chapter 1 : Introduction

시작 날짜 --> 미팅 날짜	@2022년 8월 16일 → 2022년 9월 5일

▼ 1.1 Computational Dynamics / 2

- 컴퓨터의 발전에 따라 mechanical, aerospace시스템의 분석에 있어서 computational analysis가 굉장히 중요해짐.
- Classical approach 중 Newtonian과 Lagrangian기법이 high-speed digital computer에 적합했다.
- Classic, modern한 기법으로 강체 (Rigid Body)를 kinematic, dynamic하게 해석하는 방법을 소개한다.
- 대부분의 문제는 multibody system의 EOM 식을 만들고 풀 때, merits나 limitations을 고려할 때 생긴다. => Computational Dynamics가 필요한 이유
- Computational dynamics은 유니크하지 않은 해석 기법들 중, system에 맞는 적용법을 가르쳐 줄 것임.

[표1] System configuration을 정의할 때 coordinate의 선택법.

	Small number of coordinates	Large number of coordinate
[장점]	풀어야 할 방정식의 수를 줄여 줌.	단순하고 적은 coupled equation이 생김.
[단점]	항상 complex system of equation을 만듦. (복소 방정식 생김)	

- 일반적으로, multibody system은 rigid multibody거나 flexible multibody이다. (보통 질량 없는 스프링, 댐퍼, actuactor와 함께 쓰임)
- flexible의 경우 모양이 변경됨(deformable). 따라서 강체와 달리 모양이 변하며, 그것의 관성과 elastic property가 시간에 대한 함수이다. ⇒해석이 힘듦
- 본 책에서는 rigid multibody system에 대해서만 다룰 것임.

▼ 1.2 Motion and Constraints / 3

- 많은 mechanical system들은 joint로 체결된 여러 body로 구성되며, spring, damper, actuator와 같은 힘 요소들을 받는다.
- joint의 경우, 시스템의 mobility 제어, 시스템 모션의 제한 등에 사용된다.

- joint와 힘 요소(force elements)를 사용해 시스템이 어떤 일을 행하도록 설계한다.

Unconstrained motion

- 강체 (rigid body)는 translations와 rotations 변위로 구성된다.
- translational motion은 간단함. but, finite rotation은 geometric nonlinearities이므로 문제가 된다.

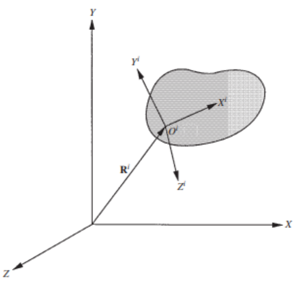


Figure 1.2 Rigid body displacement

[강체의 상대좌표]

- body i라는 강체에 일반적인 변위는 inertial XYZ좌표계로 나타내야 한다.

그러나 원점이 O^i인 상대좌표계로 translations와 rotations를 나타내면, non linear했던 회전좌표를 linear하게 나타낼 수 있다.

- 3 차원 공간에서 (spatial analysis) 구속되지 않은 강체는 6개의 coordinates를 가진다. (perpendicular 축인 X,Y,Z 축을 따라 translation 3개, 3 개의 축에 대한 회전 3 개)

Mechanical joints

- joint와 force elements로 연결된 mechanical system은 임의의 변위에 대해 자유롭지 못하다.
- force elements의 경우 여러 방향의 motion에 영향을 줄 수도 있지만, spring과 damper의 경우 완전히 독립좌표 (independent coordinate)의 수를 줄이지 못할 수도 있음.
- joint의 경우는 체결된 body의 자유도를 온전히 제거한다. (joint의 종류에 따라 제거되는 독립좌표가 달라진다.)

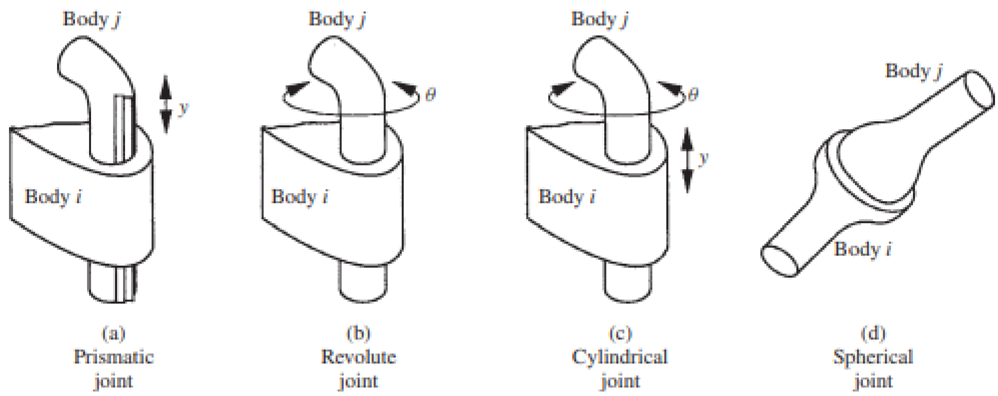


Figure 1.3 Mechanical joints

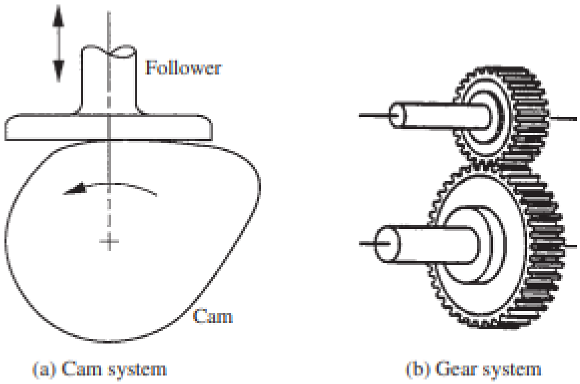
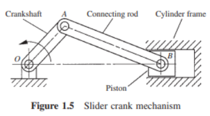


Figure 1.4 Cam and gear systems

▼ 1.3 Degrees of Freedom / 6

- 시스템의 DOF 즉, 자유도는 독립좌표의 수이다.



[예시] Slider Crank

body가 총 4개로 이루어짐. (crankshaft, connecting rod, cylinder frame, piston)

3개의 revolute joint, 1개의 prismatic joint (병진 조인트)

결과적으로, 한 개의 자유도를 가지게 됨.

⇒ 1 개의 independent 변수로 전체 시스템을 제어할 수 있음. (motor나 actuator 1개로 제어가능)

- 자유도 DOF의 값은 시스템의 위상에 따라 유니크한 값이다.
- DOF값 설정은 다를 수 있다. (slider crank도 DOF=1이지만, Crankshaft를 회전할지, 피스톤을 병진운동 시킬지 설정할 수 있음)

▼ 1.4 Kinematic Analysis / 9

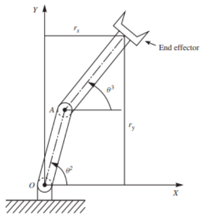


Figure 1.9 Two-degree-of-freedom robot manipulator

[2 자유도계의 End effector점을 독립좌표로 나타내는법]

- 변위
- 속도
- 가속도

$$\left.\begin{aligned} r_x &= l^2 \cos\theta^2 + l^3 \cos\theta^3 \\ r_y &= l^2 \sin\theta^2 + l^3 \sin\theta^3 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{r}_x &= -\dot{\theta}^2 l^2 \sin\theta^2 - \dot{\theta}^3 l^3 \sin\theta^3 \\ \dot{r}_y &= \dot{\theta}^2 l^2 \cos\theta^2 + \dot{\theta}^3 l^3 \cos\theta^3 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \ddot{r}_x &= -\ddot{\theta}^2 l^2 \sin\theta^2 - \ddot{\theta}^3 l^3 \sin\theta^3 - (\dot{\theta}^2)^2 l^2 \cos\theta^2 - (\dot{\theta}^3)^2 l^3 \cos\theta^3 \\ \ddot{r}_y &= \ddot{\theta}^2 l^2 \cos\theta^2 + \ddot{\theta}^3 l^3 \cos\theta^3 - (\dot{\theta}^2)^2 l^2 \sin\theta^2 - (\dot{\theta}^3)^2 l^3 \sin\theta^3 \end{aligned}\right\}$$

변위를 나타낸 후 미분을 통해 가속도까지 식을 구할 수 있음.

- kinematically driven system : DOF의 수만큼 독립좌표의 값을 알고 있다면, force equation없이 system configuration을 알 수 있음.
- dynamically driven system : DOF 수보다 1개 이상 독립좌표 값을 모른다면, force equation을 통해 system의 motion을 알 수 있음.

1.5 Force Analysis / 11

- Force : intertia, external, joint force로 구성됨.

	특징
Inertia	system의 motion을 바꿀때, 저항하는 힘. 질량과 system의 모양, 속도 및 가속도에 영향을 받음. 정지상태에서 inertia(내력)은 0이다.
External	이 책에선, inertia와 joint force가 아닌 힘을 외력으로 칭함. (보통 스프링, 댐퍼, 모터의 토크, actuator, 중력 등)
Joint Force	다른 body와 체결됨으로 생기는 반력 (reaction force)임. 상황에 따라 internal force, constraint force로 다뤄짐.

- 힘은 이후, intertia를 외력으로 계산한 D'Alembert's principle과 virtual work, Lagrange's equation등 으로 해석하는 법을 배울 것 (chapter 4,5)

1.6 Dynamic Equations and Their Different Forms / 11

1.7 Forward and Inverse Dynamics / 13

- inverse dynamics : DOF는 정해짐. motion을 만드는 힘을 정하는 것. 이때 위치, 속도, 가속도를 안다.
- forward dynamics : motion의 가속도를 먼저 주어짐. 그리고 coordinate와 속도를 구함. closed-form solution을 얻기 힘들다.
- 둘의 차이 예시

[forward dynamics] ⇒ 질량의 motion 구하기 목표

질량 m이 F의 힘을 받고 x라는 변위를 가짐. ($m\ddot{\mathrm{x}} = F$)

$$\ddot{x} = \frac{F}{m} \tag{1.8}$$

Knowing F and m, we integrate the acceleration to determine the velocity. Using the preceding equation, we have

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{F}{m} \tag{1.9}$$

which yields

$$\int_{\dot{x}_0}^{\dot{x}} d\dot{x} = \int_0^t \frac{F}{m}\,dt \tag{1.10}$$

where $\dot{x}_0$ is the initial velocity of the mass. It follows that

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \int_0^t \frac{F}{m}\,dt \tag{1.11}$$

If the force F is known as a function of time, the preceding equation can be used to solve for the velocity of the mass. Having determined the velocity, the following equation can be used to determine the displacement:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \tag{1.12}$$

from which

$$x = x_0 + \int_0^t \dot{x}\,dt \tag{1.13}$$

[inverse dynamics] ⇒적분 안해도 됨.

질량 m의 변위가 $x = A\sin wt$일 때, 두 번 미분으로 EOM 구해서 Force를 결정할 수 있음.

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \sin \omega t \tag{1.15}$$

Using the equation of motion of the mass (Eq. 7), the force F can be determined as

$$F = m\ddot{x} = -m\omega^2 A \sin \omega t \tag{1.16}$$

This equation determines the force required to produce the prescribed displacement of the mass.

inverse dynamics은 로봇과 우주 구조물을 제어하는 데 많이 사용됨.

▼ 1.8 Planar and Spatial Dynamics / 15

- planar는 평면 (coordinate 3개) spatial은 공간임.(coordinate 6개)

평면은 coordinate가 3개인 spatial의 특수 case로 볼 수 있다.

- chpater 7, 8에서 Euler angle과 방향 코사인, Rodriguez parameter를 통해 제대로 배울거임.

▼ 1.9 Computer and Numerical Methods / 16

컴퓨터를 통한 해석 : SAMS (systematic Analysis of Multibody Systems) in chapter 9

embedding techniques : revcursive method의 중요한 기술. 로봇 조종 기술에 많이 쓰임 in chapter 7

Augmented formulation : EOM을 redundant set of coordinate로 나타낼 수 있음.

▼ 1.10 Organization, Scope, and Notations of the Book / 18

- 책의 목적 : 다양한 동역학 방정식을 컴퓨터에서 실행할 수 있게 하는 것.
- 책은 총 9장으로 구성됨.

1. 내용 소개
2. linear algebra : matrix와 vector operation의 공부
3. multibody system의 kinematic ⇒ motion을 아니까 힘 방정식 필요 없음.

4. 다양한 형태의 동역학 방정식. EOM을 in terms of a set of redundant coordinates로 얻어서 Augmented form의 EOM얻기. constraint force 제거해 자유도의 term으로 EOM을 얻는 것 (Embedding technique)
5. virtual work, Largrange’s equation, Hamiltonian formulation 등의 개념
6. chapter 5의 내용 기반으로 컴퓨터로의 접근을 공부. (computer based embeddding과 augmented를 배움 lagrange multiplier를 이용해서) ⇒ 컴퓨터 활용을 위한 특정 coordinate설정 말고는 chapter 4, 5와 동일함.
7. analysis of the spatial motion (평면에서 3 차원 확장) : 3차원에서의 각속도 개념 + Newton-Euler equations을 recursive방법으로 3 차원 multibody system에 적용하는 법
8. gyroscopic motion, various sets of parameters 등의 주제를 다룸.
   파라미터 종류로는 Euler parameter, Rodriguez parameter, quaternions 등이 있다.
   nonlinear system의 안정성을 연구하기 위해 eigenvalue analysis를 공부해본다.
9. SAMS 코드를 사용해 일반적인 multi body system을 해석함.
   (평면/공간) (어떤 fomulation과 algorithm)을 사용할 지 배운 것을 토대로 코드를 작성

[표기법 주의]

body number를 지수와 같이 문자 위에 표시함. 따라서 지수는 헷갈리지 않게 ( ) 를 이용해 표현함.

$(l^5)^3$ is a scalar l associated with body 5 raised to the power of 3.