

Name: _____

Nicht bestanden: ☐

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Endnote: _____

**B.Sc. Landwirtschaft; B.Sc. Angewandte Pflanzenbiologie - Gartenbau,
Pflanzentechnologie**

Klausur Mathematik und Statistik

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

28. Juni 2024

Erlaubte Hilfsmittel für die Klausur

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten - also ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung - keine digitalen Ausdrucke.
- **You can answer the questions in English without any consequences.**

Ergebnis der Klausur

_____ von 20 Punkten sind aus dem Multiple Choice Teil erreicht.

_____ von 66 Punkten sind aus dem Rechen- und Textteil erreicht.

_____ von 86 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
82.0 - 86.0	1,0
78.0 - 81.5	1,3
73.5 - 77.5	1,7
69.5 - 73.0	2,0
65.0 - 69.0	2,3
60.5 - 64.5	2,7
56.5 - 60.0	3,0
52.0 - 56.0	3,3
48.0 - 51.5	3,7
43.0 - 47.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- **Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.**
- Es werden nur Antworten berücksichtigt, die in dieser Tabelle angekreuzt sind!

	A	B	C	D	E	✓
1 Aufgabe						
2 Aufgabe						
3 Aufgabe						
4 Aufgabe						
5 Aufgabe						
6 Aufgabe						
7 Aufgabe						
8 Aufgabe						
9 Aufgabe						
10 Aufgabe						

- Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

- Die Tabelle wird vom Dozenten ausgefüllt.

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	9	9	10	10	8	10	10

- Es sind ____ von 66 Punkten erreicht worden.

1 Aufgabe

(2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese H nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- A** ☐ Die Hypothesen H_0 und H_A sind rein prosaischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- B** ☐ Es gibt - bedingt durch das das Falsifikationsprinzip - ein Set von k Nullhypothesen, die iterative gegen $k - 1$ Alternativhypothesen getestet werden.
- C** ☐ Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_A verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- D** ☐ Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden H_{pro} und H_{contra} bezeichnet.
- E** ☐ Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Nullhypothese H_0 und der Alternativhypothese H_A oder H_1 .

2 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen nach einem Feldversuch die Standardabweichung berechnen. Welche der folgenden Rechenoperationen müssen durchgeführt werden?

- A** ☐ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
- B** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.
- C** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren
- D** ☐ Den Median berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.
- E** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen.

3 Aufgabe

(2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das „signal“ mit dem „noise“ zu einer Teststatistik T verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T ?

- A** ☐ Es gilt $T = (\text{signal} \cdot \text{noise})^2$
- B** ☐ Es gilt $T = \frac{\text{noise}}{\text{signal}}$
- C** ☐ Es gilt $T = \text{signal} \cdot \text{noise}$
- D** ☐ Es gilt $T = \frac{\text{signal}}{\text{noise}}$
- E** ☐ Es gilt $T = \frac{\text{signal}}{\text{noise}^2}$

4 Aufgabe

(2 Punkte)

Der Barplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Barplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- A ☐ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.
- B ☐ Den Median und die Standardabweichung.
- C ☐ Den Mittelwert und die Varianz.
- D ☐ Den Median und die Quartile.
- E ☐ Den Mittelwert und die Standardabweichung.

5 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Ergebnisse der einer statistischen Analyse können in die Analogie einer Wettervorhersage gebracht werden. Welche Analogie für die Ergebnisse eines statistischen Tests trifft am besten zu?

- A ☐ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- B ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergeben.
- C ☐ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- D ☐ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- E ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.

6 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Erdbeeren zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.29$. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- B ☐ Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- C ☐ Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- D ☐ Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- E ☐ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Das η^2 ist damit mit dem R^2 aus der linearen Regression zu vergleichen.

7 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- A ☐ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- B ☐ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- C ☐ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
- D ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- E ☐ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.

8 Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Median, das 1st Quartile sowie das 3rd Quartile von y mit 27, 12, 20, 20, 21, 9, 12, 25, 35, 27 und 42.

- A ☐ Es ergibt sich 23 [13, 28]
- B ☐ Es ergibt sich 21 +/- 27
- C ☐ Es ergibt sich 21 +/- 12
- D ☐ Es ergibt sich 21 [12, 27]
- E ☐ Es ergibt sich 23 +/- 12

9 Aufgabe

(2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- A ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- B ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- C ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- D ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- E ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

10 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den p -Wert und dem Signifikanzniveau α gleich 5% ist richtig?

- A ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- B ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- C ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt.
- D ☐ Wir machen eine Aussage über die individuelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 .
- E ☐ Wir vergleichen die Effekte des p -Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese.

11 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einer Klimakammer wurde eine neue technische Versuchsanlage getestet. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ($n_1 = n_2 = 3$) kamen zwei Behandlungen (*ctrl* und *dose*) zur Wachstumskontrolle zum Einsatz. Es ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewicht (*weight*) von Erbsen.

treatment	weight
ctrl	21.3
dose	22.8
ctrl	10.0
ctrl	11.6
dose	4.8
dose	17.6

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines *Welch t-Tests* für den Vergleich der beiden Behandlungen! **(4 Punkte)**
3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 2.68$ und dem berechneten T_D eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt der Behandlungen *ctrl* und *dose* auf das Gewicht von Erbsen! **(1 Punkt)**

12 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Lichtstufen (*none* und *600lm*) als Behandlung (*treatment*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Brokoli.

treatment	drymatter
none	53.6
600lm	30.4
none	41.9
600lm	21.2
600lm	20.3
none	43.8
600lm	17.9
600lm	33.0
600lm	20.2
600lm	23.7
none	34.6
none	37.2
none	42.0
none	40.5
600lm	23.2
600lm	25.3
none	48.5
none	40.7

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Brokoli! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine *gerade* Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Brokoli erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! **(1 Punkt)**

13 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Hühnerstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe h_v von $6m$. Die hintere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe h_b von $11m$. Der Hühnerstall hat eine Tiefe t von $12m$ und eine Breite b von $50m$.

1. Skizzieren Sie den Hühnerstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_v , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Hühnerstall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von $1.2m$. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal $14t$ aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 25% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei $-80^\circ C$ eine Dichte von $200kg/m^3$. Bei $-100^\circ C$ hat Methan eine Dichte von $290kg/m^3$. Sie betreiben Ihre Anlage bei $-80^\circ C$.

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} für den gefüllten Methantank mit dem Radius r , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

14 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 12.5m in Bruthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser in m der Eiche im Jahr 1815 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 180cm , eine Breite von 85cm sowie eine Länge von 250cm .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mühsam* um die eigene Achse drehen konnte.

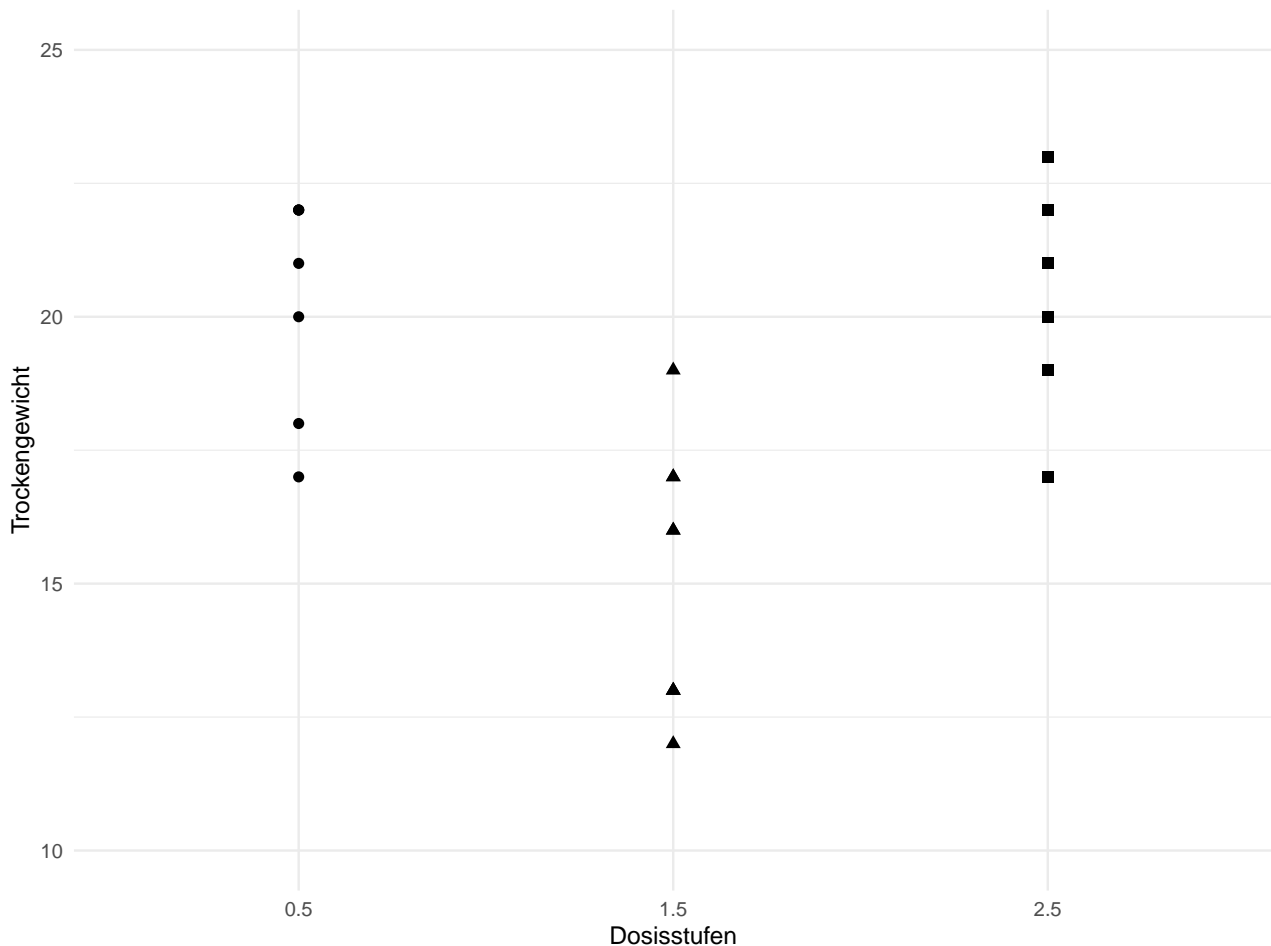
4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in cm ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 30cm bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

15 Aufgabe

(8 Punkte)



In einem Gewächshausexperiment wurde der Ertrag von Maiss unter drei verschiedenen Pestizid-Dosen 0.5g/l, 1.5g/l und 2.5g/l gemessen. Im Folgenden ist der Datensatz einmal visualisiert.



1. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen in die Abbildung ein! Beschriften Sie die statistischen Maßzahlen! **(6 Punkte)**
 - Globale Mittelwert: β_0
 - Mittelwerte der einzelnen Dosen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$
 - Effekt der einzelnen Dosen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$, und $\beta_{2.5}$
 - Residuen oder Fehler: ϵ
2. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied zwischen den Dosisstufen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

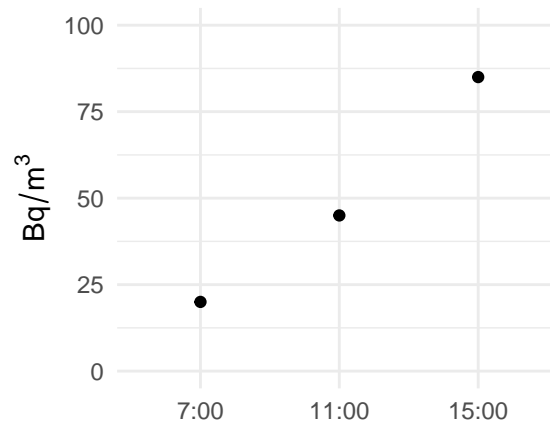
16 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die atmende Wand und Brot aus Luft Sie wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Keller bestimmen und lüften daher nicht. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 15:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $400 Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? **(2 Punkte)**

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 1.8d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 160d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

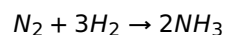
2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $400 Bq/m^3$ auf unter $110 Bq/m^3$ gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	79.7	28.4	
Sauerstoff	21.3	16.5	
Kohlenstoffdioxid	0.045	11.8	

3. Rechnen Sie die Volumenprocente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! **(1 Punkt)**

Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung:



Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? **(2 Punkte)**
5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? **(1 Punkt)**

17 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 120 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8cm und eine Höhe von 8cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 260 EUR.

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *vier* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Welche *Tischfläche* in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? **(3 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter l , die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**