno físico.

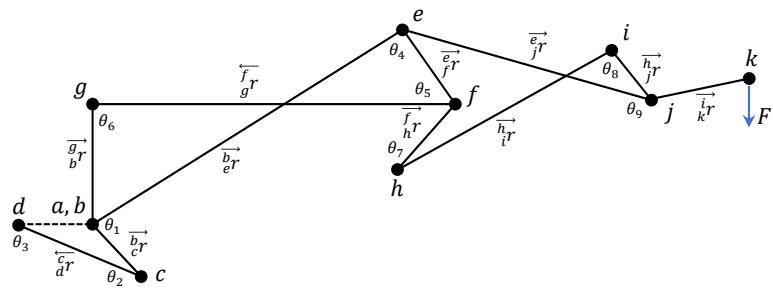


Figura 2.46: Diagrama de cuerpo Libre para distribución de fuerzas internas.

2.2.4.1. Carga en el Husillo

El par requerido de un accionamiento del husillo está determinado tanto por las condiciones de diseño del sínfín, como por las condiciones de operación, la figura (2.47) muestra el diagrama de cuerpo libre con una fuerza de incidencia F genera un par de torsión τ en el actuador, la ecuación (2.67) calcula el troque resultante.

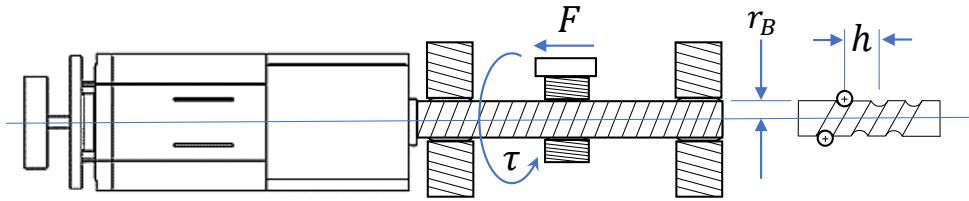


Figura 2.47: Diagrama de cuerpo libre, torsión resultante en un sistema husillo.

$$\tau = F \left(\frac{h}{2\pi\eta} + r_B \mu_B \right) \quad (2.67)$$

Donde: F es la fuerza resultante sobre la rosca, h paso del husillo, r_B radio medio del rodamiento del husillo, μ_B coeficiente de fricción del cojinete del husillo, η coeficiente de eficiencia que convierte τ en una fuerza axial, la ecuación (2.68) y (2.69) muestra valores experimentales para este ultimo parámetro y para el coeficiente de fricción dado el radio.

$$\eta = \begin{cases} 0,9, & \text{Husillos de bolas;} \\ 0,3, & \text{Husillos de acero con tuerca de bronce;} \end{cases} \quad (2.68)$$

$$r_B \mu_B = \begin{cases} 0,015\text{cm}, & \text{Rodamientos de rodillos;} \\ 0,15\text{cm}, & \text{Rodamientos de fricción de acero/bronce;} \end{cases} \quad (2.69)$$

2.2.4.2. Esfuerzo internos

A continuación se estudia la distribución de cargas sobre los múltiples elementos de la cadena cinemática principal de la mano, elementos que están conectadas entre sí y en conjunto disipan la carga incidente. Estos problemas, esto implican calcular las fuerzas que mantienen unidas a las

diversas partes del ensamble. Desde el punto de vista de la estructura como un todo, estas fuerzas son “fuerzas internas”.

La figura (2.48) muestra los elementos E del modelo de dedo explosionado, el super índice ('') solo denota la repetición de ciertos elementos que no figuran de manera explícita sobre el análisis en el plano, por lo tanto esto son representados matemáticamente por el “doble” del elemento que duplican.

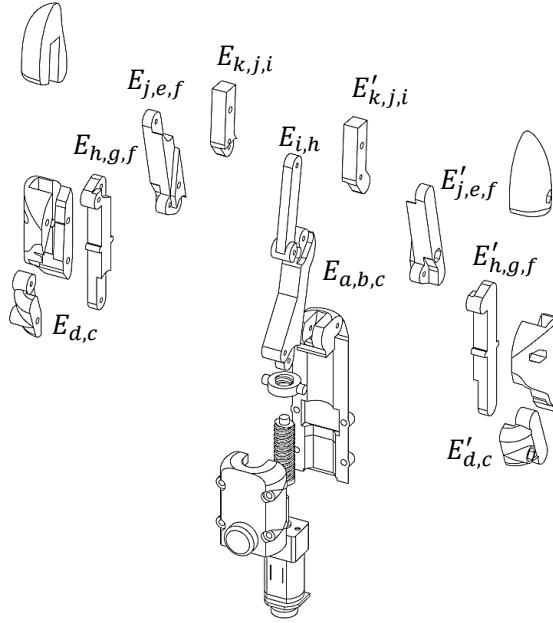


Figura 2.48: Esquema explosionado de la estructura de un dedo de la prótesis, vista diamétrica.

El análisis de esfuerzo interno sobre la estructura de dedo inicia a partir del análisis del elemento k, j, i figura (2.49).

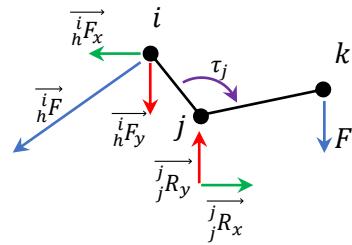
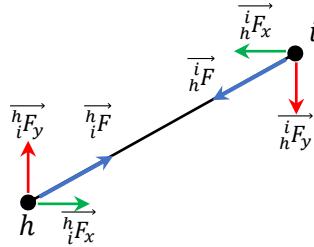


Figura 2.49: Elemento k, j, i .

Una fuerza F incide en el punto k produciendo un torsión τ_j en j y una tensión a través de i, h , se calcula el momento en el punto j se tiene,

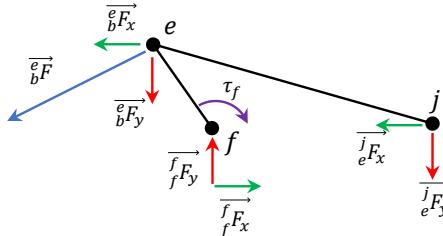
$$\overrightarrow{M}_j = \overrightarrow{F} \times \overrightarrow{j r_k} + |^i F_h|^i \lambda_h \times \overrightarrow{j r_i} \quad (2.70)$$

Donde: \vec{M}_j es el momento resultante en j , \vec{F} es la tensión de incidencia, $\vec{j}r_k, \vec{j}r_i$ son los brazos de torsión, $|\vec{i}F_h|$ es el valor absoluto de la fuerza $\vec{i}F_h$, esta fuerza se comporta como una tensión a través del elemento i, h figura (2.50) produciendo una reacción en sentido opuesto $\vec{h}F_i$, por último, $\vec{i}\lambda_h$ es el vector unitario de $\vec{i}r_h$.

Figura 2.50: Elemento i, h .

Dada la expresión anterior, se despeja $|\vec{i}F_h|$ y se sustituye en la ecuación (2.71), función para la reacción resultante en el punto j ,

$$\vec{j}R_j = - \left(|\vec{i}F_h| \vec{i}\lambda_h + \vec{F} \right) \quad (2.71)$$

Figura 2.51: Elemento j, e, f .

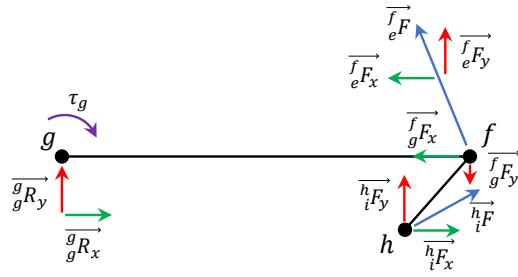
La reacción $\vec{j}R_j$ en el punto j produce una torsión τ_f en f y una tensión a través de e, b , se calcula el momento en el punto f ,

$$\vec{M}_f = \vec{e}R_j \times \vec{f}r_j + |\vec{e}F_b| \vec{e}\lambda_b \times \vec{f}r_e \quad (2.72)$$

Dada la expresión anterior, se despeja $|\vec{e}F_b|$ y se sustituye en la ecuación (2.73), función para la reacción resultante en el punto f ,

$$\vec{j}R_j = - \left(|\vec{i}F_h| \vec{i}\lambda_h + \vec{F} \right) \quad (2.73)$$

Donde: $\vec{e}R_j$ es un vector opuesto a $\vec{j}R_e$.

Figura 2.52: Elemento h, f, g .

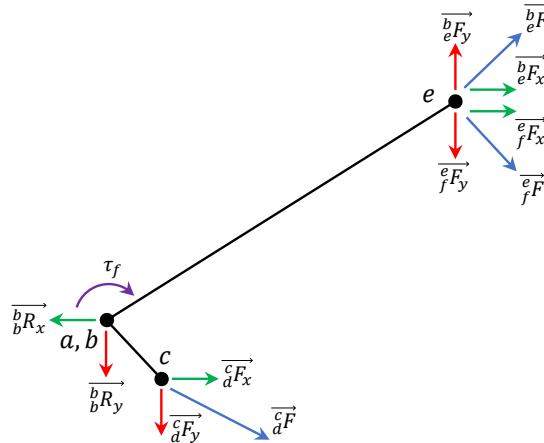
Para el elemento h, f, g se calcula en momento en el punto g , generado por las reacciones $\overrightarrow{fF_e}, \overrightarrow{fF_g}$ y $\overrightarrow{hF_i}$.

$$\vec{M}_g = \overrightarrow{hF_i} \times \overrightarrow{gr_h} + \overrightarrow{gR_f} \times \overrightarrow{gr_f} + |\overrightarrow{fF_e}| \overrightarrow{f\lambda_e} \times \overrightarrow{gr_e} \quad (2.74)$$

Se despeja $|\overrightarrow{fF_e}|$ y se sustituye en la ecuación (2.75), función para la reacción resultante en el punto g ,

$$\overrightarrow{gR_g} = - \left(|\overrightarrow{fF_e}| \overrightarrow{f\lambda_e} + \overrightarrow{hF_i} + \overrightarrow{gR_f} \right) \quad (2.75)$$

Donde: $\overrightarrow{gR_f}$ y $\overrightarrow{hF_i}$ son vectores opuestos a $\overrightarrow{fR_g}$ y $\overrightarrow{iF_h}$ respectivamente.

Figura 2.53: Elemento e, b, c .

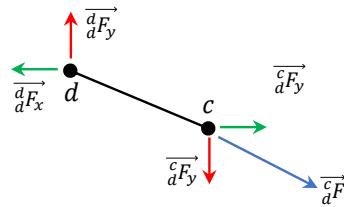
Se calcula en momento en el punto b , generado por las reacciones $\overrightarrow{eF_f}, \overrightarrow{bF_e}$ y $\overrightarrow{cF_b}$.

$$\vec{M}_b = \overrightarrow{eF_f} \times \overrightarrow{br_e} + \overrightarrow{bF_e} \times \overrightarrow{br_e} + |\overrightarrow{cF_b}| \overrightarrow{c\lambda_b} \times \overrightarrow{br_c} \quad (2.76)$$

Se despeja $|\overrightarrow{cF_b}|$ y se sustituye en la ecuación (2.77), función para la reacción resultante en el punto d ,

$$\overrightarrow{bR_b} = - \left(|\overrightarrow{cF_b}| \overrightarrow{c\lambda_b} + \overrightarrow{eF_f} + \overrightarrow{bR_e} \right) \quad (2.77)$$

Donde: $\overrightarrow{eF_f}$ y $\overrightarrow{bF_e}$ son vectores opuestos a $\overrightarrow{fF_e}$ y $\overrightarrow{eF_b}$ respectivamente.

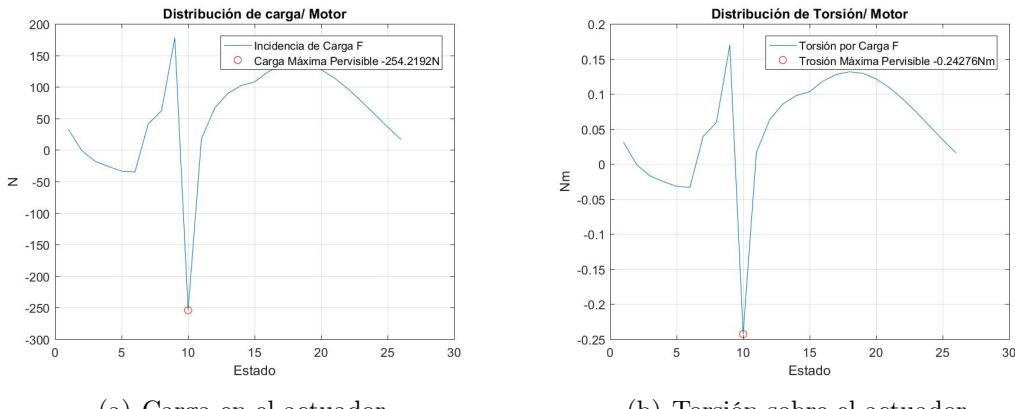
Figura 2.54: Elemento c, d .

El elemento c, d es el eslabón final donde la fuerza de incidencia F genera el vector de salida hacia el actuador figura (2.54), la ecuación 1 establece la reacción en el punto d , donde \vec{R}_d es el vector opuesto a \vec{F}_d , por último, la ecuación 2 da el componente único de incidencia sobre el actuador.

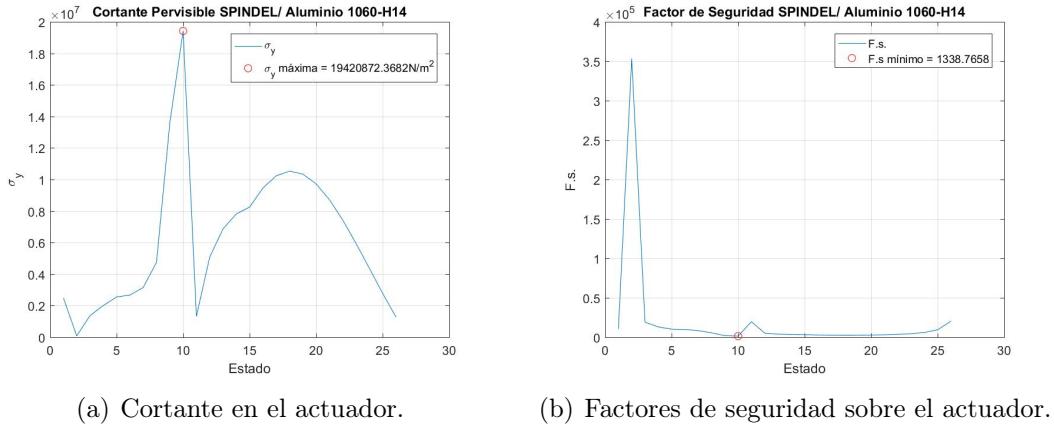
$$\vec{R}_d = -|\vec{F}_d| \quad (2.78)$$

$$Fm = \vec{R}_{d,x} \quad (2.79)$$

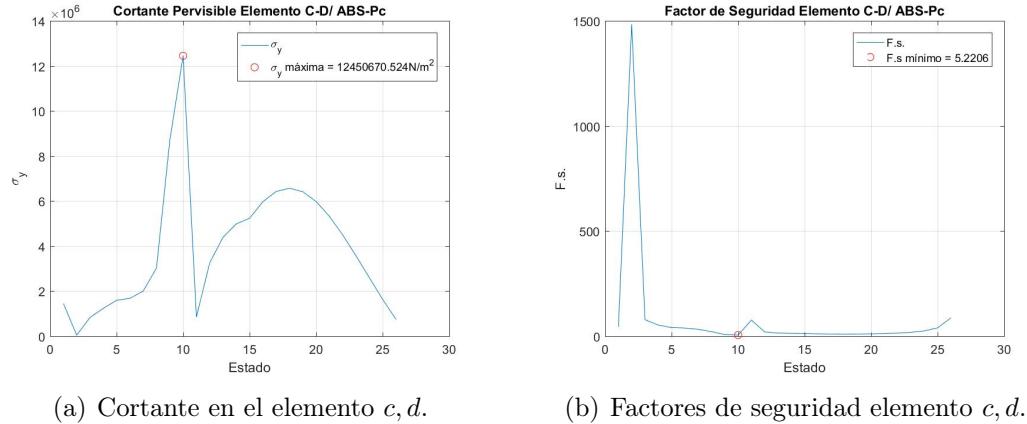
Se presentan los resultados de la locomoción completa del mecanismo, la figura (2.55) muestra la carga de incidencia de la ecuación (2.79) sobre el motor y la torsión sobre el actuador.



Los factores de seguridad en Esfuerzos Previsibles sobre la transmisión tipo Spindel-Husillo se muestran en las figuras siguientes.

Figura 2.56: Distribución de cargas de una fuerza de incidencia $F = 0,120\text{kg}$.

Observe que en la figura (2.56) los factores de seguridad “mínimos” son considerablemente altos para esta fuerza de incidencia, sin embargo, el elemento que establece este parámetro no es el husillo, sino el eslabón c, d figura (2.57).

Figura 2.57: Distribución de cargas de una fuerza de incidencia $F = 0,120\text{kg}$.

Por lo tanto, cualquier parámetro en función del factor de seguridad, fue establecido considerando el elemento más susceptible a ruptura, en este caso, el eslabón c, d .

Capítulo 3

Red neuronal pico.

Las redes neuronales pico, son redes neuronales artificiales de tercera generación, dado que información viaja en pulsos temporales. Existen diversos tipos de modelos matemáticos que representan la dinámica de las neuronas, los cuales son categorizados con base a su nivel de abstracción, de igual forma los métodos de entrenamiento pueden ser separados en dos bloques principales, entrenamiento supervisado y no supervisado. Se aborda el entrenamiento supervisado, donde una nueva arquitectura es propuesta, para el control de máquinas eléctricas, basada en una retroalimentación a la red neuronal dependiente del error generado por la diferencia de la señal de referencia y la salida del sistema, esto para que la señal de control converja de una manera más rápida a la referencia dada. En este capítulo se aborda un panorama general sobre las redes neuronales, dividido en varias secciones, donde se explica tanto el comportamiento y características de una neurona real, así como las características y comportamiento de las neuronas artificiales, además, se discute sobre los modelos neuronales más utilizados hasta ahora, por su facilidad en su implementación computacional o por su similitud con las neuronas biológicas, también se aborda el tema de la codificación y decodificación necesaria para ligar los modelos neuronales con diversos sistemas, por último, se plantean los métodos de entrenamiento que utilizan las neuronas artificiales de tercera generación, divididos en aprendizajes supervisados y no supervisados.

3.1. La neurona biológica

Todas las neuronas reales, normalmente están divididas en tres partes; las dendritas, el soma y el axón, además de un proceso propio de éstas llamado sinapsis. Generalmente, las dendritas son quienes reciben la información de las neuronas periféricas conectadas a éstas, el soma es donde todas las señales recibidas de las dendritas se acumulan y procesan, y finalmente el axón es el segmento de la neurona donde las señales de salida son emitidas y conducidas hacia las dendritas de las próximas neuronas.

El proceso de la sinapsis ocurre siempre entre dos neuronas y es el momento justo donde la información (pulso eléctrico) de una neurona pasa a otra; si la neurona J emite un pulso que cruza la sinapsis hacia la neurona I , entonces se dice que la neurona que emite el pulso (la neurona J) es una neurona presináptica y consecuentemente la neurona que recibe el pulso (la neurona I) es llamada una neurona postsináptica. Hodgkin y Huxley [38] encontraron de manera experimental, que el axón de un calamar gigante maneja información codificada por trenes de pulsos [39], Figura (3.1).

3.2. Potencial en la membrana

Todas las neuronas están rodeadas por iones positivos y negativos. En su interior hay un exceso de cargas negativas y en el exterior hay un exceso de carga positiva. Ambas cargas generan el potencial de membrana.

El potencial de cada membrana puede ser calculado por la siguiente ecuación:

$$V_m = V_{in} - V_{out} \quad (3.1)$$

Donde: V_{in} es la carga negativa dentro de la célula y V_{out} es la carga positiva fuera de la célula, cuando el potencial de la membrana se encuentra en reposo, es decir cuando no ha recibido ninguna señal de entrada, se le conoce como potencial de reposo y normalmente se encuentra alrededor de los $-60mV$ a los $-70mV$.

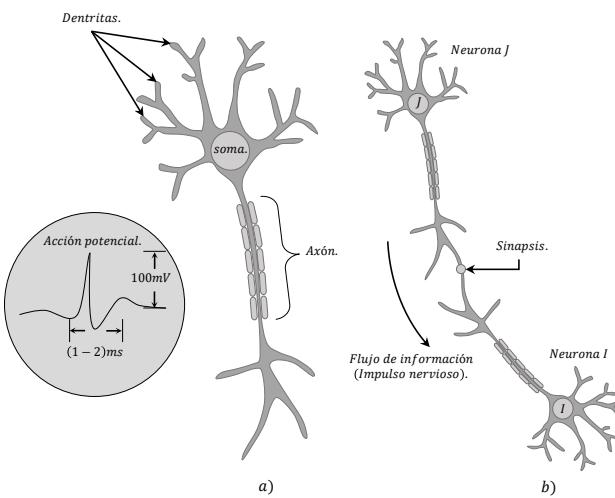


Figura 3.1: a). Se muestra un ejemplo de la acción potencial neuronal, la cual prácticamente es un pulso de voltaje con una duración de 1-2 ms, y una amplitud de 100 mV. b). Transmisión de la señal (información) de la neurona presináptica J a la neurona postsináptica I [40].

El fenómeno en el cual el potencial de la membrana rebasa el potencial de reposo es llamado depolarización. Al fenómeno opuesto se le conoce como hiperpolarización. Cuando la depolarización rebasa el valor crítico, conocido también como umbral, la célula produce una acción potencial (un pulso) [41], Figura (3.1). Si el potencial de membrana recibe un impulso esto causará depolarización o hiperpolarización y si después de este suceso, la neurona no experimenta ninguna señal de entrada, el potencial de la membrana regresará lentamente a su potencial de reposo, recordemos que esto ocurre en las neuronas biológicas reales y no imperiosamente en los modelos matemáticos propuestos.

3.3. Acción potencial

Como se ha visto anteriormente, cuando el potencial de membrana rebasa el valor crítico llamado umbral se emite una acción potencial, también conocido como pulso, esto es causado por el movimiento de iones que cruza la membrana a través de algún canal en una ventana de voltaje [41]. El pulso generado en una neurona es idéntico al de cualquier otra, así como la señal que se

mueve de la neurona presináptica a la neurona postsináptica [40]. El conjunto de pulsos emitidos por la neurona dentro de una ventana de tiempo arbitraria, es nombrado tren de pulsos y se puede representar por la siguiente ecuación.

$$F_i = t_i^1, t_i^2, \dots, t_i^{(n)} \quad (3.2)$$

El subíndice i define el número de neurona y el superíndice es el pulso emitido por la neurona en el instante de tiempo t , siendo n el pulso más reciente emitido por la enésima neurona.

Después de la transmisión del pulso de la neurona presináptica a la neurona postsináptica, el potencial de la membrana se desploma y ocurre una fase de alta hiperpolarización debajo del valor del potencial de reposo para después lentamente regresar al potencial de reposo. Durante ese tiempo no es posible que la neurona emita un segundo pulso, no importa que tan fuerte sea el conjunto de señales de entrada. Esto biológicamente ocurre porque los canales de iones se abren instantáneamente cuando un pulso es generado [40].

El tiempo mínimo que transcurre entre dos pulsos emitidos consecutivamente por la misma neurona se denomina periodo de refracción absoluta y el fenómeno que ocurre cuando el potencial de membrana está por debajo del potencial de receso esto siempre después de que un pulso es emitido, se conoce como SAP (Spike After Potencial), Figura (3.2).

3.4. Sinapsis

Entre el axón de la neurona pre sináptica y las dendritas de la neurona post sináptica existe una pequeño espacio vacío, conocido como espacio sináptico, la operación de la sinapsis es muy compleja y una descripción más detallada se encuentra en [41], en esta tesis sólo los aspectos más relevantes se tomarán en cuenta.

El pulso de la neurona presináptica no puede cruzar por sí mismo el espacio sináptico, por lo que cuando la neurona presináptica emite un pulso, este espacio sináptico es llenado de un líquido, el cual genera un potencial postsináptico (PSP) hacia las dendritas de la neurona postsinápticas [41]. Este proceso no ocurre instantáneamente; hay un pequeño retardo generado en cada sinapsis.

El potencial de membrana va incrementando y en el tiempo $t_j^{(f)}$ el potencial de la membrana rebasa el umbral y esto produce un pulso [39] figura (3.2), posteriormente la neurona se relaja y su potencial de membrana se coloca debajo del potencial de reposo y va regresando lentamente al potencial de receso. El fenómeno de la sinapsis se puede dividir en un potencial de excitación postsináptico (EPSP) y un potencial inhibitorio postsináptico (IPSP).

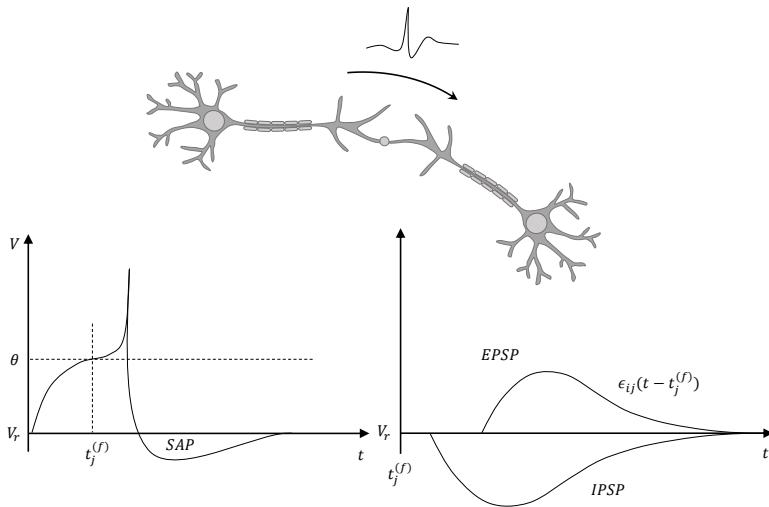


Figura 3.2: Fenomeno de la sinapsis.

Existen dos tipos de potenciales post-sinápticos, si el potencial post-sináptico generado es positivo se le llama potencial post-sináptico de excitación (EPSP), y si el potencial post-sináptico es negativo, se le denomina potencial post-sináptico de inhibición, Figura (3.3). Un IPSP disminuye el potencial de membrana de la neurona post-sináptica mientras que el EPSP incrementa el potencial de membrana y si es lo suficientemente grande, la neurona postsináptica puede disparar.

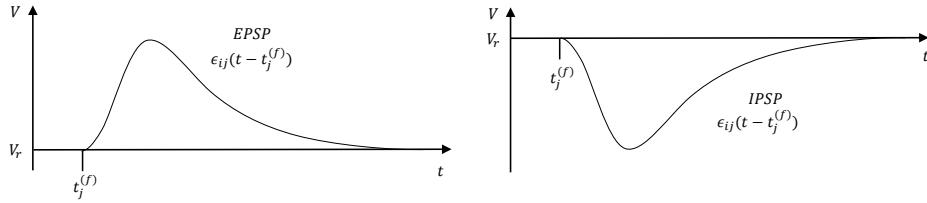


Figura 3.3: Se muestran los comportamientos del potencial postsináptico de excitación (EPSP) y el potencial postsináptico de inhibición (IPSP), ambos de una neurona biológica [42].

3.5. Pesos sinápticos

Cada sinapsis va acompañada por un factor que incrementa o decremente la señal de salida de la neurona presináptica, este factor es llamado peso sináptico, el cual es el responsable de que el EPSP y el IPSP saturen o relajen a la neurona con mayor o menor rapidez, por lo que la modificación de estos pesos sinápticos perturba directamente la salida de la neurona y son directamente los responsables de que la neurona y por consiguiente la red neuronal modifiquen su salida, pues representan la variable más dominante en el proceso de aprendizaje.

Matemáticamente, tanto los pesos sinápticos como los retardos relacionados a cada sinapsis, son usados para entrenar a la red neuronal, de cada par de capas neuronales presinápticas i a sus respectivas neuronas postsinápticas j para una arquitectura feedforward. Recientes resultados experimentales, han mostrado que entre todas las interconexiones de dos neuronas biológicas puede haber múltiples sinapsis con múltiples retardos [43],[44], Figura (3.4). Esta pensamiento ha si-

do usado en numerosos trabajos aprovechando dichos parámetros para mejorar los algoritmos de entrenamiento.

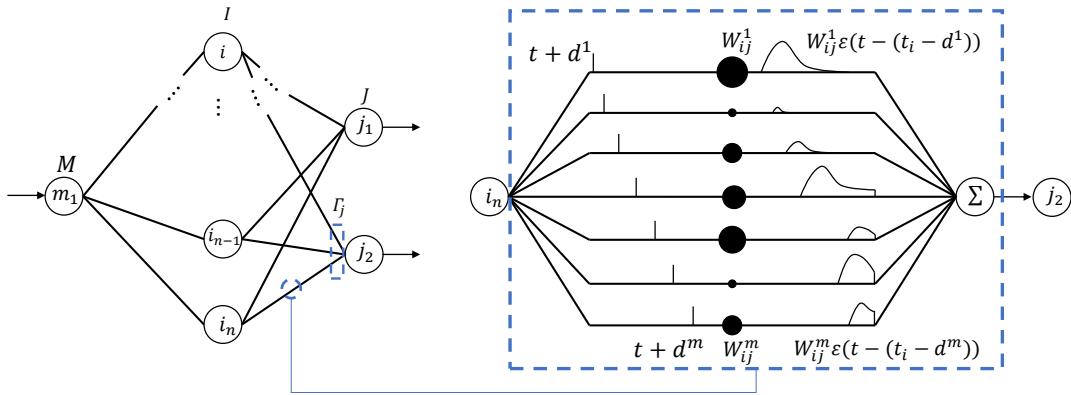


Figura 3.4: Modelo de una red neuronal simple. La capa de neuronas postsinápticas J recibe el conjunto de entradas Γ_j (Señales presinápticas de la j -ésima neurona). El acercamiento entre la interconexión de la neurona i -ésima a la neurona j -ésima muestra que cada conexión entre dos neuronas consiste en m terminales sinápticas retardadas. Cada terminal sináptico k constituye el retardo k -ésimo (d^k) la cual es asociada con un peso sináptico k -ésimo entre la neurona i -ésima a la neurona j -ésima ($W_{ij}I^K$) [45]. Los círculos negros dictan la magnitud de los pesos sinápticos.

3.6. Modelos de umbral y disparo

Uno de los modelos más usados extensamente dentro de los modelos umbral y disparo, es el modelo de integración y disparo implementado en un extenso número de trabajos [46], esto debido a su fácil implementación y bajo costo computacional. Los modelos umbral y disparo representan dinámicas con un alto nivel de abstracción. Estos modelos de basan en la sumatoria de todas las contribuciones de las neuronas presinápticas al potencial de membrana, y si el potencial de membrana supera el umbral fijado previamente, entonces la neurona disparará.

Este tipo de modelos Integración y disparo se puede dividir en dos submodelos: Integración y disparo perfecto (PIF) e Integración y Disparo Ideal (LIF). La ecuación diferencial de primer orden que describe el comportamiento de los modelos de integración y disparo no describe completamente el comportamiento de las neuronas artificiales de tercera generación, pues sólo comprende la dinámica desde las condiciones de reposo del potencial de membrana hasta antes del momento en que la neuronal dispara (instante en que se emite el pulso de salida), por lo que la condición de la actividad de disparo debe ser planteado.

Esto es expresado en la ecuación (3.3), la cual representa el momento justo en el que el valor del potencial de membrana supera el umbral θ fijado previamente, esto es descrito como tiempo de disparo,

$$t^{(f)} : u(t^{(f)}) = \theta \quad \text{y} \quad \frac{du(t)}{dt} \Big|_{t=t^{(f)}} > 0 \quad (3.3)$$

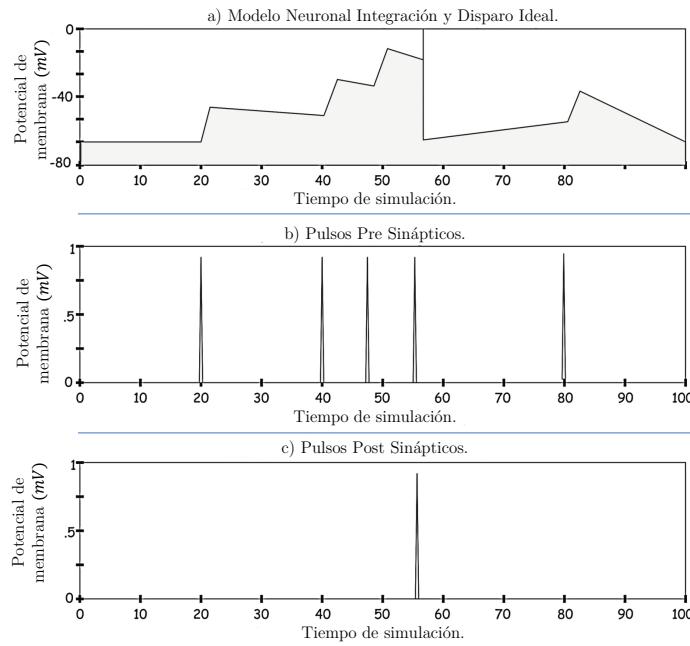


Figura 3.5: Modelo neuronal de integración y disparo ideal

En el modelo integración y disparo la acción potencial (pulso) no está descrito de la misma manera que en el modelo neuronal Hodgkin-Huxley [40]. Los pulsos en el modelo de integración y disparo son caracterizados sólo por sus tiempos de disparo $t^{(f)}$, observe la Figura (3.5), Se describe el modelo neuronal de integración y disparo ideal. a). se muestra el potencial de membrana cuyo umbral se fijó en 1. b). se presentan los pulsos que recibe la neurona postsináptica de una neurona presináptica. c). describe la señal de salida (acción potencial) de la neurona postsináptica bajo la conducta del potencial de membrana Figura (3.5) a).

3.6.1. Integración y disparo perfecto

Modelo representado por un circuito capacitivo, donde el voltaje de entrada se va acumulando en el capacitor y es disparado cuando se cierra el circuito, como se representa en la Figura (3.6). La ecuación diferencial que describe este sistema está dada por:

$$V(t) = V_r + \frac{1}{C} \int_{t_o}^t I(t) dt \quad (3.4)$$

Donde: $V(t)$ es el voltaje acumulado en el capacitor, V_r es el valor del voltaje en reposo del capacitor, C es el valor del capacitor en μF e $I(t)$ es el valor de la corriente de la fuente.

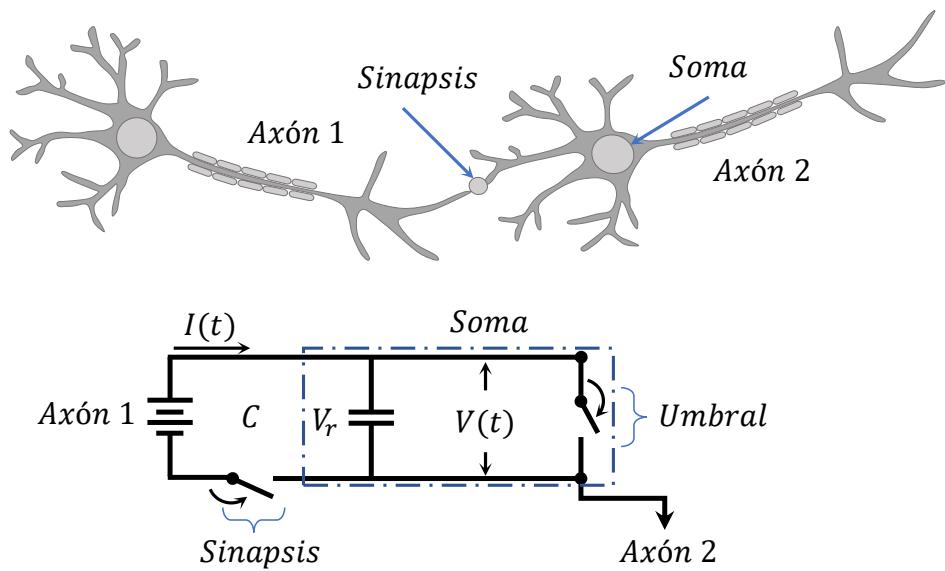


Figura 3.6: Modelo PIF.

3.6.2. Integración y disparo ideal

El modelo LIF es representado por un circuito RC en paralelo, donde la energía acumulada en el capacitor se disipa no sólo por el switch, sino también por la resistencia, Figura (3.7). La ecuación diferencial que describe este sistema está dada por:

$$V(t) = V_r e^{-\frac{1}{RC}(t-t_0)} + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I(\tau) e^{-\frac{1}{RC}(t-\tau)} d\tau \quad (3.5)$$

Donde: $V(t)$ es el voltaje del capacitor, V_r es el valor del voltaje en reposo del capacitor, C es el valor del capacitor en μF e, $I(t)$ es el valor de la corriente de la fuente y R es el valor de la resistencia en $m\Omega$.

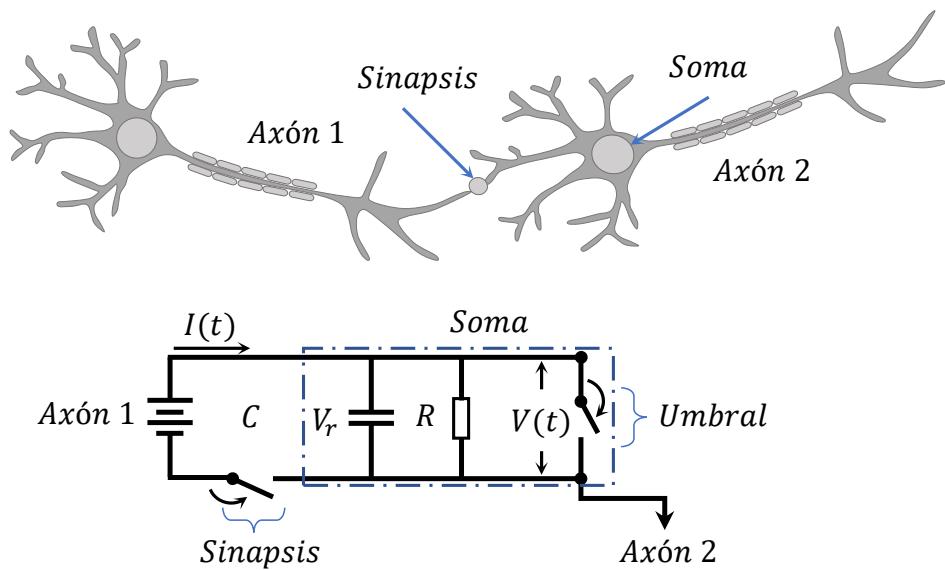


Figura 3.7: Modelo LIF

3.6.3. Modelo del pulso de respuesta

El modelo del pulso de respuesta (SRM) fue creado, al igual que los modelos PIF y LIF, para reducir el modelo tetra dimensional de Hodgkin-Huxley a una sola ecuación. Ha sido probado que el modelo SRM puede emular hasta 90 % el comportamiento de un tren de pulsos del modelo de Hodgkin-Huxley [47].

La principal diferencia entre el modelo del pulso de respuesta (SRM) y los modelos de integración y disparo (I&F) es que ambos son descritos por una ecuación diferencial, mientras que en el caso de los modelos SRM el potencial de membrana es descrito por la respuesta de un kernel [40].

$$u_j(t) = \eta(t - \hat{t}_j) + \sum_i w_{ji} \sum_j \varepsilon_{ji}(t - \hat{t}_j, t - t_i^{(f)}) + \int_0^{\infty} k(t - \hat{t}_j, s) I^{ext}(t - s) ds \quad (3.6)$$

Donde: $t_j^{(f)}$ constituye los pulsos de emitidos por la neurona presináptica i , mientras que w_{ji} representa a la eficacia sináptica (pesos sinápticos) entre la neurona presináptica i a la neurona postsináptica j , y I^{ext} es la corriente externa (no necesariamente pulsos, sino que comprende también señales analógicas), la variable s es obtenida por $s = t - t_i^{(f)}$ o en el caso donde múltiples retardos son implementados: $s = t - t_i^{(f)} - \Delta^k$ [48],[49],[50]. Finalmente \hat{t}_j es el pulso más reciente emitido por la neurona postsináptica j .

La neurona post sináptica j dispara un pulso cuando el potencial de membrana supera el valor del umbral θ :

$$t = t^{(f)} \Leftrightarrow u_j(t) = \theta \quad y \quad \frac{du_j(t)}{dt} > 0 \quad (3.7)$$

Usualmente para el modelo SRM se propone un umbral dinámico θ en lugar de fijar uno:

$$\theta = \theta(t - \hat{t}_j) \quad (3.8)$$

3.6.3.1. El kernel

La respuesta del Kernel $\eta(t - \hat{t}_j)$ es el responsable del comportamiento del potencial de respuesta (pulso) emitido por la neurona, esto significa que es directamente responsable de la dinámica del sobre impulso negativo que ocurre después de la emisión del pulso, y es caracterizado por el disparo ocurrido en el tiempo $t_j^{(f)}$ cuando es rebasado el umbral θ .

La conducta del kernel $k(t - \hat{t}_j, s)$ es la respuesta del potencial de membrana a una entrada de corriente basada en el pulso de salida \hat{t}_j , Figura (3.8).

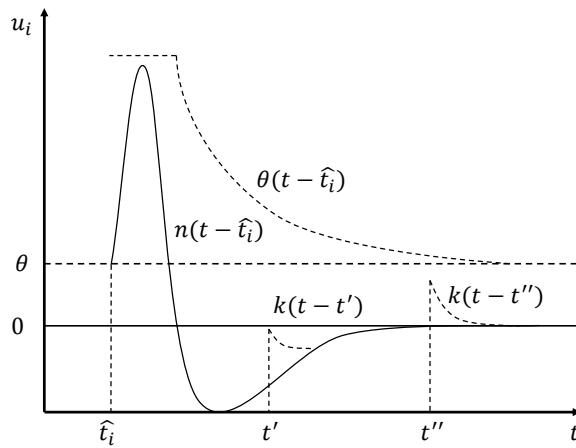


Figura 3.8: La respuesta del kernel $\eta(t - \hat{t}_j, s)$ ocurre cuando el potencial de membrana de la neurona post sináptica cruza el umbral, esta respuesta del kernel puede ser tanto excitatoria (EPSP) o inhibitoria (IPSP)

3.6.3.2. SRM simplificado

Una de las más famosas modificaciones del modelo de pulso de respuesta es el SRM_0 [40], [39]. El cual deriva de una respuesta de kernel simplificada, figure (3.9). En SRM_0 el potencial de membrana de la ecuación (3.6) se convierte en:

$$u_j(t) = \eta(t - \hat{t}_j) + \sum_i w_{ji} \sum_{t_i^{(f)}} \varepsilon_0(t - \hat{t}_j^{(f)}) \quad (3.9)$$

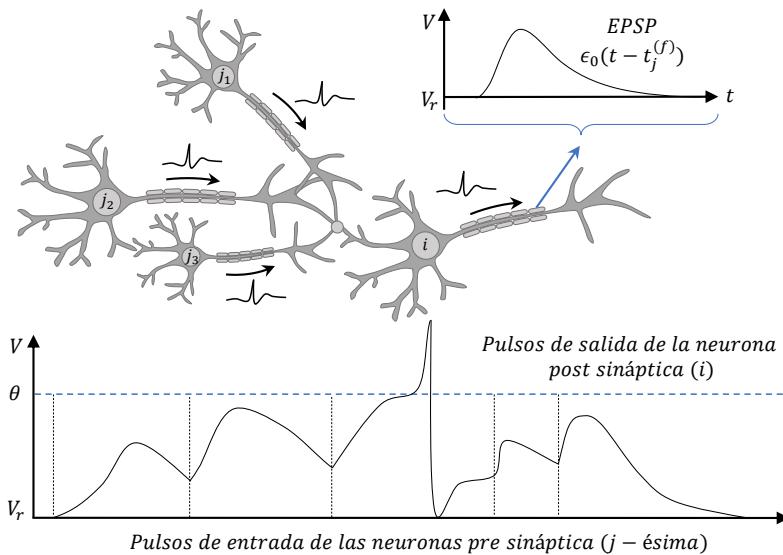


Figura 3.9: Modelo de pulso de respuesta SRM_0 con un umbral constante. La sumatoria de las j -ésimas neuronas causa un pulso post sináptico de excitación (EPSP) $\varepsilon_0(S)$. Cuando el umbral es rebasado, este pulso emitido por la neurona post sináptica i causa un kernel negativo $\eta(S)$ [40].

3.7. Código neuronal

Una de las cuestiones importantes de la neurofisiología es el cómo las neuronas codifican la información. Aún no se ha encontrado una respuesta clara a esta pregunta y toda la información que se encuentra disponible es sólo de resultados experimentales. Al principio se pensaba que la información se codificaba en tasas de disparo neuronal. Esto fue probado experimentalmente en 1926, donde se descubrió que la tasa de disparo de una pequeña terminal nerviosa muscular va directamente relacionada a la fuerza que aplica el músculo [40]. Este fue el principal modelo de codificación neuronal por muchos años.

Thorpe et al. [51] probaron que los seres humanos pueden reconocer un rostro o imagen compleja en 100ms, lo cual hace imposible la codificación por tasa. Posteriormente Bialek et al. [52], consiguió observar la codificación neuronal de la vista de una mosca y encontró que está constituida por señales dependientes del tiempo.

Las redes neuronales de tercera generación pueden codificar en forma digital [53] o analógicamente [54]. La forma de codificación puede ser dividida dentro de tres categorías:

1. Codificación por tasa.
2. Codificación Temporal.
3. Codificación por población.

3.7.1. Codificación por tasa

En la codificación por tasa, la información se codifica utilizando el promedio de pulsos en el que una neurona dispara dentro de una ventana de tiempo [40]:

$$v = \frac{\eta_{sp}(T)}{T} \quad (3.10)$$

Donde: T es la ventana de tiempo, $\eta_{sp}(T)$ es el número de pulsos emitidos en la ventana de tiempo. Existen tres procedimientos para realizar el promedio [40]: Tasa por conteo de pulsos (promediar sobre el tiempo), Tasa por densidad de pulsos (promediar sobre varios trenes de pulso), tasa por actividad de poblaciones (promediar sobre diversas neuronas), la figura (3.10) muestra una señal senoidal se codifica por medio del método de codificación por tasa, en la parte de abajo de la Figura se muestra la codificación en un tren de pulso donde se percibe que en las crestas de la señal hay una mayor densidad de pulsos, posteriormente se decodifica dicho tren de pulsos para obtener una señal (línea punteada) muy parecida a la señal senoidal original [55].

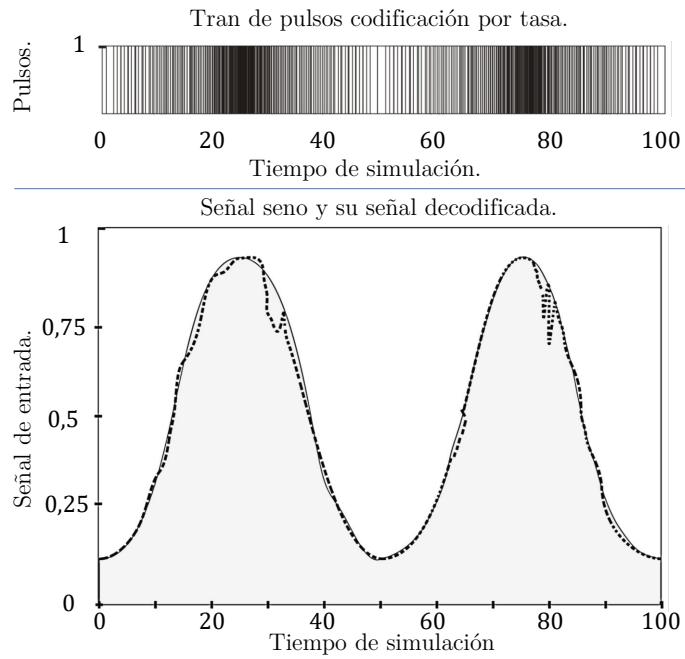


Figura 3.10: Codificación por tasa.

3.7.2. Codificación temporal

En la codificación temporal la información es codificada por pulsos temporales [56]. Hopfield [57] propuso un método de codificar señales analógicas dentro de pulsos temporales con respecto a un diseño oscilatorio; Este método ha sido probado experimentalmente en una anguila eléctrica, además Mass [42] propuso un método para codificar señales analógicas en forma de pulsos temporales. Un diferente método ha sido sugerido por Wen y Sendhoff [58], donde las neuronas de entrada codifican directamente la información en pulsos temporales y por ende las neuronas de las capas posteriores usan esa información.

3.7.3. Codificación por población

En la codificación por población, un número de neuronas de entrada (población) codifican las entradas analógicas y producen diferentes tiempos de disparo. Bohte et al. [45] propusieron una forma de representar entradas analógicas en trenes de pulsos implementando una codificación por población. Campos receptivos con múltiples funciones Gaussianas (GRF) donde se usan las entradas de las neuronas y se codifican para obtener múltiples retardos, Figura (3.11), codificación con campos receptivos Gaussianos. El eje horizontal representa la entrada de la variable real a codificar, el eje vertical representa los tiempos para armar el tren de pulsos de la variable codificada.

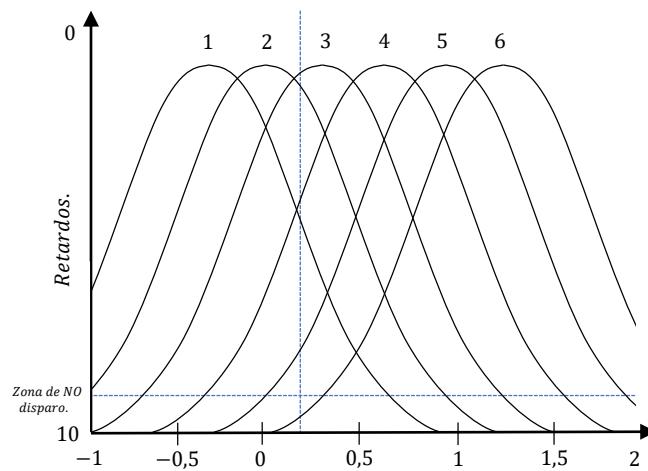


Figura 3.11: Codificación por población

Para realizar este tipo de codificación, primeramente el rango de la señal de entrada debe ser calculado. Después los máximos y mínimos valores de entrada (I_{max} , I_{min}), tienen que ser definidos. Posteriormente el número de variables representadas por las neuronas GRF debe ser precisada a través de la variable m . Finalmente el centro de cada neurona GRF es calculado por C_i , mientras la amplitud de cada neurona GRF es obtenido por σ_i [54]:

$$C_i = I_{min} + \left(\frac{2i - 3}{2} \right) \left(\frac{I_{max} - I_{min}}{m - 2} \right) \quad (3.11)$$

$$\sigma_i = \frac{1}{\gamma} \frac{I_{max} - I_{min}}{m - 2} \quad (3.12)$$

Donde: σ es una constante usualmente 1.5. Se propone un umbral del cual cualquier valor por encima de éste la neurona no dispara. En el ejemplo de la Figura (3.11), el valor analógico a codificar en disparos temporales en 6 neuronas es de 0.3, lo cual la codificación resulta de la siguiente manera: 0.250ms para la neurona 1, 1.287ms para la neurona 2, 3.783ms para la neurona 3, 5.564ms para la neurona 4, 7.741ms para la neurona 5, y la neurona número 6 no emite disparo pues se encuentra arriba del umbral.

3.8. Métodos de aprendizaje

Los pesos w_{ij}^k entre la neurona presináptica i y la neurona postsináptica j no son valores fijos. El cambio de estos valores está directamente relacionado con la salida neuronal y el manejo de información por trenes de pulsos. Si la sinapsis se fortalece se le conoce como LTP (Long Term Potentiation) y si por el contrario la sinapsis se debilita recibe el nombre de LTD (Long Term Depression). El proceso en el que los pesos se actualizan se le conoce como entrenamiento. Que puede ser dividido en dos categorías: Aprendizaje supervisado y no supervisado, en este caso el aprendizaje implementado es el supervisado.

3.8.1. Aprendizaje supervisado

Como se ha descrito en las secciones previas, el comportamiento de las redes neuronales de tercera generación se asemeja más a la dinámica de las redes neuronales biológicas reales, al mismo tiempo

son más poderosas que las neuronas artificiales de generaciones anteriores. Sin embargo su poder computacional no ha sido explotado totalmente, esto se debe al número tan limitado de algoritmos de aprendizaje no supervisado que existen. Existen dos principales razones para que esto ocurra, la primera es que las redes neuronales de tercera generación a diferencia de sus antecesoras son funciones discontinuas lo cual dificulta la creación de algoritmos de aprendizaje, la segunda razón es el poco tiempo que llevan de existencia.

3.8.1.1. Método SpikeProp

Bohte et al. [48] propusieron un algoritmo de aprendizaje supervisado basado en el algoritmo BackPropagation de redes neuronales artificiales de segunda generación. Este método se denomina SpikeProp y fue diseñado para una arquitectura de redes neuronales con múltiples conexiones las cuales tiene múltiples retardos, Figura (3.4).

La arquitectura que necesita este entrenamiento es de tipo feedforward, lo que significa que no existe retroalimentación entre ninguna neurona de la red, aunque esto no limita a que la red neuronal tenga una o más capas ocultas. Es decir la arquitectura es similar a la Figura (3.4) con una capa oculta. \mathbf{H} es la capa de entrada, \mathbf{I} es la capa oculta y \mathbf{J} es la capa de salida.

Bohte et al. [48] implementaron el modelo del pulso de respuesta (SRM) para describir el potencial de membrana de cada pulso emitido por las neuronas, el kernel asociado a cada SRM es sin el fragmento de refracción de la ecuación, esto quiere decir que la ecuación (3.9) queda de la siguiente forma:

$$u_j(t) = \sum_{i \in \Gamma_j} \sum_{k=1}^m w_{ij}^k \varepsilon(t - t_i - d^k) \quad (3.13)$$

El propósito de este algoritmo es que la red neuronal sea entrenada de acuerdo al error que se genera con la diferencia entre los tiempos de disparo específicos correspondientes a salidas deseadas y las entradas a la red neuronal, esto se logra con la función de error:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j \in J} (t_j^a - t_j^d)^2 \quad (3.14)$$

Donde: t_j^a representa el tiempo de disparo de la j-ésima neurona de salida actual, t_j^d es el tiempo de disparo de la j-ésima neurona de salida deseada.

La adaptación de los pesos neuronales relacionados a la neurona de la capa de salida es:

$$\Delta w_{ij}^k = -\eta y_i^k(t_j^a) \delta_j \quad (3.15)$$

Donde: η , es la tasa de aprendizaje, y δ_j se formula:

$$\delta_j = \frac{(t_j^a - t_j^d)}{\sum_{i \in \Gamma_j} \sum_l w_{ij}^l \left(\frac{\partial y_i^l(t_j^a)}{\partial t_i^a} \right)} \quad (3.16)$$

La adaptación de los pesos neuronales relacionados a la neurona de las capas ocultas y capas de entrada es:

$$\Delta w_{hi}^k = -\eta y_h^k(t_i^a) \delta_i = -\eta \frac{y_h^k(t_i^a) \sum_j \left[\delta_j \sum_k w_{ij}^k \left(\frac{\partial y_i^k(t_j^a)}{\partial t_i^a} \right) \right]}{\sum_{n \in \Gamma_i} \sum_l w_{ni}^l \left(\frac{\partial y_n^l(t_i^a)}{\partial t_i^a} \right)} \quad (3.17)$$

Donde: δ_i es:

$$\delta_i = \frac{\sum_{j \in \Gamma_i} \left[\delta_j \sum_k w_{ij}^k \left(\frac{\partial y_i^k(t_j^a)}{\partial t_i^a} \right) \right]}{\sum_{h \in \Gamma_i} \sum_l w_{hi}^l \left(\frac{\partial y_h^l(t_i^a)}{\partial t_i^a} \right)} \quad (3.18)$$

La prueba matemática de este algoritmo se puede encontrar en la referencia [48], Finalmente el método SpikeProp puede ser desarrollado en la siguiente tabla (3.1).

<i>Algoritmo SpikeProp</i>
Se calcula δ_j para todas las salidas, de acuerdo a (3.16)
Por cada capa subsecuente $I = J - 1, J - 2, \dots$
se calcula δ_i para todas las neuronas de la I -ésima capa de acuerdo a (3.18)
Para cada neurona j -ésima de la capa de salida J , adapta w_{ij}^k utilizando $\Delta w_{ij}^k = -\eta y_i^k(t_j) \delta_j$ (3.15), Para cada capa subsecuente $I = J - 1, J - 2, \dots$ calcular w_{hi}^l utilizando $\Delta w_{hi}^l = -\eta y_h^l(t_i) \delta_i$ (3.17).

Tabla 3.1: Algoritmo SpikeProp

Una de las desventajas del algoritmo SpikeProp es que toma demasiado número de iteraciones converger, varias técnicas han sido propuestas para reducir el tiempo de convergencia; alguno de esos son los algoritmos Rprop y QuickProp.

3.8.1.2. Regla modificada de Widrow-Hoff o regla delta generalizada a spikes

Similar a otros algoritmos de entrenamiento supervisado, los pesos sinápticos de la red neuronal se ajustan iterativamente basados en una relación de entrada-salida deseada [59]. Se comienza a partir de la regla Widrow-Hoff común para la modificación del peso de una sinapsis i :

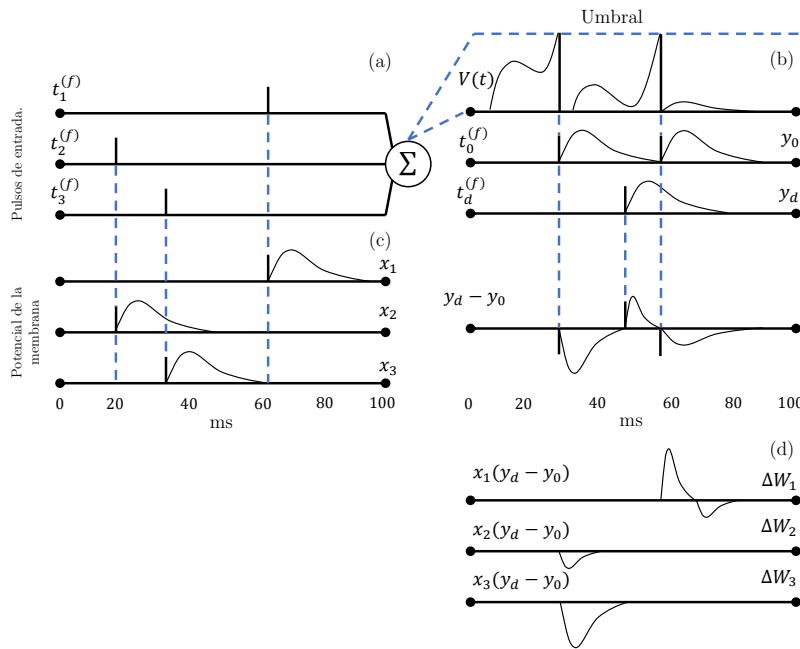
$$\Delta \mathbf{w}_i^{WH} = \lambda \mathbf{x}_i (\mathbf{y}_d - \mathbf{y}_{out}) \quad (3.19)$$

Donde: $\lambda \in \mathbb{R}$ es un tipo de aprendizaje positivo con valores reales, \mathbf{x}_i es la entrada a través de la neurona presináptica por medio de la sinapsis i y finalmente \mathbf{y}_d y \mathbf{y}_o se refieren a la salida deseada y la salida real emitida por la neurona respectivamente.

Mediante la integración de $\Delta \mathbf{w}_i^{WH}$ se obtiene una $\Delta \mathbf{w}_i$ escalar que se utiliza para actualizar el peso de la sinapsis i :

$$\Delta w_i = \lambda \int x_i(t) (y_d(t) - y_o(t)) dt \quad (3.20)$$

Los pesos se actualizan en un proceso iterativo, usando: $\mathbf{w}_i(e+1) = \mathbf{w}_i(e) + \Delta \mathbf{w}_i$, donde e es la época actual del proceso de aprendizaje.



Como se muestra en la Figura (3.12) a), existe un tren de pulsos de entrada, provenientes de la neurona presináptica, en la Figura (3.12) c) se muestra la transformación de cada pulso al kernel, similar a la transformación de distancia métrica usada para comparar trenes de pulsos [60]:

$$\alpha(t) = \exp^{\frac{1}{\tau_s}} t \exp^{\frac{-t}{\tau_s}} \Theta \quad (3.21)$$

donde $\Theta(t)$ se refiere a la función de Heaviside y τ_s es el tiempo donde ocurrirá el valor máximo de la función sináptica, este conjunto de señales transformadas entra a la neurona postsináptica donde el potencial de membrana se incrementa como se aprecia en la Figura (3.12) b), dicho estímulo provoca la excitación de la neurona postsináptica dando como resultado la generación de dos pulsos de salida en los instantes $t_o^{(0)}$ y $t_o^{(1)}$, respectivamente, ninguno de ellos es igual al pulso temporal deseado $t_d^{(0)}$, esto se aprecia mejor en la Figura (3.12) d) que representa el error entre la referencia deseada y la señal de salida, dado ((3.22)).

$$E = \int |y_d(t) - y_o(t)| dt \quad (3.22)$$

Finalmente para completar la actualización de los pesos se aplica la ecuación 3.20 como se muestra en la Figura (3.12) e).

Capítulo 4

Redes Neuronales Pico Cuaternionicas.

En este capítulo se presenta un nuevo tipo de redes neuronales de tipo pulso (SNN) desarrolladas en el marco de álgebra de cuaterniones. El algoritmo de entrenamiento se amplió ajustando los pesos de acuerdo con la regla de multiplicación entre cuaterniones, lo que permite resultados precisos disminuyendo la complejidad de la red con respecto a las redes neuronales de pulso con elementos únicamente reales.

Para realizar una expansión de elementos reales a números hipercomplejos para redes neuronales de tipo pulso se propone hacerlo en dos pasos:

- **Expandir el modelo Neuronal de número reales a Cuaterniones**

Se realiza, adaptando el modelo neuronal general para poder trabajar con entradas y salidas cuaternionicas

- **Expandir el aprendizaje Neuronal de números reales a Cuaterniones**

El entrenamiento neuronal se encarga de la adaptación de los pesos pre sinápticos para manipular la respuesta neuronal, al trabajar con entradas de tipo cuaternionicas es necesario el proponer un vector de pesos de la misma dimensión por ende un entrenamiento que se ajuste con esas medidas.

4.1. Cuaterniones

Los cuaterniones son una extensión de los números reales, similar a la de los números complejos. Mientras que los números complejos son una extensión de los reales por la adición de la unidad imaginaria i , tal que $i^2 = -1$, los cuaterniones son una extensión generada de manera análoga añadiendo las unidades imaginarias i, j y k a los números reales tal que $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Exuesto mediante la tabla de multiplicación de Cayley (Tabla 4.1) como:

\otimes	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

Los elementos 1, i , j y k son los componentes de la base de los cuaterniones considerado como un R-espacio vectorial de dimensión 4, su nombre proviene del latín quaterni (por cuatro), su significado literal es “número de cuatro componentes”. El vocablo fue propuesto por su creador William

Rowan Hamilton [61].

Los números complejos desempeñan un papel muy importante en las matemáticas; Vinculado a esto surgió la idea de generalizar aún más los números reales. En este proceso de expansión fueron construidos los cuaterniones, cuyo papel en las matemáticas resultó poco significativo [61].

Los cuaterniones fueron creados por William Rowan Hamilton en 1843. Hamilton buscaba formas de extender los números complejos (que pueden interpretarse como puntos en un plano) a un número mayor de dimensiones. No pudo hacerlo para 3 dimensiones, pero para 4 dimensiones obtuvo los cuaterniones. Según una historia relatada por el propio Hamilton, la solución al problema que le ocupaba le sobrevino un día que estaba paseando con su esposa, bajo la forma de la ecuación: $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Inmediatamente, grabó esta expresión en el lateral del puente de Brougham Fig.(4.1), que estaba muy cerca del lugar.

Hamilton popularizó los cuaterniones con varios libros, el último de los cuales, Elements of Quaternions (en inglés Elementos de Cuaterniones), tenía 800 páginas y fue publicado poco después de su muerte.

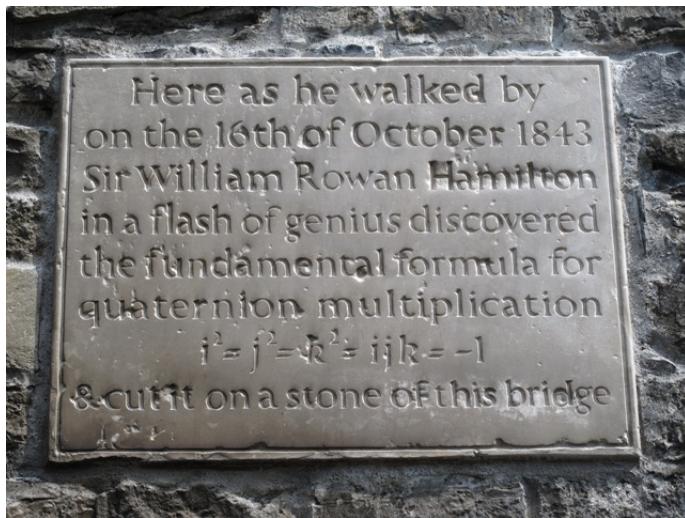


Figura 4.1: Placa conmemorativa en el puente de Brougham (Broom), Dublín, con el texto: "Here as he walked by on the 16th of October 1843 Sir William Rowan Hamilton in a flash of genius discovered the fundamental formula for quaternion multiplication $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$."

Un cuaternión puede expresarse como el conjunto:

$$\mathbb{H} = \{a + bi + cj + dk : a, b, c, d \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}^2 \subset \mathbb{R}^4 \quad (4.1)$$

Equivalente a,

$$\mathbb{H} = \{(a + bi) + (c + di)j : (a + bi), (c + di) \in \mathbb{C}\} \subset \mathbb{C}^2 \subset \mathbb{R}^4 \quad (4.2)$$

Entonces un cuaternión es un número de la forma $a + bi + cj + dk$, donde a, b, c , y d son números reales únicamente determinados por cada cuaternión. Análogamente, un cuaternión puede expresarse como el producto interno (componente a componente) de dos vectores, de los cuales uno es el de las componentes $\vec{x} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, y el otro el de las "bases": $\{1, i, j, k\}$. En este caso, el elemento a_1 que forma la componente real se anota aparte, y para el producto interno se consideran solamente las tres bases i, j, k :

$$x = (a_1, \vec{a}) = (a_1, a_2, a_3, a_4) \quad (4.3)$$

4.2. Cuaterniones, “Aritmética Básica”

En un cuaternion $a = a_1 + a_2i + a_3j + a_4k$, a se convierte en un número real a_1 si todas las otras coordenadas son igual a cero. De modo tal que el eje real \mathbb{R} está contenido en el conjunto \mathbb{H} de todos los cuaterniones [61]. El número real a_1 se considera la parte real del cuaternion a . Todos los cuaterniones a para los cuales a_1 igual a cero, se consideran imaginarios puros. Ellos constituyen un subespacio tridimensional I del espacio \mathbb{H} de todos los cuaterniones. De modo tal que el cuaternion se puede escribir como la suma de la parte real y de la parte imaginaria.

Definimos la suma y producto entre cuaternios mediante la aritmética usual de las matrices y de los números complejos. Puede comprobarse que el conjunto \mathbb{H} , junto con estas operaciones, satisface todas las propiedades de un campo con excepción del producto que no es commutativo. siendo a y b cuaterniones de la forma:

$$a = a_1 + a_2i + a_3j + a_4k = \alpha + \vec{a}b = b_1 + b_2i + b_3j + b_4k = \beta + \vec{b}$$

Donde: $a_1 = \alpha$, $a_2i + a_3j + a_4k = \vec{a}$, $b_1 = \beta$ y $b_2i + b_3j + b_4k = \vec{b}$. **La adición** se realiza análogamente a como se hace con los complejos, es decir término a término:

$$a + b = (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2)i + (a_3 + b_3)j + (a_4 + b_4)k \quad (4.4)$$

El producto (con el símbolo \otimes) se realiza componente a componente, y está dado en su forma completa por:

$$\begin{aligned} a \otimes b &= (a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3 - a_4b_4) + (a_1b_2 + a_2b_1 + a_3b_4 - a_4b_3)i \\ &\quad + (a_1b_3 - a_2b_4 + a_3b_1 + a_4b_2)j + (a_1b_4 + a_2b_3 - a_3b_2 + a_4b_1)k \end{aligned} \quad (4.5)$$

Una forma ligeramente más reducida puede ser:

$$a \otimes b = (\alpha, \vec{a})(\beta, \vec{b}) = (\alpha\beta - \vec{a} \cdot \vec{b}, \alpha\vec{b} + \vec{a}\beta + \vec{a} \times \vec{b}) \quad (4.6)$$

El producto entre cuaterniones es asociativo y no es commutativo. **El conjugado** de un cuaternion $x = x_1 + x_2i + x_3j + x_4k$ está dado por $\bar{x} = x_1 - x_2i - x_3j - x_4k$. En otras palabras, el conjugado invierte el signo de los componentes “agregados” del cuaternion. Matricialmente esto corresponderá a la operación de trasposición de cualquiera de sus representaciones matriciales. **El valor absoluto** de un cuaternion x está dado por:

$$\|x\| = \sqrt{x\bar{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2} \quad (4.7)$$

Matricialmente, esta medida coincide con la raíz cuadrada del determinante de la matriz compleja 2 por 2 que representa al cuaternion. Esta medida cumple una propiedad similar al módulo de un número complejo: $|zw| = |w| |z|$ para cualesquier cuaterniones z y w .

4.3. Modelo Neuronal Cuaternionico

La tarea de trabajar con cuaterniones en redes neuronales consiste en recibir entradas en una dimensión mayor como vector hipercomplejo, procesarlas y generar una salida en la misma álgebra. Para ello, se proponen los siguientes pasos:

- Codificación de entrada.

- Desfase de señales.
- Matriz de retardos a cuaterniones.
- Transformación Cuaternion a Kernel.
- Salida de la Neurona.

4.3.1. Codificación de entrada

Como se mencionó anteriormente en este documento, cuando el estado de la neurona de tipo pulso n descrita por su potencial $u_n(t)$ cruza un cierto valor de umbral constante θ , la neurona dispara un pulso, el cual se describe matemáticamente como t_n el cual depende del tiempo en el que el potencial de membrana de la neurona tarda en sobrepasar el umbral. Sin embargo, en la mayoría de los problemas de ingeniería, los cálculos deben realizarse en datos analógicos, lo que conduce al desarrollo de métodos para codificar señales analógicas en trenes de pulsos. El enfoque seguido en este estudio asocia las señales de entrada más débiles con un tiempo de disparo “tardío”, mientras que las señales más altas corresponden a un tiempo de disparo “temprano”. Por ejemplo, los valores que varían de 0 a 20 se pueden codificar eligiendo un intervalo de 10 ms, donde 1 y 20 se consideran señales más débiles y más altas, respectivamente. La neurona de adición que recibe una señal más alta se dispara antes que cuando la misma neurona recibe una señal más débil. La misma idea es apoyada por el [62, 63, 64] y se llama codificación de retraso que se ha utilizado en numerosos estudios de investigación [65, 66, 67]. En este estudio, se emplea la siguiente fórmula para codificar variables de entrada en tiempos pico ecuación (4.8).

$$t_i(x) = t_{max} - round(t_{min} + \frac{(x_i - x_{min})(t_{max} - t_{min})}{(x_{max} - x_{min})}) \quad (4.8)$$

Y la ecuación que corresponde a la decodificación de la salida neuronal a la señal de entrada al sistema es,

$$x_i = x_{min} + \frac{(t_{max} - t_{min} - t_i)(x_{max} - x_{min})}{(t_{max} - t_{min})} \quad (4.9)$$

Donde: $t_i(x)$ es la variable de proceso del sistema dentro de la ventana de tiempo neuronal, t_{min} y t_{max} son el mínimo y máximo valor de la ventana de tiempo neuronal respectivamente, y los valores x , x_{min} y x_{max} son el valor real, mínimo y máximo de la variable de procesos correspondiente del sistema.

4.3.2. Desfase de señales

En este trabajo se proponen dos algoritmos de aprendizaje supervisado basados en el algoritmo BackPropagation y un segundo basado en la regla de Widrow Hoff para redes neuronales artificiales de tercera generación. Ambos método fueron diseñado para una arquitectura de redes neuronales con múltiples conexiones las cuales tiene múltiples retardos, ver Figura (4.2) en donde se describe como la capa de neuronas post-sinápticas C recibe el conjunto de entradas Γ_j (Señales pre-sinápticas de la c -ésima neurona). El acercamiento entre la interconexión de la neurona b -ésima a la neurona c -ésima muestra que cada conexión entre dos neuronas consiste en m terminales sinápticas retardadas. Cada terminal sináptica constituye el retardo m -ésimo (d^m) la cual es asociada con un peso sináptico m -ésimo entre la neurona b -ésima a la neurona c -ésima ($W_b c^m$) [68]; Los

círculos negros dictan la magnitud de los pesos sinápticos.

La arquitectura requerida para este entrenamiento es de tipo feed-forward, lo que significa que no existe retroalimentación entre ninguna neurona de la red, aunque esto no limita a que la red neuronal tenga una o más capas ocultas; Es decir la arquitectura es similar a la Figura (4.2) con una capa oculta. A es la capa de entrada, B es la capa oculta y C es la capa de salida.

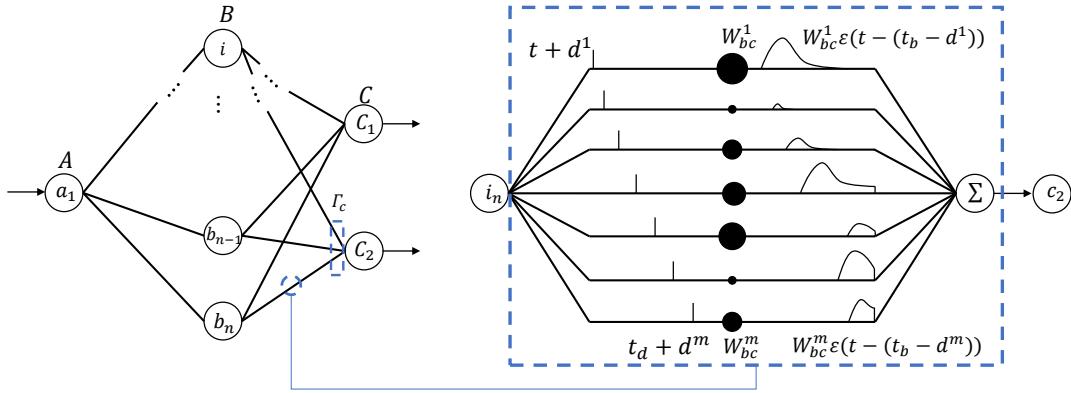


Figura 4.2: Modelo de una red neuronal simple.

Bohte et al. [69] implementa el modelo del pulso de respuesta (SRM) para describir el potencial de membrana de cada pulso emitido por las neuronas, por lo que la ecuación que describe dicho comportamiento queda de la siguiente forma:

$$u_c(t) = \sum_{b \in \Gamma_j} \sum_{n=1}^m w_{bc}^n \epsilon(t - t_b - d^n) \quad (4.10)$$

Donde: n es el número de sinapsis, y w_{bc} es el coeficiente de peso entre la neurona presináptica b y la neurona postsináptica c . La función respuesta de pulso $\epsilon(t)$ describe el efecto del potencial presináptico sobre el potencial de la neurona postsináptica.

Existen diferentes formulaciones matemáticas propuestas para esta función núcleo, la unión que dibuja la ecuación (4.11); Consta de una parte ascendente corta seguida de una parte decadente larga. Una posible formulación se da en [67].

$$\epsilon(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} e^{1-\frac{t}{\tau}}, & t > 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (4.11)$$

Donde: τ se denomina constante de tiempo de decaimiento que modela el aumento del potencial de membrana y el tiempo de decaimiento de dicho potencial.

4.3.3. Matriz de retardos a cuaterniones

Cada matriz de desfase se extiende a cuaterniones con la fórmula:

$$\varepsilon(t)_Q = (\varepsilon(t)_R + \varepsilon(t)_i) + (\varepsilon(t)_R + \varepsilon(t)_i) * j \quad (4.12)$$

Donde: $\varepsilon(t)_R$ se refiere a la matriz base en elementos reales, $\varepsilon(t)_{[i,j,k]}$ son cada una de las entradas en elementos imaginarios i, j y k retardados y transformados en las nuevas matrices de retardos en elementos imaginarios figura (4.3).

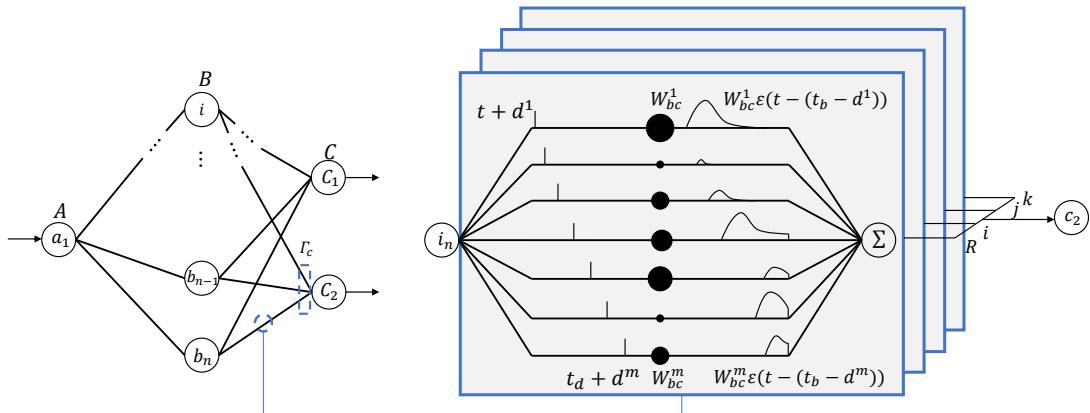


Figura 4.3: Modelo de una red neuronal simple.

4.3.4. Transformación Cuaternion a Kernel

Cada uno de estos pulsos en cada una de las matrices cuaternionicas se transforma y asocia con los pesos pre sinápticos para poder ser evaluados en la ecuación modelo neuronal y generar una salida de orden cuaternion en la neurona. Para ejemplificar esto se realiza con la ecuación (4.13). Para ejemplificar esto se toma el caso particular de la neurona c -ésima en la figura (4.3), en donde la ecuación cuaternionica que describe el potencial de membrana es:

$$u_{c_Q}(t) = \sum_{b_Q \in \Gamma_j} \sum_{n=1}^m w_{bc_Q}^n \otimes \varepsilon_Q(t - t_{b_Q} - d_Q^n) \quad (4.13)$$

Donde: $w_{bc_Q}^n$ es el n -ésimo vector cuaternionico de pesos pre sinápticos que recibe la neurona c de la neurona b , $\varepsilon_Q(t)$ es ahora un cuaternion ($\varepsilon_R + \varepsilon_i + \varepsilon_j + \varepsilon_k$) en donde cada una de estas sub matrices son los múltiples pulsos con retardos (n) provenientes de las entradas del vector cuaternion, \otimes representa el producto cuaternionico entre $w_{bc_Q}^n$ y $\varepsilon_Q(t)$.

4.3.5. Salida de la Neurona

La respuesta de cada neurona y posteriormente la respuesta de la red neuronal depende directamente del potencial de membrana de cada neurona evaluada en el modelo matemático que se está utilizando. El trabajar con cuaterniones no modifica en nada la evaluación de estos en el modelo pues los cuaterniones poseen la propiedad de superposición por lo que es posible ser evaluados en dimensiones independientes ecuación (4.14).

$$f(t_Q) = f(t_{1R} + t_{2i} + t_{3j} + t_{4k}) \quad (4.14)$$

Donde: $f(t_Q)$ es una función que depende de un cuaternion.

4.4. Aprendizaje Neuronal-Cuaternionico

Se trabajó con dos tipos diferentes de entrenamiento, el primero es el basado en el algoritmo BackPropagation y el segundo es la regla de Widrow Hoff.

4.4.1. BackPropagation/SpikeProp

Para este método llamado Spike-Propagation [67] se deriva el error-backpropagation, del mismo modo de la derivación propuesta por Rumelhart et al [70]. El objetivo del algoritmo es aprender un conjunto de tiempos de activación, denotado t_j^d , en las neuronas de salida para un conjunto de patrones de entrada dado $P[t_1 \dots t_h]$, donde $P[t_1 \dots t_h]$ define un patrón de entrada único descrito por tiempos de pico único para cada neurona. En este método de aprendizaje se elige la función de error en mínimos cuadrados como función de error. Dado los tiempos de pico deseados t_j^d y los tiempos reales de disparo t_j^a , esta función de error se define por:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j \in J} (t_j^a - t_j^d)^2 \quad (4.15)$$

Para la retroalimentación de errores, cada terminal sináptica se trata como una conexión separada k con un peso w_{ij}^k . Por lo tanto, para una regla backprop, necesitamos calcular los cambios en los pesos para cada neurona-sinapsis:

$$\Delta w_{ij}^k = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}^k} \quad (4.16)$$

Donde: η es la tasa de aprendizaje y w_{ij}^k el peso de la conexión k de la neurona i a la neurona j . Como t_j es una función de x_j , que depende de los pesos w_{ij}^k , usando la regla de la cadena en la ecuación (4.17) para encontrar la relación entre el error y el vector de pesos (w_{ij}^k).

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^k} = \frac{\partial E}{\partial t_j} \frac{\partial t_j}{\partial x_j(t)} \frac{\partial x_j(t)}{\partial w_{ij}^k} \quad (4.17)$$

El primer factor en (4.17), la derivada de E con respecto a t_j , se aproxima por:

$$\frac{\partial E}{\partial t_j} = (t_j^a - t_j^d) \quad (4.18)$$

Para el segundo factor en (4.17) suponemos que para una región lo suficientemente pequeña alrededor de $t = t_j^a$, la función x_j puede aproximarse mediante una función lineal de t . Para una región tan pequeña, nos aproximamos a la función de umbral $\delta t_j(x_j) = -\delta x_j(t_j)/\alpha$. con $\delta t_j/\delta x_j(t)$ la derivada de la función inversa de $x_j(t)$. El valor α es igual a la derivada local de $x_j(t)$ con respecto a t , es decir $\alpha = \partial x_j(t)/\partial t(t_j^a)$, esto significa

$$\frac{\partial t_j}{\partial x_j(t)} = \left. \frac{\partial t_j(x_j)}{\partial x_j(t)} \right|_{x_j=\theta} = \frac{-1}{\alpha} = \frac{-1}{\partial x_j(t)/\partial t(t_j^a)} = \frac{-1}{\sum_{i,l} w_{ij}^l (\partial y_i^l(t)/\partial t(t_j^a))} \quad (4.19)$$

Finalmente se tiene,

$$\frac{\partial x_j(t)}{\partial w_{ij}^a} = \frac{\partial \sum_{n \in \Gamma_j} \sum_l w_{nj}^l y_n^l(t_j^a)}{\partial w_{ij}^k} = y_i^k(t_j^a) \quad (4.20)$$

Cuando combinamos estos resultados, la ecuación (4.17) se evalúa como,

$$\Delta w_{ij}^k = -\eta \frac{y_i^k(t_j^a)(t_j^d - t_j^a)}{\sum_{i,l} w_{ij}^l (\partial y_i^l(t)/\partial t(t_j^a))} \quad (4.21)$$

El álgebra de Quaternion (H) fue inventada por W.R. Hamilton en 1843 para extender las propiedades de los números complejos al espacio tridimensional. De hecho, un cuaternión se puede definir como un número complejo con tres partes imaginarias [71, 72, 73, 61]. En esta sección se presenta la estructura de aprendizaje propuesta para redes neuronales de tipo pulso definida en álgebra cuaternionica.

Se define QSNN (Quaternion Spike Neural Network) como una red neuronal de tipo pulso multicapa en la que las entradas y salidas de valores, pesos y bases son cuaterniones. El algoritmo de la regla de aprendizaje también se ha desarrollado como una expresión de cuaternión.

$$\Delta W_{ml}^n = -\eta \frac{\partial E}{\partial W_{ml}^n} \quad (4.22)$$

Por lo tanto, el error de la ecuación (4.22) ahora pertenece al álgebra de cuaternión ($E \in H$), y W_{ml}^n es un vector de pesos cuaterniónicos del retardo n , entre la neurona presináptica m y la neurona postsináptica l , por lo que la ecuación (4.22) se extiende como:

$$\frac{\partial E}{\partial W_{ml}^n} = \frac{\partial E}{\partial W r_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial W i_{ml}^n} i + \frac{\partial E}{\partial W j_{ml}^n} j + \frac{\partial E}{\partial W k_{ml}^n} k \quad (4.23)$$

Usando la regla de cadena en (4.23) para cada elemento, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial W r_{ml}^n} &= \\ &\frac{\partial E}{\partial t r_{ml}^n} \frac{\partial t r_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W r_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t i_{ml}^n} \frac{\partial t i_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W r_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t j_{ml}^n} \frac{\partial t j_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W r_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t k_{ml}^n} \frac{\partial t k_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W r_{ml}^n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial W i_{ml}^n} &= \\ &\frac{\partial E}{\partial t r_{ml}^n} \frac{\partial t r_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W i_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t i_{ml}^n} \frac{\partial t i_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W i_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t j_{ml}^n} \frac{\partial t j_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W i_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t k_{ml}^n} \frac{\partial t k_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W i_{ml}^n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial W j_{ml}^n} &= \\ &\frac{\partial E}{\partial t r_{ml}^n} \frac{\partial t r_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W j_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t i_{ml}^n} \frac{\partial t i_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W j_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t j_{ml}^n} \frac{\partial t j_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W j_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial t k_{ml}^n} \frac{\partial t k_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial W j_{ml}^n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial Wk_{ml}^n} = & \\ & \frac{\partial E}{\partial tr_{ml}^n} \frac{\partial tr_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial Wk_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial ti_{ml}^n} \frac{\partial ti_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial Wk_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial tj_{ml}^n} \frac{\partial tj_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial Wk_{ml}^n} + \frac{\partial E}{\partial tk_{ml}^n} \frac{\partial tk_{ml}^n}{\partial F_{ml}^n} \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial Wk_{ml}^n} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Desarrollando cada una de las derivadas parciales y usando el producto punto y el producto cruzado entre cuaterniones se reagrupa la ecuación (4.24), dando como resultado,

$$\frac{\partial E}{\partial W_{ml}^n} = \left(E \odot \frac{1}{\sum_l W \frac{\partial F_{ml}^n}{\partial tr_{ml}^n}} \right) \bigotimes t_l^* \quad (4.25)$$

4.4.2. Widrow Hoff

El entrenamiento neuronal implementado, el cual se basa en la regla delta propuesta por Widrow and Hoff 1960 en la Universidad de Stanford [74] y a pesar de que se trata de un método diseñado para realizar una adaptación lineal, puede perfectamente trabajar con funciones no lineales [75]. Similar a otros algoritmos de entrenamiento, el ajuste de pesos de la red se lleva a cabo mediante iteraciones para poder asociar la entrada a la neurona con una salida deseada. Se comienza a partir de la regla de adaptación de pesos propuesta por Widrow-Hoff:

$$\Delta w_i^{WH} = \lambda y_i (y_d^o - y^o) \quad (4.26)$$

Donde $\lambda \in R$ se refiere a la taza de aprendizaje, y_i es la i-ésima conexión neuronal sin ser escalada por el peso asociado correspondiente a esta conexión (ojo por ahora no se están considerando los retardos), y_d^o y y^o se refiere a la salida neuronal deseada y actual respectivamente. Originalmente esta regla de aprendizaje fue diseñada para redes neuronales con funciones de activación lineales. Pero para nuestro caso la utilizaremos para modificar el valor real de los vectores en donde se evalúa el modelo neuronal.

Para adecuar la ecuación (4.26) y poder trabajar con redes neuronales Spike y su arquitectura de entradas retardadas se define primero el k-ésimo retardo de la i-ésima entrada neuronal (y_i^k).

$$y_i^k(t) = \sum \alpha_k(t - t_i - d_k) \quad (4.27)$$

Donde $\alpha(t)$ se refiere a la función α definida en la ecuación (4.11), de esta forma se puede manejar al momento justo donde ocurre el pulso como una función continua; De forma similar se definen las ecuaciones de la salida neuronal deseada y la salida neuronal actual:

$$y_d^{ko}(t) = \sum \alpha_k(t - t_d^o - d_k) \quad (4.28)$$

$$y^{ko}(t) = \sum \alpha_k(t - t^o - d_k) \quad (4.29)$$

Para finalizar la adecuación de la ley de Widrow-Hoff a la arquitectura redes Spike con múltiples retardos, se integra la substitución las variables de la ecuación (4.25) con las ecuaciones (4.26),(4.28) y(4.29), de esta manera al mapear con una integral el intervalo de tiempo en donde se encuentra definido el modelo neuronal, se obtiene un escalar con la información necesaria para poder conseguir la salida deseada:

$$\Delta w_i^k = \lambda \int y_i^k(t)(y_d^o(t) - y^o(t))dt \quad (4.30)$$

Definiendo al error como la diferencia entre la señal deseada menos la salida neuronal, la ecuación (4.30) se convierte en:

$$\Delta w_i^k = \lambda \int y_i^k(t) E(t) dt \quad (4.31)$$

En la figura (4.4) se muestra el proceso de ajuste de pesos, con el algoritmo basado en la regla de Wodrow-Hoff que se extenderá a redes neuronales de tipo Spike hasta un paso antes de la integración. En la sub figura (A) se muestra el conjunto de pulsos de entrada (para este caso no se consideró los múltiples retardos por sinapsis pues el proceso de ajustes de pesos es el mismo en cualquier momento en que ocurra un pulso), en la sub figura (B) se muestra la transformación de cada pulso con el α -kernel, en la sub figura (C) las entradas y_i son multiplicadas por sus respectivos pesos w_i , la superposición de estas señales entra en el modelo neuronal, en la primer línea de la sub figura (D) se observa la dinámica de potencial de membrana, el cual cada que es rebasado el umbral se emite un pulso (y^o) el cual se compara con el pulso deseado (y_d^o) generando un error (sub figura (E)), por último se multiplica e integra el error ($y_d^o - y^o$) por cada entrada (y_i) obteniendo de esta forma cada ajuste de pesos (ΔW_i).

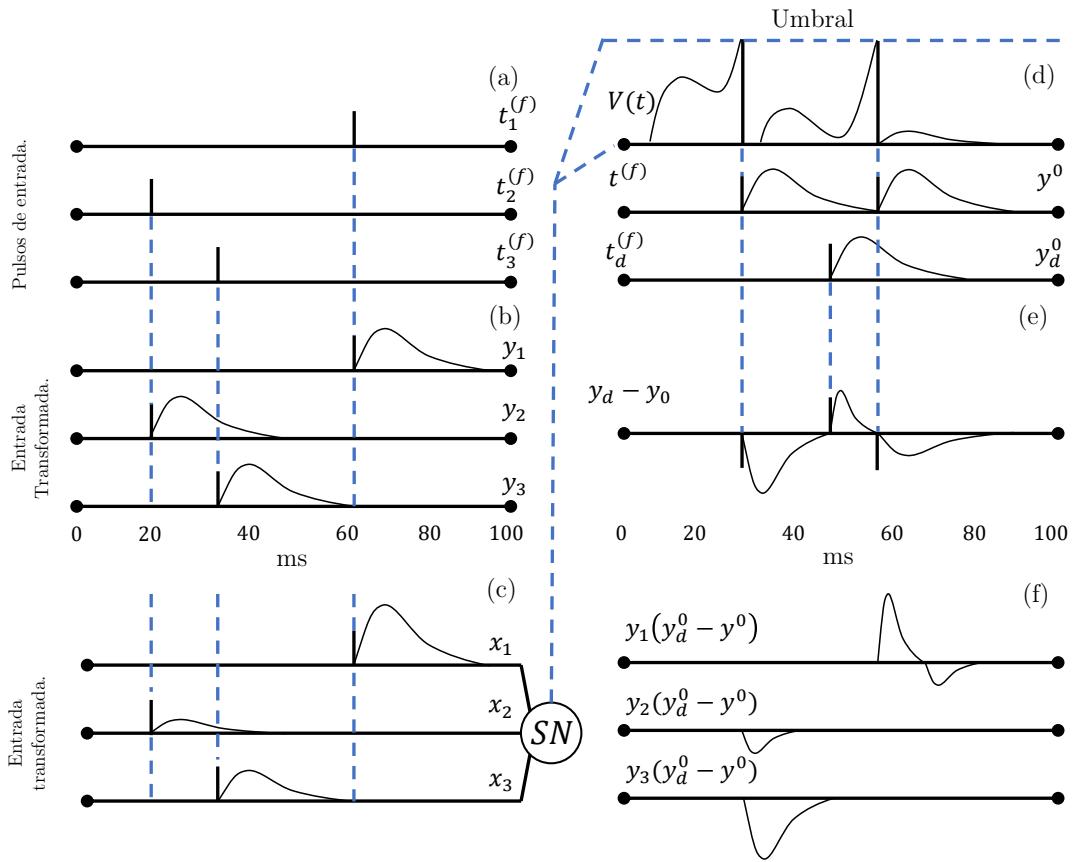


Figura 4.4: Entrenamiento Wirow-Hoff

El extender la regla de Widrow-Hoff a Cuaterniones es relativamente sencillo pues la ecuación (4.31), describe un ajuste lineal de pesos por lo que utilizando el producto cuaternonico entre el error y la entrada la neurona se tiene:

$$\Delta \mathbf{W}_i = \lambda \int (y_d^o(t) - y^o(t)) \bigotimes \bar{\mathbf{y}}_i(t) dt \quad (4.32)$$

Donde: \overline{y}_i es el cuaternion de entrada conjugado, \otimes se refiere al producto cuaternionico, $y_d^o(t)$ y $y^o(t)$ son las señales cuaternionicas de salida deseada y salida obtenida de la neuronas respectivamente.

Capítulo 5

Modelo y control de mano artificial.

5.1. Procesamiento cuaternionico de señales mioeléctricas.

Las redes neuronales de tipo pulso son sistemas capaces de formar funciones no lineales para correlacionar entradas y salidas, como se ha visto funcionan en el área de control (control de brazo “MexOne” [61]), pero de igual forma son capaces de transformar N señales mioeléctricas en una salida que contiene toda la información y que es posible proponer arbitrariamente.

5.1.1. Arquitectura

Existen 2 Arquitecturas en este trabajo, la primera es para el entrenamiento y la segunda para la identificación y control. La arquitectura que se propuso para realizar el entrenamiento consta de 2 etapas figura (5.1).

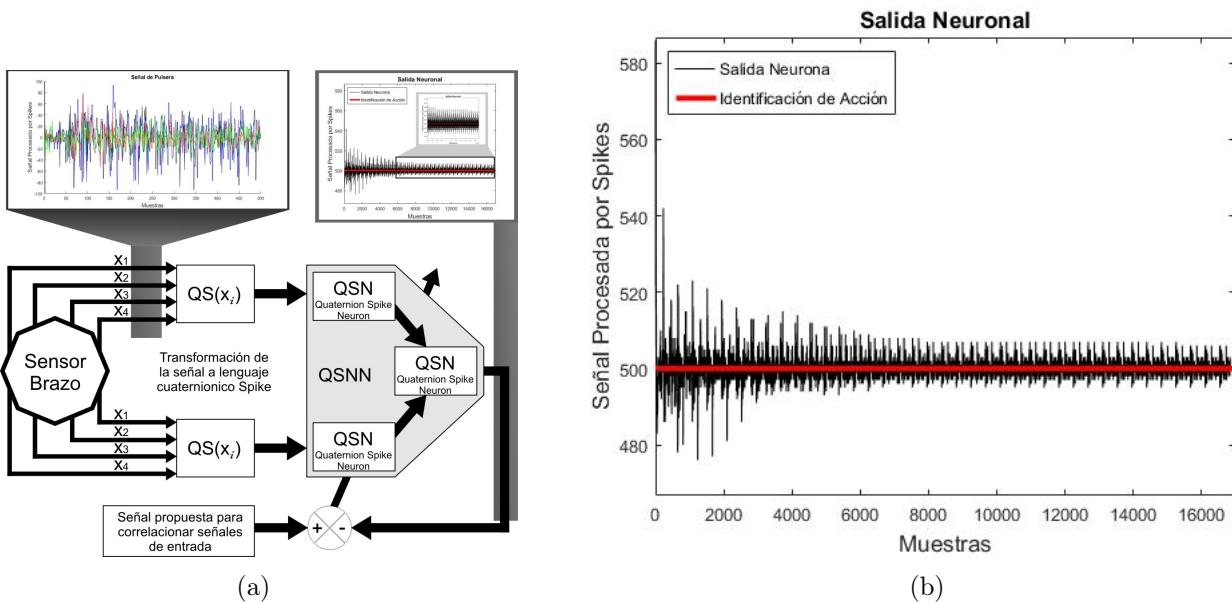


Figura 5.1: (a) Arquitectura de entrenamiento; (b) Vista empleada, etapa de “Identificación” [76].

5.1.2. Pre-procesamiento

Ocho señales obtenidas a partir de un sensor de señales bioeléctricas (MYO) son introducidas a una función Neuronal sin pesos ni entrenamiento, esto se hace para eliminar “frecuencias altas” y adecuar la señal para que esta entre directamente a las redes cuaternionicas.

5.1.3. Condicionamiento

En esta etapa es donde se realiza el entrenamiento de la red neuronal, una vez ya pre-procesada las 8 señales de la pulsera se dividen en 2 grupos y se transforman a cuaterniones para entrar a una red neuronal cuaternionica (2 neuronas en la capa de entrada y 1 en la capa de salida), la salida real de la red neuronal se compara con una referencia deseada(propuesta arbitrariamente), si el orden de las señales es relativamente constante la red aprenderá y mientras el entrenamiento transcurre la salida de la red converge a la referencia deseada.

5.2. Identificación y Control.

La segunda arquitectura se realiza cuando se ha decidido que el entrenamiento ha sido suficiente (esto depende de que tan precisa se necesite la respuesta y va de 15 minutos a 3 horas aproximadamente), esta segunda arquitectura consta de 3 etapas figura (5.2).

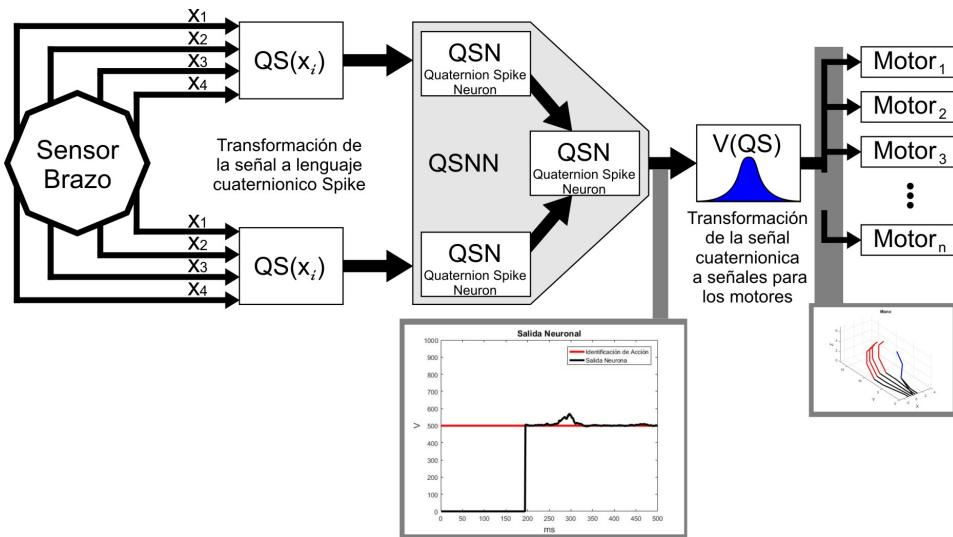


Figura 5.2: Arquitectura de identificación [76].

El control depende de la salida neuronal y una función de tipo gaussiana en donde se controla la velocidad de los motores de la SmartHand, es un control de lazo abierto en donde el usuario tiene inferencia sobre qué tanto quiere acercarse a la posición deseada.

5.2.1. Pre-procesamiento

Al igual que la primer arquitectura, se utiliza el pre-procesamiento para adecuar la señal de la pulsera (MYO) y eliminar las frecuencias altas, por lo que es exactamente igual que el pre-procesamiento en la arquitectura de Entrenamiento.

5.2.2. Identificación

Una vez entrenada la red neuronal evalúa el conjunto de señales de entrada (2 cuaterniones uno para cada neurona en la capa de entrada), los pesos pre-sinápticos no son modificados ya en esta etapa, y finalmente se obtiene la salida neuronal figura (5.3).

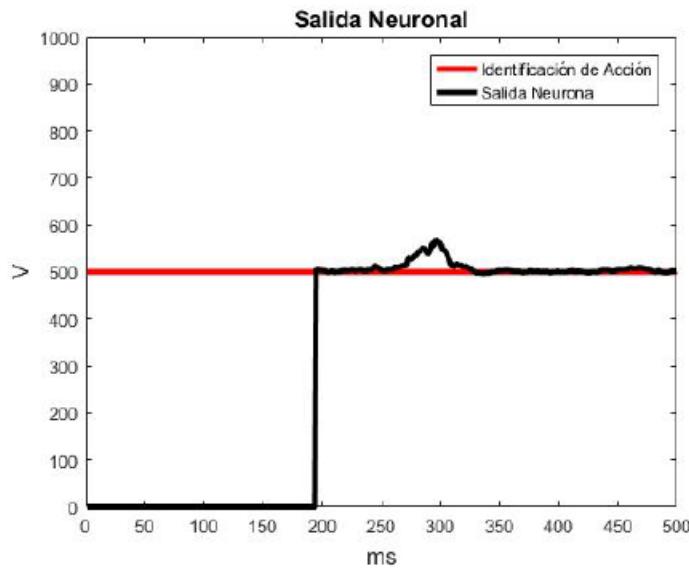


Figura 5.3: Salida de la neurona [76].

La salida Neuronal es un elemento que para este caso tiene un rango $[0, 1000]$, mientras la respuesta más se acerca a la referencia deseada quiere decir que se reconoce el movimiento deseado.

Capítulo 6

Aportaciones finales.

6.1. Conclusiones.

El diseño de mecanismos articulares, y más aún, de mecanismo de aproximación morfológica humana, representan en su diseño, grandes desafíos de ingeniería en términos de funcionalidad y operabilidad, además, agregado el alto nivel de precisión en manufactura, hacen de estos dispositivos sofisticadas piezas de ingeniería aplicada.

En términos monetarios, el diseño “Mecánico y de Control” de estructuras complejas inspiradas biológicamente, demandan altos costos en su adquisición, disminuyendo la accesibilidad a una sociedad “tercermundista”, por tal motivo el objetivo esencial en la investigación de estas áreas, yace como solución en sí mismo, en pocas palabras, la meta principal de cualquier desarrollador de este tipo de máquinas, es encontrar alternativas factibles de optimización y ergonomización, haciendo posible el acceso para cualquiera.

Dentro de las necesidades esenciales de esta prótesis, la configuración geométrica “subordinada”, hace del consumo nominal de energía, una disipación limitada, por iguales condiciones, la velocidad de respuesta en cada abducción y aducción es en promedio de 30 deg/seg, velocidad aceptable considerando el comportamiento antropomórfico de una mano real; En este punto la Smart-Hand tiene la capacidad de brindar un alto índice de seguridad y confianza a la hora de operar, comportándose de manera estable bajo las condiciones de operación establecidas.

El área de las redes neuronales cuaternionicas de tercera generación es un área nueva con múltiples posibilidades en cuanto a aplicaciones prácticas, responden adecuadamente en el área de control, no importando el modelo neuronal y/o entrenamiento supervisado que se implemente.

Los modelos que mejor emulan el comportamiento de las neuronas reales, tal como el modelo Izhikevich, (e incluso el modelo LIF contra el modelo PIF) responden de una manera superior tanto en tiempo de convergencia, como en precisión, en comparación con los modelos neuronales de alta abstracción.

6.2. Trabajos a futuro.

Aumentar el grado de emulación morfológica para diseños futuros, desarrollando una prótesis de diseño embebido, sintetizando el modelo actual y con un algoritmo de identificación general para múltiples pacientes.

Utilizar las redes neuronales en el área de sistemas con retardos, pues la tasa de aprendizaje va directamente relacionada con el comportamiento del modelo neuronal, retardando su dinámica se podrá compensar los retardos intrínsecos de la planta.

Una de las mayores propiedades de las redes neuronales de tercera generación no es su plasticidad y la capacidad que ésta conlleva para el aprendizaje, sino que tienen la capacidad de poseer memoria, esto ofrece una gran gama de posibilidades, como el utilizarlas para recordar errores y predecirlos cuando las condiciones sean similares, ofreciendo una señal de control predictivo.

Bibliografía

- [1] A. I. Kapandji. *Fisiología articular*. Madrid, España: Editorial médica Panamerica., 2006.
- [2] A. Guerrero González J. Pedreño Molina and J. López Coronado. Estudio de los sensores tactiles artificiales aplicados a la robótica de agarre. *Comité español de Automática.*, 2013.
- [3] Jesús Manuel Dorador González. Robótica y prótesis inteligentes. *Revista Digital Universitaria.*, 2004.
- [4] V. Bundhoo. Design and evaluation of a shape memory alloy-based tendondriven actuation system for biomimetic artificial fingers. Master's thesis, University of Victoria, 2009.
- [5] H. Rouviere and A. Delmas. *Anatomía humana*. Barcelona, España: Masson, 2007.
- [6] J. T. Belter and A. M. Dollar. Performance characteristics of anthropomorphic prosthetic hands. In *Rehabilitation Robotics*, 2011.
- [7] J. L. Loaiza and N. Arzola. Evolución y tendencias en el desarrollo de prótesis de mano. *Scielo*, 2011.
- [8] L. Puglisi and H. Moreno. Prótesis robóticas. *Scielo*, 2006.
- [9] ff. Weir P. Richard F. *Design of artificial arms and hands for prosthetic applications*. McGraw-Hill, 2004.
- [10] D. A. Garzón Alvarado N. S. Landínez Parra C. A. Silva Castellanos, J. E. Muñoz Riañoz and O. Silva Caicedo. Diseño mecánico y cosmético de una protésis parcial de mano. *Revista Cubana de Investigaciones Biomédicas*, 2011.
- [11] A. M. Dollar J. T. Belter, J. Segil and R. F. ff. Weir. The mechanical design and performance specifications of anthropomorphic prosthetic hands. *Yale*, 2012.
- [12] K. Norton. Un breve recorrido por la historia de la protésica. *Amputee Coalition*, 2007.
- [13] M. F. Guay. Analyse cinemato-statique d'un doigt sous-actionné à 3 ddl pour une prothèse de membre supérieur. Master's thesis, Université Laval, 2012.
- [14] B. Vishalini. Design and evaluation of a shape memory alloy-based tendondriven actuation system for biomimetic artificial fingers. Master's thesis, University of Mauritius, 2009.
- [15] J. C. Díaz Montes and J. Dorador González. Mecanismos de transmisión y actuadores utilizados en prótesis de mano. *Recista Digital Universitaria*, 2009.

- [16] M. A. Pérez Romero. Análisis cinemático e implementación de una mano robótica servo-articulada aplicable como prótesis. Master's thesis, Instituto Politécnico Nacional, 2011.
- [17] L. Giuseppe. The study of the electromyographic signal for the control of a prosthetic hand. Master's thesis, Politecnico di Milano, 2009.
- [18] J. Trujillo Covarrubias and V. E. González López. Las prótesis mecánicas. *México*, 2010.
- [19] M. inStep. The art of making artificial limbs look lifelike. *Amputee Coalition*, 2005.
- [20] C. A. Quinayá Burgos. Diseño y construcción de una prótesis robotica de mano funcional adaptada a varios agarres. Master's thesis, Universidad del cauca, 2010.
- [21] M. García del Gállego J. Ramírez Díaz de León, R. I. Flores Luna and J. M. Dorador González. Rediseño de interfaz para prótesis mecánica transhumeral. *Somim*, 2011.
- [22] F. Cuenca Jimenez E. Garibay Castañeda, R. I. Flores Luna and J. M. Dorador González. Diseño de un sistema amplificador de fuerza para prótesis mecánica. *Unam*, 2012.
- [23] M. Agnello H. Barouti and P. Volckmann. Amputaciones del miembro superior. *Enciclopedia Médico Quirúrgica*, 2011.
- [24] K. Abdel Malek A. Patrick J. Yang, E. Pena Pitarch and L. Lindkvist. A multifingered hand prosthesis. *Mechanism and Machine Theory*, 2004.
- [25] L. Carvajal. Diseño de un método para capturar señales mioeléctricas de miembros superiores. *Florencia-Caquetá*, 2011.
- [26] M. Yoshida R. Okuno and K. Akazawa. Compliant grasp in a myoelectric hand prosthesis. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 2005.
- [27] P. Espino Hurtado R. De la Rosa Steinz A. Alonso Alonso, R. Hornero Sánchez and L. Liptak. Entrenador mioeléctrico de prótesis para amputados de brazo y mano. *Mapfre Medicina*, 2002.
- [28] Carlos arce G. Prótesis de miembros superiores. In *Mecánicas híbridas mioeléctricas*, 2005.
- [29] LA. P. Ventimiglia and E. Design of a human hand prosthesis. *Worcester Polytechnic Institute*, 2012.
- [30] J. Pelletier. Touch bionics i-limb prostheses. *biomedical engineering eleuri*, 2013.
- [31] J. Carpaneto L. Citi O. Tonet P. M. Rossini M. Chiara Carrozza K. P. Hoffmann M. Vivó K. Yoshida S. Micera, X. Navarro and P. Dario. On the use of longitudinal intrafascicular peripheral interfaces for the control of cybernetic hand prostheses in amputees. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 2008.
- [32] J. Carpaneto S. Micera and S. Raspopovic. Control of hand prostheses using peripheral information. *IEEE Consumer Electronics Society Technical Co-Sponsor*, 2010.
- [33] E. Guglielmelli C. Laschi A. Menciassi S. Micera P. Dario, M. Chiara Carrozza and F. Vecchi. Robotics as a future and emerging technology: biomimetics, cybernetics, and neuro-robotics in european projects. *IEEE Robotics and Automation Society*, 2005.

- [34] E. A. Pró. *Anatomía clínica pró.* Editorial Medica Panamericana, 2012.
- [35] R. L. Norton. *Diseño de maquinaria.* Mc Graw Hill, 2009.
- [36] J.E. Shigley, J.J. Uicker, and H.C. de Contin. *Teoría de máquinas y mecanismos.* McGraw-Hill, 1996.
- [37] José V. Osuna Enciso Erik V. Cuevas Jiménez. *Optimización algoritmos programados con matlab.* Alfaomega, 2016.
- [38] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley. *Quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve.* J. Physiol, vol. 117, pp. 500-544, 1952.
- [39] W. Maass and C. M. Bishop. *Pulsed neural networks.* Cambridge, Mass.: MIT Press, 1999.
- [40] Wultram Gestner and Werner M. Kistler. *Spiking euron models single neurons, population, plasticity.* Cambridge university Press, 2002.
- [41] J. H. Schwartz E. R. Kandel and T. M. Jessell. *Principles of neural science.* Cuarta Edición, New York: McGraw-Hill, Health Professions Division, 2000.
- [42] W. Maass. *Networks of spiking neurons: the third generation of neural network models.* Elsevier, Neural Networks, vol. 10, pp. 1659-1671, 1997.
- [43] T. J. Sejnowski. *Time for a new neural code?* Nature, vol. 376, pp. 21-22, 1995.
- [44] J. J. Eggermont. *Is there a neural code?* Neuroscience and Biobehavioral Reviews, vol. 22, pp. 355-370, 1998.
- [45] H. La Poutre S. M. Bohte and J. N. Kok. *Unsupervised clustering with spiking neurons by sparse temporal coding and multilayer RBF networks.* Neural Networks, IEEE Transactions, vol. 22, pp. 355-370, IEEE Computational Intelligence Society, 2002.
- [46] R. Van Rullen A. Delorme, J. Gautrais and S. Thorpe. *SpikeNET: A simulator for modeling large networks of integrate and fire neurons.* Neurocomputing, vol. 26-27, pp. 989-996, 1999.
- [47] W. Gerstner W. M. Kistler and J. L. Van Hemmen. *Reduction of the hodgkin huxley equations to a single variable threshold model.* Neural computing, vol. 9, pp. 1015-1045, 1997.
- [48] Joost N. Kok Sander M. Bohte and Han La Poutré. *Error backpropagation in temporally encoded networks of spiking neurons.* Neurocomputing, Elsevier, vol. 48, pp. 17-37, 2002.
- [49] S. McKennoch, L. Dingding, and L. G. Bushnell. *Fast modifications of the spikeprop algorithm.* IEEE International Conference on Neural Networks-Conference Proceedings, 2006.
- [50] O. Booij and H. Tat Nguyen. *A gradient descent rule for spiking neurons emitting multiple spikes.* Information processing letters, vol. 95, pp. 552-558, 2005.
- [51] A. Delorme S. Thorpe and R. Van Rullen. *Spike based strategies for rapid processing.* Neural Networks, vol. 14, pp.715-725, 2001.
- [52] R. van Steveninck de Ruyter W. Bialek, F. Rieke and D. Warland. *Reading a neural code.* IEEE International Conference on Neural Networks Conference, vol. 252, pp. 1854-1857, 1991.

- [53] T. M. Taha C. N. Vutsinas K. L. Rice, M. A. Bhuiyan and M. C. Smith. *FPGA implementation of izhikevich spiking neural networks for character recognition*. Reconfigurable Computing and FPGAs, 2009. ReConFig. International Conference, Quintana Roo, 2009.
- [54] O. Lezoray B. Meftah and A. Benyettou. *Segmentation and edge detection based on spiking neural network model*. Neural Process Letters, vol. 32, pp. 131-146, 2010.
- [55] Benjamin Schrauwen and Jan Van Campenhout. *BSA, a Fast and Accurate Spike Train Encoding Scheme*. Neural Networks, 2003. Proceedings of the International Joint Conference on, vol. 4, pp. 28252830, 2003.
- [56] S. M. Bohte. *The evidence for neural information processing with precise spike times: A survey*. Natural Computing, vol. 3, pp. 195-206, 2004.
- [57] J. J. Hopfield. *Pattern recognition computation using action potential timing for stimulus representation*. Nature, vol. 376, pp. 33-36, 1995.
- [58] R. Wen Y. Jin and B. Sendhoff. *Evolutionary multi-objective optimization of spiking neural networks*. Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), vol. 1, pp. 370-379, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [59] S. Matsuda A. Mohammed, S. Schliebs and N.Kasabov. *Method for training a spiking neuron to associate input-output spike trains*. EANN/AIAI 2011, Part I, IFIP AICT 363, pp. 219-228, 2011.
- [60] Van Rossum M.C.W. *A novel spike distance*. Neural Computation vol. 13, num. 4, pp.751763, 2001.
- [61] Eduardo Bayro-Corrochano. *Geometric computing, for wavelets transforms, robot vision, learning, control and action*. Springer, Cambridge-Verlag, London, 2010.
- [62] V. Callaghan Pounds-cornish, m. Colley and G. Clarke. Evolving spiking neural network controllers for autonomous robots. *Proc. the 2004 IEEE international Conference on Robotics, New Orleans*, 2004.
- [63] P. Mitra C. Johnson, G. K. Venayagamoorthy. Comparison of a spiking neural network and an mlp for robust identification of generator dynamics in a multimachine power system. *Neural Networks*, 2009.
- [64] P. Mitra C. Johnson, G. K. Venayagamoorthy. J. van campenhout, bsa, a fast and accurate spike train encoding scheme. *Proc. the International Joint Conferenceon Neural Networks, Portland*, 2003.
- [65] W. Maass. Paradigms for computibg with spiking neurons. *Models of Neural Networks*, Springer, 1999.
- [66] W. Gerstner. Time structure of the activity in neural network models. *Physical Review E*, 1995.
- [67] Kok J. Han L. Bohte, S. Error-backpropagation in temporally encoded networks of spiking neurons. *Network: Comp. Neural Systems*, 2001.

- [68] Sander M. Bohte, Er M Bohte, Han La Poutré, and Joost N. Kok. Unsupervised clustering with spiking neurons by sparse temporal coding and multilayer RBF networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002.
- [69] J. H. Schwartz, E. R. Kandel, and T. M. Jessell. *Principles of Neural Science*. McGraw-Hill, Health Professions Division, New York, 2000.
- [70] R.J. Williams D.E. Rumelhart, G.E. Hinton. Learning representations by back-propagating errors. *Nature* 323, pages 533–536, 1986.
- [71] W.R. Hamilton. Lectures on quaternions. *Hodges and Smith, Dublin*, 1853.
- [72] W.R. Hamilton. Elements of quaternions. *3rd edition, Chelsca, New York*, 1969.
- [73] C.A. Deavours. The quaternionic calculus. *Am. Math. Monthly* 80, New York, pages 995–1008, 1973.
- [74] S. Haykin. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice-Hall, New York, 1999.
- [75] Ammar Mohammed, Stefan Schliebs, Satoshi Matsuda, and Nikola Kasabov. Method for training a spiking neuron to associate input-output spike trains. *12th INNS EANN-SIG International Conference, EANN 2011 and 7th IFIP WG 12.5 International Conference, AIAI 2011, Corfu, Greece, September 15-18, 2011, Proceedings Part I*, 2011.
- [76] Luis R. Lechuga Gutiérrez. Control inteligente de sistemas no lineales empleando redes neuronales artificiales de tercera generación. Master's thesis, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo., 2014.