

## Metody Numeryczne (MNUB) – Projekt

### Zadanie #1: Rozwiązywanie liniowych równań algebraicznych

1. Opracować procedurę generacji macierzy  $\mathbf{A}_{N,x}$  zdefiniowanej wzorem

$$\mathbf{A}_{N,x} = \begin{bmatrix} x^2 & \frac{2x}{3} & \frac{2x}{3} & \frac{2x}{3} & \dots & \frac{2x}{3} & \frac{2x}{3} \\ \frac{2x}{3} & \frac{8}{9} & \frac{8}{9} & \frac{8}{9} & \dots & \frac{8}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{2x}{3} & \frac{8}{9} & \frac{12}{9} & \frac{12}{9} & \dots & \frac{12}{9} & \frac{12}{9} \\ \frac{2x}{3} & \frac{8}{9} & \frac{12}{9} & \frac{16}{9} & \dots & \frac{16}{9} & \frac{16}{9} \\ \frac{2x}{3} & \frac{8}{9} & \frac{12}{9} & \frac{16}{9} & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \frac{(N-1) \cdot 4}{9} & \frac{(N-1) \cdot 4}{9} \\ \frac{2x}{3} & \frac{8}{9} & \frac{12}{9} & \frac{16}{9} & \dots & \frac{(N-1) \cdot 4}{9} & \frac{N \cdot 4}{9} \end{bmatrix}$$

2. Dla  $N = 3, 10, 20$  i  $x = \sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{2}} - 1$  wyznaczyć najmniejszą wartość dodatnią  $\alpha_N$  dla której  $\det(\mathbf{A}_{N,x}) = 0$ . Sporządzić wykresy zależności wyznacznika oraz wskaźnika uwarunkowania każdej z macierzy  $\mathbf{A}_{N,x}$  od  $\alpha$  dla  $\alpha \in [\alpha_N - 0.01, \alpha_N + 0.01]$ .
3. Opracować procedurę wyznaczania macierzy  $\hat{\mathbf{A}}_{N,x}^{-1}$  - odwrotnej do  $\mathbf{A}_{N,x}$  wg schematu przedstawionego na slajdzie 2-16 przy zastosowaniu obu rozkładów:  $\mathbf{LU}$  i  $\mathbf{LL}^T$ . Sprawdzić jej działanie dla kilku niewielkich dodatnio określonych macierzy.
4. Zastosować powyższą procedurę do wyznaczenia macierzy  $\hat{\mathbf{A}}_{N,x}^{-1}$  dla  $N = 3, 10, 20$  oraz  $x = \frac{2^k}{300}$ , gdzie  $k = 0, 1, 2, \dots, 21$ .
5. Dla każdej macierzy  $\hat{\mathbf{A}}_{N,x}^{-1}$  wyznaczyć wskaźnik błędu średniokwadratowego:

$$\delta_2 = \|\mathbf{A}_{N,x} \cdot \hat{\mathbf{A}}_{N,x}^{-1} - \mathbf{I}_N\|_2$$

oraz wskaźnik błędu maksymalnego:

$$\delta_\infty = \|\mathbf{A}_{N,x} \cdot \hat{\mathbf{A}}_{N,x}^{-1} - \mathbf{I}_N\|_\infty$$

Normy macierzy należy liczyć w sposób przedstawiony na slajdzie 1-5. Porównać otrzymane wyniki dla rozkładów  $\mathbf{LU}$  i  $\mathbf{LL}^T$  z wartościami tych wskaźników, wyznaczonymi dla macierzy odwrotnych uzyskanych za pomocą operatora wyznaczania odwrotności macierzy *inv*, zaimplementowanego w MATLABie. Sporządzić odpowiednie wykresy. Porównać wyznaczone normy z wynikami uzyskanymi za pomocą funkcji *norm* zaimplementowanej w Matlabie.