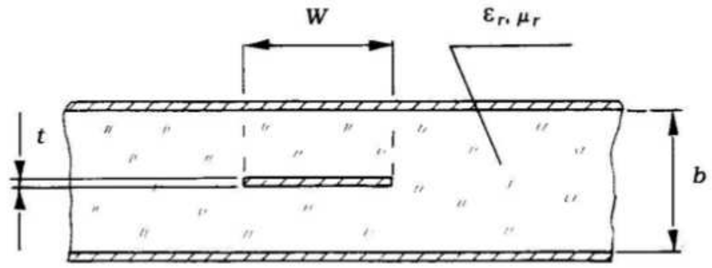
1. Zadanie 4

1.1. Treść

Zaprojektować symetryczną linię paskową, rys. 1.1, o impedancji charakterystycznej $Z_0 = 50\ \Omega$. Podłoże linii stanowi dielektryk o $\epsilon_r = 2.56$, $\mu_r = 1$ i grubości $b = 2.8\ mm$. Obliczenia wykonać, przy założeniu, że grubość przewodu wewnętrznego $t = 0\ mm$. Metodą różnic skończonych obliczyć impedancję charakterystyczną tej linii przyjmując, że przewód wewnętrzny $t = 0.150\ mm$.



Rysunek 1.1: Symetryczna linia paskowa

1.2. Rozwiązanie

1.2.1. Nieskończenie cienki przewód wewnętrzny

Impedancja charakterystyczna symetrycznej linii paskowej wyraża się wzorem:

$$Z_0(k) = 29.976\pi\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}\frac{K(k)}{K'(k)} \tag{1.1}$$

gdzie:

$$k = \frac{1}{\mathrm{ch}\left(\frac{\pi w}{2b}\right)} \tag{1.2}$$

przy założeniu nieskończenie cienkiego paska ($t = 0\ mm$). Z równania 1.2 można wyznaczyć szerokość paska:

$$w = \frac{2b}{\pi}\ln\left(\frac{1}{k} + \sqrt{\frac{1}{k^2} - 1}\right) \tag{1.3}$$

która to tworzy linie o impedanacji Z_0.

W pierwszym kroku z równania 1.1 można wyznaczyć stosunek całek eliptycznych $\frac{K(k)}{K'(k)}$:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{Z_0}{29.976\pi}\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}. \tag{1.4}$$

Następnie można wyznaczyć stałą modularną q:

$$q = e^{-\pi\frac{K'(k)}{K(k)}}. \tag{1.5}$$

Stała modularna z równania 1.5 pozwala wyznaczyć wartość szeregów:

$$N = \sum_{i=1}^{\infty} q^{i\times(i-1)}, \tag{1.6}$$

$$D = 0.5 + \sum_{i=1}^{\infty} q^{i\times i}. \tag{1.7}$$

Szeregi 1.6 i 1.7 są szybko zbieżne i wystarczy już kilka pierwszych wyrazów aby uzyskać dobrą dokładność. W programie obliczanie wartości N oraz D zatrzymuję się automatycznie gdy osiągnięta została dokładność, która jest podawana jako parametr funkcji.

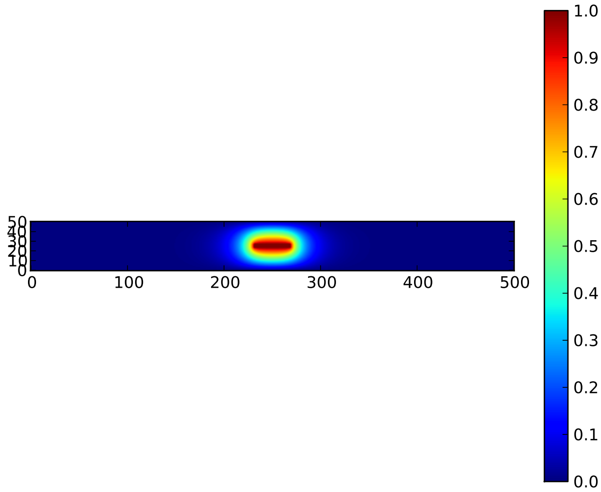
Korzystając z wyznaczonych wartości można obliczyć moduł k:

$$k = \sqrt{q}\left(\frac{N}{D}\right)^2. \tag{1.8}$$

Podstawiając wartość do równania 1.3 można obliczyć wymaganą szerokość paska. Dla danych podanych w treści zadania wymagana wartość $w = 2.06265925327\ mm$.

1.2.2. Przewód wewnętrzny o $t = 0.150\ mm$

W celu obliczenia dokładniejszej wartości impedancji skorzystano z metody różnic skończonych. W tym celu należy wyznaczyć rozkład potencjału w linii. Wykorzystano w tym celu algorytm Liebmanna opisany w [?]. Wynik został przedstawiony na rys. 1.2.



Rysunek 1.2: Rozkład potencjału w symetrycznej linii paskowej

Mając dany rozkład potencjału możemy obliczyć impedancję linii:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{U}{\oint_{S_2} E_n \mathrm{ds}} \tag{1.9}$$

gdzie U to napięcie pomiędzy przewodem wewnętrznym a zewnętrznym, E_n to składowa normalna natężenia pola elektrycznego określona na linii brzegowej S_2 przewodu zewnętrznego.

W wyniku symulacji uzyskano impedancję równą $Z_0 = 45.2925852199\ \Omega$, dla przewodu o wymiarach określonych w sekcji 1.2.1. Daję to różnicę równą $4.70741478\ \Omega$ od wymaganych $50\ \Omega$.