

Name: _____

Nicht bestanden: ☐

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Endnote: _____

**B.Sc. Landwirtschaft; B.Sc. Angewandte Pflanzenbiologie - Gartenbau,
Pflanzentechnologie**

Klausur Mathematik und Statistik

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

26. Januar 2024

Erlaubte Hilfsmittel für die Klausur

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten - also ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung - keine digitalen Ausdrucke.
- **You can answer the questions in English without any consequences.**

Ergebnis der Klausur

_____ von 20 Punkten sind aus dem Multiple Choice Teil erreicht.

_____ von 69 Punkten sind aus dem Rechen- und Textteil erreicht.

_____ von 89 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
85.0 - 89.0	1,0
80.5 - 84.5	1,3
76.5 - 80.0	1,7
72.0 - 76.0	2,0
67.5 - 71.5	2,3
63.0 - 67.0	2,7
58.5 - 62.5	3,0
54.5 - 58.0	3,3
50.0 - 54.0	3,7
44.5 - 49.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- **Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.**
- Es werden nur Antworten berücksichtigt, die in dieser Tabelle angekreuzt sind!

	A	B	C	D	E	✓
1 Aufgabe						
2 Aufgabe						
3 Aufgabe						
4 Aufgabe						
5 Aufgabe						
6 Aufgabe						
7 Aufgabe						
8 Aufgabe						
9 Aufgabe						
10 Aufgabe						

- Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

- Die Tabelle wird vom Dozenten ausgefüllt.

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	10	10	12	10	10	8	9

- Es sind ____ von 69 Punkten erreicht worden.

1 Aufgabe

(2 Punkte)

Das Falsifikationsprinzip besagt...

- A** ☐ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- B** ☐ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- C** ☐ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- D** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- E** ☐ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.

2 Aufgabe

(2 Punkte)

Der Datensatz PlantGrowth enthält das Gewicht von Pflanzen, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.23$. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- B** ☐ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Das η^2 ist damit mit dem R^2 aus der linearen Regression zu vergleichen.
- C** ☐ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- D** ☐ Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- E** ☐ Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.

3 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den p -Wert und dem Signifikanzniveau α gleich 5% ist richtig?

- A** ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- B** ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- C** ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt.
- D** ☐ Wir machen eine Aussage über die individuelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 .
- E** ☐ Wir vergleichen die Effekte des p -Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese.

4 Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Median, das 1st Quartile sowie das 3rd Quartile von y mit 33, 15, 28, 23, 19, 34, 12, 10, 34, 7 und 63.

- A** ☐ Es ergibt sich 23 +/- 12
- B** ☐ Es ergibt sich 23 [12, 34]
- C** ☐ Es ergibt sich 25 [13, 35]
- D** ☐ Es ergibt sich 25 +/- 12
- E** ☐ Es ergibt sich 23 +/- 34

5 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen bzw. Samples zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** ☐ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- B** ☐ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich.
- C** ☐ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- D** ☐ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- E** ☐ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte.

6 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage zum mathematische Ausdruck $Pr(D|H_0)$ ist richtig?

- A** ☐ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- B** ☐ $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit die Daten D zu beobachten wenn die Nullhypothese wahr ist.
- C** ☐ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
- D** ☐ $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativhypothese und somit $1 - Pr(H_A)$
- E** ☐ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativhypothese überdeckt.

7 Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung von y mit 8, 6, 11, 8 und 10.

- A** ☐ Es ergibt sich 9.6 +/- 0.975
- B** ☐ Es ergibt sich 8.6 +/- 1.95
- C** ☐ Es ergibt sich 7.6 +/- 1.9
- D** ☐ Es ergibt sich 8.6 +/- 0.975
- E** ☐ Es ergibt sich 8.6 +/- 3.8

8 Aufgabe

(2 Punkte)

Beim statistischen Testen wird signal mit noise zur Teststatistik T verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T?

- A** ☐ Es gilt $T = \frac{noise}{signal}$
- B** ☐ Es gilt $T = signal \cdot noise$
- C** ☐ Es gilt $T = \frac{signal}{noise^2}$
- D** ☐ Es gilt $T = (signal \cdot noise)^2$
- E** ☐ Es gilt $T = \frac{signal}{noise}$

9 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test ist richtig?

- A** ☐ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- B** ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- C** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen.
- D** ☐ Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.
- E** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.

10 Aufgabe

(2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- A** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- B** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- C** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- D** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- E** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

11 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: drymatter by Fe
## t = -1.0634, df = 12, p-value = 0.3085
## alternative hypothesis: true difference in means between group high and group low is not equal to
## 95 percent confidence interval:
## -5.226597 1.798025
## sample estimates:
## mean in group mid mean in group trt2
## 18.71429 20.42857
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_{calc} , $Pr(D|H_0)$, $A = 0.95$, sowie $T_{\alpha=5\%} = |2.18|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend! **(2 Punkte)**

12 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Pyramiden bauen Es stehen die niedersächsischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 74 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 54 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 38 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 38 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in m ergibt sich?? **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 7cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 5 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 75% aus. In eine Schubkarre passen 90 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 14° ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die niedersächsische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharaο (Nebenberuf *Mittelständler*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die niedersächsische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 6° ändert! **(2 Punkte)**

13 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 0.8mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 11m in Brusthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser der Eiche im Jahr 1840 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(3 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm , eine Breite von 90cm sowie eine Länge von 230cm .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mühsam* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in cm ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(3 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 30cm bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

14 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Rinderstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Rinderstall hat eine Höhe h_v von $5.5m$. Die hintere Seite des Rinderstall hat eine Höhe h_b von $9m$. Der Rinderstall hat eine Tiefe t von $15m$ und eine Breite b von $50m$.

1. Skizzieren Sie den Rinderstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_v , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Rinderstall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von $1m$. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal $14t$ aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 20% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei $-80^\circ C$ eine Dichte von $200kg/m^3$. Bei $-100^\circ C$ hat Methan eine Dichte von $270kg/m^3$. Sie betreiben Ihre Anlage bei $-85^\circ C$.

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} für den gefüllten Methantank mit dem Radius r , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

15 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nelken von den Molukken In der Ausstellung „Europa und das Meer“ im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 42 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 60 Tagen zu beklagen; nach 110 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 222 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(3 Punkte)**
2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(2 Punkte)**

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht „[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.“ Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skorbut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält $8000\mu\text{g}/150\text{mg}$ Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 110mg pro Tag für Männer.

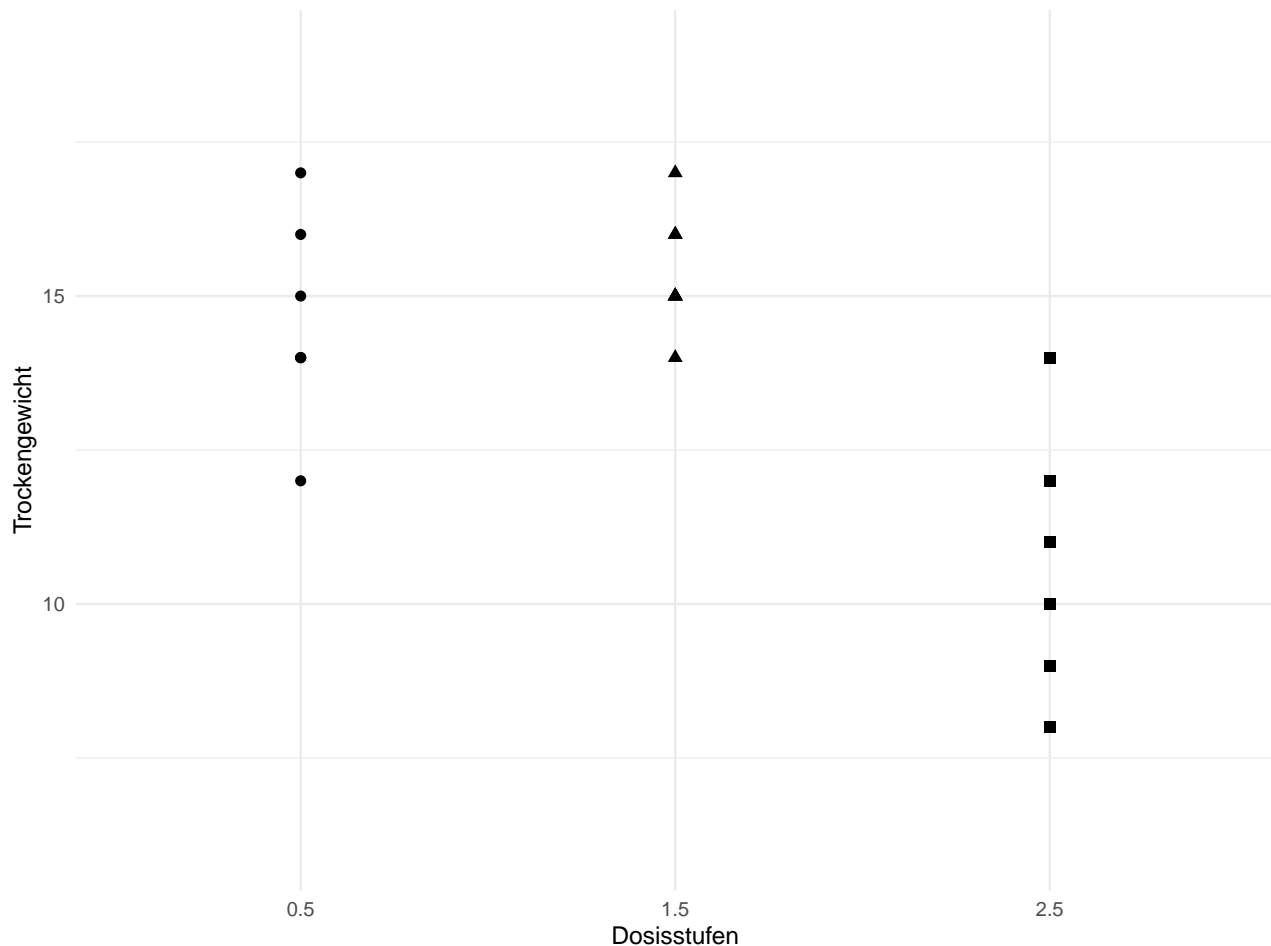
3. Berechnen Sie die notwendige Menge in kg an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 22 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

16 Aufgabe

(8 Punkte)



In einem Experiment wurde der Ertrag von Erbsen unter drei verschiedenen Pestizid-Dosen 0.5 g/l, 1.5 g/l und 2.5 g/l gemessen. Unten stehenden sehen Sie die Visualisierung des Datensatzes.



1. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen in die Abbildung ein! Beschriften Sie die statistischen Maßzahlen! **(6 Punkte)**
 - Total (grand) mean: β_0
 - Mittelwerte der Dosen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$
 - Effekt der einzelnen Level der Dosen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$, und $\beta_{2.5}$
 - Residuen oder Fehler: ϵ
2. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied zwischen den Dosisstufen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

17 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Freilandexperiment mit zwei Substrattypen (*torf* und *70p30n*) als Behandlung (*treatment*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Kartoffeln.

treatment	freshmatter
torf	34.5
70p30n	26.2
torf	32.1
torf	32.4
torf	32.9
70p30n	11.7
70p30n	41.3
70p30n	14.8
torf	36.4
70p30n	18.2
70p30n	18.9
torf	40.7
torf	35.4
70p30n	36.1
torf	30.9
torf	27.8
70p30n	21.8
70p30n	12.2
torf	36.5
70p30n	32.9

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Kartoffeln! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(6 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Kartoffeln erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? **(1 Punkt)**