Optymalizacja

Zadanie 1. Wyznacz punkty krytyczne każdej z poniższych funkcji. Scharakteryzuj każdy znaleziony punkt jako minimum, maksimum lub punkt siodłowy. Dla każdej funkcji zbadaj, czy posiada minimum globalne lub maksimum globalne na zbiorze $\mathbb{R}^2$.

$$f_1(x, y) = x^2 - 4xy + y^2 \tag{1}$$
$$f_2(x, y) = x^4 - 4xy + y^4 \tag{2}$$
$$f_3(x, y) = 2x^3 - 3x^2 - 6xy(x - y - 1) \tag{3}$$
$$f_4(x, y) = (x - y)^4 + x^2 - y^2 - 2x + 2y + 1 \tag{4}$$

Zadanie 2. Napisz program znajdujący minimum funkcji Rosenbrocka

$$f(\mathbf{x}) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 \tag{5}$$

implementując następujące metody optymalizacji:

- metodę największego spadku (ang. *steepest descent*)
- metodę Newtona

Przetestuj obie metody z następującymi punktami startowymi:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$$

Każdą metodę wykonaj przez 10 iteracji i porównaj wyniki z wynikami otrzymanymi dla pozostałych punktów startowych. Czy metody zachowują się zgodnie z oczekiwaniami?