

Przetwarzanie danych

Zadanie 1. Wygeneruj losowo macierz $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ oraz wektory $u, v \in \mathbb{R}^{N \times 1}$. Oblicz A^{-1} (macierz odwrotna do A) oraz $A + uv^T$ (tzw. *rank-one update* macierzy A).

Chcemy obliczyć macierz odwrotną do $A + uv^T$ na trzy sposoby:

- Aplikując funkcję `numpy.linalg.inv` lub `scipy.linalg.inv` do $A + uv^T$
- Stosując wzór Shermana-Morrisona (ang. *Sherman-Morrison formula*)

$$(A + uv^T)^{-1} = A^{-1} + \frac{A^{-1}uv^T A^{-1}}{1 + v^T A^{-1}u} \quad (1)$$

oraz wykorzystując fakt, że A^{-1} zostało już wcześniej wyliczone.

- Stosując wzór Shermana-Morrisona wg łączności podanej poniżej

$$(A + uv^T)^{-1} = A^{-1} + \frac{A^{-1}(uv^T)A^{-1}}{1 + v^T A^{-1}u} \quad (2)$$

Uruchom i zmierz czasy działania powyższych metod odwracania macierzy - każdej dla różnych rozmiarów N . Dokonaj 10 pomiarów dla każdej wartości N .

Korzystając z mechanizmów `DataFrame` biblioteki `pandas` oblicz średnią i odchylenie standardowe w taki sposób, aby narysować wykresy średnich czasów obliczenia operacji w zależności od rozmiaru N . Dodaj słupki błędów do obydwu wykresów uzyskanych z obliczenia odchylenia standardowego. Zwróć uwagę na staranne podpisanie osi i wykresów.

Jaka jest złożoność obliczeniowa powyższych trzech metod?