Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

# Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

### **Erlaubte Hilfsmittel**

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

# **Endnote**

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 66 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 86 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
82.0 - 86.0	1,0
78.0 - 81.5	1,3
73.5 - 77.5	1,7
69.5 - 73.0	2,0
65.0 - 69.0	2,3
60.5 - 64.5	2,7
56.5 - 60.0	3,0
52.0 - 56.0	3,3
48.0 - 51.5	3,7
43.0 - 47.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

# **Multiple Choice Aufgaben**

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	В	С	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

• Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

# **Rechen- und Textaufgaben**

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	7	9	8	8	12	10	12

• Es sind \_\_\_\_ von 66 Punkten erreicht worden.

### **Multiple Choice Aufgaben**

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Versionen. Der Text mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

#### **ANOVA**

1. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen einen Versuch mit einer Behandlung und drei Faktorleveln durch. Danach rechnen Sie eine einfaktorielle ANOVA und es ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.78$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.
- **B**  $\square$  Das  $n^2$  wird genutzt um zu erfahren welchen Anteil der Varianz die Behandlungsbedingungen erklären.
- ${f C} \square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **D**  $\square$  Das  $\eta^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **E**  $\square$  Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Kartoffel zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.24$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Es werden 76% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.
- **B**  $\square$  Mit dem  $\eta^2$  lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein  $\eta^2$ -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- **C**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **D**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 24% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 76%.
- **E**  $\square$  Es werden 24% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen erklärt wird.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- **A** □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- C □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

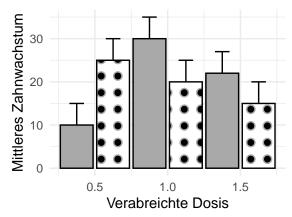
- D □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **E** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

Viele statistische Verfahren nutzen eine Teststatistik um eine Aussage über den Zusammenhang zwischen der Grundgesamthat und der Stichprobe abzubilden. Ein statistisches Testwerkzeug ist hierbei die ANOVA. Die ANOVA rechnet dabei...

- ▲ □ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss ein Posthoc-Test angeschlossen werden.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- C □ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsguppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein Posthoc-Test ausgeschlossen werden.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen oder der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss sich zwischen einem der beiden Varianzquellen entschieden werden.
- **E**  $\square$  ... den Unterschied zwischen der Varianz durch verschiedene Behandlungsguppen unter der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, kann kein Effekt  $\eta^2$  bestimmt werden.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin E auf das Zahnwachstum bei Igeln. Der Versuch wurde an 57 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?



- $\mathbf{A} \square$  Das Bestimmtheitsmaß  $\mathbb{R}^2$  ist groß.
- **B** □ Keine Interaktion liegt vor  $(p \le 0.05)$ .
- **C**  $\square$  Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ( $p \le 0.05$ )
- **D**  $\square$  Eine positive Interaktion liegt vor ( $\rho \le -0.5$ )
- **E**  $\square$  Eine Korrelation liegt vor ( $p \le 0.05$ ).

# **Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse**

6. Aufgabe (2 Punkte)
Gegeben ist $y$ mit 11, 13, 9, 12 und 1. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.
<b>A</b> □ Sie erhalten 9.2 +/- 4.82
<b>B</b> □ Es berechnet sich 10.2 +/- 23.2
C □ Es ergibt sich 8.2 +/- 11.6
<b>D</b> □ Es berechnet sich 9.2 +/- 23.2
<b>E</b> □ Sie erhalten 9.2 +/- 2.2
7. Aufgabe (2 Punkte)
Gegeben ist y mit 30, 18, 30, 27, 19, 29, -2, 17, 24, 14 und 51. Berechnen Sie den Median, das $1^{st}$ Quartile sowie das $3^{rd}$ Quartile.
A ☐ Es ergibt sich 23 +/- 17
<b>B</b> □ Es berechnet sich 24 [17; 30]
C □ Es ergibt sich 24 +/- 17
<b>D</b> □ Sie erhalten 24 [15; 28]
<b>E</b> □ Es berechnet sich 23 [18; 31]
8. Aufgabe (2 Punkte)
Sie überlegen Ihre Daten mit einem Histogramm zu visualisieren. Was ist die minimale Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe ?
<b>A</b> □ Die opimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein können.
<b>B</b> □ 5 und mehr Beobachtungen.
C □ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung.
<b>D</b> □ Histogramm
<b>E</b> □ 1 Beobachtung.
9. Aufgabe (2 Punkte)
Die Varianz ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehen um die Varianz zu berechnen?
<b>A</b> □ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
<b>B</b> □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend subtrahieren wir die Fallzahl.

C □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.D □ Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch

**E** □ Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch

die Fallzahl teilen.

die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.

In Ihrer Abschlußarbeit wolllen Sie Ihre Daten für den Ertrag in einem Boxplot darstellen. Sie nutzen den Boxplot auch, da der Boxplot zu den meist genutzten Visualiserungen von Daten gehört. Welche statistischen Maßzahlen stellt der Boxplot dar?

- **A** □ Den Mittelwert und die Varianz.
- **B** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.
- **C** □ Der Boxplot stellt die Mittelwerte und die Varianz dar.
- **D** □ Den Median und die Quartile.
- **E** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Standardabweichung.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Maiss durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\hat{y}$  unterscheiden sich. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.
- **B** □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.
- C ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **D** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- **E** Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn keine Outlier in den Daten vorliegen.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Um zu Überprüfen, ob die Daten die Annahme einer Varianzhomogenität genügen, können wir folgende Visualisierung nutzen. Dabei kommt dann auch die entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität zur Anwendung.

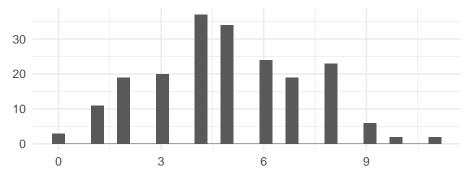
- **A** □ Nach dem Einlesen der Daten nutzen wir einen Barplot um zu schauen, ob alle Mittelwerte über alle Behandlungen in etwa gleich groß sind. Damit ist dann auch die Varianz in allen Behandlungen in etwa gleich.
- **B** □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Dotplot und schauen, ob die Dots und damit die Varianz für jede Behandlung gleich groß sind.
- C □ Einen Boxplot. Das IQR muss über alle Behandlungen zusammen mit den Whiskers ungefähr gleich aussehen.
- **D** □ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höhren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Varianzhomogenität angenommen werden.
- **E** □ Nach der Erstellung eines Boxplots schauen wir, ob der Median in der Mitte der Box liegt. Dabei ist der Median als dicke Linie dargestellt und die Box ist das IQR.

Sie wollen in Ihrer Abschlussarbeit über eine explorative Datenanalyse überprüfen, ob Ihr gemessener Endpunkt einer Normalverteilung folgt. Welche drei Abbildungen eignen sich insbesondere für die Überprüfung?

- **A** □ Boxplot, Densityplot, Violinplot
- **B** □ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot
- C ☐ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- **D** ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- **E** □ Barplot, Mosaicplot, Violinplot

14. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben n = 213 Pflanzen geerntet und wollen sich nun die Verteilung der Pflanzen einmal in einem Histogramm anschauen. Welche Verteilung ist dargestellt?



- **A** □ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- **B** □ In dem Histogramm ist eine Normalverteilung dargestellt.
- **C** □ Eine Standardnormalverteilung.
- **D** □ Wir haben eine Poisson-Verteilung vorliegen.
- **E** □ Eine multivariate Normalverteilung.

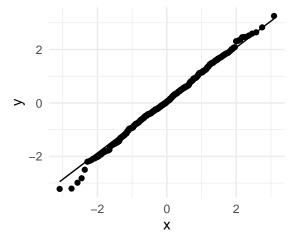
#### **Lineare Regression & Korrelation**

15. Aufgabe (2 Punkte)

Im Allgemeinen gibt es zwei mögliche Ziele für ein Regressionsmodell. Wir können eine Vorhersagemodell oder ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist für ein kausales Modell richtig?

- **A**  $\square$  Ein kausales Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das  $R^2$  berechnet werden.
- **B**  $\square$  Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von X auf Y zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen Y auf die gemessenen Endpunkte  $X = x_1, ..., x_p$  aus?
- **C** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Traingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 2/3 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- **D** ☐ Ein kausales Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- **E** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von *X* auf *Y* zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen *X* auf den gemessenen Endpunkt *Y* aus?

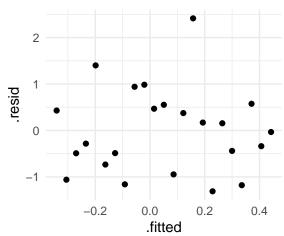
Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen approximativ einer Normalverteilung folgen. Sie können einen QQ-Plot für die visuelle Überprüfung der Annahme an die Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade in dem IQR, also dem ersten und dritten Quartile. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **B** □ Wir betrachten insbesondere die beiden Enden der Gerade. Der Rest ist mehr oder minder egal, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- **D** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.

17. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen eine linearen Regression und erhalten folgende Abbildung der Residuen (.resid). Welche Aussage ist richtig?



**A** □ Wenn die Punkte gleichmäßig in dem positiven wie auch negativen Bereich ohne ein klares Muster liegen, dann hat unsere Modellierung geklappt. Wir können mit dem Modell weitermachen.

- **B** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.
- C □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- **D**  $\square$  Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen und wir können damit auf die Signifkanz von  $x_1, ..., x_p$  schließen.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Ein klares Muster ist zu erkennen und/oder einige Outlier sind zu beobachten.

Sie berechnen in Ihgrer Abschlussarbeit den Korrelationskoeffizienten  $\rho$ . Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig?

- ${\bf A} \ \square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- **B**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen x und y bei einem Wert von 0. Einen maximalen negativen Zusammenhang bei -1 und somit auch einen maximalen positiven Zusammenhang bei 1. Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist einheitslos.
- **C**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  wird wie das  $\eta^2$  aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden.
- **D**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das  $\eta^2$  aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.
- **E**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.

19. Aufgabe (2 Punkte)

In einer lineren Regression kann es vorkommen, dass der Effekt repräsentiert durch den  $\beta$  Koeffizienten nicht so richtig von der Größenordnung zu dem p-Wert passen will. So liefert eine Untersuchung des Einflusses von der  $Fe_3O_4$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf das Trockengewicht in [kg] an Brokkoli folgende Effekte und p-Werte: 0.00051 als p-Wert und einen  $\beta_{Fe_3O_4}$  Koeffizienten von  $1.1 \times 10^{-5}$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der *p*-Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum p-Wert passen.
- **B**  $\square$  Die Einheit der  $Fe_3O_4$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der  $Fe_3O_4$ -Konzentration um 1 Einheit führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg von  $\beta_{Fe_3O_4}$  im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit  $[\mu g]$  muss besser gewählt werden.
- **C**  $\square$  Die Einheit der  $Fe_3O_4$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der  $Fe_3O_4$ -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- **D**  $\square$  Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu groß gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu großen Änderung in y führt. Daher kann der Effekt  $\beta_{Fe_3O_4}$  sehr klein wirken, da der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- **E**  $\square$  Das Gewicht und die  $Fe_3O_4$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_{Fe_3O_4}$  Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.

Neben der klassischen Regression kann die Funktion lm() in Rauch für welche andere Art von Anwendung genutzt werden?

- **A** □ Die Funktion lm() in ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenvarianzen bestimmt.
- **B** □ Die Funktion lm() in wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable *X* numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.
- **C** □ Ist die Einflussvariable *X* ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Die Funktion lm() kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.
- **D** □ Ist die Einflussvariable *X* numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich.
- **E**  $\square$  Die Funktion lm() in  $\P$  wird klassischerweise für die lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich.

21. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit haben Sie neben den klassischen normalverteilten Endpunkte, wie Trockgewicht und Wuchshöhe noch den Infektionsstatus und Zähldaten erhoben. Um diese nicht normalverteilten Endpunkte auszuwerten nutzen Sie das *generalisierte lineare Modell (GLM)*. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- **B** □ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das Y bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.
- C □ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.
- D □ In ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- **E** □ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das *X* bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.

#### **Vermischte Themen**

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- **B** □ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- C □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- **D** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- **E** □ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in Rauswerten wollen. Welcher Aussage ist richtig?

- **A** □ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
- **B** □ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- **C** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Die Nutzung von englischer Sprache umgeht dieses Problem in eleganter Art.
- **D** □ **R** Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn **R** daher in Deutsch zu bedienen.
- **E** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von untersagt.

24. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie zu Beginn eine explorativen Datenanalyse (EDA) in Rechnen. Dafür gibt es eine generelle Abfolge von Prozessschritten. Welche ist hierbei die richtige Reihenfolge?

- **A** □ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.
- **B** □ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als \*.png vorliegen.
- **C** ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in müssen wir als erstes die Daten über read\_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.
- **D** □ Wir lesen als erstes die Daten über read\_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen.
- **E** □ Wir lesen als erstes die Daten über read\_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das abstrakte Modell  $Y \sim X$  mit X als Faktor mit zwei Leveln vorliegen. Welche Aussage über  $n_1 < n_2$  ist richtig?

- **A** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- **B** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **C** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor.
- **D** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **E** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.

In einem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher im statistischen Sinne...

- **A** □ Die Ferkel stammen vom gleichen Muttertier und haben vermutlich eine ähnlichere Varianzstruktur als die Ferkel von anderen Sauen. Die Ferkel sind untereinander über die Mutter abhängig.
- **B** Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- **C** □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander unabhängig.
- **D** Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.
- **E** □ Je nach Stallanlage kommt eine andere Analyse in Betracht. Eine allgemeine Aussage über Ferkel und Sauen lässt sich statistisch nicht treffen.

27. Aufgabe (2 Punkte)

Neben der Mittelwertsdifferenz als Effektschätzer bei normalverteilten Endpunkten wird auch häufig der Effektschätzer Risk ratio bei binären Endpunkten verwendet. Welche Aussage über den Effektschätzer Risk ratio ist im folgenden Beispiel zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Kühen richtig? Dabei sind 3 Tiere krank und 12 Tiere sind gesund.

- **A** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 4, da es sich um ein Anteil handelt.
- **B** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.25, da es sich um ein Anteil handelt.
- C □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.25, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt
- **D** □ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.2.
- **E** □ Der Anteil der Kranken wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.2

28. Aufgabe (2 Punkte)

Historisch gesehen ergibt sich ein Problem, wenn Sie mit sehr großen Datensätzen, wie in der Bio Data Sience üblich, rechnen. Warum ist es ein Problem, wenn Ihre Datensätze sehr groß werden hinsichtlich der Bewertung anhand der Signifikanz?

- **A** □ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- **B** Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
- **C** □ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gänigige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- **D** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.
- **E** □ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.

## **Multiple Gruppenvergleiche**

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.001, 0.42, 0.21 und 0.34. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.004, 1, 0.84 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **B**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 3e-04, 0.105, 0.0525 und 0.085. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **C**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 3e-04, 0.105, 0.0525 und 0.085. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1.25% verglichen.
- **D**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.004, 1.68, 0.84 und 1.36. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **E**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.004, 1, 0.84 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem *α*-Niveau von 1.25% verglichen.

30. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein *CLD* erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- **B** □ Compact letter display. Das CLD ist umstritten, da es die Gleichheit der Behandlungen durch gleiche Buchstaben darstellt. Dadurch ist das CLD nicht mehr sauber auf einer Linie mit dem statistischen Testen. Wir lehnen die Nullhypothese ab und zeigen keine Gleichheit im statistischen Testen.
- C □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- D ☐ Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- **E** □ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.

31. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Bachelorarbeit müssen Sie einen Feldversuch auswerten. Nachdem Sie die zweifaktorielle ANOVA gerechnet haben und keine signifikante Interaktion vorliegt, wollen Sie jetzt einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür am besten?

- **A** □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- **B** Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- C □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- D □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- **E** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.

In den Humanwissenschaften werden multiple Vergleiche häufig anders behandelt als in den Agrarwissenschaften. In beiden Bereichen tritt jedoch das gleiche Phänomen bei multiplen Testen auf. Wie muss mit dem Phänomen umgegangen werden und wie ist es benannt?

- **A** □ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.
- **B**  $\square$  Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\alpha$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
- ${f C}$   $\square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer eta-Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- ${f D}$   ${f \Box}$  Beim multiplen Testen kann es zu einer  ${f lpha}$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist.
- **E**  $\square$  Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\beta$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Powerniveau liegt nicht mehr bei 80% sondern sehr viel niedriger.

33. Aufgabe (2 Punkte)

In einem Feldversuch haben Sie einen Behandlungsfaktor mit mehreren Leveln vorliegen. Sie rechnen einen multiplen Vergleich. Vorher hatten Sie eine einfaktorielle ANOVA mit einem signifikanten Ergebnis vorliegen. Welche Aussage ist richtig?

- ${\bf A} \square$  Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- ${\bf B} \ \square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung ( $\Delta$ -Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen.
- ${f C}$  Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
- **D** □ Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die Δ-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Δ-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die Δ-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- **E** □ Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied Δ aus einem t-Test, nicht adjusiert werden.

#### Statistische Testtheorie

34. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben den mathematischen Ausdruck  $Pr(D|H_0)$  vorliegen, welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$   $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit  $1 Pr(H_A)$
- **B**  $\square$   $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.
- $\mathbf{C} \square Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Daten D und somit die Teststatistik  $T_D$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese wahr ist.

**D** □ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativehypothese überdeckt.

**E** □ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.

35. Aufgabe (2 Punkte)

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- **A** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- **B** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein noch schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **C** □ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- **D** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein weniger minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Falsifikationsprinzip nach Karl Popper.
- **E** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

36. Aufgabe (2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau  $\alpha$  genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegeung auf 5% als Signifikanzschwelle ist richtig?

- **A**  $\square$  Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde  $\alpha = 5\%$  festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- **B** □ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- **C**  $\square$  Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  historisch gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante.
- **D**  $\square$  Als Kulturkonstante hat  $\alpha = 5\%$  den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- **E** □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

**A** □ Es gilt 
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

**B** □ Es gilt 
$$T_D = \frac{noise}{sianal}$$

**C** 
$$\square$$
 Es gilt  $T_D = (signal \cdot noise)^2$ 

**D** 
$$\square$$
 Es gilt  $T_D = signal \cdot noise$ 

**E** 
$$\square$$
 Es gilt  $T_D = \frac{signal}{noise}$ 

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann folgende Aussage in welche richtige Analogie gesetzt werden?

H<sub>0</sub> ablehnen obwohl die H<sub>0</sub> gilt

- **A**  $\square$  In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire police*, dem  $\alpha$ -Fehler.
- **B**  $\square$  Dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie eines Rauchmelder: *Alarm without fire*.
- **C**  $\square$  *Fire without alarm,* dem  $\beta$ -Fehler als Analogie eines Rauchmelders.
- **D**  $\square$  *Alarm with fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie von Feuer.
- **E** □ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Sie lesen eine wissenschaftliche Arbeit, die damit wirbt, dass Effekte und Signifikanz nicht separat dargestellt sind, sondern in einer statistischen Maßzahl zusammen. Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Die Teststatistik. Durch den Vergleich von  $T_c$  zu  $T_k$  ist es möglich die  $H_0$  abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem  $T_c$ -Wert.
- **B** □ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualizierung des Konfidenzintervals kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzinterval auch eine Entscheidung über die Signifikanz.
- ${f C}$  Das  $\Delta$ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da  $\Delta$  antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes  $\Delta$  ein sehr kleinen p-Wert.
- **D**  $\square$  Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- **E**  $\square$  Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der  $\alpha$ -Schwelle zu definieren.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Ein statistischer Test produziert für einen Gruppenvergleich einen p-Wert. Welche Aussage zusammen mit dem Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% stimmt?

- **A**  $\square$  Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$ , wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- **B**  $\square$  Wir schauen, ob der *p*-Wert größer ist als das Signifikanzniveau  $\alpha$  und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die  $H_A$  gilt.
- ${f C}$   $\square$  Wir schauen, ob der p-Wert kleiner ist als das Signifikanzniveau  $\alpha$  und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die  $H_0$  gilt.
- **D** □ Wir vergleichen die Effekte des *p*-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- **E**  $\square$  Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt.

Um die Testtheorie besser zu verstehen, mag es manchmal sinnvoll sein ein Beispiel aus dem Alltag zu wählen. Die Ergebnisse der Analyse durch einen statistischen Test können auch in grobe Analogie zur Wettervorhersage gebracht werden. Welche Aussage trifft am ehesten zu?

- **A** □ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- **B** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- C □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- D □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- **E** □ Die Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: der statistische Test erlaubt es die Wahrscheinlichkeit für Regen abzuschätzen jedoch nicht die Menge und somit den Effekt.

42. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test erhalten?

- **A** □ Ja, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten dann eine Aussage zum Individuum.
- **B** □ Weder eine Ausssage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- **C** □ Nein, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.
- **D** □ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.
- **E** □ Nein, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test nicht auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.

43. Aufgabe (2 Punkte)

In der statistischen Testtheorie gibt es den Begriff Power. Was sagt der statistische Begriff Power aus?

- **A**  $\square$  Es gilt  $\alpha + \beta = 1$  und somit liegt  $\beta$  meist bei 95%.
- **B**  $\square$  Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 20% bewiesen wird. Die Power ist  $1-\beta$  mit  $\beta$  gleich 80% gesetzt.
- **C**  $\square$  Die Power  $1-\beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- **D**  $\square$  Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $H_0$  bewiesen wird
- **E**  $\square$  Die Power  $1-\beta$  wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 80% bewiesen wird.

Welche Aussage über den Effekt eines statistischen Tests ist richtig?

- **A** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- **B** Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die mathematisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- C □ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experimnts vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- **D**  $\square$  Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das  $\eta^2$  aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- **E** □ Der Forschende muss am Ende wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil einer Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Anteilen.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand der berechneten Teststatistik gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A**  $\square$  Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B**  $\square$  Ist  $Pr(D|H_0)$  kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- **C**  $\square$  Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- ${f D}$   ${f \Box}$  Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall  ${f \alpha}$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **E**  $\square$  Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese H nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- **A**  $\square$  Mit der Nullhypothese  $H_0$  und der Alternativehypothese  $H_A$  oder  $H_1$  gibt es zwei Hypothesen.
- **B**  $\square$  Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden  $H_{pro}$  und  $H_{contra}$  bezeichnet.
- **C**  $\square$  Es gibt bedingt durch das das Falsifikationsprinzip ein Set von k Nullhypothesen, die iterative gegen k-1 Alternativhypothesen getestet werden.
- **D**  $\square$  Die Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$  sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- **E**  $\square$  Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.

## Statistische Tests für Gruppenvergleiche

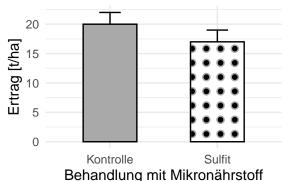
47. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test im Allgmeinen ist richtig? Berücksichtigen Sie den Welch t-Test wie auch den Student t-Test!

- **A** □ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **B** □ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- **C** □ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen.
- **D** ☐ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- **E** □ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen

48. Aufgabe (2 Punkte)

Ein Versuch wurde in 10 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Sulfit auf den Ertrag in t/ha von Mango im Vergleich zu einer Kontrolle. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie einen t-Test rechnen?



- **A** □ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -3 unter einer groben Abschätzung. Wir müssen aber eine ANOVA rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **B** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- C □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -3. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **D** ☐ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -3.
- **E** □ Der Test deutet auf keinen signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei -3.

49. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit betrachten Sie die Effekte von einer Behandlung vor und nach der Gabe eines Vitamins. Sie müssen einen gepaarten t-Test rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz *d* dient dann zur Differenzbildung.
- **B** □ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.

C □ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.
 D □ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.
 E □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.

50. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit passen die Ergebnisse einer ANOVA und eines multiplen Vergleiches nicht zusammen. Nach einem Experiment mit vier Maissorten ergibt eine ANOVA (p=0.048). Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2}=0.051$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verschränkt sind.
- **B** □ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
- **C** □ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
- **D** □ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepenz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- **E** □ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.

## Teil I.

# **Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse**

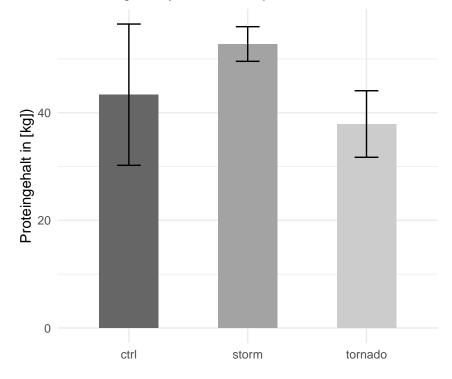
51. Aufgabe (7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Jonas nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach seiner Betreuer erstmal ein Barplot nachgebaut werden soll, bevor es mit seiner Abschlussarbeit losgeht. Dann hat er schonmal den R Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Die Behandlung für Brokoli werden verschiedene Lüftungssysteme und Folientunnel (ctrl, storm und tornado) sein. Erfasst wird als Outcome (Y) Proteingehalt. Jonas soll dann protein in seiner Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Barplots in  $\mathbf{R}$  nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 3. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Yuki nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach ihrem Betreuer nun Barplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Die Behandlung für Kartoffeln waren verschiedene Genotypen (AA, AB und BB). Erfasst wurde von Yuki als Endpunkt (Y) Ertrag. Yuki hat dann yield in ihrer Exceldatei eintragen.

treatment	yield
AB	42.3
AA	25.1
BB	50.4
AB	42.7
BB	43.2
AA	35.5
AB	48.5
AA	34.2
BB	27.9
BB	37.1
AB	47.6

Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

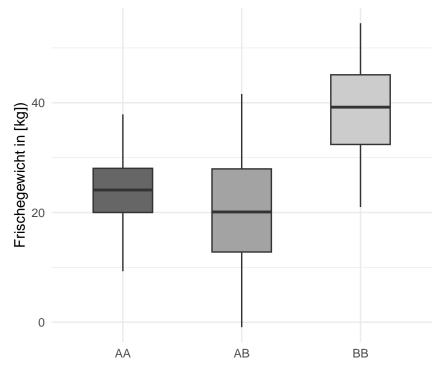
- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Kartoffeln! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
- 2. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Kartoffeln erwarten würden, wie sehen dann die Barplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Jessica soll in ihrer Abschlussarbeit Brokoli untersuchen. Die Behandlung in ihrer Abschlussarbeit werden verschiedene Genotypen (AA, AB und BB) sein. Erheben wird Jessica als Messwert (Y) Frischegewicht benannt als freshmatter in ihrer Exceldatei. Von ihrer Betreuerin erhält sie nun folgende Abbildung von Boxplots, die sie erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor sie mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen.



Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Boxplots in  $\mathbf{R}$  nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Nilufar nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Boxplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach ihrer Betreuerin nun Boxplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen. Die Behandlung für Brokoli waren verschiedene Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl* und *tornado*). Erfasst wurde von Nilufar als Outcome (Y) *Proteingehalt*. Nilufar hat dann *protein* in ihrer Exceldatei eintragen.

treatment	drymatter
tornado	36.1
ctrl	26.9
ctrl	20.7
ctrl	18.0
tornado	41.8
ctrl	18.8
ctrl	31.5
ctrl	21.5
tornado	35.2
tornado	33.6
tornado	44.1
tornado	29.8
ctrl	21.6
ctrl	28.7
tornado	43.7
tornado	29.1
ctrl	27.3
tornado	37.0
ctrl	32.8

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Brokoli! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Brokoli erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In seiner Hausarbeit möchte Steffen gerne die Daten aus einem Stallexperiment mit Fleischrindern in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihm dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über das Outcome (Y) zu treffen. In seinem Experiment hat Steffen die auffälligen Hautflecken gezählt.

Die auffälligen Hautflecken: 4, 1, 4, 10, 5, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 5, 5, 2, 2, 7, 1, 1, 6, 5, 2, 3, 1, 6, 3, 5, 7, 4, 8, 3, 6, 5, 6, 8, 5

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! **(1 Punkt)**
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In einem Gespräch mit ihrer Betreuerin wird Tina gebeten seine Daten aus einem Kreuzungsexperiment mit Fleischrindern in einem Histogramm darzustellen. In ihrem Experiment hat er die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro  $cm^2$  erst fotographiert und dann ausgezählt. Laut ihrer Betreuerin soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro  $cm^2$  zu bestimmen.

Die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro $cm^2$ : 10.5, 10.7, 11.2, 7.9, 10.4, 10.1, 7.6, 9.4, 7.8, 8.8, 11.4, 12.3, 11, 13.6, 10.1, 8.3, 11.8, 13.9, 11.9, 12.1, 9.2, 11.9

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Wenn es nach Alex ginge, wäre er schon längst fertig mit seiner Abschlussarbeit. In seiner Abschlussarbeit hatte er ein Kreuzungsexperiment im Oldenburger Land durchgeführt. Nach der Meinung seiner Betreuerin sieht das jedoch etwas anders aus. Jetzt soll er doch noch eine explorative Datenanalyse für den Zusammenhang zwischen mittlerer Eisenkonzentration [Fe/ml] und Protein/Fettrate [%/kg] in Fleischrindern durchführen. Wie nervig! Da zwei kontinuierliche Variablen vorliegen, geht die explorative Datenanalyse leider nicht mit Boxplots oder Barplots.

Mittlerer Eisenkonzentration [Fe/ml]	Protein/Fettrate [%/kg]
17.9	23.6
21.6	25.1
21.0	28.8
18.6	27.2
22.1	27.0
20.5	28.2
22.1	27.4
21.3	27.7
23.0	28.8
17.4	19.8
19.4	23.5

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In ein Kreuzungsexperiment in der Uckermark hatte Tina sich zum einen die Behandlung Außenklimakontakt [ja/nein] und zum anderen die Messung Protein/Fettrate im Zielbereich [ja/nein] im Kontext von Fleischrindern angeschaut. Nun steht Tina vor dem Problem, dass sie zwei kategoriale Variablen in ihrer Hausarbeit gemessen hat. Da ihre Betreuerin erstmal die langen Tabellen mit ja/nein in einer explorativen Datenanalyse zusammengefasst und präsentiert bekommen möchte bevor es überhaupt weitergeht, muss sie jetzt eine Lösung finden.

Protein/Fettrate im Zielbereich	Außenklimakontakt
nein	nein
ja	ja
ja	nein
nein	ja
nein	nein
ja	ja
nein	ja
ja	nein
nein	nein
ja	nein
nein	ja
nein	nein
ia	nein

Protein/Fettrate im Zielbereich	Außenklimakontakt
nein	ja
ja	nein
nein	nein
nein	nein
ja	nein
ja	nein
nein	ja
ja	nein
nein	nein
nein	nein
ja	ja
nein	ja
ja	nein
ja	nein
ja	ja
ja	nein

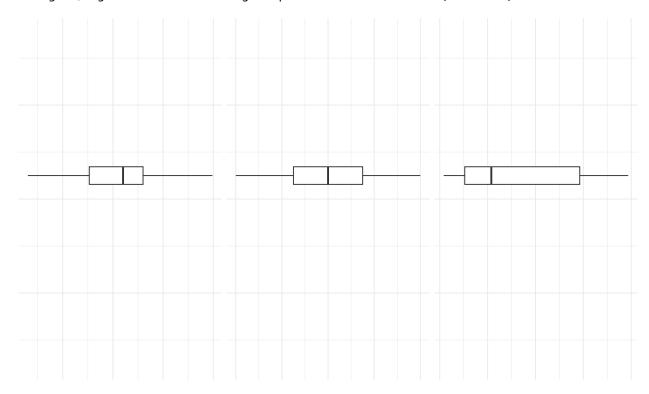
Leider kennt sich Tina mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in ±1s unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Skizieren Sie 3 Normalverteilungen in einer Abbildung mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3$  und  $s_1 = s_2 = s_3$ ! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! (2 Punkte)
- 4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! (6 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! (1 Punkt)
- 3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! (2 Punkte)





Pois(20) und Pois(3)

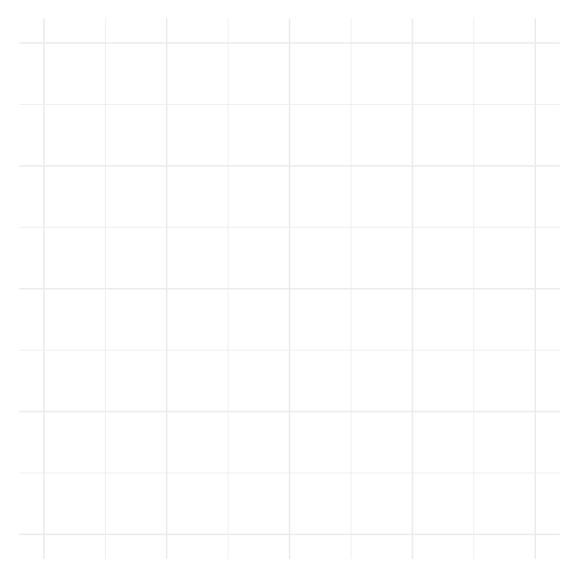


Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen  $y = \{19, 18, 19, 24, 20, 14, 20\}$ .

- 1. Visualisieren Sie den Mittelwert von y in der untenstehenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Y und X-Achse entsprechend! (2 Punkte)
- 3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte  $y_i$  zum Mittelwert  $\bar{y}$  quadriert. Warum muss der Abstand,  $y_i \bar{y}$ , in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! (2 Punkte)



## Teil II.

# Statistisches Testen & statistische Testtheorie

63. Aufgabe (9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

20% Testentscheidung  $\beta$ -Fehler (Unbekannte) Wahrheit

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

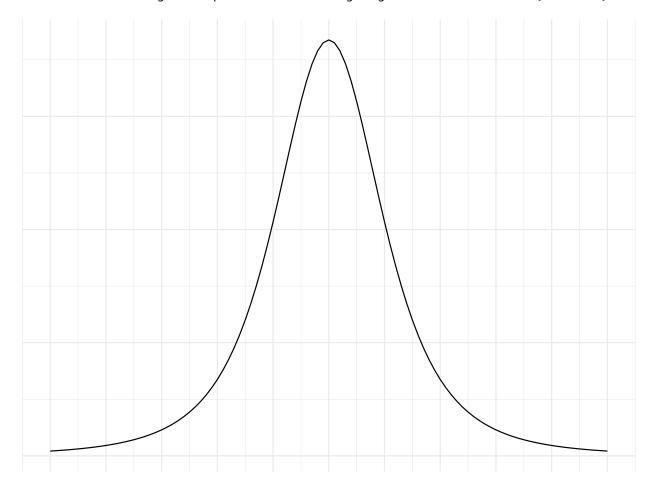
- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem halben Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Anahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "A = 0.95"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie  $+T_D$  in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Trockengewicht nach Düngergabe zu einer unbehandelten Kontrolle.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
  - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (b) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
  - (c) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (d) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (e) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (f) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- 2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in *einem* Wort oder Symbol beschreiben! **(4 Punkte)**

		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
Δ	1				Δ↓			
S	1				s ↓			
n	1				n ↓			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

#### Teil III.

# Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

68. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Der t-Test testet einen normalverteilten Messwert (Y).', liest Jonas laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Laut seiner Betreuerin ist zwar ihm Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW normalverteilt, aber wie rechnet er jetzt einen t-Test? Für seinen Projektbericht zum Testen einer neuen technischen Anlage musste er ein Stallexperiment mit Fleischrindern im Oldenburger Land durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen bei dem anspruchsvollen Pilotprojekt mit sehr geringer Fallzahl  $(n_1 = n_2 = 3)$ . Jetzt soll er auch noch testen, ob die Behandlung Flüssignahrung (ctrl) und flOw ein signifikantes Ergebnis liefert.

treatment	weight		
dose	19.7		
dose	28.4		
dose	21.6		
ctrl	17.7		
ctrl	15.8		
ctrl	15.1		

Leider kennt sich Jonas mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=2.04$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Jonas über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der t-Test. Yuki erschaudert. Ein mächtiges Werkzeug in den Händen desjenigen, der ein normalverteiltes Outcome (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Yuki überhaupt aus? Yuki hat ein Kreuzungsexperiment mit Fleischrindern durchgeführt. Dabei wurde die Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Erhht*) an den Fleischrindern getestet. Gemessen hat Yuki dann als Messwert Schlachtgewicht [kg]. Warum der Versuch im Oldenburger Land für seiner Hausarbeit stattfinden musste, ist ihm bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Schlachtgewicht [kg]?

Bestandsdichte	Schlachtgewicht
Verordnung	38.3
Erhöht	37.4
Erhöht	34.9
Erhöht	37.8
Erhöht	36.6
Erhöht	42.0
Erhöht	16.0
Verordnung	19.4
Erhöht	41.4
Verordnung	25.7
Verordnung	41.1
Erhöht	50.8
Verordnung	24.2
Verordnung	27.2
Verordnung	37.1
Verordnung	38.0
Verordnung	44.0
Erhöht	25.0

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T<sub>D</sub> eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=2.04$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik  $T_D$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Der t-Test testet ein normalverteiltes Outcome (Y).', liest Alex laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Laut seiner Betreuerin ist zwar ihm Messwert Protein/Fettrate [%/kg] normalverteilt, aber wie rechnet er jetzt einen t-Test? Für seinen Projektbericht musste er ein Stallexperiment mit Fleischrindern in der Uckermark durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen. Jetzt soll er auch noch testen, ob die Behandlung Genotypen (AA und BB) ein signifikantes Ergebnis liefert.

Genotypen	Protein/Fettrate
ВВ	19.3
AA	39.5
BB	26.9
AA	35.4
BB	17.5
ВВ	19.0
BB	28.6
AA	41.0
BB	25.0
BB	28.2
ВВ	26.8
AA	30.4
BB	18.6
AA	40.6
AA	44.4
ВВ	26.3
AA	42.0
AA	36.0
AA	41.7
AA	40.1

Leider kennt sich Alex mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=2.04$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 99% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Alex über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Steffen und Mark haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. In einem Projektbericht sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Genotypisierung (0d und 14d) und Gewichtszuwachs in der 1LW gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Fleischrindern. Hier muss dann wohl auf ein normalverteiltes Outcome (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden.

ID	treatment	freshmatter
7	14d	28.7
3	0d	17.6
11	14d	29.2
8	14d	36.8
9	0d	39.7
1	14d	37.3
2	14d	26.3
10	14d	31.7
7	0d	32.7
3	14d	25.3
9	14d	33.8
10	0d	24.2
4	14d	31.3
4	0d	26.0
1	0d	22.0
8	0d	29.8
2	0d	38.9
6	0d	15.3
6	14d	28.3
5	0d	26.0
5	14d	24.5

Leider kennen sich Steffen und Mark mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den *p*-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 **Punkte**)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Steffen über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Rist schon ein tolles Programm, wenn man mit dem Ding umgehen kann. Super umgehen kann damit Alex. Deshalb sind auch Jonas und Paula bei ihm um sich bei einem gemeinsamen Projekt helfen zu lassen. Beide arbeiten gemeinsam an einer Abschlussarbeit. In dem zu beschreibenden Versuch geht es im Wendland um einem Leistungssteigerungsversuch mit Fleischrindern. Dabei ging darum herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Ernährungszusatz (ctrl und fedX) und dem Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW gibt. Da der Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW normalverteilt ist kann ein t-Test gerechnet werden.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Gewichtszuwachs by Ernährungszusatz
## t = -1.865, df = 16, p-value = 0.08063
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -17.642735    1.128449
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group fedX
## 20.40000    28.65714
```

Helfen Sie Alex bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Paula nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ , A=0.95, sowie  $T_{\alpha=5\%}=|2.12|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Programmieren ist wie eine Sprache lernen. Man muss es nur machen, dann wird man mit der Zeit immer besser!', gibt Alex zwinkernd zu Protokoll. Das hilft jetzt Steffen und Nilufar nur bedingt, da beide jetzt die Ausgabe interpretieren müssen und nicht vor drei Wochen, wo noch Zeit gewesen wäre. Die beiden hatten im Teuteburgerwald einen Versuch mit Fleischrindern in einem Stallexperiment durchgeführt. Das war schon anstrengend genug! 'Wir haben Protein/Fettrate [%/kg] gemessen, vieleicht hilft das ja...', meint Nilufar leicht genervt. Alle starren auf die Rausgabe des t-Tests.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Lüftungssystem
## t = -5.9794, df = 18, p-value = 1.176e-05
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -19.572868 -9.394808
## sample estimates:
## mean in group keins mean in group vorhanden
## 23.52727 38.01111
```

Helfen Sie Alex bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Nilufar nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wir sind uns relativ sicher, dass unser Messwert Protein/Fettrate [%/kg] ist!', ruft Paula wild gestikulierend. Als würde sowas die Ausgabe von Rinteressieren. Paula und Jessica sind in einem Cafè mit Steffen um sich Hilfe von ihm in Rzu holen. Während Steffen Kirschstreuselkuchen mampft, versuchen die beiden ihren Versuch im Teuteburgerwald mit Fleischrindern in einem Leistungssteigerungsversuch zu erklären. Steffen hofft, dass die Rausgabe des t-Tests ihm mehr Informationen liefert.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Lüftungssystem
## t = 3.2888, df = 14, p-value = 0.005381
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 2.91313 13.83608
## sample estimates:
## mean in group keins mean in group vorhanden
## 45.28889 36.91429
```

Helfen Sie Steffen bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Paula und Jessica nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Yuki und Paula haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. In einer Abschlussarbeit sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Flüssignahrung (1l/d und 5l/d) und Fettgehalt [%/kg] gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Fleischrindern. Hier muss dann wohl auf ein normalverteiltes Outcome (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in  $\mathbb{R}$  aus.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Fettgehalt by Flüssignahrung
## t = -1.9274, df = 8, p-value = 0.09008
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -14.984483    1.340039
## sample estimates:
## mean difference
## -6.822222
```

Jetzt brauchen Yuki und Paula Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in Rum ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

#### Teil IV.

### Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

76. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Yuki und Jessica schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten visualisieren damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse zu erwarten sind. Die beiden waren im Teuteburgerwald um einen Leistungssteigerungsversuch mit Fleischrindern durchzuführen. Dabei haben Yuki und Jessica den Messwert Schlachtgewicht [kg] unter der Behandung Lüftungssystem (keins, storm und thunder) ermittelt.

Lüftungssystem	Schlachtgewicht
thunder	26
storm	34
keins	40
storm	31
keins	41
keins	43
keins	41
thunder	24 34
storm storm	36
thunder	25
thunder	25
keins	45
storm	33
thunder	25
storm	37
keins	42
thunder	26

Leider kennen sich Yuki und Jessica mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
  - Globale Mittelwert: β<sub>0</sub> (1 Punkt)
  - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$  (1 Punkt)
  - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$  und  $\beta_{2.5}$  (1 Punkt)
  - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Steffen und Nilufar schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten mit eine einfaktoriellen ANOVA auswerten damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse in den multipen Gruppenvergleichen zu erwarten sind. Die beiden waren im Teuteburgerwald um einen Leistungssteigerungsversuch mit Fleischrindern durchzuführen. Dabei haben Steffen und Nilufar den Messwert Schlachtgewicht [kg] unter der Behandung Bestandsdichte (standard, eng, weit und kontakt) ermittelt.

Leider kennen sich Steffen und Nilufar mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Bestandsdichte	3	333.73			
error	20				
Total	23	641.96			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%}=3.1$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Tina und Mark schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten mit eine einfaktoriellen ANOVA auswerten damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse in den multipen Gruppenvergleichen zu erwarten sind. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Tina schaut Mark sehen erstmla gar nichts. Die beiden waren im Teuteburgerwald um ein Kreuzungsexperiment mit Fleischrindern durchzuführen. Dabei haben Tina und Mark den Messwert Fettgehalt [%/kg] unter der Behandung Elterlinie (*ctrl*, *Standard*, *Yray* und *Xray*) ermittelt.

Leider kennen sich Tina und Mark mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Elterlinie	3	135.19			
Error	28	156.03			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%}=2.95$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%}=2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Elterlinie	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	10	3.90	1.79
Standard	7	4.71	1.70
Yray	10	-0.10	3.14
Xray	5	0.80	2.28

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Schlachtgewicht
## Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Genotypen 2 2914.54 1457.27 45.666 8.887e-08
## Residuals 18 574.41 31.91
```

Leider kennen sich Tina mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In einen Leistungssteigerungsversuch wurden Fleischrindern mit dem Behandlung Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn* und *flOw*) sowie der Behandlung Bestandsdichte (*standard* und *kontakt*) untersucht. Es wurde als Messwert Fettgehalt [%/kg] bestimmt. Mark ahnte schon, dass es komplexer wird, als er mit seiner Abschlussarbeit angefangen hat. Das es jetzt aber so kompliziert wird, hätte er jetzt aber auch nicht gedacht. Mark kratzt sich am Kopf. Eventuell muss er dann doch nochmal Hilfe in der statistischen Beratung holen. Jetzt versucht er es aber erstmal selber.

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Flüssignahrung	3	620.94			
Bestandsdichte	1	72.29			
Flüssignahrung:Bestandsdichte	3	163.37			
Error	18	180.62			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$F_{lpha=5\%}$
Flüssignahrung	4.26
Bestandsdichte	3.40
Flüssignahrung:Bestandsdichte	5.23

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Flüssignahrung:Bestandsdichte aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Mit der zweifaktoriellen ANOVA lässt sich die Interaktion zwischen den beiden Behandlungen nachweisen!', ihre Betreuerin scheint die zweifaktoriellen ANOVA zu verstehen. Warum jetzt sie jetzt nochmal alles wiederkäuen muss, wird Yuki echt nicht so klar. Wenn es doch so klar ist? Yuki war im Teuteburgerwald und hatte dort einen Leistungssteigerungsversuch mit Fleischrindern durchgeführt. Die Komune wo sie untergekommen war, war cool gewesen. Nur jetzt muss eben das Experiment fertig ausgewertet werden. Yuki hatte zwei Behandlungen auf Fleischrindern angewendet. Einmal Lüftungssystem (keins, storm, tornado und thunder) sowie als zweite Behandlung Flüssignahrung (ctrl und flOw). Gemessen wurde der Messwert (Y) Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt muss das hier zu einem Ende kommen!

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Gewichtszuwachs
##
                                 Df Sum Sq Mean Sq F value
## Lüftungssystem
                                  2 136.11
                                              68.05 2.7308 0.0920972
## Flüssignahrung
                                  1 575.09
                                             575.09 23.0768 0.0001422
                                  2 211.47
## Lüftungssystem:Flüssignahrung
                                             105.73 4.2427 0.0309301
                                 18 448.58
                                             24.92
## Residuals
```

Leider kennen sich Yuki mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik  $F_{calc}$  und in dem Student t-Test die T-Statistik  $T_{calc}$ .

$$F_{calc} = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$$
  $T_{calc} = rac{ar{y}_1 - ar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$ 

- 1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der  $F_{calc}$  Statistik und  $T_{calc}$  Statistik! (2 **Punkte**)
- 2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante  $F_{calc}$  Statistik sowie eine signifikante  $F_{calc}$  Statistik anhand von  $MS_{treatment}$  und  $MS_{error}$ ! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! (2 Punkte)
- 4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ . Der Faktor  $f_1$  hat drei Level. Der Faktor  $f_2$  hat dagegen nur zwei Level.

- 1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine starke und eine schwache Interaktion zwischen den Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ! (4 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! (2 Punkte)
- 3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? (2 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor  $f_1$  mit vier Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit  $F_{calc}=1.2$ . Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem ersten und zweiten Level geben müsste. Die IQR-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

- 1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie die Berechnung von  $F_{calc}$  am obigen Beispiel! (3 Punkte)
- 3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! (3 Punkte)

#### Teil V.

## Multiple Gruppenvergleiche

85. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jonas und Tina untersuchen gemeinsam in ihrer Abschlussarbeit den Messwert Schlachtgewicht [kg] in Fleischrindern. Es ist einiges schiefgelaufen, wie es immer so passiert. Hauptsächlich waren es Würmer, auch wenn man erstmal bei dem Messwert nicht unbedingt an Würmer denken würde. Aber das ist eine andere Geschichte. Jetzt wollen Jonas und Tina ihre Ergebnisse nochmal mit einer Studie von Meyer et al. (2021) vergleichen und schauen, ob was ähnliches rauskommt. Angeschaut wurde sich als Behandlung Flüssignahrung (ctrl, superIn, compostIn und flOw). Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Meyer et al. (2021).

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.080		
0.001		
0.760		
0.070		

Leider kennen sich Jonas und Tina mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau  $\alpha$  adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus  $\alpha$  vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jonas betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von seinem Betreuer. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihm etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte er dann schon nachbauen. Das macht ihn dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Jonas betrachtet ein Poster das sich mit Fleischrindern beschäftigt. Ernährungszusatz (ctrl, fedX, proteinX und getIt) und Gewichtszuwachs in der 1LW wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird er daraus nicht.

Behandlung	Compact letter display
ctrl	а
fedX	b
proteinX	bc
getIt	С

Leider kennen sich Jonas mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von ihr Betreuer. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihr etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte sie dann schon nachbauen. Das macht sie dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Nilufar betrachtet ein Poster das sich mit Fleischrindern beschäftigt. Ernährungszusatz (*ctrl*, *fedX*, *proteinX* und *getIt*) und Fettgehalt [%/kg] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird sie daraus nicht. Als erstes müsse man die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren, liest Nilufar im Methodenteil und ist dann noch verwirrter als vorher schon.

Ernährungszusatz	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	8	11.24	3.36
fedX	8	13.79	2.38
proteinX	8	10.25	4.04
getIt	8	15.11	2.05

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Nilufar und Tina! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wir müssen als erstes die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren!', ruft Jonas ganz aufgeregt. 'Das habe ich mir gemerkt.', blinzelt er Tina an. Mark hebt die Augenbraue. Als ob das jetzt so viel weiter helfen würde.

	keins	storm	tornado	thunder
keins	1.0000000	0.0005928	0.9536359	0.0000866
storm	0.0005928	1.0000000	0.0003542	0.5392741
tornado	0.9536359	0.0003542	1.0000000	0.0000430
thunder	0.0000866	0.5392741	0.0000430	1.0000000

Leider kennen sich Jonas mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Jonas und Tina! (2 Punkte)

#### Teil VI.

## Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

89. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Steffen hat sich ein Herz gefasst und war für seiner Hausarbeit in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der er viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Steffen ist schon eine ganze Zeit im Büro, da seine Betreuerin möchte, dass er jetzt auf seinen Daten mit n=104 Beobachtungen von Fleischrindern einen  $\mathcal{X}^2$ -Test rechnet. Das ginge, da er als Behandlung Automatische Fütterung [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Protein/Fettrate im Zielbereich [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage.

24	19	
23	38	

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$  Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die  $\mathcal{X}^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$  und  $\mathcal{X}^2_D$  in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Alex hat sich ein Herz gefasst und war für seiner Hausarbeit in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der er viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Alex ist schon eine ganze Zeit im Büro, da sein Betreuer möchte, dass er jetzt auf seinen Daten mit n=115 Beobachtungen von Fleischrindern einen  $\mathcal{X}^2$ -Test rechnet. Das ginge, da er als Behandlung Automatische Fütterung [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Fettgehalt erreicht [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage.

		69
		46
78	37	115

Leider kennt sich Alex mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende war es für Jessica in ihrem Projektbericht dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihr Betreuer gerne einen  $\mathcal{X}^2$ -Test auf einer  $2x^2$ -Kreuztabelle berechnet bekommen. Jessica hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch n=115 Beobachtungen von Fleischrindern angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung Automatische Fütterung [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Fettgehalt erreicht [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Jessica mal schauen, wie sie das jetzt rechnet. Nach ihrem Experiment erhielt sie folgende  $2x^2$  Kreuztabelle aus ihren erhobenen Daten.

```
## Automatische Fütterung
## Fettgehalt erreicht ja nein
## ja 13 5
## nein 7 18
```

Dann rechnete Jessica den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in  $\mathbb{R}$  und erhielt folgende  $\mathbb{R}$  Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: Fettgehalt erreicht
## p-value = 0.005898
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 1.462677 32.500828
## sample estimates:
## odds ratio
## 6.352594
```

Leider kennt sich Jessica mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 4% angenommen. In 80% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 7.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 4000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

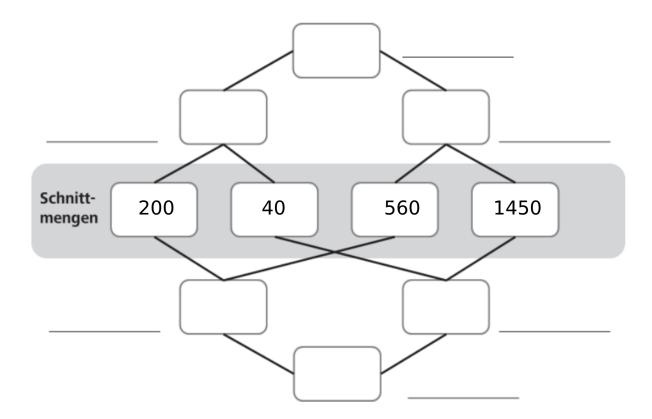
- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (8 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? (1 Punkt)





Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! (4 Punkte)



#### Teil VII.

## **Nicht parametrische Tests**

94. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

Vorher	Nachher	Differenz	Vorzeichen	Rang	Positiv Rang	Negativ Rang
7	13					
11	11					
8	12					
8	13					
6	14					
12	7					
11	13					
13	12					
12	13					
8	8					
12	9					
9	17					
12	13					
10	7					
8	10					

- 1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! (4 Punkte)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $W_D$  mit  $W_D = \min(T_-; T_+)$  und berechnen Sie den erwarteten Wert

$$\mu_W = \frac{n_{!0} \cdot (n_{!0} + 1)}{4}!$$
 (2 Punkte)

- 3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit  $z = \frac{W_D \mu_W}{14.309}!$  (2 Punkte)
- 4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von  $z_{\alpha=5\%}=1.96$  ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittelere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

Treatment	Count
Kontrolle	7.3
Kontrolle	5.8
RootsGoneX	11.3
RootsGoneX	11.6
RootsGoneX	11.8
Kontrolle	8.0
RootsGoneX	11.9
RootsGoneX	9.9
RootsGoneX	12.1
Kontrolle	7.9
Kontrolle	9.7
Kontrolle	9.8
Kontrolle	8.9

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür  $U_D$  mit  $U_D = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1!$  (4 Punkte)

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $U_D$  durch  $z=\frac{U_D-\frac{n_1n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$  und dem kritischen Wert von  $z_{\alpha=5\%}=1.96$ . Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)** 

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanilleplanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosporlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

Treatment	Count	Rang Kontrolle	Rang Dosis 20	Rang Dosis 40
Kontrolle	7.0			
Dosis 20	12.9			
Dosis 20	14.8			
Kontrolle	8.5			
Dosis 40	15.2			
Kontrolle	7.1			
Dosis 40	14.9			
Dosis 20	9.0			
Kontrolle	9.8			
Dosis 40	13.0			
Dosis 20	10.5			
Dosis 40	13.6			
Dosis 20	8.4			
Dosis 20	10.6			
Dosis 40	13.0			
Kontrolle	7.9			
Kontrolle	6.7			

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- 1. Bestimmen Sie hierfür  $H_D$  mit  $H_D = \frac{12}{n(n+1)} \left( \frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) 3(n+1)!$  (6 Punkte)
- 2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $H_D$  durch den kritischen Wert von  $H_{\alpha=5\%}=5.99!$  (1 **Punkt**)
- 3. Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? (1 Punkt)
- 4. Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? (1 Punkt)
- 5. Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! (1 Punkt)

#### Teil VIII.

# **Lineare Regression & Korrelation**

97. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





foo

mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml]	Schlachtgewicht [kg]
16.2	30.0
9.6	21.5
19.0	32.8
17.3	30.3
19.7	34.6
16.2	24.0
8.0	16.4
12.4	25.3
12.0	23.2
20.8	33.1

Leider kennen sich Tina und Yuki mit der Erstellung einer Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- Erstellen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung mit den statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 4. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Stallexperiment mit n=40 Ferkeln wurde der Gewichtszuwachs in kg unter ansteigender Lichteinstrahlung in nm gemessen. Sie erhalten den  $\bigcirc$  Output einer simplen Gaussian linearen Regression sieben Wochen nach der ersten Messung.

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	0.79	2.01		
light	1.68	0.19		

- 1. Zeichnen Sie die Grade aus der obigen Tabelle in ein Koordinatenkreuz! (1 Punkt)
- 2. Beschriften Sie die Abbildung und die Gerade mit den statistischen Kenngrößen! (2 Punkte)
- 3. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die t Statistik für (Intercept) und light! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den p-Wert für (Intercept) und light mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96$  ab. Was sagt Ihnen der p-Wert aus? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $kg/m^2$  (weight) und Wassergabe  $l/m^2$  (water) bei Erdbeerpflanzen zu bestimmen. Sie erhalten folgende  $\P$  Ausgabe.

```
## Call:
## lm(formula = weight ~ water, data = data_tbl)
## Residuals:
     Min
               10 Median
                               30
## -4.7143 -2.0714 0.4286 2.0714 4.2857
##
## Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept) 19.571 1.030 18.998 2.54e-10
## waterB
                 7.143
                           1.457 4.903 0.000364
##
## Residual standard error: 2.726 on 12 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.667, Adjusted R-squared: 0.6393
## F-statistic: 24.04 on 1 and 12 DF, p-value: 0.0003642
```

- Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome water erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 2. Wie groß ist der Effekt der Wassergabe? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.667 aus? (2 Punkte)
- 5. Schreiben Sie das Ergebnis der R Ausgabe in zwei Sätzen auf, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! (2 Punkte)

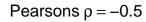


Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

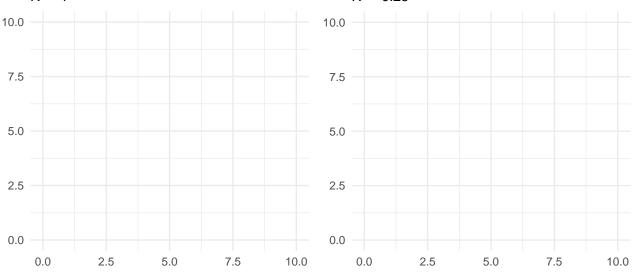
- 1. Zeichnen Sie für die angegebene  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die angegebenen  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade. (3 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R<sup>2</sup>-Werte über das jeweilige Modell? (3 **Punkte**)

Pearsons  $\rho = 0.75$ 

$$R^2 = 1$$

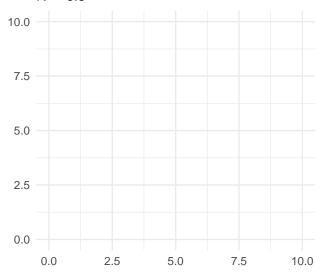


$$R^2 = 0.25$$



Pearsons  $\rho = 0$ 

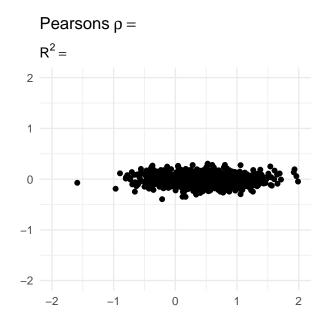
$$R^2 = 0.5$$

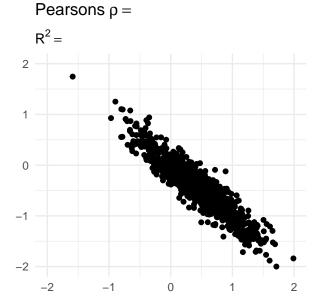


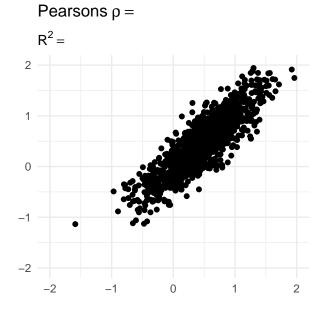


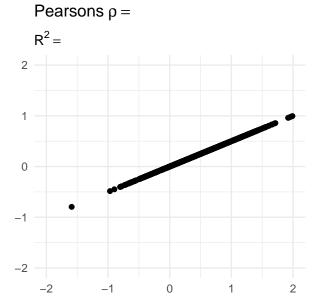
Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

- 1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in der entsprechenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in der entsprechenden Punktewolke um die Gerade! (4 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? (1 **Punkt**)











Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion cor.test().

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: height and food
## t = -2.305, df = 8, p-value = 0.05008
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.902418912 -0.003505355
## sample estimates:
## cor
## -0.6317374
```

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkt)
- 2. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! Erklären Sie eine der Eigenschaften an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Sind die Variablen height and food normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $kg/m^2$  (*drymatter*) und Wassergabe  $l/m^2$  (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

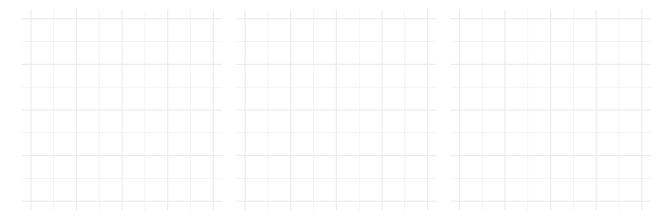
.id	drymatter	water	.fitted	.resid
1	29.9	13.1	29.2	
2	22.8	9.7	25.0	
3	26.5	10.2	25.6	
4	33.6	15.6	32.2	
5	24.5	7.2	22.0	
6	27.0	12.5	28.4	
7	26.7	12.1	28.0	
8	18.5	7.2	22.0	
9	26.3	10.2	25.7	
10	22.1	4.8	19.0	
11	24.4	10.5	25.9	
12	28.6	12.5	28.5	
13	44.5	25.2	43.9	

- 1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte .resid in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



 Zeichen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbilungen die Zeile des Regressionskreuzes der Binomialverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! (6 Punkte)

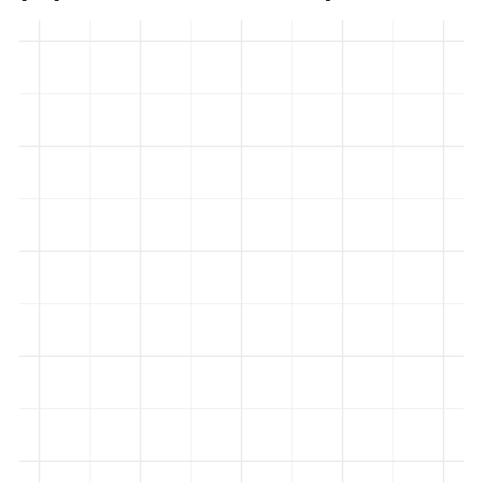
- 2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen Zahlenraum nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)





Ein Feldexperiment wurde mit n=200 Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen (x) wurden erhoben: region, variety und N. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality score und dead.

- 1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie Gaussian gehört! (1 Punkt)
- 2. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  $\mathbb{R}$  in der Funktion glm() üblich ist *ohne Interaktionsterm*! (3 Punkte)
- 3. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  $\mathbb{R}$  üblich ist und ergänzen Sie einen Interaktionsterm nach Wahl! (1 Punkt)
- 4. Zeichen Sie eine *starke* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**



## Teil IX.

## **Experimentelles Design**

106. Aufgabe (10 Punkte)



Nach einem erfolgreichen Pilotversuch zur Wirksamkeit von Pestiziden bei Lauch in einem Gewächshausexperiment wollen Sie nun den Versuch eine Nummer größer anlegen. Dafür entscheiden Sie sich für ein faktorielles Versuchsdesign. In Ihrem Hauptversuch stellt die Wirksamkeit von Pestiziden den ersten Faktor mit insgesamt 3 Leveln dar. Der zweite Faktor mit dem Gewächshaus beinhaltet 3 Level.

Im ersten Schritt überlegen Sie ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Sie entscheiden sich für das *Latin square design*.

- 1. Skizieren Sie das Latin square design für Ihren Versuch! (4 Punkte)
- 2. Skizieren Sie eine Datentabelle für den Versuch mit zwei Wiederholungen! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie eine Abbilung mit Boxplots und einem angenommenen normalverteilten Outcome! (4 Punkte)

#### Teil X.

## **Mathematik**

107. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>1</sup>.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 0.8mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 10.5m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in *m* der Eiche im Jahr 1820 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 185cm, eine Breite von 75cm sowie eine Länge von 230cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $m^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (1 Punkt)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 10*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 200 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 9cm und eine Höhe von 9cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 260 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf vier Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Pflanztopffläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Hühnerstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_{\rm V}$  von 5.5m. Die hintere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_{\rm D}$  von 9.5m. Der Hühnerstall hat eine Tiefe t von 13m und eine Breite t von 50m.

- 1. Skizzieren Sie den Hühnerstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_V$ ,  $h_b$ , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Hühnerstall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 10t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 15% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80°C eine Dichte von  $220kg/m^3$ . Bei -100°C hat Methan eine Dichte von  $300kg/m^3$ . Sie betrieben Ihre Anlage bei -85°C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Studienrat mit Stock. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Aldi über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>2</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Studienrat mit Stock?

- 1. Wenn 4 Blaubeerschalen 6.36 Euro kosten, wie viel kosten 9 Schalen? (1 Punkt)
- 2. Wenn Sie die 9 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 2.59 EUR können Sie sich dann noch für 100 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Aldi über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 160l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 100 125g.
- Ein Kilo Salat benötigt 140l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 300 510g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 1050l Wasser. Eine Avocado wiegt 120 400g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 880l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3 3.7g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (2 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2021 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $7.9 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 5.1%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 17.3% auf  $2.1 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Kubikmeter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2020 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur zwei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 52 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 8 - 17 Liter pro Spülmaschinenlauf und 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einem Studienrat mit Stock erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)** 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_P = 1.7 \times 10e - 15$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10e - 11$ 

**Die Dampfnudelerde** "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 66 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>3</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von  $9.65 \, \text{m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.1956 \times 10^4 \, \text{km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.51 \, \text{g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden afrikanischen Elefanten liegt bei 5t bis 7t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 66 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\overrightarrow{F_G}$  damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 66 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\overrightarrow{F_G}$  auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 66 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 0.99 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.48 \times 10^8$ km angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 81% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.08g/mol, 10% Heliumkernen mit 4.11g/mol sowie 9% weiteren Atomkernen mit 69.18g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm<sup>-3</sup> pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 5cm<sup>-3</sup> pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Gänse in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Gänse-Halter:innen nicht<sup>4</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Gänse für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
  $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$ 

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- $r_i$  dem Radius Gans plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) standing, (2) wing/leg stretching, (3) walking und (4) wingflapping.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
standing	33cm; 17cm; 7.2%	29cm; 17cm; 8.9%	33cm; 22cm; 3.5%
wing/leg stretching	44cm; 27cm; 2.1%	23cm; 26cm; 5.2%	31cm; 20cm; 2.1%
walking	40cm; 19cm; 3.2%	42cm; 19cm; 6.1%	47cm; 25cm; 6.9%
wingflapping	40cm; 28cm; 7.3%	35cm; 23cm; 1%	39cm; 29cm; 0.8%

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Gänse für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Gänse in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ ." Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $\alpha$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 45 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 105 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 218 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $6000\mu g/150mg$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 120mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 24 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{28}$ kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 2500m kollabiert, wird die Sonne 30% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben<sup>5</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- m<sub>f</sub>, gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m<sub>s</sub>, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r<sub>s</sub>, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit  $6.274 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 m/s$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! (2 Punkte)
- 6. Ein Amboss und ein Handtuch stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>6</sup>

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt vier Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.0523 \times 10^4 km/h$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 500 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum vier Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 6.23 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $1.5 \times 10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 m/s$  an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von  $4.6 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $10^8$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die mecklemburgischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 72 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 55 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 38 Königsellen. Eine Königselle misst 52.2cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 38 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 6cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 2 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Rückenschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 85% aus. In eine Schubkarre passen 90 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 14°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die mecklemburgische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Versicherungsverteter*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die mecklemburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 5° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 18km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die abwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung<sup>7</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GCR1JG5	3.0   2.0   Normal
В	GCMZLIF	2.5   2.5   Normal
С	GCYHGKR	1.0   3.5   Mikro
D	GC53HUF	1.5   1.5   Mikro
Е	GCIGMY8	3.5   4.0   Mikro

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AC}$  ist 3km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 7.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 1.5-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 20° nördlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 55° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E nördlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort C Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Terrainchallenge zurück? (5 Punkte)
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.15 + 0.18 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Terrainchallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 8m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 9.9m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

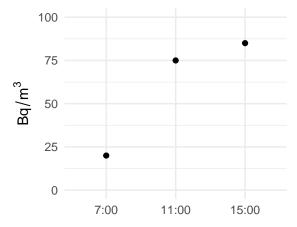
<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 15:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>8</sup>.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $320Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.5d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $320Bq/m^3$  auf unter  $120Bq/m^3$  gefallen ist? (4 **Punkte**)

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	79.7	27.9	
Sauerstoff	20.45	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.045	12.5	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>9</sup>:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>10</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 248 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
  $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ 

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 10mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 13m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 13m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.2mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 1.7mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die  $6.1 \times 10^4$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $10.32g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die  $6.1 \times 10^4$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 900 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.2cm Abstand haben müssen? **(1 Punkt)** 

 $<sup>^{10}</sup>$ Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrer Faultierpension in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 26 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>11</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.1 \times 10^{10} - 1.4 \times 10^9 \cdot 2^{-0.2 \cdot t + 4.1}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 18 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 16 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.6 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 16 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.7% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 70% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4100km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3600km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 7.3km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 9\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 42\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1200 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Lüneburger Heide. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Hängebauchschweins Frida und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur!* Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.4\times$ , Februar mit  $0.8\times$  und März mit  $1.1\times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.4
01. Feb 2023	1.5
01. Mrz 2023	3.5
01. Apr 2023	6.1

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 190°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Jonagoldplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit 230N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 140N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem 40° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.3t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? **(1 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In der Kartonagenfabrik Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.7mm, 30-cm-Karton durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 30cm und eine Breite von 20cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge  $\boldsymbol{x}$  falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blatt*rohlings in *cm*<sup>2</sup>? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 100m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 100m Zaun bestimmen!

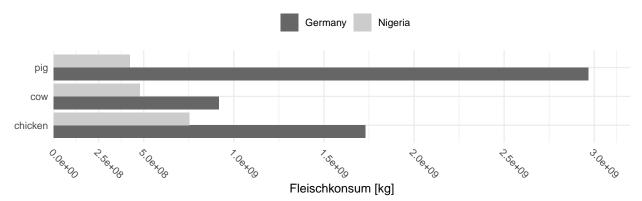
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



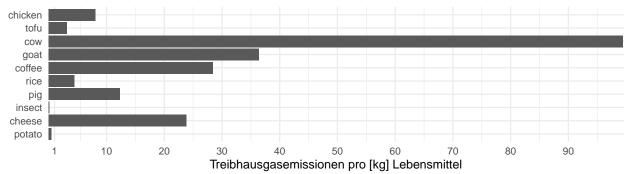
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen $^{12}$ . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2020 leben ca.  $8.2 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.84 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2020 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

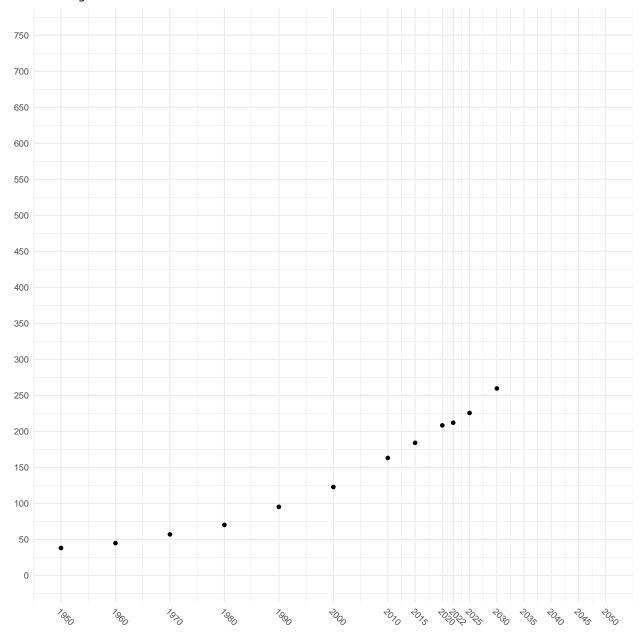
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 80%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2020! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2020, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Orthopäden und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihre Partnerin über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.5% angenommen. In 96% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 2.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n=10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>13</sup>.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen<sup>14</sup>.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Up/Down Systems and Networking (UD-SysNet). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 10 Prozent von 290 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut UDSysNet habe das Unternehmen  $3.3 \times 10^5$  aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma UDSysNet im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 30%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 75EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 25%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 1.75%, 0.75% und 0.25%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum fünf Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt fünf Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 2100EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei UDSysNet Einheiten des Produkts für 2250EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 5% p.a. über 48 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1
  Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 5 achtseitige Würfel (5d8) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 8 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 3 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei vierseitigen Würfeln (2d4) als Schaden oder das Schwert mit einem sechseitigen Würfel plus 2 (1d6+2) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.65, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.9. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 50 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einen  $\Omega=100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! (1 Punkt)
- 6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Helmut und Frida das Team der drei Kandidaten.

Name	P(win)	P(outbid)
Helmut	0.4	0.05
Frida	0.2	0.12

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.02 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem Typen in einem Tentakelkostüm um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 6 Feldern gewinnen Sie 3000EUR sonst 1500EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 4500EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

## Teil XI.

# Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

128. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

129. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var<sub>i</sub>: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA<sub>i</sub>: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V<sub>k</sub>: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- eiikl: zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

130. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.