방학 연습문제 풀이 - Week 2

정덕인

정답 코드 보기

BOJ 12911 - 좋아하는 배열

- solved.ac 기준 난이도: Gold III
- 분류: 동적계획법

BOJ 12911 - 좋아하는 배열

- i번째 수가 결정되기 위해서는, $i-1$번째 수만 결정되면 된다.
- 즉 $i-1$번째 수가 무엇인지에 따라 i번째 수로 가능한 수가 무엇인지 알 수 있다.
- 이를 이용해 동적계획법을 돌리자.

BOJ 12911 - 좋아하는 배열

- $dp(i,j) :=$ i번째 수가 j인 수열의 개수
- $dp(i,j) = dp(i-1,1)+dp(i-1,2)+...+dp(i-1,j)+sum(dp(i-1,t))$ (여기서 t는 j 초과의 수 중 j의 배수가 아닌 수)
- 하나의 항을 계산하는데 걸리는 시간복잡도는 $O(K)$이므로, 총 시간복잡도는 $O(NK^2)$

BOJ 12911 - 좋아하는 배열

- 앞의 방법을 최적화하자.
- $S(i) = dp(i,1) + dp(i,2) + ... + dp(i,K)$라고 하자.
- 그렇다면 $dp(i,j) = S(i-1) - sum(dp(i-1,d))$이다. 여기서 d는 j의 배수다.
- 위 역시 하나의 항을 계산하는 데 걸리는 시간은 최대 O(K)이므로, 전체 시간복잡도는 변하지 않을 것 같다.
- 그런데 위 방법대로 하면 정답이다. 왜일까?

BOJ 12911 - 좋아하는 배열

- $1 \le j \le K$인 모든 j에 대해 j의 배수들을 확인한다고 가정하자.
- 하나의 j에 대해 확인하는 수들의 개수는 $\lfloor \frac{K}{j} \rfloor$이다.
- 이를 모든 j에 대해 더하면 $\lfloor \frac{K}{1} \rfloor + \lfloor \frac{K}{2} \rfloor + \ldots + \lfloor \frac{K}{K} \rfloor$이고, 이는 $O(K \log K)$임이 잘 알려져 있다.
- 그러므로 실제 시간복잡도는 $O(NK \log K)$

BOJ 13134 - Baseball Watching

- solved.ac 기준 난이도: Platinum III
- 분류: 백트래킹, 해싱

BOJ 13134 - Baseball Watching

- 갈 수 있는 곳이 세 군데이므로, 한 명의 학생이 방문하는 순서를 삼진수로 나타낼 수 있음.
- 총 9회까지 진행되므로, $3^9 \leq 20000$가지의 경우가 있을 수 있음
- 각 학생마다 삼진수로 보고, 해당하는 숫자에 체크해주자. 1, 2, 3, 2 순으로 방문했다고 하면, 이를 1210이라는 삼진수로 보고 이를 48과 같이 해당하는 십진수로 바꾸고 배열의 48번째 자리에 1을 더하는 식으로 처리하자.

BOJ 13134 - Baseball Watching

- 선생님이 방문하는 순서가 정해지면, 그에 따라 들키지 않고 야구를 볼 수 있는 순서가 2^9개 생긴다.
- 2^9가지 순서를 모두 만들어 각각에 해당하는 학생 수를 세어서, 모든 3^9가지 가능한 선생님의 순서마다 구한 학생 수랑 대소비교를 한다.
- 즉 6^9에 비례하는 계산량으로 해결할 수 있고, 이는 $10,000,000$을 약간 넘으므로 시간 안에 해결 가능.

BOJ 14502 - 연구소

- solved.ac 기준 난이도: Gold V
- 분류: 구현, Flood-Fill

BOJ 14502 - 연구소

- 벽을 세 개 세우는 최대 경우의 수 $= {}_{64}C_3 = 67861$
- 벽을 세우고, 안전 영역의 수를 셀 때의 시간복잡도는 $O(NM)$
- 즉 최대 $O(67861NM)$의 시간복잡도로 해결 가능
- N과 M이 최대 8이므로 1초 안에 가능하다.

BOJ 17398 - 통신망 분할

- solved.ac 기준 난이도: Gold I
- 분류: Disjoint Set

BOJ 17398 - 통신망 분할

- 간선을 직접 끊고, 그때마다 나뉘어지는 통신탑 개수를 세면 $O(Q(N+M))$ 시간복잡도라 시간 초과가 난다.
- 분할이 이루어질 때마다 처리하는 건 무리가 있으니, 다르게 생각해보자.

BOJ 17398 - 통신망 분할

- 분할 정보를 모두 받고, 뒤에서부터 처리하자.
- 즉 간선을 끊어간다고 생각하지 말고 붙여간다고 생각하자.
- 간선 하나가 그래프에 추가될 때마다 두 집합의 크기의 곱이 비용에 더해진다고 생각할 수 있다.
- 서로소 집합을 이용해, 각 집합의 크기도 함께 가지고 있으면 해결할 수 있음

BOJ 13334 - 철로

- solved.ac 기준 난이도: Gold II
- 분류: Line Sweeping, 정렬

BOJ 13334 - 철로

- 최적 구간 L의 후보를 줄여보자.
- 잘 생각해보면, 최적 구간 L의 시작점은 h_i 중 하나임을 알 수 있음
- 최적 구간 L이 그렇지 않다고 가정하면, L이 포함하는 첫 구간의 h_i가 L의 시작점이 되도록 옮길 수 있으므로 성립.

BOJ 13334 - 철로

- 그렇다면, 모든 구간 (h_i, o_i)에 대해 h_i를 시작점으로 하는 모든 길이 L 인 구간에 얼마나 많은 구간이 포함되는지를 세면 된다.
- 매 구간마다 새롭게 세면 시간 초과.
- 새로운 구간에 대해 셀 때, 기존 구간을 이용하면 도움이 될 것 같은데 어떻게 할까?

BOJ 13334 - 철로

- 구간을 점 두 개로 나누어 생각하자.
- 점마다 (좌표, 구간 번호, 시작/끝점 여부)를 저장하고, 좌표순으로 정렬하면
- 구간 L 안에 같은 구간 번호가 두 번 나오는지 체크하면 된다.
- 이를 구간 L을 오른쪽으로 이동하면서 풀면 됨
- 시간복잡도 $O(N \log N)$

BOJ 2266 - 금고 테스트

- solved.ac 기준 난이도: Gold IV
- 분류: 동적계획법

BOJ 2266 - 금고 테스트

- 이진탐색 비슷하게 하면 될 것 같은데, 잘 정리가 되지 않는다.
- 관찰: $K = 1$이면 $E(N, K) = N$임을 알 수 있다.
- $K = 2$라면?

BOJ 2266 - 금고 테스트

- i층에서 금고를 떨어뜨렸을 때, 나올 수 있는 결과는 두 가지
- 금고가 깨지면? $N - i$개의 층에서 $K - 1$개로 실험하는 것과 같음
- 금고가 깨지지 않으면? $i - 1$개의 층에서 K개로 실험하는 것과 같음
- $E(N, K)$를 구하기 위해서 모든 $1 \leq i \leq N$에 대해 위 작업을 수행하면 됨
- 시간복잡도는 $O(N^2K)$

BOJ 13002 - Happy Cow

- solved.ac 기준 난이도: Gold II
- 분류: 동적계획법

BOJ 13002 - Happy Cow

- $dp(i,j) := [i,j]$ 구간 여물을 줄 수 있을 때 최대 행복도 합
- 초기 조건: $dp(i,i) = H_i \times (N-1)$
- 점화식: $dp(i,j) = max(dp(i+1,j) + C(i), dp(i,j-1) + C(j))$ (단 $C(i)$는 i번째 여물을 먹었을 때의 행복도)
- 최종 답: $dp(1,N)$
- 시간복잡도: $O(N^2)$