

Name: \_\_\_\_\_

Nicht bestanden: ☐

Vorname: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

Endnote: \_\_\_\_\_

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

# Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist die Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz  
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur  
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

**»Wintersemester 2025/26«**



*„The test of a student is not how much she or he knows,  
but how much the student wants to know.“  
— Alice W. Rollins*



Alex studiert im 3. Semester und wiederholt das Modul, da er im ersten Jahr andere Prioritäten für sich gesetzt hat. Das musste sein, da er sich ziemlich im Abitur verausgabt hat. Darüber hinaus war die WG auch eher auf Party angelegt. Alex hofft jetzt über Pünktlichkeit wieder in die Bahn zu kommen. Dafür steht er jetzt immer um 5 Uhr auf! Freunde von ihm beschreiben ihn eher als extrovertiert. Er kennt Paula noch aus der Schulzeit und er überlegt, ob nicht beide Mal nach Mallorca sollten.

Nach zwei Semestern Studium an der Universität Osnabrück war es dann Jessica doch viel zu theoretisch. Etwas angewandtes sollte es sein, wo sie auch eine Fähigkeit lernt, die Frau nutzen kann. Deshalb hat sich Jessica an der Hochschule eingeschrieben. Hoffentlich lernt sie etwas Nützliches, wo andere für Geld geben würden. Wer nützlich ist, ist wertvoll. Ihr Traum ist ja eine Hundeschule aufzumachen. Die großen Parties hat sie immer gemieden. Sie ist lieber mit ihrer Hündin im Teutoburgerwald.



Das ist jetzt der letzte Versuch mit einem Studium. Wenn es nicht klappt, dann überlegt Jonas das **Programm der IHK zu Ausbildungsvermittlung** zu nutzen. Aber eine Runde gibt er sich noch. Struktur ist eigentlich das Wichtigste und diesmal hat er sich alle Altklausuren der Fachschaft besorgt. Dann ist er auch noch gleich der Fachschaft beigetreten um mehr Informationen abzugreifen. Und er versucht nicht seine Zeit mit Alex zu verdaddeln oder in der Fachschaft bei einem Bier oder so...

Nächstes Semester geht es nach Kanada davon hat er schon auf der Berufsschule geträumt. Deshalb konzentriert er sich sehr auf die Prüfungen. Ein Schiff ist im Hafen sicher, aber dafür ist es nicht gebaut worden. Das **International Faculty Office** der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur hat super geholfen, aber es waren einiges an Unterlagen. Jetzt hofft er, dass Tina dann doch noch mitkommt. Aber sonst macht er das eben alleine. Obwohl das eher nicht so seine Art ist. Vielleicht sollte er sich mal einen Tipp bei Tina holen, sie wirkt sehr entschlossen.



Nach der Ausbildung wollte Nilufar eigentlich gleich anfangen zu arbeiten, aber nach einem Praktikum und der Probezeit stellte sie fest, dass es ohne einen Hochschulabschluss schwer wird. Führungsverantwortung zu übernehmen. Mit Menschen kann sie schon immer und dann auch eigene Projekte mit anderen verwirklichen, das ist doch was. Mit dem notwendigen Abschluss sollte der Start um so einfacher sein. Dann ist sie keine Befehlsempfängerin mehr sondern gibt die Marschrichtung vor. Schon jetzt koordiniert Nilufar das Studium von anderen.

Paula möchte die Welt zu einem besseren Ort machen. Wenn da nicht die anderen Mitmenschen wären. Paula muss das Modul nochmal wiederholen, da es dann am Ende des Semesters zu viel für sie wurde. Eine Lerngruppe hätte geholfen, aber das ist dann gar nicht so einfach eine zu finden. Zwar kennt sie schon Nilufar, aber Nilufar ist ihr manchmal zu forsch. Ihr schwant aber, dass alleine das Studium sehr schwer werden wird. Das Abitur war schon so ein Lernhorror, das möchte sie nicht nochmal. Alex sieht sie da als Vorbild.



Sommer, Sonne, Natur. Das ist es was Steffen mag. Raus in die Komune und die Natur genießen. Leider hat Steffen noch andere Bedürfnisse, die ein Einkommen benötigen. Da Studierende mehr verdienen, würde dann in Teilzeit auch mehr rausspringen. Wenn er dann privat was anbauen kann, dann spart er gleich doppelt. Leider sind viele seiner Kommilitonen total verkrampte Karrieristen. Es geht nur ums Äußere. Dabei verliert sich Steffen gerne im Prozess. Das hat auch seinen Schulabschluss etwas verzögert. Steffen lässt sich eben Zeit.

Wille war es, die es Tina hierher gebracht hat und Wille wird es sein, die Tina dann auch zum Abschluß treibt. Nach einem Rückschlag muss Tina jetzt einige Module wiederholen, damit sie dann auch fertig wird. Ab und zu ist sie schwach gewesen und das hat dann Zeit gekostet. Das Tina es dann manchmal übertreibt, weiß sie nur zu gut, aber irgendwie muss die Kontrolle ja erhalten bleiben? Insbesondere, wenn sie mal wieder die Nacht durchgefeiert hat, verachtet Tina sich. Dann baut Nilufar sie dann bei einem Tee wieder auf.



Für Yuki war es nicht einfach. Teilweise war die Krankheit sehr hinderlich, dann war es Yuki selber. Dann muss man auch wieder auf die Beine kommen und es dauert eben seine Zeit. Aber immerhin hat Yuki es jetzt den Abschluss gekriegt und hat einen Studienplatz. Jetzt heißt es in den Rhythmus kommen und schauen, was noch so passiert. Immerhin hat Yuki schon eine kleine Gruppe gefunden, in der Yuki dann Hilfe findet. Ist aber auch sehr unübersichtlich so ein Studium. Steffen ist immer super entspannt.

### Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrücke!
- **Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!**
- *You can answer the questions in English without any consequences.*

### Endnote

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 74 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 94 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
90.0 - 94.0	1,0
85.0 - 89.5	1,3
80.5 - 84.5	1,7
75.5 - 80.0	2,0
71.0 - 75.0	2,3
66.5 - 70.5	2,7
61.5 - 66.0	3,0
57.0 - 61.0	3,3
52.0 - 56.5	3,7
47.0 - 51.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

## Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	B	C	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

- Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

## Rechen- und Textaufgaben

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	9	12	10	11	10	10	12

- Es sind \_\_\_\_ von 74 Punkten erreicht worden.

## Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben **unterliegen dem Zufall**. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit **verschiedene Textvarianten**. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

### Programmieren in R

#### 1. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Viele wissenschaftliche Originalquellen sind in Englisch verfasst. Jetzt finden Sie heraus, dass auch **R** nur in englischer Sprache funktioniert. Warum ist das so?

- ☐ A Die **R** Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn **R** hat wie alle Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen.
- ☐ B **R** Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn **R** daher in Deutsch zu bedienen.
- ☐ C Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in **R** in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- ☐ D Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- ☐ E Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.

#### 2. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Wenn wir ein Experiment in **R** auswerten wollen, dann müssen die Daten in Excel in einem bestimmten Format angelegt werden. Wir sprechen auch vom Long-Format. Welche Aussage zum Long-Format ist richtig?

- ☐ A Wichtig ist, dass sich in den Zeilen die Variablen finden, wie die Messwerte (Y) sowie die experimentellen Faktoren (X). In den Spalten stehen die Variablen.
- ☐ B Das Long-Format beschreibt in den Spalten die Beobachtungen sowie in den Zeilen die *unabhängigen* Beobachtungen.
- ☐ C In den Zeilen finden sich die experimentellen Faktoren (X) sowie die Messwerte (Y). In den Spalten finden sich dann die einzelnen Beobachtungen.
- ☐ D Wichtig ist, dass sich in den Zeilen die Beobachtungen finden und in den Spalten die Variablen, wie die Messwerte (Y) sowie die experimentellen Faktoren (X).
- ☐ E Das Long-Format hat die gleiche Anzahl an Spalten wie auch an Zeilen.

#### 3. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Nachdem Sie Ihr Feldexperiment als Vorversuch für Ihre Abschlussarbeit abgeschlossen haben, wollen Sie in einer explorativen Datenanalyse (EDA) in **R** einmal schauen, ob Sie überhaupt Effekte der Behandlung vorliegen haben. Welche Reihenfolge von Schritten müssen Sie in **R** durchführen, damit Sie eine EDA rechnen können?

- ☐ A Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket `tidyverse` nutzen, da dieses Paket veraltet ist. Über die Funktion `library(tidyverse)` entfernen wir das Paket von der Analyse.
- ☐ B Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen.
- ☐ C Für eine explorative Datenanalyse (EDA) in **R** müssen wir als erstes die Daten über `read_excel()` einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über `mutate()` transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion `ggplot()` für die eigentliche EDA.
- ☐ D Wir transformieren die Spalten über `mutate()` in ein `tibble` und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir, dass wir keine Faktoren in den Daten haben.
- ☐ E Wir lesen die Daten über eine generische Funktion `read()` ein und müssen dann die Funktion `ggplot()` nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als `*.png` vorliegen.

## Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

### 4. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik

Wie lautet der Mittelwert und Standardabweichung von  $y$  mit 10, 14, 16, 11 und 15.

- A ☐ Es ergibt sich 12.2 +/- 3.35
- B ☐ Sie erhalten 13.2 +/- 1.61
- C ☐ Es berechnet sich 14.2 +/- 6.7
- D ☐ Es ergibt sich 13.2 +/- 2.59
- E ☐ Sie erhalten 13.2 +/- 1.295

### 5. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik

Berechnen Sie den Median, das 1<sup>st</sup> Quartile sowie das 3<sup>rd</sup> Quartile von  $y$  mit 12, 24, 25, 35, 18, 20 und 63.

- A ☐ Es ergibt sich 24 [18; 35]
- B ☐ Es ergibt sich 24 +/- 18
- C ☐ Es ergibt sich 28 +/- 18
- D ☐ Es berechnet sich 28 [19; 36]
- E ☐ Sie erhalten 24 [16; 33]

### 6. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik

Sie wollen nach einem Feldversuch die Standardabweichung berechnen. Welche der folgenden Rechenoperationen müssen durchgeführt werden?

- A ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren. Die Fallzahl ( $n - 1$ ) entsprechend gewichten.
- B ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl ( $n - 1$ ) teilen.
- C ☐ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend subtrahieren wir die Fallzahl ( $n - 1$ ).
- D ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl ( $n - 1$ ). Als letzten Schritt ziehen wir die quadratische Wurzel.
- E ☐ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl ( $n - 1$ ) multiplizieren.

### 7. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In Ihrer Abschlusarbeit wollen Sie Ihre Daten für den Ertrag in einem Boxplot darstellen. Sie nutzen den Boxplot auch, da der Boxplot zu den meist genutzten Visualisierungen von Daten gehört. Welche statistischen Maßzahlen stellt der Boxplot dar?

- A ☐ Den Median und die Standardabweichung.
- B ☐ Den Median und die Quartile.
- C ☐ Der Boxplot stellt die Mittelwerte und die Standardabweichung dar.
- D ☐ Der Boxplot stellt den Median und die Streuung dar.
- E ☐ Den Mittelwert und die Varianz.

## 8. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Kartoffel durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert ist  $\bar{y}$  gleich 21.2 t/ha und als Median ergibt sich  $\tilde{y}$  gleich 9.2 t/ha. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- B ☐ Nach der Betrachtung der Werte unterscheiden sich Mittelwert und Median nicht. Die Daten können so verwendet werden wie sie vorliegen. Es gibt keinen Outlier.
- C ☐ Nach der Betrachtung der Werte unterscheiden sich Mittelwert und Median nicht. Sie haben Varianzhomogenität vorliegen. Sie können künstlich Outlier zufügen um die Daten auszuwerten.
- D ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verwenden den Datensatz so wie er ist.
- E ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.

## 9. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Im Folgenden sehen Sie ein Normalverteilung dargestellt. Welche Aussage zu der Normalverteilung und der Standardabweichung  $\sigma$  ist richtig?



- A ☐ Die Fläche rechts von  $2\sigma$  ist der p-Wert mit  $Pr(D|H_0)$  in der obigen Abbildung.
- B ☐ Die Fläche zwischen  $-2\sigma$  und  $2\sigma$  ist 0.68 und 68% der Beobachtungen liegen somit zwischen  $\bar{y} \pm \sigma$  in der obigen Verteilung.
- C ☐ Dargestellt ist keine Standardnormalverteilung.
- D ☐ Die Fläche unter der Kurve ist 1, wenn die Nullhypothese falsch ist. Wenn die Nullhypothese gilt, dann ist die Fläche  $1 - \alpha$ . Somit ergibt sich auch eine Standardabweichung  $\sigma$  mit  $\alpha$  gleich 0.05 in beiden Fällen.
- E ☐ Die Fläche zwischen  $-1\sigma$  und  $1\sigma$  ist 0.68 und 68% der Beobachtungen liegen somit zwischen  $\bar{y} \pm \sigma$  in der obigen Abbildung.

## 10. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Die empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für die Visualisierung mit einem Boxplot sind...

- A ☐ Die optimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein können.
- B ☐ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
- C ☐ Wir brauchen fünf oder mehr Beobachtungen.
- D ☐ 1 Beobachtung.
- E ☐ Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen.

## 11. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In der Statistik müssen wir häufig überprüfen, ob unser Outcome einer bestimmten Verteilung folgt. Meistens überprüfen wir, ob eine Normalverteilung vorliegt. Folgende drei Abbildungen eignen sich im Besonderen für die Überprüfung einer Verteilungsannahme an eine Variable.

- A ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- B ☐ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot
- C ☐ Violinplot, Scatterplot, Barplot
- D ☐ Barplot, Mosaicplot, Violinplot
- E ☐ Densityplot, Boxplot, Violinplot

## 12. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie wollen eine ANOVA im Anschluss an Ihr Feldexperiment rechnen. Dafür muss Ihr gemessener Endpunkt die Annahme einer Varianzhomogenität genügen. Zur Überprüfung können Sie folgende Visualisierung nutzen. Welche entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität kommt zur Anwendung?

- A ☐ In einer explorativen Datenanalyse nutzen wir den Boxplot. Dabei sollte der Median als dicke Linie in der Mitte der Box liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- B ☐ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höheren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Varianzhomogenität angenommen werden.
- C ☐ In einer explorativen Datenanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- D ☐ Einen Barplot. Die Mittelwerte müssen alle auf einer Höhe liegen. Die Fehlerbalken haben hier keine Informationen.
- E ☐ Einen Boxplot. Das IQR muss über alle Behandlungen zusammen mit den Whiskers ungefähr gleich aussehen.

## Statistische Testtheorie

## 13. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie haben den mathematischen Ausdruck  $Pr(D|H_0)$  vorliegen, welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
- B ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten  $D$  zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.
- C ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit  $1 - Pr(H_A)$
- D ☐  $Pr(D|H_0)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T_D$  aus den Daten  $D$  zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- E ☐  $Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

## 14. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In fast allen wissenschaftlichen Disziplinen liegt der Grenzwert für das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei 5%. Wieso wurde dieser Konsens über die Signifikanzschwelle in dieser Form getroffen?

- A ☐ Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- B ☐ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.



- ☐ C Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde  $\alpha = 5\%$  festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistische Modelle heute immer wieder ignoriert.
- ☐ D Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  historisch gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante.
- ☐ E Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.

## 15. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Das statistische Testen basiert auf dem Falsifikationsprinzip. Es besagt,

- ☐ A ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein noch schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- ☐ B ... dass ein minderwertiges Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- ☐ C ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- ☐ D ... dass ein minderwertiges Modell durch ein weniger minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Falsifikationsprinzip nach Karl Popper.
- ☐ E ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.

## 16. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das extitsignal mit dem extitnoise aus den Daten  $D$  zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

- ☐ A Bei der Berechnung der Teststatistik  $T_D$  gewichten wir den Effekt *signal* mit der Varianz *noise*. Wir können verallgemeinert  $T_D = \text{signal} \cdot \text{noise}$  schreiben.
- ☐ B Wir gewichten den Effekt *signal* mit der Varianz *noise* und erhalten  $T_D = \text{signal}/\text{noise}$ .
- ☐ C Bei der Berechnung der Teststatistik  $T_D$  gewichten wir den Effekt *signal* mit der Varianz *noise*. Wir können verallgemeinert  $T_D = \text{signal}/\text{noise}^2$  schreiben.
- ☐ D Es gilt  $T_D = \text{signal} \cdot \text{noise}$ . Der Effekt *signal* wird mit der Varianz *noise* gewichtet.
- ☐ E Es gilt  $T_D = \text{signal}/\text{noise}$ . Der Effekt *noise* wird mit der Varianz *signal* gewichtet.

## 17. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie haben ein Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem  $p$ -Wert ist richtig?

- ☐ A Wir vergleichen mit dem  $p$ -Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt.
- ☐ B Wir schauen, ob der  $p$ -Wert kleiner ist als das Signifikanzniveau  $\alpha$ . Wir sprechen von einem signifikanten Ergebnis. Dabei vergleichen wir somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die  $H_0$  gilt.
- ☐ C Wir vergleichen mit dem  $p$ -Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die  $H_0$  gilt.
- ☐ D Wir vergleichen die Effekte des  $p$ -Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- ☐ E Wir machen ein Aussage über die Flächen unter der Kurve der Teststatistik der Hypothese  $H_0$  und über die Flächen unter den Kurve der Teststatistik der Hypothese  $H_A$ . Dabei werden Wahrscheinlichkeiten verglichen, die durch die Flächen unter der Kurve der beiden Testverteilungen repräsentiert werden.

## 18. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Die Ergebnisse der einer statistischen Analyse können in die Analogie einer Wettervorhersage gebracht werden. Welche Analogie für die Ergebnisse eines statistischen Tests trifft am besten zu?

- A ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten  $D$  wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- B ☐ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- C ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- D ☐ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- E ☐ In der Analogie der Wahrscheinlichkeit für Regen: ein statistischer Test erlaubt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis abzuschätzen. Die Stärke des Effektes können wir nicht bestimmen.

## 19. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In Ihrer Forschungsarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Erhalten Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test?

- A ☐ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer statistischen Analyse auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- B ☐ Weder eine Aussage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- C ☐ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.
- D ☐ Nein, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.
- E ☐ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten eine Aussage zum Individuum.

## 20. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Welche Aussage über den Effekt eines statistischen Tests ist richtig?

- A ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Modernen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- B ☐ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Ergebnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experiments vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- C ☐ Der Forschende muss am Ende wissen, ob das Ergebnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil einer Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Anteilen.
- D ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.
- E ☐ Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das  $\eta^2$  aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutend zu bewerten ist.

## 21. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Roland Fischer entwickelte Anfang des letzten Jahrhunderts als Grundlage für das experimentelle Design in der Statistik die Randomisierung. Warum ist die Randomisierung für die Entscheidung anhand einer statistischen Auswertung so wichtig?

- ☐ A Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- ☐ B Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.
- ☐ C Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- ☐ D Durch eine Randomisierung können wir von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- ☐ E Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.

## 22. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese  $H$  nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- ☐ A Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus  $k$  Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- ☐ B Mit der Nullhypothese  $H_A$  und der Alternativhypothese  $H_0$  gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.
- ☐ C Mit der Nullhypothese  $H_0$  und der Alternativhypothese  $H_A$  oder  $H_1$  gibt es zwei Hypothesen.
- ☐ D Es gibt - bedingt durch das das Falsifikationsprinzip - ein Set von  $k$  Nullhypothesen, die iterative gegen  $k - 1$  Alternativhypothesen getestet werden.
- ☐ E Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativhypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.

## 23. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann folgende Aussage in welche richtige Analogie gesetzt werden?

$H_0$  ablehnen obwohl die  $H_0$  gilt

- ☐ A Dem  $\beta$ -Fehler mit der Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*.
- ☐ B In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire*, dem  $\alpha$ -Fehler.
- ☐ C In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- ☐ D In die Analogie eines brennenden Hauses ohne Rauchmelder: *House without noise*.
- ☐ E In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm with fire*.

## 24. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie sollen in Ihrer Abschlussarbeit die Relevanz und die Signifikanz in einer statistischen Maßzahl vereinen. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- B** ☐ Die Teststatistik. Durch den Vergleich von  $T_c$  zu  $T_k$  ist es möglich die  $H_0$  abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem  $T_c$ -Wert.
- C** ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall bringt durch eine Visualisierung und zwei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der definierten Signifikanzschwelle zu definieren.
- D** ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der  $\alpha$ -Schwelle zu definieren.
- E** ☐ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualisierung des Konfidenzintervalls eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.

## 25. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergebnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gängige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- B** ☐ Riesige Datensätze haben mehr Fallzahl was zur  $\alpha$ -Inflation führt. Durch eine Adjustierung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- C** ☐ Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen auch wenn der Effekt klein ist und damit nicht relevant. Dadurch sind die Informationen zur Signifikanz in riesigen Datensätzen schwer zu verwerten, da fast alle Vergleiche signifikant sind.
- D** ☐ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fallzahl ( $n > 10000$ ) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- E** ☐ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.

## 26. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Im Rahmen Ihrer Abschlussarbeit werten Sie ein Experiment mit Ferkel aus. Es geht um die Leistungssteigerung der Ferkelproduktion. Sie messen jeweils die Gewichtszunahme der Ferkel. Die Ferkel einer Muttersau sind dabei...

- A** ☐ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- B** ☐ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und somit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.
- C** ☐ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander abhängig.
- D** ☐ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgemein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- E** ☐ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.

## 27. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie rechnen einen statistischen Test und wollen anhand des 95%-Konfidenzintervalls eine Entscheidung gegen die Nullhypothese treffen. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- B ☐ Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- C ☐ Das Signifikanzniveau  $\alpha$  ist gleich 5% und das berechnete Intervall muss gleicher als das Signifikanzniveau sein.
- D ☐ Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- E ☐ Das Signifikanzniveau  $\alpha$  ist gleich 5%.  $Pr(D|H_0)$  muss kleiner sein als das Signifikanzniveau.

## 28. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Biostatistik

Sie haben die Power berechnet. Was sagt Ihnen dieser statistische Begriff aus?

- A ☐ Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 80% *bewiesen wird*. Die Power ist  $1 - \beta$  mit  $\beta$  gleich 20% gesetzt.
- B ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- C ☐ Die Power ist nicht in der aktuellen Testtheorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.
- D ☐ Es gilt  $\alpha + \beta = 1$  und somit liegt  $\beta$  meist bei 95%.
- E ☐ Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 20% *bewiesen wird*. Die Power ist  $1 - \beta$  mit  $\beta$  gleich 80% gesetzt.

## Statistische Tests für Gruppenvergleiche

## 29. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik

In Ihrer Abschlussarbeit rechnen Sie einen Student t-Test. Welche Aussage ist auch für den Welch t-Test richtig?

- A ☐ Der t-Test testet generell zu einem erhöhten  $\alpha$ -Niveau von 20%.
- B ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- C ☐ Der t-Test vergleicht zwei Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- D ☐ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- E ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.

## 30. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In Ihrer Abschlussarbeit betrachten Sie die Effekte von einer Behandlung vor und nach der Gabe eines Vitamins. Sie müssen einen gepaarten t-Test rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.
- B ☐ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz  $d$  dient dann zur Differenzbildung.
- C ☐ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.
- D ☐ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir die Differenz zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Differenzen rechnen wir den gepaarten t-Test.
- E ☐ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.

### 31. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Eisen auf den Ertrag in t/ha von Weizen im Vergleich zu einer Kontrolle. Der Versuch wurde in 8 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage im Bezug auf eine statistische Auswertung ist richtig?



- A ☐ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 0.1.
- B ☐ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- C ☐ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 1.
- D ☐ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 1.
- E ☐ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 1. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.

### 32. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In Ihrer Abschlussarbeit passen die Ergebnisse einer ANOVA und eines multiplen Vergleiches nicht zusammen. Nach einem Experiment mit vier Maissorten ergibt eine ANOVA ( $p = 0.045$ ). Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2} = 0.053$ . Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- B ☐ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
- C ☐ Hier kommt der Effekt der steigenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf mehr Fallzahl testet als die einzelnen paarweisen t-Tests, kann die ANOVA leichter einen signifikanten Unterscheid nachweisen. Die p-Werte sind immer etwas kleiner als bei den t-Tests.
- D ☐ Hier kommt der Effekt der steigenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterscheid nachweisen.
- E ☐ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.

### ANOVA

### 33. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.31$ . Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird.

- B** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der globalen Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird.
- C** ☐ Das  $\eta^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass  $\eta^2 = 0$  der beste Wert ist.
- D** ☐ Der Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird, wird durch das  $1 - \eta^2$  beschrieben.
- E** ☐ Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

### 34. Aufgabe

(2 Punkte)

**Inhalt folgender Module:** Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Nach einem Feldexperiment erhalten Sie ein  $\eta^2 = 0.23$  aus Ihrer einfaktoriellen ANOVA. Sie haben sich den Chlorophyllgehalt in Kartoffel angeschaut und wollen nun das Ergebnis anhand des  $\eta^2$  bewerten. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Mit dem  $\eta^2$  lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein  $\eta^2$ -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- B** ☐ Es werden 23% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- C** ☐ Es werden 23% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- D** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 23% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 77%.
- E** ☐ Es werden 77% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.

### 35. Aufgabe

(2 Punkte)

**Inhalt folgender Module:** Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik


Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrarwissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- A** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- B** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- C** ☐ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- D** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- E** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

### 36. Aufgabe

(2 Punkte)

**Inhalt folgender Module:** Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Wenn Sie mehr als zwei Gruppen als Behandlungen vorliegen haben, dann kann ein einfacher t-Test nicht für den globalen Vergleich genutzt werden. Sie entscheiden sich für eine ANOVA in . Die ANOVA analysiert dabei...

- A** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen oder der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss sich zwischen einem der beiden Varianzquellen entschieden werden.
- B** ☐ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- C** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss ein Posthoc-Test angeschlossen werden.

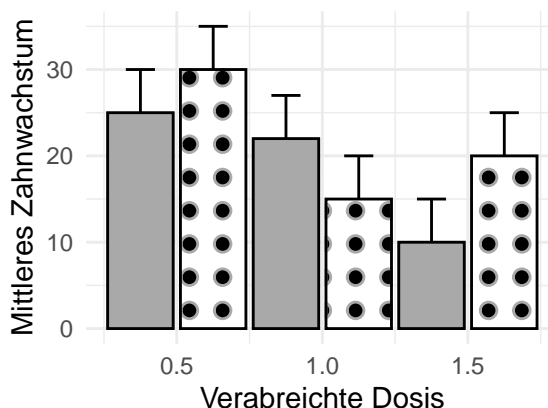
- D** ☐ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- E** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz in den verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz in einer der Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in einer der Gruppen exakt zu bestimmen.

### 37. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Ein Versuch wurde an 50 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Kanarienvögel. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie eine zweifaktorielle ANOVA rechnen?



- A** ☐ Keine Interaktion liegt vor ( $p > 0.05$ ).
- B** ☐ Eine positive Interaktion liegt vor ( $\rho \leq -0.5$ ).
- C** ☐ Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist groß.
- D** ☐ Eine negative Interaktion liegt vor ( $\rho \geq 0.5$ ).
- E** ☐ Es liegt eine mittlere bis starke Interaktion vor ( $p \leq 0.05$ ).

### Multiple Gruppenvergleiche

### 38. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.42, 0.03, 0.21, 0.02 und 0.01. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 2.1, 0.15, 1.05, 0.1 und 0.05. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- B** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.15, 1, 0.1 und 0.05. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
- C** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.15, 1, 0.1 und 0.05. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- D** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.084, 0.006, 0.042, 0.004 und 0.002. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- E** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.084, 0.006, 0.042, 0.004 und 0.002. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.



## 39. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Auf wissenschaftlichen Postern finden Sie unter Abbildungen häufig die Abkürzung *CLD*. Für welchen statistischen Fachbegriff steht die Abkürzung und wie interpretieren Sie ein *CLD*?

- ☐ **A** Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- ☐ **B** Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- ☐ **C** Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- ☐ **D** Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- ☐ **E** Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.

## 40. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In Ihrer Bachelorarbeit müssen Sie einen Feldversuch auswerten. Nachdem Sie die zweifaktorielle ANOVA gerechnet haben und keine signifikante Interaktion vorliegt, wollen Sie jetzt einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür am besten?

- ☐ **A** Das R Paket {lm}. Das Paket {lm} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- ☐ **B** Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- ☐ **C** Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- ☐ **D** Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- ☐ **E** Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.

## 41. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Bei einem multiplen Vergleich oder Posthoc Test kann es zu einer Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie nennt man diese Besonderheit beim statistischen Testen und wie kann man mit ihr umgehen?

- ☐ **A** Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Deflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die p-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- ☐ **B** Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.
- ☐ **C** Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der  $\alpha$ -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.

- D** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekannteste Verfahren ist.
- E** ☐ Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.

## 42. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie rechnen mehrere t-Tests für einen multiplen Vergleich nachdem eine einfaktorielle ANOVA sich als signifikant herausgestellt hat. Welche Aussage im Bezug auf den Effekt ist richtig?

- A** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\Delta$ -Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die  $\Delta$ -Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der  $\Delta$ -Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die  $\Delta$ -Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- B** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung ( $\Delta$ -Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen.
- C** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- D** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nicht adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- E** ☐ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.

## Lineare Regression & Korrelation

## 43. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Sie haben das Modell  $Y \sim X$  vorliegen und wollen nun ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Modellieren des Trainingsmodells benötigt. Der Testdatensatz dient rein zur Visualisierung. Dies gilt vor allem für ein kausales Modell.
- B** ☐ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt. Der Testdatensatz dient zur Validierung. Dies gilt insbesondere für ein kausales Modell.
- C** ☐ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen X und Y wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann nicht der gesamte Datensatz genutzt werden. Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt.
- D** ☐ Ein kausales Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das  $R^2$  berechnet werden.
- E** ☐ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen X und Y wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann der gesamte Datensatz genutzt werden. Eine Aufteilung wie in einem prädiktiven Modell ist nicht notwendig.

## 44. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen approximativ einer Normalverteilung folgen. Sie können einen QQ-Plot für die visuelle Überprüfung der Annahme an die Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- A** ☐ Wir betrachten die Gerade, die durch die einzelnen Punkte laufen sollte. Wenn die 95% der Punkte von der Geraden getroffen werden, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus.
- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- D** ☐ Wir betrachten die Punkte. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig verteilt liegen, dann gehen wir von normalen Residuen aus.
- E** ☐ Wir betrachten die Gerade. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig um die Gerade verteilt liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Dies ist hier nicht der Fall. Wir haben keine normalverteilten Residuen vorliegen.

## 45. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zu verstehen. Welche Aussage zu dem Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig?

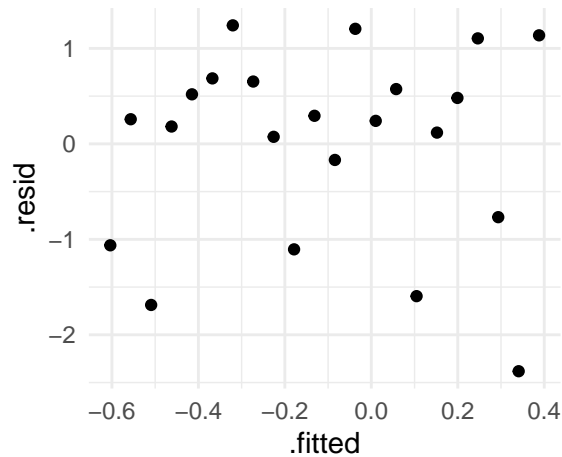
- A** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos und kann als standardisierte Steigung verstanden werden.
- B** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen  $x$  und  $y$  bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.
- C** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- D** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das  $\eta^2$  aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.
- E** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.

## 46. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefittede Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- A** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.
- B** ☐ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.
- C** ☐ Wenn wir die Nulllinie betrachten so liegen die Punkte nicht gleichmäßig über und unter der Nulllinie. Unser Modell erfüllt nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von 0 und einer Streuung von  $s^2$ .
- D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen und wir können damit auf die Signifikanz von  $x_1, \dots, x_p$  schließen.

## 47. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Biostatistik

In einer linearen Regression kann es vorkommen, dass der Effekt repräsentiert durch den  $\beta$  Koeffizienten nicht so richtig von der Größenordnung zu dem p-Wert passen will. So liefert eine Untersuchung des Einflusses von der  $PO_2$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf das Trockengewicht in  $[kg]$  an Erbsen folgende Effekte und p-Werte:  $1e-04$  als p-Wert und einen  $\beta_{PO_2}$  Koeffizienten von  $7.4 \times 10^{-6}$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Wenn der Effekt  $\beta_{PO_2}$  winzig ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in  $X$  führt ja zu einer Änderung von  $\beta_{PO_2}$  in  $x$ . Wir müssen daher die Einheit von  $y$  entsprechend anpassen.
- B** ☐ Die Einheit der  $PO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der  $PO_2$ -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- C** ☐ Das Gewicht und die  $PO_2$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_{PO_2}$  Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.
- D** ☐ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatistik und damit auch der p-Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu kriegen.
- E** ☐ Die Einheit der  $PO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der  $PO_2$ -Konzentration um 1 Einheit führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg von  $\beta_{PO_2}$  im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit  $[\mu g]$  muss besser gewählt werden.

## 48. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

Neben der klassischen Regression kann die Funktion `lm()` in **R** auch für welche andere Art von Anwendung genutzt werden?

- A** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** ist der erste Schritt für einen Gruppenvergleich. Danach kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in `{emmeans}` gerechnet werden. In der Funktion `lm()` werden die Gruppenmittelwerte bestimmt.

- B** ☐ Neben der klassischen Verwendung der Funktion `lm()` in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerisch umgewandelt werden. Dann kann das R Paket `{emmeans}` genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.
- C** ☐ Ist die Einflussvariable  $X$  numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich.
- D** ☐ Die Funktion `lm()` berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenanalyse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion `lm()` schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- E** ☐ Ist die Einflussvariable  $X$  ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich. Die Funktion `lm()` kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.

## 49. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Biostatistik

Wenn Ihr gemessener Endpunkt nicht einer Normalverteilung folgt, so können Sie dennoch Ihre Daten modellieren. Hierzu nutzen Sie dann das *generalisierte lineare Modell (GLM)*. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- B** ☐ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das  $Y$  bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.
- C** ☒ In **R** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in **R** auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- D** ☐ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das  $X$  bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.
- E** ☐ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selbstständig die Verteilungsfamilie für  $Y$  wählt.

## 50. Aufgabe

(2 Punkte)

Inhalt folgender Module: Biostatistik

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Risk ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Ziegen in 4 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 12 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.25, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- B** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.33, da es sich um ein Anteil handelt.
- C** ☐ Das Verhältnis von Chancen Risk ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.33.
- D** ☐ Das Verhältnis der Anteile Risk ratio ergibt ein Anteilsverhältnis von 0.25. Wir sind am Anteil der Kranken interessiert.
- E** ☐ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.25.

# Teil I.

## Programmieren in R

### 51. Aufgabe

(9 Punkte)

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Modellierung landwirtschaftlicher Daten • Statistik



**Grundlegende Kenntnisse der Programmierung in R** Paula muss ihrer Abschlussarbeit mit R arbeiten. Deshalb sitzt sie jetzt mit Ihnen zusammen und hat einige Fragen zu den Grundlagen in R an Sie! Na dann wollen Sie mal helfen. Immerhin will ihre Betreuerin, dass R genutzt wird.

Paula: *Wie war nochmal der Name der Funktion in dem wir in R Daten intern abspeichern? Was waren da nochmal die Vorteile? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Warum gibt es eigentlich das RStudio und R? Wie unterscheiden sich beide voneinander? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Wo nutzen wir nochmal die Tilde (~) in R. Das war irgendwie voll wichtig. Wo wird diese genutzt? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Der Zuweisungs-Operator wird sehr häufig genutzt. Wie sieht der aus und wie funktioniert der an einem Beispiel? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Was macht überhaupt dieses c() hier überall im R Code? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Hä? Warum ändert sich nichts an meinen Daten? In R sehe ich doch die Änderungen aber irgendwie speicher R meine Änderungen meines Datensatzes ab. Was ist da los? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Ich verstehe den Unterschied zwischen library() und Packages nicht. Warum gibt es die? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Ich habe die Namen der beiden R Pakete vergessen, die wir eigentlich immer laden. Wie heißen die noch gleich? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Paula: *Gibt es einen Vorteil von der Nutzung von R? (1 Punkt)*

Sie antworten:

## 52. Aufgabe

(9 Punkte)

Inhalt folgender Module: Modellierung landwirtschaftlicher Daten • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Fortgeschrittene Kenntnisse der Programmierung in R** Jonas muss seiner Abschlussarbeit mit R arbeiten. Leider ist die Analyse etwas komplexer, so dass es eben in Excel dann nicht mehr geht. Deshalb also gleich alles in R. Das ist auch der Grund warum er jetzt mit Ihnen in der Küche sitzt und einige vertiefende Fragen zu R an Sie hat! Na dann wollen Sie mal helfen. Immerhin will sein Betreuer, dass R genutzt wird und die Abgabe ist dann auch schon in gut einem Monat.

Jonas fragt: *Wozu war nochmal die Funktion `mutate()` gut?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas fragt: *Wie spezifizieren wir nochmal eine Interaktion in einem Modell mit zwei Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas fragt: *Ich möchte in der Funktion `emmeans()` den Faktor  $f_1$  getrennt in jedem Level des Faktors  $f_2$  auswerten. Was muss ich da in der Funktion `emmeans()` angeben?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas fragt: *Okay, und für was brauche ich nochmal die R Pakete `{emmeans}`, `{ggplot}` und `{readxl}`?* **(2 Punkte)**

Sie antworten:

Jonas fragt: *Ich möchte ein CLD erstellen. Welche Funktionen muss ich in welcher Reihenfolge nutzen?* **(2 Punkte)**

Sie antworten:

Jonas fragt: *Ich will eine ANOVA in R rechnen. Dazu brauche ich zwei Funktionen. Welche waren das noch gleich und wie war die Reihenfolge?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas fragt: *Es gibt ja nur ein richtiges Format für die Eingabe eines Datums. Wie lautet das Format?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

## Teil II.

# Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

### 53. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen  
Modellierung landwirtschaftlicher Daten • Biostatistik



**Zerforschen des Barplots** Nilufar steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach ihrer Betreuerin geht, soll sie in einem Gewächshausexperiment Erdbeeren auswerten. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Hip Hop. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Nilufar. Das heißt erstmal überlegen für Nilufar. Aus den Boxen wummert Deichkind und ihr Mund ist verklebt von Takis Blue Heat. 'Herrlich', denkt Nilufar. Die Behandlung werden verschiedene Genotypen (AA, AB und BB) sein. In ihrer Exceldatei wird sie den Endpunkt (Y) *Frischegewicht* als *freshmatter* aufnehmen. Vorab soll Nilufar aber einmal die folgenden Barplots ihrer Betreuerin nachbauen, damit sie den R Code schonmal für später vorliegen hat. Damit geht das Problem schon los. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Erwartung gewesen. Ein leidiges Lied.



Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Barplots in R nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! *Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen!* **(3 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im R üblichen Format, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden! **(2 Punkte)**
4. Kann Nilufar einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 54. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Modellierung landwirtschaftlicher Daten • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Visualisierung des Barplots** Tina steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach ihrer Betreuerin geht, soll sie in einem Feldexperiment Maiss auswerten. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Tina liebt Astronomie. Darin kann sie sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Die Behandlung waren verschiedene Lichtstufen (*none*, *200lm* und *600lm*). In ihrer Exceldatei hat sie den Endpunkt (Y) *Proteingehalt* als *protein* aufgenommen. Nun soll Tina die Daten einmal als Barplots in einer Präsentation visualisieren, damit ihrer Betreuerin wieder klar wird, was sie eigentlich nochmal gemacht hat und was für ein Ergebnis in einem statistischen Test zu erwarten wäre. Wäre da nicht noch etwas. Tina und die Wut, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Aber egal. Einfach mal raus um zu Boxen. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Tina.

treatment	protein
200lm	49.6
none	7.4
200lm	49.8
200lm	35.0
600lm	39.1
none	29.9
none	16.6
600lm	27.7
600lm	37.2
none	20.4
600lm	36.2
none	18.8
600lm	52.5

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
3. Beschriften Sie *einen* Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Tina einen Effekt zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! **(1 Punkt)**

## 55. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!


Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen  
Modellierung landwirtschaftlicher Daten • Biostatistik



**Zerforschen des Boxplots** Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Mark ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Mark soll in seiner Hausarbeit Erdbeeren untersuchen. Die Behandlung in seiner Hausarbeit werden verschiedene Lichtstufen (*none*, *200lm* und *600lm*) sein. Erheben wird Mark als Messwert (*Y*) *Proteingehalt* benannt als *protein* in seiner Exceldatei. Von seinem Betreuer erhält er nun folgende Abbildung von Boxplots, die er erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor er mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Aber nur in passender Atmosphäre! Hm, lecker Marzipankugeln und dazu dann im Hintergrund Columbo laufen lassen.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Boxplots in  nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! *Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen!* **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im  üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 56. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Modellierung landwirtschaftlicher Daten • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Visualisierung des Boxplots** Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Alex nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Boxplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Alex liebt Starcraft. Darin kann er sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Das ist in soweit doof, da nach seinem Betreuer nun Boxplots aus seinen Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von  $Y$  treffen. Die Behandlung für Erdbeeren waren verschiedene Bewässerungstypen (*low* und *high*). Erfasst wurde von Alex als Messwert ( $Y$ ) *Proteingehalt*. Alex hat dann *protein* in seiner Exceldatei eingetragen. Aber nur in passender Atmosphäre! Auf seinem Second Screen läuft Alien und Alex schaufelt Gummibärchen. Nicht effizient, aber gut.

treatment	drymatter
high	34.5
high	18.4
low	33.9
high	23.8
low	35.5
low	33.5
high	27.9
high	24.8
low	38.1
high	33.1
high	39.6
low	31.6
low	38.2
high	30.3
low	37.1
low	29.8
low	29.2
high	34.3
low	28.0
high	33.9

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Erdbeeren! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine *gerade* Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Erdbeeren erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! **(1 Punkt)**

## 57. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Visualisierung des Histogramm für kategoriale Daten** Aus den Boxen wummert Abba und sein Mund ist verklebt von Gummibärchen. 'Herrlich', denkt Alex. Alex betrachtet die folgenden Daten nach einem Kreuzungsexperiment mit Hühnern. In dem Experiment wurden die dunklen Pigmentstörungen gezählt. Nach der Meinung seinem Betreuer muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die dunklen Pigmentstörungen folgen. Dazu soll Alex ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über das Outcome (Y). Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Alex und die Gefälligkeit, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Alex nickt im Takt von Abba und bemerkt dabei gar nicht was die Katze schon wieder anstellt.

Die dunklen Pigmentstörungen: 4, 5, 5, 5, 8, 2, 3, 6, 3, 5, 2, 1, 6, 4, 6, 2, 3, 4, 2, 4, 3, 3, 4, 7, 4, 4, 7, 8, 3, 5

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie aus den Daten die *Chance* gleich oder mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! **(1 Punkt)**

## 58. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Visualisierung des Histogramm für kontinuierliche Daten** 'Hm...', Reese's Peanut Butter Cups und London Grammar. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Yuki. Yuki betrachtet die folgenden Daten nach einem Freilandversuch mit Spargel. In dem Experiment wurden die mittleren seltsamen Verdickungen gezählt. Nach der Meinung ihrem Betreuer muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die mittleren seltsamen Verdickungen folgen. Dazu soll Yuki ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über den Messwert (Y). Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied. Yuki streichelt liebevoll das Minischwein. Der Kopf ist in ihrem Schloß vergraben um den Klang von London Grammar zu dämpfen.

Die mittleren seltsamen Verdickungen: 7.1, 8.3, 9.8, 9, 10.8, 9.3, 11.1, 11.7, 7.8, 10.8, 7, 11.3, 12.5, 5.5, 8.8, 13.5, 12, 10.5, 8.9, 10.4, 12.1, 11.3, 5.7, 7.3, 12.3, 10.3, 8.7, 11.5

Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

## 59. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Visualisierung des Scatterplots** 'Hm...', Snickers und Iron Maiden. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Jonas. Jetzt heißt es aber erstmal auf was anderes konzentrieren. Jonas möchte gerne den Zusammenhang zwischen durchschnittlichen Anteil an Ton [%/l] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] im Kontext von Erbsen herausfinden. Hierfür hat Jonas ein Freilandversuch im Teutoburgerwald durchgeführt. Nach einigen unvorgesehenen Ereignissen hat er es geschafft folgende Datentabelle zu erstellen. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jonas! Aber so.. Aber das steht auch nicht im Zentrum. Nun stellt sich die Frage für ihn, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Deshalb möchte Jonas als erstes eine explorative Datenanalyse durchführen. Dann was anderes. Wenn Mission Impossible läuft, dann ist das Meerschweinchen nicht mehr da. Aber jetzt braucht er mal Entspannung!

Durchschnittlichen Anteil an Ton [%/l]	Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]
7.0	13.5
17.1	26.5
17.2	27.4
10.5	16.4
20.0	24.8
21.1	30.7
10.5	18.0
18.1	25.9
17.3	26.4

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! **(3 Punkte)**
4. Wenn *ein* Effekt von  $x$  auf  $y$  vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

## 60. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Visualisierung des Mosaicplots** Das Verrückte ist, dass die Schlange Harry Potter wirklich liebt. Das ist Steffen sehr recht, denn er braucht Entspannung. Aber Ablenkung hilft nur begrenzt. 'Uff!', denkt sich Steffen. Jetzt hat er doch tatsächlich zwei kategoriale Variablen in seinem Projektbericht gemessen. Zum einen die Behandlung Pestizideinsatz [ja/nein] und zum anderen die Messung Trockengewicht über Zielwert [ja/nein] im Kontext von Brokkoli. Hierfür hat er ein Feldexperiment im Oldenburger Land durchgeführt. Jetzt möchte Steffen die Daten einmal in einer explorativen Datenanalyse darstellen. Danach kann er dann über den passenden statistischen Test nachdenken. Dabei unterstützt seine Betreuerin diesen Ansatz bevor es in der Datenanalyse weiter geht. So schön wie so gut. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Romantik gewesen. Ein leidiges Lied.

Pestizideinsatz	Trockengewicht über Zielwert	Pestizideinsatz	Trockengewicht über Zielwert
ja	nein	ja	ja
ja	nein	nein	ja
ja	nein	nein	ja
nein	ja	nein	ja
ja	ja	ja	nein
ja	nein	nein	ja
ja	nein	nein	ja
nein	ja	ja	ja
ja	ja	ja	ja
nein	ja	ja	nein
nein	ja	nein	ja
nein	ja	ja	nein
nein	ja	nein	ja
ja	ja	nein	ja
nein	ja	ja	nein
		ja	ja

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! **(3 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Verhältnisse in der zusammenfassenden Tabelle! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(3 Punkte)**
4. Wenn *kein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? **(2 Punkt)**

## 61. Aufgabe

(10 Punkte)

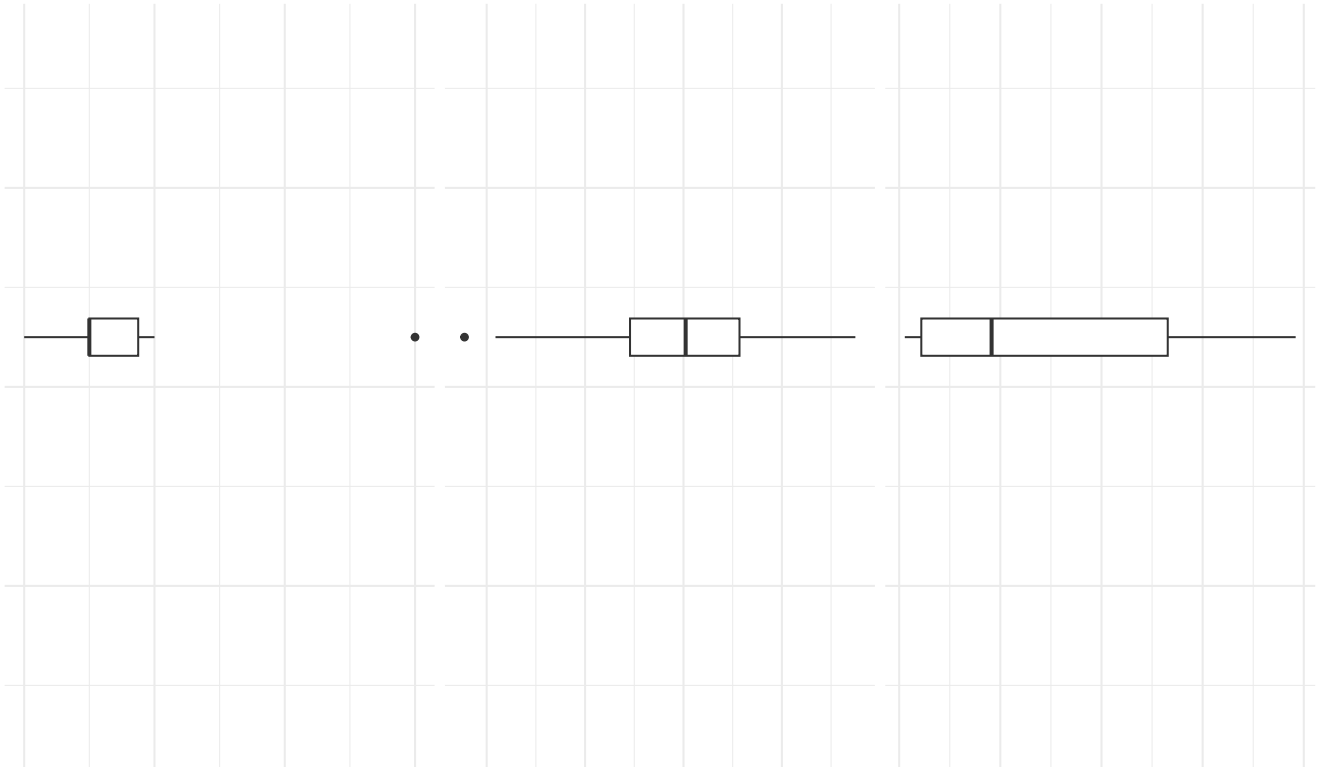
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Visualisierung von Verteilungen** 'Was hast du dir denn da hingeklebt? *Frei ist, wer missfallen kann.*<sup>1</sup>', liest Nilufar vom Kühlschrank vor. Nilufar und Paula sitzen zusammen in der Küche und versuchen zu verhindern, dass das Huhn den Biomüll mampft. 'Können wir uns auf die etwas kryptische Aufgabe konzentrieren?', nöhlt Paula. Die beiden schauen angestrengt auf die drei Boxplots. Das Ziel ist es zu verstehen, wie eine Verteilung anhand eines Boxplots bewertet werden kann. Paula und der Perfektionismus machen die Sache nicht einfacher.



Jetzt brauchen Nilufar und Paula Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung anhand von Boxplots um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Zeichnen Sie über die Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie unter die Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Striche! **(3 Punkte)**
3. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**
4. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\bar{y} \pm 1s$  und  $\bar{y} \pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? **(2 Punkte)**

<sup>1</sup>Oschmann, A. (2024) Mädchen stärken: Stärken fördern, Selbstwert erhöhen und liebevoll durch Krisen begleiten. Goldegg Verlag



## Teil III.

# Statistisches Testen & statistische Testtheorie

## 62. Aufgabe

(9 Punkte)



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Grundgesamtheit und experimentelle Stichprobe** An einem schwülen Sommernachmittag sitzen Alex und Tina in einem Eiskaffee und wollen sich auf die Klausur vorbereiten. In fast allen Fragen geht es ja um die Interpretation eines statistischen Tests. Daher wollen die beiden jetzt nochmal nacharbeiten, was die Grundlagen der Stichprobe (eng. *sample*) und der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) sind. Alex hat sich Gummibärchen Eisbecher bestellt und Tina bleibt lieber bei einem Katjes Eis. 'Irre, was die Lebensmittelindustrie alles auf die Beine kriegt', merkt Tina an und Alex schüttelt anerkennend den Kopf.

Leider kennen sich Alex und Tina mit der Grundgesamtheit und der Stichprobe überhaupt nicht aus. Daher sind Sie gefragt!

1. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung ein aussagekräftiges Beispiel!* **(3 Punkte)**
  - a) Nennen Sie das statistische Verfahren um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! **(1 Punkt)**
  - b) Nennen Sie ein konkretes Beispiel zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! **(1 Punkt)**
  - c) Benennen Sie die statistische Eigenschaft, die zwischen Grundgesamtheit und Stichprobe vorliegen muss! **(1 Punkt)**
2. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung ein aussagekräftiges Beispiel!* **(3 Punkte)**

## 63. Aufgabe

(9 Punkte)



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Das Nullritual - Die statistische Testtheorie** 'Das Känguruh hat mir gerade zugezwinkert. Das macht mir Angst', bemerkt Steffen. Es reicht ja schon ein Problem. Steffen und die Romantik, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Da braucht es nicht noch Wahnvorstellungen. 'Ich glaube nicht, das Känguruhs zwinkern. Aber was Wichtigeres. Wo hast du eigentlich meine Schnapspralinen hingetan? Wir haben nur noch Oreos von dir. Bäh!', antwortet Tina. Beide sind im Zoo und wollen sich von der statistische Testtheorie ablenken lassen. Eigentlich wollte ja Steffen stoppen wie lange Tiere pinkeln<sup>2</sup>, scheiterte aber an einer Oma mit Stock, die die beiden beschimpfte.

Leider kennen sich Steffen und Tina mit statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Visualisierung als Kreuztabelle.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! **(3 Punkte)**

$\beta$ -Fehler (Unbekannte) Wahrheit  $H_0$  wahr Richtige Entscheidung

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! **(2 Punkte)**

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? **(1 Punkt)**
4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? **(1 Punkt)**
5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem halben Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

<sup>2</sup>Yang, P. J., et al. (2014). Duration of urination does not change with body size. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(33), 11932-11937.

## 64. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik

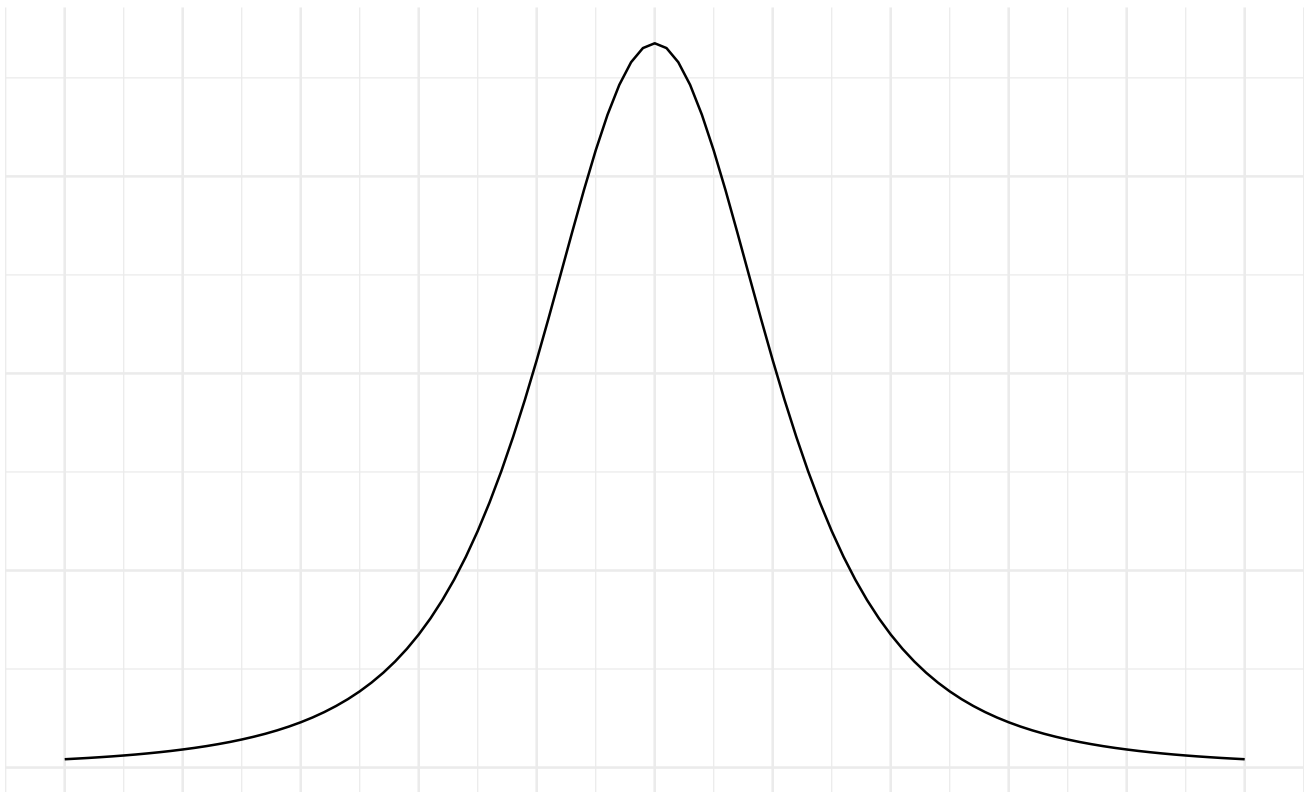


**Visualisierung der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert** 'Kannst du mir nochmal an einer Visualisierung erklären, wie der Zusammenhang zwischen der Teststatistik aus den Daten  $T_D$  und dem p-Wert ist? Ich habe hier zig Fachbegriffe, kriege die aber nicht zusammen...', fragt Nilufar nachdrücklich Mark. Das hilft aber nur bedingt, denn Mark hat wenig geschlafen und träumt zu den Klängen von Deichkind. Nilufar hatte den ganzen Abend mit Mark über die Erwartung diskutiert und nun sind beide voll neben der Spur. So wird es nichts mit der Klausur. Nilufar mampft noch ein paar Takis Blue Heat und nickt ein. Jetzt brauchen die beiden gesondert Hilfe!

Leider kennen sich Nilufar und Mark mit der Visualisierung der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert überhaupt nicht aus und brauchen daher Ihre Hilfe!

Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie „ $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ “! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie „ $A = 0.95$ “! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Zeichnen Sie  $-T_D$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 65. Aufgabe

(10 Punkte)



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Visualisierung des 95% Konfidenzintervalls** 'Okay, für was war jetzt nochmal das 95% Konfidenzintervall gut?', fragt Mark und schaut in das leere Gesicht von Steffen. 'Keine Ahnung. Irgendwas mit Relevanz und Effekt oder Signifikanz. Da kannst du irgendwie was verbinden. Keine Ahnung warum', entgegnet Steffen. 'Wir haben doch als Messwert *Energieverbrauch der Klimakammer* erhoben. Wir haben dann alles zu einer Kontrolle verglichen.', stellt Mark fest. Jetzt haben beide das Problem, die möglichen 95% Konfidenzintervalle zu interpretieren.

Leider kennen sich Mark und Steffen mit der Visualisierung des 95% Konfidenzintervall überhaupt nicht aus.

1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! **(6 Punkte)**
  - (a) Ein signifikantes, relevantes 99% Konfidenzintervall.
  - (b) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (c) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (d) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (e) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (f) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall



## 66. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl** An einem heißen Juliabend haben sich Mark und Jessica zum Lernen verabredet. Eine große Kanne Eistee und Berge von Marzipankugeln schmelzen in der Sonne und warten darauf gegessen zu werden. Mark liest laut vor:

*Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung  $s$  und der Fallzahl  $n$  auf die Teststatistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?*

Jessica hebt die Augenbraue. 'Ich bleibe dabei. Wir sollten erstmal Herr der Ringe schauen, bis es kühler ist. Den Film habe ich doch extra mitgebracht!' Mark ist der Idee nicht abgeneigt und auch der Hamster kommt auf die Terasse um dabei zu sein.

Leider kennen sich Mark und Jessica mit dem Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl überhaupt nicht aus.

1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! **(3 Punkte)**
2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in *einem* Wort oder Symbol beschreiben! **(4 Punkte)**

	$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
$\Delta \uparrow$				$\Delta \downarrow$			
$s \uparrow$				$s \downarrow$			
$n \uparrow$				$n \downarrow$			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 90%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! **(3 Punkte)**

## Teil IV.

# Der Student t-Test & Welch t-Test

### 67. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Berechnung des Student t-Test oder Welch t-Test** Tina ist im Wendland für einen Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_1 = n_2 = 3$ ) mit Brokkoli. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Wut gewesen. Ein leidiges Lied. Für ihrer Hausarbeit musste sie einen Versuch in einer Klimakammer mit Brokkoli durchführen und das sollte laut ihrer Betreuerin an diesem Ort besonders gut gelingen, da man hier gut neue technische Anlagen und Behandlungen fernab der Bevölkerung testen könne. Zeugen gibt es hier jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Bewässerungstypen (*low* und *high*) und der Messwert Frischegewicht [kg/ha] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt. Hm..., was entspannendes wäre gut. Tina will später nochmal raus um zu Boxen. Druck ablassen, dass muss sie auch.

Bewässerungstypen	Frischegewicht
low	10.8
low	20.2
high	20.1
high	19.2
low	8.3
high	15.2

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines Welch t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! **(3 Punkte)**
3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.04$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des Welch t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Formulieren Sie eine Antwort an Tina über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 68. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Berechnung des Student t-Test** 'Der t-Test testet einen normalverteilten Endpunkt (Y).', liest Nilufar laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Nilufar und die Erwartung, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Laut ihrer Betreuerin ist zwar ihr Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] normalverteilt, aber wie rechnet sie jetzt einen t-Test? Für ihren Projektbericht musste sie ein Freilandversuch mit Spargel im Oldenburger Land durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen. Jetzt soll sie auch noch testen, ob die Behandlung Lichtstufen (*none* und *600lm*) ein signifikantes Ergebnis liefert. Hm..., was entspannendes wäre gut. Auf seinem Second Screen läuft Star Trek und Nilufar schaufelt Takis Blue Heat. Nicht effizient, aber gut.

Lichtstufen	Chlorophyllgehalt
600lm	33.4
600lm	36.8
600lm	39.8
none	34.6
600lm	37.3
600lm	29.9
none	19.2
none	17.4
600lm	35.5
none	43.2
none	34.4
600lm	34.5
none	29.0
none	38.2

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.64$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! **(1 Punkt)**
6. Wenn Sie *einen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann der *mindeste* Effekt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 69. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Berechnung des Welch t-Test** Das Oldenburger Land, unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer von Mark, der mit seiner 1 Mann starken Besatzung 12 Wochen lang unterwegs ist, um neue Welten zu erforschen, neues Leben und neue Zivilisationen. 'Oder nennen wir es Ödnis und Verzweiflung', denkt Mark. Für seinen Projektbericht ist Mark ins Nichts gezogen. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Was macht er nun? Mark hat einen Leistungssteigerungsversuch mit Puten durchgeführt. Die Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Gesteigert*) wurde an Puten getestet. Gemessen hat er dann als einen normalverteilten Messwert ( $Y$ ) Schlachtgewicht [kg]. Jetzt soll er seiner Betreuerin nach testen, ob die Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Gesteigert*) ein signifikantes Ergebnis liefert. Hm..., was spannendes wäre gut. Mark schmeißt noch eine Handvoll Marzipankugeln in seinen Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von Andrea Berg.

Bestandsdichte	Schlachtgewicht
Gesteigert	28.1
Gesteigert	23.5
Verordnung	38.0
Gesteigert	14.8
Gesteigert	36.3
Verordnung	38.4
Gesteigert	19.6
Verordnung	37.0
Verordnung	14.6
Gesteigert	26.9
Verordnung	34.0
Gesteigert	21.9
Verordnung	35.4
Verordnung	20.0
Verordnung	22.1

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=10\%} = 2.86$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie das 90% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! **(1 Punkt)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Mark über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**



## 70. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Interpretation des t-Tests in R - die Teststatistik und der p-Wert** Alex und Jessica sind bei Mark um sich Hilfe in R zu holen. Im Hintergrund wummert Andrea Berg. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit R sind sich aber unsicher bei der Interpretierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. Es würde auch besser funktionieren, wenn Mark nicht die Unsicherheit im Weg stehen würde und Jessica nicht das Problem hätte die Gefälligkeit zu händeln. In einem Projektbericht haben beide zusammen Kartoffeln untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Düngestufen (*ctrl* und *high*) und dem Messwert Trockengewicht [kg/ha]. Der Versuch wurde in einem Gewächshausexperiment in der Uckermark durchgeführt. Nach der Betreuerin ist der Messwert Trockengewicht [kg/ha] normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifelt...Mark überlegt, ob er die beiden nicht noch auf den Film *Columbo* einlädt.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Trockengewicht by Düngestufen
## t = 1.955, df = 16, p-value = 0.06829
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -0.3918422 9.6807311
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 39.81111 35.16667
```

Helfen Sie Mark bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Alex und Jessica nicht weiter.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ ,  $A = 0.95$ , sowie  $T_{\alpha=5\%} = |2.12|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
6. Beschriften Sie die Abbildung! **(1 Punkt)**

## 71. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Interpretation des t-Tests in R - das 95% Konfidenzintervall** 'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Yuki sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon die Faulheit gehindert weiterzumachen. 'Nach Meinung des Betreuers soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Nilufar an. Nilufar und Alex sind bei Yuki um sich in R helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert London Grammar. Alex streichelt zur Beruhigung das Minischwein von Yuki. Die beiden waren 2 Monate im Wendland um einen Versuch mit Kartoffeln in einem Freilandversuch durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Frischegewicht [kg/ha] zu bestimmen. Yuki überlegt, ob sie die beiden nicht noch auf den Film *Matrix* einlädt oder dann doch lieber raus geht um zu Boldern? Vielleicht will ja Alex mit. Besser als der Film.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: Frischegewicht by Lüftungssystemen  
## t = -0.88307, df = 17, p-value = 0.3895  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -14.862326 6.091871  
## sample estimates:  
## mean in group ctrl mean in group tornado  
## 36.58750 40.97273
```

Helfen Sie Yuki bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Nilufar und Alex nicht weiter.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**
6. Interpretieren Sie den Effekt des 95% Konfidenzintervalls! **(2 Punkte)**

## 72. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Interpretation des t-Tests in R - die Visualisierung** 'Programmieren ist wie eine Sprache lernen. Man muss es nur machen, dann wird man mit der Zeit immer besser!', gibt Tina zwinkernd zu Protokoll. Ein paar Mal hat sie schon die Wut gehindert weiterzumachen. Das hilft jetzt Jonas und Alex nur bedingt, da beide jetzt die R Ausgabe interpretieren müssen und nicht vor drei Wochen, wo noch Zeit gewesen wäre. Beide mampfen konzentriert Snickers und Gummibärchen in sich hinein. Die beiden hatten in der Uckermark einen Versuch mit Schweinen in einem Kreuzungsexperiment durchgeführt. Das war schon anstrengend genug! 'Wir haben Protein/Fettrate [%/kg] gemessen, vielleicht hilft das ja...', meint Jonas leicht genervt. Alle starren auf die R Ausgabe des t-Tests. Im Hintergrund wummert Tocotronic und man versteht kaum sein eigenes Wort. Alex hofft, dass die Spinne von Tina beruhigend wirkt.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Bestandsdichte
## t = -0.10249, df = 12, p-value = 0.9201
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -15.58146 14.18146
## sample estimates:
## mean in group Verordnung      mean in group Erhöht
##           32.98571             33.68571
```

Helfen Sie Tina bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Alex nicht weiter.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Skizzieren Sie die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 73. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Berechnung des gepaarten t-Test** Jonas und Alex haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. In einem Projektbericht sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Jäten (*Aussaat* und *Ernte*) und Trockengewicht [kg/ha] gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Brokkoli. Hier muss dann wohl auf ein normalverteiltes Outcome ( $Y$ ) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Jonas schaut etwas flehentlich zu Alex. Jonas und die Erschöpfung, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen.. Steffen denkt derweil angestrengt an Abba und wippt leicht mit dem Fuß.

ID	treatment	freshmatter
5	Ernte	15.2
2	Aussaat	32.8
1	Aussaat	45.5
3	Aussaat	54.3
6	Ernte	34.5
7	Ernte	29.9
2	Ernte	32.4
10	Aussaat	50.3
5	Aussaat	47.9
11	Aussaat	47.4
6	Aussaat	44.9
3	Ernte	25.2
4	Aussaat	47.0
9	Aussaat	36.6
8	Aussaat	42.0
8	Ernte	24.8
1	Ernte	25.3
4	Ernte	20.8
7	Aussaat	44.7

Leider kennen sich Jonas und Alex mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines gepaarten t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.68$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den  $p$ -Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**
6. Formulieren Sie eine Antwort an Jonas über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 74. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Interpretation des gepaarten t-Tests in R** Alles voll mit Zandern. Aber das haben Nilufar und Mark eben gemeinsam in einer Hausarbeit gemacht! Worum ging es aber konkret? Beide haben als ein normalverteiltes Outcome (Y) Schlachtgewicht [kg] von Zandern bestimmt. Die Daten haben beide zusammen in einem Kreuzungsexperiment erhoben. In dem Experiment ging es um eine vorher/nachher Untersuchung an den gleichen Zandern. Als Behandlung wurde Ernährungszusatz (*ohne* und *14d*) eingesetzt. Nach der Meinung der Betreuerin muss hier ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in R aus. Nilufar hat einiges an Takis Blue Heat geholt, so dass beide die Zeit gut durchbringen werden. Dann geht Nilufar nochmal zum Sport. Um zu Kicken geht Nilufar dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

```
##  
## Paired t-test  
##  
## data: Schlachtgewicht by Ernährungszusatz  
## t = 3.3819, df = 8, p-value = 0.009615  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## 4.110928 21.733517  
## sample estimates:  
## mean difference  
## 12.92222
```

Jetzt brauchen Nilufar und Mark Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in R um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Interpretieren Sie den Effekt des gepaarten t-Tests! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## Teil V.

# Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

### 75. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Visualisierung der einfaktoriellen ANOVA** Jonas und Paula schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten visualisieren damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse zu erwarten sind. Die beiden waren im Teuteburgerwald um einen Leistungssteigerungsversuch mit Schweinen durchzuführen. Dabei haben Jonas und Paula den Messwert Fettgehalt [%/kg] unter der Behandlung Bestandsdichte (*eng*, *weit* und *kontakt*) ermittelt. Kennengelernt haben sich die beiden auf einem Konzert von White Lies. Später wird noch Jagd auf roter Oktober geguckt. Paula befürwortet das!

Bestandsdichte	Fettgehalt
kontakt	42
eng	29
eng	30
kontakt	37
weit	35
weit	35
weit	35
kontakt	39
weit	35
eng	31
kontakt	44
eng	31
kontakt	41
kontakt	42
weit	36
eng	31
eng	31

Leider kennen sich Jonas und Paula mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus.

1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
  - Den globalen Mittelwert  $\beta_0$  **(1 Punkt)**
  - Die Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen **(1 Punkt)**
  - Die Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen mit  $\beta_{eng}$ ,  $\beta_{weit}$  und  $\beta_{kontakt}$  **(1 Punkt)**
  - Die Residuen oder Fehler mit  $\epsilon$  **(1 Punkt)**
4. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! **(2 Punkte)**

## 76. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Ergebnistabelle der einfaktoriellen ANOVA** 'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Steffen hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Jessica dazu. Da hilft die Hündin von Jessica auch nur bedingt. Steffen hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch verschiedene Lamas angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl*, *fedX* und *getIt*) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gibt. Nachher wollen sich beide noch mit dem Hobby Warhammer von Jessica beschäftigen. Kennt Steffen noch nicht, klingt aber interessant.

Leider kennen sich Steffen und Jessica mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe, die Hündin reicht als Hilfe nicht aus!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Ernährungszusatz	2	3589.85			
error	20	781.8			
Total	22				

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 3.49$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
5. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)

## 77. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik • Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Die einfaktorielle ANOVA in R** Mark schaut entnervt auf und klappt den Laptop zu. Mark dreht Andrea Berg auf, so dass sich die Nachbarn beschweren werden. Nun möchte sein Betreuer seinem Projektbericht erstmal eine ANOVA sehen und *dann* die Ergebnisse präsentiert bekommen bevor es überhaupt mit der Abschlussarbeit weitergeht. Dabei war er extra im Oldenburger Land um ein Freilandversuch mit Erdbeeren durchzuführen. Und dort was es wirklich nicht schön geschweige denn spannend wie bei seinen Kommilitonen, die in Almería waren. Hätte er es vorher gewusst, dann hätte er die Abschlussarbeit bei wem anders geschrieben. Aber gut, jetzt als die ANOVA in R.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Trockengewicht
##      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## Lichtstufen  3 2940.64   980.21  26.928 1.05e-07
## Residuals   23   837.21    36.40
```

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(3 Punkte)**



## 78. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Die einfaktoriellen ANOVA und der Student t-Test** 'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Yuki schaut Jonas fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Jonas schmeißt sich noch ein paar Snickers in den Rachen. Beide tun sich sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Beide waren im Oldenburger Land um ein Feldexperiment mit Kartoffeln durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg] gibt. Später wollen die beiden dann noch raus um zu Schwimmen.

Leider kennen sich Yuki und Jonas mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! **(3 Punkte)**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Lüftungssystemen</b>	3	51.74			
<b>Error</b>	32	71.81			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 2.9$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie *einen* Student t-Test für den *vermutlich* signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! **(3 Punkte)**

Lüftungssystemen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	10	4.50	1.58
storm	7	3.57	2.07
thunder	9	5.33	1.32
tornado	10	2.20	1.03

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 79. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Ergebnistabelle der zweifaktoriellen ANOVA** Wie absolut ärgerlich. Jetzt stellt sich tatsächlich heraus, dass seiner Betreuerin keine Ahnung von der zweifaktoriellen ANOVA hat. Woher soll Jonas jetzt das Wissen nehmen? Jonas mampft aus Frust noch eine Handvoll Snickers. Immerhin muss er ja noch mit seiner Abschlussarbeit dieses Jahr fertig werden. In ein Gewächshausexperiment hatte er Erdbeeren mit der Behandlung Düngestufen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) sowie der Behandlung Genotypen (AA, und BB) im Oldenburger Land untersucht. Es wurde als Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] bestimmt. Jetzt muss er erstmal die zweifaktorielle ANOVA verstehen. Und eigentlich wollte Jonas doch noch zum Sport! Jonas will später nochmal raus um zu Schwimmen. Druck ablassen, dass muss er auch.

Leider kennen sich Jonas mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung für beide Faktoren separat! **(2 Punkte)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesenpaare für beide Faktoren separat! **(2 Punkte)**
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! **(3 Punkte)**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Düngestufen</b>	3	306.86			
<b>Genotypen</b>	1	0.04			
<b>Düngestufen:Genotypen</b>	3	30.43			
<b>Error</b>	18	302.94			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

	$F_{\alpha=5\%}$
<b>Düngestufen</b>	4.26
<b>Genotypen</b>	3.40
<b>Düngestufen:Genotypen</b>	5.23

5. Was sagt der Term *Düngestufen:Genotypen* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! **(2 Punkte)**

## 80. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Die zweifaktorielle ANOVA in R** 'Mit der zweifaktoriellen ANOVA lässt sich die Interaktion zwischen den beiden Behandlungen nachweisen!', ihre Betreuerin scheint die zweifaktoriellen ANOVA zu verstehen. Warum jetzt sie jetzt nochmal alles wiederkauen muss, wird Tina echt nicht so klar. Wenn es doch so klar ist? Tina war im Emsland und hatte dort ein Kreuzungsexperiment mit Milchvieh durchgeführt. Die Komune wo sie untergekommen war, war cool gewesen. Nur jetzt muss eben das Experiment fertig ausgewertet werden. Tina hatte zwei Behandlungen auf Milchvieh angewendet. Einmal Flüssignahrung (*ctrl*, *water*, *superIn* und *fIOW*) sowie als zweite Behandlung Elterlinie (*ctrl*, und *Xray*). Gemessen wurde der Messwert (*Y*) Schlachtgewicht [kg]. Jetzt muss das hier zu einem Ende kommen! Eigentlich wollte Tina nachher noch einen Film schauen. Irgendwie komisch, wenn sie Indiana Jones anmacht, dann ist die Spinne eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Schlachtgewicht
##              Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## Flüssignahrung    3 256.99  128.496   8.7139 0.001429
## Elterlinie         1   0.39    0.385   0.0261 0.872941
## Flüssignahrung:Elterlinie 3 574.01 287.006 19.4633 9.474e-06
## Residuals        24 353.90   14.746
```

Leider kennt sich Tina mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung für beide Faktoren separat! **(2 Punkte)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesenpaare für beide Faktoren separat! **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**

## 81. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Interaktion in der zweifaktoriellen ANOVA** 'Mit der zweifaktoriellen ANOVA lässt sich die Interaktion zwischen den beiden Behandlungen nachweisen!', ihr Betreuer scheint die zweifaktoriellen ANOVA zu verstehen. Warum jetzt sie jetzt nochmal alles wiederkauen muss, wird Yuki echt nicht so klar. Wenn es doch so klar ist? Yuki war im Emsland und hatte dort ein Stallexperiment mit Lamas durchgeführt. Die Komune wo sie untergekommen war, war cool gewesen. Nur jetzt muss eben das Experiment fertig ausgewertet werden. Es liegt anscheinend eine signifikante Interaktion vor? Yuki hatte zwei Behandlungen auf Lamas angewendet. Einmal Genotypen (AA, AB und BB) sowie als zweite Behandlung Flüssignahrung (*ctrl* und *fIOW*). Gemessen wurde der Messwert (Y) Schlachtgewicht [kg]. Jetzt muss das hier zu einem Ende kommen! Eigentlich wollte Yuki nachher noch einen Film schauen. Das Verrückte ist, dass das Minischwein Matrix wirklich liebt. Das ist Yuki sehr recht, denn sie braucht Entspannung.

Leider kennen sich Yuki und ihr Betreuer mit der zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Interpretation einer Interaktion. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe, sonst wird es heute Abend mit seinem Hobby Orchideen nichts mehr!

1. Visualisieren Sie folgende mögliche Interaktionen zwischen den Behandlungen! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
  - a) Keine Interaktion liegt vor.
  - b) Eine schwache Interaktion liegt vor.
  - c) Eine starke Interaktion liegt vor.
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den verschiedenen Interaktionen! **(2 Punkte)**
3. Welche statistische Maßzahl betrachten Sie für die Bewertung der Interaktion? **(1 Punkt)**
4. Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in R für eine Post-hoc Analyse! **(2 Punkte)**
5. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen? Berücksichtigen Sie auch die Funktion `emmeans()`! **(2 Punkte)**

# Teil VI.

## Multiple Gruppenvergleiche

### 82. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Adjustierung multipler Vergleiche** In ein Freilandversuch mit Erdbeeren wurde die Behandlung Bewässerungstypen (*none*, *ctrl*, *low*, *mid* und *high*) gegen die Ergebnisse einer früheren Studie von Almar et al. (2012) verglichen. Im Rahmen des Experiments haben Tina und Alex verschiedene Student t-Tests für den Mittelwertsvergleich für den Messwert Proteingehalt [g/kg] gerechnet. Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Almar et al. (2012). Jetzt sollen die beiden einmal schauen, was in den Daten so drin ist.

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.0200		
0.0120		
0.7600		
0.0800		
0.0012		

Leider kennen sich Tina und Alex mit der Adjustierung von  $p$ -Werten und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die Spalte *Adjustierte p-Werte* nach der Bonferoni-Methode aus! **(2 Punkte)**
4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der  $p$ -Werte das Signifikanzniveau  $\alpha$  adjustieren? **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie warum die  $p$ -Werte oder das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! **(2 Punkte)**
7. Welche Adjustierung wird im Allgemeinen vorgezogen? Die Adjustierung der  $p$ -Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus  $\alpha$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

### 83. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Visualisierung des Compact Letter Displays (CLD)** Alex hatte in seinem Projektbericht einen Versuch in einer Klimakammer durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat er sich mit Spargel beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Alex das Thema dann doch nicht. Hat er sich doch mit Lüftungssysteme (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*) und Proteingehalt [g/kg] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach seiner Betreuerin soll er nun ein CLD bestimmen. Weder weiß er was ein CLD ist, noch war sein erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig...

Behandlung	Compact letter display
ctrl	A
storm	C
thunder	B
tornado	B

Leider kennen sich Alex mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich anhand des *Compact letter display (CLD)* ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den Barplots! **(1 Punkt)**
5. Erklären Sie *einen* Vorteil und *einen* Nachteil des *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**
6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## 84. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand von t-Tests** Jessica sitzt schon etwas länger bei ihr Betreuer. So langsam macht Jessica sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Jessica hatte in ihre Abschlussarbeit ein Gewächshausexperiment durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Jessica will fertig werden. Hat sie sich doch mit Lüftungssysteme (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*) und Proteingehalt [g/kg] schon eine Menge angeschaut. Jessica beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss... 'Wir müssen als erstes die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren!', hört Jessica noch aus der Ferne bevor sie einnickt.

Lüftungssysteme	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	9	9.47	1.70
storm	8	15.34	1.60
thunder	7	15.71	2.56
tornado	8	15.81	2.17

Leider kennen sich Jessica mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Matrix der  $p$ -Werte anhand von Student t-Tests! Nutzen Sie hierfür ein globales  $s_p$  sowie eine gemittelte Fallzahl  $n$  für die Berechnung der Teststatistik! Nehmen Sie einen kritischen Wert  $T_{\alpha=5\%}$  von 1.96 an! **(4 Punkte)**
5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
6. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)* für Jessica! **(1 Punkt)**

## Teil VII.

# Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

### 85. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Den Chi-Quadrat-Test berechnen** Am Ende war es für Yuki in ihrer Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doof, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Dann noch schnell London Grammar auf das Ohr und los gehts. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihre Betreuerin gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Yuki hatte sich in ein Kreuzungsexperiment  $n = 128$  Beobachtungen von Lamas angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung *Automatische Fütterung* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Gewichtszuwachs erreicht* [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Yuki mal schauen, wie sie das jetzt rechnet. Eigentlich wollte Yuki nachher noch zum Sport. Einfach mal raus um zu Boldern. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Yuki.

	56	21	
	13	38	

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! **(2 Punkte)**
5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi^2_{\alpha=5\%} = 3.83$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie in einer Abbildung die  $\chi^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\chi^2_{\alpha=5\%}$  und  $\chi^2_D$  in der Abbildung! Beachten Sie folgenden Informationen zur  $\chi^2$ -Verteilung. Die  $\chi^2$ -Verteilung hat ein Maxima bei  $\chi^2 = 4$  sowie ein Minima bei  $\chi^2 = 9$ . **(2 Punkte)**



## 86. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Den Chi-Quadrat-Test in einem Fragebogen berechnen** Nilufar hatte sich gleich von Beginn an in ihrer Abschlussarbeit für eine Umfrage im Marketing interessiert. Jetzt geht es um den Haupt- und Nebenerwerb von Erlebnishöfen in Norddeutschland. Viele Höfe haben angefangen auch Großkatzen zu halten, damit mehr Kunden auf die Höfe kommen. Für den Verband der Großkatzenbesitzer e.V. möchte sie nun einen Fragebogen zur Zukunftsfähigkeit Schritt für Schritt auswerten. Dabei teilt sie zuerst die Antwortenden in die beiden Gruppen 'Höfe mit Großkatzen [ja]' und 'Höfe mit Großkatzen [nein]' ein. Daraufhin möchte sie für folgende Frage *f4verband* einmal auswerten, ob es einen Unterschied zwischen den beiden Höfen mit oder ohne Großkatzen gibt.

*Sehen Sie die Haltung von Großkatzen als eine kulturelle Bereicherung?*

Nilufar kratzt sich an ihrem Kopf. Wie soll man eine Tabelle mit so vielen Zahlen sinnvoll auswerten? Schnell noch ein paar Takis Blue Heat einwerfen und los gehts!

<i>f4verband</i>	trifft gar nicht zu	trifft nicht zu	weder noch	trifft zu	trifft voll zu	
ja	3	8	12	21	11	
nein	2	11	29	21	11	

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test auf einer Frage in einem Fragebogen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die Teststatistik  $\chi_D^2$  eines Chi-Quadrat-Test! *Ignorieren Sie Zellbelegungen kleiner gleich fünf in der Berechnung von  $\chi_D^2$ !* **(2 Punkte)**
4. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi_{\alpha=5\%}^2 = 11.56$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Visualisieren Sie die 2x5 Kreuztabelle *ohne* die Berücksichtigung der Antwortkategorie 'weder noch'! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V* auf der 2x5 Kreuztabelle! **(1 Punkt)**
7. Interpretieren Sie den berechneten Effektschätzer *Cramers V* unter Berücksichtigung der Fragestellung! **(1 Punkt)**

## 87. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Den Chi-Quadrat-Test mit Effektmaß berechnen** Am Ende war es für Nilufar in ihrer Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doof, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Dann noch schnell Deichkind auf das Ohr und los gehts. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihr Betreuer gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Nilufar hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer  $n = 128$  Beobachtungen von Maiss angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung *Mechanische Bearbeitung [ja/nein]* bestimmt und zum anderen die Variable *Chlorophyllgehalt unter Zielwert [ja/nein]* ermittelt. Jetzt muss Nilufar mal schauen, wie sie das jetzt rechnet. Eigentlich wollte Nilufar nachher noch zum Sport. Nilufar will später nochmal raus um zu Kicken. Druck ablassen, dass muss sie auch.

	56	21	
	13	38	

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! **(2 Punkte)**
4. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi^2_{\alpha=5\%} = 6.21$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V* auf der 2x2 Kreuztabelle! **(1 Punkt)**
6. Welchen Wertebereich kann der Effektschätzer *Cramers V* annehmen? Wann liegt kein Effekt und wann ein starker Effekt vor? **(2 Punkte)**
7. Interpretieren Sie den berechneten Effektschätzer *Cramers V* unter Berücksichtigung der Fragestellung! **(1 Punkt)**

## 88. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik



**Den Chi-Quadrat-Test konzeptionell verstehen** Am Ende hätte Mark dann doch einen normalverteilten Endpunkt in seiner Hausarbeit nehmen sollen. Dann noch schnell Marzipankugeln zur Stärkung und los gehts. Vor ihm liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in [R](#) so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft er das was bei den Daten rausgekommen ist. Gezählt hat Mark einiges mit  $n = 141$  Beobachtungen von Milchvieh. Zum einen hat er als Behandlung *Klimakontrolle* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Schlachtgewicht im Zielbereich* [ja/nein] ermittelt. Nun möchte sein Betreuer gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Am Ende des Tages möchte er dann noch sein Hobby Geocaching genießen. Das muss auch mal sein!

			85
			56
	86	55	141

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? **(2 Punkte)**

## Teil VIII.

# Lineare Regression & Korrelation

### 89. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen



**Visualisierung der linearen Regression** 'Hä? Hatten wir das als Aufgabe nicht schon mal, das wir aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung bauen sollten?', fragt Nilufar. Tina schaut fragend zurück. 'Kann mich wie immer an nichts erinnern. Können wir trotzdem jetzt erstmal die Daten auswerten? Columbo?', antwortet Tina leicht angespannt. Die beiden hatten ein Stallexperiment im Wendland mit Milchvieh durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d] und Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*

Durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d]	Gewichtszuwachs in der 1LW
22.9	36.5
23.1	36.0
32.7	42.6
23.1	36.5
19.9	36.3
29.1	42.4
22.1	35.7
25.4	36.6
19.1	27.3

Leider kennen sich Nilufar und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze der Methodik an ausgewählten Punkten! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? *Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden!* **(1 Punkt)**

## 90. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen



**Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression** 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Steffen. 'Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Jessica. Steffen atmet schwer ein und starrt auf die R-Ausgabe der Funktion `lm()`. Die beiden hatten ein Gewächshausexperiment im Emsland mit Spargel durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Regenwurmdichte [Anzahl/l] und Proteingehalt [g/kg]. Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  hatten die beiden mit 0.9 bestimmt. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in R gemacht, aber wie soll das jetzt gehen?

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	-1.81	1.94		
Durchschnittliche Regenwurmdichte	1.88	0.20		

Leider kennen sich Steffen und Jessica mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in R überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! **(1 Punkt)**
3. Erstellen Sie eine Visualisierung der `lm()`-Ausgabe. *Beachten Sie die Informationen zum Bestimmtheitsmaß  $R^2$  aus dem Aufgabentext!* Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der `lm()`-Ausgabe! **(2 Punkte)**
5. Ergänzen Sie die t-Statistik in der `lm()`-Ausgabe! **(2 Punkte)**
6. Ergänzen Sie den  $p$ -Wert in der `lm()`-Ausgabe mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$ ! **(2 Punkte)**
7. Interpretieren Sie den  $p$ -Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(1 Punkt)**
8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(1 Punkt)**

## 91. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression in R** 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Paula. 'Ich sehe nur Kauderwelsch und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen? Und warum überhaupt? War das unsere Fragestellung?', fragt Alex. Paula atmet schwer ein und starrt auf die R-Ausgabe der Funktion `lm()`. Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment im Oldenburger Land mit Zandern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Bewegungsscore [Movement/h] und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt will die Betreuung von den beiden die Interpretierung der Daten in Form einer linearen Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in R gemacht, aber wie soll das jetzt gehen? Das mit der Interpretation?

```
##
## Call:
## Fettgehalt ~ Durchschnittlicher_Bewegungsscore
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.5950  -0.9928   0.1323   1.0976   2.1768
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      1.0912     1.6433   0.664   0.511
## Durchschnittlicher_Bewegungsscore  2.5951     0.1604  16.180 <2e-16
##
## Residual standard error: 1.308 on 39 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8703, Adjusted R-squared:  0.867
## F-statistic: 261.8 on 1 and 39 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Leider kennen sich Paula und Alex mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in R überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die  $p$ -Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! **(2 Punkte)**
5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie *kurz* den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert aus? **(2 Punkte)**

## 92. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Interpretation der Ergebnisse einer Korrelationsanalyse in R** 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen...', denkt Nilufar. 'Ich sehe nur Kauderwelsch und keine Punkte. Ich glaube das war jetzt doch eine Korrelation, die ich rechnen sollte. Und warum überhaupt? War das unsere Fragestellung?', denkt sich Nilufar. Nilufar atmet schwer ein und starrt auf die R Ausgabe der Funktion `cor.test()`. Das hilft alles nur begrenzt. Das Verrückte ist, dass das Huhn Star Trek wirklich liebt. Das ist Nilufar sehr recht, denn sie braucht Entspannung. Nilufar hatte einen Versuch in einer Klimakammer im Oldenburger Land mit Erbsen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Anteil an Ton [%/l] und Proteingehalt [g/kg]. Jetzt will die Betreuung von ihr die Interpretierung der Daten in Form einer Korrelation berechnet bekommen. Das hat Nilufar in R gemacht, aber wie soll das jetzt gehen? Das mit der Interpretation? Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Erwartung gewesen. Ein leidiges Lied.

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: Durchschnittlicher Anteil and Proteingehalt
## t = 0.15875, df = 8, p-value = 0.8778
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.5945665 0.6622964
## sample estimates:
##      cor
## 0.05603778
```

Leider kennt sich Nilufar mit der Korrelationsanalyse in R überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! **(2 Punkte)**
5. Interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**

### 93. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



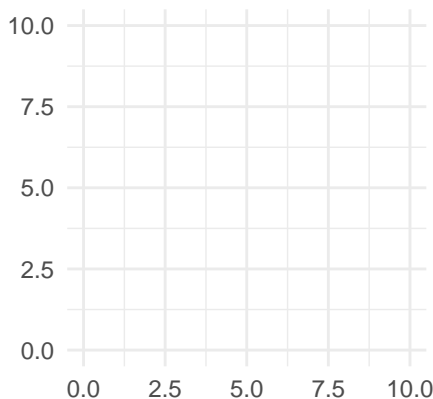
Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Visualisierung der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Das Verrückte ist, dass die Katze Alien wirklich liebt. Das ist Alex sehr recht, denn er braucht Entspannung. Da hilft dann die Aufgabe auch nur bedingt. 'Hm..., drei leere Abbildungen. Was soll ich da jetzt machen?', fragt sich Alex und mampft noch ein paar Gummibärchen in sich hinein. Alex kennt sich nur begrenzt bis gar nicht mit der linearen Regression und Korrelation aus.

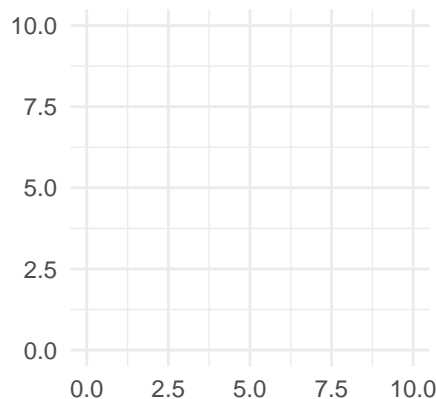
Pearsons  $\rho = 0$

$R^2 = 0.5$



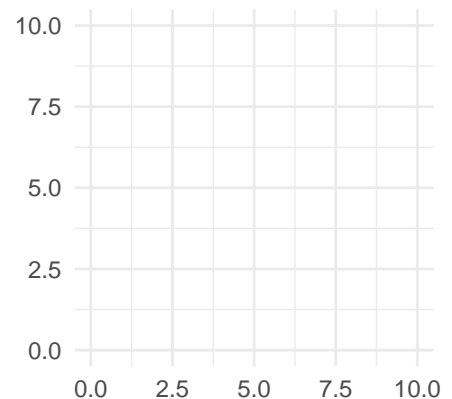
Pearsons  $\rho = -0.5$

$R^2 = 0.75$



Pearsons  $\rho = -0.25$

$R^2 = 0.25$



Leider kennt sich Alex mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie für die  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie für die  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktwolke um die Gerade! **(3 Punkte)**
3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! **(2 Punkte)**
4. Interpretieren Sie die  $R^2$ -Werte für die jeweilige Gerade! **(2 Punkte)**
5. Warum müssen Sie ein  $R^2$ -Wert berechnen, wenn Sie die einfachere Möglichkeit der visuellen Überprüfung haben? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 94. Aufgabe

(12 Punkte)

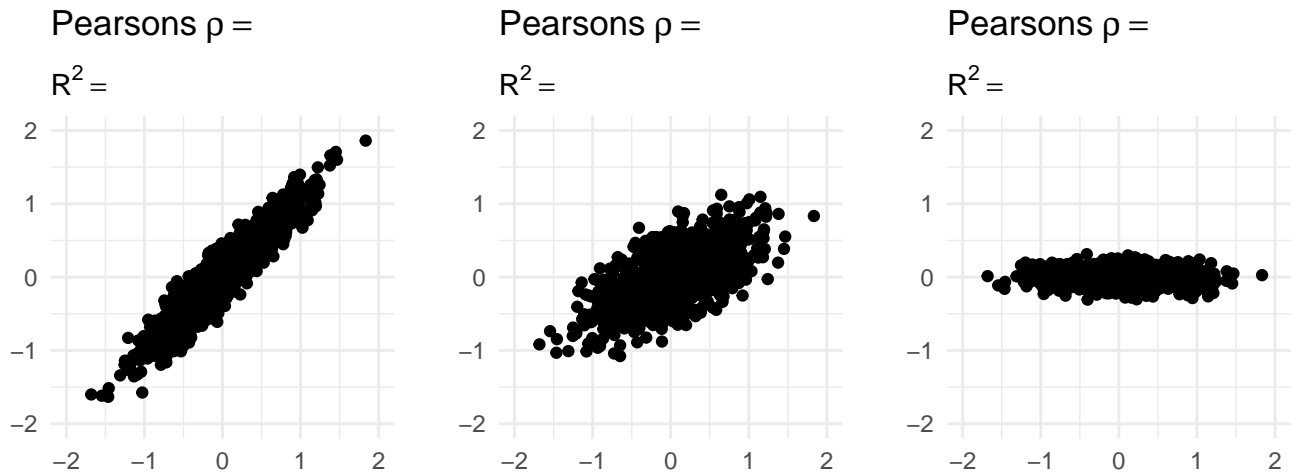
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Mathematik & Statistik für Bioverfahrenstechnik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Schätzen der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Heute hat leider Alex Lerngruppe keine Zeit, so dass dann Alex alles hier alleine machen muss. Das ist schon recht nervig. Alex versteht nicht viel von  $p$ -Werten oder gar  $R^2$ -Werten. Geschweige denn hat er eine Idee, wie er die Werte abschätzen sollte. Müde dreht er Abba auf und lässt sich in Gedanken treiben. Gestern war er viel zu lange auf.



Leider kennt sich Alex mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

1. Schätzen Sie die  $p$ -Werte in den Abbildungen! **(2 Punkte)**
2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in den Abbildungen! **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die  $R^2$ -Werte für die jeweilige Gerade! **(2 Punkte)**
4. Was ist der optimale  $R^2$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
5. Was ist der optimale  $p$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie die Aussage "*Correlation does not imply causation!*" an einem Beispiel! **(2 Punkte)**

## 95. Aufgabe

(12 Punkte)


Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Biostatistik



**Visualisierung des Regressionskreuzes** Mark hat ein Kreuzungsexperiment mit Hühnern durchgeführt. Soweit so gut. Dann war er bei seiner Betreuerin. Leider war der Schritt nicht so hilfreich. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Unsicherheit gewesen. Ein leidiges Lied. Aber es muss ja weitergehen. Mark hatte dann in seiner Abschlussarbeit einfach zu viele Endpunkte gemessen und ist jetzt vollkommen durcheinander, welche Analyse er nun wie rechnen soll. Naja, dann heißt es jetzt eben Andrea Berg aufdrehen und darüber nachdenken, was hier eigentlich gemacht wurde. Mark fängt einfach an und nimmt den ersten Endpunkt Anzahl dunkle Pigmentstörungen. Dann kann er sich voran arbeiten. Später dann noch raus um zu Reiten um mal zu entspannen und vielleicht ist Alex auch da. Wäre toll.

Leider kennt sich Mark mit dem Kontext der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie die Zeile des Regressionskreuzes für den Endpunkt mit drei Feldern! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die entsprechenden statistische Methoden zur Analyse in jedem Feld! **(2 Punkte)**
4. Formulieren Sie die Nullhypothese für die statistische Methode in jedem Feld! **(2 Punkte)**
5. Ergänzen Sie die entsprechenden Funktionen in  zur Analyse in jedem Feld! **(2 Punkte)**
6. Welchen Effekt erhalten Sie in jedem Feld? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**

# Teil IX.

## Experimentelles Design

### 96. Aufgabe

(16 Punkte)

Inhalt folgender Module: Angewandte Statistik und Versuchswesen • Biostatistik



**Einfache experimentelle Designs** Das Minischwein macht mal wieder Randalen in Yukis Zimmer und rennt davon! Tina und Alex sind bei Yuki in der Uckermark wo der neue, bessere Versuch stattfinden soll. Dabei soll in einem Stallexperiment in der Uckermark mit Milchvieh durchgeführt werden. Auf dem Tisch stapeln sich Reese's Peanut Butter Cups aus Vollkorndinkelmehl. Eine Spezialität der Komune hier. Tina hasst Vollkorn wie Gummibärchen geliebt werden. In dem neuen Versuch geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Bestandsdichte (*standard, eng, weit und kontakt*) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg]. Immerhin ist der Messwert normalverteilt, was einiges einfacher macht. Was es nicht so einfacher macht ist, dass Alex als zusätzliche Herausforderung noch die Gefälligkeit mitgebracht hat. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Randomized complete block design (RCBD) mit zwei Blöcken*. 'Naja, so viel einfacher ist es dann doch nicht...', merkt Alex an und sucht das Minischwein.

Leider kennen sich Yuki, Tina und Alex mit dem *Randomized complete block design (RCBD) mit zwei Blöcken* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!


1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in ! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in ! **(3 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 97. Aufgabe




(20 Punkte)

Inhalt folgender Module: Biostatistik



**Fortgeschrittene experimentelle Designs** Yuki und Paula sind bei Mark um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Andrea Berg. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Substrattypen (*torf*, *40p60n*, *30p20n* und *70p30n*) sowie Bewässerungstypen (*ctrl*, und *high*) sowie vier Blöcken und dem Messwert Frischegewicht [kg/ha] in Maiss. Der Versuch soll in einem Freilandversuch in der Uckermark durchgeführt werden. Nach der Dozentin ist der Messwert Frischegewicht [kg/ha] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Mark ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Strip plot design* oder auch *Streifenanlage* mit Berücksichtigung einer Interaktion. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Paula schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter. Alle mampfen Marzipankugeln.

Leider kennen sich Mark, Yuki und Paula mit dem *Strip plot design* oder auch *Streifenanlage* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in ! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in ! **(4 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(3 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

# Teil X.

## Forschendes Lernen

### 98. Aufgabe

(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Biostatistik





Die folgende Aufgabe basiert auf einer der zwei folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der beiden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

- Sánchez, M., et al. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. *Scientia Horticulturae*, 304, 111320. [\[Link\]](#)
- Wu, G., et al. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. *The Journal of Nutrition*, 134(10), 2783S-2790S. [\[Link\]](#)

In der Prüfung erhalten Sie keinen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Die Veröffentlichungen werden als bekannt in der Prüfung vorgelegt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen auf Ihrem Spickzettel gemacht.

**Zerforschen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung** Tina hält die wissenschaftliche Veröffentlichung Wu, G., et al. (2004). *Arginine nutrition in neonatal pigs* unter einem Schnaufen in die Luft. 'Worum geht es denn eigentlich in dieser Arbeit?', fragt sie stirnrunzelnd und wirft die Arme in die Luft, da hilft dann auch nicht mehr die beruhigende Wirkung von Tocotronic. Tina soll die Veröffentlichung nutzen um das eigene Experiment zu planen. Als eine Vorlage sozusagen. Daher möchte ihre Betreuerin, dass sie einmal die Veröffentlichung sinnvoll zusammenfasst. Das sollte dann doch etwas aufwendiger werden. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit ihrem Hobby Astronomie. Die Spinne schaut mitleidig.

Leider kennt sich Tina mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)<sup>3</sup> **(4 Punkte)**
2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! **(1 Punkt)**
5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifikanz für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! **(1 Punkt)**
8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in  für eine ausgewählte Abbildung! **(2 Punkte)**
9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wissenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**

<sup>3</sup>Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

## 99. Aufgabe

(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Biostatistik



**Zerforschen eines wissenschaftlichen Datensatzes** Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte sein Betreuer, dass Jonas einmal die wissenschaftlichen Daten *in der Tabelle 1* sinnvoll zusammenfasst. Insgesamt wurden  $n$  Beobachtungen erhoben. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Jonas hätte dann schon eine Vorlage um die eigenen erhobenen Daten in eine Tabelle eintragen zu können. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn als er in seinen Laptop starrt. Dabei isst er noch ein paar Snickers. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit Mission Impossible.

$f_1$	$f_2$	$x_1$	$y_1$	$y_2$
<	<	<	<	<
>	>	>	>	>
1	1	2.3	10.1	0
1	1	4.1	13.1	0
1	1	5.7	16.5	1
1	1	3.4	14.6	0
1	2	2.8	12.1	1
1	2	6.1	13.4	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
3	2	1.9	9.6	0

Jonas füllt sich mit der Analyse der Daten in der Tabelle 1 überfordert. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

Beantworten Sie die folgenden Fragen anhand eines selbst gewählten Beispiels!

### Allgemeiner Aufgabenteil

1. Ergänzen Sie die Eigenschaften der Spalten in der Form eines tibbles! **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie zwei übergeordnete Analysebereiche der Statistik! Nutzen Sie hierfür die Variablennamen der obigen Datentabelle. Beschriften Sie die Abbildungen! **(4 Punkte)**
3. Formulieren Sie zwei mögliche wissenschaftliche Fragestellungen in Form einer PowerPoint Folie aus der obigen Datentabelle! **(2 Punkte)**

### Spezieller Aufgabenteil für die Variablen $x_1$ und $y_1$

4. In welchen der übergeordneten Analysebereiche der Statistik gehört die Auswertung Ihres Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie eine beispielhafte Abbildung für Ihren Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
6. Erstellen Sie das statistische Modell in der in R üblichen Schreibweise! **(1 Punkt)**
7. Skizzieren Sie die Datenanalyse für Ihren Endpunkt! **(4 Punkte)**
8. Auf welche Eigenschaften der Daten müssen Sie für Ihre statistische Analyse im Besonderen achten? **(2 Punkte)**
9. Welche statistische Maßzahl können Sie aus Ihrer Datenanalyse berichten? **(1 Punkt)**

# Teil XI.

## Mathematik

### 100. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Die Lerngruppe *Die Kühe auf dem Deich* bestehend aus Jonas, Tina, Paula und Jessica waren auf Exkursion in Brandenburg und haben dort Folgendes erarbeitet. Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>4</sup>. Jetzt wollen die vier herausfinden: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Helfen Sie der Lerngruppe *Die Kühe auf dem Deich* bei der Beantwortung der Forschungsfrage! Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von  $0.9\text{mm}$  pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von  $10.5\text{m}$  in Bruthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser in  $m$  der Eiche im Jahr 1840 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von  $180\text{cm}$ , eine Breite von  $80\text{cm}$  sowie eine Länge von  $230\text{cm}$ .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $\text{m}^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mitblutiger Nase* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in  $\text{cm}$ ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von  $30\text{cm}$  bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

<sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: [Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald](#)

## 101. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Von Töpfen auf Tischen** Die Projektgruppe I bestehend aus Nilufar, Paula, Jessica und Alex hat sich zusammengefunden um den ersten Versuch zu planen. In einem Experiment wollen sie die Wuchshöhe von 180 Stockrosen bestimmen. Bevor die Vier überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen muss die Projektgruppe die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus auf rechteckigen Tischen platzieren. Die schmale Tischseite fast ohne Randpflanzen 6 Pflanzen. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8cm und eine Höhe von 9cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 270 EUR.

Helfen Sie der Projektgruppe I bei der Planung des Versuches!

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *drei* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die benötigte **(a)** Pflanztopffläche in  $m^2$  sowie die **(b)** Tischfläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen am Anfang der Keimungsphase! **(4 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter  $l$ , die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**



## 102. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Solar- & Biogasanlagen** Jessica bringt ein neues, tolles Projekt mit in die Lerngruppe *Sinnlos im Studium* bestehend aus ihr, Yuki, Jonas sowie Tina. Um die Energiekosten ihres Betriebes zu senken, will sie eine Solaranlage auf den Hühnerstall montieren lassen. Dafür hat sie ihren Stall ausgemessen und findet folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_v$  von  $6.5m$ . Die hintere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_b$  von  $8.5m$ . Der Hühnerstall hat eine Tiefe  $t$  von  $12m$  und eine Breite  $b$  von  $70m$ . 'Sag mal Jessica, ist das eine Mathe-aufgabe oder rechnen wir hier gerade für dich kostenlos als menschliche Computer Sachen für deinen Betrieb?', fragt Jonas mit erhobenen Augenbrauen. Tina und Yuki nicken zustimmend.

Wenn die Lerngruppe nicht will, dann müssen Sie bei der Planung helfen!

1. Skizzieren Sie den Hühnerstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_v$ ,  $h_b$ , die Tiefe  $t$  und die Breite  $b$  des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Hühnerstall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls plant Jessica eine neue Biogasanlage für ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius  $r$  von  $1.5m$ . Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Das Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal  $10t$  aushalten bevor der Tank wegbricht. Jessica rechnet eine Sicherheitstoleranz von 25% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^\circ C$  eine Dichte von  $220kg/m^3$ . Bei  $-100^\circ C$  hat Methan eine Dichte von  $270kg/m^3$ . Jessica betreibt ihre Anlage bei  $-92^\circ C$ .

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in dem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  in den Methantank gefüllt werden können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  in  $m$  für den gefüllten Methantank mit dem Radius  $r$ , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

## 103. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** “Sind Sie ein Riesenfaultier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?”, spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von Mark. “Wieso?”, entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Rewe über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>5</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von Mark?

1. Wenn 7 Blaubeerschalen 11.13 Euro kosten, wie viel kosten 10 Schalen? **(2 Punkte)**
2. Wenn Sie die 10 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 2.89 EUR können Sie sich dann noch für 100 EUR leisten? **(1 Punkt)**

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Rewe über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 180l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 100 - 115g.
  - Ein Kilo Salat benötigt 120l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 280 - 530g.
  - Ein Kilo Avocado benötigt 1100l Wasser. Eine Avocado wiegt 150 - 400g.
  - Ein Kilo Blaubeeren benötigt 830l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.3 - 3.7g.
3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! **(3 Punkte)**

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2024 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $7.7 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 7.2%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 22.1% auf  $2 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Hektoliter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2023 exportiert? **(2 Punkte)**

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur ein Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 48 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine und 8 - 17 Liter pro Spülmaschinenlauf.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? **(1 Punkt)**

Das alles hätten Sie nicht von Mark erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Datenquelle* im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

<sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: “Bis zum letzten Tropfen” in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und “Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?” in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

## 104. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_p = 1.7 \times 10e-15$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10e-11$

**Die Dampfnudelerde** “Was für einen Unsinn!”, rufen Sie. Jetzt haben Sie auf Empfehlung von von Paula kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 67 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde *heutzutage* so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.-18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>6</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung  $g$  der Erde *heutzutage* einen Wert von  $9.78 \text{ m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.235 \times 10^4 \text{ km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.86 \text{ g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden asiatischen Elefanten liegt bei 3t bis 5t und das Gewicht von einem Brachiosaurus bei bis zu 30t.

1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 67 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 67 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  auf Elefant und Dinosaurier! **(1 Punkt)**
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! **(2 Punkte)**
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 67 Millionen Jahren! **(2 Punkte)**
2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! **(1 Punkt)**

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.01 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.5 \times 10^8 \text{ km}$  angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 84% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von  $1.02 \text{ g/mol}$ , 11% Heliumkernen mit  $4.11 \text{ g/mol}$  sowie 5% weiteren Atomkernen mit  $89.32 \text{ g/mol}$ . Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen  $0.4$  bis  $100$  Teilchen  $\text{cm}^{-3}$  pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von  $8 \text{ cm}^{-3}$  pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

3. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! **(2 Punkte)**

<sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

## 105. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**'Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?'** Man hört schon häufig vieles Geschnatter von höflichen Enten in Mastställen. Enge ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen Tina, Nilufar, Mark und Yuki aber als vorsorgliche Enten-Halter:innen nicht<sup>7</sup>. Gemeinsam sind die Vier in einer Projektgruppe gelandet. Betrachten wir also gemeinsam einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Enten für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^n (A_i \times PB_i) \quad A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$$

mit

- $SA$  dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten  $i$ .
- $A_i$  dem benötigten Platz für ein Verhalten  $i$ .
- $PB_i$  dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens  $i$ .
- $r_i$  dem Radius Ente plus dem benötigten Radius für das Verhalten  $i$ .
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten  $i$ .
- $i$  dem Verhalten: (1) drinking/eating, (2) preening, (3) dustbathing und (4) wing/leg stretching.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten  $i$  aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jacobs et al. (2019)
drinking/eating	33cm; 33cm; 0.5%	36cm; 29cm; 1.2%	8cm; 34cm; 0.5%
preening	16cm; 42cm; 4.1%	36cm; 17cm; 8.1%	36cm; 55cm; 3.6%
dustbathing	22cm; 9cm; 6.2%	35cm; 33cm; 5.1%	31cm; 25cm; 1.2%
wing/leg stretching	33cm; 21cm; 12.8%	17cm; 29cm; 18.1%	25cm; 11cm; 12.8%

Leider kennen sich die Vier nicht so gut mit der Berechnung aus! Daher brauchen die Vier Ihre Hilfe!

1. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Enten für ein Verhalten  $i$ . Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! **(2 Punkte)**
2. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für  $r$ ,  $R$  und  $PB$  aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! **(3 Punkte)**
3. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz  $A$  für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot  $SA$  für alle betrachteten Verhalten! **(1 Punkt)**
5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Enten in der Fläche  $A$ : „Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area  $A$ , we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ .“ Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $a$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? **(2 Punkte)**

<sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: [EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. \(2023\) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.](#)

## 106. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Nelken von den Molukken** Yuki und Steffen waren gemeinsam in Berlin und sitzen nun im IC nach Amsterdam um zurück nach Osnabrück zu fahren. 'Weißt du was ich mich frage?', entfährt es Yuki ziemlich plötzlich, so dass Steffen die Oreos aus dem Mund fallen. 'Nein, und ehrlich gesagt bin ich auch ziemlich müde...'. Das ist jetzt aber Yuki egal, denn sie möchte folgende Sachlage diskutieren. Und Yuki hat jetzt 3 Stunden Zeit. Plus Verspätung. In der Ausstellung *Europa und das Meer* im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 40 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 60 Tagen zu beklagen; nach 100 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 218 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(1 Punkt)**

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht '[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.' Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $5000\mu\text{g}/50\text{g}$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei  $120\text{mg}$  pro Tag für Männer.

3. Berechnen Sie die notwendige Menge in  $t$  an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 18 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

## 107. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Alex ist bei Paula um gemeinsam *Event Horizon – Am Rande des Universums* zu streamen. Das war jetzt nicht die beste Idee. Denn Alex kann Horror überhaupt nicht ab. Deshalb flüchtet er sich in Logik um seine Emotionen zu bändigen. Paula mampft ungerührt Smarties. Folgenden Gedankengang nutzt Alex um dem Film zu entkommen. Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{31} \text{ kg}$ . Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 2500m kollabiert, wird die Sonne 45% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. An folgende Formeln erinnert sich Alex für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Gravitationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$ <sup>8</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- $r_s$ , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- $G$ , gleich der Gravitationskonstante mit  $6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 (\text{kg} \cdot \text{s}^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir Alex bei der Ablenkung helfen und uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! **(2 Punkte)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius  $r$  des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! Erstellen Sie dafür eine Datentabelle mit fünf Werten für den Radius  $r$ ! **(3 Punkte)**

<sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: [Event Horizon – Am Rande des Universums](#)

## 108. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



Stichworte: Great filter • SETI • WOW-Signal • 5-Sigma • Voyager 1 • Voyager 2

**Das Fermi Paradoxon** Paula und Alex wandern durch den Teuteburgerwald um mal vom Studium runterzukommen. 'Kennst du eigentlich Enrico Fermi?', fragt Paula und fährt ohne die Antwort abzuwarten fort, 'Er war ein berühmter Kernphysiker! Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: »Where is everybody?«. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten?'. Alex schaut sie irritiert und interessiert an. Die beiden hat das Problem gepackt. Deshalb wollen Paula und Alex das Paradoxon mal mathematisch untersuchen! Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>9</sup>

Die beiden treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt zwei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.3587 \times 10^4 \text{ km/h}$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 500 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum zwei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 6.23 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 \text{ m/s}$  an.

1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit *einem einzigen Vervielfältigungsschritt* die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annäherungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
4. Bei einem vermuteten Alter der Erde von  $4.3 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $9 \times 10^7$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! **(2 Punkte)**

<sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: [Fermi-Paradoxon](#)

## 109. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Pyramiden bauen** Es stehen die bayrischen Pyramidentage an! Sie und Nilufar sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 71 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 51 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 38 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 38 Königsellen lang sein. Einer der Skla'angestellten hat eine Höhe der Königspyramide von 27.59m berechnet. Dem müssen Sie auf jeden Fall nachgehen. Überprüfen Sie die Berechnung! **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Königspyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 3cm dicke Torfschicht auf die Königspyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 2 Sklaven, die Ihnen und Nilufar bei dem Befüllen der Königspyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als die Sklaven von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 75% aus. In eine Schubkarre passen 100 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Königspyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Königspyramide mit einem Anstellwinkel von  $12^\circ$ ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Königspyramide in die bayrische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Königspyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Versicherungsverteter*) mit, das die Pyramide zu steil sei und somit nicht in die bayrische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Königspyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Königspyramide um  $5^\circ$  ändert! **(2 Punkte)**



## 110. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist sweet. Paula und Jessica schwingen sich auf ihre Cachermobile um mit 15km/h, geleitet von modernster Satellitentechnologie und einem Supercomputer aus dem Jahr 2000 in den Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Paula und Jessica wollen diesmal endlich die abwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von den beiden abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Paula und Jessica für die Planung der Route zu Verfügung<sup>10</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
A	GC9HV98	1.0   3.5   Normal
B	GCKY7RV	1.5   4.0   Normal
C	GCIZJNT	5.0   2.0   Normal
D	GCMN1BX	3.5   3.0   Mikro
E	GC9FT4R	3.0   1.0   Mikro

Im Weiteren sind den beiden folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\vec{AC}$  ist 3km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\vec{CB}$  mit 4.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\vec{BE}$  ist das 1.5-fache des Entfernungsvektors  $\vec{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 30° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 35° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort C Ihre Cachertour.

Leider sind die beiden sehr schlecht im Navigieren und Entfernungen ausrechnen. Die beiden brauchen Ihre Hilfe!

1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! **(5 Punkte)**
2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Terrainchallenge zurück? **(2 Punkte)**
3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für *jeden einzelnen* Cache wird durch die Funktion

$$\text{Suchzeit} = 0.2 + 0.18 \cdot \text{Schwierigkeit}$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Terrainchallenge zu erfüllen? **(3 Punkte)**

<sup>10</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: [Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche](#).

## 111. Aufgabe

(10 Punkte)

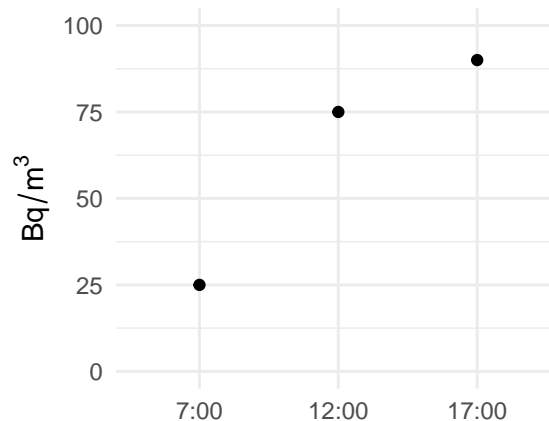
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind<sup>11</sup> vom Dorf will Nilufar das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Passt schon. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 17:00 bestimmt sie dreimal automatisch die Radonbelastung in ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>12</sup>. Leider helfen die Messwerte Nilufar überhaupt nicht weiter. Sie müssen also helfen!



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $400 Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Keller-raum erreicht haben? **(2 Punkte)**

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3,5d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

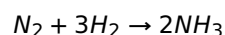
2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $400 Bq/m^3$  auf unter  $80 Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	77.1	28.1	
Sauerstoff	20.45	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.045	12.5	

3. Rechnen Sie die Volumenprozent (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! **(1 Punkt)**

Während Nilufar ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Nilufar die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Nilufar denkt darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>13</sup>:



Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm  $kg$  können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? **(2 Punkte)**
5. Wie viel Ammoniak in  $mol$  erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? **(1 Punkt)**

<sup>11</sup>Tocotronic - Electric Guitar als passende Untermauerung für diese Aufgabe.

<sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Atmende Wand](#)

<sup>13</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft](#)

## 112. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Armee der Finsternis** Der Studentenjob von Jonas war nach Ladenschluss bei Penny die Regale einzuräumen. Dabei ist Jonas in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>14</sup> in die Hände gefallen. Nun ist er ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich kann Jonas nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat ihn in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 217 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Jonas baut natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Jonas stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung. Leider wird das nicht reichen, deshalb müssen Sie hier auch noch durch Zeit und Raum helfen!

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

mit

- $m$ , gleich der Masse [kg] des Objekts
- $h$ , gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- $v$ , gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- $g$ , gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die *Bleitropfen* mit einem Gewicht von  $30mg$  zu gleichförmigen *Bleikugeln* bei einer Geschwindigkeit von  $11m/s$  bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von  $11m/s$  bilden? **(3 Punkte)**

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! **(2 Punkte)**
3. Sie messen eine Länge des Tropfens von  $3.5mm$ . Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von  $2mm$ . Welchen Durchmesser in  $mm$  haben Ihre produzierten Bleikugeln? **(3 Punkte)**

Sie haben jetzt die  $2.3 \times 10^5$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $12.63g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm  $kg$  sind die  $2.3 \times 10^5$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? **(1 Punkt)**

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1200 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall  $0.8cm$  Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

<sup>14</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

## 113. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Armee der Kaninchen** Leider hat es bei Jonas mit der Koalakuschule in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht so die beste Idee... aber dafür hat Jonas eine neue Eingebung! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: »Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!«. Daher macht Jonas jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 30 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Jonas wird stutzig und frag Sie, dem mal mathematisch nachzugehen!<sup>15</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.2 \times 10^{10} - 9 \times 10^8 \cdot 2.3^{-0.1 \cdot t + 2.4}$$

1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion *annäherungsweise* in einer Abbildung! **(1 Punkt)**
2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 12 Jahren auf dem australischen Kontinent? **(1 Punkt)**

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 14 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfaktor von 1.2 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 10 Jahren Wachstum zu durchseuchen? **(1 Punkt)**

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.9% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 30% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? **(2 Punkte)**

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Norden von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4300km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3800km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 7.3km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? *Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze!* **(2 Punkte)**

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 10\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1000 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? **(1 Punkt)**

<sup>15</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: [Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...](#)

## 114. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Uckermark. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2025. Dies sind die Abenteuer des Esels Frida und Mark. Grünes Gras unter Marks Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin er schaut. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Mark. Mark sinniert, sollte er seine weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigt Mark die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von  $200^\circ$  kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Mark sieht nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen, wenn auch Sie mitrechnen können. Also rechnen Sie beide mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.6\times$ , Februar mit  $0.8\times$  und März mit  $1.2\times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2024	0.3
01. Feb 2024	1.2
01. Mrz 2024	3.5
01. Apr 2024	6.1

1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von  $190^\circ\text{C}$  zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2024 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Marks Pink Lady Plantage werden Sie beide auf dem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit  $180\text{N}$ . Die elektrifizierten Renter bringen eine Kraft von  $140\text{N}$  auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem  $40^\circ$  Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den  $1.3\text{t}$  schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? **(1 Punkt)**

## 115. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**In der Kartonagenfabrik** Jonas, Tina, Nilufar und Steffen sitzen im Bus. Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Jonas hatte den Anderen in der Lerngruppe zu spät Bescheid gesagt. 'Was denn, bin ich eure Nanny oder was?!', entfährt es Jonas nachdem die vorwurfsvollen Blicke schon eine Weile auf ihm lasten. Also geht es eben mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren die Vier, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.7mm, 40-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen alle wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren, wenn Sie auch nochmal nach Hause wollen. Warum jetzt Sie mit dabei sind, lassen wir mal weg. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 40cm und eine Breite von 20cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge  $x$  falzen.

1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton**blatt**rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben **(1 Punkt)**
2. Berechnen Sie die Falztiefe  $x$  für ein maximales Volumen des flachen Kartons! **(3 Punkte)**
3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe  $x$ ? **(1 Punkt)**
4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel**blatt**rohlings in  $\text{cm}^2$ ? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 90m Zaun zu Verfügung. Auch hier sollen Sie mal helfen, sonst fährt der Bus Sie nicht nach Hause. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 90m Zaun bestimmen!

5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! **(1 Punkt)**

## 116. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

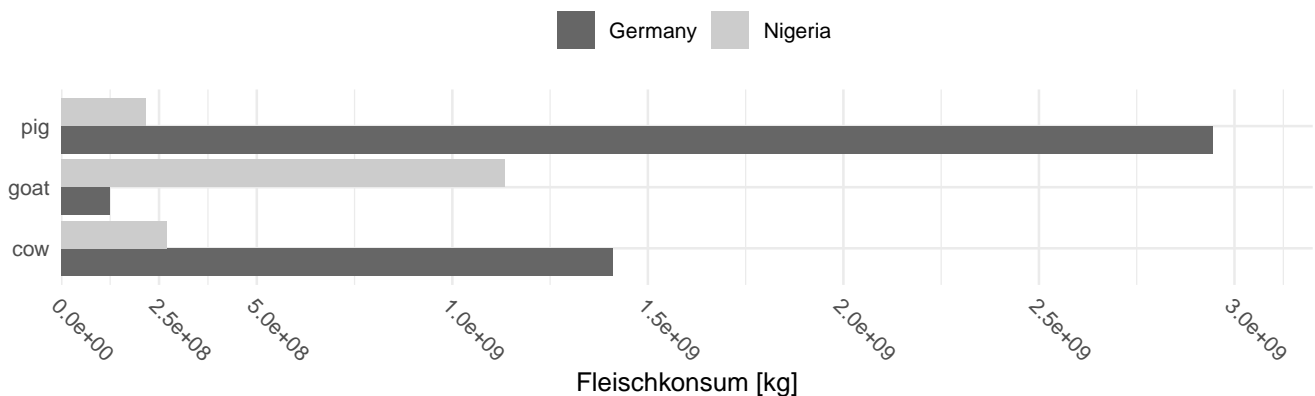


Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



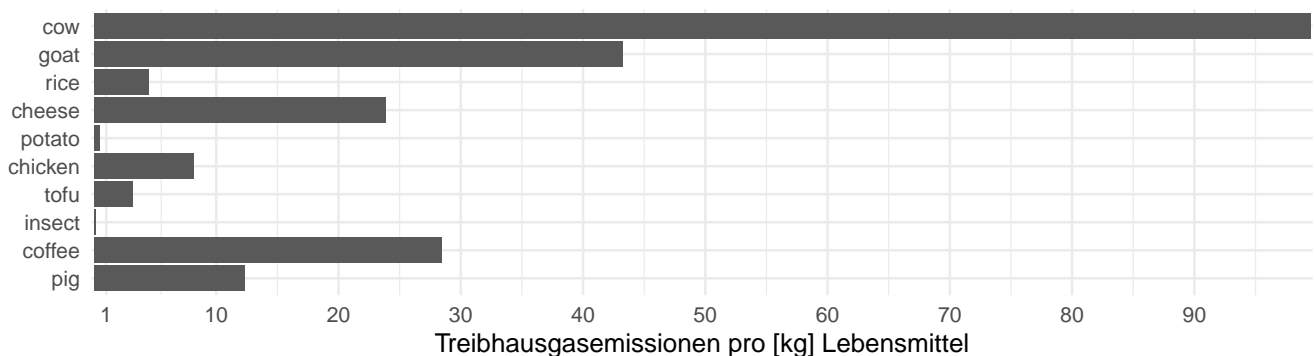
**Ein Pfund Insekten, bitte!** 'Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen<sup>16</sup>.', merkt Yuki an. Die Lerngruppe um Tina, Mark und Jonas sind bei Yuki um mal was außergewöhnliches zu essen. Um den Sinn der Nahrungsumstellung zu verdeutlichen, vergleicht Yuki einmal Deutschland mit Nigeria. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2021 leben ca.  $8.2 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.8 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen Sie und Yuki mit der Überzeugungsarbeit anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im Folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2021 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! **(1 Punkt)**

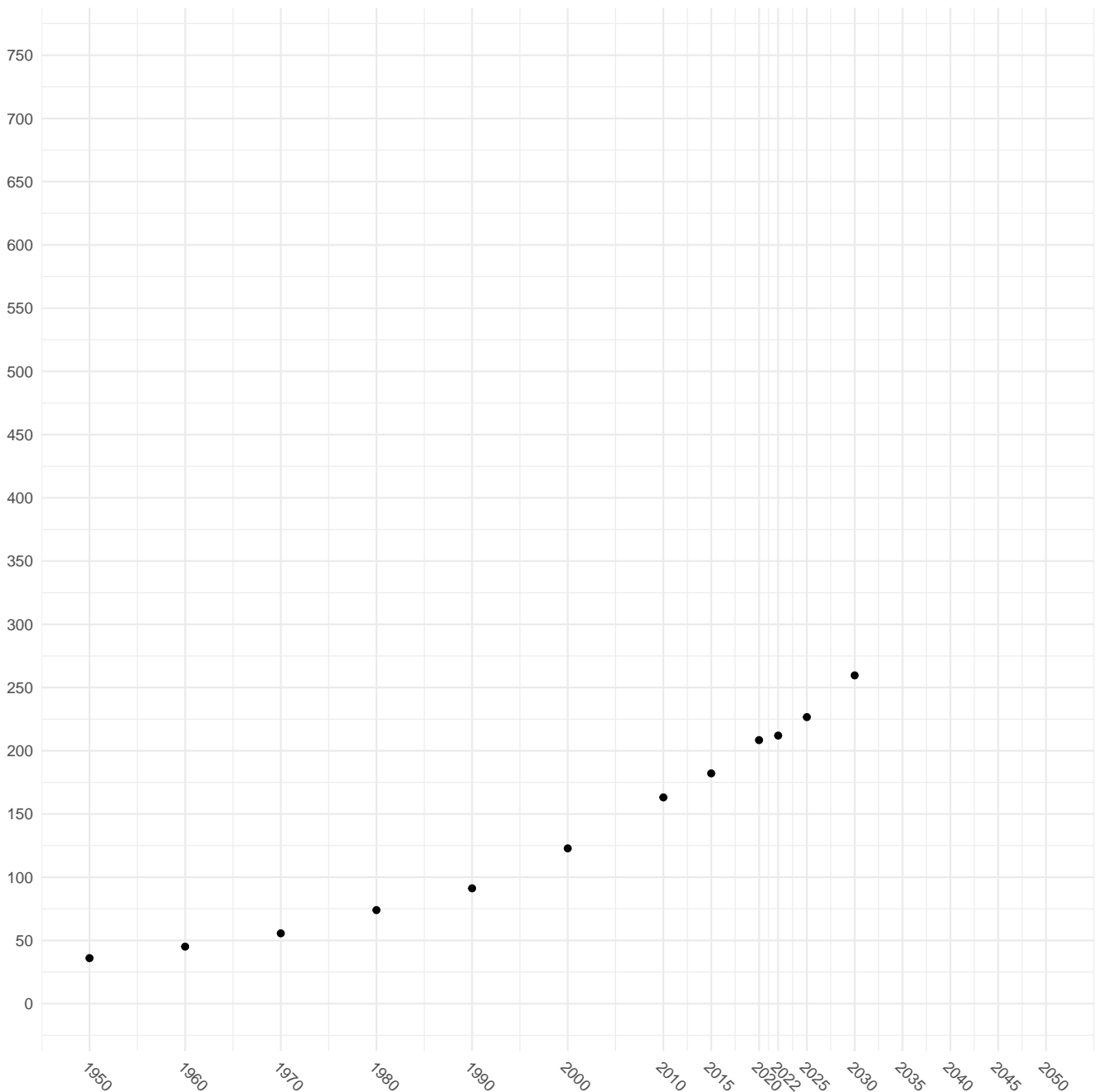
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO<sub>2</sub> pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! **(2 Punkte)**

<sup>16</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: [Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?](#)

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 80%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2021! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2021, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! **(1 Punkt)**



## 117. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



Stichworte: Immunsystem – Muskel vs. Interpol • Inzidenz • Prävalenz

**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legt Alex die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zern beiseite. Alex und Paula sind bei ihrem Augenarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken die beiden über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Alex und Paula nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den die beiden nun machen werden? Leider zu wenig. Da brauchen dann Alex und Paula mal wieder Ihre Hilfe bei der Interpretation eines diagnostischen Tests!

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.75% angenommen. In 96% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 2.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 2 \times 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>17</sup>.

1. Welche Wahrscheinlichkeit  $Pr$  wollen Sie berechnen? **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! **(1 Punkt)**
4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen  $n$  aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(1 Punkt)**

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Alex und Paula, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen beiden so noch nicht und deshalb stellen Sie für Alex und Paula den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

6. Tragen Sie  $TP$ ,  $TN$ ,  $FP$  und  $FN$  in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! **(2 Punkte)**
8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten  $Pr$  dar! **(2 Punkte)**

<sup>17</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

## 118. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Alex, Paula und Yuki sitzen bei Jessica und hören sich etwas über Network-Marketing an. Jessica ist jetzt im Network-Marketing tätig. 'Jetzt reicht es. Wir sind eine Lerngruppe und du versuchst uns hier abzuziehen!', poltert Alex und fährt fort, 'Ich erklär dir mal, wie falsch du liegst!'. Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Alex und Sie wollen hier einmal in die Untiefen des »passiven Einkommens« abtauchen und die Lerngruppe vor Schlimmeren bewahren<sup>18</sup>!

Das Jahr 2023 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Healthy Herbs Manufacture International (HeHeMan). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 15 Prozent von 280 Millionen Euro im Jahr 2022. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut HeHeMan habe das Unternehmen  $3.8 \times 10^5$  aktive Partner.

1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma HeHeMan im Jahr 2023! **(1 Punkt)**
2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2023 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? **(1 Punkt)**
3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 20%? **(1 Punkt)**

Das von Jessica zu vermarkende Produkt, hinter dem Jessica voll steht, kostet 150EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 20%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 2.5%, 1.5% und 1%. Jeder von Jessica angeworbener »Partner« wirbt wiederum fünf Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt fünf Einheiten vom Produkt verkauft. Jessica will nun 5000EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften. Kann das klappen? Sie sind zusammen mit Alex skeptisch.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! **(2 Punkte)**

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! **(3 Punkte)**

Jessica musste zum Einstieg bei HeHeMan Einheiten des Produkts für 4500EUR kaufen. Diese Einheiten kann Jessica nur direkt verkaufen. Das ganze Wohnzimmer ist voll davon. Leider musste Jessica den Kauf über einen Kredit über 5% p.a. über 72 Monate finanzieren. Sie schütteln den Kopf und klären Jessica über Zinsen auf.

6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! **(2 Punkte)**
7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? **(1 Punkt)**
8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? **(1 Punkt)**

<sup>18</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: [Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt](#) und der Artikel: [Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden](#)

## 119. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Höhlen & Drachen** Mark, Paula und Alex sitzen bei Tina nachdem sich alle begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben. Alle drei wollen jetzt einmal bei Tina *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen die Drei fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen klären damit Tina nicht so alleine ist.

In dem Spiel hat Mark nun auf einmal 5 zwölfseitige Würfel ( $5d12$ ) zum würfeln in der Hand. Wenn Mark eine 12 würfelt, hat Mark einen Erfolg.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *genau* 3 Erfolge zu erzielen! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! **(1 Punkt)**

Paula betrachtet nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Paula wird aber geholfen und muss sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei zwölfseitigen Würfeln ( $2d12$ ) als Schaden oder das Schwert mit einem sechseitigen Würfel plus 2 ( $1d6+2$ ) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(1 Punkt)**

Jetzt wird es immer wilder, da Paula und Alex sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass der Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Paula und Alex haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $A$ , der Rettungswurf ist erfolgreich, ist  $Pr(A) = 0.6$ , die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $B$ , der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist  $Pr(B) = 0.7$ . Sie haben aber mitgezählt und festgestellt, dass in 50 von 100 Fällen der Rettungswurf bei einem erfolgreichen Zauber funktioniert hat.

4. Erstellen Sie eine  $2 \times 2$  Kreuztabelle mit den Ereignissen  $A$  und  $B$  sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einem  $\Omega = 100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse  $A$  und  $B$ ! **(2 Punkte)**
5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! **(1 Punkt)**
6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der  $2 \times 2$  Kreuztabelle! **(2 Punkte)**
7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit  $Pr(A|B)$ , dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

## 120. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Inhalt folgender Module: Mathematik & Statistik



**Retrocheck im TV** Das war zu viel für Mark gestern. Die Lerngruppe mit Tina und Yuki ging viel zu lang. Während er wegdämmert, kommen in ihm seltsame Bilder hoch. 'Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!', ertönt es und Mark fragt sich, ob er nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Mark braucht das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Tina und Yuki das Team der drei Kandidaten. Mark braucht dringend Ihre Hilfe in seinen Wahnträumen. Sie gehen wie in *Interception* rein!<sup>19</sup>

Name	$P(\text{win})$	$P(\text{outbid})$
Tina	0.3	0.12
Yuki	0.1	0.02

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? **(1 Punkt)**
2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit  $P(\text{outbid})$  bei 0.076 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt mit Mark auf der Kirmes und spielen mit einem einäugigen Piraten um das große Geld. Das Glücksrad hat 20 Felder. Sie beide drehen das Glücksrad zweimal. Auf 8 Feldern gewinnen Mark und Sie 5000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse **(2 Punkte)**
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 6000EUR? **(1 Punkt)**

Im Fiebertraum von Mark reisen sie beide im Zug nach Köln um bei »Geh aufs Ganze!« mitzuspielen. Mark und Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen. Und was braucht man mehr als ein Auto in einem Fiebertraum?

6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! **(1 Punkt)**
7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(1 Punkt)**
8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(2 Punkte)**
9. Lösen Sie nun das »Ziegenproblem«! Berechnen Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

<sup>19</sup>South Park Inception Spoof – Wunderbare South Park Folge

## Teil XII.

# Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften

### (M.Sc.)

#### 121. Aufgabe

(6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

#### 122. Aufgabe

(8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_j + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- $Y_{ijkl}$ : l-te Beobachtung
- $\mu$ : Populationsmittel
- $Var_i$ : fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_j$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \leq 25$  Monate,  $EKA > 25$  Monate)
- $VarEKA_{ij}$ : fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- $V_k$ : zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} - L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

#### 123. Aufgabe

(6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.

## Teil XIII.

# Platzhalter

### 124. Hausarbeit

**(10 Punkte)**

Inhalt folgender Module: Statistik • Angewandte Statistik und Versuchswesen • Modellierung landwirtschaftlicher Daten

Teil der Prüfungsleistung in dem Modul ist eine Hausarbeit zur Datenanalyse in R.

Diese Aufgabe dient in der Klausur als Platzhalter für die erreichten Punkte in der Hausarbeit.

Zum Bestehen des Moduls ist die Abgabe des Berichts nicht notwendig.

Alle Informationen zu der Hausarbeit sowie dem Stichtag der Abgabe finden Sie auf ILIAS.

## Teil XIV.

# Lösungen

Die folgenden Lösungen sind absolut ein Entwurf und können Fehler enthalten. Daher immer mit Vorsicht genießen. Im Weiteren ist das Runden so eine Sache. Deshalb wird es vermutlich auch Abweichungen zu deiner händischen Berechnung geben. Damit leben wir dann aber alle.

### Mathematik

#### Herodot – der Schimmel aus Ivenack

1)	3)	4)	5)
$d_{1840} = 301.47\text{cm}$	$V_{\text{eff}} = 1.66\text{m}^3$	$s_{\text{Eiche}} = 35.73\text{cm}$	$s_{\text{Platz}} = 5.73\text{cm}$

#### Von Töpfen auf Tischen

2)	3a)	3b)	4)	5)
$n = 288$	$A_{\text{Tisch}} = 0.78\text{m}^2$	$A_{\text{Topf}} = 0.48\text{m}^2$	$V_{\text{Topf}} = 130.29\text{cm}^3$	$35.18\text{EUR}$

#### Solar- & Biogasanlagen

2)	3)	4)	5)
$A_{\text{Dach}} = 851.59\text{m}^2$	$\rho = 250\text{kg/m}^3$	$V = 30\text{m}^3$	$h = 4.24\text{m}$

#### Aligatorenbirnen und Blaubeere

1)	2)
$15.9\text{EUR}$	$n = 29$

3)	Wasserverbrauch	Mittleres Gewicht	Liter pro Stück
Strauchtomate	$0.18\text{l/g}$	$107.5\text{g}$	$19.35\text{l}$
Salat	$0.12\text{l/g}$	$405\text{g}$	$48.6\text{l}$
Avocado	$1.1\text{l/g}$	$275\text{g}$	$302.5\text{l}$
Blaubeere	$0.83\text{l/g}$	$3.5\text{g}$	$2.905\text{l}$

4a)	4b)	5a)	5b)	6)
$V = 593084800\text{hl}$	$V = 1713800000\text{hl}$	$0.64\times$	$3.84\times$	FAO Stat, Our World in Data

#### Die Dampfnudelerde

#### Pyramiden bauen

1)	2)	3)	4)	5)	6)
$h = 2.9 \cdot 9.5 = 27.59m$	$V_T = 16.63m^3$	$n = 1171$	$r = 132.7m$	$b' = 120.3m$	19.98Ellen

1)	2)	3)	4)	5)	6)
$h = 2.9 \cdot 9.5 = 27.59m$	$V_T = 16.63m^3$	$n = 1171$	$r = 132.7m$	$b' = 120.3m$	19.98Ellen