Name: ____________________ *Nicht bestanden:* ☐

Vorname: ____________________

Matrikelnummer: ________________ **Endnote:** __________

B.Sc. Landwirtschaft; B.Sc. Angewandte Pflanzenbiologie - Gartenbau, Pflanzentechnologie

Klausur Mathematik und Statistik

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

27. Juni 2025

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- **Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!**
- *You can answer the questions in English without any consequences.*

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 71 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 91 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
87.0 - 91.0	1,0
82.5 - 86.5	1,3
78.0 - 82.0	1,7
73.5 - 77.5	2,0
69.0 - 73.0	2,3
64.5 - 68.5	2,7
60.0 - 64.0	3,0
55.5 - 59.5	3,3
51.0 - 55.0	3,7
45.5 - 50.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- **Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.**

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

- Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

- Die Tabelle wird vom Dozenten ausgefüllt.

Aufgabe	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**
Punkte	8	12	11	10	10	10	10

- Es sind ____ von 71 Punkten erreicht worden.

1 Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen einen Versuch mit einer Behandlung und drei Faktorleveln durch. Danach rechnen Sie eine einfaktorielle ANOVA und es ergibt sich ein $\eta^2 = 0.78$. Welche Aussage ist richtig?

A ☐ Der Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird, wird durch das η^2 beschrieben.

B ☐ Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass $\eta^2 = 0$ der beste Wert ist.

C ☐ Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion in der einfaktoriellen ANOVA.

D ☐ Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

E ☐ Der Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird, wird durch das $1-\eta^2$ beschrieben.

2 Aufgabe (2 Punkte)

Um die Testtheorie besser zu verstehen, mag es manchmal sinnvoll sein ein Beispiel aus dem Alltag zu wählen. Die Ergebnisse der Analyse durch einen statistischen Test können auch in grobe Analogie zur Wettervorhersage gebracht werden. Welche Aussage trifft am ehesten zu?

A ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.

B ☐ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.

C ☐ In der Analogie der Wahrscheinlichkeit für Regen: ein statistischer Test erlaubt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis abzuschätzen. Die Stärke des Effektes können wir nicht bestimmen.

D ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten D wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.

E ☐ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.

3 Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben den mathematischen Ausdruck $Pr(D|H_0)$ vorliegen, welche Aussage ist richtig?

A ☐ $Pr(D|H_0)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T_D aus den Daten D zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.

B ☐ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativehypothese überdeckt.

C ☐ $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit $1 - Pr(H_A)$

D ☐ $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.

E ☐ $Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

4 Aufgabe (2 Punkte)

Der Barplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Barplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

A ☐ Den Mittelwert und die Standardabweichung.

B ☐ Durch die Abbildung des Barplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Quartile.

C ☐ Der Barplot stellt die Mittelwerte und die Varianz dar.

D ☐ Den Median und die Standardabweichung.

E ☐ Durch die Abbildung des Barplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.

5 Aufgabe (2 Punkte)

Die Varianz ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehen um die Varianz zu berechnen?

A ☐ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend subtrahieren wir die Fallzahl $(n-1)$.

B ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl $(n-1)$.

C ☐ Den Median berechen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen. Am Ende durch die Fallzahl $(n-1)$ teilen

D ☐ Den Mittelwert berechen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren. Die Fallzahl $(n-1)$ entsprechend gewichten.

E ☐ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl $(n-1)$. Nicht zu vergessen, am Ende dann noch die Wurzel zu ziehen.

6 Aufgabe (2 Punkte)

Gegeben ist y mit 13, 13, 9, 11 und 22. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.

A ☐ Sie erhalten 13.6 +/- 2.49

B ☐ Sie erhalten 13.6 +/- 4.98

C ☐ Es berechnet sich 14.6 +/- 24.8

D ☐ Sie erhalten 13.6 +/- 2.23

E ☐ Es ergibt sich 12.6 +/- 12.4

7 Aufgabe (2 Punkte)

Nach einem Feldexperiment wollen Sie zwei Gruppen mit einem Welch t-Test vergleichen. Welche Aussage ist auch für den Student t-Test richtig?

A ☐ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte in den Gruppen signifikant unterscheiden.

B ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.

C ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen

D ☐ Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α-Niveau von 20%.

E ☐ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.

8 Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das extitsignal mit dem extitnoise aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D?

A ☐ Bei der Berechnung der Teststatistik T_D gewichten wir den Effekt *signal* mit der Varianz *noise*. Wir können verallgemeinert $T_D = {}^{signal}/_{noise^2}$ schreiben.

B ☐ Bei der Berechnung der Teststatistik T_D gewichten wir den Effekt *signal* mit der Varianz *noise*. Wir können verallgemeinert $T_D = {}^{signal}/_{noise}$ schreiben.

C ☐ Es gilt $T_D = signal \cdot noise$. Der Effekt *signal* wird mit der Varianz *noise* gewichtet.

D ☐ Es gilt $T_D = (signal \cdot noise)^2$. Der Effekt *signal* wird mit der Varianz *noise* gewichtet.

E ☐ Es gilt $T_D = {}^{signal}/_{noise^2}$. Der Effekt *signal* wird mit der quadratischen Varianz *noise* gewichtet.

9 Aufgabe **(2 Punkte)**

Roland Fischer entwickelte Anfang des letzten Jahrhunderts als Grundlage für das experimentelle Design in der Statistik die Randomisierung. Warum ist die Randomisierung für die Entscheidung anhand einer statistischen Auswertung so wichtig?

A ☐ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.

B ☐ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.

C ☐ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.

D ☐ Durch eine Randomisierung können wir von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.

E ☐ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.

10 Aufgabe **(2 Punkte)**

Wenn Sie mehr als zwei Gruppen als Behandlungen vorliegen haben, dann kann ein einfacher t-Test nicht für den globalen Vergleich genutzt werden. Sie entscheiden sich für eine ANOVA in R . Die ANOVA analysiert dabei...

A ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz in den verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz in einer der Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in einer der Gruppen exakt zu bestimmen.

B ☐ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

C ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in den Gruppen exakt zu bestimmen.

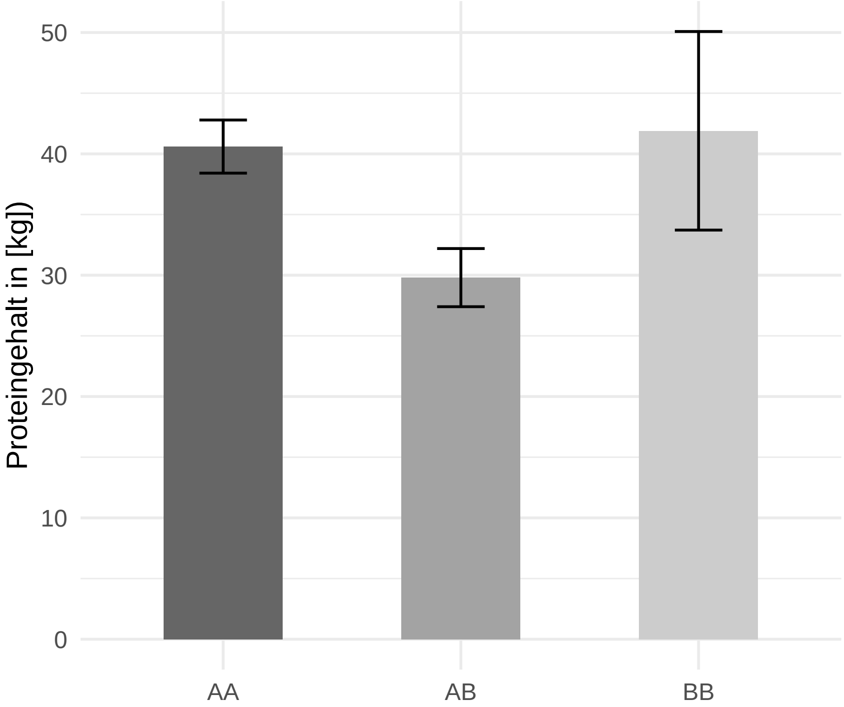
D ☐ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

E ☐ ... den Unterschied zwischen mehreren Varianzen aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

11 Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Paula nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Harry Potter. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Paula denkt gerne über Harry Potter nach. Das ist in soweit doof, da nach ihrer Betreuerin erstmal ein Barplot nachgebaut werden soll, bevor es mit ihrem Projektbericht losgeht. Dann hat sie schonmal den R Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Na dann mal los. Paula schafft sich die nötige Stimmung. Wenn White Lies ertönt, dann sucht die Ratte schleunigst Schutz unter dem Sofa. Paula schüttelt den Kopf. In der Behandlung für Lauch werden verschiedene Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) sein. Erfasst wird als Messwert (Y) *Proteingehalt*. Paula soll dann *protein* in ihrer Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Barplots in R nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! *Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen!* **(3 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im R üblichen Format, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden! **(2 Punkte)**
4. Kann Paula einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

12 Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Der t-Test. Nilufar erschaudert. Nilufar und die Erwartung, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Ein mächtiges Werkzeug ist der t-Test in den Händen desjenigen, der ein normalverteiltes Outcome (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Nilufar überhaupt aus? Aus den Boxen wummert Deichkind und ihr Mund ist verklebt von Takis Blue Heat. 'Herrlich', denkt Nilufar. Nilufar hat einen Leistungssteigerungsversuch mit Milchvieh durchgeführt um eine neue technische Versuchsanlage zu testen. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ($n_1 = n_2 = 3$) wurde die Behandlung Lüftungssystem (*keins* und *vorhanden*) an den Milchvieh getestet und dabei wurde geschaut, ob der Versuch überhaupt technisch klappen könnte. Gemessen hat Nilufar dann als Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW [%/kg]. Warum der Versuch im Emsland für ihrer Hausarbeit stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Gewichtszuwachs in der 1LW [%/kg]?

Lüftungssystem	Gewichtszuwachs
keins	23.6
vorhanden	16.0
vorhanden	12.3
keins	23.6
keins	16.9
vorhanden	17.4

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines Student t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! **(3 Punkte)**
3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

13 Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

’Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*’ ausgeben lassen!’, verkündet Nilufar sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon die Erwartung gehindert weiterzumachen. ’Nach Meinung der Betreuerin soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.’, merkt Jonas an. Jonas und Steffen sind bei Nilufar um sich in R helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert Deichkind. Steffen streichelt zur Beruhigung das Huhn von Nilufar. Die beiden waren 3 Monate im Emsland um einen Versuch mit Kartoffeln in einem Versuch in einer Klimakammer durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Trockengewicht [kg/ha] zu bestimmen. Nilufar überlegt, ob sie die beiden nicht noch auf den Film *Star Trek* einlädt oder dann doch lieber raus geht um zu Kicken? Vielleicht will ja Steffen mit. Besser als der Film.

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  Trockengewicht by Bewässerungstypen
## t = 3.0318, df = 17, p-value = 0.007527
## alternative hypothesis: true  is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
##   2.00221 11.16597
## sample estimates:
##  mean in group low mean in group high
##          42.27500           35.69091
```

Helfen Sie Nilufar bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Steffen nicht weiter.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D, $Pr(D|H_0)$, $A = 0.95$, sowie $T_{\alpha=5\%} = |2.11|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
6. Beschriften Sie die Abbildung! **(1 Punkt)**

14 Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Die Projektgruppe *G* bestehend aus Mark, Jessica, Tina und Yuki hat sich zusammengefunden um den ersten Versuch zu planen. In einem Experiment wollen sie die Wuchshöhe von 288 Stockrosen bestimmen. Bevor die Vier überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen muss die Projektgruppe die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus auf rechteckigen Tischen platzieren. Die schmale Tischseite fast ohne Randpflanzen 8 Pflanzen. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8.5cm und eine Höhe von 9cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 310 EUR.

Helfen Sie der Projektgruppe *G* bei der Planung des Versuches!

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *drei* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die benötigte **(a)** Pflanztopffläche in m^2 sowie die **(b)** Tischfläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen am Anfang der Keimungsphase! **(4 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter l, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**

15 Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Man hört schon häufig vieles Geschnatter von höflichen Gänse in Mastställen. Enge ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen Jonas, Nilufar, Paula und Alex aber als vorsorgliche Gänse-Halter:innen nicht[1]. Gemeinsam sind die Vier in einer Projektgruppe gelandet. Betrachten wir also gemeinsam einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Gänse für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i) \quad A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- A_i dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PB_i dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Gans plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- R_i dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) foraging incl. scratching, (2) standing, (3) wing/leg stretching und (4) drinking/eating.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i, R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
foraging incl. scratching	44cm; 34cm; 8.9%	43cm; 40cm; 12.1%	42cm; 33cm; 8.9%
standing	32cm; 22cm; 0.4%	28cm; 35cm; 0.6%	40cm; 16cm; 0.8%
wing/leg stretching	17cm; 19cm; 5.1%	11cm; 27cm; 3.2%	21cm; 44cm; 3.2%
drinking/eating	14cm; 8cm; 12.8%	20cm; 37cm; 16.4%	35cm; 35cm; 18.1%

Leider kennen sich die Vier nicht so gut mit der Berechnung aus! Daher brauchen die Vier Ihre Hilfe!

1. Skizzieren Sie die Werte r_i, R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Gänse für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! **(2 Punkte)**

2. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! **(3 Punkte)**

3. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! **(1 Punkt)**

4. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! **(1 Punkt)**

5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Gänse in der Fläche A: *„Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$."* Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! **(1 Punkt)**

6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche α, die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? **(2 Punkte)**

[1] Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

16 Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Jonas ist bei Tina um gemeinsam *Event Horizon – Am Rande des Universums* zu streamen. Das war jetzt nicht die beste Idee. Denn Jonas kann Horror überhaupt nicht ab. Deshalb flüchtet er sich in Logik um seine Emotionen zu bändigen. Tina mampft ungerührt Katjes. Folgenden Gedankengang nutzt Jonas um dem Film zu entkommen. Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{31}kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 4000m kollabiert, wird die Sonne 40% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. An folgende Formeln erinnert sich Jonas für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav}[2].

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- m_f, gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit $6.674 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir Jonas bei der Ablenkung helfen und uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! **(2 Punkte)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.7 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar! *Erstellen Sie dafür eine Datentabelle mit fünf Werten für den Radius r!* **(3 Punkte)**

[2] Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

17 Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Der Studentenjob von Steffen war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Steffen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon[3] in die Hände gefallen. Nun ist er ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich kann Steffen nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat ihn in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 366 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Steffen baut natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Steffen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung. Leider wird das nicht reichen, deshalb müssen Sie hier auch noch durch Zeit und Raum helfen!

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \qquad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Blei*tropfen* mit einem Gewicht von $20mg$ zu gleichförmigen Blei*kugeln* bei einer Geschwindigkeit von $11m/s$ bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von $11m/s$ bilden? **(3 Punkte)**

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! **(2 Punkte)**

3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.1mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 2.1mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Blei*kugeln*? **(3 Punkte)**

Sie haben jetzt die 1.2×10^6 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $15.1g/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 1.2×10^6 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? **(1 Punkt)**

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1100 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 0.8cm Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

[3] Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi