1. Zadanie 10

1.1. Treść

Zaprojektować schodkowy, ćwierćfalowy transformator impedancji o charakterystyce równomiernie falistej (Czebyszewa) dopasowujący dwie linie współosiowe o impedancjach charakterystycznych $Z_{01} = 30\ \Omega$ i $Z_{02} = 75\ \Omega$. Transformator ten powinien zapewniać w paśmie $2 \div 3\ GHz$ dopasowanie z $WFS \leq 1.12$. Projekt transformatora wykonać przy założeniu, że przewody zewnętrzne obu dopasowywanych linii mają średnicę $a = 7\ mm$. Zaprojektować równoważny wariant tego transformatora w postaci transformatora II klasy, tj. transformatora złożonego z niewspółmiernych odcinków linii o impedancjach charakterystycznych $Z_{01} = 30\ \Omega$ i $Z_{02} = 75\ \Omega$.

1.2. Rozwiązanie

1.2.1. Transformator schodkowy

Projekt transformatora rozpoczyna się od określenia ilości sekcji niezbędnych do realizacji. Minimalna ilość sekcji potrzebnych do realizacji transformatora jest większa lub równa:

$$\begin{aligned} n &\geq \frac{\mathrm{arch}\left(\frac{R-1}{\Gamma_d \times (r+1)}\right)}{\mathrm{arch}\left(\frac{1}{\cos(\pi \frac{1-\omega}{2})}\right)} = 1.47234760626 \\ n &= 2 \end{aligned} \tag{1.1}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} R &= \frac{Z_{02}}{Z_{01}} &= 2.5, \\ \Gamma_d &= \frac{WFS - 1}{WFS + 1} &= 0.0566037735849. \end{aligned}$$

Następnie należy policzyć wartość impedancji kolejnych sekcji transformatora. Uzyskuję się je poprzez przemnożenie impedancji poprzedniego fragmentu linii poprzez współczynnik V_K. Sposób obliczania współczynników V_K jest zależny od stopnia transformatora i dokładne wzory są podane w [?]. Dla przypadku podanego w treści zadania mamy:

$$\begin{aligned} Z_{01} &= 30\ \Omega \\ Z_1 &= Z_{01} \times V_1 &= 30\ \Omega \times 1.27247425628 = 38.1742276884\ \Omega \\ Z_2 &= Z_1 \times V_2 &= 38.1742276884\ \Omega \times 1.54398116863 = 58.9402886777\ \Omega \\ Z_{02} &= 75\ \Omega \end{aligned}$$

Znając impedancje kolejnych odcinków linii oraz transformatora możemy obliczyć szerokości przewodów wewnętrznych linii współosiowych realizujących dane impedancję. W tym celu należy posłużyć się zależnością:

$$b = a \times \exp\left(-\frac{Z_k}{59.952 \times \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}}\right) \tag{1.2}$$

Dla danych z treści z zdania oraz obliczonych impedancji:

$$\begin{aligned} b_{01} &= 4.24401531258\ mm \\ b_1 &= 3.70307525226\ mm \\ b_2 &= 2.61898150779\ mm \\ b_{02} &= 2.00352744277\ mm \end{aligned}$$

Ostatnim etapem projektu jest wyznaczenie długości każdego z odcinków tworzących transformator. Długość elektryczna powinna wynosić $\frac{\lambda}{4}$. Długość fizyczną wyznacza się z zależności:

$$l\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{c}{\sqrt{\mu_r/\epsilon_r} 4 f_0} \tag{1.3}$$

Dla danych z zadania wynosi: $l\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.99792458\ cm$.

1.2.2. Transformator impedancji II klasy

Transformator złożony z niewspółmiernych odcinków linii różni się od transformatora schodkowego tym, że składa się z odcinków linii o znanej impedancji charakterystycznej Z_0 i $R \times Z_0$, a projektowanie polega na doborze odpowiedniej ilości sekcji oraz długości elektrycznych odcinków. W przypadku tego zadania mamy $Z_0 = 30\ \Omega$, $R = \frac{75}{30} = 2.5$.

W pracy [?] przedstawiono metody projektowania dwu-, cztero-, sześcio- i ośmiosekcyjnych transformatorów impednacji II klasy. W przypadku tego zadania, ze względu warunek odpowiadania transformatorowi zaprojektowanemu w sekcji 1.2.1 należy zaprojektować transformator czterosekcyjny.

Długości elektryczne kolejnych sekcji transformatora wynoszą $\theta_i(f)$ i są związane z długością elektryczną pierwszej sekcji $\theta(f)$ zależnością:

$$\theta_i(f) = a_i \theta(f) \quad dla \quad i = 2, 3, \dots n, \tag{1.4}$$

gdzie a_i jest i-tą składową n-wymiarowego wektora $A = (1, a_2, a_3, \dots, a_n)$

Projektowanie transformatora sprowadza się do aproksymacji funkcji wnoszonego tłumienia $L(A, \theta)$ w paśmie $[\theta_a, x\theta_a]$ gdzie θ_a i $x\theta_a$ oznaczają długości elektryczne pierwszej sekcji dla najmniejszej i największej częstotliwości pracy transformatora.

Z wymagań przedstawionych w [?] mamy: $a_2 = a_3$ i $a_4 = 1$. Dlatego szukane wartości to:

$$\theta_a = \theta(f_1) = \frac{V_4}{1+x} = 0.265397249812 \tag{1.5}$$

$$a_2 = \frac{f_3(r) + f_4(r)(2-x)}{V_4} = 2.73683917651 \tag{1.6}$$