1. Zadanie 10

1.1. Treść

Zaprojektować schodkowy, ćwierćfalowy transformator impedancji o charakterystyce równomiernie falistej (Czebyszewa) dopasowujący dwie linie współosiowe o impedancjach charakterystycznych $Z_{01} = 30\ \Omega$ i $Z_{02} = 75\ \Omega$. Transformator ten powinien zapewniać w paśmie $2 \div 3\ GHz$ dopasowanie z $WFS \leq 1.12$. Projekt transformatora wykonać przy założeniu, że przewody zewnętrzne obu dopasowywanych linii mają średnicę $a = 7\ mm$. Zaprojektować równoważny wariant tego transformatora w postaci transformatora II klasy, tj. transformatora złożonego z niewspółmiernych odcinków linii o impedancjach charakterystycznych $Z_{01} = 30\ \Omega$ i $Z_{02} = 75\ \Omega$.

1.2. Rozwiązanie

1.2.1. Transformator schodkowy

Projekt transformatora rozpoczyna się od określenia ilości sekcji niezbednych do realizacji. Minimalna ilość sekcji potrzebnych do realizacji transformatora jest wieksza lub równa:

$$
\begin{aligned}
n &\geq \frac{\operatorname{arch}\left(\frac{R-1}{\Gamma_d \times (r+1)}\right)}{\operatorname{arch}\left(\frac{1}{\cos(\pi\frac{1-\omega}{2})}\right)} = 1.47234760626 \\
n &= 2
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

gdzie:

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{Z_{02}}{Z_{01}} && = 2.5, \\
\Gamma_d &= \frac{WFS-1}{WFS+1} && = 0.0566037735849.
\end{aligned}
$$

Następnie należy policzyć wartość impedancji kolejnych sekcji transformatora. Uzyskuję się je poprzez przemnożenie impedancji poprzedniego fragmentu linii poprzez współczynnik V_K. Sposób obliczania współczynników V_K jest zależny od stopnia transformatora i dokładne wzory są podane w [?]. Dla przypadku podanego w treści zadania mamy:

$$
\begin{aligned}
Z_{01} &= 30\ \Omega \\
Z_1 &= Z_{01} \times V_1 && = 30\ \Omega \times 1.27247425628 = 38.1742276884\ \Omega \\
Z_2 &= Z_1 \times V_2 && = 38.1742276884\ \Omega \times 1.54398116863 = 58.9402886777\ \Omega \\
Z_{02} &= 75\ \Omega
\end{aligned}
$$

Znając impedancje kolejnych odcinków linii oraz transformatora możemy obliczyć szerokości przewodów wewnętrznych linii współosiowych realizujących dane impedancję. W tym celu należy posłużyć się zależnością:

$$
b = a \times \exp\left(-\frac{Z_k}{59.952 \times \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}}\right)
\tag{1.2}
$$

Dla danych z treści z zdania oraz obliczonych impedancji:

$$\begin{aligned}
b_{01} &= 2.84549286046\ mm \\
b_1 &= 2.22656956016\ mm \\
b_2 &= 1.19406077254\ mm \\
b_{02} &= 0.73747396094\ mm
\end{aligned}$$

Ostatnim etapem projektu jest wyznaczenie długości każdego z odcinków tworzących transformator. Długość elektryczna powinna wynośić $\frac{\lambda}{4}$. Długość fizyczną wyznacza się z zależności:

$$l\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{c}{\sqrt{\mu_r/\epsilon_r}4f_0} \tag{1.3}$$

Dla danych z zadania wynosi: $l\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5.39298883136\ cm$.

1.2.2. Transformator impedancji II klasy

Transformator złożony z niewspółmiernych odcinków linii różni się od transformatora schodkowego tym, że składa się z odcinków linii o znanej impedancji charakterystycznej Z_0 i $R \times Z_0$, a projektowanie polega na doborze odpowiedniej ilości sekcji oraz długości elektrycznych odcinków. W przypadku tego zadania mamy $Z_0 = 30\ \Omega$, $R = \frac{75}{30} = 2.5$.

W pracy [**?**] przedstawiono metory projektowania dwu-, cztero, sześcio- i ośmiosekcyjnych transformatorów impednacji II klasy. W przypadku tego zadania, ze względu warunek odpowiadania transformatorowi zaprojektowanemu w sekcjii 1.2.1 należy zaprojektować transformator czterosekcyjny.

Długości elektryczne kolejnych sekcji transormatora wynoszą $\theta_i(f)$ i są związane z długością elektryczną pierwszej sekcji $\theta(f)$ zależnością:

$$\theta_i(f) = a_i\theta(f) \quad dla \quad i = 2, 3, \ldots n, \tag{1.4}$$

gdzie a_i jest i-tą składową n-wymiarowego wektora $A = (1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$

Projektowanie transformatora sprowadza się do aproksymacji funkcji wnoszonego tłumienia $L(A, \theta)$ w paśmie $[\theta_a, x\theta_a]$ gdzie θ_a i $x\theta_a$ oznaczają długości elektryczne pierwszej sekcji dla najmniejszej i największej częstotliwości pracy transformatora.

Z wymagań przedstawionych w [**?**] mamy: $a_2 = a_3$ i $a_4 = 1$. Dlatego szukane wartości to:

$$\theta_a = \theta(f_1) = \frac{V_4}{1+x}, \tag{1.5}$$

$$a_2 = \frac{f_3(r) + f_4(r)(2-x)}{V_4}, \tag{1.6}$$

Obliczone w ten sposób parametry linii mają charakter quasi-czebyszewowski. W celu dokładniejszego odwzorowania należy wynik skorygować stosując metodę Remeza, stosując wartości obliczone za pomocą 1.5 i 1.6 jako punkt startowy.