

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cdot e^{-y^2} dx dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$$

* Add Derivation for Jacobian

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-r^2} r dr d\theta$$

$$I^2 = 2\pi \left(-\frac{1}{2} e^{-r^2} \right)_0^{\infty}$$

$$I^2 = \pi$$

$$I = \sqrt{\pi}$$