Joanna Kiesiak #22

Metody Numeryczne (MNUB) – Projekt
Zadanie #3: Rozwiązywanie równań różniczkowych

1. Rozwiązać równanie różniczkowe:

$$12y'' = -4y' - 3y \quad \text{dla } t \in [0,10], \quad y(0) = 0 \text{ oraz } y'(0) = 1$$

za pomocą zamkniętej metody Radau IA rzędu 5, dla której tablica współczynników Butchera ma następującą postać:

$$\begin{array}{c|ccc}
0 & \frac{1}{9} & \frac{-1-\sqrt{6}}{18} & \frac{-1+\sqrt{6}}{18} \\
\frac{3}{5}-\frac{\sqrt{6}}{10} & \frac{1}{9} & \frac{11}{45}+\frac{7\sqrt{6}}{360} & \frac{11}{45}-\frac{43\sqrt{6}}{360} \\
\frac{3}{5}+\frac{\sqrt{6}}{10} & \frac{1}{9} & \frac{11}{45}+\frac{43\sqrt{6}}{360} & \frac{11}{45}-\frac{7\sqrt{6}}{360} \\
\hline
 & \frac{1}{9} & \frac{4}{9}+\frac{\sqrt{6}}{36} & \frac{4}{9}-\frac{\sqrt{6}}{36}
\end{array}$$

Rozwiązanie uzyskane dla stałego kroku całkowania $h = 0.01$ porównać z wynikiem uzyskanym za pomocą zaimplementowanej w Matlabie funkcji ***ode45***. Dobrać parametry *RelTol* i *AbsTol* tej funkcji w taki sposób, aby uzyskać możliwie dokładne rozwiązanie. Wyznaczony wektor $\dot{\mathbf{y}}(t)$ traktować jako rozwiązanie odniesienia.

2. Przeprowadzić systematyczne badania zależności dokładności uzyskanego rozwiązania od kroku całkowania *h*; w tym celu wyznaczyć wskaźniki błędu średniokwadratowego oraz błędu maksymalnego:

$$\delta_2(h) = \frac{\left\|\hat{\mathbf{y}}(t;h) - \dot{\mathbf{y}}(t,h)\right\|_2}{\left\|\dot{\mathbf{y}}(t,h)\right\|_2} \quad \text{oraz} \quad \delta_\infty(h) = \frac{\left\|\hat{\mathbf{y}}(t;h) - \dot{\mathbf{y}}(t,h)\right\|_\infty}{\left\|\dot{\mathbf{y}}(t,h)\right\|_\infty}$$

gdzie $\hat{\mathbf{y}}(t;h)$ jest rozwiązaniem uzyskanym dla kroku h, zaś $\dot{\mathbf{y}}(t,h)$ rozwiązaniem odniesienia. Sporządzić wykresy zależności $\delta_2(h)$ i $\delta_\infty(h)$.

3. Przeprowadzić analogiczne badania dla otwartej metody Eulera. Wykresy zależności $\delta_2(h)$ i $\delta_\infty(h)$ dla tej metody dodać to wykresów z punktu 2.