| Name: | Nicht bestanden: □ |
|-----------------|--------------------|
| Vorname: | |
| Matrikelnummer: | Endnote: |

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25

"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 68 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 88 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

| Punkte | Note |
|-------------|------|
| 84.0 - 88.0 | 1,0 |
| 79.5 - 83.5 | 1,3 |
| 75.5 - 79.0 | 1,7 |
| 71.0 - 75.0 | 2,0 |
| 66.5 - 70.5 | 2,3 |
| 62.0 - 66.0 | 2,7 |
| 57.5 - 61.5 | 3,0 |
| 53.5 - 57.0 | 3,3 |
| 49.0 - 53.0 | 3,7 |
| 44.0 - 48.5 | 4,0 |

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

| | A | В | С | D | E | ✓ |
|------------|---|---|---|---|---|---|
| Aufgabe 1 | | | | | | |
| Aufgabe 2 | | | | | | |
| Aufgabe 3 | | | | | | |
| Aufgabe 4 | | | | | | |
| Aufgabe 5 | | | | | | |
| Aufgabe 6 | | | | | | |
| Aufgabe 7 | | | | | | |
| Aufgabe 8 | | | | | | |
| Aufgabe 9 | | | | | | |
| Aufgabe 10 | | | | | | |

• Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

| Aufgabe | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|
| Punkte | 9 | 10 | 10 | 9 | 10 | 10 | 10 |

• Es sind ____ von 68 Punkten erreicht worden.

ANOVA

1 Aufgabe (2 Punkte)

Aus einem Feldversuch ergibt sich die Notwendigkeit der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA. Es ergibt sich ein $\eta^2 = 0.52$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Das n^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **B** \square Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- **C** \square Das η^2 wird genutzt um zu erfahren welchen Anteil der Varianz die Behandlungsbedingungen erklären.
- **D** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **E** \square Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

2 Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Lauch zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.24$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Mit dem η^2 lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein η^2 -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- **B** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 24% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 76%.
- **C** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **D** \square Es werden 24% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- **E** \square Es werden 76% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.

3 Aufgabe (2 Punkte)

Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

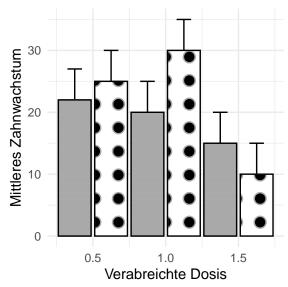
- **A** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- **B** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- **C** □ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- D □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- **E** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

Die ANOVA ist ein statistisches Verfahren welches häufig in den Auswertungen von Experimenten in den Agrarwissenschaften angewendet wird. Dabei wird die ANOVA als ein erstes statistischen Werkzeug für die Übersicht über die Daten benutzt. Eine ANOVA testet dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsguppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein PosthocTest ausgeschlossen werden.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **C** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz in den verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz in einer der Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in einer der Gruppen exakt zu bestimmen.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen oder der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss sich zwischen einem der beiden Varianzguellen entschieden werden.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in den Gruppen exakt zu bestimmen.

5 Aufgabe (2 Punkte)

Ein Versuch wurde an 50 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Igeln. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie eine zweifaktorielle ANOVA rechnen?



- **A** \square Die Koeffizienten sind positiv ($\beta_0 > 0$; $\beta_1 > 0$).
- **B** \square Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$)
- **C** \square Die Koeffizienten sind negativ ($\beta_0 < 0$; $\beta_1 < 0$).
- **D** \square Das Bestimmtheitsmaß R^2 ist groß.
- **E** \square Keine Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$).

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

| 6 Aufgabe | (2 Punkte) |
|---|-------------------------|
| A 🗆 | |
| B □ Es ergibt sich 11 +/- 1.935 | |
| C □ Es ergibt sich 10 +/- 15 | |
| D □ Es ergibt sich 10 +/- 1.935 | |
| E □ Es ergibt sich 9 +/- 7.5 | |
| 7 Aufgabe | (2 Punkte) |
| Berechnen Sie den Median, das 1^{st} Quartile sowie das 3^{rd} Quartile von y mit 20, 23, 2, 19 und 42. | -2, 24, 15, 15, 18, 14, |
| A □ Es ergibt sich 18 +/- 14 | |
| B □ Es ergibt sich 17 +/- 14 | |
| C □ Es ergibt sich 17 [15, 24] | |
| D □ Es ergibt sich 18 [14, 23] | |
| E | |
| 8 Aufgabe | (2 Punkte) |
| A □ 1 Beobachtung. | |
| B □ | |
| C □ 2-5 Beobachtungen. | |
| D □ mindestens 20 Beobachtungen. | |
| E □ 5 und mehr Beobachtungen. | |
| 9 Aufgabe | (2 Punkte) |
| Die Varianz ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie um die Varianz zu berechnene? | müssen Sie vorgehen |
| A □ Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert auf die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen. | summieren und durch |
| ${f B} \; \square \;$ Den Mittelwert berechen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsumm | nieren |
| C □ Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert auf die Fallzahl teilen. | summieren und durch |
| D 🗆 | |
| $f E \ \Box$ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fall | lzahl multiplizieren. |
| 10 Aufgabe | (2 Punkte) |
| A □ Den Mittelwert und die Standardabweichung. | |
| B □ Den Median und die Quartile. | |
| C □ Den Median und die Standardabweichung. | |
| D □ Den Mittelwert und die Varianz. | |
| E | |

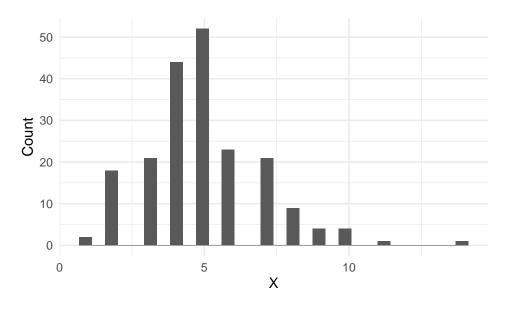
11 Aufgabe (2 Punkte) A 🗆 Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein. B 🗆 Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen. C □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist. **D** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. 12 Aufgabe (2 Punkte) Sie wollen eine ANOVA im Anschluss an Ihr Feldexperiment rechnen. Dafür muss Ihr gemessener Endpunkt die Annahme einer Varianzhomogenität genügen. Zur Überprüfung können Sie folgende Visualisierung nutzen. Welche entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität kommt zur Anwendung? A

Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnurr audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme. B

Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höhren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme angenommen werden. C 🗆 **D** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen. **E** □ NA 13 Aufgabe (2 Punkte) In der Statistik müssen wir häufig überprüfen, ob unser Outcome einer bestimmten Verteilung folgt. Meistens überprüfen wir, ob eine Normalverteilung vorliegt. Folgende drei Abbildungen eigenen sich im Besonderen für die Überprüfung einer Verteilungsannahme an eine Variable. **A** □ Histogramm, Densityplot, Dotplot **B** □ Violinplot, Scatterplot, Barplot C □ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot **D** □ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot **E** □ Violinplot, Boxplot, Densityplot

14 Aufgabe (2 Punkte)

In dem folgenden Histogramm von n = 229 Pflanzen ist welche Verteilung abgebildet?



- **A** □ Violinplot, Boxplot, Densityplot
- **B** □ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.
- **C** □ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- **D** □ Wir haben eine Gammaverteilung vorliegen.
- **E** □ NA

Lineare Regression & Korrelation

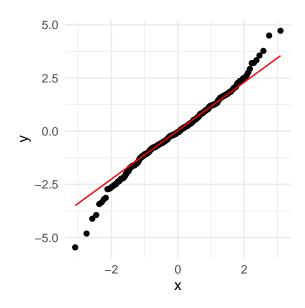
15 Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das Modell $Y \sim X$ vorliegen und wollen nun ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Ein kausales Modell basiert auf einem Traingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
- **B** \square Ein kausales Modell möchte die Zusammenhänge von X auf Y modellieren. Hierbei geht es um die Effekte von X auf Y. Man sagt, wenn X um 1 ansteigt ändert sich Y um einen Betrag β .
- C □ Ein kausales Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- $\mathbf{D} \square$ Ein kausales Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über β_i können hier nicht festgestellt werden.
- **E** \square Ein kausales Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das R^2 berechnet werden.

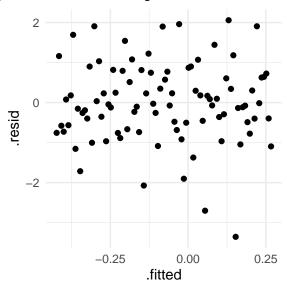
16 Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- **B** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- **D** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.

Sie rechnen eine linearen Regression und erhalten folgenden Residual Plot. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen.
- **B** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.

- C □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.
- **D** Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.

Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten nach Pearson ist richtig?

- **A** □ Der Korrelationskoeffizienten nach Pearson wird genutzt, wenn das Outcome Y nicht normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.
- **B** □ Der Korrelationskoeffizienten nach Pearson wird genutzt, wenn das Outcome Y normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.
- C □ Der Korrelationskoeffizienten nach Pearson wird genutzt, wenn der Korrelationskoeffizienten zwischen -1 und 1 liegt. Dann sind die Residuen normalverteilt.
- **D** □ Der Korrelationskoeffizienten nach Pearson wird genutzt, wenn das Outcome Y nicht normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.
- **E** □ Der Korrelationskoeffizienten nach Pearson wird genutzt, wenn das Outcome Y normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.

19 Aufgabe (2 Punkte)

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der CO_2 -Konzentration [μg] im Wasser auf das Wachstum von Wasserlinsen [kg] erhalten Sie einen β_1 Koeffizienten von 0.00001 und einen hoch signifikanten p-Wert mit $2.3 \cdot 10^{-9}$. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- **A** \square Die Einheit der CO_2 -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der CO_2 -Konzentration hängen zusammen.
- **B** □ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatsitik und damit auch der *p*-Wert kleiner.
- ${f C} \ \square$ Das Gewicht und die CO_2 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der β_1 Koeffizient sehr klein.
- **D** □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der *p*-Wert sehr klein.
- $\mathbf{E} \square$ Die Einheit der CO_2 -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der CO_2 -Konzentration um 1 führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit muss besser gewählt werden.

20 Aufgabe (2 Punkte)

In einer linearen Regression werden die ϵ oder Residuen geschätzt. Welcher Verteilung folgen die Residuen bei einer optimalen Modellierung?

- **A** \square Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(0, 1)$.
- **B** \square Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(\bar{y}, s^2)$.
- **C** \square Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(0, s^2)$.
- **D** □ Die Residuen folgen einer Poissonverteilung.
- $\textbf{E} \ \square \ \ \text{Die Residuen sind binomialverteilt}.$

Welche Aussage über das generalisierte lineare Modell (GLM) ist richtig?

- A □ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.
- **B** Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- **C** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- **D** □ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen polygonale Regressionen rechnen.
- **E** □ Das GLM erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das Y bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.

Vermischte Themen

22 Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- **B** □ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **C** □ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **D** □ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- **E** □ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.

23 Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in Rauswerten wollen. Welcher folgende Grund ist richtig?

A □ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.

В□

- C □ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in 😱 in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- $f D \ \Box$ Die Spracherkennung von \P ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- **E** □ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.

24 Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie Ihr Feldexperiment als Vorversuch für Ihre Abschlussarbeit abgeschlossen haben, wollen Sie in einer explorativen Datenanalyse (EDA) in einmal schauen, ob Sie überhaupt Effekte der Behandlung vorliegen haben. Welche Reihenfolge von Schritten müssen Sie in durchführen, damit Sie eine EDA rechnen können?

A □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden.

B □ Wir lesen als erstes die Daten über read excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über gaplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben. C ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in 😱 müssen wir als erstes die Daten über read_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Spalten richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit Kategorien in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA. einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA. E □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben. 25 Aufgabe (2 Punkte) Es sei $s_1^2 = s_2^2$ in dem Modell $Y \sim X$. Welche Aussage ist richtig? **A** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor. **B** □ Es liegt Varianzhomogenität vor. **C** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design. **D** □ Es handelt sich um abhängige Beobachtungen. **E** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design. 26 Aufgabe (2 Punkte) Im Rahmen Ihrer Abschlussarbeit werten Sie ein Experiment mit Ferkel aus. Es geht um die Leistungssteigerung der Ferkelproduktion. Sie messen jeweils die Gewichtszunahme der Ferkel. Die Ferkel einer Muttersau sind dabei... A □ le nach Stallanlage kommt eine andere Analyse in Betracht. Eine allgemeine Aussage über Ferkel und Sauen lässt sich statistisch nicht treffen. **B** □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander abhängig. C □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom. **E** □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander unabhängig. 27 Aufgabe (2 Punkte) Neben der Mittelwertsdifferenz als Effektschätzer bei normalverteilten Endpunkten wird auch häufig der Effektschätzer Odds ratio bei binären Endpunkten verwendet. Welche Aussage über den Effektschätzer Odds ratio ist im folgenden Beispiel zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Schweinen richtig? Dabei sind 6 Tiere krank und 7 Tiere sind gesund. A □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.46, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der

C 🗆 Das Verhältnis der Chancen Odds ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.46. Wir sind an der Chance

E □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.46, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.

B □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 1.17, da es sich um ein Anteil handelt.

D □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.86, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt

krank zu sein interessiert.

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergbnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
- **B** □ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- C ☐ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.
- D □ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- $\mathbf{E} \square$ Riesige Datensätz haben mehr Fallzahl was zur α -Inflation führt. Durch eine Adjustoerung kann dem Problem entgegengewirkt werden.

Multiple Gruppenvergleiche

29 Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.01, 0.34, 0.001 und 0.21. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.04, 1.36, 0.004 und 0.84. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **B** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.04, 1, 0.004 und 0.84. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- **C** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.04, 1, 0.004 und 0.84. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **D** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.0025, 0.085, 3e-04 und 0.0525. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **E** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.0025, 0.085, 3e-04 und 0.0525. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.

30 Aufgabe (2 Punkte)

Die Abkürzung *CLD* steht für welches statistische Verfahren? Welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- **B** □ Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.
- C □ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- **D** □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- **E** □ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.

In Ihrer Bachelorarbeit müssen Sie einen Feldversuch auswerten. Nachdem Sie die zweifaktorielle ANOVA gerechnet haben und keine signifikante Interaktion vorliegt, wollen Sie jetzt einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür am besten?

- **A** □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- **B** □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- **C** □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- D □ Da Sie für Ihre Bachelorarbeit einen Barplot mit CLD brauchen nutzen Sie das R Paket {emmeans} welches Ihnen schnell die notwenidigen Informationen liefert um einen Barplot zu erstelen. Die Berechnung eines CLD ist hierbei auch einfach.
- **E** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.

32 Aufgabe (2 Punkte)

Bei einem Posthoc-Test kann es zu einer überraschenden Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie lautet der Fachbegriff und wie kann mit der überraschenden Besonderheit umgegangen werden?

- **A** \square Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Es kommt zu einer α -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- **B** □ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.
- \mathbf{C} \square Beim multiplen Testen kann es zu einer β -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- **D** \square Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die β -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Powerniveau liegt nicht mehr bei 80% sondern sehr viel niedriger.
- **E** \square Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel niedriger, bei ca. 1%. Es kommt zu einer α -Hyperinflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.

33 Aufgabe (2 Punkte)

In einem Feldversuch haben Sie einen Behandlungsfaktor mit mehreren Leveln vorliegen. Sie rechnen einen multiplen Vergleich. Vorher hatten Sie eine einfaktorielle ANOVA mit einem signifikanten Ergebnis vorliegen. Welche Aussage ist richtig?

- A □ Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Inflation kommen. Das globale Effektniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die Effekte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Effekte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist
- **B** \square Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die Δ-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Δ-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die Δ-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.

- ${f C}$ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen k multipliziert. Dies geschiet analog zu den p-Werten.
- **D** ☐ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- $\mathbf{E} \square$ Beim multiplen Testen muss der Effekt, hier der Mittelwertsunterschied Δ aus den paarweisen t-Tests, nicht adjusiert werden.

Statistische Testtheorie

34 Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben den mathematischen Ausdruck $Pr(D|H_0)$ vorliegen, welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
- **B** \square $Pr(D|H_0)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T_D aus den Daten D zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- C □ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- $\mathbf{D} \square Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.
- $\mathbf{E} \square Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.

35 Aufgabe (2 Punkte)

Das statistische Testen basiert auf dem Falsifikationsprinzip. Es besagt,

- **A** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- **B** □ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- **C** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein weniger minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Falsifikationsprinzip nach Karl Popper.
- **D** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- **E** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

36 Aufgabe (2 Punkte)

Das Signifikanzniveau α wird auch Fehler 1. Art genannt und liegt bei 5%. Warum wurde der Grenzwert von 5% als Signifikanzschwelle gewählt?

- **A** \square Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde α in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist $\alpha=5\%$ eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- **B** □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- **C** \square Die Festlegung von $\alpha = 5\%$ ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von α wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.
- **D** \square Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde $\alpha = 5\%$ festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- **E** \square Als Kulturkonstante hat $\alpha = 5\%$ den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D ?

A □ Es gilt
$$T_D = (signal \cdot noise)^2$$

B □ Es gilt
$$T_D = \frac{noise}{signal}$$

C
$$\square$$
 Es gilt $T_D = signal \cdot noise$

D □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

E □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise}$$

38 Aufgabe (2 Punkte)

Sie versuchen folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie zu setzen. Welche Analogie ist richtig?

H₀ beibehalten obwohl die H₀ falsch ist

- **A** □ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- **B** \square *Alarm without fire*, dem α -Fehler in der Analogie eines Rauchmelders.
- **C** \square In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire police*, dem α -Fehler.
- **D** \square Dem β -Fehler mit der Analogie eines brennenden Hauses: *Fire without alarm*.
- **E** \square *Fire without alarm,* dem β -Fehler als Analogie eines Rauchmelders.

39 Aufgabe (2 Punkte)

Sie sollen in Ihrer Abschlussarbeit die Relevanz und die Signifikanz in einer statistischen Maßzahl vereinen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Der p-Wert. Durch den Vergleich mit α lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der β-Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- **B** □ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualizierung des Konfidenzintervals kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzinterval auch eine Entscheidung über die Signifikanz.
- C □ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- ${f D}$ ${f \Box}$ Das ${\Delta}$. Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da ${\Delta}$ antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes ${\Delta}$ ein sehr kleinen p-Wert.
- **E** \square Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der α -Schwelle zu definieren.

Sie haben ein Signifikanzniveau α gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem p-Wert ist richtig?

- **A** □ Wir vergleichen die Effekte des *p*-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- **B** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- **C** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- **D** \square Wir schauen, ob der *p*-Wert größer ist als das Signifikanzniveau α und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die H_A gilt.
- **E** \square Wir machen eine Aussage über die indivduelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.

41 Aufgabe (2 Punkte)

Um die Ergebnisse eines statistischen Tests und die damit verbundene Theorie besser zu verstehen, kann eine Analogie zur Wettervorhersage genutzt werden. Welche Analogie zu der Testtheorie trifft am meisten zu?

- **A** □ Die Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: der statistische Test erlaubt es die Wahrscheinlichkeit für Regen abzuschätzen jedoch nicht die Menge und somit den Effekt.
- **B** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- C □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- **D** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten *D* wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- **E** □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.

42 Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen eine Aussage über die untersuchte Population treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test erhalten?

- **A** □ Ja, es ist möglich die untersuchte Population mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann eine Aussage zur Population.
- **B** □ Nein, es ist nicht möglich die untersuchte Population mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann leider keine Aussage zur Population.
- **C** □ Ja, wir können die untersuchte Population nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zur Population. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.
- **D** □ Weder eine Ausssage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- E 🗆 Nein, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.

Sie haben die Power berechnet. Was sagt Ihnen dieser Begriff aus?

- **A** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 20% bewiesen wird. Die Power ist 1β mit auf β gleich 80% gesetzt.
- **B** \square Die Power $1-\beta$ wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 80% bewiesen wird.
- C □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.
- **D** \square Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit H_0 bewiesen wird
- **E** \square Es gilt $\alpha + \beta = 1$ und somit liegt β meist bei 95%.

44 Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen statistischen Test und erhalten neben dem p-Wert noch einen Effekt wiedergegeben. Welche Aussage zum Effekt ist richtig?

- **A** □ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experimnts vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- **B** □ Der Forschende muss am Ende wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil einer Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Anteilen.
- ${f C}$ Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- D □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- **E** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.

45 Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand der berechneten Teststatistik gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A** \square Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **B** \square Ist T_D höher als der kritische Wert $T_{\alpha=5\%}$ dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- ${f C} \ \square$ Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **D** \square Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **E** \square Ist $Pr(D|H_0)$ kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.

In Ihrer Abschlussarbeit müssen Sie für die statistischen Tests im Anhang Ihrer Arbeit die Hypothesen H formulieren. Welche Aussage über Hypothesen H ist richtig

- **A** □ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- **B** \square Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden H_{pro} und H_{contra} bezeichnet.
- **C** \square Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_A verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- **D** \square Die Hypothesen H_0 und H_A sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- **E** \square Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese H_0 und zum anderen die Alternativehypothese H_A oder H_1

Statistische Tests für Gruppenvergleiche

47 Aufgabe (2 Punkte)

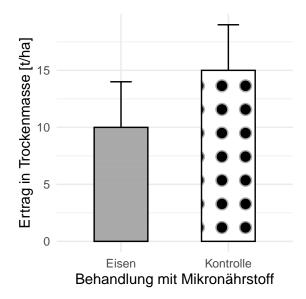
Welche Aussage über den t-Test im Allgmeinen ist richtig? Berücksichtigen Sie den Welch t-Test wie auch den Student t-Test!

- A

 Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **B** □ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- **C** □ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- **D** □ Der t-Test vergleicht zwei Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **E** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.

48 Aufgabe (2 Punkte)

Ein Versuch wurde in 6 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Eisen auf den Ertrag in t/ha von Papaya im Vergleich zu einer Kontrolle. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie einen t-Test rechnen?



- **A** □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -5. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **B** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- **C** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -0.5.
- **D** □ Der Test deutet auf ein signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei -5.
- **E** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -5.

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- **A** □ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhäängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- **B** □ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.
- C □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.
- **D** □ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.
- **E** □ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.

50 Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen paarweise t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Rapssorten in Ihrem Experiment durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α -Schwelle. Ihr Experiment beinhaltet fünf Rapssorten und eine ANOVA ergibt p=0.049 für den Ertrag. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert $p_{3-2}=0.052$. Welche Aussage ist richtig?

A □ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verschränkt sind.

| В□ | Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis. |
|------------|--|
| C 🗆 | Hier kommt der Effekt der stiegenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterscheid nachweisen. |
| D 🗆 | Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests verlieren immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum. |
| E | Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum. |

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

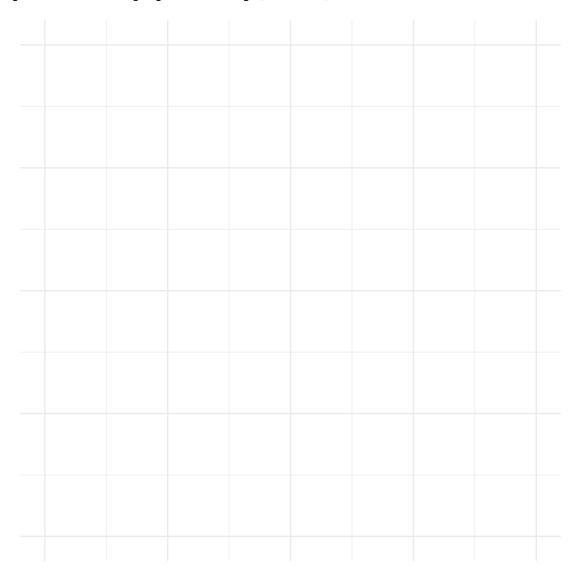
- Kapitel Deskriptive Statistik
- Kapitel Visualisierung von Daten
- Kapitel Verteilung von Daten

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen $y = \{21, 24, 25, 22, 17\}$.

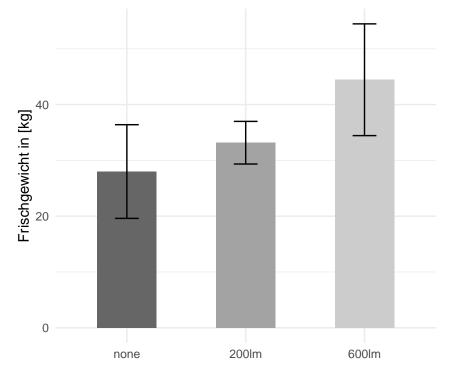
- 1. Visualisieren Sie den Mittelwert von y in der untenstehenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Y und X-Achse entsprechend! (2 Punkte)
- 3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte y_i zum Mittelwert \bar{y} quadriert. Warum muss der Abstand, $y_i \bar{y}$, in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! (2 Punkte)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Feldexperiment mit drei Lichtstufen (none, 200lm und 600lm) als Behandlung (treatment) ergeben sich die folgenden Barplots mit dem gemessenen Frischgewicht (freshmatter) von Lauch.



- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 3. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einer Klimakammer mit drei Düngestufen (*ctrl*, *low* und *high*) als Behandlung (*treatment*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Frischgewicht (*freshmatter*) von Lauch.

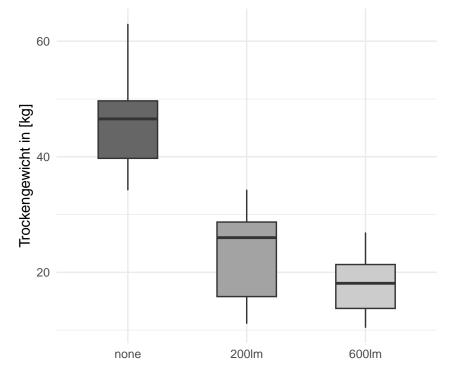
| treatment | freshmatter |
|-----------|-------------|
| ctrl | 35.8 |
| low | 38.0 |
| ctrl | 39.8 |
| low | 28.3 |
| high | 26.7 |
| high | 30.7 |
| high | 35.6 |
| ctrl | 37.9 |
| ctrl | 32.2 |
| low | 35.8 |
| high | 29.4 |

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Lauch! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
- 2. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Lauch erwarten würden, wie sehen dann die Barplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Freilandversuch mit drei Lichtstufen (none, 200lm und 600lm) als Behandlung (treatment) ergeben sich die folgenden Boxplots mit dem gemessenen Trockengewicht (drymatter) von Lauch.



- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Versuch in einer Klimakammer mit zwei Düngestufen (*ctrl* und *high*) als Behandlung (*treatment*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Erbsen.

| treatment | drymatter |
|-----------|-----------|
| ctrl | 42.4 |
| ctrl | 41.7 |
| ctrl | 43.6 |
| ctrl | 35.3 |
| high | 27.0 |
| high | 30.9 |
| high | 32.2 |
| high | 27.2 |
| ctrl | 38.8 |
| high | 28.7 |
| ctrl | 30.3 |
| high | 23.1 |
| high | 28.7 |
| ctrl | 38.8 |
| high | 37.0 |
| high | 35.1 |
| ctrl | 50.0 |
| high | 29.8 |

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Erbsen! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Erbsen erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Gewächshausexperiment zählen Sie folgende Anzahl an Läsionen auf den Blättern von Erdbeeren nach einer durchgestandenen Infektion der Pflanze.

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als 4 Läsionen zu beobachten! **(1 Punkt)**
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance gleich oder mehr als 4 Läsionen zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Freilandexperiment bestimmen Sie folgende Trockengewichte von Kartoffeln nach einer durchgestandenen Infektion der Pflanzen.

6.5, 8.9, 8.8, 14.6, 11.9, 13.2, 8.1, 11, 13.1, 7.4, 11.3, 10.5, 10.9, 10.1, 9, 10.4, 8.1

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Feldexperiment für die Bodendurchlässigkeit wurde der Niederschlag pro Parzelle sowie der durchschnittliche Ertrag gemessen. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

| water | drymatter |
|-------|-----------|
| 23 | 20 |
| 36 | 30 |
| 16 | 33 |
| 24 | 21 |
| 19 | 23 |

- Erstellen Sie den Scatter-Plot für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn kein Effekt von dem Niederschlag auf das Trockengewicht vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *OutEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem jeweiligen beobachteten Infektionsstatus bei Spargel.

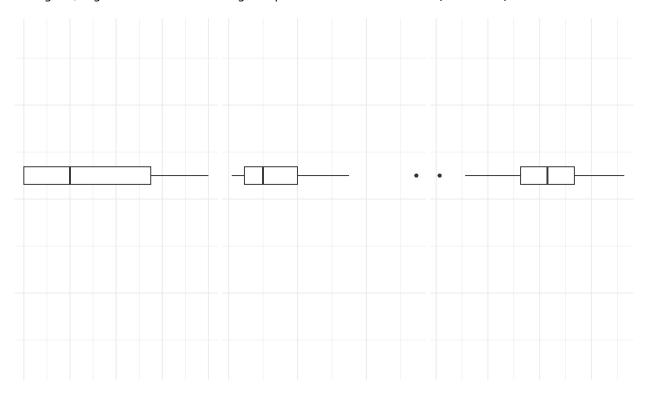
| pesticide | infected |
|-----------|----------|
| OutEx | yes |
| RoundUp | yes |
| OutEx | yes |
| RoundUp | yes |
| OutEx | yes |
| RoundUp | yes |
| RoundUp | yes |
| RoundUp | yes |
| OutEx | yes |
| OutEx | no |
| RoundUp | no |
| RoundUp | no |
| OutEx | no |
| RoundUp | yes |
| OutEx | no |
| RoundUp | yes |
| OutEx | yes |
| OutEx | yes |
| RoundUp | yes |
| RoundUp | yes |

- 1. Stellen Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang zwischen dem Pestizid und dem Infektionsstatus dar! **(4 Punkte)**
- 2. Zeichnen Sie den zugehörigen Mosaic-Plot. Berechnen Sie das Verhältnis pro Spalte! (2 Punkte)
- 3. Wenn das Pestizid keine Auswirkung auf den Infektionsstatus hätte, wie sehe dann der Mosaic-Plot aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in ±1s unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Skizieren Sie 3 Normalverteilungen in einer Abbildung mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3$ und $s_1 \neq s_2 \neq s_3$! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! (2 Punkte)
- 4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! (6 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! (1 Punkt)
- 3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! (2 Punkte)





Pois(1) und Pois(25)



Statistisches Testen

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel Die Testentscheidung
- Kapitel Die Testtheorie



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von $Pr(D|H_0)$! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

 Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

 H_0 abgelehnt α -Fehler 5% H_0 falsch

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

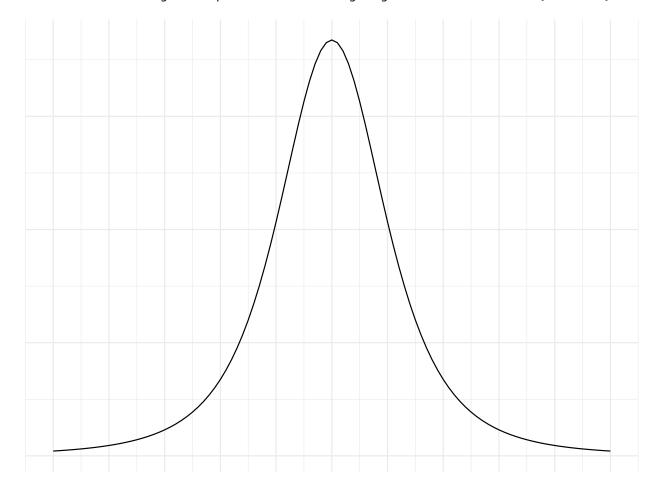
- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Anahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie $-T_D$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Trockengewicht nach Düngergabe zu einer unbehandelten Kontrolle.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
 - (a) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (b) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
 - (c) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (d) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
 - (e) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
 - (f) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts Δ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik T_D , den p-Wert $Pr(D|H_0)$ sowie dem Konfidenzintervall $KI_{1-\alpha}$?

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik T_D und dem p-Wert $Pr(D|H_0)$ für sich verändernde T_D -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei T_D -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

| | T_D | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ | | T_D | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ |
|------------|-------|-------------|-----------------|-----|-------|-------------|-----------------|
| Δ↑ | | | | Δ↓ | | | |
| <i>s</i> ↑ | | | | s ↓ | | | |
| | | | | n ↓ | | | |

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

Der t-Test

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

• Kapitel - Der t-Test

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Gewächshausexperiment mit zwei Pestiziden (RoundUp und GoneEx) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (drymatter) von Erdbeeren in kg/ha.

| pesticide | drymatter |
|--|----------------------------|
| GoneEx RoundUp | 17 19 |
| GoneEx | 16 |
| GoneEx RoundUp | 16 18 |
| GoneEx GoneEx RoundUp GoneEx | 17 15 20 21 17 |
| RoundUp GoneEx RoundUp RoundUp RoundUp | 17 19 17 20 |

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines Student t-Tests für den Vergleich der beiden Pestizide! (4 **Punkte**)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.96$ und dem berechneten T_D eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie den Effekt der Behandlung mit Pestiziden! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie einen Unterschied zwischen den beiden Pestiziden erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik T_{calc} ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Freilandversuch wurde eine neue technische Versuchsanlage getestet. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ($n_1 = n_2 = 3$) kamen zwei Behandlungen (ctrl und dose) zur Wachstumskontrolle zum Einsatz. Es ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewicht (weight) von Erdbeeren.

| treatment | weight |
|-----------|--------|
| dose | 21.7 |
| dose | 16.5 |
| ctrl | 24.0 |
| dose | 20.6 |
| ctrl | 18.0 |
| ctrl | 24.6 |

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines $Welch\ t$ -Tests für den Vergleich der beiden Behandlungen! **(4 Punkte)**
- 3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.64$ und dem berechneten T_D eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt der Behandlungen ctrl und dose auf das Gewicht von Erdbeeren! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Freilandversuch mit zwei Futtermitteln (FatDown und ProGain) an Hühnern ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewichtszunahmen nach fünf Wochen Mast.

| feed | weight |
|---------|--------|
| FatDown | 17 |
| FatDown | 18 |
| ProGain | 19 |
| ProGain | 16 |
| ProGain | 20 |
| FatDown | 18 |
| ProGain | 19 |
| FatDown | 17 |
| FatDown | 17 |
| FatDown | 11 |
| ProGain | 17 |
| FatDown | 16 |

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines Welch t-Tests für den Vergleich der beiden Futtermittel! (4 **Punkte**)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.78$ und dem berechneten T_D eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall unter der Verwendung von s_p und der gemittelten Fallzahl über die beiden Gruppen! (2 **Punkte**)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Schlachtgewicht von Enten hängt maßgeblich von der Gewichtszunahme in den ersten sieben Tagen hab. Um einen Fütterungsversuch in verschiedenen Ställen zu planen würde ein Pilotversuch durchgeführt. Das Gewicht von Enten wurde *vor* der Behandlung mit GainX und 1 Woche *nach* der Behandlung gemessen. Es ergibt sich die folgende Datentabelle.

| animal_id | before | after |
|-----------|--------|-------|
| 1 | 9 | 21 |
| 2 | 12 | 15 |
| 3 | 12 | 21 |
| 4 | 10 | 24 |
| 5 | 13 | 27 |
| 6 | 15 | 21 |
| 7 | 11 | 24 |
| 8 | 11 | 23 |

- 1. Formulieren Sie die Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines gepaarten t-Tests für den Vergleich der beiden Zeitpunkte! (4 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.64$ und dem berechneten T_D eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Schätzen Sie den p-Wert aus Ihrem berechneten T_{calc} ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 Punkte)



Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion t.test() zu einem Versuch mit Erdbeeren.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: weight [g/qm] by group
## t = -0.2412, df = 14, p-value = 0.8129
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -2.35526 1.87907
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group trt2
## 14.42857 14.66667
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D , $Pr(D|H_0)$, A=0.95, sowie $T_{\alpha=5\%}=|2.14|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den Effekt der Behandlungen! (1 Punkt)



Sie erhalten folgende Rausgabe der Funktion t.test() zu einem Versuch mit Kartoffeln.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: drymatter [kg/ha] by Fe
## t = 4.1975, df = 10, p-value = 0.001836
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 2.332447 7.610410
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group low
## 19.40000 14.42857
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)



Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion t.test() zu einem Versuch mit Brokoli.

```
##
## Welch t-Test
##
## data: freshmatter [kg/qm] by N
## t = 0.086744, df = 10, p-value = 0.9326
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -2.821313 3.049884
## sample estimates:
## mean in group high mean in group low
## 15.71429 15.60000
```

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt der Behandlungen! (1 Punkt)



Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion t.test() zu einem Versuch mit Lauch.

```
##
## Paired t-test
##
## data: low and high
## t = 0.8682, df = 6, p-value = 0.4187
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -2.597683 5.454826
## sample estimates:
## mean difference
## 1.428571
```

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie den sich ergebenden Datensatz mit n = 4 Beobachtungen! Die Daten müssen *nicht* die Mittelwertsdifferenz d erfüllen! (2 **Punkte**)
- 4. Skizieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

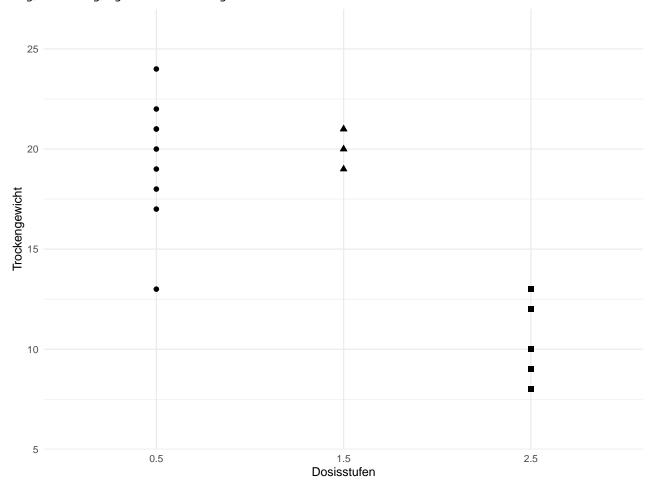
Die ANOVA

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

• Kapitel - Die ANOVA



In einem Feldexperiment wurde der Ertrag von Erbsen unter drei verschiedenen Pestizid-Dosen 0.5g/l, 1.5g/l und 2.5g/l gemessen. Im Folgenden ist der Datensatz einmal visualisiert.



- 1. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen in die Abildung ein! Beschriften Sie die statistischen Maßzahlen! (6 Punkte)
 - ullet Globale Mittelwert: eta_0
 - Mittelwerte der einzelnen Dosen: $\bar{y}_{0.5}, \, \bar{y}_{1.5} \,$ und $\bar{y}_{2.5}$
 - Effekt der einzelnen Dosen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$, und $\beta_{2.5}$
 - ullet Residuen oder Fehler: ϵ
- 2. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied zwischen den Dosisstufen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz week7_growth_tbl enthält den Proteingehalt von Enten, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Als Behandlung wurden verschiedene Nahrungszusätze in unterschiedlichen Dosen verfüttert. Als Behandlung haben Sie somit den Faktor *group* mit den Faktorstufen *low, neg* und *mid* vorliegen.

1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! **(3 Punkte)**

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-------|----|--------|---------|---------|--------|
| group | 2 | | | | |
| error | 22 | 45.97 | | | |
| total | 24 | 74.24 | | | |

- 2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von $F_{\alpha=5\%}=3.44$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Berechen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie Körpergröße von drei Tieren pro Behandlung für eine signifikante, einfaktorielle ANOVA! **(2 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz fertilizer_growth_tbl enthält das Trockengewicht der Brokoliköpfe, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Dabei wurden die Brokoliköpfe unter verschiedenen Konzentrationen von einem alternativen Dünger angebaut. Als Behandlung haben Sie daher den Faktor group mit den Faktorstufen pos, mid und neg vorliegen.

1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! **(3 Punkte)**

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-------|----|--------|---------|---------|--------|
| group | 2 | 333.21 | | | |
| error | 22 | 65.43 | | | |

- 2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von $F_{\alpha=5\%}=3.44$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
- 3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich auf den obigen Fragetext bei Ihrer Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie einen Student t-Test mit für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%}=2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

| group | n | mean | sd |
|-------|---|-------|------|
| pos | 9 | 14.67 | 1.80 |
| mid | 9 | 20.00 | 1.41 |
| neg | 7 | 23.71 | 1.98 |

5. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Der Datensatz $plant_tbl$ enthält das Outcome freshmatter für ein Feldexperiment mit Erdbeerenpflanzen, welches unter drei verschiedenen Düngerbedingungen erzielt wurden. Die Düngerbedingungen sind in dem Faktor trt mit den Faktorstufen low, B und C codiert. Sie erhalten folgenden Output in \mathbf{Q} .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: freshmatter
## Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## trt 2 2.006 1.0028 0.2076 0.8143
## Residuals 20 96.603 4.8302
```

- 1. Stellen Sie die statistische H_0 und H_A Hypothese für die obige einfaktorielle ANOVA auf! (2 Punkte)
- 2. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkt)
- 3. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz tooth_tbl enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an verschiedenen Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von 4 Vitamin-C-Dosen dose über eine von 2 Verabreichungsmethoden supp erhielt. Die Zahnlänge wurde als normalverteiltes Outcome gemessen.

- 1. Füllen Sie die unterstehende zweifaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! **(4 Punkte)**
- 2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von den $F_{\alpha=5\%}$ -Werten mit $F_{supp}=4.26$ und $F_{dose}=3.40$ sowie $F_{supp:dose}=5.23$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-----------|----|--------|---------|---------|--------|
| supp | 1 | 117.55 | | | |
| dose | 3 | 171.55 | | | |
| supp:dose | 3 | 71.39 | | | |
| error | 32 | 214.72 | | | |

- 3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich dabei einmal auf den Faktor *supp* und einmal auf den Faktor *dose*! (2 Punkte)
- 4. Was sagt der Term *supp:dose* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis des abgeschätzten p-Wertes! (2 **Punkte**)



Der Datensatz gain_weight_tbl enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung vom Vitamin Selen auf das Wachstum von Mastschweinen. Der Versuch wurde an 65 Mastschweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Selen-Dosen dose (0.5 ng/Tag, 2 ng/Tag und 20 ng/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden form erhielt (Wasser oder Festnahrung). Sie erhalten folgende Ausgabe in \P .

- 1. Stellen Sie die statistische H_0 und H_A Hypothese für die obige zweifaktorielle ANOVA für den Faktor form auf! (2 Punkte)
- 2. Interpretieren Sie das Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA. Gehen Sie im besonderen auf den Term dose: form ein! (2 Punkte)
- 3. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (4 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend der R Ausgabe! (2 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik F_{calc} und in dem Student t-Test die T-Statistik T_{calc} .

$$F_{calc} = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$$
 $T_{calc} = rac{ar{y}_1 - ar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$

- 1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der F_{calc} Statistik und T_{calc} Statistik! (2 **Punkte**)
- 2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante F_{calc} Statistik sowie eine signifikante F_{calc} Statistik anhand von $MS_{treatment}$ und MS_{error} ! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! (2 Punkte)
- 4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren f_1 und f_2 . Der Faktor f_1 hat drei Level. Der Faktor f_2 hat dagegen nur zwei Level.

- 1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine schwache und keine Interaktion zwischen den Faktoren f_1 und f_2 ! (4 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! (2 Punkte)
- 3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? (2 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor f_1 mit vier Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit $F_{calc}=1.2$. Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem ersten und zweiten Level geben müsste. Die IQR-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

- 1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie die Berechnung von F_{calc} am obigen Beispiel! (3 Punkte)
- 3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! (3 Punkte)

Multiple Gruppenvergleiche

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel Adjustierung für multiple Vergleiche
- Kapitel Compact letter display

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment zur Dosiswirkung wurden verschiedene Dosisstufen mit einer Kontrollgruppe vergleichen. Es wurden verschiedene t-Test für den Mittelwertsvergleich gerechnet und es ergab sich folgende Tabelle mit den rohen p-Werten (*Raw p-value*).

| Vergleich | Raw p-value | Adjusted p-value | Reject Null |
|----------------|-------------|------------------|-------------|
| dose 15 - ctrl | 0.0200 | | |
| dose 90 - ctrl | 0.0700 | | |
| dose 35 - ctrl | 0.7600 | | |
| dose 70 - ctrl | 0.2300 | | |
| dose 60 - ctrl | 0.0012 | | |

- 1. Füllen Sie die Spalte "Adjusted p-value" mit den adjustierten p-Werten nach Bonferoni aus! (4 Punkte)
- 2. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese weiter abgelehnt werden kann. Tragen Sie Ihre Entscheidung in die obige Tabelle ein. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie warum die p-Werte bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment für den Ertrag von Weizen in kg/ha mit fünf Dosisstufen (ctrl, low, mid, high und pos) erhalten Sie folgendes *Compact letter display (CLD)* als \bigcirc Ausgabe aus den rohen, unadjustierten p-Werten.

```
## ctrl high low mid pos
## "a" "b" "a" "c" "bc"
```

- 1. Zeichnen Sie eine Abbildung, der sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu der Abbildung! (1 Punkt)
- 3. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 4. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment für den Zuckergehalt von Erdbeeren in g/kg mit vier Dosisstufen (ctrl, low, mid und high) erhalten Sie folgende Matrix als Rausgabe mit den rohen, unadjustierten p-Werten.

```
## ctrl high low mid

## ctrl 1.0000000 0.0316374 0.0004685 0.8339155

## high 0.0316374 1.0000000 0.0000007 0.0500960

## low 0.0004685 0.0000007 1.0000000 0.0002587

## mid 0.8339155 0.0500960 0.0002587 1.0000000
```

Im Weiteren erhalten Sie folgende Informationen über die Fallzahl n, den Mittelwert mean und die Standardabweichung sd in den jeweiligen Dosisstufen.

| trt | n | mean | sd |
|------|---|-------|------|
| ctrl | 9 | 10.29 | 0.70 |
| high | 9 | 7.40 | 3.13 |
| low | 9 | 15.29 | 3.27 |
| mid | 9 | 10.01 | 2.97 |

- 1. Zeichnen Sie in eine Abbildung, die sich ergebenden Barplots! Sortieren Sie dabei die Gruppen nach absteigender Effektstärke! (3 Punkte)
- 2. Adjustieren Sie die rohen p-Werte nach Bonferroni. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu der Abbildung. Nutzen Sie dazu die rohen *p*-Werte! **(2 Punkte)**
- 4. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)

Der \mathcal{X}^2 -Test & Der diagnostische Test

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel Der \mathcal{X}^2 -Test
- Kapitel Der diagnostische Test

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment ergibt sich die folgende 2x2 Datentabelle mit einem Pestizid (ja/nein) der Marke RoundUp, dargestellt in den Zeilen, und dem infizierten Pflanzenstatus (ja/nein) von Weizen, dargesellt in den Spalten. Insgesamt wurden n = 126 Pflanzen untersucht.

| | Erkrankt (ja) | Erkrankt (nein) | |
|-----------------|---------------|-----------------|--|
| Pestizid (ja) | 56 | 19 | |
| Pestizid (nein) | 13 | 38 | |
| | | | |

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die Randsummen! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test auf der 2x2 Tafel! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$ Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie die \mathcal{X}^2 -Verteilung, wenn die H_0 wahr ist! Ergänzen Sie $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$ und \mathcal{X}^2_{calc} in der Abbildung! **(2 Punkte)**
- 6. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Gegeben sind folgende Randsummen in einer 2x2 Kreuztabelle aus einem Experiment mit n=133 Sauen. In dem Experiment wurde gemessen, ob eine Sau nach einer Behandlung mit einem Medikament (ja/nein) mehr als 30 Ferkel pro Jahr bekommen konnte (ja/nein).

| | >30 Ferkel (ja) | ≤30 Ferkel (nein) | |
|-------------------|-----------------|-------------------|-----|
| Medikament (ja) | | | 69 |
| Medikament (nein) | | | 64 |
| | 76 | 57 | 133 |

- 1. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle in dem Sinne, dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
- 2. Erklären und Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests mit

$$\mathcal{X}^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}.$$

Sie können dies an einem Beispiel erklären! (2 Punkte)

- 3. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des "normalen" Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)
- 4. Warum hat die obige Vierfeldertafel einen Freiheitsgrad von df = 1? (1 Punkt)



Nach einem Experiment erhalten Sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus Ihren erhobenen Daten.

```
## Fehlerhaft
## Gruppe yes no
## Kontrolle 17 5
## UV-bestrahlt 4 12
```

Aus der 2x2 Kreuztabelle erhalten Sie folgende Rausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
data: mat
## p-value = 0.002568
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 1.85845 61.14631
## sample estimates:
## odds ratio
## 9.451509
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Odds ratio im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 2% angenommen. In 75% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 4000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

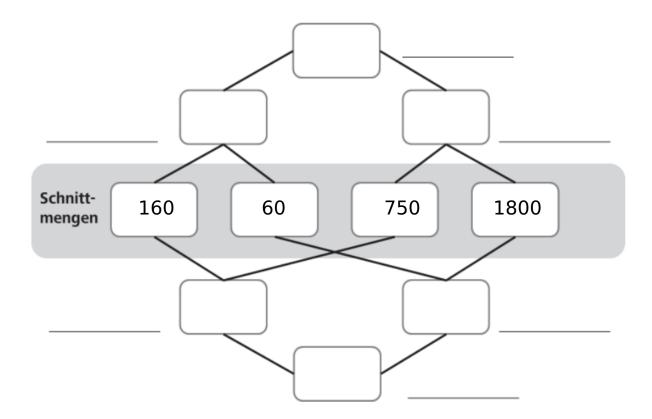
- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (8 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? (1 Punkt)





Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! (4 Punkte)



Nicht parametrische Tests

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel Der Wilcoxon-Mann-Whitney-Test
- Kapitel Der Kruskal-Wallis-Test

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

| Vorher | Nachher | Differenz | Vorzeichen | Rang | Positiv Rang | Negativ Rang |
|--------|---------|-----------|------------|------|--------------|--------------|
| 9 | 12 | | | | | |
| 11 | 9 | | | | | |
| 8 | 9 | | | | | |
| 10 | 14 | | | | | |
| 7 | 12 | | | | | |
| 10 | 15 | | | | | |
| 11 | 16 | | | | | |
| 10 | 10 | | | | | |
| 11 | 13 | | | | | |
| 9 | 11 | | | | | |
| 8 | 14 | | | | | |
| 11 | 12 | | | | | |
| 10 | 10 | | | | | |
| 10 | 12 | | | | | |
| 9 | 15 | | | | | |

- 1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! (4 Punkte)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik W_D mit $W_D = \min(T_-; T_+)$ und berechnen Sie den erwarteten Wert $\mu_W = \frac{n_{!0} \cdot (n_{!0} + 1)}{4}!$ (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit $z = \frac{W_D \mu_W}{14.309}!$ (2 Punkte)
- 4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von $z_{\alpha=5\%}=1.96$ ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittelere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

| Treatment | Count |
|------------|-------|
| RootsGoneX | 11.6 |
| Kontrolle | 11.9 |
| RootsGoneX | 12.0 |
| RootsGoneX | 12.8 |
| RootsGoneX | 12.8 |
| Kontrolle | 12.8 |
| Kontrolle | 9.4 |
| RootsGoneX | 13.5 |
| Kontrolle | 11.3 |
| RootsGoneX | 12.1 |
| Kontrolle | 11.3 |
| Kontrolle | 9.5 |
| Kontrolle | 10.9 |
| | |

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür U_D mit $U_D = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1!$ (4 Punkte)

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von U_D durch $z=\frac{U_D-\frac{n_1n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$ und dem kritischen Wert von $z_{\alpha=5\%}=1.96$. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanilleplanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosporlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

| Treatment | Count | Rang Kontrolle | Rang Dosis 20 | Rang Dosis 40 |
|-----------|-------|----------------|---------------|---------------|
| Kontrolle | 1.0 | | | |
| Kontrolle | 3.9 | | | |
| Dosis 40 | 10.2 | | | |
| Dosis 20 | 11.4 | | | |
| Dosis 20 | 12.2 | | | |
| Kontrolle | 5.6 | | | |
| Dosis 20 | 11.0 | | | |
| Kontrolle | 4.4 | | | |
| Dosis 40 | 17.3 | | | |
| Dosis 40 | 16.5 | | | |
| Dosis 40 | 14.3 | | | |
| Dosis 40 | 11.0 | | | |
| Kontrolle | 4.9 | | | |
| Dosis 20 | 12.0 | | | |

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- 1. Bestimmen Sie hierfür H_D mit $H_D = \frac{12}{n(n+1)} \left(\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) 3(n+1)!$ (6 **Punkte**)
- 2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von H_D durch den kritischen Wert von $H_{\alpha=5\%}=5.99!$ (1 **Punkt**)
- 3. Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? (1 Punkt)
- 4. Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? (1 Punkt)
- 5. Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! (1 Punkt)

Simple lineare Regression & Korrelation

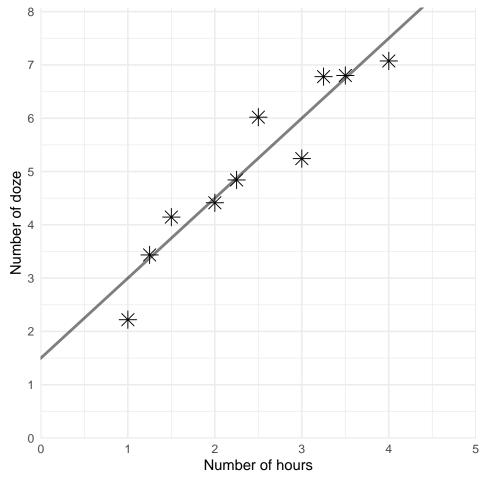
Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel Simple lineare Regression
- Kapitel Maßzahlen der Modelgüte
- Kapitel Korrelation

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einer Studie zur "Arbeitssicherheit auf dem Feld" wurde gemessen wie viele Stunden auf einem Feld gefahren wurden und wie oft der Fahrer dabei drohte einzunicken. Es ergab sich folgende Abbildung.



- 1. Erstellen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung in der Form $y \sim \beta_0 + \beta_1 \cdot x!$ (2 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Grade mit den Parametern der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein Zusammenhang zwischen der Anzahl an gefahrenen Runden und der Müdigkeit vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Stallexperiment mit n=40 Ferkeln wurde der Gewichtszuwachs in kg unter ansteigender Lichteinstrahlung in nm gemessen. Sie erhalten den \bigcirc Output einer simplen Gaussian linearen Regression sieben Wochen nach der ersten Messung.

| term | estimate | std.error | t statistic | p-value |
|-------------|----------|-----------|-------------|---------|
| (Intercept) | 3.28 | 2.40 | | |
| light | 1.85 | 0.23 | | |

- 1. Zeichnen Sie die Grade aus der obigen Tabelle in ein Koordinatenkreuz! (1 Punkt)
- 2. Beschriften Sie die Abbildung und die Gerade mit den statistischen Kenngrößen! (2 Punkte)
- 3. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die t Statistik für (Intercept) und light! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den p-Wert für (Intercept) und light mit $T_{\alpha=5\%}=1.96$ ab. Was sagt Ihnen der p-Wert aus? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m^2 (weight) und Wassergabe l/m^2 (water) bei Erdbeerpflanzen zu bestimmen. Sie erhalten folgende Rausgabe.

```
## Call:
## lm(formula = weight ~ water, data = data_tbl)
## Residuals:
     Min
               10 Median
                              30
## -5.7143 -1.6286 0.3429 1.3143 4.4000
##
## Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept) 14.714 1.211 12.15 2.59e-07
## waterB
                 9.886
                           1.876
                                  5.27 0.000363
##
## Residual standard error: 3.204 on 10 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.7353, Adjusted R-squared: 0.7088
## F-statistic: 27.77 on 1 and 10 DF, p-value: 0.0003628
```

- Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome water erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 2. Wie groß ist der Effekt der Wassergabe? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.7353 aus? (2 Punkte)
- 5. Schreiben Sie das Ergebnis der R Ausgabe in zwei Sätzen auf, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! (2 Punkte)

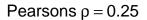


Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

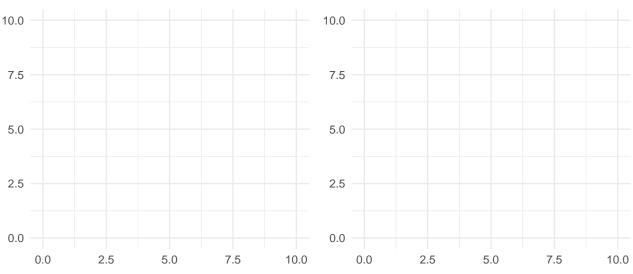
- 1. Zeichnen Sie für die angegebene ρ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die angegebenen R^2 -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade. (3 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R²-Werte über das jeweilige Modell? (3 **Punkte**)

Pearsons
$$\rho = -0.5$$

$$R^2 = 0.25$$

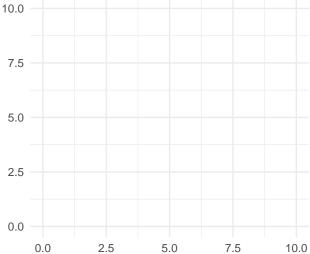


$$R^2 = 0.75$$



Pearsons $\rho = 0.5$

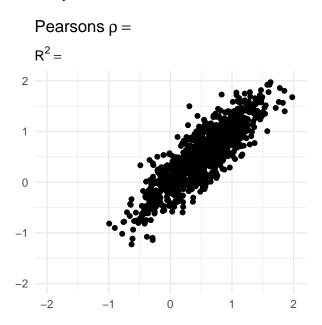
$$R^2 = 1$$

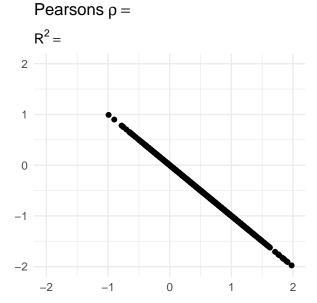


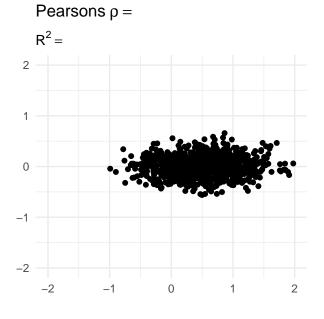


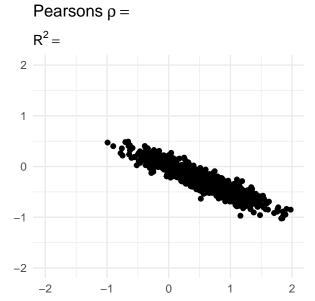
Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

- 1. Schätzen Sie die ρ -Werte in der entsprechenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R^2 -Werte in der entsprechenden Punktewolke um die Gerade! (4 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R^2 -Werte über das jeweilige Modell? (1 **Punkt**)











Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion cor.test().

```
##
## Kendall's correlation
##
## data: height and food
## t = 0.75684, df = 8, p-value = 0.4708
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.443282 0.763805
## sample estimates:
## cor
## 0.2584892
```

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkt)
- 2. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! Erklären Sie *eine* der Eigenschaften an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
- 3. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Sind die Variablen height and food normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m^2 (*drymatter*) und Wassergabe l/m^2 (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

| .id | drymatter | water | .fitted | .resid |
|-----|-----------|-------|---------|--------|
| 1 | 17.1 | 4.4 | 18.5 | |
| 2 | 27.9 | 11.7 | 28.0 | |
| 3 | 29.5 | 14.0 | 31.0 | |
| 4 | 28.8 | 12.4 | 28.9 | |
| 5 | 29.5 | 11.3 | 27.5 | |
| 6 | 22.8 | 7.8 | 23.0 | |
| 7 | 28.7 | 11.0 | 27.2 | |
| 8 | 29.8 | 11.9 | 28.3 | |
| 9 | 29.7 | 14.1 | 31.2 | |
| 10 | 19.9 | 5.2 | 19.5 | |
| _11 | 26.4 | 11.2 | 27.3 | |

- 1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte .resid in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Zeichen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbilungen die Zeile des Regressionskreuzes der Normalverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! (6 Punkte)

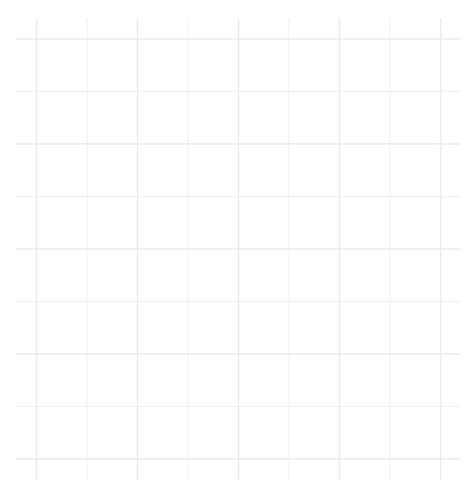
- 2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen Zahlenraum nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)





Ein Feldexperiment wurde mit n = 200 Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen (x) wurden erhoben: N, block und P. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality score und dead.

- 1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie Poisson gehört! (1 Punkt)
- 2. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} in der Funktion glm() üblich ist *ohne Interaktionsterm*! (3 Punkte)
- 3. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} üblich ist und ergänzen Sie einen Interaktionsterm nach Wahl! (1 Punkt)
- 4. Zeichen Sie eine *schwache* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**



Experimentelles Design

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

• Kapitel - Experimentelle Designs



Nach einem erfolgreichen Pilotversuch zur Wirksamkeit von Bodenbehandlungen bei Maiss in einem Gewächshausexperiment wollen Sie nun den Versuch eine Nummer größer anlegen. Dafür entscheiden Sie sich für ein faktorielles Versuchsdesign. In Ihrem Hauptversuch stellt die Wirksamkeit von Bodenbehandlungen den ersten Faktor mit insgesamt 3 Leveln dar. Der zweite Faktor mit dem Block beinhaltet 3 Level.

Im ersten Schritt überlegen Sie ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Sie entscheiden sich für das *Latin square design*.

- 1. Skizieren Sie das Latin square design für Ihren Versuch! (4 Punkte)
- 2. Skizieren Sie eine Datentabelle für den Versuch mit zwei Wiederholungen! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie eine Abbilung mit Boxplots und einem angenommenen normalverteilten Outcome! (4 Punkte)

Mathematik

Die Formeln und weitere Informationen zu den Aufgaben gibt es in Mathematik für Agrarwissenschaften. Alle Matheaufgaben sind mehr oder weniger Fermi Probleme und werden daher auch so gelöst. Wir machen Annahmen an die Umstände und rechnen mit diesen Annahmen dann die Aufgaben durch. Manchmal passen die Annahmen besser und manchmal schlechter. Wie eben auch im echten Leben.

Die Inspirationen und Ideen sind dann teilweise bei den jeweiligen Aufgaben in den Fußnoten ergänzt oder aber auch bei den YouTube Videos zu finden. Nicht immer gibt es die eine Inspiration, dann habe ich auch keine angegeben. Dann kam mir die Idee eher einfach so. Wer mehr Lesen möchte und sich auch die ein oder andere Inspiration holen möchte, kann die Arbeiten von Harte (1988, 2001) aufarbeiten. In der älteren Arbeit von Harte (1988) sind die Beispiele natürlich veraltet, lassen sich aber mit wenig Aufwand auf heutige, aktuelle Beispiele anpassen. In dem Sinne, viel Spaß bei den Aufgaben.

- Harte, J. (1988). Consider a spherical cow: A course in environmental problem solving. University Science Books.
- Harte, J. (2001). Consider a cylindrical cow: more adventures in environmental problem solving. University Science Books.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte¹.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 12m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in m der Eiche im Jahr 1810 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? (2 Punkte)
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 185cm, eine Breite von 95cm sowie eine Länge von 220cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (1 Punkt)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche $m\ddot{u}hsam$ um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 15*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 120 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8cm und eine Höhe von 9cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 310 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf zwei Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Tischfläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Schweinestall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Schweinestall hat eine Höhe h_V von 7m. Die hintere Seite des Schweinestall hat eine Höhe h_b von 8m. Der Schweinestall hat eine Tiefe t von 13m und eine Breite b von 70m.

- 1. Skizzieren Sie den Schweinestall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_V , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Schweinestall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 5t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 10% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80°C eine Dichte von $220kg/m^3$. Bei -100°C hat Methan eine Dichte von $280kg/m^3$. Sie betrieben Ihre Anlage bei -85°C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

Aligatorenbirnen und Blaubeeren "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Aldi über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile². Tja, die Deutschen und Südamerika

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange?

- 1. Wenn 5 Blaubeerschalen 7.95 Euro kosten, wie viel kosten 7 Schalen? (1 Punkt)
- 2. Wenn Sie die 7 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 1.79 EUR können Sie sich dann noch für 200 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Aldi über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 170l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 120 130g.
- Ein Kilo Salat benötigt 140l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 300 490g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 1100l Wasser. Eine Avocado wiegt 150 400g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 830l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.2 3.7g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (2 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2022 blieben die Erträge von Blaubeeren mit 7.9×10^4 t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge steigerte sich um 6.8%. Die Exporte für Avocados stiegen in dem gleichen Zeitraum um 21.2% auf 2.3×10^5 t.

4. Wie viele Liter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2021 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur zwei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 50 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 3 - 12 Liter pro Minute Händewaschen und 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton $r_P = 1.7 \times 10e - 15$ • Wasserstoff $r_H = 5.3 \times 10e - 11$

Die Dampfnudelerde "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 67 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen³.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von 9.87m/s^2 an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von $1.2742 \times 10^4 \text{km}$ und eine mittlere Dichte ρ von 5.44g/cm^3 . Das Gewicht von einem heute lebenden afrikanischen Elefanten liegt bei 5t bis 7t und das Gewicht von einem Brachiosaurus bei bis zu 30t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 67 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
 - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 67 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
 - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
 - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 67 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.05 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit 1.52×10^8 km angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 84% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.01g/mol, 12% Heliumkernen mit 4.32g/mol sowie 4% weiteren Atomkernen mit 89.32g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$ pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 8cm $^{-3}$ pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge? So hört man häufiger höfliche Gänse in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Gänse-Halter:innen nicht⁴. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Gänse für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
 $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Gans plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- Ri dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) dustbathing, (2) wingflapping, (3) wing/leg stretching und (4) walking.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i , R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

| | Aldridge et al. (2021) | Baxter et al. (2022) | Jabcobs et al. (2019) |
|---------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
| dustbathing | 38cm; 24cm; 2.1% | 37cm; 30cm; 5.2% | 46cm; 22cm; 2.1% |
| wingflapping | 33cm; 27cm; 1.6% | 40cm; 25cm; 8.1% | 40cm; 12cm; 7.6% |
| wing/leg stretching | 36cm; 28cm; 3.2% | 36cm; 27cm; 3.2% | 43cm; 30cm; 1.2% |
| walking | 34cm; 18cm; 0.8% | 37cm; 23cm; 1% | 41cm; 22cm; 0.1% |

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte r_i , R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Gänse für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Gänse in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$." Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche α , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nelken von den Molukken In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 45 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 70 Tagen zu beklagen; nach 100 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 245 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[…] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält $4000\mu g/100mg$ Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 110mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 24 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Event Horizon – Am Rande des Universums Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{27} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 3500m kollabiert, wird die Sonne 40% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} gegeben⁵.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- ullet m_f , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit $6.274 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.7 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar! (2 **Punkte**)
- 6. Ein Flugzeug und ein Lolli stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Fermi Paradoxon Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?⁶

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt drei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $5.9256 \times 10^4 km/h$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 750 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum drei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 5.16 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 2×10^{11} Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von $2.9 \times 10^8 m/s$ an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von 4.1×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 1.2×10^8 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Pyramiden bauen Es stehen die bayrischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 73 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 53 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 32 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 32 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 7cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in *m*³! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 4 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 85% aus. In eine Schubkarre passen 95 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 11°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die bayrische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Mittelständler*) mit, das die Pyramide zu steil sei und somit nicht in die bayrische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 8° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 16km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die aufwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrainund Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung⁷.

| Ort | Cache | Wertung (S T G) |
|-----|---------|--------------------|
| Α | GCP3K8V | 2.0 2.5 Mikro |
| В | GCCPVWX | 1.0 4.5 Klein |
| С | GCBBQWX | 3.0 3.0 Normal |
| D | GCEWLNU | 5.0 1.5 Klein |
| Е | GCM8B6O | 3.5 3.5 Klein |

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{AB} ist 4km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} mit 7.5km bekannt. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{BE} ist das 1.5-fache des Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 20° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 55° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort D Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der aufwärts Schwierigkeitschallenge zurück? (5
 Punkte)
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.2 + 0.18 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die aufwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 7m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 8.8m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

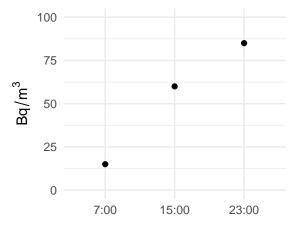
⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

Die atmende Wand und Brot aus Luft Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 23:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung⁸.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $300Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 1.8d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 140d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $300Bq/m^3$ auf unter $120Bq/m^3$ gefallen ist? (4 **Punkte**)

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

| | Vol-% | M [g/mol] | ppm |
|-------------------|-------|-----------|-----|
| Stickstoff | 77.1 | 28.1 | |
| Sauerstoff | 19.5 | 16.2 | |
| Kohlenstoffdioxid | 0.045 | 12.5 | |

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung⁹:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

⁸Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

⁹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Finsternis Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Aldi die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon¹⁰ in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 691 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
 $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit $9.81\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 20mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 14m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 14m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.2mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 1.5mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die 6.1×10^4 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $10.32g/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 6.1×10^4 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 900 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.4cm Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

 $^{^{10}}$ Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Kaninchen Leider hat es mit Ihrer Faultierpension in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1859 ungefähr 30 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!¹¹

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 8 \times 10^9 - 1.4 \times 10^9 \cdot 2.3^{-0.3 \cdot t + 3.2}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 12 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 16 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.2 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 10 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.9% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 60% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4100km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3700km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 8.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 10\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1200 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

¹¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Lüneburger Heide. Unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer der Kuh Fridolin und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur!* Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit 0.5×, Februar mit 0.8× und März mit 1.1×. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

| Datum | C° |
|--------------|-----|
| 01. Jan 2023 | 0.1 |
| 01. Feb 2023 | 1.5 |
| 01. Mrz 2023 | 3.5 |
| 01. Apr 2023 | 5.8 |

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ und $f_3(t)$ aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F_1(t)$, $F_2(t)$ und $F_3(t)$ für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 200°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Pink Lady Plantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit 230N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 140N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem 40° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.3t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn $F = m \cdot a$ gilt? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In der Kartonagenfabrik Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.7mm, 60-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 60cm und eine Breite von 21cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge \boldsymbol{x} falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*²? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 110m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 110m Zaun bestimmen!

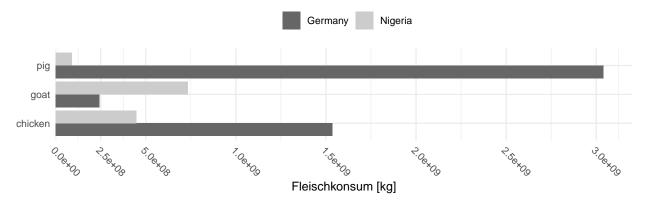
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



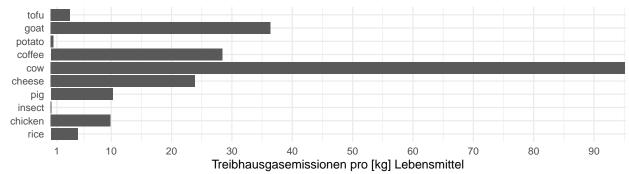
Ein Pfund Insekten, bitte! Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen 12 . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2021 leben ca. 8.4×10^7 Menschen in Deutschland und ca. 1.79×10^8 Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2021 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

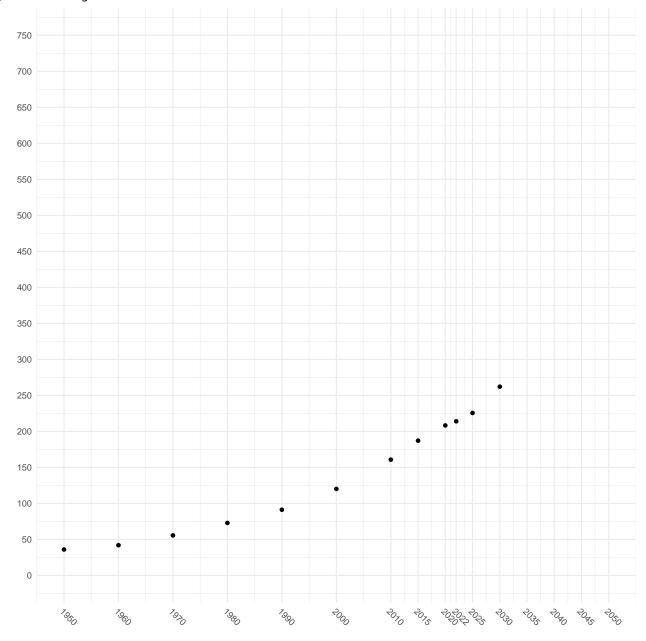
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO₂-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO_2 pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

¹²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
 - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
 - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2021! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2021, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Augenarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihre Partnerin über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.5% angenommen. In 95% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 2.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein (K^+), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben (T^+)? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von $n=3\times 10^4$ Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen¹³.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

¹³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Network-Marketing oder Schneeballschlacht! Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen¹⁴.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Healthy Herbs Manufacture International (HeHeMan). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 24 Prozent von 260 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut HeHeMan habe das Unternehmen 3.6×10^5 aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma HeHeMan im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 30%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 200EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 35%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 2.5%, 1.5% und 1%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum vier Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt drei Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 3200EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

| Stufe | Anzahl Partner | Umsatz/Stufe | Provision |
|-------|----------------|--------------|-----------|
| 1 | Sie selber | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei HeHeMan Einheiten des Produkts für 7000EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 6.2% p.a. über 36 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- 8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

¹⁴Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Höhlen & Drachen Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einer Ihrer Freundinnen einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 7 vierseitige Würfel (7d4) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 4 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 5 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei achtseitigen Würfeln (2d8) als Schaden oder das Schwert mit einem zwölfseitigen Würfel plus 6 (1d12+6) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.6, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.7. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einen $\Omega=100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! (1 Punkt)
- 6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Retrocheck im TV "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Annegret und Thorsten das Team der drei Kandidaten.

| Name | P(win) | P(outbid) |
|----------|--------|-----------|
| Annegret | 0.3 | 0.05 |
| Thorsten | 0.2 | 0.11 |

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.02 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem Typen in einem Tentakelkostüm um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 6 Feldern gewinnen Sie 5000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 6000EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

Im Rahmen der Klausur zu dem Modul Biostatistik werden auch Fragen nur für die Studierenden des Schwerpunktes Nutztierwissenschaften gestellt. Im Folgenden daher eine lose Sammlung von möglichen Fragen zu diesem Themenkomplex.

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

128 Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{iikl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ii} + V_k + b(L_{ii} - L) + e_{iikl}$$

mit

- Yiikl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var_i: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA_i: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V_k: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} L)$: lineare Kovariable Laktationsnummer
- eijkl: zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

129 Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.