Laboratorio N. 2

1. Tema: Probabilidad

2. Objetivos:

- Diferenciar entre conceptos como experimento aleatorio, variable aleatoria, espacio muestral y eventos.
- Calcular probabilidades a partir de la definición clásica de probabilidad.
- Diferenciar y aplicar los principales modelos probabilísticos discretos y continuos especiales.

3. Pregunta problematizadora:

Realización de diferentes simulaciones y cálculo de probabilidades.

4. Resultados de aprendizaje:

4.1. Define conceptos como experimento aleatorio, espacio muestral y eventos (1 hora).

4.2. Calcula probabilidades marginales, conjuntas y condicionales, haciendo uso de los axiomas y propiedades de probabilidad (2 horas).

4.3. Encuentra probabilidades a posteriori haciendo uso de conceptos como la ley de probabilidad total y la regla multiplicativa (3 horas).

4.4. Define variables aleatorias y encuentra sus correspondientes funciones de densidad y funciones de distribución acumulada (2 horas).

4.5. Encuentra e interpreta los valores esperados y varianzas para variables aleatorias tanto de tipo discreto como continuo (1 hora).

4.6. Diferencia y calcula probabilidades a partir de las distribuciones especiales para el caso discreto: uniforme, binomial y Poisson (3 horas).

4.7. Diferencia y calcula probabilidades a partir de las distribuciones especiales para el caso continuo: uniforme, normal, Gamma y T-Student (3 horas).

5. Recursos necesarios:

Software R.

RStudio o Rstudio Cloud (editores recomendados para trabajar con R).

6. Preguntas a responder por los estudiantes:

Bloque 1

1. Simule el lanzamiento de dos dados en R con un tamaño de muestra inicial de 100.
2. Construya una tabla de frecuencias relativas cruzadas.
3. Realice la misma simulación del punto 1, pero esta vez cambie los tamaños de muestra para n=10e3 y 10e5. ¿Qué observa?, ¿Cómo cambia la tabla de frecuencias relativas cruzada?
4. Guarde en un data frame la simulación con el último tamaño de muestra. Encuentre la probabilidad para Y = 1 y compárela con la probabilidad condicional de Y = 1 dado X = 3. ¿Qué puede concluir? Considere a X como el resultado obtenido en el dado 1 y Y como el resultado obtenido en el dado 2.
5. Defina el evento A como: la suma de los dos dados es al menos 9 y el evento B como: ambos números son iguales. Encuentre $P(A \cup B), P(\bar{B}), P(\bar{A} \cap \bar{B})$ y $P(A \cap B)$

Bloque 2

Suponga que se cuenta con una prueba para detectar la enfermedad A, que es positiva el 90% de las veces cuando se realiza en un paciente que tiene dicha enfermedad, y es negativa el 95% de las veces cuando se realiza en una persona que no tiene la enfermedad. También se sabe que la enfermedad afecta a un 1% de la población.

1. Construya una muestra aleatoria de tamaño 100000, que contenga “Sí” y “No”, con probabilidades de 1% y 99%, respectivamente.
2. Construya una muestra aleatoria a partir del vector de valores (“Negativo” y “Positivo”), que de cuenta de que la probabilidad de que el test salga “Negativo” dado que “No” tiene la enfermedad A es del 95%. Presente tablas de contingencia cruzadas condicionadas de acuerdo con si tiene o no tiene la enfermedad.
3. Construya una muestra aleatoria a partir del vector de valores (“Negativo” y “Positivo”), que de cuenta de que la probabilidad de que el test salga “Positivo” dado que “Sí” tiene la enfermedad A es del 1%. Presente tablas de contingencia cruzadas condicionadas de acuerdo con si tiene o no tiene la enfermedad.
4. Calcule la probabilidad de tener la enfermedad dado que el test salió positivo. Realice los cálculos utilizando las variables simuladas.
5. Realice los cálculos del punto anterior, utilizando la información del enunciado y el Teorema de Bayes. ¿Qué puede concluir?

Bloque 3

1. Simule 1000 valores para cada una de las distribuciones de probabilidad uniforme discreta, binomial, Poisson, uniforme continua, normal y Exponencial. Especifique libremente los parámetros para cada una de ellas. Encuentre media y desviación estándar para cada uno de los vectores simulados y compare dichos resultados con los obtenidos con las fórmulas de valor esperado y desviación estándar estudiados en clase.

2. Calcule $P(X \leq 10)$ cuando X es una variable aleatoria binomial con parámetros n = 100, p = .1. Ahora compare esto con la (a) aproximación a través de la distribución Poisson y (b) aproximación

a través de la normal. Nota: Al utilizar la aproximación normal, escriba la probabilidad deseada como $P(X < 10{,}5)$ para utilizar la corrección de continuidad.