Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

# Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1



Alex studiert im 3. Semester und wiederholt das Modul, da er im ersten Jahr andere Prioritäten für sich gesetzt hat. Das musste sein, da er sich ziemlich im Abitur verausgabt hat. Darüber hinaus war die WG auch eher auf Party angelegt. Alex hofft jetzt über Pünktlichkeit wieder in die Bahn zu kommen. Dafür steht er jetzt immer um 5 Uhr auf! Freunde von ihm beschreiben ihn eher als extrovertiert. Er kennt Paula noch aus der Schulzeit und er überlegt, ob nicht beide Mal nach Mallorca sollten.

Nach zwei Semestern Studium an der Universität Osnabrück war es dann Jessica doch viel zu theoretisch. Etwas angewandtes sollte es sein, wo sie auch eine Fähigkeit lernt, die frau nutzen kann. Deshalb hat sich Jessica an der Hochschule eingeschrieben. Hoffentlich lernt sie etwas nützliches, wo andere für Geld geben würden. Wer nützlich ist, ist wertvoll. Ihr Traum ist ja eine Hundeschule aufzumachen. Die großen Parties hat sie immer gemieden. Sie ist lieber mit ihrer Hündin im Teuteburgerwald.





Das ist jetzt der letzte Versuch mit einem Studium. Wenn es nicht klappt dann überlegt Jonas das Programm der IHK zu Ausbildungsvermittlung zu nutzen. Aber eine Runde gibt er sich noch. Struktur ist eigentlich das Wichtigste und diesmal hat er sich alle Altklausuren der Fachschaft besorgt. Dann ist er auch noch gleich der Fachschaft beigetreten um mehr Informationen abzugreifen. Und er versucht nicht seine Zeit mit Alex zu verdaddeln oder in der Fachschaft bei einem Bier oder so...

Nächstes Semester geht es nach Kanada davon hat er schon auf der Berufsschule geträumt. Deshalb konzentriert er sich sehr auf die Prüfungen. Ein Schiff ist im Hafen sicher, aber dafür ist es nicht gebaut worden. Das International Faculty Office der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur hat super geholfen, aber es waren einiges an Unterlagen. Jetzt hofft er, dass Tina dann doch noch mitkommt. Aber sonst macht er das eben alleine. Obwohl das eher nicht so seine Art ist. Vielleicht sollte er sich mal einen Tipp bei Tina holen, sie wirkt sehr entschlossen.





Nach der Ausbildung wollte Nilufar eigentlich gleich anfangen zu arbeiten, aber nach einem Praktikum und der Probezeit stellte sie fest, dass es ohne einen Hochschulabschluss schwer wird Führungsverantwortung zu übernehmen. Mit Menschen kann sie schon immer und dann auch eigene Projekte mit anderen verwirklichen, dass ist doch was. Mit dem notwendigen Abschluss sollte der Start um so einfacher sein. Dann ist sie keine Befehlsempfängerin mehr sondern gibt die Marschrichtung vor. Schon jetzt koordiniert Nilufar das Studium von anderen.

Paula möchte die Welt zu einem besseren Ort machen. Wenn da nicht die anderen Mitmenschen wären. Paula muss das Modul nochmal wiederholen, da es dann am Ende des Semesters zu viel für sie wurde. Eine Lerngruppe hätte geholfen, aber das ist dann gar nicht so einfach eine zu finden. Zwar kennt sie schon Nilufar, aber Nilufar ist ihr manchmal zu forsch. Ihr schwant aber, dass alleine das Studium sehr schwer werden wird. Das Abitur war schon so ein Lernhorror, das möchte sie nicht nochmal. Alex sieht sie da als Vorbild.





Sommer, Sonne, Natur. Das ist es was Steffen mag. Raus in die Komune und die Natur genießen. Leider hat Steffen noch andere Bedürfnisse, die ein Einkommen benötigen. Da Studierte mehr verdienen, würde dann in Teilzeit auch mehr rausspringen. Wenn er dann privat was anbauen kann, dann spart er gleich doppelt. Leider sind viele seiner Kommilitonen total verkrampfte Karrieristen. Es geht nur ums Äußere. Dabei verliert sich Steffen gerne im Prozess. Das hat auch seinen Schulabschluss etwas verzögert. Steffen lässt sich eben Zeit.

Wille war es, die es Tina hierher gebracht hat und Wille wird es sein, die Tina dann auch zum Abschluß treibt. Nach einem Rückschlag muss Tina jetzt einige Module wiederholen, damit sie dann auch fertig wird. Ab und zu ist sie schwach gewesen und das hat dann Zeit gekostet. Das Tina es dann manchmal übertreibt, weiß sie nur zu gut, aber irgendwie muss die Kontrolle ja erhalten bleiben? Insbesondere, wenn sie mal wieder die Nacht durchgefeiert hat, verachtet Tina sich. Dann baut Nilufar sie dann bei einem Tee wieder auf.





Für Yuki war es nicht einfach. Teilweise war die Krankheit sehr hinderlich, dann war es Yuki selber. Dann muss man auch wieder auf die Beine kommen und es dauert eben seine Zeit. Aber immerhin hat Yuki es jetzt den Abschluss gekriegt und hat einen Studienplatz. Jetzt heißt es in den Rhythmus kommen und schauen, was noch so passiert. Immerhin hat Yuki schon eine kleine Gruppe gefunden, in der Yuki dann Hilfe findet. Ist aber auch sehr unübersichtlich so ein Studium. Steffen ist immer super entspannt.

## **Erlaubte Hilfsmittel**

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

# **Endnote**

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 73 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 93 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
89.0 - 93.0	1,0
84.5 - 88.5	1,3
79.5 - 84.0	1,7
75.0 - 79.0	2,0
70.5 - 74.5	2,3
66.0 - 70.0	2,7
61.5 - 65.5	3,0
56.5 - 61.0	3,3
52.0 - 56.0	3,7
46.5 - 51.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

# **Multiple Choice Aufgaben**

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	В	С	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

• Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

# **Rechen- und Textaufgaben**

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	10	12	11	10	10	10	10

• Es sind \_\_\_\_ von 73 Punkten erreicht worden.

### **Multiple Choice Aufgaben**

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

#### **ANOVA**

1. Aufgabe (2 Punkte)

Aus einem Feldversuch ergibt sich die Notwendigkeit der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA. Es ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.12$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Das  $n^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **B**  $\square$  Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- ${f C} \square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **D**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Das  $\eta^2$  ist damit mit dem  $R^2$  aus der linearen Regression zu vergleichen.
- **E**  $\square$  Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Kartoffel zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.3$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **B**  $\square$  Es werden 30% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- $\mathbf{C} \square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 30% der Varianz durch die Behandlungsgruppen erklärt.
- **D**  $\square$  Mit dem  $\eta^2$  lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein  $\eta^2$ -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- **E**  $\square$  Es werden 70% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA und erhalten eine Teststatistik. Nun müssen Sie diese Teststatistik interpretieren. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- **B** □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **C** □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.

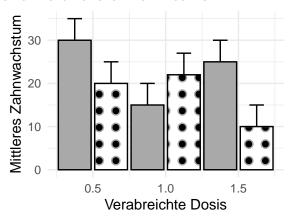
- D □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **E** □ Die F-Statistik wird berechnet indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich kaum von der Null unterscheidet kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

Wenn Sie mehr als zwei Gruppen als Behandlungen vorliegen haben, dann kann ein einfacher t-Test nicht für den globalen Vergleich genutzt werden. Sie entscheiden sich für eine ANOVA in  $\P$ . Die ANOVA analysiert dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz in den verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz in einer der Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in einer der Gruppen exakt zu bestimmen.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **C**  $\square$  ... den Unterschied zwischen der Varianz durch verschiedene Behandlungsguppen unter der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, kann kein Effekt  $\eta^2$  bestimmt werden.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen oder der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss sich zwischen einem der beiden Varianzguellen entschieden werden.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in den Gruppen exakt zu bestimmen.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Ein Versuch wurde an 48 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung von Vitamin E auf das Zahnwachstum bei Hasen. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie eine zweifaktorielle ANOVA rechnen?



- **A**  $\square$  Eine Korrelation liegt vor  $(p \le 0.05)$ .
- **B**  $\square$  Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist groß.
- **C**  $\square$  Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ( $p \le 0.05$ )
- **D**  $\square$  Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist klein.
- **E**  $\square$  Keine Interaktion liegt vor ( $p \le 0.05$ ).

# **Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse**

6. Aufgabe (2 Punkte)
Gegeben ist $y$ mit 10, 5, 12, 8 und 11. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.
<b>A</b> □ Es berechnet sich 9.2 +/- 2.77
<b>B</b> □ Es berechnet sich 10.2 +/- 7.7
<b>C</b> □ Es ergibt sich 8.2 +/- 3.85
<b>D</b> □ Es ergibt sich 10.2 +/- 1.385
<b>E</b> □ Sie erhalten 9.2 +/- 1.66
7. Aufgabe (2 Punkte)
Berechnen Sie den Median, das $1^{st}$ Quartile sowie das $3^{rd}$ Quartile von $y$ mit 32, 13, 26, 11, 26, 13, 13, 28, 22, 13 und 42.
A □ Es berechnet sich 22 [13; 28]
<b>B</b> □ Es berechnet sich 22 [14; 29]
C □ Sie erhalten 22 +/- 28
<b>D</b> □ Es ergibt sich 22 +/- 13
<b>E</b> □ Sie erhalten 22 [11; 26]
8. Aufgabe (2 Punkte)
Sie überlegen Ihre Daten mit einem Histogramm zu visualisieren. Was ist die minimale Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe ?
${f A} \; \square \;$ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
<b>B</b> □ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung.
C □ 10 Beobachtungen.
<b>D</b> □ 1 Beobachtung.
<b>E</b> □ 2-5 Beobachtungen.
9. Aufgabe (2 Punkte)
Um die Varianz zu berechnen müssen wir folgende Rechenoperationen durchführen.
<b>A</b> □ Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.
<b>B</b> □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl.
C □ Den Mittelwert berechen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren
<b>D</b> □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
<b>E</b> □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend subtrahieren wir die Fallzahl.

Der Boxplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Boxplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- **A** □ Den Median und die Quartile.
- **B** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Varianz.
- **C** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Standardabweichung.
- **D** □ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.
- **E** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Lauch durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- **B** □ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.
- C □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- **D** ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **E** □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Um zu Überprüfen, ob die Daten die Annahme einer Normalverteilung genügen, können wir folgende Visualisierung nutzen. Dabei kommt dann auch die entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Normalverteilung zur Anwendung.

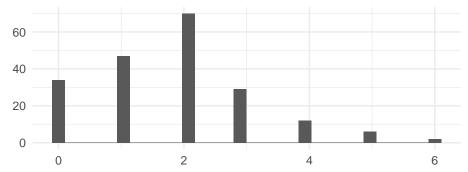
- **A** □ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höhren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Normalverteilung angenommen werden.
- **B** □ Nach dem Einlesen der Daten nutzen wir einen Boxplot um zu schauen, ob alle Boxen über alle Behandlungen in etwa gleich groß sind. Damit ist dann auch das IQR in allen Behandlungen in etwa gleich.
- **C** □ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnurr audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Normalverteilung.
- **D** □ Einen Boxplot. Der Median, dargestellt als Linie, muss in der Mitte des IQR, dargestellt durch die Box, liegen.
- **E** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Normalverteilung ausgehen.

In der Statistik müssen wir häufig überprüfen, ob unser Outcome einer bestimmten Verteilung folgt. Meistens überprüfen wir, ob eine Normalverteilung vorliegt. Folgende drei Abbildungen eigenen sich im Besonderen für die Überprüfung einer Verteilungsannahme an eine Variable.

- **A** □ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot
- **B** □ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- **C** □ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- **D** □ Densityplot, Boxplot, Violinplot
- **E** □ Barplot, Mosaicplot, Violinplot

14. Aufgabe (2 Punkte)

In dem folgenden Histogramm von n = 214 Pflanzen ist welche Verteilung abgebildet?



- **A** □ Eine multivariate Normalverteilung.
- **B** □ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- **C** □ Es handelt sich um eine Poisson-Verteilung.
- **D** □ In dem Histogramm ist eine Normalverteilung dargestellt.
- **E** □ Wir haben eine Gammaverteilung vorliegen.

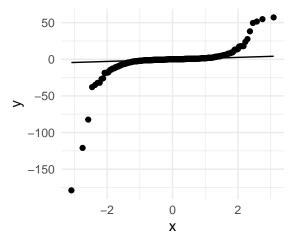
# **Lineare Regression & Korrelation**

15. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das Modell  $Y \sim X$  vorliegen und wollen nun ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen *X* und *Y* wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann nicht der gesamte Datensatz genutzt werden. Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt.
- **B** □ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen X und Y wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann der gesamte Datensatz genutzt werden. Eine Aufteilung wie in einem prädiktiven Modell ist nicht notwendig.
- C □ Ein kausales Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- **D**  $\square$  Ein kausales Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über  $\beta_i$  können hier nicht festgestellt werden.
- **E** □ Ein kausales Modell basiert auf einem Traingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.

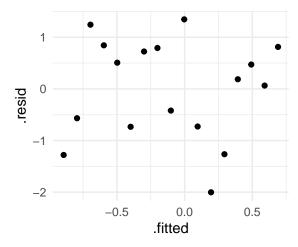
Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot um die Annahme der normalverteilten Residuen zu überprüfen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- **B** □ Wir betrachten die Punkte auf der Geraden. Wenn die Punkte einigermaßen auf der Geraden liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Wir können hier von normalverteilten Residuen ausgehen.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- **D** □ Wir betrachten insbesondere die beiden Enden der Gerade. Der Rest ist mehr oder minder egal, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.

17. Aufgabe (2 Punkte)

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



**A**  $\square$  Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen und wir können damit auf die Signifkanz von  $x_1, ..., x_p$  schließen.

**B** □ Die Punkte müssen gleichmäßig, mit ähnlichen Abständen, in dem positiven wie auch negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall, Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Wir können mit dem Model so nicht rechnen und müssen erst die auffälligen Werte gesondert betrachten. C □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen. D 🗆 Wenn wir die Nulllinie betrachten so müssen die Punkte gleichmäßig über der Nulllinie liegen. Unser Modell erfüllt somit nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von > 0 und einer Streuung von s. **E** ☐ Wenn die Punkte gleichmäßig in dem positiven wie auch negativen Bereich ohne ein klares Muster liegen, dann hat unsere Modellierung geklappt. Wir können mit dem Modell weitermachen. 18. Aufgabe (2 Punkte) In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten ho sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zu verstehen. Welche Aussazu zu dem Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig? **A**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen -1 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. **B**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das  $\eta^2$  aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.  $\mathbf{C} \square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen x und v bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt. **D**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  wird wie das  $\eta^2$  aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden. **E** □ Der Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ho als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden. 19. Aufgabe (2 Punkte) Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der  $NO_3$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf das Wachstum von Wasserlinsen in [kg] erhalten Sie einen  $\beta_{NO_3}$  Koeffizienten von  $1.1 \times 10^{-5}$ und einen hoch signifikanten p-Wert mit 0.00032. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz? **A**  $\square$  Wenn der Effekt  $\beta_{NO_3}$  winzig ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in X führt ja zu einer Änderung von  $\beta_{NO_3}$  in x. Wir müssen daher die Einheit von yentsprechend anpassen. **B** □ Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu klein gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu kleinen Änderung in y führt. Daher kann der Effekt  $eta_{NO_3}$  sehr klein wirken, aber auf einer anderen Einheit sehr viel größer sein. Der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt.

**C**  $\square$  Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu groß gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu großen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt  $\beta_{NO_3}$  sehr klein wirken, da der p-Wert

**D** □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der p-Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden.

**E**  $\square$  Die Einheit der  $NO_3$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der  $NO_3$ -Konzentration hängen antiproportional zusammen.

wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.

Dann sollte der Effekt zum p-Wert passen.

Sie wollen nach der explorativen Datenanalyse (EDA) Ihre Daten in der Abschlussarbeit auswerten. Nach einiger Rechereche finden Sie heraus, dass Sie zuerst die Daten mit der Funktion lm() in R modellieren müssen. Welche Anwendung folgt drauf?

- **A** □ Die Funktion lm() berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenalayse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion lm() schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- **B** □ Die Funktion lm() in **R** ist der erste Schritt für einen Gruppenvergleich. Danach kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenmittelwerte bestimmt.
- C □ Die Funktion lm() in ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenvarianzen bestimmt.
- $\mathbf{D} \square$  Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Die Funktion lm() kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.
- **E**  $\square$  Die Funktion lm() in  $\P$  wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.

21. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über das generalisierte lineare Modell (GLM) ist richtig?

- A □ In ♠ ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in ♠ auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- **B** □ In **Q** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die neben der klassischen Normalverteilung auch die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann.
- **C** □ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- **D** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- **E** □ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.

#### **Vermischte Themen**

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- ${\bf B} \ \square$  Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **C** □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Somit kann von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen werden
- **D** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- **E** □ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in Rauswerten wollen. Welcher Aussage ist richtig?

- **A** □ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- **B** □ Die Spracherkennung von **Q** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- **C** □ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
- **D** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Die Nutzung von englischer Sprache umgeht dieses Problem in eleganter Art.
- **E** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von 😱 untersagt.

24. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie Ihr Feldexperiment als Vorversuch für Ihre Abschlussarbeit abgeschlossen haben, wollen Sie in einer explorativen Datenanalyse (EDA) in Reinmal schauen, ob Sie überhaupt Effekte der Behandlung vorliegen haben. Welche Reihenfolge von Schritten müssen Sie in Rurchführen, damit Sie eine EDA rechnen können?

- **A** □ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.
- **B** □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- C ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in müssen wir als erstes die Daten über read\_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Spalten richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit Kategorien in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.
- **D** □ Wir lesen als erstes die Daten über read\_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
- **E** □ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als \*.png vorliegen.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Es sei  $n_1 < n_2$  in dem Modell  $Y \sim X$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor.
- **B** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.
- $\mathbf{C} \square$  Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **D** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **E** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.

Im Rahmen Ihrer Abschlussarbeit werten Sie ein Experiment mit Ferkel aus. Es geht um die Leistungssteigerung der Ferkelproduktion. Sie messen jeweils die Gewichtszunahme der Ferkel. Die Ferkel einer Muttersau sind dabei...

- **A** □ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- **B** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- C □ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- **D** □ Je nach Stallanlage kommt eine andere Analyse in Betracht. Eine allgemeine Aussage über Ferkel und Sauen lässt sich statistisch nicht treffen.
- **E** □ Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutliche eine ähnliche Varianzstruktur.

27. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Risk ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Ziegen in 5 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 7 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das Verhältnis der Chancen Risk ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.42. Wir sind an der Chance krank zu sein interessiert.
- **B** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.42, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der Kranken.
- **C** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.71, da es sich um ein Anteil handelt.
- **D** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.42, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- **E** □ Das Verhältnis von Chancen Risk ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.71.

28. Aufgabe (2 Punkte)

Historisch gesehen ergibt sich ein Problem, wenn Sie mit sehr großen Datensätzen, wie in der Bio Data Sience üblich, rechnen. Warum ist es ein Problem, wenn Ihre Datensätze sehr groß werden hinsichtlich der Bewertung anhand der Signifikanz?

- **A** □ Eine große Fallzahl führt zu mehr signifikanten Ergebnissen auch bei kleinen Effekten. Daher werden fast alle Vergleich esignifikant, wenn die Fallzahl nur groß genug wird.
- **B**  $\square$  Riesige Datensätz haben mehr Fallzahl was zur  $\alpha$ -Inflation führt. Durch eine Adjustoerung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- **C** □ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- **D** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- **E**  $\square$  Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.

# **Multiple Gruppenvergleiche**

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.21, 0.03, 0.42, 0.01 und 0.34. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.15, 1, 0.05 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **B**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.042, 0.006, 0.084, 0.002 und 0.068. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
- **C**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.042, 0.006, 0.084, 0.002 und 0.068. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **D**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1.05, 0.15, 2.1, 0.05 und 1.7. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **E**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.15, 1, 0.05 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.

30. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein *CLD* erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- **B**  $\square$  Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- C □ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- D ☐ Compact letter display. Das CLD ist umstritten, da es die Gleichheit der Behandlungen durch gleiche Buchstaben darstellt. Dadurch ist das CLD nicht mehr sauber auf einer Linie mit dem statistischen Testen. Wir lehnen die Nullhypothese ab und zeigen keine Gleichheit im statistischen Testen.
- **E** □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.

31. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben eine zweifaktorielle ANOVA gerechnet und wollen nach einem signifikanten Ergebnis in dem Gruppenfaktor einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür und welche Eigenschaften des Paktes sind korrekt?

- **A** □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- **B** □ Da Sie für Ihre Bachelorarbeit einen Barplot mit CLD brauchen nutzen Sie das R Paket {emmeans} welches Ihnen schnell die notwenidigen Informationen liefert um einen Barplot zu erstelen. Die Berechnung eines CLD ist hierbei auch einfach.
- C □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- D □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- **E** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.

Bei einem Posthoc-Test kann es zu einer überraschenden Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie lautet der Fachbegriff und wie kann mit der überraschenden Besonderheit umgegangen werden?

- **A**  $\square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist.
- **B**  $\square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer α-Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- ${f C}$  Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  ${f eta}$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Powerniveau liegt nicht mehr bei 80% sondern sehr viel niedriger.
- **D**  $\square$  Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel niedriger, bei ca. 1%. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Hyperinflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- **E** □ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.

33. Aufgabe (2 Punkte)

In einem Feldversuch haben Sie einen Behandlungsfaktor mit mehreren Leveln vorliegen. Sie rechnen einen multiplen Vergleich. Vorher hatten Sie eine einfaktorielle ANOVA mit einem signifikanten Ergebnis vorliegen. Welche Aussage ist richtig?

- A □ Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Inflation kommen. Das globale Effektniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die Effekte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Effekte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- **B** □ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- **C** □ Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied Δ aus einem t-Test, nicht adjusiert werden.
- **D**  $\square$  Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen k multipliziert. Dies geschiet analog zu den p-Werten.
- **E**  $\square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die Δ-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Δ-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die Δ-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.

#### **Statistische Testtheorie**

34. Aufgabe (2 Punkte)

Geben ist  $Pr(D|H_0)$  als mathematischer Ausdruck, welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$   $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit  $1 Pr(H_A)$
- $\mathbf{B} \square Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

- C □ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativehypothese überdeckt.
- $\mathbf{D} \square Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Daten D und somit die Teststatistik  $T_D$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- $\mathbf{E} \square Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- **A** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **B** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- C □ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- **D** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- **E** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

36. Aufgabe (2 Punkte)

In fast allen wissenschaftlichen Disziplinen liegt der Grenzwert für das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei 5%. Wieso wurde dieser Konsens über die Signifikanzschwelle in dieser Form getroffen?

- **A** □ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- **B**  $\square$  Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde  $\alpha = 5\%$  festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- ${f C}$  In der Wissenschaft gibt es neben der Naturkonstante, die sich aus der Beobachtung der Welt ergibt, noch die Kulturkonstante, die von einer Gruppe Menschen selbstgewählt wird. Dabei ist  $\alpha=5\%$  eine Kulturkonstante und wurde somit eher zufällig gewählt.
- D □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- **E**  $\square$  Als Kulturkonstante hat  $\alpha = 5\%$  den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

**A** □ Es gilt 
$$T_D = \frac{signal}{noise}$$

**B** □ Es gilt 
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

**C** 
$$\square$$
 Es gilt  $T_D = (signal \cdot noise)^2$ 

 $\mathbf{D} \square \text{ Es gilt } T_D = \frac{noise}{signal}$ 

**E**  $\square$  Es gilt  $T_D = signal \cdot noise$ 

38. Aufgabe (2 Punkte)

Sie versuchen folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie zu setzen. Welche Analogie ist richtig?

 $H_0$  ablehnen obwohl die  $H_0$  gilt

- **A**  $\square$  In die Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*, dem  $\beta$ -Fehler.
- **B** □ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- **C**  $\square$  In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire police*, dem  $\alpha$ -Fehler.
- **D**  $\square$  *Alarm with fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie von Feuer.
- **E**  $\square$  *Alarm without fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie eines Rauchmelders.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Sie lesen eine wissenschaftliche Arbeit, die damit wirbt, dass Effekte und Signifikanz nicht separat dargestellt sind, sondern in einer statistischen Maßzahl zusammen. Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Die Teststatistik. Durch den Vergleich von  $T_c$  zu  $T_k$  ist es möglich die  $H_0$  abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem  $T_c$ -Wert.
- **B**  $\square$  Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der  $\alpha$ -Schwelle zu definieren.
- **C** ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und zwei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der definierten Signifikanzschwelle zu definieren.
- **D**  $\square$  Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- **E** □ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben ein Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem p-Wert ist richtig?

- **A** □ Wir vergleichen die Effekte des *p*-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- **B**  $\square$  Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$ , wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- **C**  $\square$  Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt.
- **D**  $\square$  Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt.
- **E**  $\square$  Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die  $H_0$  gilt.

Die Ergebnisse der einer statistischen Analyse können in die Analogie einer Wettervorhersage gebracht werden. Welche Analogie für die Ergebnisse eines statistischen Tests trifft am besten zu?

- **A** □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- $\mathbf{B} \square$  In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten D wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- C □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- **D** □ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- **E** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergeben.

42. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Forschungsarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie eine ANOVA als statistischen Test. Erhalten Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test?

- **A** □ Ja, es ist möglich ein untersuchtes Individuum mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann eine Aussage zum Individuum.
- **B** □ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- **C** □ Weder eine Ausssage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- **D** □ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.
- **E** □ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.

43. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben die Power berechnet. Was sagt Ihnen dieser statistische Begriff aus?

- **A**  $\square$  Die Power  $1-\beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- **B** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1.
- **C**  $\square$  Die Power  $1-\beta$  wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 80% bewiesen wird.
- **D**  $\square$  Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 20% bewiesen wird. Die Power ist  $1-\beta$  mit  $\beta$  gleich 80% gesetzt.
- **E**  $\square$  Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die  $H_A$  abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.

Welche Aussage über den Effekt eines statistischen Tests ist richtig?

- **A**  $\square$  Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das  $\eta^2$  aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- **B** □ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experimnts vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- **C** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- D □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel den mittleren Unterschied zwischen zwei Gruppen aus einem t-Test. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Relevanz verbunden. Die Entscheidung über die Relevanz trifft der Forschende unabhängig von der Signifikanz eines statistischen Tests.
- **E** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des 95%-Konfidenzintervalls gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A**  $\square$  Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B**  $\square$  Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **C** □ Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- **D**  $\square$  Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- **E**  $\square$  Ist  $Pr(D|H_0)$  kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese H nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- **A**  $\square$  Die Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$  sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- **B**  $\square$  Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese  $H_0$  und zum anderen die Alternativehypothese  $H_A$  oder  $H_1$
- $\mathbf{C} \square$  Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- **D**  $\square$  Mit der Nullhypothese  $H_A$  und der Alternativehypothese  $H_0$  gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.
- **E** □ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.

### Statistische Tests für Gruppenvergleiche

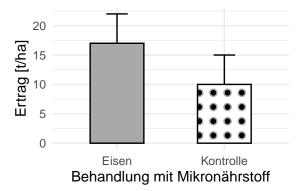
47. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einem Feldexperiment wollen Sie zwei Gruppen mit einem Welch t-Test vergleichen. Welche Aussage ist auch für den Student t-Test richtig?

- **A** □ Der t-Test vergleicht zwei Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **B** □ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- **C** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.
- **D** □ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **E**  $\square$  Der t-Test testet generell zu einem erhöhten  $\alpha$ -Niveau von 20%.

48. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Eisen auf den Ertrag in t/ha von Mais im Vergleich zu einer Kontrolle. Der Versuch wurde in 4 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage im Bezug auf eine statistische Auswertung ist richtig?



- **A** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- **B** □ Der Test deutet auf kein signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei 7.
- **C** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 0.7.
- D □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 7 unter einer groben Abschätzung. Wir müssen aber eine ANOVA rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **E** □ Der Test deutet auf einen signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei 7.

49. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- **A** □ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz *d* dient dann zur Differenzbildung.
- **B** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.
- C □ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.

- **D** □ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.
- **E** □ Wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir die Differenz zwischen den zwei Messpunkten.

In Ihrer Abschlussarbeit passen die Ergebnisse einer ANOVA und eines multiplen Vergleiches nicht zusammen. Nach einem Experiment mit fünf Maissorten ergibt eine ANOVA (p=0.048). Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2}=0.053$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
- **B** Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests verlieren immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.
- **C** □ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.
- D □ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- **E** □ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.

### Teil I.

# **Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse**

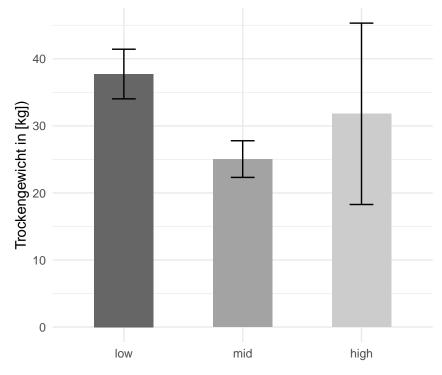
51. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen des Barplots** Yuki steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach ihrer Betreuer geht, soll sie in einem einem Feldexperiment Erbsen auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Yuki liebt Orchideen. Darin kann sie sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Das heißt erstmal überlegen für Yuki. Yuki schmeißt noch eine Handvoll Reese's Peanut Butter Cups in ihren Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von London Grammar. Die Behandlung werden verschiedene Bewässerungstypen (low, mid und high) sein. In ihrer Exceldatei wird sie den Messwert (Y) Trockengewicht als drymatter aufnehmen. Vorab soll Yuki aber eimal die folgenden Barplots ihrer Betreuer nachbauen, damit sie den R Code schonmal für später vorliegen hat. Damit geht das Problem schon los. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied.



Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Barplots in  $\mathbb{R}$  nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! *Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen!* (3 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im Rüblichen Format, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden! (2 Punkte)
- Kann Yuki einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Barplots** Nilufar steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach ihrer Betreuerin geht, soll sie in einem einem Feldexperiment Maiss auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Hip Hop. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Nilufar denkt gerne über Hip Hop nach. Die Behandlung waren verschiedene Lichtstufen (none, 200lm und 600lm). In ihrer Exceldatei hat sie den Endpunkt (Y) *Frischegewicht* als *freshmatter* aufgenommen. Nun soll Nilufar die Daten eimal als Barplots in einer Präsentation visualisieren, damit ihrer Betreuerin wieder klar wird, was sie eigentlich nochmal gemacht hat und was für ein Ergbnis in einem statistischen Test zu erwarten wäre. Wäre da nicht noch etwas. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Erwartung gewesen. Ein leidiges Lied. Aber egal. Nilufar will später nochmal raus um zu Kicken. Druck ablassen, dass muss sie auch.

treatment	freshmatter
200lm	37.1
600lm	35.1
200lm	26.6
600lm	36.3
200lm	29.6
200lm	30.4
none	32.6
200lm	26.8
none	32.6
600lm	46.2
none	38.0
none	40.7
600lm	41.0

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

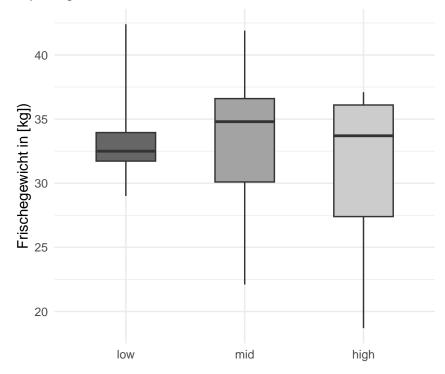
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Nilufar *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen des Boxplots** Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Mark nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Mark liebt Geocaching. Darin kann er sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Das ist in soweit doof, da nach seinem Betreuer erstmal ein Barplot nachgebaut werden soll, bevor es mit seiner Abschlussarbeit losgeht. Dann hat er schonmal den R Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Na dann mal los. Mark schafft sich die nötige Stimmung. Wenn Andrea Berg ertönt, dann sucht der Hamster schleunigst Schutz unter dem Sofa. Mark schüttelt den Kopf. In der Behandlung für Kartoffeln werden verschiedene Bewässerungstypen (*low, mid* und *high*) sein. Erfasst wird als Outcome (Y) *Frischegewicht*. Mark soll dann *freshmatter* in seiner Exceldatei eintragen. Aber nur in passender Atmospäre! Schon dutzende Male gesehen: Columbo. Aber immer noch großartig zusammen mit Marzipankugeln.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Boxplots in  $\mathbf Q$  nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Boxplots** Tina steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach ihrem Betreuer geht, soll sie in einem einem Freilandversuch Erbsen auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Astronomie. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Tina. Die Behandlung waren verschiedene Düngestufen (*ctrl* und *high*). In ihrer Exceldatei hat sie den Endpunkt (Y) *Trockengewicht* als *drymatter* aufgenommen. Nun soll Tina die Daten eimal als Boxplots in einer Präsentation visualisieren, damit ihrem Betreuer wieder klar wird, was sie eigentlich nochmal gemacht hat und was für ein Ergbnis in einem statistischen Test zu erwarten wäre. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von Y treffen. Wäre da nicht noch etwas. Wenn die Wut nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Tina! Aber so.. Aber egal. Tina will später nochmal raus um zu Boxen. Druck ablassen, dass muss sie auch.

treatment	drymatter
ctrl	45.5
ctrl	46.8
ctrl	55.8
high	42.8
high	39.6
ctrl	45.3
high	33.6
high	42.0
ctrl	53.1
ctrl	45.7
ctrl	33.7
high	44.6
high	48.6
high	36.4
·	

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Erbsen! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Erbsen erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kategoriale Daten 'Hm...', Reese's Peanut Butter Cups und London Grammar. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Yuki. Yuki betrachtet die folgenden Daten nach einem Gewächshausexperiment mit Spargel. In dem Experiment wurden die Mehltauspots gezählt. Nach der Meinung ihrer Betreuerin muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die Mehltauspots folgen. Dazu soll Yuki ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über den Messwert (Y). Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn die Faulheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Yuki! Aber so.. Wenn London Grammar ertönt, dann sucht das Minischwein schleunigst Schutz unter dem Sofa. Yuki schüttelt den Kopf.

Die Mehltauspots: 3, 4, 4, 6, 5, 5, 3, 3, 5, 2, 4, 5, 8, 4, 6, 3, 4, 3, 6, 2, 2, 3, 4, 2, 3, 5, 3, 0, 1, 6, 7, 3, 3, 0, 4, 4

Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die Wahrscheinlichkeit mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kontinuierliche Daten In einem Gespräch mit ihrem Betreuer wird Jessica gebeten seine Daten aus einem Kreuzungsexperiment mit Puten in einem Histogramm darzustellen. Aus den Boxen wummert David Bowie und ihr Mund ist verklebt von Schokobons. 'Herrlich', denkt Jessica. In ihrem Experiment hat er die mittleren auffälligen Hautflecken erst fotographiert und dann ausgezählt. Laut ihrem Betreuer soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die mittleren auffälligen Hautflecken zu bestimmen. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Mangel gewesen. Ein leidiges Lied. Wenn David Bowie ertönt, dann sucht die Hündin schleunigst Schutz unter dem Sofa. Jessica schüttelt den Kopf.

Die mittleren auffälligen Hautflecken: 7.2, 12.5, 11.8, 8.9, 11.7, 10.8, 7.7, 8, 12.1, 6.6, 11.3, 5.8, 7.6, 8.1, 8.7, 9.2, 10.3, 11, 7.9, 10.7, 11.3, 6

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Scatterplots** Aus den Boxen wummert Tocotronic und ihr Mund ist verklebt von Katjes. 'Herrlich', denkt Tina. Jetzt heißt es aber erstmal auf was anderes konzentrieren. Tina möchte gerne den Zusammenhang zwischen durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d] und Protein/Fettrate [%/kg] im Kontext von Hühnern herausfinden. Hierfür hat Tina einen Leistungssteigerungsversuch im Emsland durchgeführt. Nach einigen unvorgesehenen Ereignissen hat sie es geschafft folgende Datentabelle zu erstellen. Tina und die Wut, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Aber das steht auch nicht im Zentrum. Nun stellt sich die Frage für sie, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Deshalb möchte Tina als erstes eine explorative Datenanalyse durchführen. Dann was anderes. Wenn Indiana Jones läuft, dann ist die Spinne nicht mehr da. Aber jetzt braucht sie mal Entspannung!

Durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d]	Protein/Fettrate [%/kg]
12.2	17.9
23.4	34.9
13.2	24.4
10.4	20.5
12.6	21.3
16.4	27.0
13.6	20.0
21.0	29.4
23.9	34.6
13.9	24.0

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Mosaicplots** In ein Kreuzungsexperiment im Wendland hatte Jonas sich zum einen die Behandlung Klimakontrolle [ja/nein] und zum anderen die Messung Fettgehalt erreicht [ja/nein] im Kontext von Milchvieh angeschaut. Nun steht Jonas vor dem Problem, dass er zwei kategoriale Variablen in seiner Abschlussarbeit gemessen hat. Dazu kommt dann noch was anderes. Jonas und die Erschöpfung, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Da sein Betreuer erstmal die langen Tabellen mit ja/nein in einer explorativen Datenanalyse zusammengefasst und präsentiert bekommen möchte bevor es überhaupt weitergeht, muss er jetzt eine Lösung finden. Was alles auch nicht einfacher macht. Am liebsten würde er ja was anderes machen. Stricken. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Jonas denkt gerne über Stricken nach.

Klimakontrolle	Fettgehalt reicht	er-
ja nein ja ja nein	ja ja ja ja ja	
nein ja ja nein ja	ja ja ja ja ja	
ja nein nein nein nein	ja ja ja ja ja	
ia	nein	

Klimakontrolle	Fettgehalt reicht	er-
ja ja nein ja ja	ja ja ja ja ja	
nein nein nein ja nein	ja ja ja ja nein	
nein nein nein ja ja	ja ja ja nein ja	
ja	nein	

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

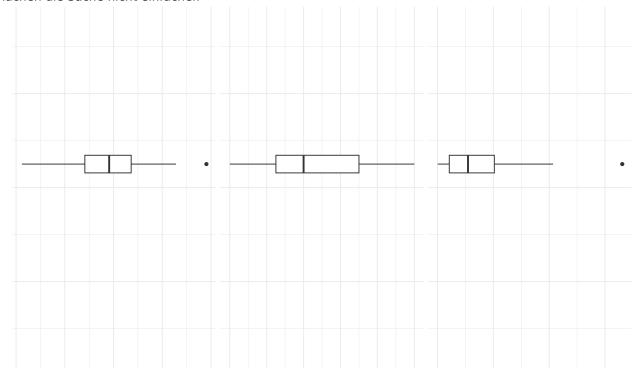
- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn ein Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung von Verteilungen** 'Ich glaube, dass es sich hier wieder um so ein kryptisches Lernziel handelt, was nicht so gleich klar ist.', meint Jessica und streichelt sanft die Hündin. Das Tier versucht dem strammen Griff zu entkommen, gibt aber auf. Mark sieht sich sehr genau die drei liegenden Boxplots an. 'Du weißt doch wie es heißt, *Frei ist, wer missfallen kann.*1', merkt Jessica nickend an. Das Ziel ist es zu verstehen, wie eine Verteilung anhand eines Boxplots bewertet werden kann. Jessica und der Mangel machen die Sache nicht einfacher.



Jetzt brauchen Jessica und Mark Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung anhand von Boxplots um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Zeichnen Sie über die Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\bar{y} \pm 1s$  und  $\bar{y} \pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Oschmann, A. (2024) Mädchen stärken: Stärken fördern, Selbstwert erhöhen und liebevoll durch Krisen begleiten. Goldegg Verlag

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung der Normalverteilung** 'Jetzt haben wir schon überall geschaut und ich finde die verdammte die Katze nicht. Wo ist die den normalerweise? Und wenn du jetzt einen blöden Witz über die Aufgabe und normal machst, dann gehe ich.', faucht Alex Nilufar an. 'Ui, alles gut. Vielleicht ein paar Takis Blue Heat zur Entspannung?', entgegnet Nilufar. Manchmal macht die Gefälligkeit Alex zu einem anderen Menschen, der er nicht sein will. Da rennt dann auch die Katze vor ihm weg. Jetzt sollen die beiden diese Aufgabe zur Normalverteilung lösen. Es geht um verschiedene Normalverteilungen udn zu verstehen, wie die Parameter der Normalverteilung funktionieren. Anscheinend hängen Normalverteilungen vom Mittelwert  $\bar{y}$  und der Standardabweichung s ab.

Jetzt brauchen Alex und Nilufar Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie drei Normalverteilungen mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3$  und  $s_1 \neq s_2 \neq s_3$ ! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. In welchen Bereich fallen 68% bzw. 95% der Beobachtungen in einer Normalverteilung? Ergänzen Sie die Bereiche in einer Normalverteilung! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie unter einer der Normalverteilungen den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der Normalverteilung und der Poissonverteilung 'Wer hat sich denn sowas ausgedacht? Verteilungen?', entfährt es Steffen und schaut dabei Jonas an. In seiner Hand zerdrückt er Snickers von Jonas. 'Wir sollen eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\bar{y}_1=0$  und einer Standardabweichung von  $s_1=0.25$  zeichnen. Sowie eine weitere Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\bar{y}_2=2$  und einer Standardabweichung von  $s_2=0.25$ . Keine Ahnung wie das geht. Darunter sollen dann noch eine Poissonverteilung mit einem Mittelwert von  $\lambda_1=15$  sowie einer weiteren Poissonverteilung mit einem Mittelwert von  $\lambda_2=1$  gezeichnet werden.', meint Jonas sichtlich eingeschüchtert und rettet noch ein paar Snickers in seinem Mund. Steffen und die Romantik machen die Suche nach der Lösung nicht einfacher. Im Hintergrund spielt viel zu laut Iron Maiden, die diesmal Steffen ausgewählt hat und die Schlange schon in die Küche vertrieben hat, wo es den Biomüll mampft.



Jetzt brauchen Steffen und Jonas Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie die zwei Normalverteilungen und zwei Poissonverteilungen! (4 Punkte)
- 2. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung in den jeweiligen Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie unter einer Normalverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 4. Ergänzen Sie unter einer Poissonverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 5. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Normalverteilung folgt! (1 Punkt)
- 6. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Poissonverteilung folgt! (1 Punkt)

## Teil II.

# Statistisches Testen & statistische Testtheorie

62. Aufgabe (9 Punkte)





**Grundgesamtheit und experimentelle Stichprobe** 'Schnapspraline?', räuspert sich das Känguruh und schaukelt in der Wippe. Jonas und Nilufar schauen erschrocken auf. 'Ähm, das ist hier eine Klausuraufgabe...', merkt Jonas mit leicht schrägen Blick an. 'Ich mache hier ein Praktikum und schreibe Teile der Aufgaben.', gähnt das Känguruh. 'Also, ich glaube das ist so nicht gedacht. Und das sind die Schnapspralinen für den Geburtstag meiner Oma!', ruft Nilufar. 'Pillepalle! Meins, deins, das sind doch alles bürgerliche Kategorien!', entgegnet das Känguruh und liest von einem zerknitterten Stück Papier ab: 'Was ist der Unterschied zwischen dem Einen und dem Anderen. Steht alles unten in den Fragen. Einfach selber lesen...'.

Leider kennen sich Jonas und Nilufar mit der Grundgesamtheit und der Stuchprobe überhaupt nicht aus. Daher sind Sie gefragt!

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)





**Das Nullritual - Die statistische Testtheorie** 'Kicken ist der beste Sport, den es gibt.', meint Nilufar. Yuki entgegnet, 'Ich empfehle ja immer allen Boldern.' Die beiden sind im Zoo und diskutieren, ob Pinguine Knie haben. Eigentlich wollten beide nochmal die statistische Testheorie durchgehen, sind dann aber auf abenteuerlichen Wege im Zoo gelandet. Nilufar starrt wie hypnotisiert auf einen strullenden Elefanten und stopt die Zeit.<sup>2</sup> 'Du bist so peinlich.', entfährt es Yuki.

Leider kennen sich Nilufar und Yuki mit statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Visualisierung als Kreuztabelle.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

 $H_0$  falsch  $\beta$ -Fehler 5%  $H_0$  wahr

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Yang, P. J., et al. (2014). Duration of urination does not change with body size. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(33), 11932-11937.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



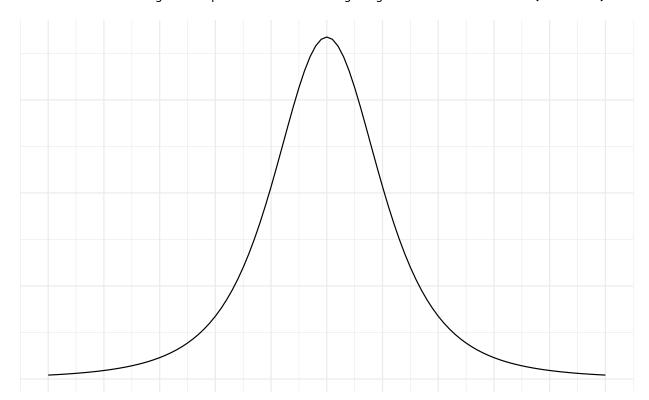


**Visualisierung der Teststatistik**  $T_D$  **und dem p-Wert** 'Wir sollen die Teststatistik  $T_D$  umd dem p-Wert visualisieren, da mit einer Visualisierung vieles verständlicher wird!', ruft Jonas um Iron Maiden zu übertönen. 'Ich weiß nicht, was das jetzt helfen soll. Können wir nicht einfach schauen, ob der p-Wert kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% ist? Und gut ist?', merkt Tina an, was aber im Refrain von Iron Maiden untergeht. Jonas nickt im Beat. 'Wir haben hier eine t-verteilung unter der Annahme der Nullhypothese!', singt er.

Leider kennen sich Jonas und Tina mit der Visualisierung der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert überhaupt nicht aus und brauchen dahr Ihre Hilfe!

Beachten Sie, dass im Folgenden <u>keine numerisch korrekte Darstellung</u> verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie  $+T_D$  in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)







**Visualisierung des 95% Konfidenzintervalls** 'So, was haben wir gemacht? Wir haben einen t-test für den Vergleich der Mittelwerte gerechnet.', meint Tina. Yuki schaut fragend. 'Hatten wir nicht alles zu einer Kontrolle verglichen? Das war doch so!', ruft Yuki laut aus. 'Wir haben doch Messwert *Frischegewicht nach Bewässerung* erhoben.', stellt Tina fest. Jetzt haben beide das Problem, die möglichen 95% Konfidenzintervalle zu interpretieren.

Leider kennen sich Tina und Yuki mit der Visualisierung des 95% Konfidenzintervall überhaupt nicht aus.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
  - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (b) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
  - (c) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (d) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (e) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (f) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl** An einem kalten Dezembermorgen haben sich Alex und Jonas zum Lernen verabredet. Eine große Kanne Tee und Berge von Gummibärchen warten darauf gegessen zu werden. Alex liest laut vor:

Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?

Jonas hebt die Augenbraue. 'Irgendwie sagt mir die Aufgabe jetzt mal so gar nichts. Was soll da gemacht werden?', merkt Jonas an und ergänzt: 'Schauen wir doch erstmal zur Entspannung Mission Impossible, den Film habe ich extra nochmal mitgebracht.' Alex ist der Idee nicht abgeneigt und auch die Katze kommt unter dem Sofa hervor um mitzuschauen.

Leider kennen sich Alex und Jonas mit dem Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl überhaupt nicht aus.

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-lpha}$
Δ↑				Δ↓			
<i>s</i> ↑				s ↓			
<i>n</i> ↑				n ↓			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

#### Teil III.

# Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

67. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des Student t-Test oder Welch t-Test** Der t-Test. Steffen erschaudert. Wenn die Romantik nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Steffen! Aber so.. Ein mächtiges Werkzeug ist der t-Test in den Händen desjenigen, der ein normalverteiltes Outcome (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Steffen überhaupt aus? Aus den Boxen wummert Taylor Swift und sein Mund ist verklebt von Oreos. 'Herrlich', denkt Steffen. Steffen hat einen Versuch in einer Klimakammer mit Spargel durchgeführt um eine neue technische Versuchsanlage zu testen. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_1 = n_2 = 3$ ) wurde die Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl und tornado) an den Spargel getestet und dabei wurde geschaut, ob der Versuch überhaupt technisch klappen könnte. Gemessen hat Steffen dann als Messwert Proteingehalt [g/kg]. Warum der Versuch in der Uckermark für seine Abschlussarbeit stattfinden musste, ist ihm bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Proteingehalt [g/kg]?

treatment	weight
dose	20.6
ctrl	21.1
ctrl	23.8
dose	16.9
dose	19.2
ctrl	16.2

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Welch t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Steffen über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des Student t-Test** Yuki ist im Oldenburger Land für einen Versuch mit Zandern. Allein diese Tatsache ist für ihn eine Erzählung wert. Yuki und die Faulheit, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Für seine Abschlussarbeit musste er ein Stallexperiment mit Zandern durchführen und das sollte laut seiner Betreuerin an diesem Nichtort besonders gut gelingen. Ablenkung gibt es jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn seine Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl* und *fedX*) und der Messwert Protein/Fettrate [%/kg] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß er, dass sein Messwert einer Normalverteilung folgt. Hm..., was entspannendes wäre gut. Um zu Boldern geht Yuki dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

Ernährungszusatz	Protein/Fettrate
ctrl ctrl	24.9 37.8
fedX	24.8
ctrl	22.5
fedX	22.1
fedX fedX	37.4 37.5
fedX	30.9
ctrl	22.9
ctrl	27.2
ctrl ctrl	27.0 30.4
fedX	20.1
fedX	15.1
ctrl	31.0
ctrl ctrl	25.9 31.7
fedX	39.8
fedX	35.1
fedX	36.8
ctrl	29.7

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik  $T_D$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des Welch t-Test** 'Der t-Test testet einen normalverteilten Endpunkt (Y).', liest Mark laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Mark und die Unsicherheit, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Laut seiner Betreuerin ist zwar ihm Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] normalverteilt, aber wie rechnet er jetzt einen t-Test? Für seine Abschlussarbeit musste er ein Freilandversuch mit Lauch im Oldenburger Land durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen. Jetzt soll er auch noch testen, ob die Behandlung Lichtstufen (*none* und 600*lm*) ein signifikantes Ergebnis liefert. Hm..., was entspannendes wäre gut. Auf seinem Second Screen läuft Columbo und Mark schaufelt Marzipankugeln. Nicht effizient, aber gut.

Lichtstufen	Chlorophyllgehalt
none	43.0
600lm	28.4
none	43.7
none	35.7
none	44.5
600lm	24.1
600lm	25.4
600lm	41.9
600lm	37.4
600lm	30.7
600lm	21.8
none	50.5
none	36.1
none	39.4
none	33.1
600lm	43.0
600lm	39.2
none	35.0
none	39.7
600lm	35.8
600lm	28.8
none	29.2

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 99% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Mark über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des gepaarten t-Test** Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einem Projektbericht. Deshalb arbeiten Mark und Steffen gemeinsam an einem Projektbericht. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Mark und Steffen haben sich Zandern angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Flüssignahrung (1l/d und 5l/d) und Protein/Fettrate [%/kg]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Es würde auch besser funktionieren, wenn Mark nicht die Unsicherheit im Weg stehen würde und Steffen nicht das Problem hätte die Romantik zu händeln. Gott sei Dank haben beide genug Marzipankugeln und Oreos auf dem Tisch aufgetürmt.

ID	treatment	freshmatter
1	1l/d	32.2
7	1l/d	26.9
4	1l/d	33.5
4	5l/d	18.0
6	1l/d	32.2
2	5l/d	23.9
8	5l/d	27.0
3	5l/d	27.9
5	5l/d	27.2
1	5l/d	40.4
2	1l/d	41.8
9	5l/d	29.6
10	1l/d	31.4
5	1l/d	32.9
8	1l/d	28.6
7	5l/d	26.7
3	1l/d	32.6
9	1l/d	27.3
6	5l/d	24.8

Leider kennen sich Mark und Steffen mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den *p*-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 **Punkte**)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Mark über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in R - die Teststatistik und der p-Wert 'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das compact letter displac' ausgeben lassen!', verkündet Alex sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon die Gefälligkeit gehindert weiterzumachen. 'Nach Meinung des Betreuers soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Jessica an. Steffen und Jessica sind bei Alex um sich in R helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert Abba. Jessica streichelt zur Beruhigung die Katze von Alex. Die beiden waren 2 Monate im Emsland um einen Versuch mit Erdbeeren in einem Gewächshausexperiment durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Trockengewicht [kg/ha] zu bestimmen. Alex überlegt, ob er die beiden nicht noch auf den Film Alien einlädt oder dann doch lieber raus geht um zu Laufen? Vielleicht will ja Jessica mit. Besser als der Film.

```
##
## Two Sample t-test
##
data: Trockengewicht by Düngestufen
## t = 2.0059, df = 15, p-value = 0.06324
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -0.539304 17.778193
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 36.87500 28.25556
```

Helfen Sie Alex bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Jessica nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ , A=0.95, sowie  $T_{\alpha=5\%}=|2.13|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **R** - das 95% Konifidenzintervall Almería. Spanien. Sonne und Strand. Jonas und Tina haben ihren gemeinsamen Auslandsaufenthalt sichtlich genossen. Dann hatte sich auch noch angeboten ihre Abschlussarbeit gemeinsam in Almería durchzuführen. Es hätte sogar noch bessser funktionieret, wenn Paula nicht der Perfektionismus ein paar Mal im Weg gestanden hätte und Jonas nicht das Problem gehabt hätte die Romantik zu händeln. Nun müssen jetzt alle Daten in **R** ausgewertet werden, da **R** international der Standard in der Datenauswertung ist und die Betreuer in Spanien nur **R** können. Während beide Paula Oliven mit Smarties füttern, hoffen Jonas und Tina mehr Informationen von Paula über die seltsame **R** Ausgabe des t-Tests. Immerhin erinnern beide sich an die Behandlung Düngestufen (*ctrl* und *high*) und das es um Erdbeeren ging. Im Hintergrund wummert White Lies und Fotos zeigen Paula mit dem Hobby Harry Potter.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Chlorophyllgehalt by Düngestufen
## t = 10.731, df = 13, p-value = 7.89e-08
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 10.73791 16.15137
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 42.65714 29.21250
```

Helfen Sie Paula bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Tina nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie den Effekt des 95% Konifidenzintervalls! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in R - die Visualisierung 'Programmieren ist wie eine Sprache lernen. Man muss es nur machen, dann wird man mit der Zeit immer besser!', gibt Tina zwinkernd zu Protokoll. Ein paar Mal hat sie schon die Wut gehindert weiterzumachen. Das hilft jetzt Yuki und Steffen nur bedingt, da beide jetzt die R Ausgabe interpretieren müssen und nicht vor drei Wochen, wo noch Zeit gewesen wäre. Beide mampfen konzentriert Reese's Peanut Butter Cups und Oreos in sich hinein. Die beiden hatten im Emsland einen Versuch mit Fleischrindern in einem Kreuzungsexperiment durchgeführt. Das war schon anstrengend genug! 'Wir haben Protein/Fettrate [%/kg] gemessen, vielleicht hilft das ja...', meint Steffen leicht genervt. Alle starren auf die R Ausgabe des t-Tests. Im Hintergrund wummert Tocotronic und man versteht kaum sein eigenes Wort. Steffen hofft, dass die Spinne von Tina beruhigend wirkt.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Elterlinie
## t = 0.86144, df = 17, p-value = 0.401
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -2.711548 6.453771
## sample estimates:
## mean in group Standard mean in group Xray
## 26.96000 25.08889
```

Helfen Sie Tina bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Yuki und Steffen nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des gepaarten t-Tests in R Alex und Steffen haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. Wenn die Gefälligkeit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Alex! Aber so.. In einer Hausarbeit sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Flüssignahrung (11/d und 51/d) und Gewichtszuwachs in der 1LW gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Zandern. Hier muss dann wohl auf ein normalverteiltes Outcome (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in Raus. Aber wenigtens haben beide eine Menge an Gummibärchen.

Jetzt brauchen Alex und Steffen Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in  $\mathbf{R}$  um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Effekt des gepaarten t-Tests! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

#### Teil IV.

### Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

75. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung der einfaktoriellen ANOVA** 'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wir können jetzt anhand der Visualisuierung sehen, ob da schon was signifikant ist?', Jessica hebt die Augenbraue. 'Ja, können wir. Dafür müssen wir aber erstmal in {ggplot} uns die Daten anschauen. Oder wir zeichnen es flott mit der Hand. Geht auch.', meint Nilufar dazu. Die beiden hatten sich auf einem Konzert von Deichkind kennengelernt. Jessica hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch verschiedene Milchvieh angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gibt. Später wird noch Star Trek geguckt. Nilufar befürwortet das!

Genotypen	Protein/Fettrate
ВВ	36
BB	36
AA	38
BB	35
AA	36
AB	26
AB	25
BB	34
AA	34
AB	24
AA	36
AA	35
BB	35
AB	25
AA	35
AA	36
AB	25

Leider kennen sich Jessica und Nilufar mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus.

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
  - Globale Mittelwert: β<sub>0</sub> (1 Punkt)
  - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$  (1 Punkt)
  - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$  und  $\beta_{2.5}$  (1 Punkt)
  - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Ergebnistabelle der einfaktoriellen ANOVA** Alex und Nilufar schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten mit eine einfaktoriellen ANOVA auswerten damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse in den multipen Gruppenvergleichen zu erwarten sind. Da hilft das Huhn von Nilufar auch nur bedingt. Die beiden waren im Teuteburgerwald um einen Versuch in einer Klimakammer mit Maiss durchzuführen. Dabei haben Alex und Nilufar den Messwert Trockengewicht [kg/ha] unter der Behandung Bewässerungstypen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) ermittelt. Nachher wollen sich beide noch mit dem Hobby Hip Hop von Nilufar beschäftigen. Kennt Alex noch nicht, klingt aber interessant.

Leider kennen sich Alex und Nilufar mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe, das Huhn reicht als Hilfe nicht aus!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Bewässerungstypen	3	40.51			
error	21	509.73			
Total	24				

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%}=3.07$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Die einfaktoriellen ANOVA und der Student t-Test** 'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt extitgenau die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Tina hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Jonas dazu und schmiß sich noch ein paar Snickers in den Rachen. Tina hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer verschiedene Spargel angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt. Nun möchte erstmal ihr Betreuer eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Später wollen die beiden dann noch raus um zu Schwimmen.

Leider kennen sich Tina und Jonas mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Genotypen	2	52.38			
Error	21	734.96			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%}=3.47$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%}=2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Genotypen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
AA	7	9.00	6.14
AB	10	7.30	6.72
BB	7	10.86	4.14

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Die einfaktorielle ANOVA in**  Steffen schaut sich fragend in der Bibliothek um. Steffen hatte gehofft, dass jemand hier sein würde, den er kennt und sich mit auskennt. Wird aber enttäuscht. Steffen war im Teuteburgerwald um ein Kreuzungsexperiment mit Puten durchzuführen. Nun möchte seine Betreuerin seiner Abschlussarbeit erstmal eine ANOVA sehen und die Ergebnisse präsentiert bekommen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Elterlinie (*ctrl*, *Standard*, *Yray* und *Xray*) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] gibt. Und eigentlich wollte Steffen doch noch zum Sport! Einfach mal raus um zu Ringen. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Steffen.

Leider kennen sich Steffen mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Ergebnistabelle der zweifaktoriellen ANOVA** Mark steht im Teuteburgerwald. Und das ist noch langweiliger als es sich anhört. Wäre es nur so spannend wie bei seinen Kommilitonen, die in Almería waren. Ödnis wohin man nur blickt. Oder eben Maiss. Der Hamster duchbohrt ihn mit leeren Blick. 'Woher zum Teufel!', entfährt es ihm. Aber da ist es schon weg. Ja, darum geht es in seinem Projektbericht. Und wäre das nicht noch alles genug, ist sein Experiment auch noch als ein Gewächshausexperiment komplex geraten. Es wurde der Messwert Proteingehalt [g/kg] mit dem Behandlung Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) sowie der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl*, und *tornado*) untersucht. 'Hmpf', denkt Mark und ruft 'Und jetzt!?' in die Leere. Und eigentlich wollte Mark doch noch seinem Hobby nachgehen! Am Ende dann doch besser Geocaching. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Mark.

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Genotypen	3	16.55			
Lüftungssystemen	1	18.1			
Genotypen:Lüftungssystemen	3	439.81			
Error	18	428.41			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$\emph{F}_{lpha=5\%}$
Genotypen	4.26
Lüftungssystemen	3.40
Genotypen:Lüftungssystemen	5.23

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Genotypen:Lüftungssystemen aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Die zweifaktorielle ANOVA in**  Es ist schon kurz nach fünf und Paula wird langsam nervös. Paula wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen. Stattdessen versucht ihr Betreuer die Ausgabe der zweifaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Paula hatte im Teuteburgerwald ein Stallexperiment mit Zandern durchgeführt. Es gab dabei zwei Behandlungen. Einmal Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) sowie als zweite Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl* und *getIt*). Gemessen wurde der Messwert (Y) Fettgehalt [%/kg]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Eigentlich wollte Paula nachher noch zum Sport. Paula will später nochmal raus um zu Fechten. Druck ablassen, dass muss sie auch.

```
## Analysis of Variance Table
##

## Response: Fettgehalt

## Genotypen

2 255.53 127.765 6.9983 0.005643

## Ernährungszusatz

1 14.09 14.093 0.7719 0.391202

## Genotypen:Ernährungszusatz

2 124.38 62.191 3.4065 0.055634

## Residuals

18 328.62 18.256
```

Leider kennt sich Paula mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (5 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test** Das Meerschweinchen dreht durch und verwüstet Jonass Palme zu kleinen Schnetzeln. Aber dafür hat er jetzt keine Zeit. Jonas muss verstehen wie die Formeln der ANOVA und des t-Tests miteinander zusammen hängen und was das verbindene Konzept ist. Jonas dreht Iron Maiden lauter, damit das Meerschweinchen sie nicht mehr stört. Die Palme leidet still. Was hat Jonas eigentlich gemacht? In einen Leistungssteigerungsversuch wurden Hühnern mit der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) sowie der Behandlung Elterlinie (ctrl, und Xray) untersucht. Das hilft der Palme auch nicht mehr. Aber das ist nicht das einzige Problem von Jonas. Jonas und die Erschöpfung, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.

#### Gegebene Formeln

$$F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_D = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

Leider kennen sich Jonas mit dem Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Welche statistische Maßzahl testet der t-Test, welche die ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen der  $F_D$  Statistik und  $T_D$  Statistik! (2 Punkte)
- 3. Visualisieren Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang von MStreatment und MSerror! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die erstellte 2x2 Tafel mit signifikant und nicht signifikant! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Nennen Sie das numerische Minimum der F-Statistik F<sub>D</sub>! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn die F-Statistik  $F_D$  minimal ist, welche Aussage erhalten Sie über die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interaktion in der zweifaktoriellen ANOVA In ein Stallexperiment wurden Fleischrindern mit der Behandlung Lüftungssystem (keins, storm, tornado und thunder) sowie der Behandlung Ernährungszusatz (ctrl und getIt) untersucht. Es wurde als Messwert Fettgehalt [%/kg] bestimmt. Jetzt starrt Tina mit auf die Ausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt ihre Betreuerin in der gleichen Art Tina zurück an. Es liegt anscheinend eine signifikante Interaktion vor? 'Das wird ein langer Nachmmittag.', denkt sie sich und kreuselt ihren Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihr überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um ihre Abschlussarbeit. Tina hätte doch nichts mit Fleischrindern machen sollen. Fleischrindern – was soll das auch bedeutendes sein? Eigentlich wollte Tina nachher noch einen Film schauen. Irgendwie komisch, wenn sie Indiana Jones anmacht, dann ist die Spinne eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein.

Leider kennen sich Tina und ihre Betreuerin mit der zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Interpretation einer Interaktion. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe, sonst wird es heute Abend mit seinem Hobby Astronomie nichts mehr!

- 1. Visualisieren Sie folgende mögliche Interaktionen zwischen den Behandlungen! Beschriften Sie die Abbildung! (4 Punkte)
  - a) Keine Interaktion liegt vor.
  - b) Eine schwache Interaktion liegt vor.
  - c) Eine starke Interaktion liegt vor.
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den verschiedenen Interaktionen! (2 Punkte)
- 3. Welche statistische Maßzahl betrachten Sie für die Bewertung der Interaktion? (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in R für eine Post-hoc Analyse! (2 Punkte)
- 5. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen? Berücksichtigen Sie auch die Funktion emmeans ()! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem Post-hoc-Test** Es ist schon kurz nach fünf und Alex wird langsam nervös. Alex wollte heute Abend noch seine E-Sport Qualifikation schauen. Hoffentlich kommt er noch rechtzeitig zum Streamen. Angestrengend krault er die Katze. Stattdessen versucht sein Betreuer die Ausgabe der einfaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Anscheinend gibt es ein Problem mit der Annahme der Normalverteilung und der Varianzhomogenität der ANOVA in den Daten. 'Wir haben jetzt bei der ANOVA einen p-Wert mit 0.071 raus sowie eine F-Statistik  $F_D$  mit 1.2 berechnet. Nach den Boxplots müsste sich eigentlich ein Unterschied zwischen ctrl und low ergeben. Der Unterschied ist in {emmeans} auch signifikant mit einem p-Wert von 0.036. Wie kann das sein?', grummelt sein Betreuer. Alex hatte im Teuteburgerwald ein Gewächshausexperiment mit Maiss durchgeführt. Dabei wurden die Daten D erhoben. Es gab dabei eine Behandlungen Bewässerungstypen (ctrl, low, mid und high). Gemessen wurde der Messwert (Y) Trockengewicht [kg/ha]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Alex hat schon genug Probleme. Wenn die Gefälligkeit nicht wäre, dann wäre es einfacher.

#### **Gegebene Formeln**

$$MS_{treatment} = rac{SS_{treatment}}{df_{treatment}}$$
  $MS_{error} = rac{SS_{error}}{df_{error}}$   $F_D = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$ 

Leider kennen sich Alex und sein Betreuer mit der Interpretation einer ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe und die Zeit wird knapp.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Was bedeutet eine signifkante ANOVA für die beobachteten Daten D? (1 Punkt)
- 4. Visualisieren Sie den Unterschied zwischen Varianzhomogenität und Varianzheterogenität anhand der Daten D! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie für die Daten *D* die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität der ANOVA unter zu Hilfenahme von Boxplots! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
- Welche Auswirkung hat die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität für die Teststatistik F<sub>D</sub> der ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Erklären Sie abschließend die Diskrepanz zwischen den Ergebnis der ANOVA und dem paarweisen Gruppenvergleich in {emmeans}! (2 Punkte)

#### Teil V.

## **Multiple Gruppenvergleiche**

84. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Adjustierung multipler Vergleiche** In ein Gewächshausexperiment mit Spargel wurde die Behandlung Genotypen (00, AA, AB und BB) gegen die Ergebnisse einer früheren Studie von Meyer et al. (2021) verglichen. Im Rahmen des Experiments haben Tina und Steffen verschiedene Student t-Tests für den Mittelwertsvergleich für den Messwert Trockengewicht [kg/ha] gerechnet. Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Meyer et al. (2021). Jetzt sollen die beiden einmal schauen, was in den Daten so drin ist.

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.3400		
0.0020		
0.7600		
0.0012		

Leider kennen sich Tina und Steffen mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau  $\alpha$  adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus  $\alpha$  vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Compact Letter Displays (CLD)** Steffen hatte in seiner Abschlussarbeit einen Versuch in einer Klimakammer durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat er sich mit Lauch beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Steffen das Thema dann doch nicht. Hat er sich doch mit Substrattypen (*kompost*, *torf*, 40*p*60*n*, 30*p*20*n* und 70*p*30*n*) und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach seinem Betreuer soll er nun ein CLD bestimmen. Weder weiß er was ein CLD ist, noch war sein erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig...

Behandlung	Compact letter display
kompost	ab
torf	a
40p60n	С
30p20n	С
70p30n	bc

Leider kennen sich Steffen mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! (3 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand von t-Tests Yuki sitzt schon etwas länger bei ihr Betreuer. So langsam macht Yuki sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Yuki hatte in ihre Abschlussarbeit ein Kreuzungsexperiment durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Yuki will fertig werden. Hat sie sich doch mit Genotypen (00, AA, AB und BB) und Gewichtszuwachs in der 1LW schon eine Menge angeschaut. Yuki beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss... 'Wir müssen als erstes die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren!', hört Yuki noch aus der Ferne bevor sie einnickt.

Genotypen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
00	7	8.66	2.40
AA	7	7.83	2.46
AB	9	11.48	2.30
BB	7	4.36	2.37

Leider kennen sich Yuki mit dem Compact letter display (CLD) überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Yuki und Steffen! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand der Matrix der p-Werte 'Das Problem ist, dass Excel eben keine CLD kann. Die bräuchten wir dann schon dringend für unser Poster!', merkt seine Betreuerin mit Nachdruck an. Mark neigt den Kopf. 'Das wussten wir nicht vorher?', entfährt es ihm leicht entnervt. Da schaut seine Betreuerin seltsam betroffen. Hilft jetzt auch so gar nicht. Mark hatte sich zwei Variablen mit Bewässerungstypen (ctrl, low, mid und high) und Proteingehalt [g/kg] in ein Freilandversuch mit Kartoffeln angeschaut. Jetzt möchte er eigentlich fertig werden und nicht nochmal alles neu in Rund {emmeans} machen. Dabei hatte er schon echt ne Menge in im Teuteburgerwald gemacht. Dann eben per Hand aus der Matrix der p-Wert. Mark muss sich echt zusammenreißen.

	ctrl	low	mid	high
ctrl	1.0000000	0.2077828	0.4370759	0.9118871
low	0.2077828	1.0000000	0.6635816	0.1707065
mid	0.4370759	0.6635816	1.0000000	0.3768624
high	0.9118871	0.1707065	0.3768624	1.0000000

Leider kennen sich Mark mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Mark und Steffen! (2 Punkte)

#### Teil VI.

## Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

88. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Den Chi-Quadrat-Test berechnen** Tina hat sich ein Herz gefasst und war für ihrer Abschlussarbeit in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der sie viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Dann noch schnell Tocotronic auf das Ohr und los gehts. Tina ist schon eine ganze Zeit im Büro, da ihre Betreuerin möchte, dass sie jetzt auf ihren Daten mit n=116 Beobachtungen von Maiss einen  $\mathcal{X}^2$ -Test rechnet. Das ginge, da sie als Behandlung Kl-gesteuert [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage. Eigentlich wollte Tina nachher noch einen Film schauen. Wenn Indiana Jones läuft, dann ist die Spinne nicht mehr da. Aber jetzt braucht sie mal Entspannung!

38	11	
23	44	

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\mathcal{X}_{\alpha=5\%}^2=3.841!$  Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die  $\mathcal{X}^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$  und  $\mathcal{X}^2_D$  in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Der Chi-Quadrat-Test konzeptionell verstehen** 'Der  $\mathcal{X}^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet.', liest Jonas in seiner Mitschrift. So richtig helfen tut ihm das jetzt eherlichweise dann doch nicht. Dann noch schnell Snickers zur Stärkung und los gehts. Jonas hatte sich in ein Kreuzungsexperiment n=147 Beobachtungen von Fleischrindern angeschaut. Dabei hat er als Behandlung Ökologisch [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Protein/Fettrate im Zielbereich [ja/nein]* ermittelt. Am Ende möchte dann seine Betreuerin gerne einen  $\mathcal{X}^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Am Ende des Tages möchte er dann noch sein Hobby Stricken genießen. Das muss auch mal sein!

		73
		74
72	75	147

Leider kennt sich Jonas mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! (2 Punkte)
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Der Chi-Quadrat-Test in**  $\mathbb{R}$  Am Ende hätte Paula dann doch einen normalverteilten Endpunkt in ihrer Hausarbeit nehmen sollen. Vor ihr liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in  $\mathbb{R}$  so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft sie das was bei den Daten rausgekommen ist. Dann noch schnell Jagd auf roter Oktober starten und los gehts mit der Kraft von Smarties. Gezählt hat Paula einiges mit n=147 Beobachtungen von Erbsen. Zum einen hat sie als Behandlung *Mechanische Bearbeitung* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Proteingehalt im Zielbereich* [ja/nein] ermittelt. Nun möchte ihr Betreuer gerne einen  $\mathcal{X}^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Nach ihrem Experiment erhielt sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus ihren erhobenen Daten.

Dann rechnete Paula den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in  $\mathbb{R}$  und erhielt folgende  $\mathbb{R}$  Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
data: Proteingehalt im Zielbereich
## p-value = 0.6802
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 0.06993249 3.40089546
## sample estimates:
## odds ratio
## 0.5149174
```

Leider kennt sich Paula mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

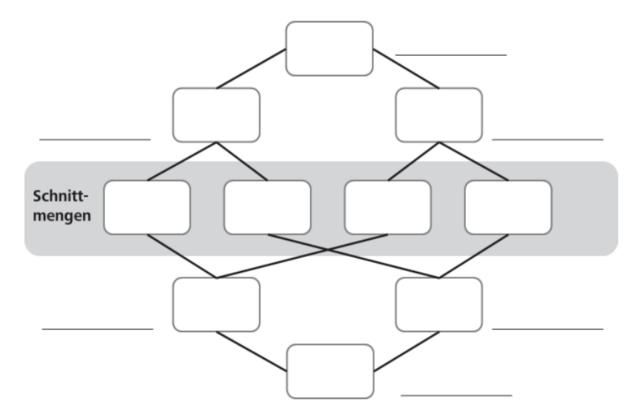
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das Odds ratio im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Den diagnostische Test am Doppelbaum berechnen** Nilufar liest laut vor. 'Die Prävalenz von Klauenseuche bei Erdbeeren wird mit 4% angenommen. In 85% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Pflanze erkrankt ist. In 7.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Pflanze <u>nicht</u> erkrankt ist und somit gesund ist. Wir führen einen Test auf Kräuselkrankheit an 4000 Erdbeeren mit einem diagnostischen Test durch.' Steffen klappt die Kinnlade runter. In der Stille duddelt Deichkind. Nilufar schaut kompetent und schmeißt sich mit offenen Mund Oreos an den Kopf vorbei.



Leider kennen sich Nilufar und Steffen mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

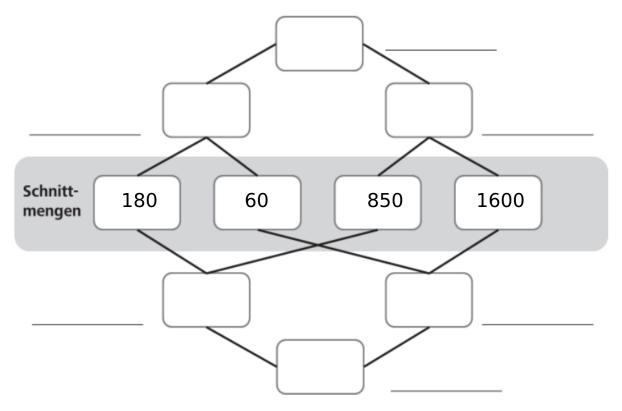
- 1. Beschriften Sie die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (2 Punkte)
- 2. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 3. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 5. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Der diagnostische Test und statistische Maßzahlen** 'Was ist denn das?', entfährt es Tina. 'Hm... ich glaube es handelt sich um einen Doppelbaum, den wir beim diagnostischen Testen brauchen.', meint Jonas und dreht Indiana Jones auf dem Second Screen etwas leiser. Was jetzt beide von einem diagnostischen Test haben, ist ihnen auch nicht klar. Es ist ja schon alles komplex genug und die Wut von Tina macht es heute auch nicht mehr einfacher. 'Es geht um Mehltau an Lauch.', stellt Jonas fest. Eigentlich wollte Jonas eher los um zu Schwimmen. Das wird aber wohl nichts mehr.



Leider kennen sich Tina und Jonas mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 2. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)

#### Teil VII.

## **Lineare Regression & Korrelation**

93. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der linearen Regression 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Nilufar. 'Ich sehe nur eine Zahlen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Mark. Nilufar atmet schwer ein. Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment im Teuteburgerwald mit Fleischrindern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Schlachtgewicht [kg]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen.

Mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml]	Schlachtgewicht [kg]
20.9	32.5
17.6	24.2
16.7	24.6
8.2	15.1
11.4	19.9
9.8	17.5
13.3	22.7
20.2	28.8
18.1	28.5
18.2	27.9

Leider kennen sich Nilufar und Mark mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression 'Hä? Was ist denn das? Hatten wir das als Aufgabe eine lineare Regression zu rechnen? Wir bauen aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung und interpretieren diese dann?', fragt Yuki. Steffen schaut fragend zurück. 'Keine Ahnung... das ist jetzt jedenfalls keine Abbildung von irgendwas sondern Zahlen in einer Tabelle...', antwortet Steffen leicht angespannt. Die beiden hatten einen Leistungssteigerungsversuch im Teuteburgerwald mit Hühnern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Tagestemperatur [C/d] und Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. Eigentlich..., denn mit der Rausgabe haben beide jetzt ein Problem.

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	0.65	2.33		
Durchschnittliche Tagestemperatur	0.25	0.24		

Leider kennen sich Yuki und Steffen mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in 😱 überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung der lm()-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (1 Punkt)
- 5. Ergänzen Sie die t Statistik in der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 6. Ergänzen Sie den p-Wert in der lm()-Ausgabe mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96!$  (2 Punkte)
- 7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (1 Punkt)
- 8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression in Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Paula. 'Ich sehe nur Kauderwelsch und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen? Und warum überhaupt? War das unsere Fragestellung?', fragt Jonas. Paula atmet schwer ein und starrt auf die Ausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten einen Versuch in einer Klimakammer im Emsland mit Lauch durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Regenwurmdichte [Anzahl/I] und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt will die Betreuung von den beiden die Interpretierung der Daten in Form einer linearen Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in pemacht, aber wie soll das jetzt gehen? Das mit der Interpretation?

```
## Call:
## Frischegewicht ~ Durchschnittliche_Regenwurmdichte
##
## Residuals:
                  10
                       Median
                                    30
##
       Min
                                            Max
## -2.48140 -0.96430 -0.01862 1.03733 2.36531
##
## Coefficients:
##
                                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                                           0.056
## (Intercept)
                                                 1.69213
                                      0.09465
## Durchschnittliche_Regenwurmdichte 1.24068
                                                 0.16633
                                                           7.459 2.8e-09
## Residual standard error: 1.308 on 43 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.5641, Adjusted R-squared: 0.5539
## F-statistic: 55.64 on 1 and 43 DF, p-value: 2.8e-09
```

Leider kennen sich Paula und Jonas mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die p-Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! (2 Punkte)
- 5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer Korrelationsanalyse in R 'Ich glaube ich bringe da was durcheinander. Ich möchte eine Gerade durch die Punkte zeichnen oder doch eine Korrelation berechnen?', merkt Mark laut an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in R. Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in meinem Versuch. Ich wollte doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Mark sich sichtlich übernächtigt selber. Irgendwie komisch, wenn er Columbo anmacht, dann ist der Hamster eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein. Die Nacht war zu lang und überhaupt. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Unsicherheit gewesen. Ein leidiges Lied. Mark hatte ein Stallexperiment im Wendland mit Fleischrindern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: mittlere Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt will er erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der Rausgabe möglich sein.

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: Mittlere Anzahl and Gewichtszuwachs
## t = 3.1466, df = 8, p-value = 0.01367
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## 0.2145436 0.9353494
## sample estimates:
## cor
## 0.7437081
```

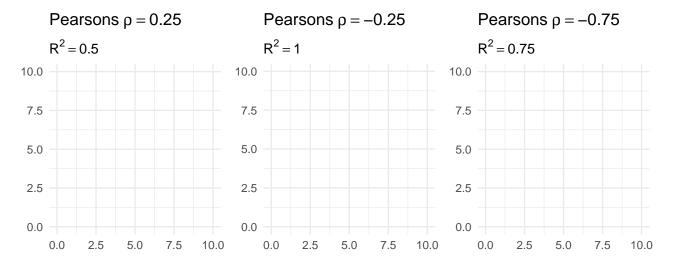
Leider kennt sich Mark mit der Korrelationsanalyse in 😱 überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Hm..., drei leere Abbildungen. Was soll ich da hetzt machen?', fragt sich Mark. Mark kennt sich nur begrenzt bis gar nicht mit der linearen Regresion und Korrelation aus. Dafür mit etwas anderem. Geocaching. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Mark denkt gerne über Geocaching nach. Aber das hilft hier auch nur so halb, die Aufgabe zu lösen und mehr über den Korrelationskoeffizienten zu erfahren.



**Visualisierung der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Leider kennt sich Mark mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

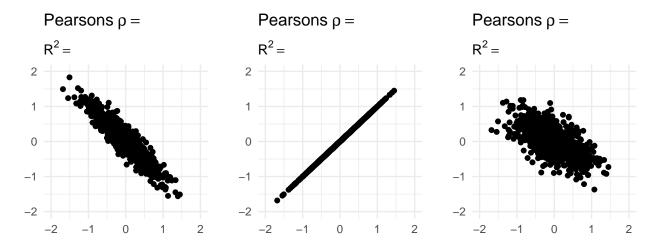
- 1. Zeichnen Sie für die ρ-Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade! (3 Punkte)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie die R<sup>2</sup>-Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 5. Warum müssen Sie ein  $R^2$ -Wert berechnen, wenn Sie die einfachere Möglichkeit der visuellen Überprüfung haben? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Schätzen der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes Der Bildschirm strahlt blau in das Gesicht von Nilufar. Es ist schon spät. Und das hat einen Grund. Hm, lecker Takis Blue Heat und dazu dann im Hintergrund Star Trek laufen lassen. . Nilufar überlegt, aber ihre Gedaken sind etwas zäh. 'Was soll das hier alles bedeuten?', fragt sich Nilufar. Irgendwie ist ihr nicht klar wie sie  $\rho$ -Werte oder  $R^2$ -Werte abschätzen soll. Alles nicht so einfach. Wenn die Erwartung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Nilufar! Aber so..



Leider kennt sich Nilufar mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R<sup>2</sup>-Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die R<sup>2</sup>-Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 4. Was ist der optimale  $R^2$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Was ist der optimale  $\rho$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
- 6. Erklären Sie die Aussage "Correlation does not imply causation!" an einem Beispiel! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Modellgüte der linearen Regression 'Oh! Residuen. Die waren wichtig um zu wissen, ob eine Modellierung funktioniert hat! Da schauen wir uns dann mit der Funktion augment() die Werte der einzelnen Residuen an. Oder gleich den Residuenplot...da sehen wir dann... ja was eigentlich?', verkündet Alex stolz. Leider hat Alex vergessen wie der Rode für den Residuenplot geht. Alex hatte anderes im Kopf. Auf seinem Second Screen läuft Alien und Alex schaufelt Gummibärchen. Nicht effizient, aber gut. Aber sowas hilft ihm natürlich hier nicht. Da schmeißt sich Alex noch ein paar Gummibärchen in den Mund und kaut los.

Durchschnittlicher Niederschlag	Proteingehalt	ŷ	ε
24.8	10.3	27.2	
33.0	13.6	32.1	
23.2	8.3	24.2	
36.2	17.2	37.4	
20.9	6.1	20.9	
32.3	13.3	31.7	
30.1	11.5	29.0	
29.4	10.4	27.3	

Leider kennt sich Alex mit der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Werte der Residuen  $\epsilon$  in der obigen Tabelle! (2 Punkte)
- 3. Zeichnen Sie den Boxplot der Residuen  $\epsilon$ . Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie den Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Eigenschaft eines statistischen Modells, welche mit dem Residualplot überprüft wird! Begründen Sie Ihre Antwort anhand einer Visualisierung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Regressionskreuzes Yuki hat ein Stallexperiment mit Schweinen duchgeführt. Soweit so gut. Dann war er bei seiner Betreuerin. Leider war der Schritt nicht so hilfreich. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied. Aber es muss ja weitergehen. Yuki hatte dann in seiner Abschlusarbeit einfach zu viele Endpunkte gemessen und ist jetzt vollkommen durcheinander, welche Analyse er nun wie rechnen soll. Naja, dann heißt es jetzt eben London Grammar aufdrehen und darüber nachdenken, was hier eigentlich gemacht wurde. Yuki fängt einfach an und nimmt den ersten Endpunkt Gewichtszuwachs erreicht [ja/nein]. Dann kann er sich voran arbeiten. Später dann noch raus um zu Boldern um mal zu entspannen und vielleicht ist Mark auch da. Wäre toll.

Leider kennt sich Yuki mit dem Kontext der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichen Sie die Zeile des Regressionskreuzes für den Endpunkt mit <u>drei</u> Feldern! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Ergänzen Sie die entsprechenden statistische Methoden zur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Nullhypothese für die statistische Methode in jedem Feld! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie die entsprechenden Funktionen in Rzur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 6. Welchen Effekt erhalten Sie in jedem Feld? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)

#### Teil VIII.

# **Experimentelles Design**

101. Aufgabe (16 Punkte)





**Einfache experimentelle Designs** Jessica und Yuki sind bei Alex um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  $\mathbb{R}$  zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Abba. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Flüssignahrung (ctrl, superIn und flOw) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] in Lamas. Der Versuch soll in einem Kreuzungsexperiment im Wendland durchgeführt werden. Nach dem Dozenten ist der Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Alex ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein Randomized complete block design (RCBD) mit drei Blöcken. Das sollte für den Anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Yuki schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter. Alle mampfen Gummibärchen.

Leider kennen sich Alex, Jessica und Yuki mit dem *Randomized complete block design (RCBD) mit drei Blöcken* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in R! (3 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Fortgeschrittene experimentelle Designs Neuer Versuch neues Glück! Jonas und Paula sind bei Yuki um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Alien. Daher hat die Katze schon lange reißaus genommen. In dem neuen Versuch geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) sowie Flüssignahrung (ctrl und flOw) sowie zwei Blöcken und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] in Milchvieh. Der Versuch soll in einem Leistungssteigerungsversuch im Wendland durchgeführt werden. Immerhin ist der Messswert normalverteilt, was einges einfacher macht. Was es nicht so einfacher macht ist, dass Jonas noch als zusätzliche Herausforderung etwas anderes umtreibt: der Mangel. Im ersten Schritt überlegt Yuki ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein Randomized complete block design. Ob es das jetzt einfacher macht?

Leider kennen sich Yuki, Jonas und Paula mit dem *Randomized complete block design* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! (2 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in R! (4 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (3 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

#### Teil IX.

# Programmieren in R

103. Aufgabe (9 Punkte)





**Grundlegende Kenntnisse der Programierung in** 'Unter den Blinden ist der Einäuge König!', ruft Ihnen Paula entgegen. Leider kennt sich Paula überhaupt nicht mit den Grundlagen in aus aber ihr Betreuer möchte gerne, dass die Auswertung in gemacht wird. Da müssen Sie dann wohl mal ran und helfen.

Paula: Ich sehe überall dieses c(). Was ist denn deren Nutzen? (1 Punkt) Sie antworten:

Paula: Jetzt sehe ich wieder diese Tilde (~) in R. Wo brauchen wir diese denn nochmal? (1 Punkt) Sie antworten:

Paula: Ich verstehe den Pipe-Operator nicht. Wie sieht der aus und was macht der? Gebe mal ein Beispiel! (1 Punkt)

Sie antworten:

Paula: Teilweise brauche ich das Konzept des Faktors in **Q**. Was ist ein Faktor? **(1 Punkt)** Sie antworten:

Paula: Ich habe gehört, dass es Vorteile gibt vu nutzen. Nenne mir mal einen Vorteil! (1 Punkt) Sie antworten:

Paula: Ich habe die Namen der beiden  $\P$  Pakete vergessen, die wir eigentlich immer laden. Wie heißen die noch gleich? (1 Punkt)

Sie antworten:

Paula: In R gibt es Objekte, Wörter und Funktionen. Wie unterscheiden sich diese voneinander? (1 Punkt) Sie antworten:

Paula: Ich habe doch die Spalte mutiert und geändert. Warum sehe ich das in R aber mein Datensatz ändert sich nicht? (1 Punkt)

Sie antworten:

Paula: Ich verstehe den Zuweisungs-Operator nicht. Wie sieht der aus und was macht der? Gebe mal ein Beispiel! (1 Punkt)

Sie antworten:





Fortgeschrittene Kenntnisse der Programierung in R 'Hm...am Ende ist dann Reigentlich gar nicht so schwer, wenn ich Hilfe habe.', meint Tina stolz und lacht Sie an. Nur leider kennt sie sich überhaupt nicht mit Raus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen. Sonst wird es für Tina dann in ihrem Projektbericht nichts mit der Auswertung und Abgabe. Das kann auch keine Lösung für Tina und Sie sein. Immerhin haben Sie schon so viel gelernt.

Tina fragt: Ich baue mir ja meinen Datensatz in Excel. Was muss ich da im Bezug auf die Namen der Spalten beachten? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina fragt: Ich habe hier einen Gruppenvergleich als Expriment durchgeführt. Wenn ich jetzt die Daten in R reingeladen habe, was muss ich dann als erstes machen und warum nochmal? (2 Punkte)

Sie antworten:

Tina fragt: ANOVA in R ist ja nicht so kompliziert. Welche beiden Funktionen brauche ich nochmal in welcher Reihenfolge? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina fragt: Wie nennt sich das Datenformat in R? Bitte mit kurzem Beispiel! (1 Punkt) Sie antworten:

Tina fragt: Wie spezifizieren wir nochmal eine Interaktion in einem Modell mit zwei Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ? (1 **Punkt**)

Sie antworten:

Tina fragt: Wie ist noch gleich die Reihenfolge der Funktionen für die Erstellung eines CLD in R. Welche Funktionen brauche ich da? (2 Punkte)

Sie antworten:

Tina fragt: Man kann doch die Funktion emmeans() von Varianzhomogenität auf Varianzheterogenität umstellen. Wie ging das noch gleich? (1 Punkt)

Sie antworten:

## Teil X.

## **Forschendes Lernen**

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

In der Prüfung erhalten Sie einen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung. Für die Einarbeitung in die Veröffentlichung ist in der Prüfung ausdrücklich keine Zeit vorgesehen.

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. Scientia Horticulturae, 304, 111320. [Link]
- Petersen, F., Demann, J., Restemeyer, D., Olfs, H. W., Westendarp, H., Appenroth, K. J., & Ulbrich, A. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. Plants, 11(8), 1010. [Link]
- Selle, P. H., Cadogan, D. J., Li, X., & Bryden, W. L. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. Animal Feed Science and Technology, 156(3-4), 57-74. [Link]
- Wu, G., Knabe, D. A., & Kim, S. W. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. The Journal of Nutrition, 134(10), 2783S-2790S. [Link]

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

In der Prüfung erhalten Sie <u>keinen Auszug</u> aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgesetzt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen gemacht.

• bar

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung** Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte seine Betreuerin, dass Alex einmal die wissenschaftliche Veröffentlichung *Sánchez, M., et al. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation* sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Alex hätte dann schon eine Vorlage. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn. Im Hintergrund spielt viel zu leise Abba. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit seinem Hobby Starcraft. Die Katze schaut mitleidig.

Leider kennt sich Alex mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)<sup>3</sup> (4 Punkte)
- 2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! (1 Punkt)
- 5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! (1 Punkt)
- 8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in **R** für eine ausgewählte Abbildung! **(2 Punkte)**
- 9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wisenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen eines wissenschaftlichen Datensatzes** 'Uff', denkt Nilufar Das ist jetzt doch etwas umfangreicher. Nilufar soll die wissenschaftlichen Daten *data4* einmal sinnvoll analysieren und zusammenfassen. Die Daten sollen als eine Vorlage für ihre eigene Arbeit und Experiment dienen. Daher möchte ihr Betreuer, dass sie einmal die Daten in einer PowerPoint Präsentation zusammenfasst. 'Das ist jetzt aber doch umfangreicher als gedacht.', mault Nilufar in sich hinein und mampft noch ein paar Takis Blue Heat. Dann starrt sie eine Weile in ihren Laptop. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit Star Trek

Leider kennt sich Nilufar mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! (2 Punkte)
- 2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! (2 Punkte)
- 5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

### Teil XI.

## **Mathematik**

107. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>4</sup>.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 0.9mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 11m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in m der Eiche im Jahr 1805 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? (2 Punkte)
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm, eine Breite von 85cm sowie eine Länge von 250cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $m^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (2 Punkte)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 30*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 160 Maispflanzen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Maispflanzen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Maispflanzen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 9cm und eine Höhe von 7cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 260 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf zwei Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Pflanztopffläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Schweinestall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_{\rm V}$  von 5.5m. Die hintere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_{\rm b}$  von 9.5m. Der Schweinestall hat eine Tiefe t von 16m und eine Breite b von 40m.

- 1. Skizzieren Sie den Schweinestall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_V$ ,  $h_b$ , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Schweinestall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1.5m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 5t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 15% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^{\circ}$ C eine Dichte von  $200kg/m^3$ . Bei  $-100^{\circ}$ C hat Methan eine Dichte von  $280kg/m^3$ . Sie betrieben Ihre Anlage bei  $-85^{\circ}$ C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Aldi über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>5</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange?

- 1. Wenn 7 Blaubeerschalen 11.13 Euro kosten, wie viel kosten 8 Schalen? (2 Punkte)
- 2. Wenn Sie die 8 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 2.59 EUR können Sie sich dann noch für 200 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Aldi über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 180l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 110 120g.
- Ein Kilo Salat benötigt 130l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 280 490g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 980l Wasser. Eine Avocado wiegt 150 410g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 830l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.3 3.7g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (3 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2023 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $7.9 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 5.1%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 22.1% auf  $2.1 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Kubikmeter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2022 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur drei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 52 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 8 - 17 Liter pro Spülmaschinenlauf und 9 - 14 Liter pro Spülgang.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)** 

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_P = 1.7 \times 10e - 15$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10e - 11$ 

**Die Dampfnudelerde** "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 65 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>6</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von  $9.78 \, \text{m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.289 \times 10^4 \, \text{km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.44 \, \text{g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden Waldelefanten mit  $2.7 \, \text{t}$  liegt bei 6t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis  $12 \, \text{t}$ .

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 65 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\overrightarrow{F_G}$  damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 65 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\overrightarrow{F_G}$  auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 65 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.03 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.52 \times 10^8$  km angegeben. Der massebehaftete Sonnenwind besteht aus 84% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.01g/mol, 9% Heliumkernen mit 4.32g/mol sowie 7% weiteren Atomkernen mit 89.32g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$  pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 5cm $^{-3}$  pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Puten in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Puten-Halter:innen nicht<sup>7</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Puten für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
  $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$ 

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- $\bullet$   $r_i$  dem Radius Pute plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- Ri dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) preening, (2) standing, (3) drinking/eating und (4) wingflapping.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
preening	34cm; 21cm; 8.9%	32cm; 27cm; 12.1%	38cm; 25cm; 10.1%
standing	29cm; 13cm; 4.1%	42cm; 19cm; 3.6%	39cm; 25cm; 5.1%
drinking/eating	35cm; 28cm; 0.8%	42cm; 18cm; 0.9%	33cm; 29cm; 0.1%
wingflapping	31cm; 23cm; 18.1%	32cm; 24cm; 18.1%	31cm; 25cm; 18.1%

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Puten für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Puten in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ ." Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $\alpha$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 42 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 60 Tagen zu beklagen; nach 105 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 222 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[…] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $8000\mu g/150mg$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 115mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 18 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{27}$ kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 3000m kollabiert, wird die Sonne 45% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben<sup>8</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $\bullet$   $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r<sub>s</sub>, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit  $5.974 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 m/s$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! (2 Punkte)
- 6. Ein Flugzeug und ein Äffchen stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>9</sup>

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt drei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.0523 \times 10^4 km/h$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 500 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum drei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 5.16 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $2 \times 10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 m/s$  an.

- 1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von  $4.5 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $1.2 \times 10^8$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die mecklemburgischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 73 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 60 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 32 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 32 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 4cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 2 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Rückenschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 85% aus. In eine Schubkarre passen 110 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- Berechnen Sie die L\u00e4nge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 11°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die mecklemburgische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Mittelständler*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die mecklemburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 5° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 19km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die abwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung<sup>10</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GCGVHTD	4.5   4.5   Klein
В	GCJHCIP	3.0   1.5   Klein
С	GCWQ5TJ	1.0   5.0   Mikro
D	GCXCRCQ	2.0   2.5   Klein
Е	GCMBZHO	5.0   4.0   Mikro

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AC}$  ist 4km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 4.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 1.5-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 25° nördlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 55° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E nördlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort E Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Terrainchallenge zurück? (5 Punkte)
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.1 + 0.18 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Terrainchallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 8m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 9.9m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

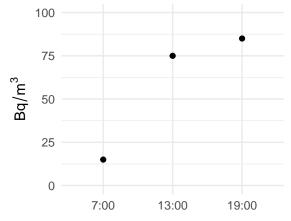
<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 19:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>11</sup>.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $380Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 4.1d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $380Bq/m^3$  auf unter  $90Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)** 

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	79.7	28.4	
Sauerstoff	21.3	16.5	
Kohlenstoffdioxid	0.035	12.1	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>12</sup>:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

 $<sup>^{11}</sup>$ Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Aldi die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>13</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 784 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
  $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ 

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- ν, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81\frac{m}{c^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 40mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 14m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 14m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 2.8mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 1.5mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die  $6.1 \times 10^4$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $11.34g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die  $6.1 \times 10^4$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1100 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.2cm Abstand haben müssen? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrem Krokodilreservat in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 30 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>14</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 10^{10} - 9 \times 10^8 \cdot 2^{-0.15 \cdot t + 2.4}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 15 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 14 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.6 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 13 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.7% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 50% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4400km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3800km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 11.5km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 11\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 900 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Lüneburger Heide. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Hängebauchschweins Fridolin und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur!* Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit 0.5×, Februar mit 0.8× und März mit 1.1×. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.3
01. Feb 2023	1.2
01. Mrz 2023	3.1
01. Apr 2023	4.3

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 210°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Pink Lady Plantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit 120N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 190N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem 30° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.2t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**In der Kartonagenfabrik** Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 4-mal-gefaltete, 0.7mm, 40-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 40cm und eine Breite von 18cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge x falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*<sup>2</sup>? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 130m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 130m Zaun bestimmen!

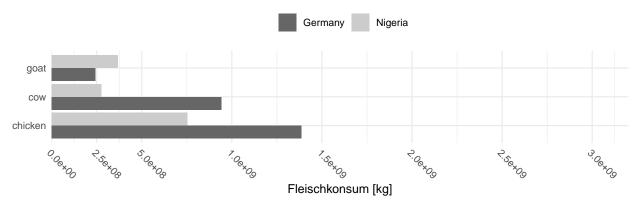
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



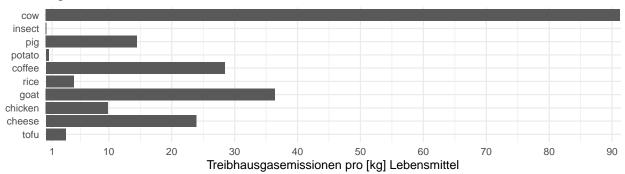
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen $^{15}$ . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2021 leben ca.  $8.4 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.84 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2021 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

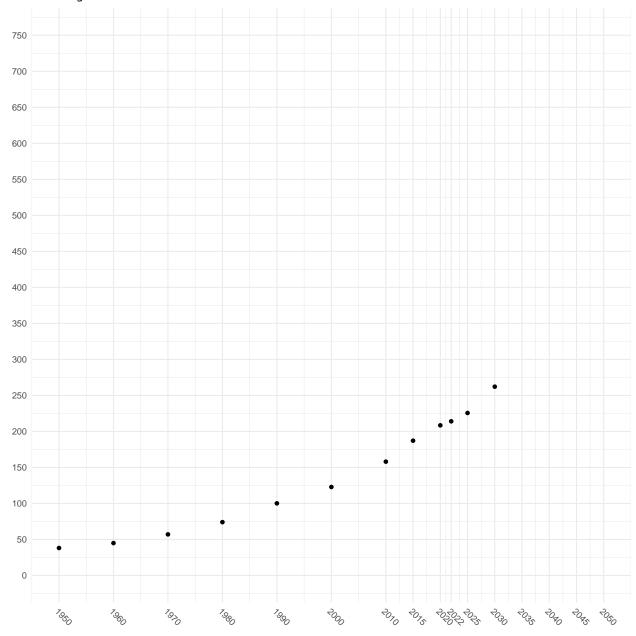
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2021! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2021, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem HNO-Arzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihr Partner über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.75% angenommen. In 92% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 4% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein  $(K^+)$ , wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben  $(T^+)$ ? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 2 \times 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>16</sup>.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen *n* aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen<sup>17</sup>.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Direct Finanzanlagen Left/Right (D-FL/R). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 18 Prozent von 260 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut D-FL/R habe das Unternehmen  $3.8 \times 10^5$  aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma D-FL/R im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 30%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 50EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 35%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3.25%, 2.25% und 1.75%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum drei Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt fünf Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 1800EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei D-FL/R Einheiten des Produkts für 2000EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 4.7% p.a. über 48 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- 8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einer Ihrer Freundinnen einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 6 vierseitige Würfel (6d4) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 4 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 5 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln (2d6) als Schaden oder das Schwert mit einem vierseitigen Würfel plus 7 (1d4+7) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.6, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.7. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einen  $\Omega=100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! (1 Punkt)
- Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Thorsten und Helmut das Team der drei Kandidaten.

Name	P(win)	P(outbid)
Thorsten	0.2	0.043
Helmut	0.2	0.05

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.11 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit Catwoman um das große Geld. Das Glücksrad hat 20 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 6 Feldern gewinnen Sie 3000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 4000EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

## Teil XII.

# Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

128. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

129. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var<sub>i</sub>: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA<sub>i</sub>: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V<sub>k</sub>: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

130. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.