

2.2.1

从顺序表中删除具有最小值的元素（假设唯一）并由函数返回被删元素的值。空出的位置由最后一个元素填补，若顺序表为空，则显示出错信息并退出运行。

```
1  bool Delete_MinElem(SqList &L, ElemType &e)
2  {
3      if( /*Empty(L)==1*/ L.length==0) //空表显示出错信息,并退出运行
4      {
5          cout << "空表,无法删除!" << endl;
6          return false;
7      }
8
9      int min_pos=0; //寻找最小值的位置
10     for(int i=1; i<L.length; i++)
11         if(L.data[i]<L.data[min_pos])
12             min_pos=i;
13
14     e=L.data[min_pos]; //引用传回最小值
15     L.data[min_pos]=L.data[L.length-1]; //更改最小位置的值为最后一个元素
16
17     L.length--; //注意length需要减掉
18
19     return true;
20 }
21
```

2.2.2

设计一个高效算法，将顺序表 L 的所有元素逆置，要求算法的空间复杂度为 $O(1)$ 。

- 第一种,直接交换第 i ($0 \leq i < length/2$) 个元素和第 $length - 1 - i$ 个元素;
- 第二种,类似于**双指针**的思想.

```
1  void ListReverse(SqList &L)
2  {
3      //第一种
4      for(int i=0; i<L.length/2; i++)
5      {
6          //swap(L.data[i], L.data[L.length-1-i]);
7          ElemType temp=L.data[i];
8          L.data[i]=L.data[L.length-1-i];
9          L.data[L.length-1-i]=temp;
10     }
11     //第二种
12     /*
13     int l=0, r=L.length-1;
14     while(l<r)
15     {
16         swap(L.data[l], L.data[r]);
```

```

17         l++,r--;
18     }
19     */
20 }

```

2.2.3

对长度为 n 的顺序表 L , 编写一个时间复杂度为 $O(n)$ 、空间复杂度为 $O(1)$ 的算法, 该算法删除线性表中所有值为 x 的数据元素.

- **方法一:** 用 cnt 记录不为 x 的元素的个数, 扫描时将不等于 x 的元素移到下标为 cnt 的位置, 并更新 cnt 的值, 扫描结束后修改 L 的长度 (cnt).

```

1 void Delete_Elem(SqList &L, ElemType e)
2 {
3     int cnt=0;
4
5     for(int i=0; i<L.length; i++)
6         if(L.data[i]!=e)
7             L.data[cnt++]=L.data[i];
8     L.length=cnt;
9 }

```

- **方法二:** 用 cnt 记录等于 x 的元素的个数, 扫描时, 遇到 x 更新 cnt , 反之遇到不等于 x 的元素应前移 cnt 位, 扫描结束后修改 L 的长度 ($length - cnt$).

```

1 void Delete_Elem(SqList &L, ElemType e)
2 {
3     int cnt=0;
4
5     for(int i=0; i<L.length; i++)
6     {
7         if(L.data[i]==e)
8             cnt++;
9         else L.data[i-cnt]=L.data[i];
10    }
11    L.length-=cnt;
12 }

```

2.2.4

从有序顺序表中删除其值在给定值 s 与 t 之间 (要求 $s < t$) 的所有元素, 若 s 或 t 不合理或顺序表为空, 则显示出错信息并退出运行。

```

1 //不考虑其有序, 参考2.2.3
2 bool Delete_Elem(SqList &L, ElemType s, ElemType t)
3 {
4     if(!Empty(L)==1*/L.length==0)//空表显示出错信息, 并退出运行
5     {
6         cout << "空表, 无法删除!" << endl;

```

```

7         return false;
8     }
9     if(s>=t)
10    {
11        cout << "左区间应小于右区间" << endl;
12        return false;
13    }
14
15    int cnt=0;
16
17    for(int i=0;i<L.length;i++)
18        if(L.data[i]<s||L.data[i]>t)
19            L.data[cnt++]=L.data[i];
20    L.length=cnt;
21
22    return true;
23 }
24
25 bool Delete_Elem(SqList &L,ElemType s,ElemType t)
26 {
27     if(/*Empty(L)==1*/L.length==0)//空表显示出错信息,并退出运行
28     {
29         cout << "空表,无法删除!" << endl;
30         return false;
31     }
32     if(s>=t)
33     {
34         cout << "左区间应小于右区间" << endl;
35         return false;
36     }
37     int cnt=0;
38
39     for(int i=0;i<L.length;i++)
40     {
41         if(L.data[i]>=s&&L.data[i]<=t)
42             cnt++;
43         else L.data[i-cnt]=L.data[i];
44     }
45     L.length-=cnt;
46     return true;
47 }

```

- **官方做法:**寻找第一个大于等于 s 的位置和大于 t 的位置,将后面剩余元素移到前面来。

```

1 bool Delete_Elem(SqList &L,ElemType s,ElemType t)
2 {
3     if(/*Empty(L)==1*/L.length==0)//空表显示出错信息,并退出运行
4     {
5         cout << "空表,无法删除!" << endl;
6         return false;
7     }

```

```

8     if(s>=t)
9     {
10         cout << "左区间应小于右区间" << endl;
11         return false;
12     }
13
14     int l=0;
15     while(l<L.length&&L.data[l]<s)
16         l++;
17     // if(l>=L.length)
18     //     return false;
19
20     int r=l;
21     while(r<L.length&&L.data[r]<=t)
22         r++;
23
24     while(r<L.length)
25     {
26         L.data[l]=L.data[r];
27         l++,r++;
28     }
29
30     L.length=l;
31     return true;
32 }

```

2.2.5

从顺序表中删除其值在给定值 s 与 t 之间 (包含 s 和 t , 要求 $s < t$) 的所有元素, 若 s 或 t 不合理或顺序表为空, 则显示出错信息并退出运行。

```

1 //可参考2.2.4
2 bool Delete_Elem(SqList &L,ElemType s,ElemType t)
3 {
4     if(!(*Empty(L)==1*/L.length==0)//空表显示出错信息,并退出运行
5     {
6         cout << "空表,无法删除!" << endl;
7         return false;
8     }
9     if(s>=t)
10    {
11        cout << "左区间应小于右区间" << endl;
12        return false;
13    }
14
15    int cnt=0;
16
17    for(int i=0;i<L.length;i++)
18        if(L.data[i]<s||L.data[i]>t)
19            L.data[cnt++]=L.data[i];
20    L.length=cnt;

```

```

21
22     return true;
23 }
24
25 bool Delete_Elem(SqList &L, ElemType s, ElemType t)
26 {
27     if(/*Empty(L)==1*/L.length==0)//空表显示出错信息,并退出运行
28     {
29         cout << "空表,无法删除!" << endl;
30         return false;
31     }
32     if(s>=t)
33     {
34         cout << "左区间应小于右区间" << endl;
35         return false;
36     }
37     int cnt=0;
38
39     for(int i=0;i<L.length;i++)
40     {
41         if(L.data[i]>=s&&L.data[i]<=t)
42             cnt++;
43         else L.data[i-cnt]=L.data[i];
44     }
45     L.length-=cnt;
46     return true;
47 }

```

2.2.6

从有序顺序表中删除所有其值重复的元素，使表中所有元素的值均不同。

```

1  bool Delete_Same(SqList &L)
2  {
3      if(L.length==0)
4          return false;
5      int cnt=0;
6
7      for(int i=0;i<L.length;i++)
8      {
9          int j=i;
10         while(j<L.length&&L.data[j]==L.data[i])
11             j++;
12         L.data[cnt++]=L.data[i];
13         i=j-1;
14     }
15
16     L.length=cnt;
17
18     return true;
19 }

```

- 官方做法

```
1 bool Delete_Same(SqList &L)
2 {
3     if(L.length==0) return false;
4     int i,j; //i存储第一个不相同的元素, j为工作指针
5     for(i=0,j=1;j<L.length;j++)
6         if(L.data[i]!=L.data[j]) //查找下一个与上个元素值不同的元素
7             L.data[++i]=L.data[j]; //找到后就将元素前移
8     L.length = i+1; //因为i是从0开始的
9     return true;
10 }
11
12 //自我做法
13 bool Delete_Same(SqList &L)
14 {
15     if(L.length==0) return false;
16
17     int cnt=0;
18
19     L.data[cnt++]=L.data[0];
20
21     for(int i=1;i<L.length;i++)//注意i从1开始枚举
22         if(L.data[i]!=L.data[cnt-1])//注意是cnt-1(和官方有部分差异)
23         {
24             L.data[cnt++]=L.data[i];
25             //PrintList(L);
26         }
27     L.length=cnt;
28
29     return true;
30 }
```

- 扩展:假设数均为正数,且将有序表改为无序表,使用散列表(类似于标记数组),保证时间复杂度为 $O(n)$;若存在负数,标记数组设为有偏移量的标记数组即可

```
1 #define MaxNumSize 1000010
2
3 bool Delete_Same(SqList &L)
4 {
5     if(L.length==0)
6         return false;
7     int vis[MaxNumSize]={0};
8     int cnt=0;
9
10    for(int i=0;i<L.length;i++)
11        if(vis[L.data[i]]==0)
12        {
13            vis[L.data[i]]=1;
14            L.data[cnt++]=L.data[i];
15        }
```

```

16     L.length=cnt;
17
18     return true;
19 }

```

2.2.7

将两个有序顺序表合并为一个新的有序顺序表，并由函数返回结果顺序表。

时间复杂度为 $O(n)$

```

1  bool MergeList(SeqList A,SeqList B,SeqList &C)
2  {
3      if(A.length+B.length>C.MaxSize)
4          return false;
5
6      int i=0,j=0,cnt=0;
7
8      while(i<A.length&& j<B.length)
9      {
10         if(A.data[i]<=B.data[j])
11             C.data[cnt++]=A.data[i++];
12         else C.data[cnt++]=B.data[j++];
13     }
14
15     while(i<A.length)
16         C.data[cnt++]=A.data[i++];
17
18     while(j<B.length)
19         C.data[cnt++]=B.data[j++];
20
21     C.length=A.length+B.length;
22
23     return true;
24 }

```

2.2.8

已知在一维数组 $A[m+n]$ 中依次存放两个线性表 $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_m)$ 和 $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$ 。试编写一个函数，将数组中两个顺序表的位置互换，即将 $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$ 放在 $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_m)$ 的前面。

- 前 m 个元素,即右移 n 个元素;后 n 个元素,前移 m 个元素.时间复杂度为 $O(n+m)$,空间复杂度为 $O(n+m)$.

```

1  bool ChangeList(SeqList &L,int m,int n)
2  {
3      if(L.length==0 || m<=0 || n<=0)
4          return false;
5
6      ElemType *ans=(ElemType *)malloc((m+n)*sizeof(ElemType));

```

```

7
8     for(int i=0;i<m;i++)
9         ans[i+n]=L.data[i];
10
11    for(int i=0;i<n;i++)
12        ans[i]=L.data[i+m];
13
14    for(int i=0;i<m+n;i++)
15        L.data[i]=ans[i];
16
17    free(ans);
18    return true;
19 }

```

- 先逆置前 m 个元素,再逆置后 n 个元素,最后整体逆置,即可得到最终结果,时间复杂度为 $O(n + m)$,空间复杂度为 $O(1)$.

```

1 void ReverseList(SeqList &L,int start,int length)
2 {
3     for(int i=0;i<length/2;i++)
4         swap(L.data[start+i],L.data[start+length-1-i]);
5 }
6
7 bool ChangeList(SeqList &L,int m,int n)////m为左半部分,n为右半部分
8 {
9     if(L.length==0||m<=0||n<=0)
10         return false;
11
12     ReverseList(L, 0, m);
13     ReverseList(L, m, n);
14     ReverseList(L, 0, m+n);
15     return true;
16 }

```

2.2.9

线性表 $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ 中的元素递增有序且按顺序存储于计算机内。要求设计一个算法, 完成用最少时间在表中查找数值为 x 的元素, 若找到, 则将其与后继元素位置相交换, 若找不到, 则将其插入表中并使表中元素仍递增有序。

二分查找时间复杂度为 $O(\log_2 n)$ 。

```

1 bool Binary_Search(Sqlist &L,ElemType e)
2 {
3     if(L.length==0)
4         return false;
5
6     int l=0,r=L.length-1,mid=0;
7

```



```

8      while(l<=r)//相等需判断--二分查找
9      {
10         mid=(l+r)/2;
11         if(L.data[mid]==e)
12             break;
13         if(L.data[mid]<e)
14             l=mid+1;
15         else r=mid-1;
16     }
17
18     if(L.data[mid]==e)//找到对应元素
19     {
20         if(mid<L.length-1)
21             swap(L.data[mid],L.data[mid+1]);
22     }
23     else//未找到对应元素
24     {
25         int i;
26         for(i=L.length-1;i>=1;i--)//后面元素后移
27             L.data[i+1]=L.data[i];
28         L.data[i+1]=e;
29     }
30     return true;
31 }

```

2.2.10

2010统考真题：设将 $n(n > 1)$ 个整数存放于一维数组 R 中。设计一个在时间和空间两方面都尽可能高效的算法。将 R 中保存的序列循环左移 $p(0 < p < n)$ 个位置，即将 R 中的数据由 $(X_0, X_1, \dots, X_{n-1})$ 变换为 $(X_p, X_{p+1}, \dots, X_{n-1}, X_0, X_1, \dots, X_{p-1})$ 。要求：

- 1) 给出算法的基本设计思想。
- 2) 根据设计思想，采用 C 或 C++ 或 Java 语言描述算法，关键之处给出注释。
- 3) 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

(1) 算法的基本设计思想：可将这个问题视为把数组 ab 转换成数组 ba (a 代表数组的前 p 个元素， b 代表数组中余下的 $n - p$ 个元素)，先将 a 逆置得到 $a^{-1}b$ ，再将 b 逆置得到 $a^{-1}b^{-1}$ ，最后将整个 $a^{-1}b^{-1}$ 逆置得到 $a^{-1}b^{-1} = ba$ 。设 $ReverseList$ 函数执行将数组元素逆置的操作，对 $abcdefgh$ 向左循环移动 3 ($p = 3$) 个位置的过程如下：

- $ReverseList(0, p - 1)$ 得到 $cbadefgh$;
- $ReverseList(p, n - 1)$ 得到 $cbahgfed$;
- $ReverseList(0, n - 1)$ 得到 $defghabc$;

注： $ReverseList$ 中，两个参数分别表示数组中待转换元素的始末位置。给出的代码是起始位置和长度

(2) 代码如下

```

1  同2.2.8
2  void ReverseList(SeqList &L, int start, int length)

```

```

3 {
4     for(int i=0;i<length/2;i++)
5         swap(L.data[start+i],L.data[start+length-1-i]);
6 }
7
8 bool ChangeList(SeqList &L,int m,int n)//m为左半部分,n为右半部分
9 {
10     if(L.length==0||m<=0||n<=0)
11         return false;
12
13     ReverseList(L, 0, m);
14     ReverseList(L, m, n);
15     ReverseList(L, 0, m+n);
16     return true;
17 }
18
19 int len=11,m=5;
20 int n=len-m;
21 ChangeList(L, m, n);//左边部分长度,右边部分长度

```

(3) 每个 *ReverseList* 函数的时间复杂度分别为 $O(m/2)$, $O(n/2)$, $O((n+m)/2)$ [实际应用为中为 $O(p/2)$, $O((n-p)/2)$, $O(n/2)$], 总的时间复杂度为 $O(n+m)$ [实际应用为中为 $O(n)$], 空间复杂度为 $O(1)$.

2.2.11

2011统考真题：一个长度为 L ($L \geq 1$) 的升序序列 S ，处在第 $\lceil L/2 \rceil$ 个位置的数称为 S 的中位数。例如，若序列 $S_1 = (11, 13, 15, 17, 19)$ 。则 S 的中位数是 15，两个序列的中位数是含它们所有元素的升序序列的中位数。例如，若 $S_2 = (2, 4, 6, 8, 20)$ ，则 S_1 和 S_2 的中位数是 11。现在有两个等长升序序列 A 和 B ，试设计一个在时间和空间两方面都尽可能高效的算法，找出两个序列 A 和 B 的中位数。要求：

- 1) 给出算法的基本设计思想。
- 2) 根据设计思想，采用 C 或 C++ 或 Java 语言描述算法，关键之处给出注释。
- 3) 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

- **方法一：归并排序的思想**，设 A 和 B 的长度均为 n ，合并两个数组放入 S ，找中位数 $S[n-1]$ (注意下标从 0 开始)，时间复杂度为 $O(n)$ ，空间复杂度为 $O(n)$ 。

```

1 bool Search_Median(SeqList L1, SeqList L2, int n, ElemType &e) //n为每个线性表的长度
2 {
3     if(L1.length==0||L2.length==0||L1.length!=L2.length)
4         return false;
5
6     ElemType *ans=(ElemType *)malloc(2*n*sizeof(ElemType));
7
8     int i=0,j=0,k=0;
9
10    while(i<n&&j<n)
11    {

```

```

12         if(L1.data[i]<=L2.data[j])
13             ans[k++]=L1.data[i++];
14         else ans[k++]=L2.data[j++];
15     }
16     while(i<n)
17         ans[k++]=L1.data[i++];
18     while(j<n)
19         ans[k++]=L2.data[j++];
20
21     e=ans[n-1];
22
23     return true;
24 }

```

- **方法二:**可发现方法一只需要扫 n 个(一半)就可以结束.时间复杂度为 $O(n)$,空间复杂度为 $O(n)$,虽然只优化了部分空间,并没有降低太多时间复杂度.

```

1  bool Search_Median(SeqList L1,SeqList L2,int n,ElemType &e)//n为每个线性表的长度
2  {
3      if(L1.length==0||L2.length==0||L1.length!=L2.length)
4          return false;
5
6      ElemType *ans=(ElemType *)malloc(n*sizeof(ElemType));
7
8      int i=0,j=0,k=0;
9
10     while(i<n&&j<n&&k<n)
11     {
12         if(L1.data[i]<=L2.data[j])
13             ans[k++]=L1.data[i++];
14         else ans[k++]=L2.data[j++];
15     }
16     while(i<n&&k<n)
17         ans[k++]=L1.data[i++];
18     while(j<n&&k<n)
19         ans[k++]=L2.data[j++];
20
21     e=ans[n-1];
22
23     return true;
24 }

```

- **方法三:**不用数组存储,直接在**方法二**每次更新它的值即可,时间复杂度为 $O(n)$,空间复杂度为 $O(1)$.

```

1  bool Search_Median(SeqList L1,SeqList L2,int n,ElemType &e)//n为每个线性表的长度
2  {
3      if(L1.length==0||L2.length==0||L1.length!=L2.length)
4          return false;
5
6      int i=0,j=0,k=0;
7

```

```

8     while(i<n&&j<n&&k<n)
9     {
10         if(L1.data[i]<=L2.data[j])
11             e=L1.data[i++];
12         else e=L2.data[j++];
13         k++;
14     }
15     while(i<n&&k<n)
16         e=L1.data[i++],k++;
17     while(j<n&&k<n)
18         e=L2.data[j++],k++;
19
20     return true;
21 }

```

- **方法4**(官方做法):思想类似于二分,时间复杂度为 $O(\log_2 n)$,空间复杂度为 $O(1)$.

分别求两个升序序列 A 、 B 的中位数, 设为 a 和 b , 求序列 A 、 B 的中位数过程如下:

- 若 $a = b$, 则 a 或 b 即为所求中位数, 算法结束。
- 若 $a < b$, 则舍弃序列 A 中较小的一半, 同时舍弃序列 B 中较大的一半, 要求两次舍弃的长度相等。
- 若 $a > b$, 则舍弃序列 A 中较大的一半, 同时舍弃序列 B 中较小的一半, 要求两次舍弃的长度相等。

在保留的两个升序序列中, 重复上述步骤, 直到两个序列中均只含一个元素时为止, 较小者即为所求的中位数。

```

1  bool Search_Median(SeqList L1,SeqList L2,int n,ElemType &e)//n为每个线性表的长度
2  {
3      if(L1.length==0||L2.length==0||L1.length!=L2.length)
4          return false;
5
6      int l1=0,r1=n-1;//线性表L1的左右边界
7      int l2=0,r2=n-1;//线性表L2的左右边界
8
9      while(r1>l1)
10     {
11         int mid1=(l1+r1)/2;
12         int mid2=(l2+r2)/2;
13         //cout << l1 << " " << r1 << " " << mid1 << endl;
14         //cout << l2 << " " << r2 << " " << mid2 << endl;
15         if(L1.data[mid1]==L2.data[mid2])//相等,两者均为中位数
16         {
17             e=L1.data[mid1];
18             return true;
19         }
20         else if(L1.data[mid1]<L2.data[mid2])//x<y,把小于x和大于y的排除
21         {
22             if((r1-l1+1)%2==1)//奇数
23             {
24                 l1=mid1;
25                 r2=mid2;

```

```

26         }
27         else//偶数
28         {
29             l1=mid1+1;//当前mid不可能成为中位数
30             r2=mid2;
31         }
32     }
33     else//x>y,把大于x和小于y的排除
34     {
35         if((r1-l1+1)%2==1)//奇数
36         {
37             r1=mid1;
38             l2=mid2;
39         }
40         else//偶数
41         {
42             r1=mid1;
43             l2=mid2+1;//当前mid不可能成为中位数
44         }
45     }
46 }
47
48 e=min(L1.data[l1],L2.data[l2]);
49
50 return true;
51 }

```

2.2.12

2013统考真题：已知一个整数序列 $A = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ ，其中 $0 \leq a_i < n$ ($0 \leq i < n$)。若存在 $a_{p_1} = a_{p_2} = \dots = a_{p_m} = x$ 且 $m > n/2$ ($0 \leq p_k < n, 1 \leq k \leq m$)，则称 x 为 A 的主元素。例如 $A = (0, 5, 5, 3, 5, 7, 5, 5)$ ，则 5 为主元素；又如 $A = (0, 5, 5, 3, 5, 1, 5, 7)$ ，则 A 中没有主元素。假设 A 中的 n 个元素保存在一个一维数组中，请设计一个尽可能高效的算法，找出 A 的主元素。若存在主元素，则输出该元素；否则输出 -1。要求：

- 1) 给出算法的基本设计思想。
- 2) 根据设计思想，采用 C 或 C++ 或 Java 语言描述算法，关键之处给出注释。
- 3) 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

- **方法一：**维护一个**计数数组**进行保存每个数的个数，若存在某个数的个数大于 $n/2$ ，则返回该数，否则返回 -1。时间复杂度为 $O(n)$ ，空间复杂度为 $O(n)$ 。

```

1  int Search_Mode(SeqList L, int n)
2  {
3      int *cnt=(int *)malloc(n*sizeof(int));
4
5      for(int i=0;i<n;i++)//初始化计数数组为0
6          cnt[i]=0;
7
8      for(int i=0;i<n;i++)

```

```

9         cnt[L.data[i]]++;
10
11     int ans=-1;
12     for(int i=0;i<n;i++)
13         if(cnt[i]>n/2)
14         {
15             ans=i;
16             break;
17         }
18
19     free(cnt);
20     return ans;
21 }

```

• 方法二:

选取候选的主元素。依次扫描所给数组中的每个整数，将第一个遇到的整数 Num 保存到 c 中，记录 Num 的出现次数为 1；若遇到的下一个整数仍等于 Num ，则计数加 1，否则计数减 1；当计数减到 0 时，将遇到的下一个整数保存到 c 中，计数重新记为 1，开始新一轮计数，即从当前位置开始重复上述过程，直到扫描完全部数组元素。

判断 c 中元素是否是真正的主元素。再次扫描该数组，统计 c 中元素出现的次数，若大于 $n/2$ ，则为主元素；否则，序列中不存在主元素。

时间复杂度为 $O(n)$ ，空间复杂度为 $O(1)$ 。

```

1  int Search_Mode(SeqList L,int n)
2  {
3      int temp=L.data[0]; //存储候选主元素,并设置L.data[0]为候选主元素
4      int cnt=1; //存储个数
5      for(int i=1;i<n;i++) //查找候选主元素
6      {
7          if(L.data[i]==temp)
8              cnt++; //对A中的候选主元素计数
9          else
10         {
11             if(cnt>0) //处理不是候选主元素的情况
12                 cnt--;
13             else //更新候选主元素,重新计数
14             {
15                 temp=L.data[i];
16                 cnt=1;
17             }
18         }
19     }
20
21     int tot=0; //统计候选主元素个数
22     for(int i=0;i<n;i++)
23         if(L.data[i]==temp)
24             tot++;
25
26     if(tot>n/2)

```

```

27     return temp;
28     else return -1;
29 }

```

2.2.13

2018统考真题：给定一个含 n ($n \geq 1$) 个整数的数组，请设计一个在时间上尽可能高效的算法，找出数组中未出现的最小正整数。例如，数组 $-5, 3, 2, 3$ 中未出现的最小正整数是 1；数组 $1, 2, 3$ 中未出现的最小正整数是 4。要求：

- 1) 给出算法的基本设计思想。
- 2) 根据设计思想，采用 C 或 C++ 或 Java 语言描述算法，关键之处给出注释。
- 3) 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

用**标记数组**记录对应是否存在于数组中，最后从头遍历正整数即可，时间复杂度为 $O(n)$ ，空间复杂度为 $O(n)$ 。

要求在时间上尽可能高效，因此采用空间换时间的办法。分配一个用于标记的数组 $B[n]$ ，用来记录 A 中是否出现了 $1 \sim n$ 中的正整数， $B[0]$ 对应正整数 1， $B[n-1]$ 对应正整数 n ，初始化 B 中全部为 0。由于 A 中含有 n 个整数，因此可能返回的值是 $1 \sim n+1$ ，当 A 中 n 个数恰好为 $1 \sim n$ 时返回 $n+1$ 。当数组 A 中出现了小于等于 0 或大于 n 的值时，会导致 $1 \sim n$ 中出现空余位置，返回结果必然在 $1 \sim n$ 中，因此对于 A 中出现了小于等于 0 或大于 n 的值，可以不采取任何操作。（数组标记代码采用的是从 $1 \sim n$ 开始标记的，而不是从 $0 \sim n-1$ 开始的，此处单纯复制官方的思路）

```

1  //思想同2.2.12的方法一
2  int Search_Min_Positive_Integer(SeqList L,int n)
3  {
4      int *flag=(int *)malloc((n+1)*sizeof(int));
5
6      for(int i=1;i<=n;i++)
7          flag[i]=0;
8
9      for(int i=0;i<n;i++)
10         if(L.data[i]>=1&&L.data[i]<=n)
11             flag[L.data[i]]=1;
12     int ans=n+1;
13     for(int i=1;i<=n;i++)
14         if(flag[i]==0)
15         {
16             ans=i;
17             break;
18         }
19
20     free(flag);
21     return ans;
22 }

```

2.2.14

2020统考真题：定义三元组 (a, b, c) (a 、 b 、 c 均为正数) 的距离 $D = |a - b| + |b - c| + |c - a|$ 。给定 3 个非空整数集合 S_1 、 S_2 和 S_3 , 按升序分别存储在 3 个数组中。请设计一个尽可能高效的算法, 计算并输出所有可能的三元组 (a, b, c) ($a \in S_1, b \in S_2, c \in S_3$) 中的最小距离。例如 $S_1 = \{-1, 0, 9\}$, $S_2 = \{-25, -10, 10, 11\}$, $S_3 = \{2, 9, 17, 30, 41\}$, 则最小距离为 2, 相应的三元组为 $(9, 10, 9)$ 。要求:

- 1) 给出算法的基本设计思想。
- 2) 根据设计思想, 采用 C 或 C++ 或 Java 语言 描述算法, 关键之处给出注释。
- 3) 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

- **方法一:** 循环枚举每个数组的元素, 构成三元组, 找出最小值, 时间复杂度为 $O(n^3)$, 空间复杂度为 $O(1)$ 。

```
1  int calc_dist(int x,int y,int z)
2  {
3      return abs(x-y)+abs(y-z)+abs(z-x);
4  }
5
6  int Calc_Min_Dist(SeqList A,SeqList B,SeqList C)
7  {
8      if(A.length==0||B.length==0||C.length==0)
9          return -1;
10
11     int ans=calc_dist(A.data[0], B.data[0], C.data[0]); //初始值置为某一个值
12
13     for(int i=0;i<A.length;i++)
14         for(int j=0;j<B.length;j++)
15             for(int k=0;k<C.length;k++)
16                 ans=min(ans,calc_dist(A.data[i], B.data[j], C.data[k]));
17     return ans;
18 }
```

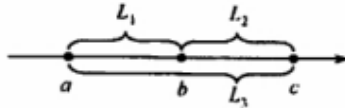
- **方法二:** 最小值的下标右移会影响到最终的结果, 时间复杂度为 $O(n)$, 空间复杂度为 $O(1)$ 。

[讲解链接](#)

分析。由 $D = |a - b| + |b - c| + |c - a| \geq 0$ 有如下结论。

① 当 $a = b = c$ 时，距离最小。

② 其余情况。不失一般性，假设 $a \leq b \leq c$ ，观察下面的数轴：



$$L_1 = |a - b|$$

$$L_2 = |b - c|$$

$$L_3 = |c - a|$$

$$D = |a - b| + |b - c| + |c - a| = L_1 + L_2 + L_3 = 2L_3$$

由 D 的表达式可知，事实上决定 D 大小的关键是 a 和 c 之间的距离，于是问题就可以简化为每次固定 c 找一个 a ，使得 $L_3 = |c - a|$ 最小。

1) 算法的基本设计思想

① 使用 D_{\min} 记录所有已处理的三元组的最小距离，初值为一个足够大的整数。

② 集合 S_1 、 S_2 和 S_3 分别保存在数组 A 、 B 、 C 中。数组的下标变量 $i = j = k = 0$ ，当 $i < |S_1|$ 、 $j < |S_2|$ 且 $k < |S_3|$ 时 ($|S|$ 表示集合 S 中的元素个数)，循环执行下面的 a) ~ c)。

a) 计算 $(A[i], B[j], C[k])$ 的距离 D ； (计算 D)

b) 若 $D < D_{\min}$ ，则 $D_{\min} = D$ ； (更新 D)

c) 将 $A[i]$ 、 $B[j]$ 、 $C[k]$ 中的最小值的下标+1； (对照分析：最小值为 a ，最大值为 c ，这里 c 不变而更新 a ，试图寻找更小的距离 D)

③ 输出 D_{\min} ，结束。

```
1  int calc_dist(int x,int y,int z)
2  {
3      return abs(x-y)+abs(y-z)+abs(z-x);
4  }
5
6  bool check_min(int a,int b,int c)
7  {
8      return (a<=b&& a<=c);
9  }
10
11 int Calc_Min_Dist(SeqList A,SeqList B,SeqList C)
12 {
13     if(A.length==0||B.length==0||C.length==0)
14         return -1;
15     int ans=calc_dist(A.data[0], B.data[0], C.data[0]); //初始值置为某一个值
16
17     int i=0,j=0,k=0;
18
19     while(i<A.length&&j<B.length&&k<C.length)
20     {
21         ans=min(ans,calc_dist(A.data[i], B.data[j], C.data[k]));
22
23         if(check_min(A.data[i], B.data[j], C.data[k]))
24             i++;
25         else if(check_min(B.data[j], A.data[i], C.data[k]))
26             j++;
27         else k++;
```

```
28     }  
29     return ans;  
30 }
```