

**JU IN JEON**

**Autoprogramação de Geradores Hidrelétricos  
em Mercados de Eletricidade do Tipo Pool**

Bauru  
2017

**JU IN JEON**

**Autoprogramação de Geradores Hidrelétricos em  
Mercados de Eletricidade do Tipo Pool**

Trabalho de Graduação do Curso de Engenharia  
Elétrica apresentado à Faculdade de Engenharia  
de Bauru/UNESP.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Faculdade de Engenharia de Bauru

Departamento de Engenharia Elétrica

Bauru

2017

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, à meus pais que possibilitaram os meus estudos e sempre me apoiaram e incentivaram em todas as fases da minha vida.

Agradeço aos meus amigos e colegas de curso que me apoiaram e contribuíram na minha formação pessoal e profissional.

Agradeço ao meu irmão, que mesmo longe, me apoiou indiretamente.

Agradeço ao meu amigo Augusto César Pereira e ao Prof. Leonardo Nepomuceno pela orientação e auxílio na realização deste trabalho.

Enfim, agradeço a todos que participaram desta etapa decisiva em minha vida.

## RESUMO

Este trabalho propõem um modelo de autoprogramação a ser utilizado por um agente gerador no mercado *Pool*. O objetivo é de maximizar os lucros da companhia *price-taker* pela venda de energia no mercado do dia seguinte. O agente gerador possui usinas acopladas em cascata ao longo da bacia hidrográfica. O modelo é um problema de programação linear inteiro-misto e considera para todas as usinas um estudo de caso realístico para analisar a relação não linear e não côncava 3D entre a potência de saída, a água turbinada e o reservatório associado superior. Custos de partida devido, principalmente, aos desgastes também são levados em consideração. Em adição, situações diferentes são analisadas para melhor entendimento da influência da vazão afluyente e a importância do armazenamento de água.

**Palavras-chave:** Programação Linear Inteira-Mista, Mercado *Pool*, Autoprogramação, Agente Gerador

## ABSTRACT

*This work proposes a self-scheduling model to be used by a Hydro Producer in a Pool-based market. The objective is to maximize the profit of the price-taker company from selling energy in the day-ahead market. The company comprises several cascaded plants along a river basin. The model is an mixed-integer linear programming problem and considers in every plant a realistic case study to analyse the nonlinear and nonconcave 3D relationship between the power produced, the water discharged and the head of the associated reservoir. Start-up costs due mainly to the wear and tear are considered as well. Additionally, different situations are analysed to better understand the influence of the water inflow and water storage matter.*

**Keywords:** *Mixed-Integer Linear Programming, Pool-based Market, Self-scheduling, Hydro Producer*

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	1
<b>2. OBJETIVOS</b>	2
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	3
3.1. Estrutura do mercado Pool	3
3.2. Modelo matemático	6
<b>4. MODELO INVESTIGADO</b>	9
4.1. Nomenclatura	9
4.1.1. Constantes	9
4.1.2. Variáveis	10
4.1.3. Conjuntos	11
4.2. Função objetivo	11
4.3. Restrições da hidrelétrica	11
4.3.1. Simplificação das curvas de performance 3D da usina	12
4.3.2. Formulação linear por partes das curvas de performance da usina	13
4.3.3. Balanço de água	14
4.3.4. Comprometimento da condição lógica	15
4.4. Tipos de variáveis	15
<b>5. METODOLOGIA E MATERIAL</b>	15
5.1. Algoritmo Simplex	15
5.2. Método Branch-and-Bound	17
5.2.1. Algoritmo Branch-and-Bound	20
5.3. Método Branch-and-Cut	21
5.3.1. Algoritmo Branch-and-Cut	21
5.4. Utilização do Pacote Computacional IBM CPLEX	22
<b>6. DADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	23
6.1. Considerações computacionais	23
6.2. Dados	23
6.3. Resultados e discussões	29
6.3.1. Efeito da vazão afluyente	30
6.3.1.1. Caso 1: caso base	30
6.3.1.2. Caso 2: situação de seca	34

6.3.1.3. Caso 3: situação de cheia.....	37
6.3.2. Impacto da meta.....	41
6.3.3. Impacto da discretização da Função de produção .....	41
6.3.4. Impacto da não concavidade das curvas de desempenho .....	43
<b>7. CONCLUSÃO .....</b>	<b>44</b>
<b>8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>45</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Anteriormente à implementação dos mercados de energia, o despacho de geração era feito de forma centralizada pelo operador do sistema. As decisões de geração para o dia seguinte eram feitas com base em modelos de pré-despacho (PD) de geração. Estes modelos procuravam minimizar os custos de geração, sujeitos ao atendimento das demandas horárias e de restrições associadas aos subsistemas de geração e transmissão. Baseados em demandas horárias inelásticas, os modelos de PD calculavam os despachos de geração de cada usina do sistema em cada intervalo de tempo pré-definido. Neste sistema centralizado de despacho não havia nenhum tipo de incentivo para que os geradores buscassem melhorar seus processos de produção de energia, através da redução dos custos, otimização de usinas, entre outras.

Com a implementação dos mercados de energia, foi-se adotado os modelos de leilão para a tomada das decisões de geração do dia seguinte. Neste cenário, as companhias geradoras (CGs) e consumidores ou empresas de serviços de energia elétrica apresentam, respectivamente, ofertas e lances de energia elétrica para as próximas 24 horas. Estes valores são enviados ao operador de mercado (OM) que administra as regras do mercado e determina o preço e a quantidade de energia a ser negociada. Esta entidade independente é assim a responsável pela estabilidade do mercado, determinando portanto o preço de equilíbrio para cada hora do dia.

Os leilões são mecanismos de mercado que visam aumentar a eficiência da contratação de energia. Este novo quadro competitivo se destina a promover o aumento da eficiência operacional dos sistemas de energia, garantindo uma qualidade aceitável do fornecimento de eletricidade e alcançando um custo mínimo para os usuários finais de energia elétrica. Em adição, visa a criação de melhores incentivos para a formação de capital, para que os consumidores não consumam quando os custos excedem os seus benefícios.

A reestruturação do sistema permitiu a descentralização do setor de eletricidade e o surgimento de mercados de energia em diversos países. No Brasil, atualmente, os leilões são a principal forma de contratação de energia.

Neste novo cenário, CGs enfrentam novos desafios para maximizar seus lucros. Um dos problemas consiste na determinação, em curto prazo, da melhor autoprogramação das usinas pertencentes ao CG para assim maximizar os lucros da venda de energia sem considerar o balanço energético do sistema. Este problema é denominado de autoprogramação e é o problema a qual este projeto se refere.



Outro problema relevante é como será realizada a tradução das informações em uma estratégia de lances que assegure a CG de atingir o lucro máximo no mercado de energia do dia seguinte (A. J. Conejo J. M., 2002). Este problema não será tratado neste trabalho.

O modelo investigado neste projeto de pesquisa foi proposto em (A. J. Conejo J. M., 2002). O estudo de caso será realizado em uma hidrelétrica (H-CG) que possui várias usinas em cascata ao longo de um rio. O objetivo é de maximizar os lucros da companhia ao vender sua energia no mercado do dia seguinte, considerando todas as suas restrições operacionais. Para isto, (A. J. Conejo J. M., 2002) propõem um modelo de otimização linear inteira-mista em cada usina da hidrelétrica, sem comprometer o relacionamento não linear e não côncavo tridimensional (3-D) entre a energia produzida, a vazão turbinada e o volume de água do reservatório. Além disso, os custos de arranque, devido, principalmente, ao uso e desgaste também são considerados.

O modelo pertence à classe dos problemas de otimização inteira-mista, os quais são resolvidos utilizando-se métodos de enumeração implícita e de planos de corte, em conjunto com o método simplex. Trazendo bons resultados, usualmente, os algoritmos Branch-and-Bound, Branch-and-Cut e o Simplex. Para a implementação do modelo será utilizado o pacote de otimização IBM CPLEX, que compõe as técnicas de solução descritas acima. Este pacote possui um ambiente de desenvolvimento integrado, em que é feita toda a formulação do problema, utilizando o pacote de otimização IBM CPLEX (CPLEX 12, 2015). Este pacote tem se mostrado muito eficiente quando utilizado para resolver problemas de otimização inteira-mista.

## **2. OBJETIVOS**

Este projeto tem como objetivo a implementação e teste do modelo apresentado em (A. J. Conejo J. M., 2002), utilizando o *solver* IBM CPLEX. Em (A. J. Conejo J. M., 2002), o autor descreve de forma minuciosa restrições relacionadas às usinas de geração da hidrelétrica analisada. Seu objetivo supremo é de prover à hidrelétrica uma ferramenta de autoprogramação dos geradores, capaz de atingir o máximo lucro com a venda de energia no mercado do dia seguinte. Detalhes deste modelo serão descritos na seção 4. Em adição, situações diferentes são analisadas para melhor entendimento da influência da vazão afluente e a importância do armazenamento de água.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção é dedicada a apresentar conceitos básicos do mercado Pool e do modelo matemático implementado na formulação do problema de otimização.

#### 3.1. Estrutura do mercado Pool

Geralmente, duas categorias de negociação diferentes são disponíveis para facilitar o comércio de energia entre produtores e consumidores, e são chamados de mercado pool e de futuro.

No mercado pool a energia é negociada baseada em um prazo curto. Tipicamente inclui:

1. O mercado do dia seguinte.
2. Mercados de ajuste.
3. Mercados de balanceamento (também conhecidos como mercados de tempo real).

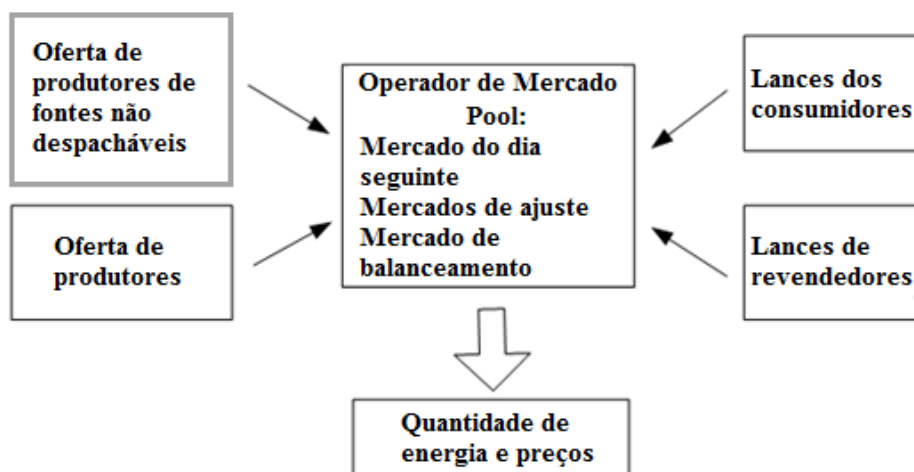
Os mercados do dia seguinte e ajuste tratam, geralmente, a maior parte da transação de energia em um dia. Os mercados de ajuste são semelhantes ao mercado do dia seguinte, no entanto, são apurados mais próximos do fornecimento de energia e pode cobrir uma menor horizonte de negociação. Complementarmente, o mercado de balanceamento permite a cobertura de imprevistos no despacho da energia devido à falhas de equipamento ou pela natureza intermitente de algumas fontes, como usinas eólicas ou solares. Ele também permite que abrange as variações de carga e, em outros casos, lida com restrições de transmissão.

Por outro lado, o mercado de futuro permite a negociação de eletricidade a médio e longo prazo por meio da compra e venda de produtos padrão, chamados produtos derivados.

Outra possibilidade é o estabelecimento de contratos bilaterais entre o produtor e o consumidor. Os contratos são definidos entre os beneficiados, de forma independente.

A organização e o funcionamento do mercado pool está ilustrada na figura 1. Produtores submetem ofertas enquanto consumidores e revendedores dão lances nos mercados do dia seguinte, de ajuste, e de balanceamento. Por conseguinte, o operador de mercado apura esses mercados e determina o preço a qual será realizada a troca. Na figura 3.1, as setas finas indicam o fluxo das ofertas e lances, enquanto a seta robusta indica os resultados do mercado.

Figura 3.1 - Organização do mercado pool e funcionamento.



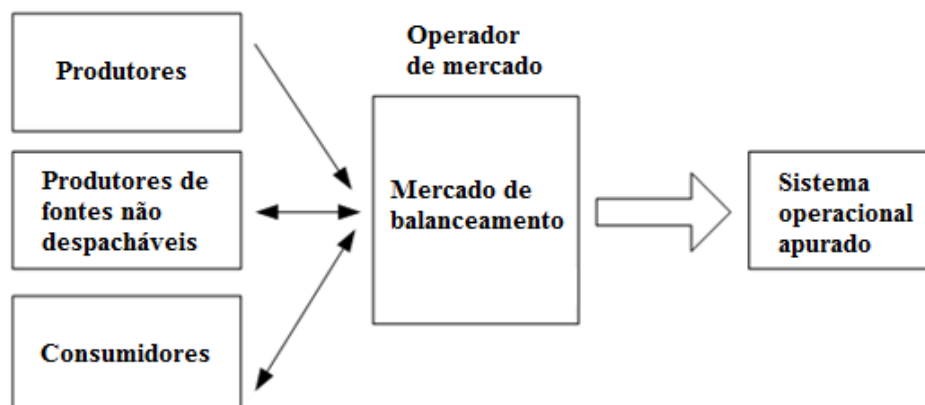
Fonte: Adaptado de (Conejo, Carrión e Morales, 2010).

A maior parte da energia comercializada no mercado pool ocorre no mercado do dia seguinte, enquanto os mercados de ajuste são utilizados para fazer acomodações da energia apurada no mercado do dia seguinte. O mercado de balanço permite o ajuste de energia no último instante. Uma vez que, mecanismos de negociação próximos do tempo que a energia será entregue possibilitam maior precisão nas previsões de produção de energia por fontes intermitentes, produtores de não despacháveis tendem a confiar nos mercados de ajuste.

No mercado do dia seguinte e de ajustes, produtores disponibilizam blocos de energia e seus correspondentes preços mínimos de venda para cada hora do horizonte temporal do mercado. Simultaneamente, consumidores e revendedores solicitam blocos de energia e seus correspondentes preço máximo de compra para cada hora do horizonte temporal do mercado.

O operador de mercado coleta estes dados de venda e compra, e averigua o mercado (do dia seguinte e ajuste) utilizando o procedimento de apuração do mercado. Este procedimento estabelecerá o preço negociado e agendará quando ocorrerá a produção e consumo da energia. Caso a rede de transmissão seja desconsiderada do procedimento, o preço apurado será idêntico para todos os agentes no mercado. Por outro lado, se a rede for levada em consideração, o preço apurado não será igual, será associada a cada nó do sistema de potência um preço marginal locacional. Este preço difere de acordo com o nó considerado, devido à perdas de linha e congestionamento da linha. Se a linha de transmissão estiver congestionada, será solicitada geração mais cara para ser despachada no lado a jusante da linha congestionada. O aumento do custo da geração se refletirá nos preços do mercado.

Figura 3.2 - Organização e funcionamento do mercado de balanceamento.



Fonte: Adaptado de (Conejo, Carrión e Morales, 2010).

O mercado de balanceamento é apurado a cada hora (ou várias vezes a cada hora) através de um leilão. Fornece energia para cobrir o excesso de geração e déficit, e corresponde ao último mercado antes da entrega da energia, o mercado de balanceamento equilibra a produção e consumo.

Produtores e consumidores submetem ofertas e lances aceitáveis para o operador de mercado baseados no aumento do preço até que o equilíbrio seja garantido, no caso de déficit de geração. No caso que ocorre excesso de geração, o preço tende a diminuir até que o equilíbrio seja atingido.

A figura 3.2 ilustra a organização e funcionamento do mercado de balanceamento. Produtores proveem equilíbrio de energia, enquanto produtores não despacháveis e consumidores (incluindo os revendedores, que atuam como consumidores) utilizam o mercado para auto balancear a produção de energia e consumo, respectivamente, para o preço estabelecido previamente no mercado pool.

Produtores e consumidores participam deste mercado alterando sua produção e consumo despachado. Consumidores podem precisar participar do mercado de balanceamento caso não consigam controlar seus padrões de consumo e esses padrões desviarem do negociado previamente no mercado pool.

Na maioria dos mercados de energia, a principal característica dos preços pool são:

- Média não-estacionária e variância.
- Sazonalidade múltipla.
- Influência do calendário.
- Volatilidade elevada

- Elevada chance de ocorrer casos anômalos.

Devido a estas características, preços do mercado pool são difíceis de prever. No entanto, dados do mercado de futuro auxiliam crucialmente os agentes do mercado a darem ofertas e lances no mercado pool assim como negociar no mercado de futuro (A. J. Conejo M. C., 2010).

### 3.2. Modelo matemático

A modelagem de um problema de otimização pode ser definida por três principais etapas:

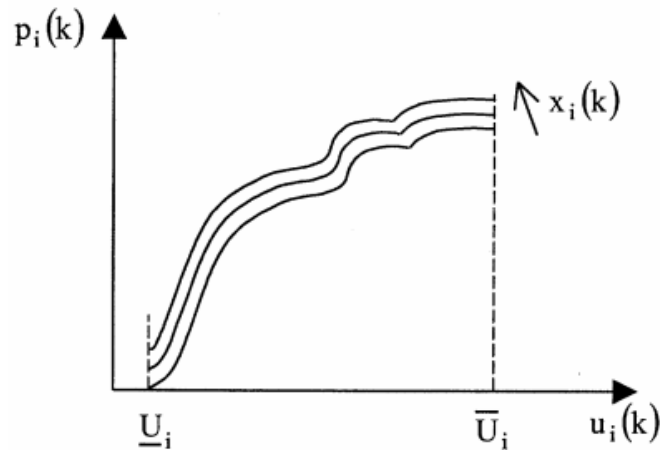
- Definição das decisões a serem tomadas;
- Restrições que limitam as escolhas das decisões;
- Objetivos que determinam preferências na escolha de decisões.

Conforme apresentado na seção 4, o modelo proposto apresenta em sua formulação, variáveis inteiras. Na otimização discreta ou combinatória, algumas das variáveis pertencem a um conjunto de valores discreto, tipicamente dados por um subconjunto dos números inteiros. Problemas de otimização discreta aparecem em abundância na vida real e aplicações ocorrem em diversos ramos, como energia, telecomunicações, medicina e finanças (Arenales, Armentano, Morabito, & Yanasse, 2007). Variáveis discretas importantes nessas aplicações envolvem, por exemplo, decidir se um gerador é ativado ou não em um período e escolher a melhor sequência de itens a serem processados.

Um problema de otimização linear que possui variáveis inteiras e reais é denominado de problema de programação linear inteira mista (PLIM). Dentre as técnicas de otimização utilizadas para solucionar problemas desta classe, destacam-se para o projeto descrito neste plano o método simplex que se relaciona com a parte real do problema e os métodos branch-and-bound e branch-and-cut, os quais são utilizados na análise da parte inteira da solução dos problemas de PLIM. Além destes últimos, O IBM CPLEX comporta um vasto conjunto de técnicas de solução para problemas de otimização linear.

Para solucionar o problema de autoprogramação, é essencial o uso de modelos precisos. Estes modelos devem incluir as características de geração da hidrelétrica, descrevendo a relação entre o volume do reservatório, a vazão turbinada e a energia gerada. Esta é uma relação 3D não linear e não côncava. Esta relação pode ser representada como uma família de curvas não linear e não côncava, que são conhecidas também como curvas de desempenho da usina, cada um para uma específica intervalo de volume do reservatório, como mostra a Figura 3.3.

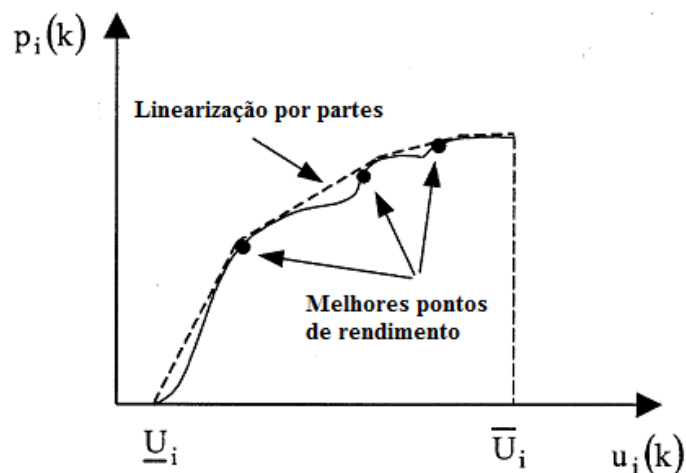
Figura 3.3 - Função de produção.



Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

Na maioria dos métodos de otimização, o efeito da variação do volume do reservatório é negligenciada para evitar não linearidades, os quais permitem o uso de uma única curva de desempenho. Além disso, esta única curva pode ser aproximada através da aproximação linear de um seccionamento côncavo ou pela modelagem dos chamados melhores pontos de eficiência local, conforme mostrado na Figura 3.4. Todas estas simplificações podem direcionar a imprecisões. Porém, lidar com não concavidades em um sistema não linear pode acarretar em múltiplos pontos ótimos e procedimentos de solução não confiáveis.

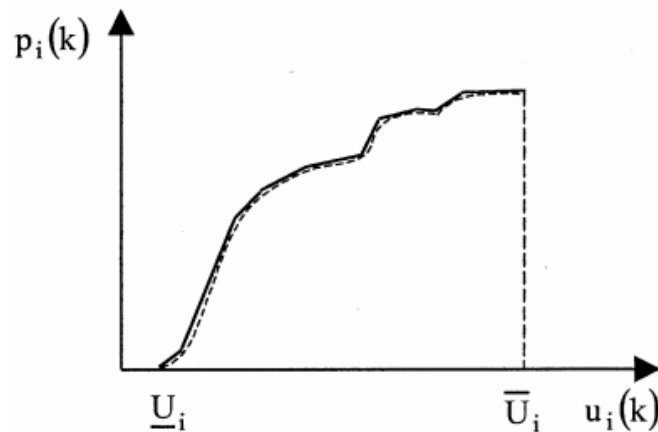
Figura 3.4 - Aproximação clássica da curva de desempenho da usina.



Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

Para superar as imprecisões acumuladas pelas aproximações consideradas, na seção 4.3.1 cada curva de desempenho não côncava foi aproximada por uma linearização por partes, conforme mostrado na Figura 3.5.

Figura 3.5 - Linearização por partes não côncava.



Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

Também é importante considerar os custos de partida das usinas da hidrelétrica (O. Nilsson & D., 1997). Os custos estão relacionados a:

- Perda de água durante a manutenção
- Depreciação dos enrolamentos
- Depreciação dos equipamentos mecânicos
- Mal funcionamento dos equipamentos de controle
- Perda de água durante a partida dos geradores

## 4. MODELO INVESTIGADO

O modelo a ser investigado é formulado como um problema de programação inteira mista, e representa de forma detalhada as restrições associadas à hidrelétrica escolhida. A formulação do problema é apresentada de (1) a (23). Para facilitar a compreensão do modelo, os parâmetros (em letras maiúsculas) são descritos na seção 4.1.1, as variáveis de otimização (em letras minúsculas) são descritas na seção 4.1.2, e os conjuntos (em letras maiúsculas) são descritos na seção 4.1.3. A função objetivo é descrita na seção 4.2, as restrições envolvendo as usinas de geração hidrelétrica são detalhadas na seção 4.3, enquanto que os tipos das variáveis são dadas na seção 4.4.

### 4.1. Nomenclatura

#### 4.1.1. Constantes

$M$	Fator de conversão igual a $3.6 \times 10^{-3} [Hm^3 s / m^3 h]$ .
$\bar{P}_i$	Capacidade da usina $i$ $[MW]$ .
$P0_1(i)$	Potência de saída mínima da usina $i$ para a curva de desempenho 1(intervalo inferior do volume de água) $[MW]$ .
$P0_2(i)$	Potência de saída mínima da usina $i$ para a curva de desempenho 1(intervalo intermediário do volume de água) $[MW]$ .
$P0_3(i)$	Potência de saída mínima da usina $i$ para a curva de desempenho 1(intervalo superior do volume de água) $[MW]$ .
$Q_i$	Valor futuro da água armazenada no reservatório associado à usina $i$ na limiar temporal do mercado $[\$/ Hm^3]$ .
$SU_i$	Custo de partida da usina $i$ $[\$]$ .
$T$	Número de períodos do horizonte temporal do mercado.
$\underline{U}_i$	Mínima vazão turbinada da usina $i$ $[m^3 / s]$ .
$\bar{U}_i$	Máxima vazão turbinada da usina $i$ $[m^3 / s]$ .
$\bar{U}_l(i)$	Máxima vazão turbinada do bloco $l$ da usina $i$ $[m^3 / s]$ .



$W_i(k)$	Previsão da vazão afluente de água do reservatório associado à usina $i$ no período $k[m^3 / s]$ .
$X_i(0)$	Volume de água inicial do reservatório associado à usina $i[Hm^3]$ .
$\underline{X}_i$	Volume mínimo do reservatório associado à usina $i[Hm^3]$ .
$\bar{X}_i$	Volume máximo do reservatório associado à usina $i[Hm^3]$ .
$XL_i$	Limite inferior do volume do reservatório associado à usina $i$ usada na discretização das curvas de desempenho $[Hm^3]$ .
$XU_i$	Limite superior do volume do reservatório associado à usina $i$ usada na discretização das curvas de desempenho $[Hm^3]$ .
$\lambda(k)$	Preço estimado da energia no período $k[ \$ / MWh]$ .
$\rho 1_l(i)$	Inclinação do bloco $l$ da curva de desempenho 1 da usina $i[MW / m^3 / s]$ .
$\rho 2_l(i)$	Inclinação do bloco $l$ da curva de desempenho 2 da usina $i[MW / m^3 / s]$ .
$\rho 3_l(i)$	Inclinação do bloco $l$ da curva de desempenho 3 da usina $i[MW / m^3 / s]$ .
$\tau_{ji}$	Atraso de tempo entre o reservatório da usina $j$ e o reservatório da usina $i[h]$ .

#### 4.1.2. Variáveis

$d_1(i, k)$	Variável 0/1 utilizada na discretização das curvas de desempenho.
$d_2(i, k)$	Variável 0/1 utilizada na discretização das curvas de desempenho.
$p_i(k)$	Potência de saída da usina $i$ no período $k[MW]$ .
$s_i(k)$	Derrame do reservatório associada a usina $i$ no período $k[m^3 / s]$ .
$u_i(k)$	Vazão turbinada da usina $i$ no período $k[m^3 / s]$ .
$u_l(i, k)$	Vazão turbinada do bloco $l$ da usina $i$ no período $k[m^3 / s]$ .
$v_i(k)$	Variável 0/1 que é igual a 1 se a usina $i$ estiver ativa no período $k$ .
$w_l(i, k)$	Variável 0/1 que é igual a 1 se a vazão turbinada pela usina $i$ exceder o bloco $l$ no período $k$ .

$x_i(k)$	Volume de água no reservatório associado à usina $i$ no período $k$ [ $Hm^3$ ].
$y_i(k)$	Variável 0/1 que é igual a 1 se a usina $i$ é ativa no início do período $k$ .
$z_i(k)$	Variável 0/1 que é igual a 1 se a usina $i$ é desativada no início do período $k$ .

#### 4.1.3. Conjuntos

$I$	Conjunto de índices dado para a identificação das usinas da hidrelétrica.
$K$	Conjunto de índices dado para os períodos do horizonte temporal do mercado.
$L$	Conjunto de índices dado aos blocos da curva de desempenho linearizada por partes.
$\Omega_i$	Conjunto indicando os reservatórios a montante da usina $i$ .

#### 4.2. Função objetivo

O objetivo de qualquer participante no mercado de energia é de maximizar seus lucros, que é a diferença entre as receitas e o custo operacional total. Este último comporta custos de produção e de partida. No caso de uma hidrelétrica, os custos de produção são desprezadas.

Quanto aos custos de partida, estes tem impacto real na otimização da geração hidrelétrica. Os custos de partida são principalmente causados pela manutenção dos enrolamentos, manutenção dos equipamentos mecânicos e pelo mal funcionamento dos equipamentos de controle (O. Nilsson & D., 1997). Neste contexto, a função objetivo a ser maximizada pode ser expressa por:

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I} [\lambda(k) p_i(k) - SU_i y_i(k)] + \sum_{i \in I} Q_i x_i(T) \quad (1)$$

#### 4.3. Restrições da hidrelétrica

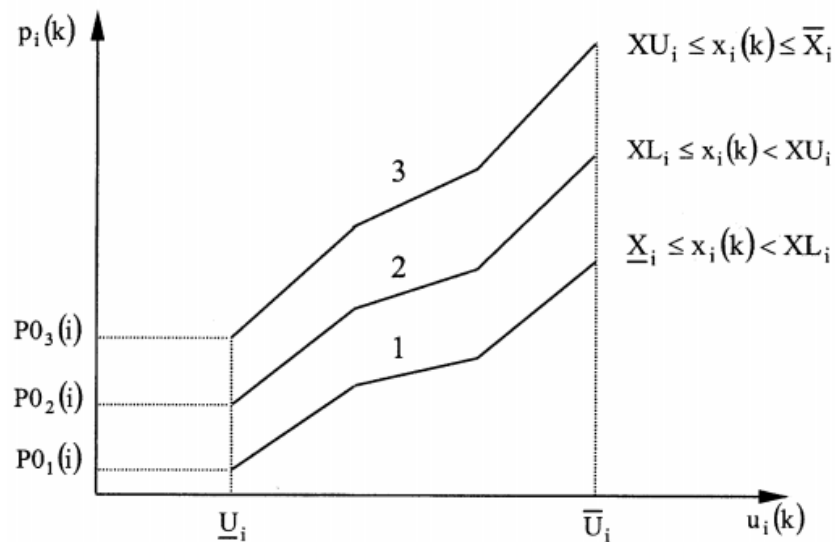
As expressões seguintes representam um conjunto de restrições relacionadas as usinas da hidrelétrica considerando o horizonte temporal do mercado. O modelo descrito na seção 4 apresenta um conjunto de curvas, para todas as usinas, relacionando o volume do reservatório, a vazão turbinada e a potência de saída. Para simplificar, o número de curvas pré-especificadas. Três curvas são consideradas, correspondendo ao nível baixo, médio e alto do volume do reservatório.

Além disso, devido a não concavidade e não linearidade dessas curvas de desempenho das usinas, uma precisa formulação linear inteira-mista foi desenvolvida em (A. J. Conejo J. M., 2002).

#### 4.3.1. Simplificação das curvas de performance 3D da usina

Para cada usina, os conjuntos das curvas representando a relação entre o volume do reservatório, a potência de saída, e vazão turbinada são reduzida para três curvas, de acordo com três níveis da água armazenada no reservatório. A Figura 4.1 ilustra esta simplificação da Figura 3.3 que por sua vez, é aproximada como na Figura 3.5. Se o volume de água do reservatório  $i$  no período  $k$ ,  $x_i(k)$ , está abaixo de  $XL_i$  (limite inferior), a curva 1 é utilizada. Se  $x_i(k)$  está entre  $XL_i$  e  $XU_i$  (limite superior), então a curva 2 é utilizada. Por último, se o volume de água no período  $k$  está acima de  $XU_i$ , então a curva 3 é utilizada.

Figura 4.1 - Curvas de desempenho 3D das usinas  $i$ .



Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

Esta discretização é modelada através da formulação linear inteira-mista, que é apresentada como:

$$\begin{aligned}
 x_i(k) &\geq XL_i [d_1(i,k) - d_2(i,k)] + XU_i d_2(i,k) \\
 \forall i \in I, \forall k \in K
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$x_i(k) \leq \bar{X}_i d_2(i,k) + XL_i [1 - d_1(i,k)] + XU_i [d_1(i,k) - d_2(i,k)]$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K \quad (3)$$

$$d_1(i,k) \geq d_2(i,k)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K \quad (4)$$

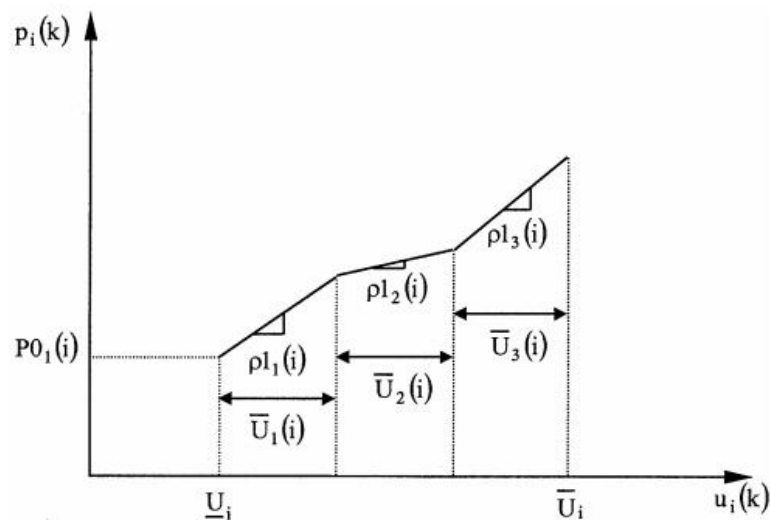
$$x_i(k) \geq \underline{X}_i$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K \quad (5)$$

#### 4.3.2. Formulação linear por partes das curvas de performance da usina

As curvas de desempenho das usinas são não côncavas e não lineares (R. A. Ponrajah, 1998), (O. Nilsson & D., 1997) Em (A. J. Conejo J. M., 2002) estas curvas foram modeladas através da formulação linear por partes. A não concavidade foi modelada com o uso de variáveis binárias. A Figura 4.2 mostra a curva de desempenho não côncava 1 de três partes. A Figura 4.2 é semelhante à Figura 3.5, porém simplificada para ilustrar a linearização da não concavidade. No modelo analisado, a operação da usina não é restrita apenas nos pontos de melhor rendimento. Toda a curva é precisamente modelada através do uso de variáveis binárias.

Figura 4.2 - Linearização por partes da curva de performance não côncava.



Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

A formulação das curvas de desempenho não côncavas da usina são apresentada a seguir:

$$p_i(k) - P_{01}(i)v_i(k) - \sum_{l \in L} u_l(i, k) \rho_{1l}(i) - \bar{P}_i[d_1(i, k) + d_2(i, k)] \leq 0 \quad (6)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$p_i(k) - P_{01}(i)v_i(k) - \sum_{l \in L} u_l(i, k) \rho_{1l}(i) + \bar{P}_i[d_1(i, k) + d_2(i, k)] \geq 0 \quad (7)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$p_i(k) - P_{02}(i)v_i(k) - \sum_{l \in L} u_l(i, k) \rho_{2l}(i) - \bar{P}_i[1 - d_1(i, k) + d_2(i, k)] \leq 0 \quad (8)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$p_i(k) - P_{02}(i)v_i(k) - \sum_{l \in L} u_l(i, k) \rho_{2l}(i) + \bar{P}_i[1 - d_1(i, k) + d_2(i, k)] \geq 0 \quad (9)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$p_i(k) - P_{03}(i)v_i(k) - \sum_{l \in L} u_l(i, k) \rho_{3l}(i) - \bar{P}_i[2 - d_1(i, k) - d_2(i, k)] \leq 0 \quad (10)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$p_i(k) - P_{03}(i)v_i(k) - \sum_{l \in L} u_l(i, k) \rho_{3l}(i) + \bar{P}_i[2 - d_1(i, k) - d_2(i, k)] \geq 0 \quad (11)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$u_i(k) = \sum_{l \in L} u_l(i, k) + \underline{U}_i v_i(k) \quad (12)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$u_1(i, k) \leq \bar{U}_1(i)v_i(k) \quad (13)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$u_1(i, k) \leq \bar{U}_1(i)w_1(i, k) \quad (14)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

$$u_l(i, k) \leq \bar{U}_l(i)w_{l-1}(i, k) \quad (15)$$

$$\forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K$$

$$u_l(i, k) \geq \bar{U}_l(i)w_l(i, k) \quad (16)$$

$$\forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K$$

#### 4.3.3. Balanço de água

A equação da continuidade é formulada como:

$$x_i(k) = x_i(k-1) + W_i(k) + M \sum_{j \in \Omega} [u_j(k - \tau_{ji}) + s_j(k - \tau_{ji})] - Mu_i(k) - Ms_i(k) \quad (17)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K$$

#### 4.3.4. Comprometimento da condição lógica

A seguinte restrição modela a condição de partida e de desativação das usinas (T. S. Dillon, 1978)

$$\begin{aligned} y_i(k) - z_i(k) &= v_i(k) - v_i(k-1) \\ \forall i \in I, \forall k \in K \end{aligned} \quad (18)$$

#### 4.4. Tipos de variáveis

As variáveis utilizadas na formulação são:

$$\begin{aligned} v_i(k), y_i(k), d_1(i, k), d_2(i, k) &\in \{0, 1\} \\ \forall i \in I, \forall k \in K \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} w_l(i, k) &\in \{0, 1\} \\ \forall i \in I, \forall k \in K \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} z_i(k) &\in \{0, 1\} \\ \forall i \in I, \forall k \in K \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} p_i(k), s_i(k), u_i(k), x_i(k) &\geq 0 \\ \forall i \in I, \forall k \in K \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} u_l(i, k) &\geq 0 \\ \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K \end{aligned} \quad (23)$$

A variável  $z_i(k)$  pode ser definida como uma variável real pertencente ao intervalo  $[0, 1]$ . Isto reduzirá significativamente o tempo de execução da formulação, em acordo com a metodologia apresentada na seção 5.2.

## 5. METODOLOGIA E MATERIAL

### 5.1. Algoritmo Simplex

Considerando um problema de otimização escrito na forma padrão. Resumimos a seguir o procedimento desenvolvido pelo Método Simplex.

Note que o desenvolvimento do método pressupõe o conhecimento de uma solução básica factível inicial. O procedimento detalhado de como determinar uma solução inicial é chamado *Fase I*. O Método Simplex propriamente dito é o que chamamos de *Fase II* e seu procedimento é apresentado mais adiante (Arenales, Armentano, Morabito, & Yanasse, 2007).

Fase I:

- Determine inicialmente uma partição básica factível  $\mathbf{A} = [\mathbf{B}, \mathbf{N}]$ . A rigor, precisamos de dois vetores de índices básicos e não-básicos:

$$(B_1, B_2, \dots, B_m) \text{ e } (N_1, N_2, \dots, N_{n-m}).$$

Os vetores das variáveis básicas e não-básicas são, respectivamente:

$$x_B^T = (x_{B_1}, x_{B_2}, \dots, x_{B_m}) \text{ e } x_N^T = (x_{N_1}, x_{N_2}, \dots, x_{N_{n-m}}).$$

Faça iteração = 1.

Fase II:

**{Início da iteração Simplex}**

Passo 1: {Cálculo da solução básica}

$$\begin{cases} \hat{x}_B = B^{-1}b \\ \hat{x}_N = 0 \end{cases}$$

Passo 2: {cálculo dos custos relativos}

2.1. {Vetor multiplicador simplex}

$$\lambda^T = c_B^T B^{-1}$$

2.2. {Custos relativos}

$$\hat{c}_{N_j} = c_{N_j} - \lambda^T a_{N_j} \quad j = 1, 2, \dots, n-m$$

2.3. {Determinação da variável a entrar na base}

$\hat{c}_{N_k} = \text{mínimo } \{\hat{c}_{N_j}, j=1, \dots, n-m\}$  (a variável  $x_{N_k}$  entra na base)

Passo 3: {Teste de otimalidade}

Se  $\hat{c}_{N_k} \geq 0$ , então: *pare {solução na iteração atual é ótima}*

Passo 4: {Cálculo da direção Simplex}

$$y = B^{-1}a_{N_k}$$

Passo 5: {Determinação do passo e variável a sair da base}

Se  $y \leq 0$ , então: *pare {problema não tem solução ótima finita:  $f(x) \rightarrow -\infty$ }*

Caso contrário, determine a variável a sair da base pela razão mínima:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\hat{x}_{B_l}}{y_l} = \text{mínimo} \left\{ \frac{\hat{x}_{B_i}}{y_i} \text{ tal que } y_i > 0, i=1, \dots, m \right\}$$

Passo 6: {Atualização: nova partição básica, troque a  $l$ -ésima coluna de  $\mathbf{B}$  pela  $k$ -ésima coluna de  $\mathbf{N}$ }:

$$\text{Matriz básica nova: } \mathbf{B} = [a_{B_1} \dots a_{B_{l-1}} a_{N_k} a_{B_{l+1}} \dots a_{B_m}]$$

$$\text{Matriz não básica nova: } \mathbf{N} = [a_{N_1} \dots a_{N_{k-1}} a_{B_l} a_{N_{k+1}} \dots a_{N_{n-m}}]$$

Iteração = iteração + 1

Retorne ao passo 1

**{Fim da iteração simplex}**

## 5.2. Método Branch-and-Bound

Seja o problema PLIM, particionado em termos de suas variáveis inteiras  $\mathbf{y}$  e reais  $\mathbf{x}$  não negativas, conforme mostrado em (24):

$$\begin{aligned} z &= \text{Max} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{d}^T \mathbf{y} \\ \text{s.a:} \quad & \mathbf{Ax} + \mathbf{Dy} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \in R_+^n, \mathbf{y} \in Z_+^p \end{aligned} \tag{24}$$

Em que:  $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$ ,  $\mathbf{D} \in R^{m \times p}$ ,  $\mathbf{c} \in R^n$ ,  $\mathbf{d} \in R^p$  e  $\mathbf{b} \in R^p$ .

Um conceito fundamental para o método *branch-and-bound* é o da relaxação linear, que consiste em substituir as restrições inteiras do tipo  $\mathbf{y} \in Z_+^p$  por restrições relaxadas, do tipo  $\mathbf{y} \in R_+^p$ . O problema (24) em que as restrições nas variáveis inteiras são relaxadas dessa forma é denominado de problema relaxado, o qual é um problema de programação linear, e possui valor de função objetivo ótima  $\bar{z}$ . Demonstra-se (Arenales, Armentano, Morabito, & Yanasse,



2007) que a solução do problema relaxado é sempre um limitante superior para a solução do problema PLIM original, ou seja, mostra-se que  $\bar{z} \geq z$ . Além disso, demonstra-se que os pontos de solução do problema (24) pertencem à envoltória convexa  $\text{conv}(X)$  dos conjuntos de soluções factíveis do problema PLIM e sua relaxação linear. A envoltória convexa de um conjunto  $X$  é definida como o menor conjunto que contém  $X$ .

Considere agora o problema  $P$  de programação inteira dado em (25):

$$z = \text{Max}\{\mathbf{c}^T \mathbf{x} : \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \in \mathbb{Z}_+^n\}, \quad (25)$$

e sua relaxação linear  $PL$ , dada em (26):

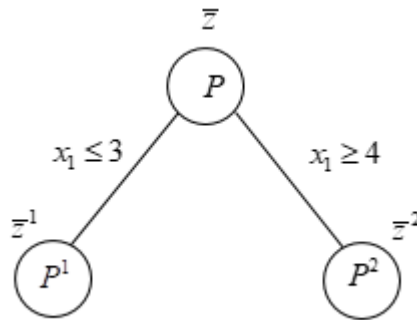
$$\bar{z} = \text{Max}\{\mathbf{c}^T \mathbf{x} : \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n\}. \quad (26)$$

Se o poliedro  $\bar{P} = \{\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n\}$  associado às restrições do problema  $PL$  é fechado, então o número de soluções inteiras factíveis é finito. Nesse caso, uma forma simplista de resolver o problema é enumerar todas as soluções factíveis e escolher aquela com maior valor de função objetivo associado (método da enumeração completa). Para isso, é necessário resolver cada um dos subproblemas de otimização linear. Isso pode se tornar impraticável para determinados problemas reais com um número muito elevado de soluções factíveis.

O método *branch-and-bound* se concentra em reduzir o espaço de busca, através de uma enumeração implícita, descartando determinadas regiões deste espaço. O método trabalha sobre uma lista  $L$  de subproblemas de programação  $P^i; i \in L$ , os quais são analisados em uma árvore hierarquizada de problemas. Cada problema  $P^i; i \in L$  está associado a um nó na árvore de *branch-and-bound*, conforme mostrado na. Os subproblemas  $P^i; i \in L$  são gerados pela imposição de restrições adicionais de integralidade (cortes) sobre as componentes do vetor  $\mathbf{x}$ . Estas restrições são utilizadas para cortar pontos extremos não inteiros correspondentes a soluções ótimas. O método inicia-se com o conjunto  $L$  sendo dado pelo próprio problema original, ou seja,  $L = \{P\}$ . A relaxação linear  $PL$  é resolvida (utilizando qualquer método de programação linear, tais como dual simplex, pontos interiores, etc.) obtendo um valor de ótimo  $\bar{z}$ , que é escrito acima do nó correspondente ao problema  $P$ , conforme mostrado na Figura 5.1. A geração dos problemas  $P^i; i \in L$  é feita inserindo-se restrições de integralidade adicionais nas componentes do vetor  $\mathbf{x}$  do problema  $P$ , de modo a restringir os pontos pertencentes à região entre os valores inteiros acima e abaixo do valor real atual. Por exemplo, se na solução ótima do  $PL$  a primeira componente de  $\mathbf{x}$  teve valor  $x_1 = 3.47$ , pode-se escrever o subproblema  $P^1$  inserindo-se no problema  $P$  a restrição  $x_1 \leq 3$ , e o subproblema  $P^2$ ,

inserindo-se no problema  $P$  a restrição  $x_1 \geq 4$ . Isso é mostrado na Figura 5.1, explicitando-se a restrição que foi inserida em cada subproblema no ramo da árvore que interliga os subproblemas. Neste caso, diz-se que a variável  $x_1$  foi ramificada e que os nós 1 e 2 são nós filhos. Teoricamente, qualquer componente do vetor  $\mathbf{x}$  poderia ter sido ramificada. Em geral, existem regras específicas para a definição do próximo nó a ser ramificado, tais como a busca pelo maior limitante, a busca em profundidade (Arenales, Armentano, Morabito, & Yanasse, 2007), etc. Heurísticas específicas para cada problema as quais exploram a ordem de ramificação também têm sido propostas.

Figura 5.1 - Árvore de partição do problema  $P$ .



Fonte: Adaptado de (Conejo, Carrión e Morales, 2010).

Os problemas relaxados correspondentes a  $P^1$  e  $P^2$ , dados por  $PL^1$  e  $PL^2$ , respectivamente, são resolvidos de modo a calcular os valores de suas respectivas funções objetivo  $\bar{z}^1$  e  $\bar{z}^2$ , cujos valores são escritos acima dos nós correspondentes, conforme mostrado na Figura 5.1. Os valores de  $\bar{z}^1$  e  $\bar{z}^2$  se constituem em limitantes superiores para os problemas  $P^1$  e  $P^2$ , respectivamente. Cada problema  $P^i; i \in L$  é analisado, sendo eliminado se satisfizer algum dos seguintes testes de eliminação:

1. A região factível do problema  $PL^i$  for vazia. Neste caso, o problema  $P^i$  é eliminado por infactibilidade, uma vez que o conjunto factível de  $P^i$  está contido no conjunto factível de  $PL^i$ ;
2. Se  $\bar{z}^i \leq z^*$ , em que  $z^*$  é chamada valor da função objetivo da solução incumbente  $\mathbf{x}^*$ , a qual corresponde à melhor solução encontrada até o momento. Neste caso,

$P^i$  é eliminado por qualidade, já que a solução incumbente é melhor do que a solução fornecida por  $P^i$ .

3. Se a solução ótima de  $PL^i$  for inteira,  $P^i$  é eliminado por otimalidade. Nesse caso, tem-se que  $z^i = \bar{z}^i$ , logo o valor da função objetivo se mantém e, portanto, não melhora.

Os passos seguintes do método buscam analisar os nós filhos de cada problema  $P^i; i \in L$ , até que se constate que não há solução factível para o problema, ou até que a lista  $L$  de nós ativos esteja vazia. O algoritmo completo é mostrado na seção a seguir.

### 5.2.1. Algoritmo Branch-and-Bound

O nó 0 da árvore *branch-and-bound* corresponde ao problema original  $P$  a ser resolvido. Um nó não eliminado pelos critérios comentados na seção 5.2 é denominado de nó ativo. Estes nós são armazenados na lista  $L$ . O algoritmo é mostrado a seguir.

Passo 0 (Inicialização)

Faça  $\bar{z} = \infty, z^* = -\infty, \mathbf{x}^* = \emptyset, L = \{P\}$

Passo 1 (Seleção de um nó)

Selecione o nó ativo  $i$ , associado ao problema  $P^i$ , da lista  $L$ . Se a lista estiver vazia, vá ao Passo 6.

Passo 2 (Teste de eliminação 1)

Se a região factível de  $PL^i$  for vazia, vá ao Passo 1.

Passo 3 (Teste de eliminação 2)

Se o valor  $\bar{z}^i$  da solução do  $PL^i$  é tal que  $\bar{z}^i \leq z^*$ , vá ao Passo 1.

Passo 4 (Teste de eliminação 3)

Se a solução ótima  $\bar{\mathbf{x}}_i$  do  $PL^i$  é inteira com valor  $\bar{z}^i$ , e se  $\bar{z}^i > z^*$ , atualize  $\mathbf{x}^*$  e  $z^*$ . Elimine os nós ativos  $i$  da lista  $L$ , tais que  $\bar{z}^i < z^*$  e volte ao Passo 1.

Passo 5 (Ramificação)

Selecione uma variável ótima de  $\bar{\mathbf{x}}_i$  de  $PL^i$  com valor não inteiro e divida  $P^i$  em dois subproblemas. Adicione estes subproblemas à lista  $L$  e vá ao Passo 1.

Passo 6 (Condição de Parada)

Se  $z^* = -\infty$ , não existe solução factível, caso contrário, a solução incumbente  $\mathbf{x}^*$  é a solução ótima.

No pacote IBM CPLEX também é possível parar o algoritmo com uma lista não vazia e uma solução sub-ótima com uma tolerância  $\varepsilon$  pré-especificada. Suponha, por exemplo, que  $\bar{z}$  é o maior limitante superior dos nós da lista e seja  $z^*$  tal que  $(\bar{z} - z^*)/\bar{z} \leq \varepsilon$ . Nesse caso, a solução  $\mathbf{x}^*$  é  $\varepsilon$ -subótima, ou seja  $z^*$  está a no máximo  $(100 \times \varepsilon)\%$  do valor da solução ótima.

### 5.3. Método Branch-and-Cut

O método *branch-and-cut* combina as melhores características dos métodos *branch-and-bound* e de planos de corte, com o objetivo de reduzir o número de nós da árvore de *branch-and-bound*. Em cada nó desta árvore, o método adiciona novas desigualdades válidas, de modo a obter um limitante superior mais apertado no nó. O algoritmo é discutido a seguir.

#### 5.3.1. Algoritmo Branch-and-Cut

O algoritmo *branch-and-cut* é semelhante ao *branch-and-bound*, com a inclusão de  $k$  cortes (onde  $k$  é um parâmetro que deve ser especificado pelo usuário) em cada nó cuja relaxação linear é factível.

Passo 0 (Inicialização)

Faça  $\bar{z} = \infty, z^* = -\infty, \mathbf{x}^* = \emptyset, L = \{P\}$

Passo 1 (Seleção de um nó)

Selecione o nó ativo  $i$ , associado ao problema  $P^i$ , da lista  $L$ . Se a lista estiver vazia, vá ao Passo 6.

Passo 2 (Teste de eliminação 1)

Se a região factível de  $PL^i$  for vazia, vá ao Passo 1.

Passo 3 (Corte)

Tente eliminar a solução ótima de  $PL^i$ . Se isso não for possível, faça  $k=0$  e vá para o Passo 4. Caso contrário, adicione  $k$  cortes a  $PL^i$ , de modo que a obter a formulação  $PL^{ik}$ .

Passo 4 (Teste de eliminação 2)

Se o valor  $\bar{z}^{ik}$  da solução do  $PL^{ik}$  é tal que  $\bar{z}^{ik} \leq z^*$ , vá ao Passo 1.

Passo 5 (Teste de eliminação 3)

Se o a solução ótima  $\bar{\mathbf{x}}_{ik}$  do  $PL^{ik}$  é inteira com valor  $\bar{z}^{ik}$ , e se  $\bar{z}^{ik} > z^*$ , atualize  $\mathbf{x}^*$  e  $z^*$ . Elimine os nós ativos  $i$  da lista  $L$ , tais que  $\bar{z}^{ik} < z^*$  e volte ao Passo 1.

Passo 6 (Ramificação)

Selecione uma variável ótima de  $\bar{\mathbf{x}}_{ik}$  de  $PL^i$  com valor não inteiro e divida  $P^{ik}$  em dois subproblemas. Adicione estes problemas à lista  $L$  e vá ao Passo 1.

Passo 7 (Condição de Parada)

Se  $z^* = -\infty$ , não existe solução factível, caso contrário, a solução incumbente  $\mathbf{x}^*$  é a solução ótima.

#### 5.4. Utilização do Pacote Computacional IBM CPLEX

Para a execução do modelo apresentado por (A. J. Conejo J. M., 2002) é necessário um computador de alto desempenho que tenha instalado em seu sistema um programa conhecido como *solver*, este contém uma linguagem de programação eficiente direcionada para problemas que envolvem modelos de otimização. O pacote utilizado para a implementação do projeto será o IBM CPLEX 12.6, já reconhecido no mercado pela sua eficiência.

A linguagem utilizada para programar neste software facilita a descrição computacional dos problemas de otimização agilizando a solução desses problemas e facilitando a obtenção de resultados e análise dos modelos estudados. Além disso, o CPLEX apresenta ferramentas

adicionais que economizam tempo, como identificador de erros e manipulação de parâmetros de configuração podendo assim, escolher qual algoritmo ou método de otimização utilizar caso conveniente.

## 6. DADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 6.1. Considerações computacionais

O modelo investigado apresentado no Capítulo 4 é formulado como um problema de programação inteira mista.

Para fornecer uma noção das dimensões do problema, a Tabela 6.1 apresenta o número de restrições, de variáveis (binárias e reais) e o tempo de execução da formulação em cada caso analisado nesta monografia.

Os testes computacionais, foram realizados em um notebook Dell com processador Intel Core i7 de 2,80 GHz, 2 Núcleos, 4 Processadores lógicos e 6 GB de memória RAM. A implementação foi realizada no *solver* IBM CPLEX 12.6.

Tabela 6.1 – Dimensão computacional do problema.

Restrições	Variáveis binárias	Variáveis reais	Tempo de execução [s]
4864	1536	1729	277,17

Fonte: Autoria própria.

### 6.2. Dados

O H-CG considerado dispõem de 8 usinas em cascata ao longo da bacia hidrográfica. Os dados referentes ao sistema estudado foram obtidos e adaptados de (A. J. Conejo J. M., 2002). A Tabela 6.2 apresenta os dados das usinas e a figura 6.1 mostra o acoplamento físico destas usinas. Em consideração à simplificação do estudo de caso apresentado em (A. J. Conejo J. M., 2002), foram considerados atrasos de 1 hora entre reservatórios conectados e a vazão afluente previsto é considerado constante durante todo o horizonte temporal do mercado, que é de um dia (24 horas) dividido em períodos de 1 hora. O estudo de caso apresentado em (A. J. Conejo J. M., 2002) considera também o volume de água final para cada reservatório idêntico ao seu valor inicial, ou seja, o volume de água do reservatório será sempre o mesmo no começo de

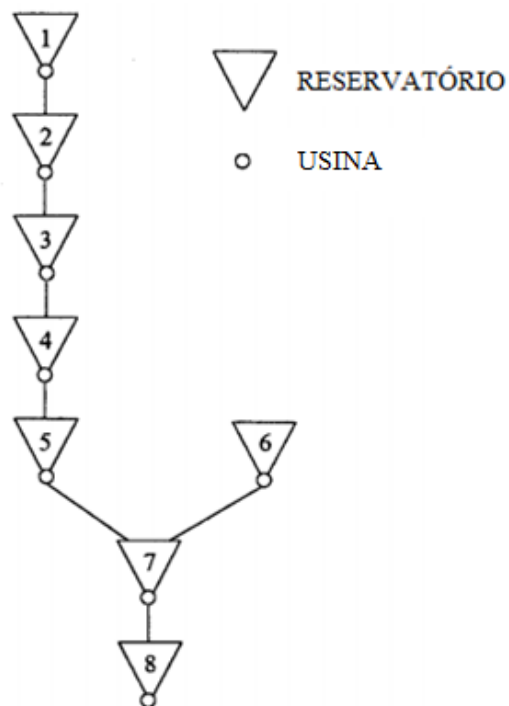
todos os dias. Pode-se obter o volume de água inicial e final dos reservatórios por meio de um procedimento de plano de médio prazo. Consequentemente, as constantes  $Q_i$  (valor futuro da água armazenada) são todos iguais a zero.

Tabela 6.2 – Dados hidráulicos.

I	$\underline{U}_i$	$\bar{U}_i$	$X_i(0)$	$XL_i$	$XU_i$	$\underline{X}_i$	$\bar{X}_i$	$W_i(k)$	$SU_i$
1	2	62	100	152	200	6	225	0,051	110
2	5	163	80	100	150	6	162	0,058	150
3	14	464	790	500	1000	6	1200	0,603	200
4	19	662	33	50	60	6	66	0,051	250
5	18	628	13	8	20	6	26	0,051	350
6	14	479	1200	1000	2000	6	2586	0,199	1500
7	29	985	50	40	100	6	115	0,5	2000
8	30	1028	90	100	150	6	181	0,048	1000

Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

Figura 6.1 - Topologia hidráulica da bacia hidrográfica.



Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

Estendendo o trabalho apresentado em (A. J. Conejo J. M., 2002) pode-se entender melhor a influência da formulação nos lucros da H-CG em 5 diferentes casos. O primeiro caso

é o mesmo apresentado em (A. J. Conejo J. M., 2002) que difere em resultados numéricos apresentado nesta monografia por ter-se considerado o perfil do preço da energia ( $\lambda(k)$ ) de 07 de Dezembro de 2017 apresentado na Tabela 6.8 obtido de (OMIE, 2017). Salienta-se que a H-CG analisada é um gerador que não consegue alterar o preço com seu lance. Ou seja, a produtora não possui poder de mercado, logo seu funcionamento não influenciará o preço horário de fechamento de mercado. Portanto, assume-se que o preço é conhecido.

Considerando que no Caso 1 (caso base) a vazão afluyente ( $W_i(k)$ ) seja a referência normal, o segundo caso simula um período de seca em que a vazão afluyente é reduzida em metade. No terceiro caso, a vazão afluyente é dobrada simulando abundância de água nos reservatórios. Os casos 1, 2 e 3 interpretam o efeito da vazão afluyente sobre o sistema. A Tabela 6.3 abaixo apresenta os valores para cada situação.

Tabela 6.3 – Vazão afluyente de água previsto.

I	$W_i(k)$	$W_i(k)$ Seca	$W_i(k)$ Abundante
1	0,051	0,0255	0,102
2	0,058	0,029	0,116
3	0,603	0,3015	1,206
4	0,051	0,0255	0,102
5	0,051	0,0255	0,102
6	0,199	0,0995	0,398
7	0,5	0,25	1
8	0,048	0,024	0,096

Fonte: Autoria própria.

Para evidenciar o impacto da meta simulou-se o caso 4 e 5. Em ambos os casos é considerada a vazão afluyente na situação de cheia, por ser a mais conveniente. Uma vez que, a solução é infactível para as metas estabelecidas no caso 4 e 5. Para o quarto caso é estabelecido o armazenamento de 0,05% no fim do horizonte de planejamento. Simulando a queda do preço da energia futura. Para isto, alterou-se a meta do volume de água nos reservatórios e manteve-se as constantes  $Q_i$  (valor futuro da água armazenada) iguais a zero. Optou-se por manter  $Q_i = 0$  pela dificuldade de se estabelecer um valor coerente para o mesmo, consideração válida para ambos os casos (4 e 5). Vale salientar que a escolha não interfere na análise desejada. No quinto caso a meta é estabelecida em -0,05%



do volume de água inicial dos reservatórios das usinas. Simulando o aumento do preço da energia futura.

A Tabela 6.4 mostra os valores da inclinação das curvas de desempenho de cada usina para o intervalo inferior do conteúdo de água do reservatório correspondente ( $\rho 1_i(i)$ ). Foi-se implementado uma aproximação linear por partes com 4 blocos. A curva de desempenho para o conteúdo de água intermediário ( $\rho 2_i(i)$ ) e superior ( $\rho 3_i(i)$ ) são obtidas adicionando-se 0,05 e 0,1, respectivamente, a cada inclinação da Tabela 6.4 e são apresentadas na Tabela 6.5 e 6.6, respectivamente. Para cada usina, os blocos da aproximação são de tamanho igual, como mostra a última coluna da Tabela 6.4 ( $\bar{U}_i(i)$ ).

Tabela 6.4 - Aproximação linear por partes da curva de desempenho inferior.

I	$\rho 1_1(i)$	$\rho 1_2(i)$	$\rho 1_3(i)$	$\rho 1_4(i)$	$\bar{U}_i(i)$
1	0,80	0,30	0,20	0,10	15,00
2	0,40	0,30	0,50	0,10	39,50
3	0,20	0,10	0,30	0,20	112,50
4	0,10	0,10	0,05	0,05	160,75
5	0,10	0,40	0,20	0,10	152,50
6	1,30	3,00	1,50	0,80	116,25
7	0,75	1,50	1,20	0,90	239,00
8	0,80	0,30	0,50	0,10	249,50

Fonte: (A. J. Conejo J. M., 2002).

Tabela 6.5 – Aproximação linear por partes da curva de desempenho intermediária.

I	$\rho 2_1(i)$	$\rho 2_2(i)$	$\rho 2_3(i)$	$\rho 2_4(i)$
1	0,85	0,35	0,25	0,15
2	0,45	0,35	0,55	0,15
3	0,25	0,15	0,35	0,25
4	0,15	0,15	0,10	0,10
5	0,15	0,45	0,25	0,15
6	1,35	3,05	1,55	0,85
7	0,80	1,55	1,25	0,95
8	0,85	0,35	0,55	0,15

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6.6 – Aproximação linear por partes da curva de desempenho superior.

I	$\rho_{3_1}(i)$	$\rho_{3_2}(i)$	$\rho_{3_3}(i)$	$\rho_{3_4}(i)$
1	0,90	0,40	0,30	0,20
2	0,50	0,40	0,60	0,20
3	0,30	0,20	0,40	0,30
4	0,20	0,20	0,15	0,15
5	0,20	0,50	0,30	0,20
6	1,40	3,10	1,60	0,90
7	0,85	1,60	1,30	1,00
8	0,90	0,40	0,60	0,20

Fonte: Autoria própria.

Finalmente, a Tabela 6.7 apresenta a potência de saída mínima correspondente a cada curva de desempenho assim como a capacidade de cada usina.

Tabela 6.7 - Limites da potência de saída.

I	$P_{0_1}(i)$	$P_{0_2}(i)$	$P_{0_3}(i)$	$\bar{P}_i$
1	1,440	1,530	1,620	28,62
2	1,896	2,133	2,370	69,52
3	2,700	3,375	4,050	139,05
4	1,929	2,894	3,858	116,38
5	1,830	2,745	3,660	186,66
6	18,135	18,833	19,530	833,28
7	21,510	22,944	24,378	1159,63
8	23,952	25,449	26,946	550,90

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6.8 – Preço estimado da energia em dólar.

K	$\lambda(k)$
1	84,55
2	71,95
3	70,76
4	63,68
5	63,35
6	64,86
7	72,16
8	84,55
9	93,04
10	94,34
11	91,98
12	89,86
13	87,57
14	87,03
15	84,55
16	83,74
17	83,74
18	91,43
19	99,61
20	100,11
21	93,70
22	90,67
23	84,54
24	79,73

Fonte: (OMIE, 2017).

### 6.3. Resultados e discussões

A solução ótima obtida para a função objetivo de maximizar os lucros do agente gerador é mostrada na Tabela 6.9 abaixo, nesta também constam as metas estipuladas (em um caso real seriam estipuladas pelo operador do sistema) para cada caso. Comparativamente, observa-se pelos resultados apresentados, que os lucros do Caso 5 > Caso 3 > Caso 4 > Caso 1 > Caso 2.

Tabela 6.9 – Valor ótimo para a função objetivo em cada caso.

Caso	Meta	Vazão afluyente	Função objetivo [\$]
1	$x_i(24) = X_i(0)$	$W_i(k)$	2297541,559
2	$x_i(24) = X_i(0)$	$W_i(k)$ Seca	1242977,633
3	$x_i(24) = X_i(0)$	$W_i(k)$ Abundante	4013267,459
4	$x_i(24) = X_i(0) * 100,05\%$	$W_i(k)$ Abundante	3319808,382
5	$x_i(24) = X_i(0) * 99,95\%$	$W_i(k)$ Abundante	4643906,365

Fonte: Autoria própria.

Resultado plausível, uma vez que, considerando o Caso 1 (caso base) possuinte da vazão afluyente referência e que os Casos 1, 2 e 3 tem por meta igualar o volume de água final para cada reservatório ao seu valor inicial, em um período de seca (Caso 2) haverá menor volume de água nos reservatórios e consequentemente menor despacho, conforme na Figura 6.10, por outro lado, em um período de cheia (Caso 3) o volume será maior e o despacho será maior, conforme a Figura 6.16. Ao armazenar água do reservatório (Caso 4) o lucro cai em relação ao Caso 3, pois há menos água disponível para despachar no mercado do dia seguinte, conforme Tabela 6.10. No Caso 5 o lucro é maior por ter mais volume de água disponível para despachar no mercado do dia seguinte, conforme Tabela 6.10. Nos Casos 1, 2 e 3 o lucro é alterado pelo efeito da vazão afluyente que será discorrido na seção 6.3.1. Já nos Casos 4 e 5 é evidenciada o impacto da meta sobre os lucros e será analisado na seção 6.3.2.

As mesmas configurações foram rodadas no *solver* desconsiderando os custos de partida, os resultados se encontram na Tabela 6.10. Para todos os casos nota-se o aumento nos lucros em relação à configuração original. Além disso, a ausência de custo de partida altera a programação das usinas. Vale salientar, que os resultados obtidos na seção 6.3.1 e 6.3.2 consideram os custos de partida.

Tabela 6.10 – Valor ótimo para a função objetivo em cada caso.

Caso	Função objetivo sem custo de partida [\$]	Desvio
1	2304539,910	0,30%
2	1251136,431	0,66%
3	4018487,895	0,13%
4	3325448,501	0,17%
5	4645439,079	0,03%

Fonte: Autoria própria.

### 6.3.1. Efeito da vazão afluyente

Para ilustrar os resultados obtidos, a usina 5 foi selecionada. As outras usinas se comportam de forma semelhante, conforme apresentado por exemplo na Figura 6.6. Vale salientar que, a seleção se deve a meros fins ilustrativos.

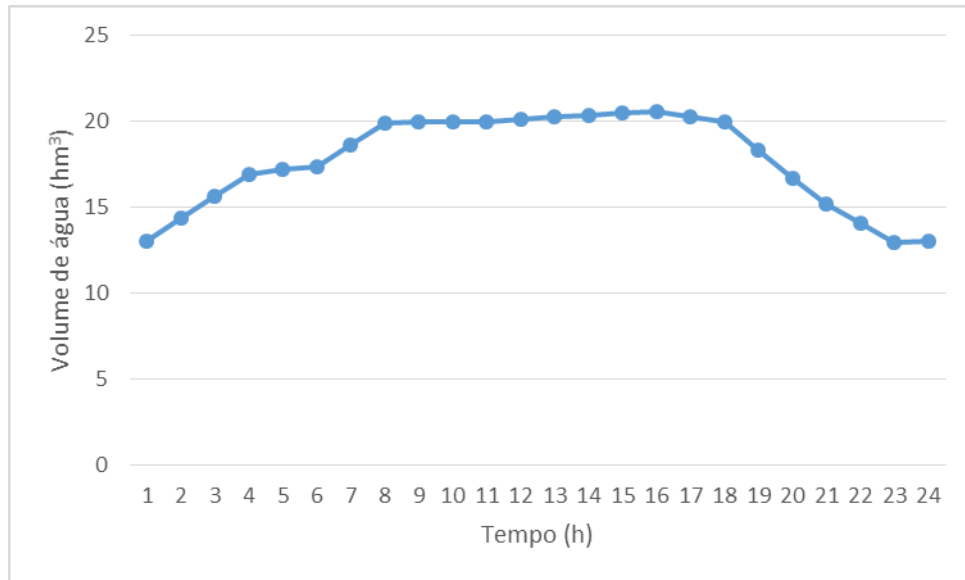
#### 6.3.1.1. Caso 1: caso base

As figuras de 6.2 a 6.5 mostram a evolução do volume de água, lucros, a vazão turbinada e a potência de saída da usina 5 ao longo de 24 horas, respectivamente. Observa-se nestas figuras que a usina despacha maior potência nos horários de maior preço da energia. A usina armazena água entre os períodos de 1 a 8 sendo seguido de preços mais altos nos horários seguintes. No período de 8 a 18 o volume de água está acima de 20 hm<sup>3</sup>, conforme Figura 6.2, fazendo uso da curva de desempenho 3 (superior), rendendo assim grandes lucros. Por outro lado, nota-se que no período 17 a 23, que corresponde à preços altos, o volume de água reduz para abaixo de 20 hm<sup>3</sup> para poder alcançar o objetivo de 13 hm<sup>3</sup> no fim do dia (meta da usina).

Vale mencionar também que a produção no terceiro bloco da linearização da curva de desempenho é uma consequência da necessidade de despachar energia no período de alta do

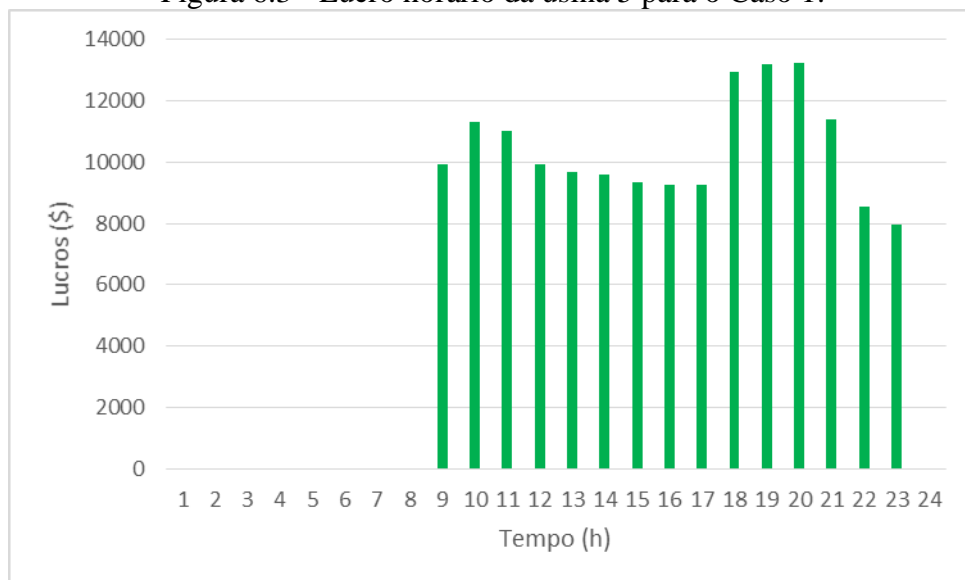
preço, relacionada ao armazenamento posterior de água e no caso do período 20 e 21 de atingir a meta desejada de volume no fim do dia também.

Figura 6.2 - Volume de água do reservatório associado à usina 5 para o Caso 1.



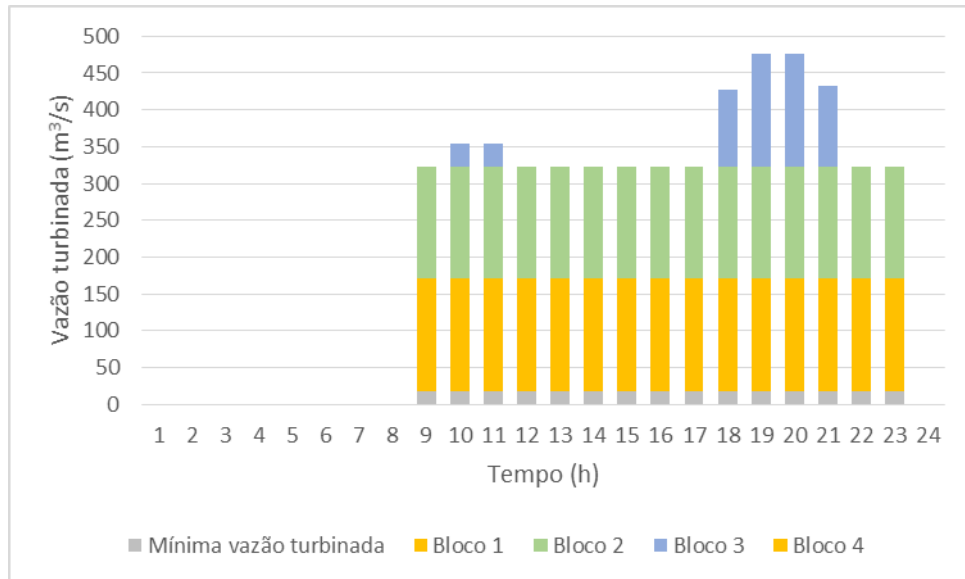
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.3 - Lucro horário da usina 5 para o Caso 1.



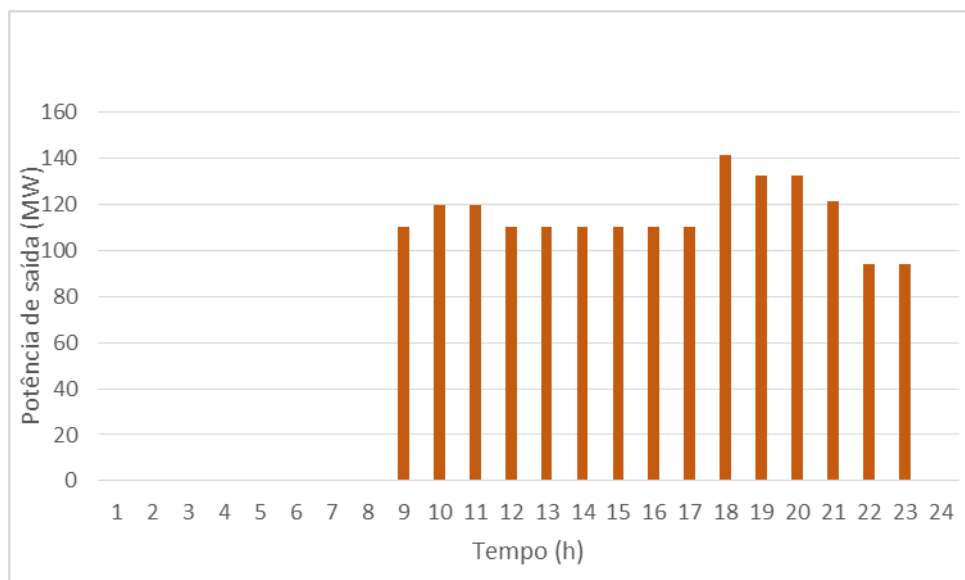
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.4 - Vazão turbinada horária da usina 5 para o Caso 1.



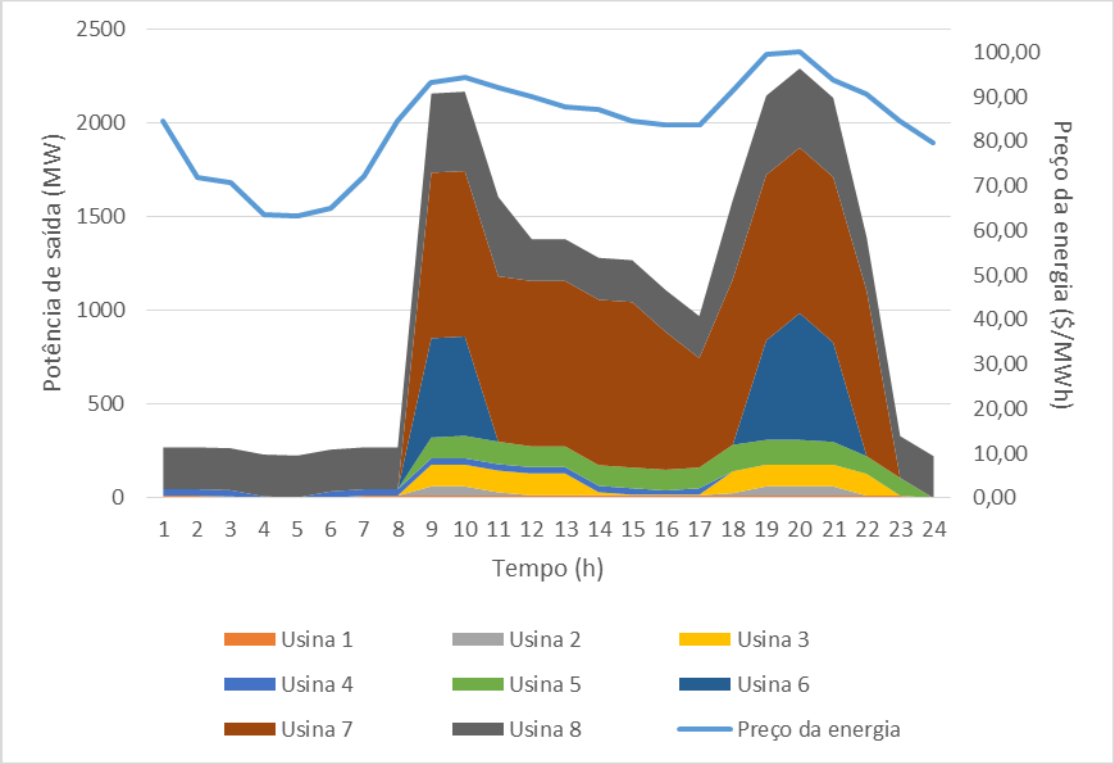
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.5 - Potência de saída horário da usina 5 para o Caso 1.



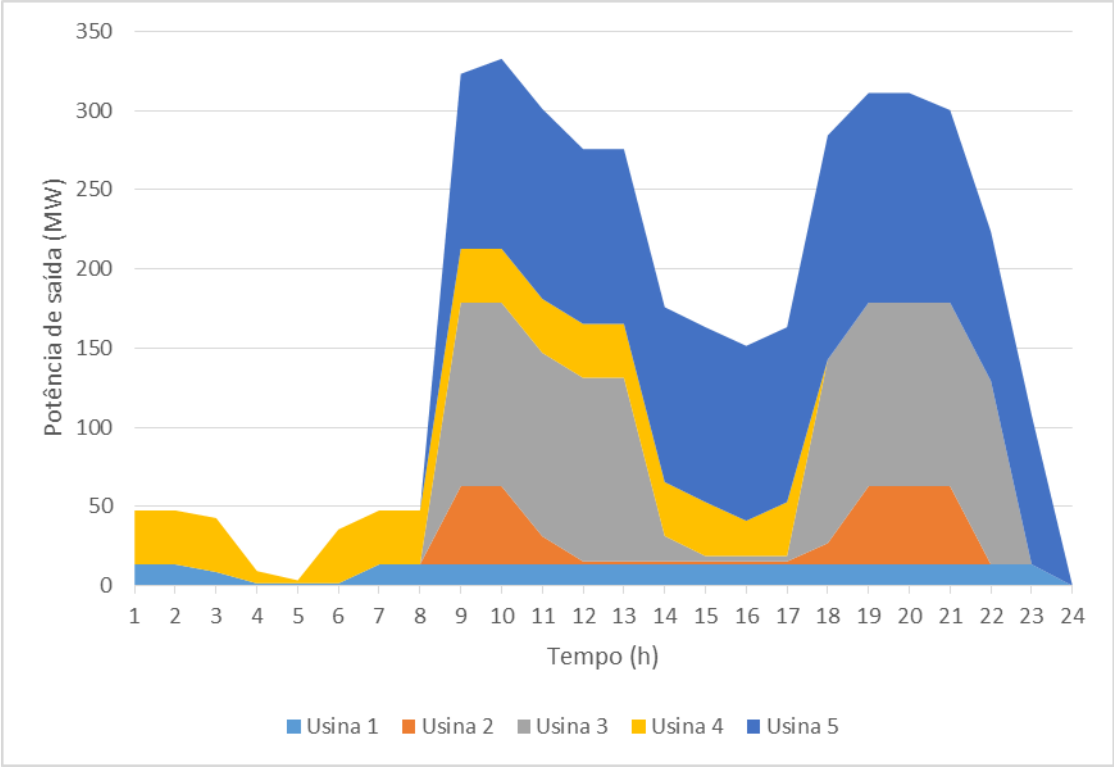
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.6 - Perfil do preço da energia e programação de produção para o Caso 1.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.7 - Programação de produção das usinas 1 a 5 para o Caso 1.



Fonte: Autoria própria.

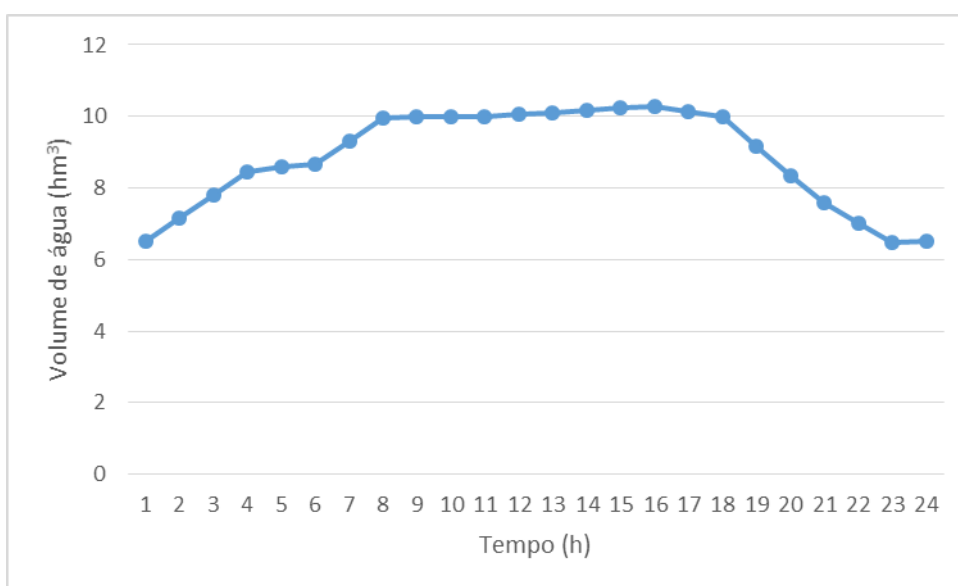


### 6.3.1.2. Caso 2: situação de seca

As figuras 6.8 a 6.11 mostram a evolução do volume de água, lucros, a vazão turbinada e a potência de saída da usina 5, respectivamente, ao longo de 24 horas para o caso de seca. Neste caso, simula-se um período de seca. Observa-se nestas figuras que a usina 5 opera somente nos horários de maior preço da energia, assim como a maioria das usinas, conforme Figura 6.11. A usina armazena água entre os períodos de 1 a 8, uma vez que os preços são maiores nos horários seguintes. Nos períodos de 8 a 18 o volume de água oscila em torno de 10 hm<sup>3</sup>, conforme Figura 6.8, utilizando da curva de desempenho 2 (intermediária), no entanto, produz apenas nos períodos de 9 a 11, que apresentam os maiores preços da energia no mercado. O mesmo ocorre no período 18 a 22, porém o volume de água reduz para abaixo de 10 hm<sup>3</sup> para poder alcançar o objetivo de 6 hm<sup>3</sup> no fim do dia (meta da usina), que também é o volume mínimo do reservatório associado à usina 5.

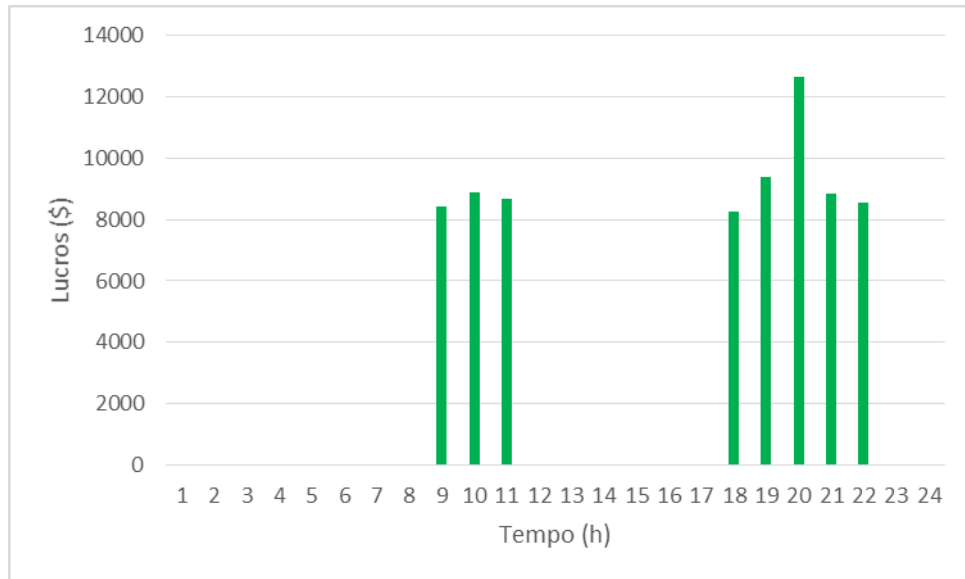
Vale mencionar também que apenas no período 20 a produção corresponde ao terceiro bloco da linearização da curva de desempenho, com uma inclinação de  $0,25 \left[ \frac{MW}{m^3/s} \right]$ . Isto se explica pela necessidade de despachar energia no período de alta do preço e também atingir a meta desejada de volume no fim do dia.

Figura 6.8 - Volume de água do reservatório associado à usina 5 para o Caso 2.



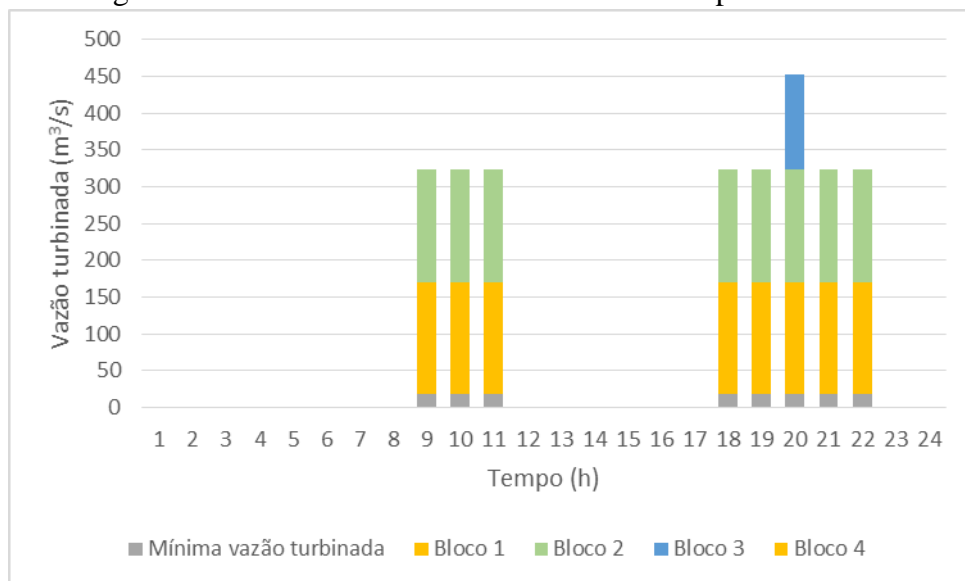
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.9 - Lucro horário da usina 5 para o Caso 2.



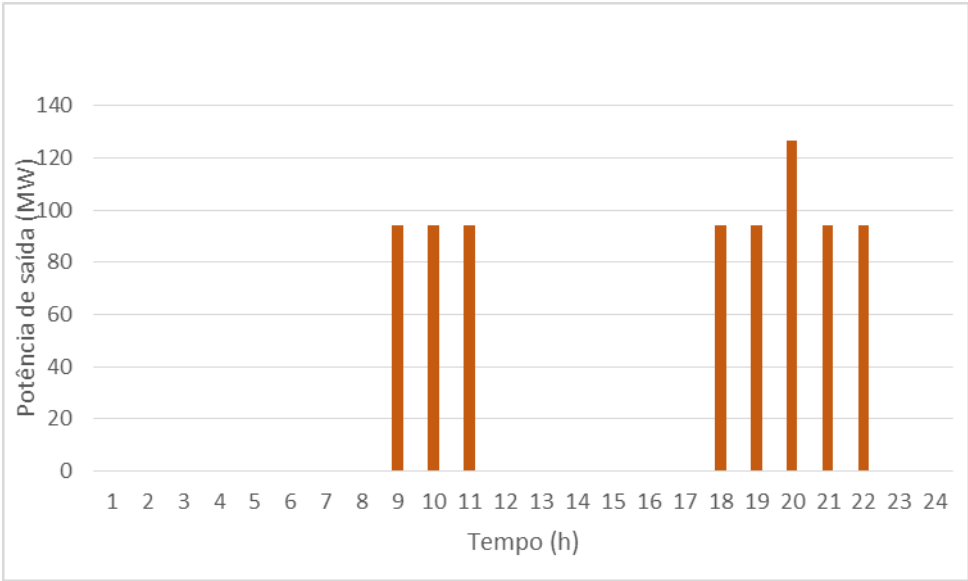
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.10 - Vazão turbinada horária da usina 5 para o Caso 2.



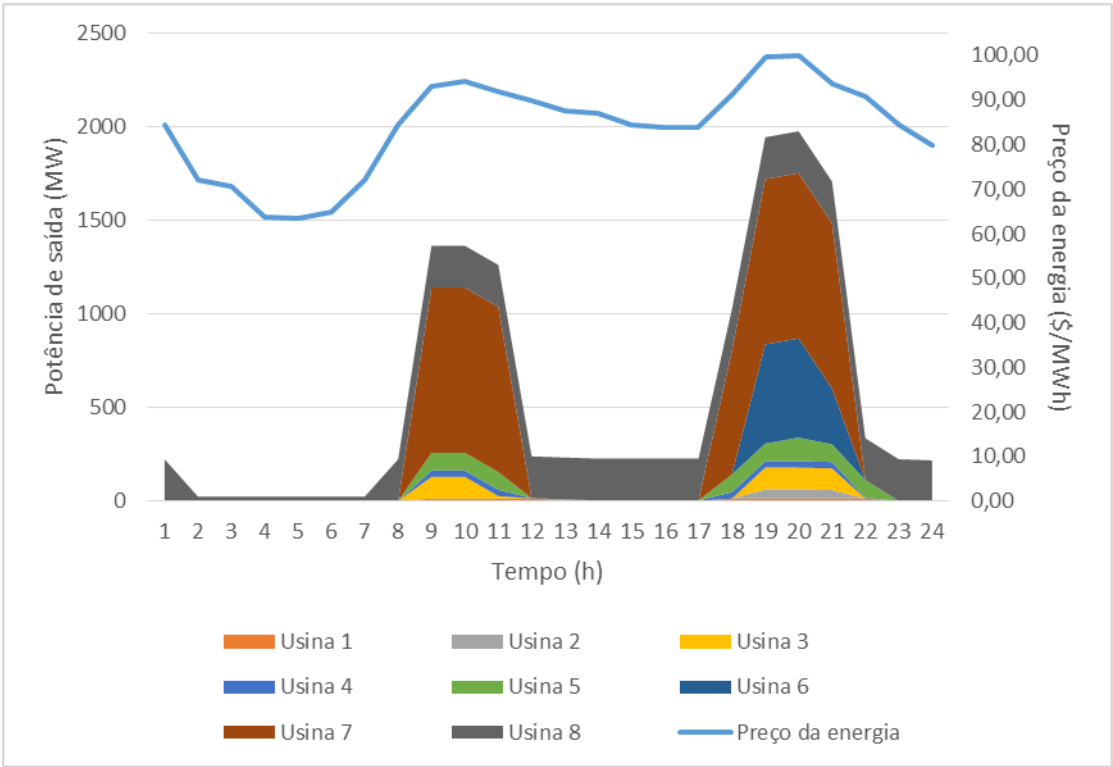
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.11 - Potência de saída horário da usina 5 para o Caso 2.



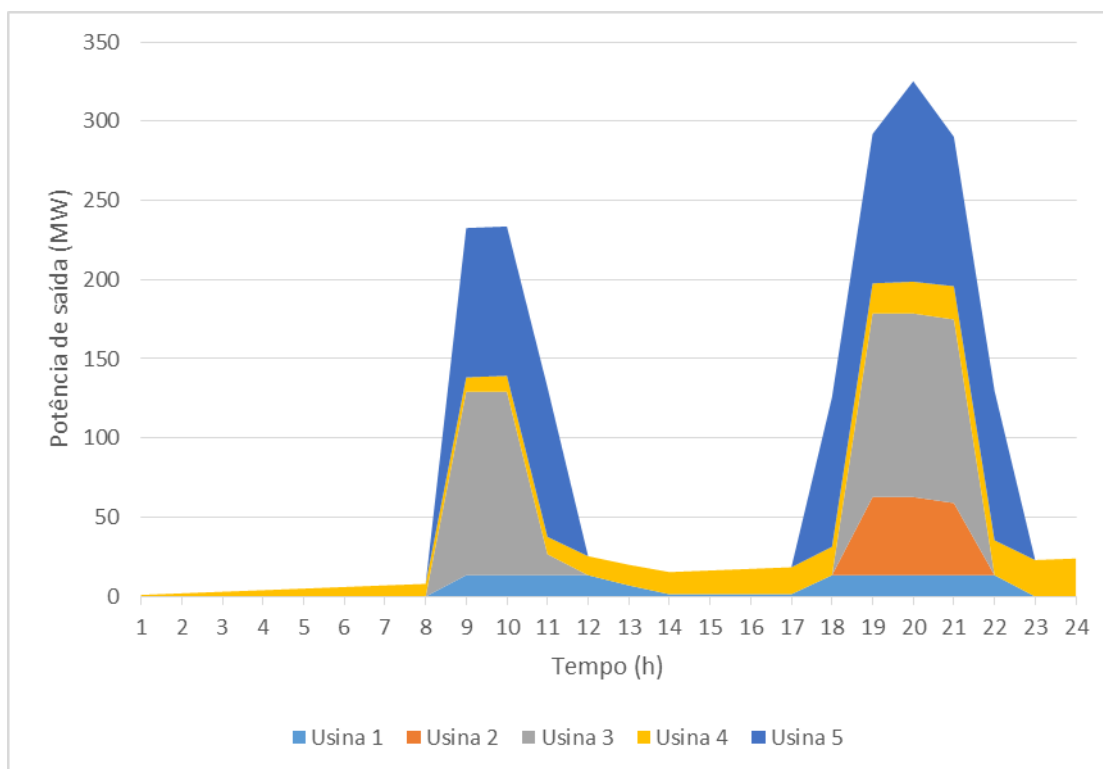
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.12 - Perfil do preço da energia e programação de produção para o Caso 2.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.13 - Programação de produção das usinas 1 a 5 para o Caso 2.

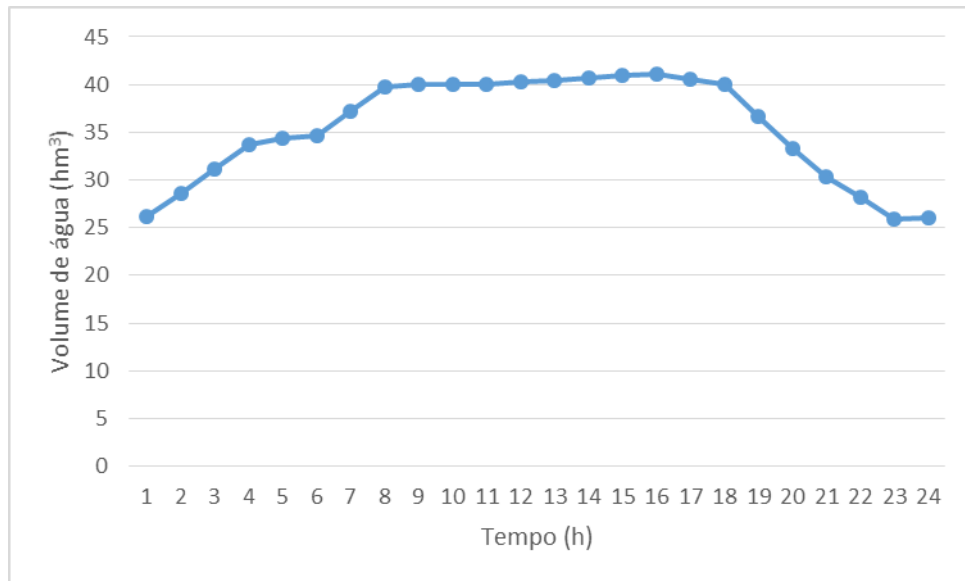


Fonte: Autoria própria.

### 6.3.1.3. Caso 3: situação de cheia

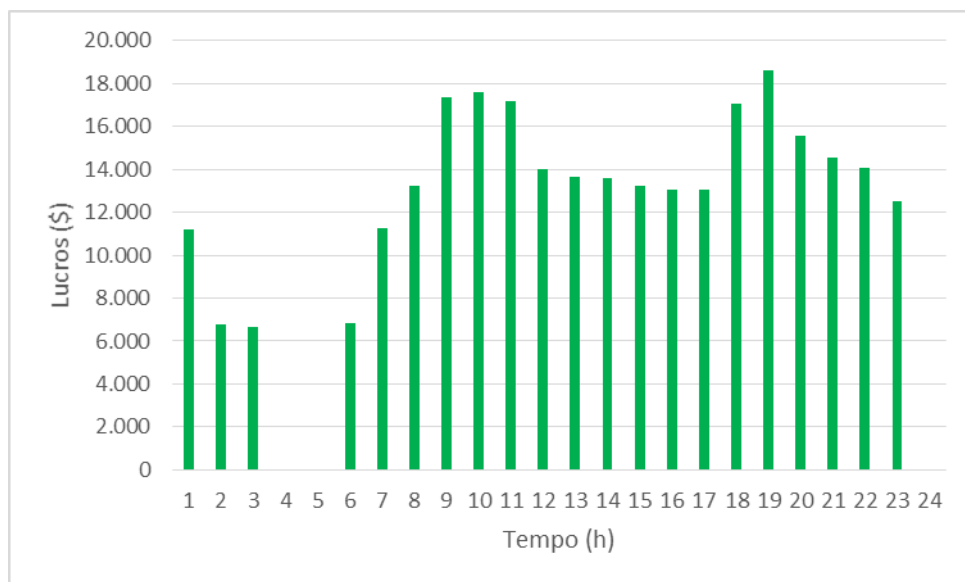
As figuras 6.14 a 6.17 mostram a evolução do volume de água, lucros, a vazão turbinada e a potência de saída da usina 5, respectivamente, ao longo de 24 horas para o caso de cheia. Observa-se nestas figuras que a abundância de água permite que a usina opere na curva de desempenho 3 durante todo o horizonte de planejamento, pois o volume de água é maior que  $20 \text{ hm}^3$  durante todas as 24 horas. Nos períodos 4 e 5 (menor preço para a energia) ocorre armazenamento de água para posterior despacho no período de alta do preço. O grande volume de água (aproximadamente  $40 \text{ hm}^3$ , ver Figura 6.14) nos períodos de 9 a 11, 18 e 19 permite que a usina 5 opere em sua capacidade máxima, condizendo o preço alto da energia (ver Figura 6.18 e 6.19). Nos períodos 9 a 11 e 18 a 23 a produção corresponde ao último bloco da linearização da curva de desempenho, com uma inclinação de  $0,20 \left[ \frac{\text{MW}}{\text{m}^3/\text{s}} \right]$ . Isto se explica pela necessidade de despachar energia no período de alta do preço e também atingir a meta estipulada pelo operador do sistema de volume no fim do dia.

Figura 6.14 - Volume de água do reservatório associado à usina 5 para o Caso 3.



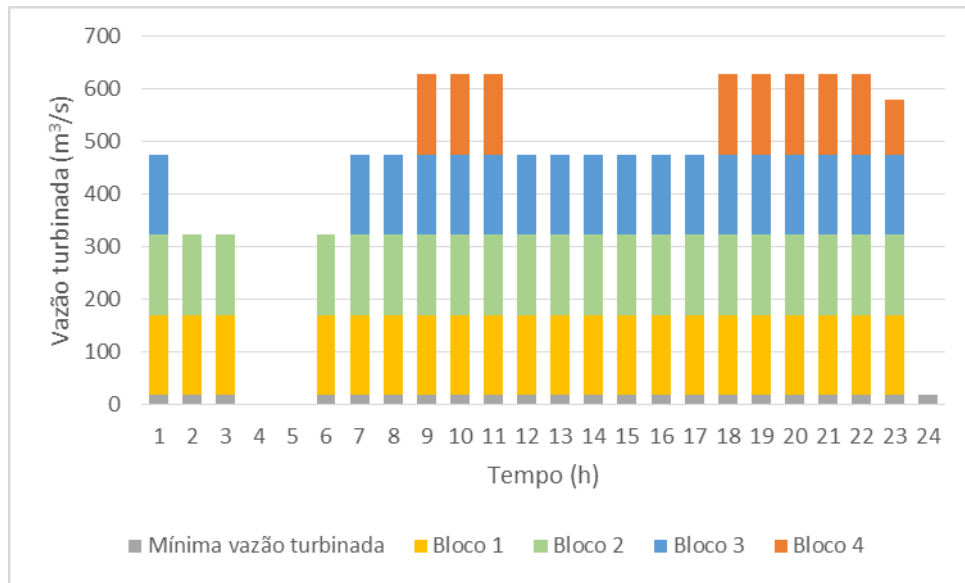
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.15 - Lucro horário da usina 5 para o Caso 3.



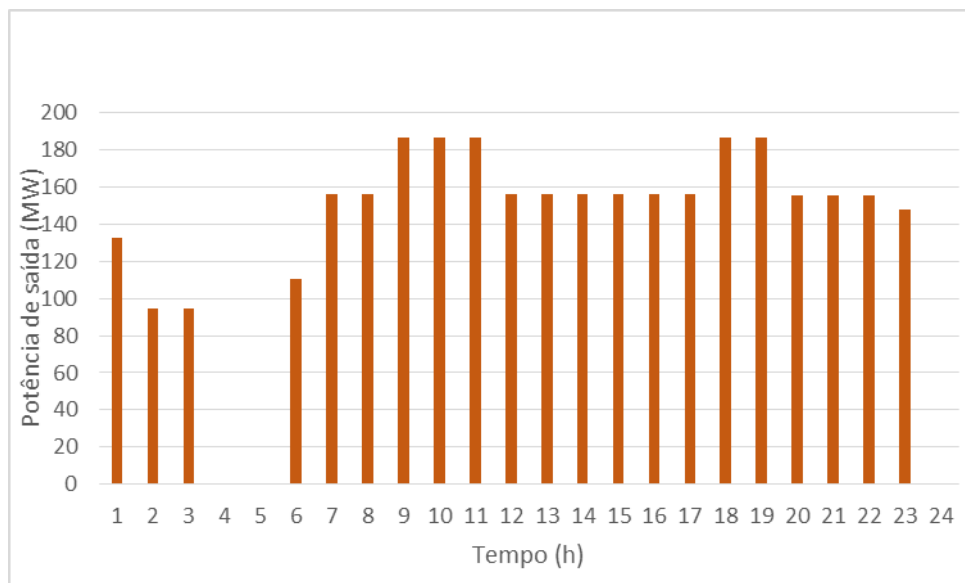
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.16 - Vazão turbinada horária da usina 5 para o Caso 3.



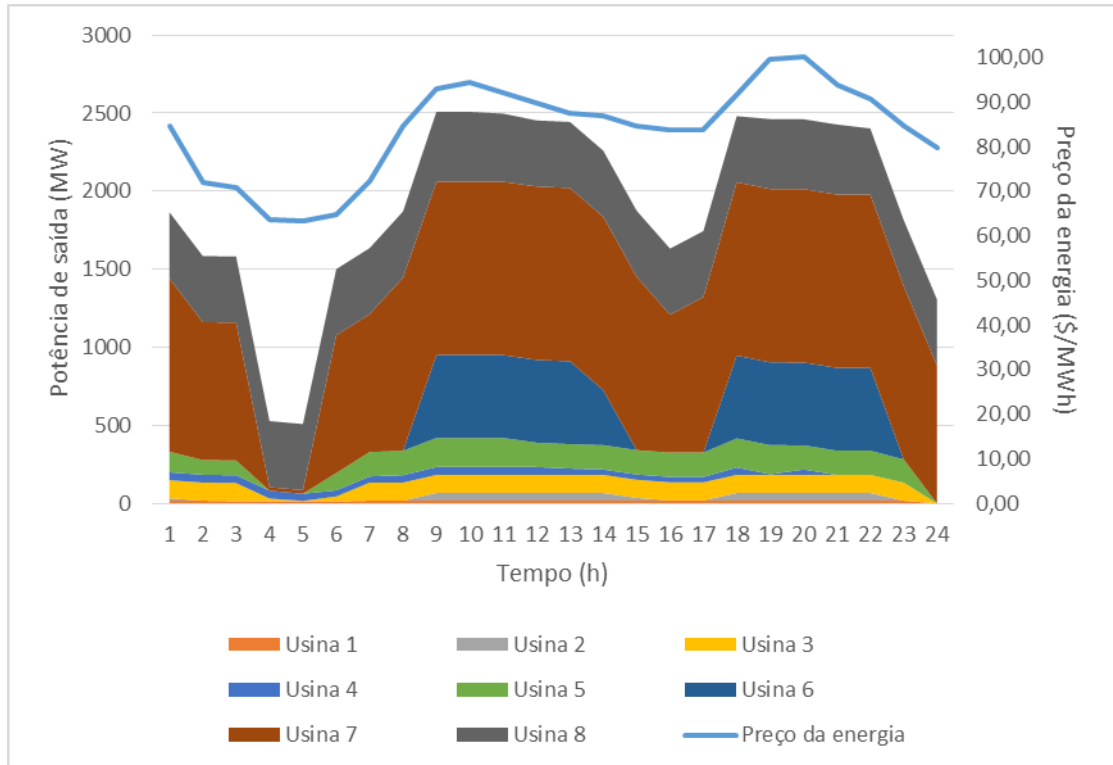
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.17 - - Potência de saída horária da usina 5 para o Caso 3.



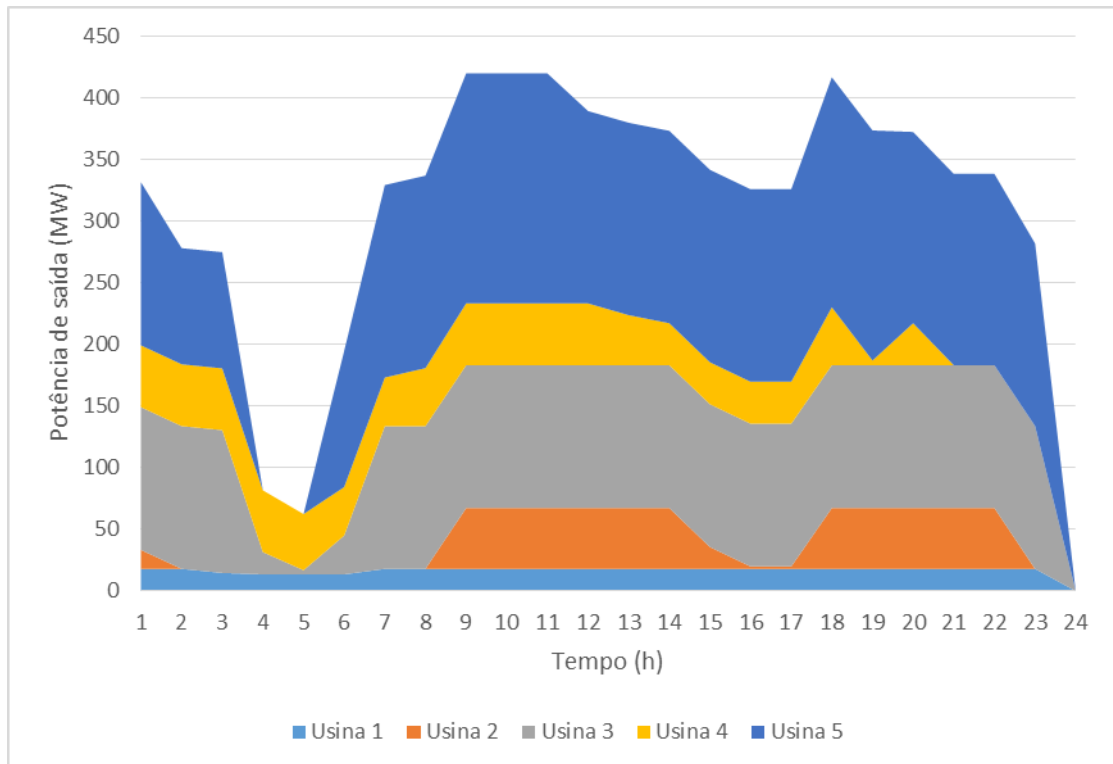
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.18 - Perfil do preço da energia e programação de produção para o Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.19 - Programação de produção das usinas 1 a 5 para o Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

### 6.3.2. Impacto da meta

Para esta análise, considera-se a vazão afluyente na situação de cheia. A Tabela 6.11 apresenta o lucro determinado pela função objetivo nos casos 3, 4 e 5. Pela mesma, observa-se que o lucro no Caso 5 é o maior. Simulando uma futura cheia, 0,5% a mais pôde ser despachada no mercado do dia seguinte. Em contraste à este caso, no Caso 4 simula-se uma futura seca, 0,5% do valor inicial de água de cada reservatório associado a usina  $i$  foi armazenado, e portanto, não despachado no mercado do dia seguinte. A meta está correlacionada ao armazenamento de água e tem grande influência nos lucros.

Tabela 6.11 – Lucro associado à meta estabelecida.

Caso	Meta	Lucro [\$]
3	$x_i(24) = X_i(0)$	4.013.267,459
4	$x_i(24) = X_i(0) * 100,05\%$	3.319.808,382
5	$x_i(24) = X_i(0) * 99,95\%$	4.643.906,365

Fonte: Autoria própria.

### 6.3.3. Impacto da discretização da Função de produção

Nesta seção dá-se ênfase ao impacto da discretização da Função de produção sobre a função objetivo. Para tal, considera-se apenas uma curva de desempenho para cada usina, sendo que o modelo apresentado na seção 4 utiliza 3. Ou seja, considera-se apenas uma das curvas - inferior, intermediária ou superior – para cada Caso apresentado na seção 6, assim negligencia-se a dependência do volume à potência.

As tabelas de 6.12 a 6.16 apresentam os resultados para seu respectivo caso e curva e o desvio em relação ao lucro apresentado na Tabela 6.9. Pelas mesmas, conclui-se que o efeito de não considerar a dependência não linear entre a potência de saída, a vazão turbinada e o volume de água do reservatório implica em um desvio considerável nos lucros. Podendo também influenciar na programação das usinas.



Tabela 6.12 – Valor ótimo da função objetivo sem a discretização para o Caso 1.

Caso 1		
Curva	Lucro [\$]	Desvio
1	2.187.754,359	-4,78%
2	2.360.176,170	2,73%
3	2.532.666,859	10,23%

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6.13 - Valor ótimo da função objetivo sem a discretização para o Caso 2.

Caso 2		
Curva	Lucros [\$]	Desvio
1	1.191.561,633	-4,14%
2	1.280.492,036	3,02%
3	1.369.575,564	10,19%

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6.14 - Valor ótimo da função objetivo sem a discretização para o Caso 3.

Caso 3		
Curva	Lucros	Desvio
1	3.808.755,520	-5,10%
2	4.133.411,778	2,99%
3	4.458.882,202	11,10%

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6.15 - Valor ótimo da função objetivo sem a discretização para o Caso 4.

Caso 4		
Curva	Lucros	Desvio
1	3.145.562,653	-5,25%
2	3.422.523,816	3,09%
3	3.700.558,813	11,47%

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6.16 - Valor ótimo da função objetivo sem a discretização para o Caso 5.

Caso 5		
Curva	Lucros	Desvio
1	4.396.817,916	-5,32%
2	4.770.622,696	2,73%
3	5.144.468,142	10,78%

Fonte: Autoria própria.

#### 6.3.4. Impacto da não concavidade das curvas de desempenho

Nesta seção dá-se ênfase ao impacto da não concavidade das curvas de desempenho sobre a função objetivo. Para tal, considera-se as três curvas de desempenho côncavas. Ou seja, em uma mesma curva as inclinações de cada bloco  $l$  é o mesmo. Pode-se então simplificar a inclinação das curvas como apresentado na Tabela 6.17. A Tabela 6.18 apresenta os resultados para cada caso e seu respectivo desvio em relação ao lucro apresentado na Tabela 6.9. Vale salientar, que o impacto foi negativo em todos os casos.

Tabela 6.17 – Inclinação das três curvas de desempenho côncavas para cada usina  $i$ .

Usina	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
1	0,35	0,40	0,45
2	0,33	0,38	0,43
3	0,20	0,25	0,30
4	0,08	0,13	0,18
5	0,20	0,25	0,30
6	1,65	1,70	1,75
7	1,09	1,14	1,19
8	0,43	0,48	0,53

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6.18 – Valor ótimo da função objetivo com o modelo ds três curvas de desempenho côncavas.

Caso	Lucro [\$]	Desvio
1	2.041.372,941	-11,15%
2	1.048.753,755	-15,63%
3	3.814.959,487	-4,94%
4	3.125.236,615	-5,86%
5	4.443.175,546	-4,32%

Fonte: Autoria própria.

## 7. CONCLUSÃO

Esta monografia considera o mercado de energia *pool*. O modelo descrito é uma ferramenta para o agente gerador hidrelétrico utilizar para a autoprogramação de suas usinas. O objetivo é de maximizar o lucro da empresa possadora das usinas pela venda de energia no mercado do dia seguinte. O modelo de programação proposto é o linear inteiro-misto para cada usina  $i$  considerando a relação não linear e não côncava 3-D do volume do reservatório, da potência de saída e da vazão turbinada. São considerados também os custos de partida.

O modelo foi simulado em diferentes situações para enfatizar sua utilidade. Considerando-se os cinco casos apresentados em 6.3 o maior desvio observado quando desconsiderado os custos de partida é no Caso 2 de 0,66%. Além do aumento nos lucros, a omissão do mesmo pode ocasionar alteração na programação da usina, uma vez que um termo da função objetivo foi anulado. O efeito da vazão afluyente foi analisado pelos resultados obtidos na seção 6.3.1, reforçando a eficiência da formulação em situação adversas como de seca e cheia. A usina armazena e despacha potência em acordo com o perfil de preço adotado e meta estabelecida. Na seção 6.3.2 a formulação foi testada ao se alterar a meta, e mostrou também resultado plausível, apresentados na Tabela 6.11.

O modelo matemático adotado também foi testado. Enfatizando a influência da discretização da função de produção sobre a função objetivo, em 6.3.3 negligenciou-se a dependência do volume à potência e assim foi observado desvio considerável nas tabelas 6.12 a 6.16. Podendo também influenciar na programação das usinas. Na seção 6.3.4 considerou-se três curvas de desempenho côncavas, ao aplicar estas curvas nota-se pela Tabela 6.18 que o impacto é negativo em todos os casos. O modelo foi assim testado com êxito.

O trabalho apresentado nesta monografia trabalha com vazão afluyente e o preço de energia previstos. Para melhoria futura desta pesquisa, seria interessante também ao invés de utilizar valores previstos propor a discretização destes e fazer um modelo estocástico. Logo, utilizar cenários de vazão e/ou cenários de preço. Para isto, haveria a necessidade de modelos auxiliares que gerassem estes cenários e teoricamente resultariam numa análise mais realística por considerar as características estocásticas destes cenários. Também seria interessante no ponto de vista computacional, propor outras técnicas de linearização que não falam uso de variáveis binárias. Uma vez que o modelo apresentado utiliza variáveis binárias e em modelos de grande porte estas variável poderiam até inviabilizar o uso do modelo por ficar muito

corpulento. Outras formas de linearização, que não façam uso de variáveis binárias na formulação

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A. Brooke, D. K. (2000). *IBM CPLEX 7.0 User Notes*. Washington, DC: GAMS Development Corp.
- A. J. Conejo, J. C. (2002, Maio). Optimal response of an oligopolistic generating company to a competitive pool-based electric power market. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, pp. 424–430.
- A. J. Conejo, J. M. (2002, Novembro). Self-Scheduling of a Hydro Producer in a Pool-Based Electricity Market. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, pp. 1265-1271.
- A. J. Conejo, M. C. (2010). *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Ciudad Real: Springer.
- Angelus, A. (2001, Abril). Electricity price forecasting in deregulated markets. *Electricity J.*, pp. 32–41.
- Arenales, M., Armentano, V., Morabito, R., & Yanasse, H. (2007). *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda.
- B. R. Szkuta, L. A. (1999, Agosto). Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, pp. 851–857.
- Bubenko, H. H. (1986, Fevereiro). Applications of decomposition techniques to short-term operation planning of hydro thermal power systems. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. PWR-1, pp. 41–47.
- CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. [S.l.]: Springer, 2010.
- CPLEX 12. (2015, Maio 20). Retrieved from GAMS: [http://www.gams.com/dd/docs/solvers/cplex/index.html#CPLEX\\_THE\\_GAMS\\_CPLEX\\_OPTIONS\\_FILE](http://www.gams.com/dd/docs/solvers/cplex/index.html#CPLEX_THE_GAMS_CPLEX_OPTIONS_FILE)
- F. J. Nogales, J. C. (2002, Maio). Forecasting next-day electricity prices by time series models. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, pp. 342–348.
- G. W. Chang, M. A. (2001, Novembro). Experiences with mixed integer linear programming based approaches on short-term hydro scheduling. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 16, pp. 743–749.

- H. Brännlund, J. A. (1986, Setembro/Outubro). Optimal short term operation planning of a large hydrothermal power system based on a nonlinear network flow concept. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PWR-1, pp. 1154–1161.
- J. J. González, & P. (1999). Spanish power exchange market and information system. Design concepts, and operating experience. *Proc. IEEE 21st Int. Conf. Power Industry Comput. Applicat.*, (pp. pp. 245–252). Santa Clara, CA.
- J. M. Arroyo, & A. (2000, Agosto). Optimal response of a thermal unit to an electricity spot market. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, pp. 1098–1104.
- K. W. Cheung, P. S. (2000, Agosto). Energy and ancillary service dispatch for the interim ISO New England electricity market. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, pp. 968–974.
- Leilões. (2015, Julho 05). Retrieved from CCEE: [http://www.ccee.org.br/portal/faces/oquefazemos\\_menu\\_lateral/leiloes?\\_adf.ctrlstate=113adiry9\\_58&\\_afLoop=425202426751425#%40%3F\\_afLoop%3D425202426751425%26\\_adf.ctrl-state%3D150011g0ex\\_4](http://www.ccee.org.br/portal/faces/oquefazemos_menu_lateral/leiloes?_adf.ctrlstate=113adiry9_58&_afLoop=425202426751425#%40%3F_afLoop%3D425202426751425%26_adf.ctrl-state%3D150011g0ex_4)
- O. B. Fosso, A. G. (1999, Fevereiro). Generation scheduling in a deregulated system. The norwegian case. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, pp. 75-81.
- O. Nilsson, & D. (1997, Fevereiro). Hydro unit start-up costs and their impact on the short term scheduling strategies of Swedish power producers. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, pp. 38–44.
- O. Nilsson, & D. (1997, Maio). Variable splitting applied to modeling of start-up costs in short term hydro generation scheduling. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, pp. 770–775.
- O. Nilsson, L. S. (1998, Agosto). Integer modeling of spinning reserve requirements in short term scheduling of hydro systems. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 13, pp. 959–964.
- R. A. Ponrajah, J. W. (1998, Agosto). Systems to optimize conversion efficiencies at Ontario Hydro's hydroelectric plants. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 13, pp. 1044–1050.
- T. S. Dillon, K. W. (1978, Novembro/Dezembro). Integer programming approach to the problem of optimal unit commitment with probabilistic reserve determination. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-97, pp. 2154–2166.
- X. Guan, A. S.-A. (1999, Fevereiro). Scheduling hydro power systems with restricted operating zones and discharge ramping constraints. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, pp. 126–131.
- OMIE. (2017). Retrieved from Operador de mercado do mercado de energia da Espanha: <http://www.omie.es/>