

휴먼인터페이스 미디어 Human Interface Media

강의 6
푸리에 변환

2020년 가을

중간시험

- 10월 23일 금 9시~11시 온라인 재택 시험 (배점 30%)
- 문제 공개
 - 10/23 오전 9시 eclass 강의 콘텐츠
- 답지 제출
 - 10/23 오전 11시 까지 eclass 해당 과제방
- 시험 요령
 - 문제가 공개되면 문제지를 인쇄해서 그 위에 손으로 답안을 작성하고 제출 마감 시간 내에 사진으로 촬영하거나 스캔해서 업로드 완료해야 함. (jpg 또는 pdf만 가능)
 - 인쇄하기 어려우면 반 A4용지에 작성해서 위의 방법으로 제출 가능
 - 제출 시한내 업로드 완료하지 않으면 결시 처리함.

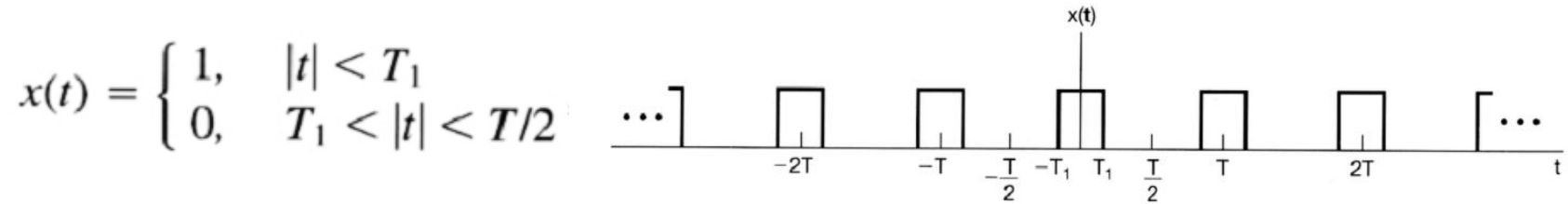
지금까지 공부한 것

- 사람의 청각
 - 뇌는 시간의 흐름에 따르는 스펙트럼의 변화로 소리를 구별한다.
- 청각을 컴퓨터에서 흉내 내려면
 - 소리를 스펙트럼으로 바꾸어야 해!
- 파동을 스펙트럼으로 바꾸는 방법
 - 주기 함수인 파동을 푸리에 급수로
 - 푸리에 급수의 계수가 바로 스펙트럼 계수
 - w_0 의 배수의 주파수에만 유효한 값을 가지는 불연속 스펙트럼
- 이번주 공부할 내용
 - w 에 대해 연속 스펙트럼은 어떻게 구하지?

푸리에 급수 다시 보기

- 모든 주기 함수는 그 함수의 기저 주파수와 하모닉 관계에 있는 주기 함수들의 선형 합으로 나타낼 수 있다.
- 합성식
- 분해식

Periodic Square Wave - Review



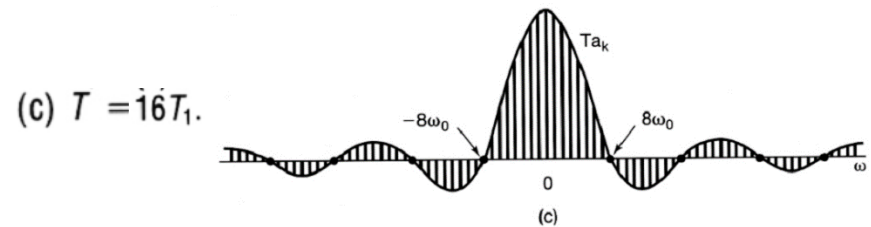
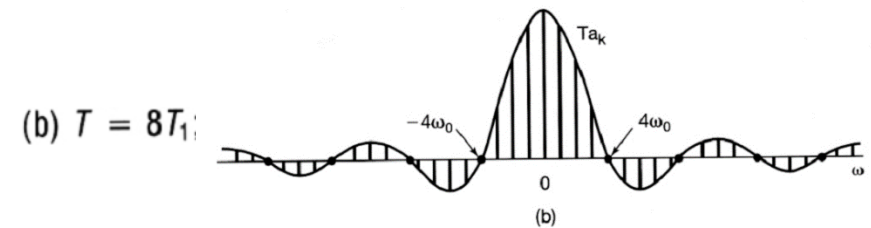
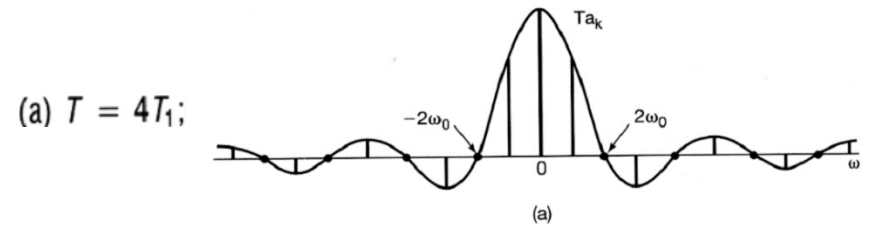
• T_1 을 고정시키고 T 를 증가시키면?

(a) $T = 4T_1$,

(b) $T = 8T_1$,

(c) $T = 16T_1$,

• T 가 점점 커지면 어떻게 될까?



푸리에 변환

- 비주기 신호 $x(t) \rightarrow$ 주기가 T 인 주기 신호 $\tilde{x}(t)$ 로 변환



- $\tilde{x}(t)$ 를 푸리에 급수로 표현
- t 가 $|t| < T/2$ 구간에서는 $\tilde{x}(t) = x(t)$ 이므로,
- 주파수 함수 $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$, 를 정의하면 a_k 는



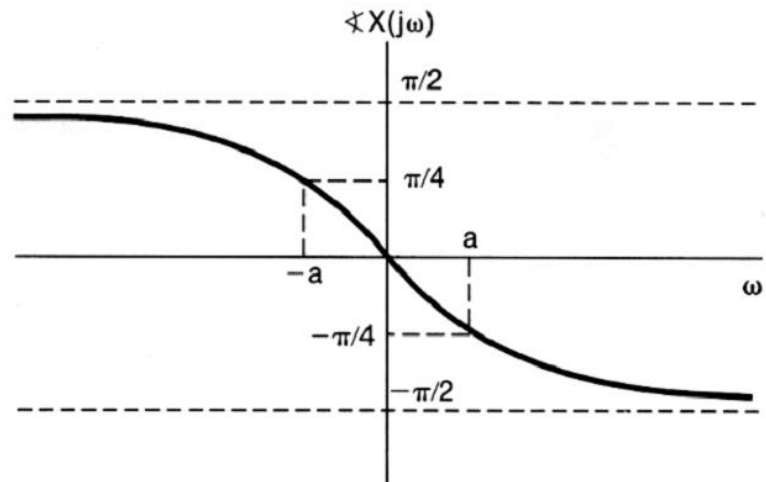
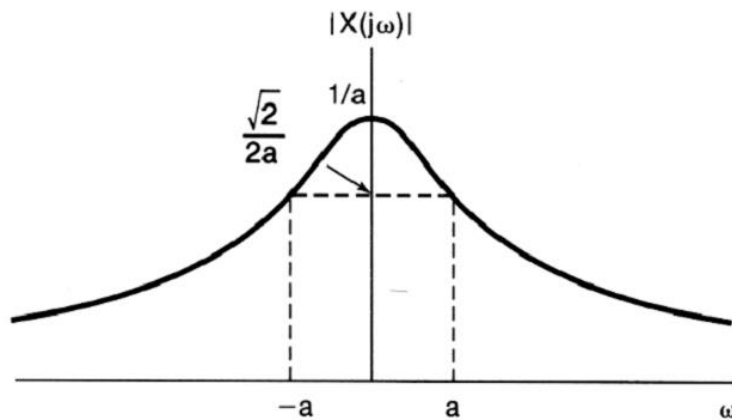
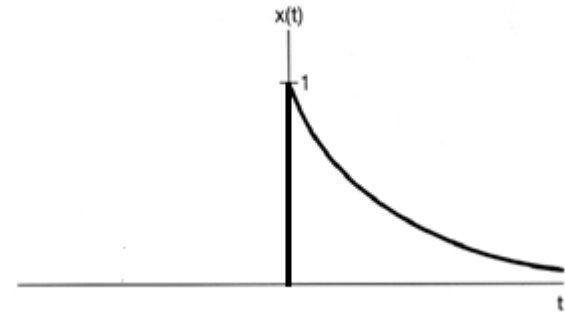
- $T \rightarrow \infty$ 이면 $\tilde{x}(t) = x(t)$ 이고 $\omega_0 \rightarrow 0$

푸리에 변환

- 푸리에 변환쌍 (Pair of Fourier Transform)

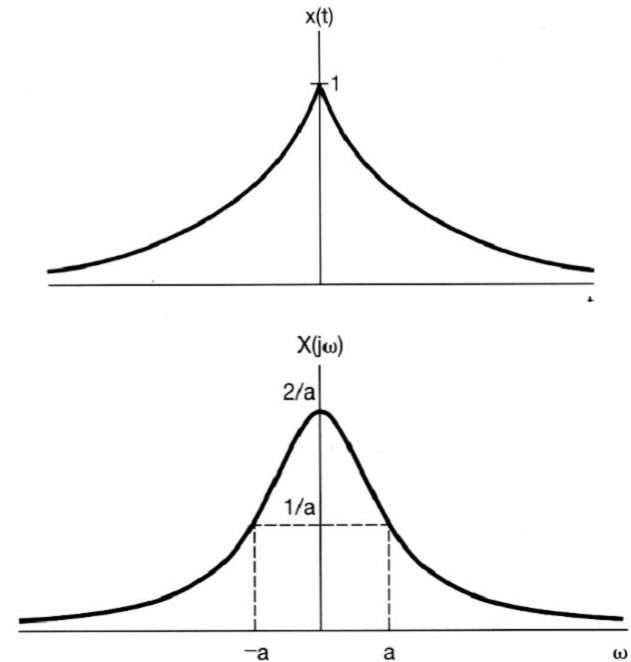
예 1

$$x(t) = e^{-at} u(t) \quad a > 0.$$



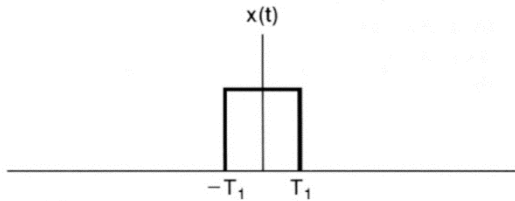
예 2

$$x(t) = e^{-a|t|}, \quad a > 0.$$

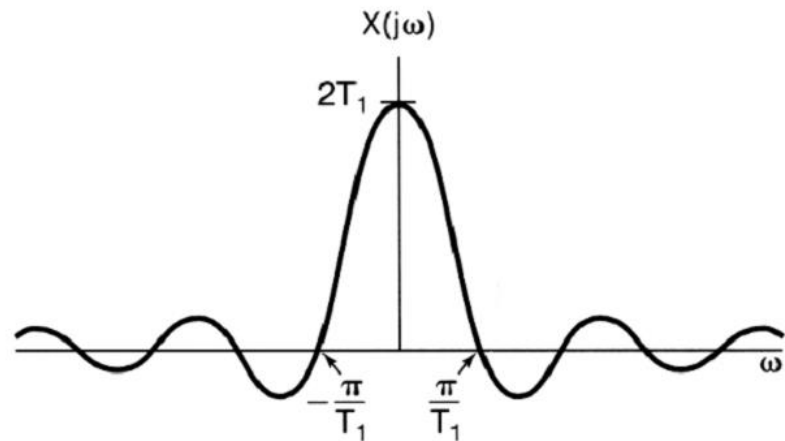


$$x(t) = \delta(t).$$

예 3 - Pulse

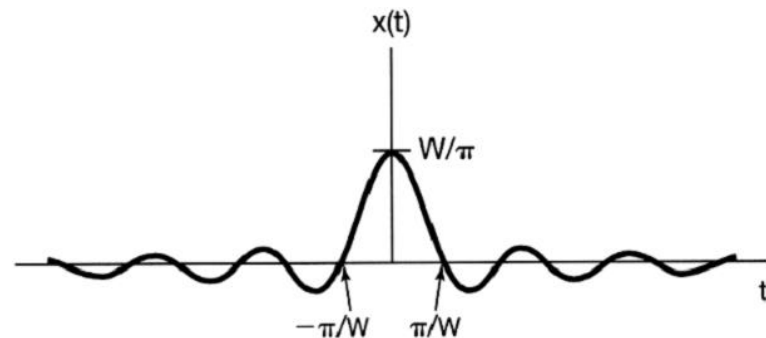
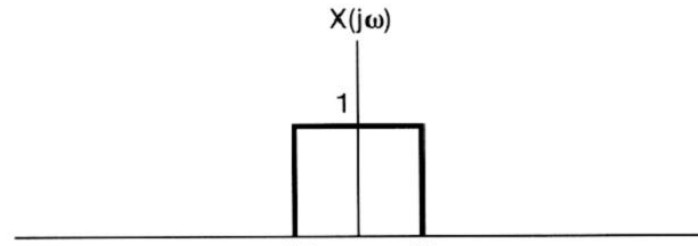


$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T_1 \\ 0, & |t| > T_1 \end{cases}$$

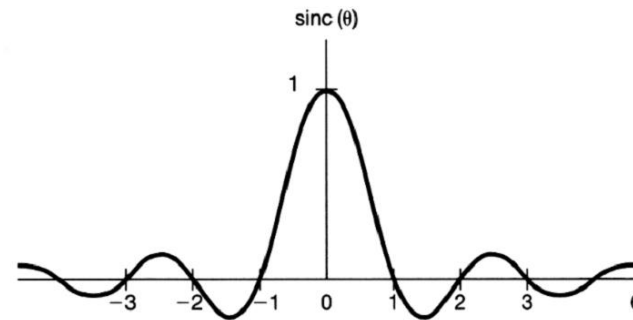


예 4 - Low Pass Filter

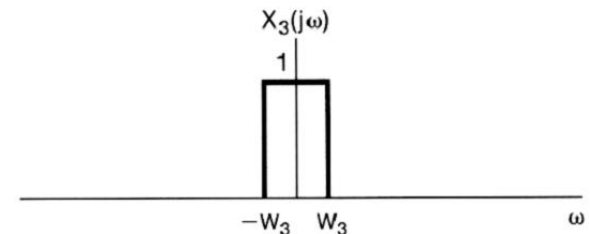
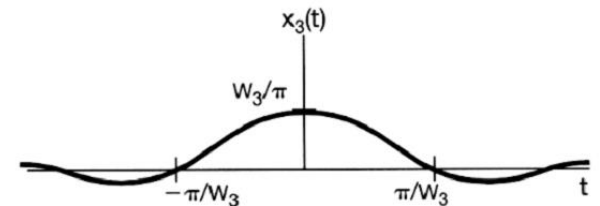
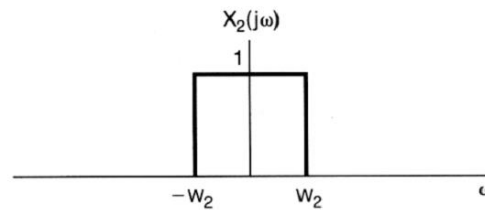
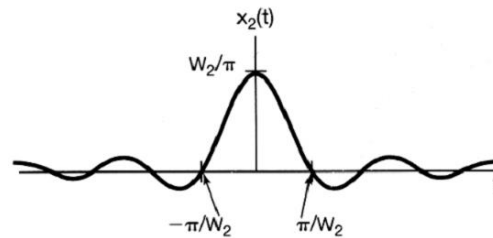
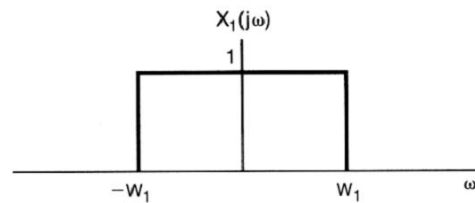
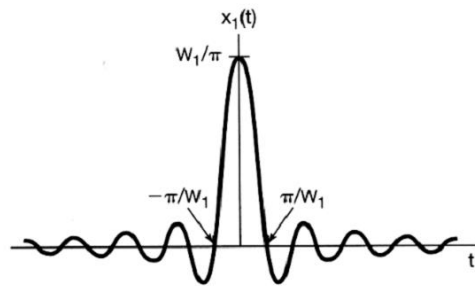
$$X(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < W \\ 0, & |\omega| > W \end{cases}$$



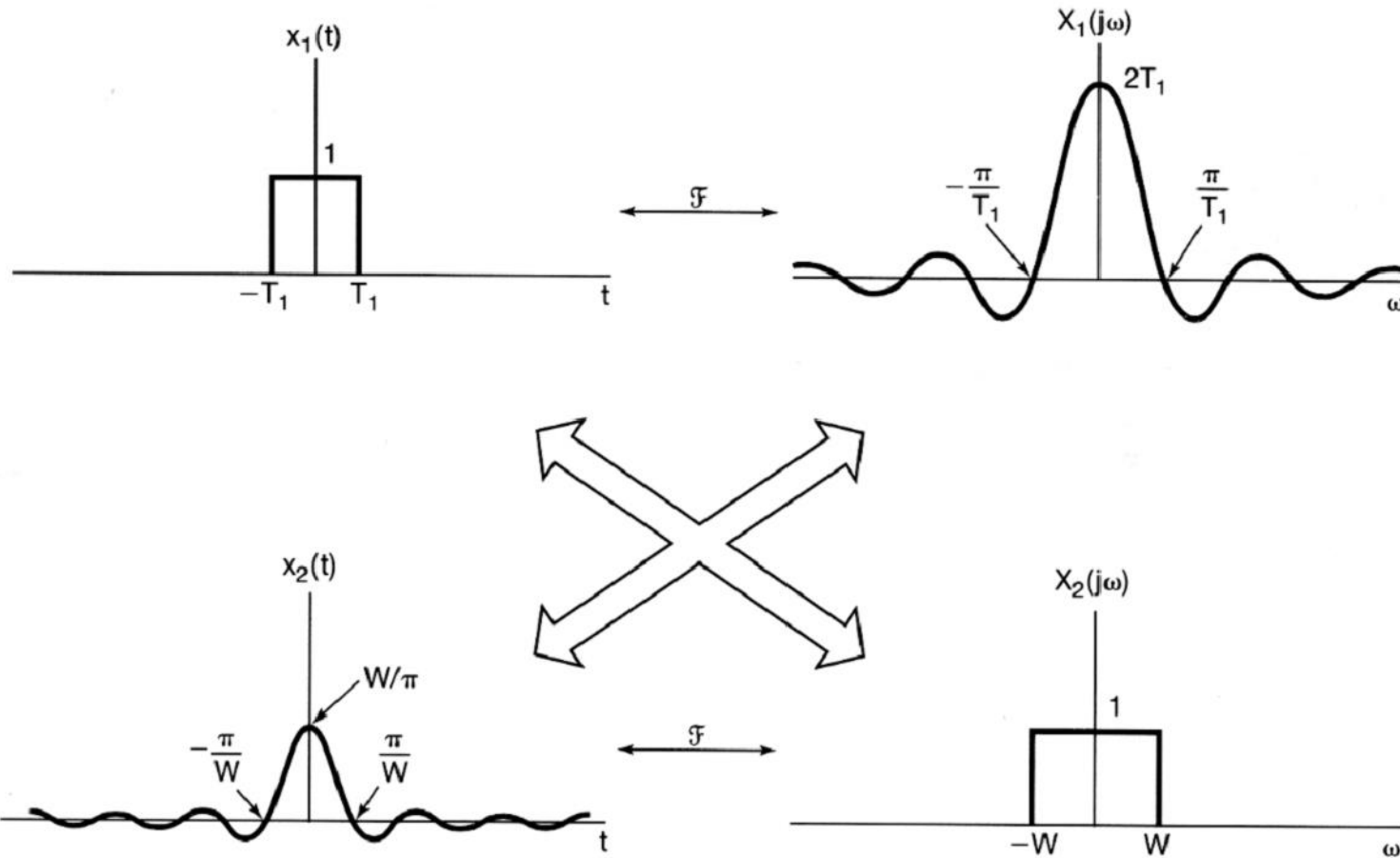
$$\text{sinc}(\theta) = \frac{\sin \pi\theta}{\pi\theta}$$



예 4 - 계속

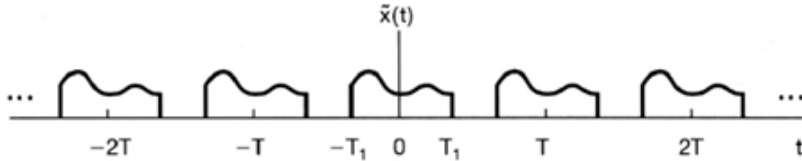


쌍대성 (duality)



푸리에 급수의 표현

- 주기 함수 $\tilde{x}(t)$ 의 푸리에 계수 a_k 는



- t 가 $s \leq t \leq s + T$ 인 구간에서는 $\tilde{x}(t) = x(t)$ 이므로



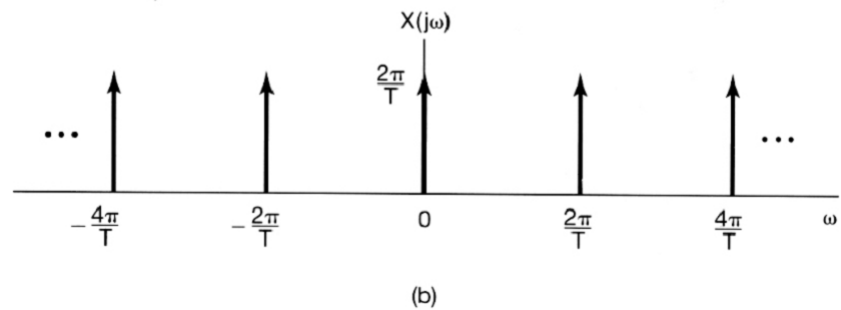
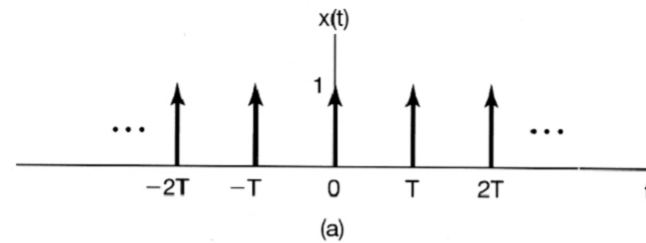
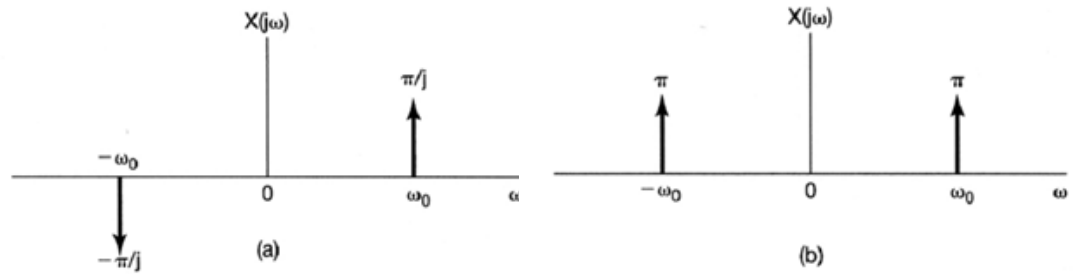
- $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$, 를 이용하면
- 주기 함수의 푸리에 a_k 계수는 $\omega = k\omega_0$ 일 때 $X(j\omega)$ 의 함수값을 T 로 나눈 값

예 1

$$x(t) = \sin \omega_0 t.$$

$$x(t) = \cos \omega_0 t,$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT),$$



실수 함수 $x(t)$

- $x(t)$ 의 켤레 복소 함수 : $x^*(t)$
 - $x(t)$ 가 실수 함수이면 : $x(t) = x^*(t)$
 - $x^*(t)$ 의 푸리에 변환 : $x^*(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X^*(-j\omega)$.
-
- $x(t)$ 가 실수 함수이면 : $x(t) = x^*(t)$ 이므로
-
- 실수부와 허수부로 분리 표현하면 $X(j\omega) = \Re\{X(j\omega)\} + j\Im\{X(j\omega)\}$,
 - $X^*(j\omega) = X(-j\omega)$ 이므로
-
- 만일 $X(j\omega)$ 가 실수라면? 쌍대성 원리를 적용하면 어떻게 될까?

실수 함수 $X(j\omega)$

- $X(j\omega)$ 의 켤레 복소 함수 : $X^*(j\omega)$
 - $X(j\omega)$ 가 실수 함수이면 : $X(j\omega) = X^*(j\omega)$
 - $x^*(t)$ 의 푸리에 변환 :
-
- $x(t)$ 를 실수부와 허수부로 분리 표현하면 $x(t) = \text{Re}\{x(t)\} + j\text{Im}\{x(t)\}$
 - $x(t) = x^*(-t)$, $x^*(t) = x(-t)$ 이므로
$$x(t) = \text{Re}\{x(t)\} + j\text{Im}\{x(t)\}$$
-
- $X(j\omega)$ 가 실수함수 이고 우함수라면?

실수 함수 영역

- 우리가 소리로 정보를 처리하는 물리 영역
 - 우리가 다루는 소리 파동은 실수 영역
 - 청각은 위상 정보를 처리할 수 없다 → 실수 스펙트럼
 - 파동과 스펙트럼 모두 실수 영역
- $x(t)$ 와 $X(j\omega)$ 가 모두 실수함수이기 위한 조건은?
 - $x(t)$ 가 실수 함수 이면
 - $X(j\omega)$ 가 실수함수 이면
 - $x(t)$ 와 $X(j\omega)$ 가 모두 실수함수 이려면