Jakub Kopański
e-mail: J.Kopanski@imio.pw.edu.pl

Projektowanie układów mikrofalowych (PUM)
Projekt

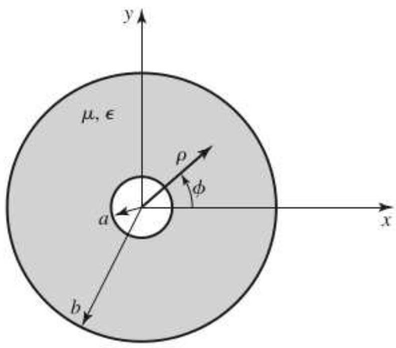
Spis treści

1. Zadanie 1

1.1. Treść

Udowodnić, że powietrzna linia współosiowa o stosunku promieni przewodów zewnętrznego do wewnętrznego równym $\sqrt{e} = 1.648721271\ldots$ może przenosić falę elektromagnetyczną o największej mocy. Zadaną wielkością jest maksymalne natężenie pola elektrycznego, przy którym następuje przebicie elektryczne wypełniającego linię powietrza.

1.2. Rozwiązanie



Rysunek 1.1: Przekrój przez linie współosiową oraz symbole jej parametrów

Współosiową linie transmisyjną pokazano na rysunku 1.1. W treści zadania powiedziano, że mamy doczynienia z linią powietrzną więc $\epsilon = \epsilon_0$ oraz $\mu = \mu_0$. Moc fali przenoszonej przez linie jest równa:

$$P = \oint_S \bar{E}(x, y) \times \bar{H}(x, y)\ \mathrm{ds} \tag{1.1}$$

Ponieważ wyrażenia na pole elektryczne i magnetyczne w kartezjańskim układzie współrzędnych byłyby bardzo skomplikowane, należy zmienić układ współrzędnych na polarny:

$$P = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^b \bar{E}(\rho, \phi) \cdot \bar{H}(\rho, \phi) \rho\ \mathrm{d}\rho \mathrm{d}\phi \tag{1.2}$$

Pole elektryczne i magnetyczne mają postać:

$$\bar{E}(\rho) = \frac{U_0 \hat{\rho}}{\rho \ln \frac{b}{a}} \tag{1.3}$$

$$\bar{H}(\phi) = \frac{\bar{E}(\rho)\hat{\phi}}{\eta_0} \tag{1.4}$$

gdzie:

$\hat{\rho}$	- wersor w kierunku ρ,
$\hat{\phi}$	- wersor w kierunku ϕ,
$\xi_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$	- impedancja falowa linii.

Możemy teraz policzyć moc fali przenoszonej przez linie:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_a^b \bar{E}(\rho,\phi)\cdot\bar{H}(\rho,\phi)\rho\ \mathrm{d}\rho\mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_a^b \frac{1}{\xi_0}\frac{U_0^2}{\rho^2\ln^2\frac{b}{a}}\rho\ \mathrm{d}\rho\mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_a^b \frac{1}{\xi_0}\frac{U_0^2}{\rho\ln^2\frac{b}{a}}\ \mathrm{d}\rho\mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{2}\frac{1}{\xi_0}\frac{U_0^2}{\ln^2\frac{b}{a}}\int_0^{2\pi}\int_a^b \frac{1}{\rho}\ \mathrm{d}\rho\mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{2}\frac{1}{\xi_0}\frac{U_0^2}{\ln^2\frac{b}{a}}\int_0^{2\pi} \ln|\rho|\Big|_a^b\ \mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{2}\frac{1}{\xi_0}\frac{U_0^2}{\ln^2\frac{b}{a}}\ln\frac{b}{a}\int_0^{2\pi} 1\ \mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{2}\frac{1}{\xi_0}\frac{U_0^2}{\ln\frac{b}{a}}\phi\Big|_0^{2\pi} \\
&= \frac{2\pi}{\xi_0}\frac{U_0^2}{\ln\frac{b}{a}} \qquad (1.5)
\end{aligned}$$

Korzystając z zależności:

$$U_0 = E_{max}\cdot a\ln\frac{b}{a} \qquad (1.6)$$

można wyznaczyć moc fali propagującej się w lini w zależności od maksymalnego natężenia pola elektromagnetycznego (E_{max}). Podstawuając 1.6 do 1.5 otrzymuję się:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{2\pi}{\xi_0}\frac{E_{max}^2\cdot a^2\ln^2\frac{b}{a}}{\ln\frac{b}{a}} \\
&= \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}E_{max}^2\cdot a^2\ln\frac{b}{a} \\
&= \underbrace{2\pi\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}E_{max}^2}_{K}\cdot a^2\ln\frac{b}{a} \\
&= K\cdot a^2\ln\frac{b}{a} \qquad (1.7)
\end{aligned}$$

K we wzorze 1.7 jest stałe, zależne tylko od podanego w zadaniu maksymalnego natężenia pola.

Moc fali propagującej się w linii będzie maksymalna gdy pochodna mocy określonej wzorem 1.7 ($\frac{\mathrm{dP(a)}}{\mathrm{da}}$) będzie równa 0.

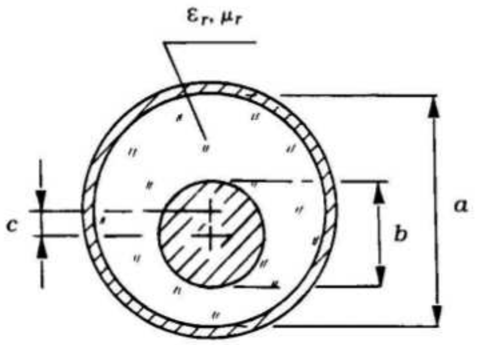
$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{dP(a)}}{\mathrm{da}} &= K\cdot 2a\ln\frac{b}{a} + K\cdot a^2(-\frac{1}{a}) \\
&= Ka[2\ln\frac{b}{a} - 1] \qquad (1.8)
\end{aligned}$$

Wyrażenie 1.8 jest równe 0 gdy $2\ln\frac{b}{a} - 1 = 0$. Co z kolei przekłada się na warunek $\ln\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$, który jest spełniony gdy $\frac{b}{a} = \sqrt{\mathrm{e}}$, co należało dowieść.

2. Zadanie 2

2.1. Treść

Dana jest powietrzna linia współosiowa o średnicach przewodów a = 7 mm i b = 3.04 mm, patrz rys. 2.1. O ile należy przesunąć przewód wewnętrzny względem przewodu zewnętrznego (c =?) aby jej impedancja charakterystyczna zmieniła się o 5 Ω.



Rysunek 2.1: Linie z przesuniętym przewodem wewnętrznym

2.2. Rozwiązanie

Impedancja linii ekscentrycznej jest określona wzorem:

$$Z_0(x) = 59.952\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right) \tag{2.1}$$

$$x = \frac{1}{2a}\left(b + \frac{a^2 - 4c^2}{b}\right) \tag{2.2}$$

Dla c = 0 mamy:

$$Z_0(x)\Big|_{c=0} = 59.952\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \ln\frac{a}{b} \tag{2.3}$$

Jest to zależność przybliżona. Dokładny wzór na impedancje linii współosiowej ma postać:

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln\frac{a}{b} \tag{2.4}$$

Porównując podane wyżej zależności dla c = 0 mamy:
wzór dokładny : 50.0085378279
wzór przybliżony : 50.0031234918
co daję błąd równy 0.01%.

Zadanie można rozwiązać na 2 sposobu: analitycznie i numerycznie. kolejne zadania będzie można rozwiązać już tylko numerycznie więc porównując rozwiązanie analityczne i numeryczne zadania 2 można przetestować zaprogramowaną metodę newtona.

2.2.1. Rozwiązanie analityczne

Równanie z jakie należy rozwiązać to

$$\underbrace{59.952\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}}_{k}\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\underbrace{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\ln\frac{a}{b}-5}_{d} \tag{2.5}$$

$$\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\frac{d}{k} \tag{2.6}$$

Kluczowe jest spostrzeżenie, że $\operatorname{arch} x=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$. Biorąc cosinus hiperboliczny obu stron równania mamy

$$\operatorname{ch}\left(\operatorname{arch}(x)\right)=\operatorname{ch}\frac{d}{k} \tag{2.7}$$

$$x=\frac{1}{2}\left(e^{\frac{d}{k}}+e^{-\frac{d}{k}}\right) \tag{2.8}$$

Otrzymane x należy podstawić do wzoru 2.2. Po kilku przekształceniach otrzymuję się zależność:

$$c=\sqrt{\left(a^2-ab2\operatorname{ch}\frac{d}{k}+b^2\right)\Big/4} \tag{2.9}$$

Podstawiając dane z treści zadania otrzymuję się przesunięcie $c=0.882307292061mm$.

2.2.2. Rozwiązanie numeryczne

W celu znalezienia wymaganego przesunięcia, należy znaleźć wartość x przy którym impedancja spełnia warunek:

$$Z_0(x)\Big|_{c=?}=Z_0(x)\Big|_{c=0}-5 \tag{2.10}$$

$$Z_0(x)\Big|_{c=?}-Z_0(x)\Big|_{c=0}+5=0 \tag{2.11}$$

a następnie znając x wyznaczyć c. Oczywiście stosując rozwiązania numeryczne nie trzeba stosować się do kolejności wyznaczania (tzn. najpierw x a potem c). Dysponując funkcjami wyznaczającymi wartość impedancji można odnaleźć od razu c.

Wynik rozwiązany za pomocą zaprogramowanego algorytmu Newtona-Raphsona wynosi:

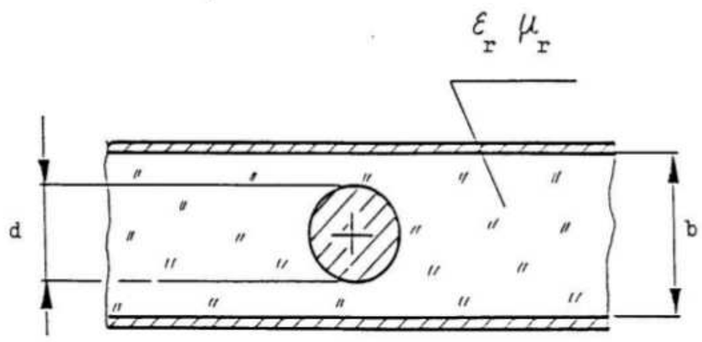
$$c_{numeryczne}=0.882307221883mm$$
$$c_{analityczne}=0.882307292061mm$$

różnica pomiędzy wynikami wynosi $8.12217580519e-11$, co jest zgodne z przyjętym kryterium zatrzymania pracy algorytmu na poziomie $1e-10$.

3. Zadanie 3

3.1. Treść

Zaprojektować powietrzną linię cylindryczno–płaską o przekroju poprzecznym jak na rys. 3.1 zakładając, że jej impedancja charakterystyczna jest równa $Z_0 = 30\ \Omega$. Odległość pomiędzy równoległymi przewodzącymi płaszczyznami tej linii jest równa $b = 9\ mm$. O ile zmieni się impedancja charakterystyczna tej linii (zaprojektowanej) po wypełnieniu jej bezstratnym dielektrykiem o $\epsilon_r = 2.04$ i $\mu_r = 1$.



Rysunek 3.1: Linie Cyindryczno płaska

3.2. Rozwiązanie

Impedancja charakterystyczna linii cylindryczno-płaskiej wyraża się wzorem:

$$Z_0\Big(\frac{d}{b}\Big) = 59.952\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}\Big(\ln\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x-y}} - \frac{R^4}{30} + 0.014R^8\Big), \tag{3.1}$$

gdzie:

$$R = \frac{\pi}{4}\frac{d}{b} \tag{3.2}$$

$$x = 1 + 2\,\mathrm{sh}^2\,(R) \tag{3.3}$$

$$y = 1 - 2\sin^2(R) \tag{3.4}$$

Zależność impedancji od wymiarów linii jest znacznie bardziej złożona niż w przypadku linii z zadania 2. Dlatego w tym przypadku nie można znaleźć rozwiązania w sposób analityczny. W celu określenia wymiarów linii należy rozwiązać równanie:

$$Z_0\Big(\frac{d}{b}\Big)\Big|_{d=9\ mm} - 30\Omega = 0 \tag{3.5}$$

Do znalezienia rozwiązania użyto zaprogramowanego poprzednio algorytmu Newtona-Raphsona.

Otrzymano następujące wyniki:

$$d = 8.86216872052\ mm \tag{3.6}$$

$$Z_0 = 30.0000006344\ \Omega \tag{3.7}$$

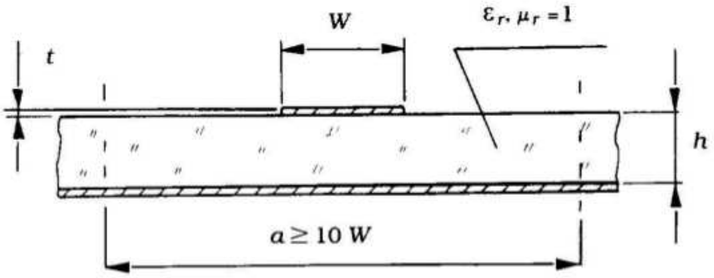
W celu odpowiedzi na drugie pytanie należy policzyć impedancje linii korzystając ze wzoru 3.1. Jednak zamiast $\mu_r = 1$ i $\epsilon_r = 1$, podstawić wartości określone w treści zadania. Uzyskana w ten sposób wartość impedancji wynosi $Z_0 = 42.8485714773\ \Omega$. Zmieni się ona zatem o $12.8485708429\ \Omega$.

Zmiana impedancji wynika też bezpośrednio ze wzoru 3.1. Po wstawieniu dielektryka nowa wartość impedancji wyniesie $Z_0 \times \sqrt{\mu_r}$.

4. Zadanie 6

4.1. Treść

Zaprojektować niesymetryczną linię paskową, rys 4.1, o impedancji charakterystycznej $Z_0 = 50\ \Omega$. Podłoże linii stanowi dielektryk o $\epsilon_r = 2.56$, $\mu_r = 1$ i grubości $h = 1.4\ mm$. Obliczenia wykonać, przy założeniu, że grubość przewodu wewnętrznego $t = 0.0035\ mm$. Obliczyć długość fali w tak zaprojektowanej linii wiedząc, ze jej częstotliwość $f = 1.5\ GHz$.



Rysunek 4.1: Nieymetryczna linia paskowa

4.2. Rozwiązanie

4.2.1. Szerokość linii

Niesymetryczna linia paskowa, ze względu na niezwykle łatwe i tanie wytwarzanie, jest jedną z najpopularniejszych prowadnic falowych. Pomimo swojej popularności ciągle nie są znane analityczne zależności projektowe. Dlatego na potrzeby projektu posłużono się wzorami zawartymi w [1].

Rozwiązanie zadania polega na znalezieniu szerokości paska, jaki będzie tworzył linie o wymaganej impedancji. W tym celu należy numerycznie rozwiązanć równanie:

$$Z_0(u, f) - Z_0 = 0 \tag{4.1}$$

gdzie:
Z_0 - wymagana impedancja
$u = \frac{W}{h}$ - stosunek od którego zależy impedancja
f - częstotliwość pracy

Impedancje linii oblicza się wzorem:

$$Z_0(u, f) = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{ef}(f)}} \ln\left[\frac{f(u)}{u} + \sqrt{1 + \left(\frac{2}{u}\right)^2}\right] \tag{4.2}$$

Pomocnicze równania niezbędne do obliczenia impedancji zawartę są w [1].

Należy zwrócić uwagę na to, że wzór 4.2 jest słuszny w przypadku gdy przewód wewnętrzny jest nieskończenie cienki $t = 0$. Gdy chcemy uwzględnić grubość paska należy od u dla którego równanie 4.1 jest spełnione odjąć poprawkę:

$$\Delta u = \frac{t}{2\pi h} \ln\left(1 + \frac{4eh}{t \operatorname{cth}^2 \sqrt{6.517u}}\right)\left(1 + \frac{1}{\operatorname{ch} \sqrt{\epsilon_r - 1}}\right) \tag{4.3}$$

Uwzględniając to wszystko zadanie rozwiązano korzystając z algorytmu Newtona-Raphsona napisanego dla poprzednich zadań. Wartość szerokości paska w dla którego impedancja wynosi 50 Ω wynosi $w = 3.90022750273$ mm.

4.2.2. Długość fali

Pole elektromagnetyczne w niesymetrycznej linii paskowej rozchodzi się, częściowo poprzez dielektryk a częściowo w powietrzu. Dlatego należy obliczyć efektywną prznikalność dielektryczną:

$$\epsilon_{eff}(u,f) = \frac{\epsilon_{eff}(u,0) + \epsilon_r p(u,f)}{1 + p(u,f)} \epsilon_{eff}(u,0) \qquad = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2}\left(1 + \frac{10}{u}\right)^{-a(u) \times b(\epsilon_r)} \tag{4.4}$$

Mając obliczoną efektywną prznikalność elektryczną można obliczyć długość fali rozchodzącej się w linii.

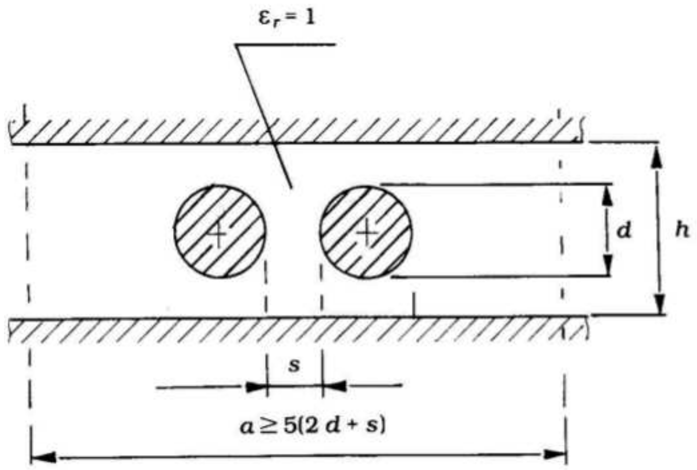
$$\lambda = \frac{c_{osr}}{f} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}} \times f} \tag{4.5}$$

Dla wartości określonych w treści zadania długość fali rozchodzącej się w zaprojektowanej linii wynosi: $\lambda = 13.6746810073$ cm.

5. Zadanie 7

5.1. Treść

Zaprojektować powietrzne cylindryczno – płaskie linie sprzężone dla następujących danych: $Z_{0e} = 60\ \Omega$, $Z_{0o} = 40\ \Omega$. Obliczenia wykonać przy założeniu, że odległość pomiędzy dwoma zewnętrznymi płaszczyznami przewodzącymi jest równa $h = 8\ mm$, rys. 5.1.



Rysunek 5.1: Lnie cylindryczno – płaskie sprzężone

5.2. Rozwiązanie

Impedancje charakterystyczne powietrznych linii cylindryczno – płaskich, przy pobudzeniu synfazowym Z_{0e} i przeciwfazowym Z_{0o} określone są wzorami:

$$Z_{0e}(x,y) = 59.952 \ln\left(\frac{0.523962}{f_1(x)f_2(x,y)f_3(x,y)}\right) \tag{5.1}$$

$$Z_{0o}(x,y) = 59.952 \ln\left(\frac{0.523962 f_3(x,y)}{f_1(x)f_4(x,y)}\right) \tag{5.2}$$

gdzie:
$f_{(1/2/3/4)}$ - funkcje opisane w [1],
$x = \frac{d}{h}$ - stosunek średnicy przewodu do odstępu między płaszczyznami,
$y = \frac{s}{h}$ - stosunek odstępu między przewodami do odstępu między płaszczyznami.
Projektowanie linii sprowadza się do znalezienia takich x i y dla których spełnione są równiania:

$$V1(x,y) = Z_{0e}(x,y) - Z_{0e} = 0 \tag{5.3}$$

$$V2(x,y) = Z_{0o}(x,y) - Z_{0o} = 0 \tag{5.4}$$

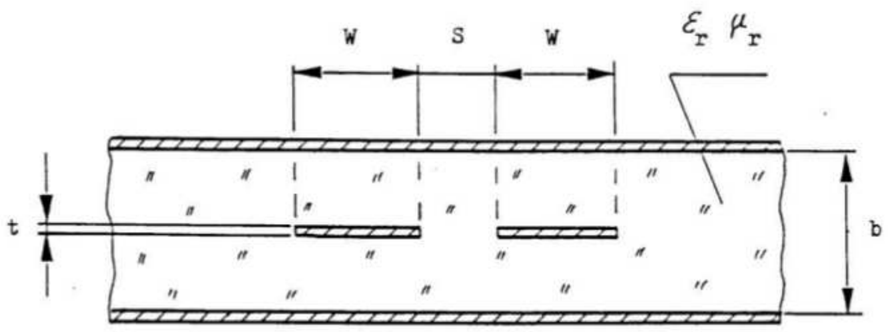
a finalnie s i d.

Implementując metodę Newtona linia spełniająca wymagania postawione w treści zadania ma wymiary: $s = 1.97191812203\ mm$ i $d = 4.25688390818\ mm$.

6. Zadanie 8

6.1. Treść

Zaprojektować symetryczne linie paskowe sprzężone dla następujących danych o przekroju poprzecznym jak na rys. 6.1. Obliczenia wykonać dla $Z_{0e} = 60\ \Omega$, $Z_{0o} = 40\ \Omega$ przy założeniu, że podłoże linii stanowi dielektryk o $\epsilon_r = 2.56$, $\mu_r = 1$ i grubości $b = 2.8\ mm$. W trakcie obliczeń przyjąć, że grubość przewodów wewnętrznych $t \approx 0\ mm$.



Rysunek 6.1: Symetryczne linie paskowe

6.2. Rozwiązanie

Impedancje charakterystyczne symetrycznych sprzężonych linii paskowych wynoszą:

$$Z_{0e} = 29.976\pi\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}\frac{K'(ke)}{K(ke)} \tag{6.1}$$

$$Z_{0o} = 29.976\pi\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}\frac{K'(ko)}{K(ko)} \tag{6.2}$$

Powyższe wzory są słuszne gdy $t << b$, co jest spełnione dla $t \approx 0$ określonego w zadaniu.

W pierwszym kroku należy wyznaczyć:

$$\frac{K'(ke)}{K(ke)} = Z_{0e}/29.976\pi\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \tag{6.3}$$

$$\frac{K'(ko)}{K(ko)} = Z_{0o}/29.976\pi\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \tag{6.4}$$

Z ilorazu całek eliptycznych można wyznaczyć moduły k_e i k_o. Następnie obliczamy parametry linii W i S zgodnie ze wzorami:

$$W = \frac{2b}{\pi}\,\mathrm{arth}(\sqrt{k_e k_o}) \tag{6.5}$$

$$S = \frac{2b}{\pi}\,\mathrm{arth}\left(\frac{k_e}{k_o}\right) - W \tag{6.6}$$

Dla wartości podanych w treści zadania potrzebne parametry linii to $w = 1.95755230148\ mm$ i $s = 0.384595243329\ mm$.

7. Zadanie 9

7.1. Treść

Zaprojektować tłumik rezystywny typu T o tłumieniu $L = 10\ dB$, który włączony pomiędzy linie długie o impedancjach charakterystycznych $Z_{01} = 50\ \Omega$ i $Z_{02} = 60\ \Omega$ powinien zapewniać obustronne dopasowanie w nieskończenie szerokim paśmie częstotliwości. Zaprojektować równoważną wersję tego tłumika typu Π.

7.2. Rozwiązanie

W pierwszym kroku należy sprawdzić realizowalność dzielnika. Należy wyznaczyć stosunek impedancji r:

$$r = \left(\frac{Z_{01}}{Z_{02}}\right)^{\pm 1} \tag{7.1}$$

przy czym znak przy wykładniku dobiera się tak, aby: $r > 1$.

Dla przypadku określonego w treści zadania:

$$\begin{aligned} r &= \frac{Z_{02}}{Z_{01}} = \frac{60}{50} \\ &= 1.2 \end{aligned}$$

Natępnie mozna obliczyć minimalne tłumienie jakie wprowadza dzielnik:

$$L_{min} = 10 \log(\sqrt{r} + \sqrt{r-1}) \tag{7.2}$$

Podstawiając wartości określone w treści zadania otrzymuję się $L_{min} = 4.33507363245\ dB$ co jest mniejsze od wymaganego $L = 10\ dB$. Oznacza to, że tłumik jest realizowalny.

Projekt tłumików zaczyna się od przekształcenia wartości tłumienia z miary decybelowej na liniową:

$$N = 10^{\left(\frac{L}{10}\right)} = 10 \tag{7.3}$$

7.2.1. Dzielnik typu T

W celu zaprojektowania tłumika typu T wyznacza się wartości rezystancji zgodnie ze wzorami:

$$R_3 = \frac{2\sqrt{N \times Z_{01} \times Z_{02}}}{N-1} = 38.490017946\ \Omega \tag{7.4}$$

$$R_2 = Z_{02}\frac{N+1}{N-1} - R_3 = 34.8433153874\ \Omega \tag{7.5}$$

$$R_1 = Z_{01}\frac{N+1}{N-1} - R_3 = 22.6210931651\ \Omega \tag{7.6}$$

7.2.2. Dzielnik typu Π

W celu zaprojektowania tłumika typu Π wyznacza się wartości rezystancji zgodnie ze wzorami:

$$R_a = \frac{(N-1)\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{2\sqrt{N}} = 77.9422863406\ \Omega \tag{7.7}$$

$$R_b = \frac{Z_{01}R_a(N-1)}{R_a(N+1) - Z_{01}(N-1)} = 86.0997286466\ \Omega \tag{7.8}$$

$$R_c = \frac{Z_{02}R_a(N-1)}{R_a(N+1) - Z_{02}(N-1)} = 132.619585539\ \Omega \tag{7.9}$$

8. Zadanie 10

8.1. Treść

Zaprojektować schodkowy, ćwierćfalowy transformator impedancji o charakterystyce równomiernie falistej (Czebyszewa) dopasowujący dwie linie współosiowe o impedancjach charakterystycznych $Z_{01} = 30\ \Omega$ i $Z_{02} = 75\ \Omega$. Transformator ten powinien zapewniać w paśmie $2 \div 3\ GHz$ dopasowanie z $WFS \leq 1.12$. Projekt transformatora wykonać przy założeniu, że przewody zewnętrzne obu dopasowywanych linii mają średnicę $a = 7\ mm$. Zaprojektować równoważny wariant tego transformatora w postaci transformatora II klasy, tj. transformatora złożonego z niewspółmiernych odcinków linii o impedancjach charakterystycznych $Z_{01} = 30\ \Omega$ i $Z_{02} = 75\ \Omega$.

8.2. Rozwiązanie

8.2.1. Transformator schodkowy

Projekt transformatora rozpoczyna się od określenia ilości sekcji niezbedznych do realizacji. Minimalna ilość sekcji potrzebnych do realizacji transformatora jest wieksza lub równa:

$$n \geq \frac{\operatorname{arch}\left(\frac{R-1}{\Gamma_d \times (r+1)}\right)}{\operatorname{arch}\left(\frac{1}{\cos(\pi\frac{1-\omega}{2})}\right)} = 1.47234760626 \qquad (8.1)$$

$$n = 2$$

gdzie:

$$R = \frac{Z_{02}}{Z_{01}} = 2.5,$$

$$\Gamma_d = \frac{WFS-1}{WFS+1} = 0.0566037735849.$$

Następnie należy policzyć wartość impedancji kolejnych sekcji transformatora. Uzyskuję się je poprzez przemnożenie impedancji poprzedniego fragmentu linii poprzez współczynnik V_K. Sposób obliczania współczynników V_K jest zależny od stopnia transformatora i dokładne wzory są podane w [1]. Dla przypadku podanego w treści zadania mamy:

$$Z_{01} = 30\ \Omega$$

$$Z_1 = Z_{01} \times V_1 = 30\ \Omega \times 1.27247425628 = 38.1742276884\ \Omega$$

$$Z_2 = Z_1 \times V_2 = 38.1742276884\ \Omega \times 1.54398116863 = 58.9402886777\ \Omega$$

$$Z_{02} = 75\ \Omega$$

Znając impedancje kolejnych odcinków linii oraz transformatora możemy obliczyć szerokości przewodów wewnętrznych linii współosiowych realizujących dane impedancję. W tym celu należy posłużyć się zależnością:

$$b = a \times \exp\left(-\frac{Z_k}{59.952 \times \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}}\right) \qquad (8.2)$$

Dla danych z treści z zdania oraz obliczonych impedancji:

$$\begin{aligned} b_{01} &= 2.84549286046\ mm \\ b_1 &= 2.22656956016\ mm \\ b_2 &= 1.19406077254\ mm \\ b_{02} &= 0.73747396094\ mm \end{aligned}$$

Ostatnim etapem projektu jest wyznaczenie długości każdego z odcinków tworzących transformator. Długość elektryczna powinna wynośić $\frac{\lambda}{4}$. Długość fizyczną wyznacza się z zależności:

$$l\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{c}{\sqrt{\mu_r/\epsilon_r}4f_0} \tag{8.3}$$

Dla danych z zadania wynosi: $l\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5.39298883136\ cm$.

8.2.2. Transformator impedancji II klasy

Transformator złożony z niewspółmiernych odcinków linii różni się od transformatora schodkowego tym, że składa się z odcinków linii o znanej impedancji charakterystycznej Z_0 i $R \times Z_0$, a projektowanie polega na doborze odpowiedniej ilości sekcji oraz długości elektrycznych odcinków. W przypadku tego zadania mamy $Z_0 = 30\ \Omega$, $R = \frac{75}{30} = 2.5$.

W pracy [1] przedstawiono metory projektowania dwu-, cztero, sześcio- i ośmiosekcyjnych transformatorów impednacji II klasy. W przypadku tego zadania, ze względu warunek odpowiadania transformatorowi zaprojektowanemu w sekcjii 8.2.1 należy zaprojektować transformator czterosekcyjny.

Długości elektryczne kolejnych sekcji transormatora wynoszą $\theta_i(f)$ i są związane z długością elektryczną pierwszej sekcji $\theta(f)$ zależnością:

$$\theta_i(f) = a_i\theta(f) \quad dla \quad i = 2, 3, \dots n, \tag{8.4}$$

gdzie a_i jest i-tą składową n-wymiarowego wektora $A = (1, a_2, a_3, \dots, a_n)$

Projektowanie transformatora sprowadza się do aproksymacji funkcji wnoszonego tłumienia $L(A, \theta)$ w paśmie $[\theta_a, x\theta_a]$ gdzie θ_a i $x\theta_a$ oznaczają długości elektryczne pierwszej sekcji dla najmniejszej i największej częstotliwości pracy transformatora.

Z wymagań przedstawionych w [1] mamy: $a_2 = a_3$ i $a_4 = 1$. Dlatego szukane wartości to:

$$\theta_a = \theta(f_1) = \frac{V_4}{1+x}, \tag{8.5}$$

$$a_2 = \frac{f_3(r) + f_4(r)(2-x)}{V_4}, \tag{8.6}$$

Obliczone w ten sposób parametry linii mają charakter quasi-czebyszewowski. W celu dokładniejszego odwzorowania należy wynik skorygować stosując metodę Remeza, stosując wartości obliczone za pomocą 8.5 i 8.6 jako punkt startowy.

$$\begin{aligned} \theta_a &= 0.265397249812 \\ a_2 &= 2.73683917651 \end{aligned} \tag{8.7}$$

9. Zadanie 11

9.1. Treść

Zaprojektować jednosekcyjny, zbliżeniowy sprzęgacz kierunkowy o sprzężeniu $C = 13\ dB$ przy częstotliwości $f = 1.34\ GHz$. Sprzęgacz zrealizować z odcinków symetrycznych linii paskowych (pojedynczych i sprzężonych) przyjmując, że podłoże linii stanowi dielektryk o $\epsilon_r = 256$, $\mu_r = 1$ i grubości $b = 2.8\ mm$. Projekt wykonać przy założeniu, że grubość przewodów wewnętrznych jest pomijalnie mała z grubością dielektryka $b = 2.8\ mm$ a impedancja charakterystyczna linii obciążających sprzęgacz jest równa $Z_0 = 50\ \Omega$.

9.2. Rozwiązanie

Projekt sprzęgacza zaczyna się od wyznaczenia wartości napięciowego współczynnika sprzężenia:

$$\begin{aligned} k &= 10^{-\frac{|C|}{20}} \\ &= 0.1 \end{aligned} \tag{9.1}$$

Następnie, na jego podstawie, wyznacza się wartości impedancji charakterystycznych:

$$Z_{0e} = Z_0\sqrt{\frac{1+k}{1-k}} \qquad = 55.277079839256629\ \Omega \tag{9.2}$$

$$Z_{0o} = Z_0\sqrt{\frac{1-k}{1+k}} \qquad = 45.226701686664533\ \Omega \tag{9.3}$$

$$\tag{9.4}$$

Wyznaczone impedancje to prawie koniec projektu. Realizacja sprzęgacza w technice linii paskowych sprowadza się do zagadnienia rozważanego w rozdziale 6. Szerokość i szczelina między ścieżkami opisane są zależnościami 6.5 i 6.6. Dla wartości podanych w treści zadania potrzebne parametry linii to $w = 2.01899117162\ mm$ i $s = 0.917670241997\ mm$.

Długość sprzęgacza powinna wynosić $\frac{1}{4} \times \lambda$. Dla zadanej częstotliwości i parametrów podłoża sprzęgacza $\lambda = 13.9828571828\ cm$, co daję długość sprzęgacza $l = 3.49571429571\ cm$.

Bibliografia

[1] S. Rosłoniec, *Liniowe obwody mikrofalowe. Metody Analizy i syntezy*, 1st ed. Warszawa: Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, 1999.