

**Name:** \_\_\_\_\_

*Nicht bestanden:* ☐

**Vorname:** \_\_\_\_\_

**Matrikelnummer:** \_\_\_\_\_

**Endnote:** \_\_\_\_\_

**Studierende der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)**

# **Klausurfragen der Bio Data Science**

**für Pflichtmodule**

**im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.**

**(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)**

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz  
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur  
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

28. Januar 2024

### Erlaubte Hilfsmittel für die Klausur

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten - also ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung - keine digitalen Ausdrucke.
- **You can answer the questions in English without any consequences.**

### Ergebnis der Klausur

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus dem Multiple Choice Teil erreicht.

\_\_\_\_\_ von 71 Punkten sind aus dem Rechen- und Textteil erreicht.

\_\_\_\_\_ von 91 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
87.0 - 91.0	1,0
82.5 - 86.5	1,3
78.0 - 82.0	1,7
73.5 - 77.5	2,0
69.0 - 73.0	2,3
64.5 - 68.5	2,7
60.0 - 64.0	3,0
55.5 - 59.5	3,3
51.0 - 55.0	3,7
45.5 - 50.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

## Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- **Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.**
- Es werden nur Antworten berücksichtigt, die in dieser Tabelle angekreuzt sind!

	A	B	C	D	E	✓
1 Aufgabe						
2 Aufgabe						
3 Aufgabe						
4 Aufgabe						
5 Aufgabe						
6 Aufgabe						
7 Aufgabe						
8 Aufgabe						
9 Aufgabe						
10 Aufgabe						

- Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

## Rechen- und Textaufgaben

- Die Tabelle wird vom Dozenten ausgefüllt.

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	8	12	11	10	10	10	10

- Es sind \_\_\_\_ von 71 Punkten erreicht worden.

## ANOVA

### 1 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Maiss zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.17$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- B** ☐ Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- C** ☐ Das  $\eta^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- D** ☐ Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.
- E** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Das  $\eta^2$  ist damit mit dem  $R^2$  aus der linearen Regression zu vergleichen.

### 2 Aufgabe

(2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- A** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- B** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- C** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- D** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- E** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

### 3 Aufgabe

(2 Punkte)

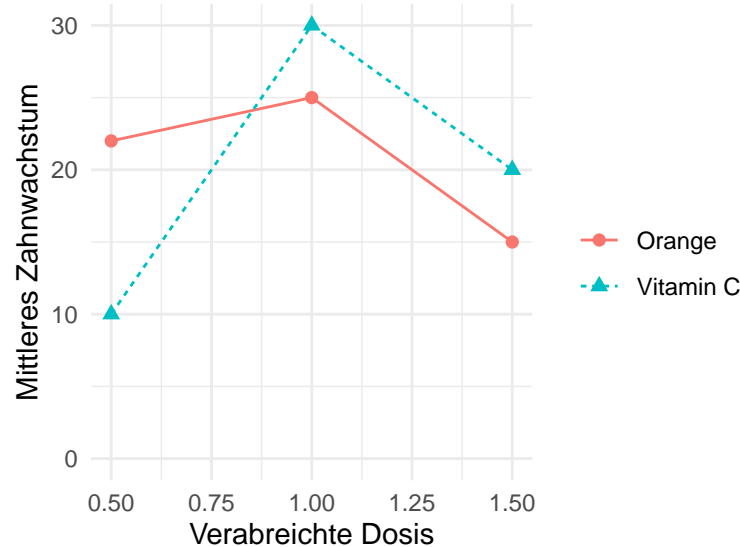
Die ANOVA ist ein statistisches Verfahren welches häufig in den Auswertungen von Experimenten in den Agrarwissenschaften angewendet wird. Dabei wird die ANOVA als ein erstes statistischen Werkzeug für die Übersicht über die Daten benutzt. Eine ANOVA testet dabei ...

- A** ☐ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- B** ☐ ... den Unterschied zwischen der globalen Varianz und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- C** ☐ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- D** ☐ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- E** ☐ ... den Unterschied zwischen mehreren Varianzen aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

#### 4 Aufgabe

(2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an 42 Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden mit Orangensaft (Orange) oder Ascorbinsäure (Vitamin C) erhielt.



Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?

- ☐ A Keine Interaktion liegt vor. Die Geraden scheiden sich und laufen nicht parallel.
- ☐ B Eine leichte Interaktion ist zu erwarten. Die Geraden schneiden sich noch nicht, aber die Abstände unterscheiden sich stark.
- ☐ C Eine starke Interaktion liegt vor. Die Geraden laufen parallel und schneiden sich nicht.
- ☐ D Eine starke Interaktion ist zu erwarten. Die Geraden schneiden sich und die Abstände sind nicht gleichbleibend.
- ☐ E Keine Interaktion ist zu erwarten. Die Geraden der Verabreichungsmethode laufen parallel und mit ähnlichen Abständen.

#### Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

#### 5 Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung von  $y$  mit 5, 7, 11, 6 und 9.

- ☐ A Es ergibt sich  $7.6 \pm 5.8$
- ☐ B Es ergibt sich  $6.6 \pm 2.9$
- ☐ C Es ergibt sich  $7.6 \pm 1.205$
- ☐ D Es ergibt sich  $8.6 \pm 1.205$
- ☐ E Es ergibt sich  $7.6 \pm 2.41$

#### 6 Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Median, das 1<sup>st</sup> Quartile sowie das 3<sup>rd</sup> Quartile von  $y$  mit 23, 15, 10, 10, 15, 18 und 51.

- ☐ A Es ergibt sich 20 [11, 24]
- ☐ B Es ergibt sich  $15 \pm 10$

- C** ☐ Es ergibt sich 15 [10, 23]
- D** ☐ Es ergibt sich 15 +/- 23
- E** ☐ Es ergibt sich 20 +/- 10

## 7 Aufgabe

(2 Punkte)

Die empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für ein Histogramm sind...

- A** ☐ 1 Beobachtung.
- B** ☐ 5 und mehr Beobachtungen.
- C** ☐ 10 Beobachtungen.
- D** ☐ 2-5 Beobachtungen.
- E** ☐ mindestens 20 Beobachtungen.

## 8 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen nach einem Feldversuch die Varianz berechnen. Welche der folgenden Rechenoperationen müssen durchgeführt werden?

- A** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen.
- B** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren
- C** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.
- D** ☐ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
- E** ☐ Den Median berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.

## 9 Aufgabe

(2 Punkte)

Der Barplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Barplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- A** ☐ Den Mittelwert und die Varianz.
- B** ☐ Den Mittelwert und die Standardabweichung.
- C** ☐ Den Median und die Standardabweichung.
- D** ☐ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.
- E** ☐ Den Median und die Quartile.

## 10 Aufgabe

(2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Brokoli durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- B** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- C** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- D** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.
- E** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verwenden den Datensatz so wie er ist.

## 11 Aufgabe

(2 Punkte)

Um zu überprüfen, ob die Daten die Annahme einer Varianzhomogenität genügen, können wir folgende Visualisierung nutzen. Dabei kommt dann auch die entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität zur Anwendung.

- A** ☐ Einen Barplot. Die Mittelwerte müssen alle auf einer Höhe liegen. Die Fehlerbalken haben hier keine Informationen.
- B** ☐ Einen Boxplot. Das IQR muss über alle Behandlungen zusammen mit den Whiskers ungefähr gleich sein.
- C** ☐ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höheren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme angenommen werden.
- D** ☐ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnur aufreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme.
- E** ☐ Einen Boxplot. Der Median als Linie, muss in der Mitte des IQR, dargestellt durch die Box, liegen.

## 12 Aufgabe

(2 Punkte)

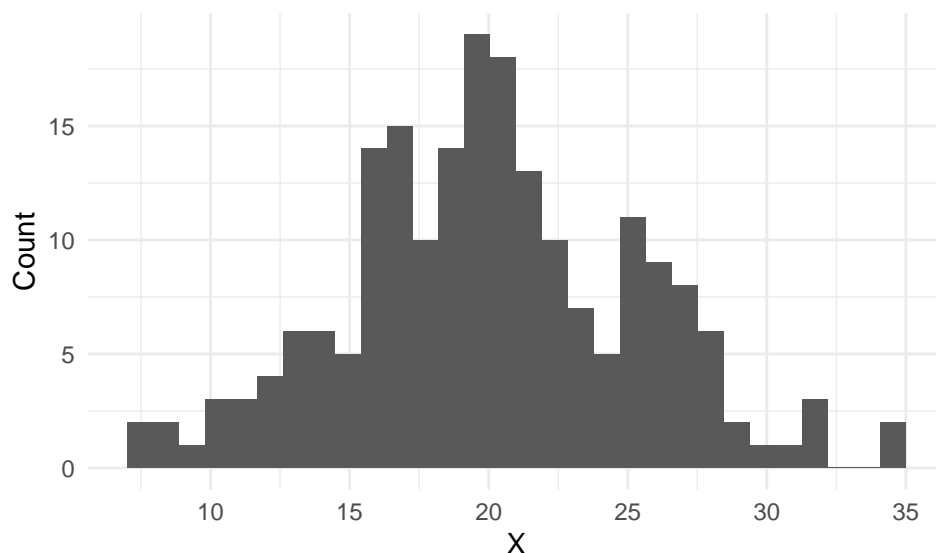
In der Statistik müssen wir häufig überprüfen, ob unser Outcome einer bestimmten Verteilung folgt. Meistens überprüfen wir, ob eine Normalverteilung vorliegt. Folgende drei Abbildungen eignen sich im Besonderen für die Überprüfung einer Verteilungsannahme an eine Variable.

- A** ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- B** ☐ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot
- C** ☐ Histogramm, Scatterplot, Boxplot
- D** ☐ Barplot, Mosaicplot, Violinplot
- E** ☐ Boxplot, Densityplot, Violinplot

## 13 Aufgabe

(2 Punkte)

In dem folgenden Histogramm von  $n = 207$  Pflanzen ist welche Verteilung mit welchen korrekten Verteilungsparametern dargestellt?



- A** ☐ Es handelt sich um eine Poisson-Verteilung mit  $\text{Pois}(20)$ .
- B** ☐ Es handelt sich um eine Normalverteilung mit  $N(20, 5)$ .

- C** ☐ Eine Standardnormalverteilung mit  $N(0,1)$ .
- D** ☐ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung mit  $\text{Binom}(10)$ .
- E** ☐ Eine rechtsschiefe, multivariate Normalverteilung.

## Lineare Regression & Korrelation

### 14 Aufgabe

(2 Punkte)

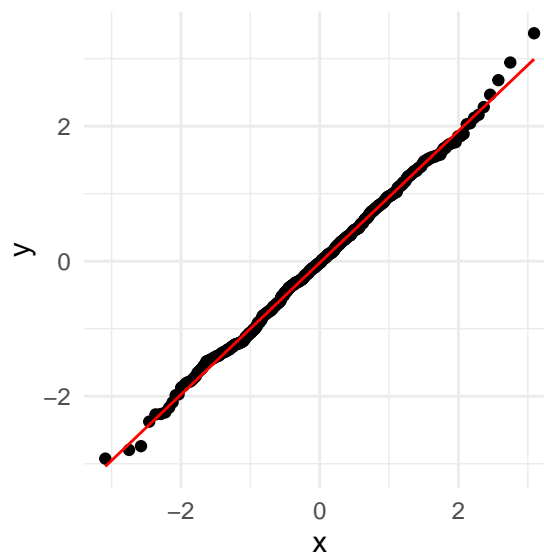
Sie haben das Modell  $Y \sim X$  vorliegen und wollen nun ein prädiktives Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Ein prädiktives Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- B** ☐ Ein prädiktives Modell basiert auf einem Trainingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
- C** ☐ Ein prädiktives Modell möchte die Zusammenhänge von  $X$  auf  $Y$  modellieren. Hierbei geht es um die Effekte von  $X$  auf  $Y$ . Man sagt, wenn  $X$  um 1 ansteigt ändert sich  $Y$  um einen Betrag  $\beta$ .
- D** ☐ Ein prädiktives Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das  $R^2$  berechnet werden.
- E** ☐ Ein prädiktives Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über  $\beta_i$  können hier nicht festgestellt werden.

### 15 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot. Welche Aussage ist richtig?



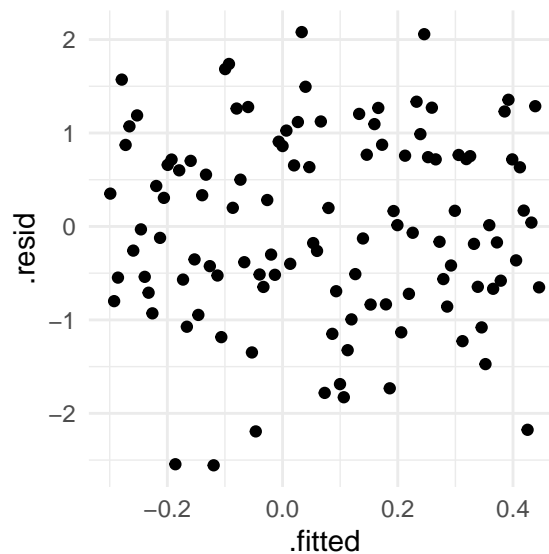
- A** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.



## 16 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen eine lineare Regression und erhalten folgenden Residual Plot. Welche Aussage ist richtig?



- A** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen.
- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelt Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.
- D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.

## 17 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten nach Spearman ist richtig?

- A** ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn der Korrelationskoeffizienten zwischen -1 und 1 liegt. Dann sind die Residuen normalverteilt.
- B** ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y nicht normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.
- C** ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.
- D** ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y nicht normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.
- E** ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.

## 18 Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der  $CO_2$ -Konzentration [ $\mu g$ ] im Wasser auf das Wachstum von Wasserlinsen [ $kg$ ] erhalten Sie einen  $\beta_1$  Koeffizienten von 0.00001 und einen hoch signifikanten  $p$ -Wert mit  $2.3 \cdot 10^{-9}$ . Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- A** ☐ Die Einheit der  $CO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der  $CO_2$ -Konzentration um 1 führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit muss besser gewählt werden.

- B** ☐ Die Einheit der  $CO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen  $p$ -Wert. Der  $p$ -Wert und die Einheit von der  $CO_2$ -Konzentration hängen zusammen.
- C** ☐ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der  $p$ -Wert sehr klein.
- D** ☐ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatistik und damit auch der  $p$ -Wert kleiner.
- E** ☐ Das Gewicht und die  $CO_2$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_1$  Koeffizient sehr klein.

## 19 Aufgabe

(2 Punkte)

In einer linearen Regression werden die  $\epsilon$  oder Residuen geschätzt. Welcher Verteilung folgen die Residuen bei einer optimalen Modellierung?

- A** ☐ Die Residuen sind binomialverteilt.
- B** ☐ Die Residuen sind normalverteilt mit  $\mathcal{N}(0, s^2)$ .
- C** ☐ Die Residuen sind normalverteilt mit  $\mathcal{N}(0, 1)$ .
- D** ☐ Die Residuen folgen einer Poissonverteilung mit  $\text{Pois}(0)$ .
- E** ☐ Die Residuen sind normalverteilt mit  $\mathcal{N}(\bar{y}, s^2)$ .

## 20 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über das *generalisierte lineare Modell (GLM)* ist richtig?

- A** ☐ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- B** ☐ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- C** ☐ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen polygonale Regressionen rechnen.
- D** ☐ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selbstständig die Verteilungsfamilie für  $Y$  wählt.
- E** ☐ Das GLM erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das  $Y$  bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.

## Vermischte Themen

### 21 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die parametrische Statistik ist richtig?

- A** ☐ Die parametrische Statistik basiert auf Rängen. Daher wird jeder Zahl ein Rang zugeteilt. Nur auf den Rängen wird die Auswertung gerechnet. Daher gibt es auch keinen direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
- B** ☐ Die parametrische Statistik basiert auf dem Schätzen von Parametern aus einer festgelegten Verteilung. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
- C** ☐ Die parametrische Statistik basiert auf Rängen. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
- D** ☐ Die parametrische Statistik basiert auf dem Schätzen von Parametern aus einer a priori festgelegten Verteilung. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
- E** ☐ Die nicht-parametrische Statistik ist ein Vorgänger der parametrischen Statistik und wurde wegen dem Mangel an Effektschätzern nicht mehr ab 1960 genutzt.

## 22 Aufgabe

(2 Punkte)



Die Randomisierung von Beobachtungen bzw. Samples zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** ☐ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- B** ☐ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- C** ☐ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich.
- D** ☐ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte.
- E** ☐ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.

## 23 Aufgabe


(2 Punkte)

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in  auswerten wollen. Welcher folgende Grund ist richtig?

- A** ☐ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- B** ☐ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
- C** ☐ Im Allgemeinen haben Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen, die in der deutschen Sprache vorkommen. Eine Nutzung der englischen Sprache umgeht dieses Problem auf einfache Art.
- D** ☐ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in  in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- E** ☐ Die Spracherkennung von  ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.

## 24 Aufgabe

(2 Punkte)

Bei der explorativen Datenanalyse (EDA) in  gibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, auch *Circle of life* genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA?

- A** ☐ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket `tidyverse` nutzen, da dieses Paket veraltet ist. Über die Funktion `library(tidyverse)` entfernen wir das Paket von der Analyse.
- B** ☐ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion `read()` ein und müssen dann die Funktion `ggplot()` nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als `*.png` vorliegen.
- C** ☐ Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen.
- D** ☐ Wir transformieren die Spalten über `mutate()` in ein `tibble` und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- E** ☐ Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.

## 25 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben das abstrakte Modell  $Y \sim X$  mit  $X$  als Faktor mit zwei Levels vorliegen. Welche Aussage über  $n_1 = n_2$  ist richtig?

- A** ☐ Es liegt Varianzheterogenität vor.
- B** ☐ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- C** ☐ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design
- D** ☐ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- E** ☐ Es handelt sich um abhängige Beobachtungen.

## 26 Aufgabe

(2 Punkte)

In einem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher im statistischen Sinne...

- A** ☐ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- B** ☐ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und somit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.
- C** ☐ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- D** ☐ Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutlich eine ähnliche Varianzstruktur.
- E** ☐ Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.

## 27 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Kühen durch. Bei 6 Tieren finden Sie eine Erkrankung der Klauen vor und 7 Tiere sind gesund. Welche Aussage über den Odds ratio Effektschätzer ist richtig?

- A** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.46, da es sich um ein Anteil handelt.
- B** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.86, da es sich um ein Anteil handelt.
- C** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.46, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- D** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 1.17, da es sich um ein Anteil handelt.
- E** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.86, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.

## 28 Aufgabe

(2 Punkte)

In der Bio Data Science wird häufig mit sehr großen Datensätzen gerechnet. Historisch ergibt sich nun ein Problem bei der Auswertung der Daten und deren Bewertung hinsichtlich der Signifikanz. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Aktuell werden immer grössere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.
- B** ☐ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gängige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- C** ☐ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.

- D** ☐ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fallzahl ( $n > 10000$ ) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- E** ☐ Aktuell werden immer grössere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.

## Multiple Gruppenvergleiche

### 29 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.02, 0.34, 0.001, 0.01 und 0.89. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.004, 0.068, 2e-04, 0.002 und 0.178. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- B** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.1, 1.7, 0.005, 0.05 und 4.45. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- C** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.1, 1, 0.005, 0.05 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- D** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.1, 1, 0.005, 0.05 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
- E** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.004, 0.068, 2e-04, 0.002 und 0.178. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.

### 30 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Abkürzung CLD steht für welches statistische Verfahren? Welche anschließende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- A** ☐ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- B** ☐ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- C** ☐ Compact letter display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des CLD herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- D** ☐ Compound letter display. Gleichheit in den Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- E** ☐ Compact letter detection. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt.

### 31 Aufgabe

(2 Punkte)

Der multiple Vergleich als Posthoc-Test nach einer ANOVA ist in den Agrarwissenschaften heutzutage Standard. Welches R Paket wird häufig für den multiplen Vergleich genutzt? Welche Beschreibung der Eigenschaften ist korrekt?

- A** ☐ Das R Paket lm. Das Paket lm erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- B** ☐ Das R Paket emmeans erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.

- C** ☐ Das R Paket emmeans erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- D** ☐ Das R Paket hmisc erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CL-h erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- E** ☐ Das R Paket ggplot. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.

### 32 Aufgabe

(2 Punkte)

Bei einem multiplen Vergleich oder Posthoc Test kann es zu einer Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie nennt man diese Besonderheit beim statistischen Testen und wie kann man mit ihr umgehen?

- A** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Deflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die p-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt
- B** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekannteste Verfahren ist.
- C** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.
- D** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\beta$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.

## Statistische Testtheorie

### 33 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage zum mathematische Ausdruck  $Pr(D|H_0)$  ist richtig?

- A** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativhypothese und somit  $1 - Pr(H_A)$
- B** ☐ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativhypothese überdeckt.
- C** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit die Daten D zu beobachten wenn die Nullhypothese wahr ist.
- D** ☐ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
- E** ☐ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.

### 34 Aufgabe

(2 Punkte)

Das statistische Testen basiert auf dem Falsifikationsprinzip. Es besagt,

- A** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- B** ☐ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.

- C** ☐ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- D** ☐ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- E** ☐ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.

### 35 Aufgabe

(2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau  $\alpha$  genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegung auf 5% ist richtig?

- A** ☐ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.
- B** ☐ Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde  $\alpha = 5\%$  festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistische Modelle heute immer wieder ignoriert.
- C** ☐ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- D** ☐ Die Festlegung von  $\alpha = 5\%$  ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von  $\alpha$  wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.
- E** ☐ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.

### 36 Aufgabe

(2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das „*signal*“ mit dem „*noise*“ zu einer Teststatistik  $T$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T$ ?

- A** ☐ Es gilt  $T = \frac{\text{signal}}{\text{noise}}$
- B** ☐ Es gilt  $T = \text{signal} \cdot \text{noise}$
- C** ☐ Es gilt  $T = \frac{\text{signal}}{\text{noise}^2}$
- D** ☐ Es gilt  $T = \frac{\text{noise}}{\text{signal}}$
- E** ☐ Es gilt  $T = (\text{signal} \cdot \text{noise})^2$

### 37 Aufgabe

(2 Punkte)

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann „ $H_0$  beibehalten obwohl die  $H_0$  falsch ist“ in welche richtige Analogie gesetzt werden?

- A** ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm with fire*.
- B** ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*, dem  $\beta$ -Fehler.
- C** ☐ In die Analogie eines brennenden Hauses ohne Rauchmelder: *House without noise*.
- D** ☐ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- E** ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire*, dem  $\alpha$ -Fehler.

### 38 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche statistische Masszahl erlaubt es *Relevanz* mit *Signifikanz* zuverbinden? Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Die Teststatistik. Durch den Vergleich von  $T_c$  zu  $T_k$  ist es möglich die  $H_0$  abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem  $T_c$ -Wert.
- B** ☐ Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- C** ☐ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualisierung des Konfidenzintervalls kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzintervall auch eine Entscheidung über die Signifikanz.
- D** ☐ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- E** ☐ Das  $\Delta$ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da  $\Delta$  antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes  $\Delta$  ein sehr kleinen p-Wert.

### 39 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den  $p$ -Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% ist richtig?

- A** ☐ Wir vergleichen die Effekte des  $p$ -Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese.
- B** ☐ Wir vergleichen mit dem  $p$ -Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt.
- C** ☐ Wir machen eine Aussage über die individuelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese  $H_0$ .
- D** ☐ Wir vergleichen mit dem  $p$ -Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die  $H_0$  gilt.
- E** ☐ Wir vergleichen mit dem  $p$ -Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt.

### 40 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Ergebnisse der einer statistischen Analyse können in die Analogie einer Wettervorhersage gebracht werden. Welche Analogie für die Ergebnisse eines statistischen Tests trifft am besten zu?

- A** ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergeben.
- B** ☐ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- C** ☐ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- D** ☐ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- E** ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.



#### 41 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage zum Individuum aus einem statistischen Test erhalten?

- A** ☐ Ja, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten eine Aussage zum Individuum.
- B** ☐ Weder eine Aussage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- C** ☐ Ja, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- D** ☐ Nein, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test nicht auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- E** ☐ Nein, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.

#### 42 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die Power ist richtig?

- A** ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- B** ☐ Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die  $H_A$  abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- C** ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 80% "bewiesen wird".
- D** ☐ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.
- E** ☐ Es gilt  $\alpha + \beta = 1$  und somit liegt  $\beta$  meist bei 95%.

#### Statistische Tests für Gruppenvergleiche

#### 43 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test im Allgemeinen ist richtig?

- A** ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- B** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen.
- C** ☐ Der t-Test testet generell zu einem erhöhten  $\alpha$ -Niveau von 20%.
- D** ☐ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- E** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.

#### 44 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den Welch t-Test ist richtig?

- A** ☐ Der Welch t-Test vergleicht die Varianz von zwei Gruppen.
- B** ☐ Der Welch t-Test wird angewendet, wenn Varianzheterogenität zwischen den beiden zu vergleichenden Gruppen vorliegt.
- C** ☐ Der Welch t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität.
- D** ☐ Der Welch t-Test ist die veraltete Form des Student t-Test und wird somit nicht mehr verwendet.
- E** ☐ Der Welch t-Test ist ein Post-hoc Test der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich der Varianz.

## 45 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- A** ☐ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- B** ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.
- C** ☐ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz  $d$  dient dann zur Differenzbildung.
- D** ☐ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.
- E** ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.

## 46 Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einem Experiment mit fünf Weizensorten ergibt eine ANOVA ( $p = 0.041$ ) einen signifikanten Unterschied für den Ertrag. Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Weizensorten durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2} = 0.053$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
- B** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepanz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- C** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- D** ☐ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.
- E** ☐ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.

## Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 15 - Deskriptive Statistik
- Kapitel 16 - Visualisierung von Daten
- Kapitel 18 - Verteilung von Daten

## 47 Aufgabe

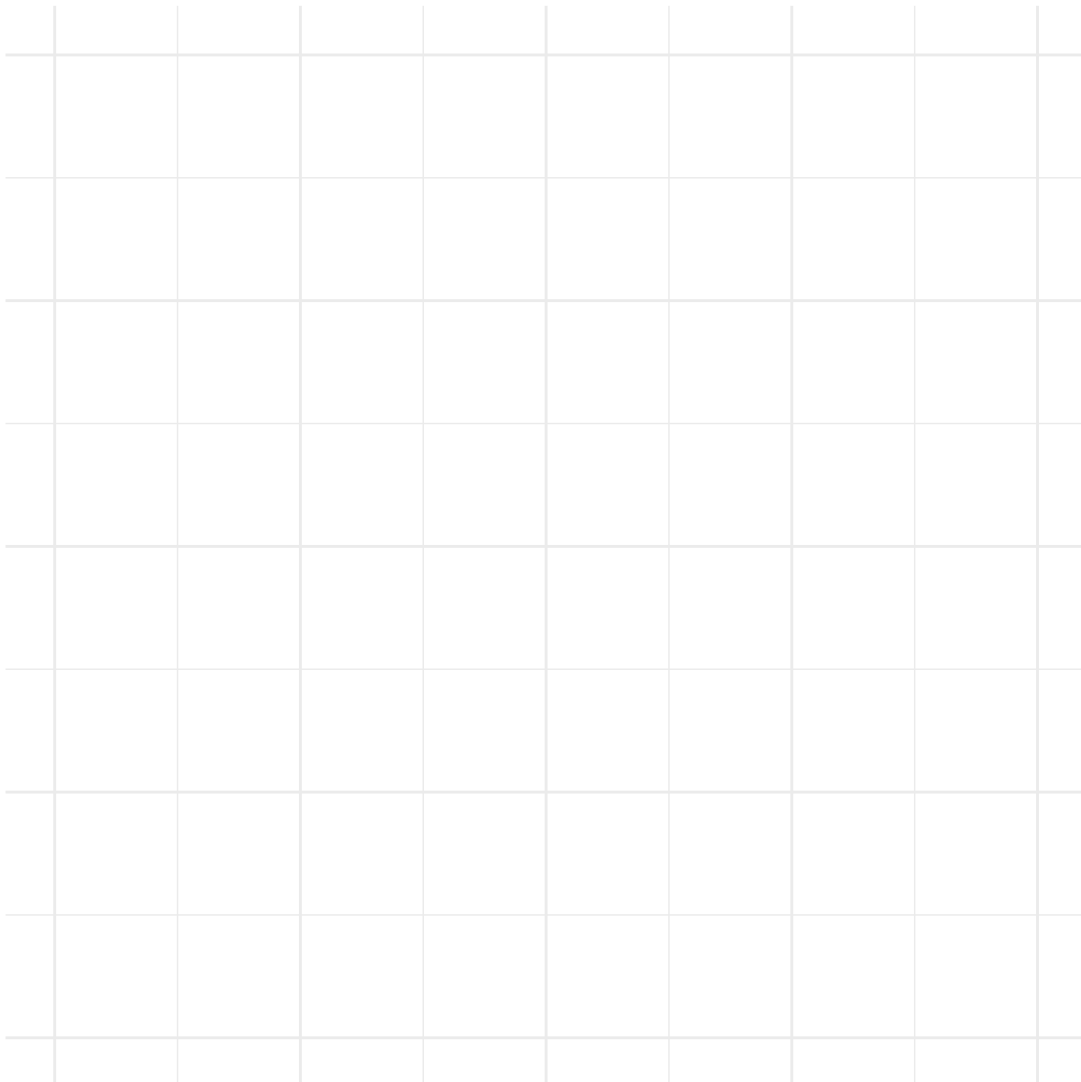
(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe  $y$  vorliegen  $y = \{12, 18, 19, 22, 17\}$ .

1. Visualisieren Sie den Mittelwert von  $y$  in der untenstehenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die  $Y$  und  $X$ -Achse entsprechend! **(2 Punkte)**
3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte  $y_i$  zum Mittelwert  $\bar{y}$  quadriert. Warum muss der Abstand,  $y_i - \bar{y}$ , in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! **(2 Punkte)**



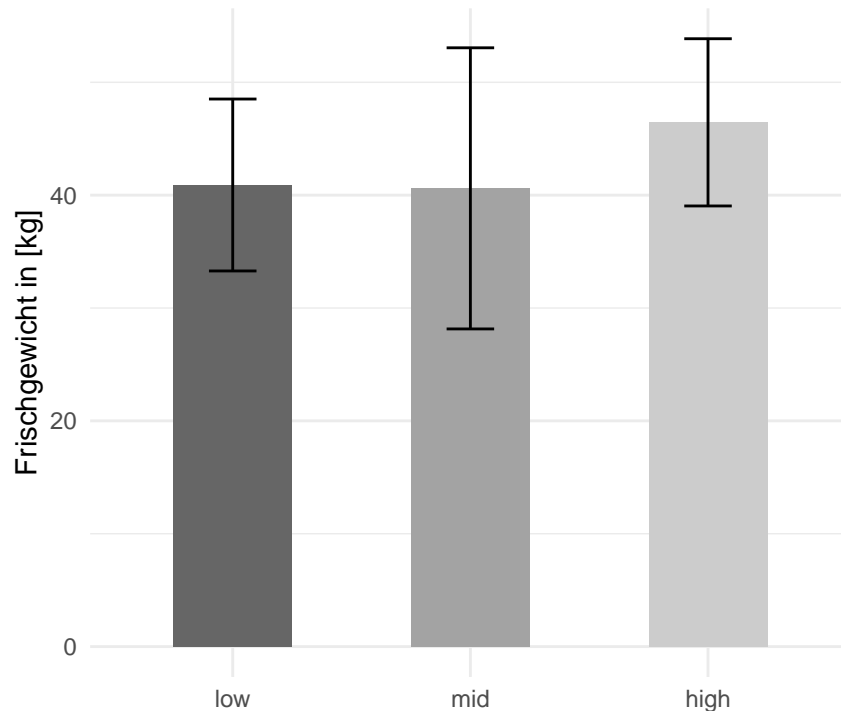
## 48 Aufgabe


(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Feldexperiment mit drei Bewässerungstypen (*low*, *mid* und *high*) als Behandlung (*treatment*) ergeben sich die folgenden Barplots mit dem gemessenen Frischgewicht (*freshmatter*) von Kartoffeln.



1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
2. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im  üblichen Format! **(2 Punkte)**
3. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 49 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Freilandversuch mit drei Lichtstufen (*none*, 200lm und 600lm) als Behandlung (*treatment*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Frischgewicht (*freshmatter*) von Kartoffeln.

treatment	freshmatter
none	48.4
600lm	33.0
600lm	20.5
200lm	28.0
200lm	29.8
none	28.8
none	49.0
200lm	26.3
none	48.6
600lm	36.6

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Kartoffeln! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Kartoffeln erwarten würden, wie sehen dann die Barplots aus? **(1 Punkt)**

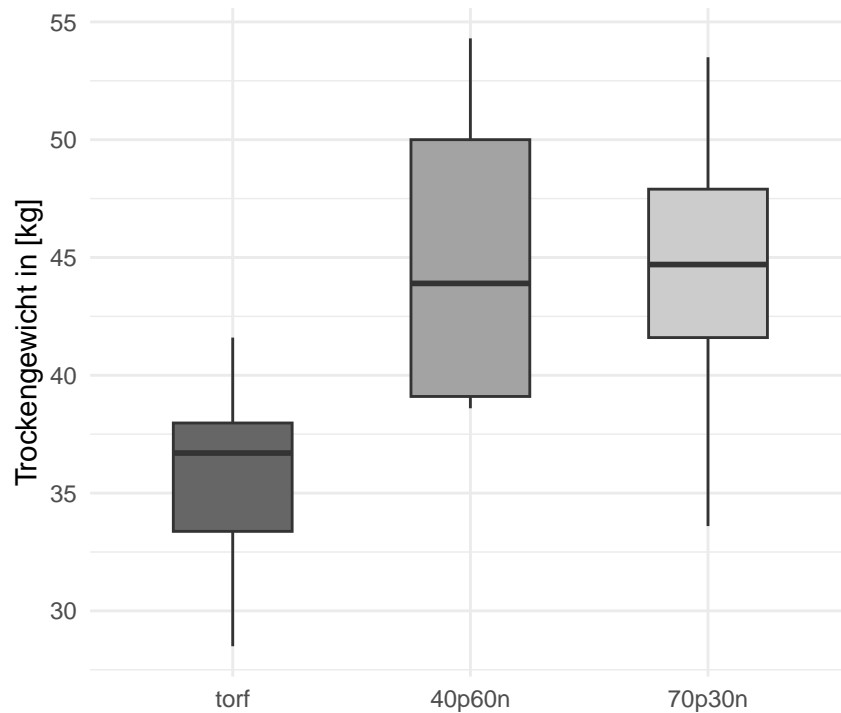
## 50 Aufgabe


(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Versuch in einer Klimakammer mit drei Substrattypen (*torf*, *40p60n* und *70p30n*) als Behandlung (*treatment*) ergeben sich die folgenden Boxplots mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Brokoli.



1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im  üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 51 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Bewässerungstypen (*low* und *high*) als Behandlung (*treatment*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Maiss.

treatment	drymatter
low	40.6
high	32.5
low	39.3
low	39.1
low	36.3
high	32.8
low	31.6
high	32.4
low	44.8
high	18.1
low	33.2
high	34.5
high	25.2
low	30.6
high	30.2
low	24.9
low	36.5
high	34.1
high	26.6
low	31.1
high	37.8
high	24.0

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(6 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? **(1 Punkt)**



## 52 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Gewächshausexperiment zählen Sie folgende Anzahl an Läsionen auf den Blättern von Brokoli nach einer durchgestandenen Infektion der Pflanze.

6, 6, 2, 0, 2, 4, 5, 3, 4, 6, 5, 3, 4, 4, 7, 4, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 6, 4, 2, 2

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* mehr als 4 Läsionen zu beobachten! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie aus den Daten die *Chance* mehr als 4 Läsionen zu beobachten! **(1 Punkt)**

### 53 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Freilandexperiment bestimmen Sie folgende Trockengewichte von Erdbeeren nach einer durchgestandenen Infektion der Pflanzen.

13.4, 13.5, 9.5, 6.2, 11.8, 13.8, 14.8, 5.5, 8.3, 8.7, 6.6, 11.7, 12, 13.3, 10.4, 8.1, 5.1, 9.9, 8.5, 13.3

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

## 54 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Feldexperiment für die Bodendurchlässigkeit wurde der Niederschlag pro Parzelle sowie der durchschnittliche Ertrag gemessen. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

water	drymatter
15	18
15	21
17	19
17	19
17	17
18	15
14	21

1. Erstellen Sie den Scatter-Plot für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie eine Gerade durch die Punkte! **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! **(3 Punkte)**
4. Wenn kein Effekt von dem Niederschlag auf das Trockengewicht vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

## 55 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *OutEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem jeweiligen beobachteten Infektionsstatus bei Spargel.

pesticide	infected
OutEx	no
OutEx	no
RoundUp	no
RoundUp	no
OutEx	no
RoundUp	yes
OutEx	no
RoundUp	no
OutEx	yes
RoundUp	no
OutEx	yes
RoundUp	no
OutEx	no
OutEx	no
OutEx	no
RoundUp	no
OutEx	yes
RoundUp	yes
OutEx	yes
RoundUp	no
RoundUp	yes
RoundUp	yes

1. Stellen Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang zwischen dem Pestizid und dem Infektionsstatus dar!  
(4 Punkte)
2. Zeichnen Sie den zugehörigen Mosaic-Plot. Berechnen Sie das Verhältnis pro Spalte! (2 Punkte)
3. Wenn das Pestizid keine Auswirkung auf den Infektionsstatus hätte, wie sehe dann der Mosaic-Plot aus?  
(2 Punkte)

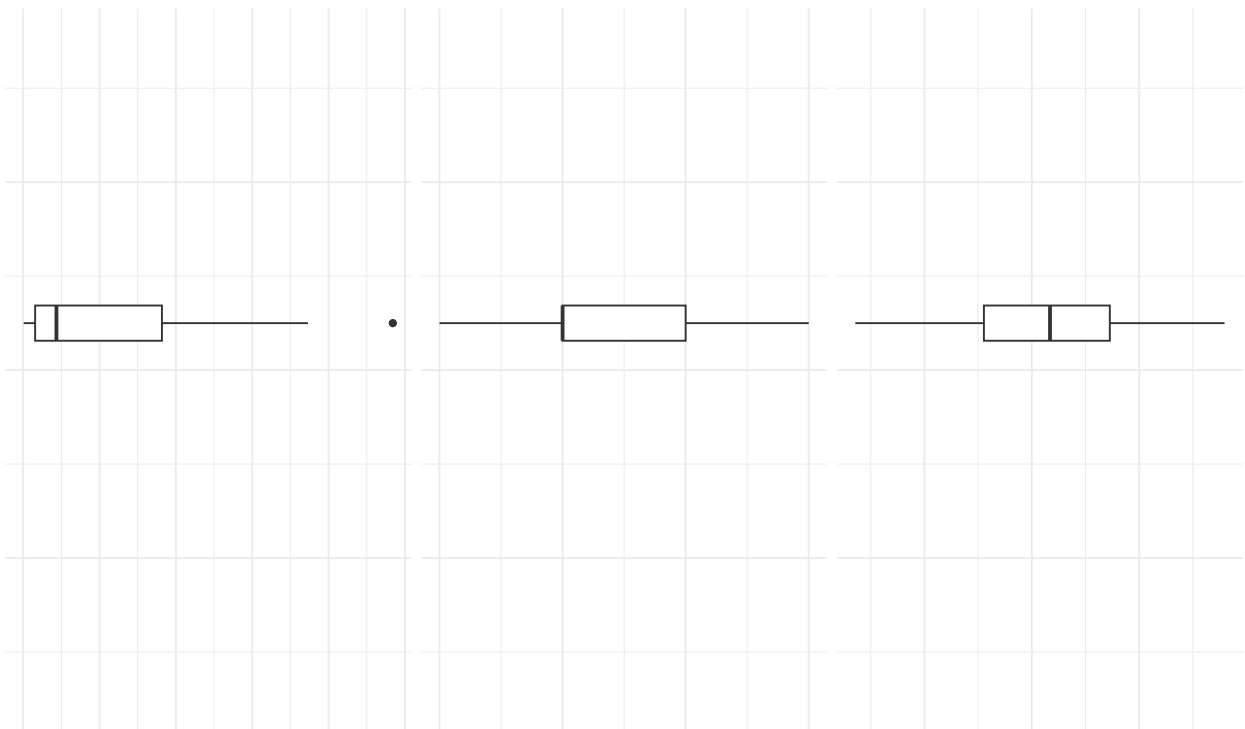
## 56 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! **(3 Punkte)**
3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**
4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\pm 1s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**



## 57 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie 2 Normalverteilungen *in einer Abbildung* mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2$  und  $s_1 \neq s_2$ ! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! **(2 Punkte)**
4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 58 Aufgabe

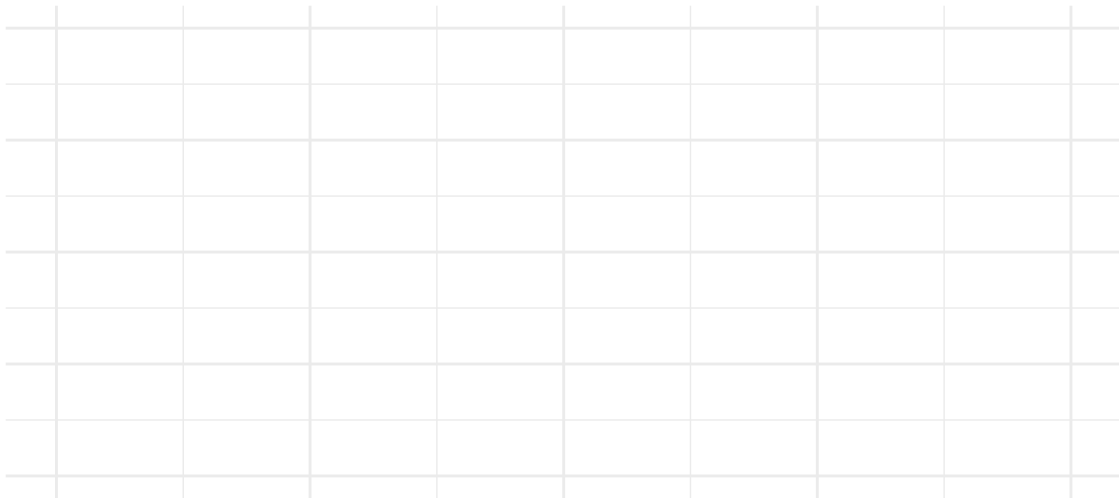
(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! **(6 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! **(1 Punkt)**
3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! **(2 Punkte)**

$N(0, 4)$  und  $N(1, 4)$



$Pois(20)$  und  $Pois(2)$



## Statistisches Testen

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 19 - Die Testentscheidung](#)
- [Kapitel 20 - Die Testtheorie](#)



## 59 Aufgabe

(9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! **(3 Punkte)**
2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**
3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable „Modul“ aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! **(3 Punkte)**

Testentscheidung    $\alpha$ -Fehler    $H_0$  abgelehnt    $H_0$  beibehalten

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! **(2 Punkte)**

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? **(1 Punkt)**
4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? **(1 Punkt)**
5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem halben Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 61 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Annahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie „ $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ “! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie „95%“! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Zeichnen Sie  $-T_{calc}$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Trockengewicht nach Düngergabe zu einer unbehandelten Kontrolle.

1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! **(6 Punkte)**
  - (a) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (b) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (c) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (d) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
  - (e) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (f) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall



## 63 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung  $s$  und der Fallzahl  $n$  auf die Teststatistik  $T_{calc}$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?

1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatistik  $T_{calc}$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_{calc}$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_{calc}$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	$T_{calc}$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_{calc}$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
$\Delta \uparrow$				$\Delta \downarrow$			
$s \uparrow$				$s \downarrow$			
$n \uparrow$				$n \downarrow$			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

## Der t-Test

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 22 - Der t-Test](#)

## 64 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment in einer Klimakammer mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *GoneEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Maiss.

pesticide	drymatter
GoneEx	16
RoundUp	17
RoundUp	16
GoneEx	18
RoundUp	19
GoneEx	17
GoneEx	16
GoneEx	16
RoundUp	22
GoneEx	16
RoundUp	18
RoundUp	22

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines Student t-Tests für den Vergleich der beiden Pestizide! **(5 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.68$  und dem berechneten  $T_{calc}$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Wenn Sie *einen* Unterschied zwischen den beiden Pestiziden erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik  $T_{calc}$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 65 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Eine neue technische Anlage wurde in einem Experiment in einer Klimakammer getestet. Bei dem Pilot-experiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_g = 3$ ) kamen zwei Behandlungen (*ctrl* und *dose*) zum Einsatz. Es ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewicht (*weight*) von Erdbeeren.

treatment	weight
dose	22.0
dose	22.6
dose	14.5
ctrl	19.5
ctrl	16.3
ctrl	18.9

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines Student t-Tests für den Vergleich der beiden Behandlungen! **(4 Punkte)**
3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.64$  und dem berechneten  $T_{calc}$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 66 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Stallexperiment mit zwei Futtermitteln (*FatDown* und *ProGain*) an Hängebauchschweinen ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewichtszunahmen nach fünf Wochen Mast.

feed	weight
ProGain	19
FatDown	16
ProGain	19
ProGain	19
FatDown	19
ProGain	18
FatDown	17
FatDown	16
ProGain	17
ProGain	19
FatDown	15

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines Welch t-Tests für den Vergleich der beiden Futtermittel! **(4 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=1\%} = 2.72$  und dem berechneten  $T_{calc}$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie das 99% Konfidenzintervall unter der Verwendung von  $s_p$  und der gemittelten Fallzahl über die beiden Gruppen! **(2 Punkte)**
6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! **(1 Punkt)**

## 67 Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Gewicht von Küken wurde *vor* der Behandlung mit STARTex und 1 Woche *nach* der Behandlung gemessen. Es ergibt sich die folgende Datentabelle.

animal_id	before	after
1	7	25
2	5	24
3	14	24
4	11	33
5	11	23
6	11	26
7	7	28

1. Formulieren Sie die Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines gepaarten t-Tests für den Vergleich der beiden Zeitpunkte! **(4 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.04$  und dem berechneten  $T_{calc}$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den  $p$ -Wert aus Ihrem berechneten  $T_{calc}$  ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**

## 68 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: drymatter by Fe  
## t = 0.40711, df = 12, p-value = 0.6911  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -3.771622 5.504955  
## sample estimates:  
## mean in group high mean in group trt2  
## 18.20000 17.33333
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_{calc}$ ,  $Pr(D|H_0)$ ,  $A = 0.95$ , sowie  $T_{\alpha=5\%} = |2.18|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend! **(2 Punkte)**

## 69 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: waterintake by infusion  
## t = 1.118, df = 16, p-value = 0.2801  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -1.493502 4.826835  
## sample estimates:  
## mean in group high mean in group low  
## 16.33333 14.66667
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**

## 70 Aufgabe

(9 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.


```
##
##  Welch t-Test
##
## data:  drymatter by Fe
## t = 0.75701, df = 12, p-value = 0.4636
## alternative hypothesis: true  is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
##  -1.961638  4.050526
## sample estimates:
## mean in group high mean in group trt1
##           14.60000           13.55556
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**

## 71 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##  
## Paired t-test  
##  
## data: drymatter by Fe  
## t = -0.45496, df = 6, p-value = 0.6651  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -8.200739 5.629310  
## sample estimates:  
## mean difference  
## -1.285714
```

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie den sich ergebenden Datensatz mit  $n = 4$  Beobachtungen! Die Daten müssen *nicht* die Mittelwertsdifferenz  $d$  erfüllen! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## Die ANOVA

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

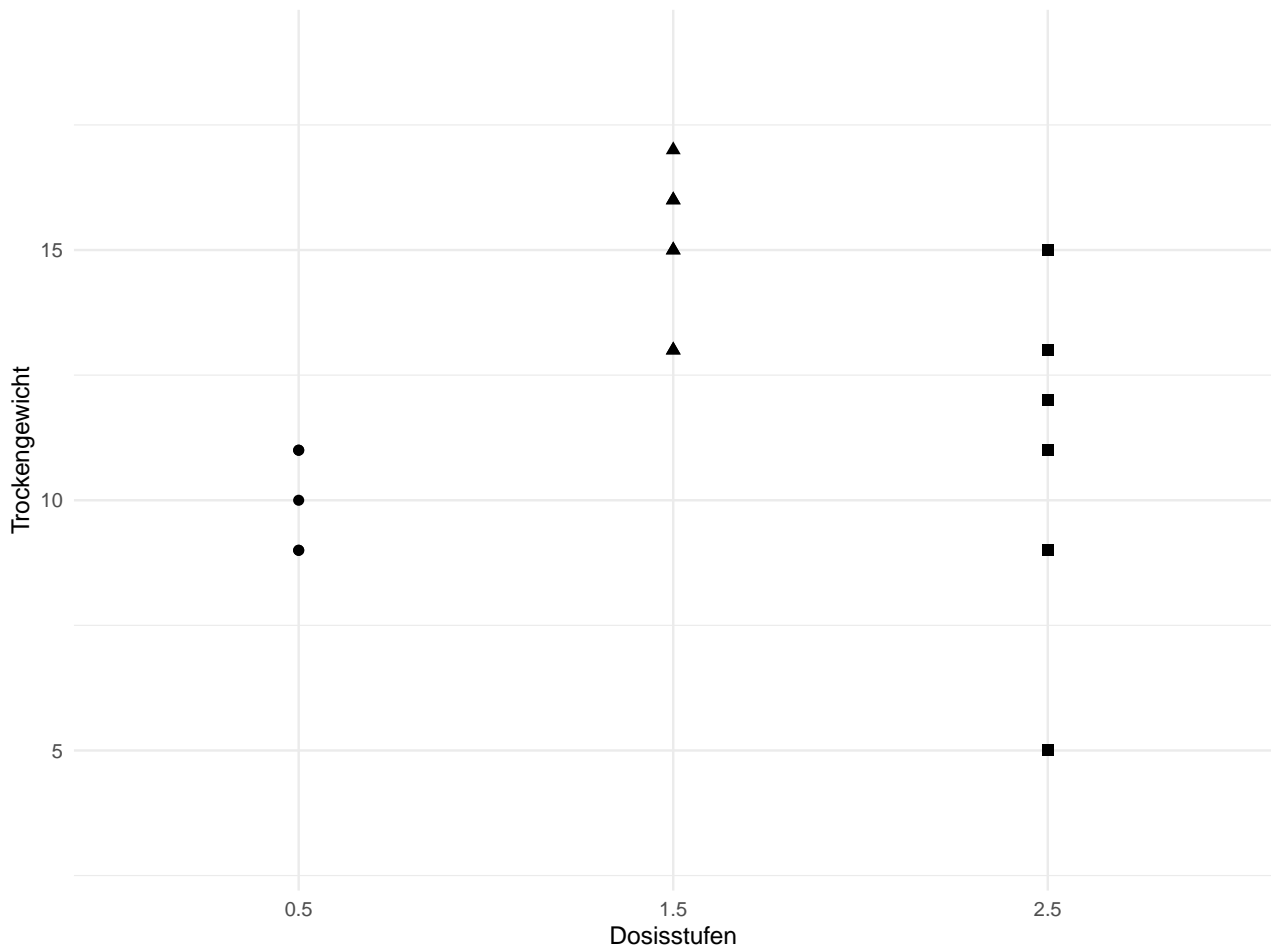
- [Kapitel 23 - Die ANOVA](#)

## 72 Aufgabe

(8 Punkte)



In einem Feldexperiment wurde der Ertrag von Maiss unter drei verschiedenen Pestizid-Dosen 0.5g/l, 1.5g/l und 2.5g/l gemessen. Im Folgenden ist der Datensatz einmal visualisiert.



1. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen in die Abbildung ein! Beschriften Sie die statistischen Maßzahlen! **(6 Punkte)**
  - Globale Mittelwert:  $\beta_0$
  - Mittelwerte der einzelnen Dosen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$
  - Effekt der einzelnen Dosen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$ , und  $\beta_{2.5}$
  - Residuen oder Fehler:  $\epsilon$
2. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied zwischen den Dosisstufen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



### 73 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz `week7_growth.tbl` enthält den Fettgehalt von Mastschweinen, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Als Behandlung wurden verschiedene Nahrungszusätze in unterschiedlichen Dosen verfüttert. Als Behandlung haben Sie somit den Faktor *group* mit den Faktorstufen *ctrl*, *lethal* und *mid* vorliegen.

1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
group	2	66.37			
error	20				
total	22	95.74			

2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von  $F_{\alpha=5\%} = 3.49$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
3. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)
4. Skizzieren Sie Körpergröße von fünf Tieren pro Behandlung für eine signifikante, einfaktorielle ANOVA! (2 Punkte)

## 74 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz `fertilizer_growth_tbl` enthält den Ertrag pro Hektar der Erbsenschooten, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Dabei wurden die Erbsenschooten unter verschiedenen Konzentrationen von einem alternativen Dünger angebaut. Als Behandlung haben Sie daher den Faktor *group* mit den Faktorstufen *low*, *extreme* und *mid* vorliegen.

1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
group	2	86			
error	18	42.29			

2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von  $F_{\alpha=5\%} = 3.55$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich auf den obigen Fragetext bei Ihrer Antwort! (2 Punkte)
4. Berechnen Sie *einen* Student t-Test mit für den *vermutlich* signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)


group	n	mean	sd
low	7	17.43	1.40
extreme	7	21.86	0.90
mid	7	21.57	2.07

5. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

## 75 Aufgabe

(9 Punkte)



Der Datensatz *crop\_tbl* enthält das Outcome *height* für ein Feldexperiment mit Kartoffeln, welches unter drei verschiedenen Düngerbedingungen erzielt wurden. Die Düngerbedingungen sind in dem Faktor *trt* mit den Faktorstufen *ctrl*, *mid* und *trt2* codiert. Sie erhalten folgenden Output in .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: height
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## trt         2  19.451   9.7253   4.5251 0.02392
## Residuals  20  42.984   2.1492
```

1. Stellen Sie die statistische  $H_0$  und  $H_A$  Hypothese für die obige einfaktorielle ANOVA auf! **(2 Punkte)**
2. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(2 Punkt)**
3. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(3 Punkte)**

## 76 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz *tooth\_tbl* enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an verschiedenen Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von 4 Vitamin-C-Dosen *dose* über eine von 2 Verabreichungsmethoden *supp* erhielt. Die Zahnlänge wurde als normalverteiltes Outcome gemessen.

1. Füllen Sie die unterstehende zweifaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! (4 Punkte)
2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von den  $F_{\alpha=5\%}$ -Werten mit  $F_{supp} = 4.26$  und  $F_{dose} = 3.40$  sowie  $F_{supp:dose} = 5.23$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)


	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>supp</b>	1	1.4			
<b>dose</b>	3	119.4			
<b>supp:dose</b>	3	59.55			
<b>error</b>	32	218.07			

3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich dabei einmal auf den Faktor *supp* und einmal auf den Faktor *dose*! (2 Punkte)
4. Was sagt der Term *supp:dose* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis des abgeschätzten p-Wertes! (2 Punkte)


## 77 Aufgabe

(10 Punkte)



Der Datensatz *pig\_gain\_weight\_tbl* enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung vom Vitamin Selen auf das Wachstum von Puten. Der Versuch wurde an 63 Puten durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Selen-Dosen *dose* (0.1 ng/Tag, 1 ng/Tag und 20 ng/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden *form* erhielt (Wasser oder Festnahrung). Sie erhalten folgende Ausgabe in .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: weight
##      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## dose      2   13.77      6.89   0.5064    0.6110
## form      1 654.21  654.21 48.0996 1.759e-06
## dose:form  2 162.24   81.12   5.9643   0.0103
## Residuals 18 244.82   13.60
```

1. Stellen Sie die statistische  $H_0$  und  $H_A$  Hypothese für die obige zweifaktorielle ANOVA für den Faktor *dose* auf! **(2 Punkte)**
2. Interpretieren Sie das Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA. Gehen Sie im besonderen auf den Term *dose : form* ein! **(2 Punkte)**
3. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(4 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend der  Ausgabe! **(2 Punkte)**

## 78 Aufgabe

(8 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik  $F_{calc}$  und in dem Student t-Test die T-Statistik  $T_{calc}$ .

$$F_{calc} = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_{calc} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der  $F_{calc}$  Statistik und  $T_{calc}$  Statistik! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante  $F_{calc}$  Statistik sowie eine signifikante  $F_{calc}$  Statistik anhand von  $MS_{treatment}$  und  $MS_{error}$ ! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! **(2 Punkte)**
4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 79 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ . Der Faktor  $f_1$  hat drei Level. Der Faktor  $f_2$  hat dagegen nur zwei Level.

1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine schwache und eine starke Interaktion zwischen den Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ! **(4 Punkte)**
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! **(2 Punkte)**
3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? **(2 Punkte)**



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor  $f_1$  mit drei Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit  $F_{calc} = 1.2$ . Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem ersten und zweiten Level geben müsste. Die *IQR*-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Visualisieren Sie die Berechnung von  $F_{calc}$  am obigen Beispiel! **(3 Punkte)**
3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! **(3 Punkte)**



## Multiple Gruppenvergleiche

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 20.3 Adjustierung für multiple Vergleiche](#)
- [Kapitel 31.7 Compact letter display](#)

## 81 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment zur Dosiswirkung wurden verschiedene Dosisstufen mit einer Kontrollgruppe verglichen. Es wurden verschiedene t-Test für den Mittelwertsvergleich gerechnet und es ergab sich folgende Tabelle mit den rohen p-Werten (*Raw p-value*).

Vergleich	Raw p-value	Adjusted p-value	Reject Null
dose 25 - ctrl	0.030		
dose 15 - ctrl	0.020		
dose 90 - ctrl	0.070		
dose 20 - ctrl	0.012		


1. Füllen Sie die Spalte „Adjusted p-value“ mit den adjustierten p-Werten nach Bonferoni aus! **(4 Punkte)**
2. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese weiter abgelehnt werden kann. Tragen Sie Ihre Entscheidung in die obige Tabelle ein. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie warum die p-Werte bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! **(2 Punkte)**

## 82 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment für den Zuckergehalt von Erdbeeren in g/kg mit fünf Dosisstufen (ctrl, low, mid, high und pos) erhalten Sie folgendes *Compact letter display (CLD)* als  Ausgabe aus den rohen, unadjustierten *p*-Werten.

```
## ctrl high low mid pos
## "a" "ab" "c" "b" "ab"
```


1. Zeichnen Sie eine Abbildung, der sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu der Abbildung! **(1 Punkt)**
3. Erklären Sie *einen* Vorteil und *einen* Nachteil des *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**
4. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

### 83 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment für den Zuckergehalt von Erdbeeren in g/kg mit vier Dosisstufen (ctrl, low, mid und high) erhalten Sie folgende Matrix als  Ausgabe mit den rohen, unadjustierten  $p$ -Werten.

```
##          ctrl          high          low          mid
## ctrl 1.0000000 0.0187620 0.0202152 0.2416307
## high 0.0187620 1.0000000 0.0000251 0.2086938
## low  0.0202152 0.0000251 1.0000000 0.0009590
## mid  0.2416307 0.2086938 0.0009590 1.0000000
```

Im Weiteren erhalten Sie folgende Informationen über die Fallzahl  $n$ , den Mittelwert  $mean$  und die Standardabweichung  $sd$  in den jeweiligen Dosisstufen.

trt	n	mean	sd
ctrl	9	12.12	0.78
high	9	8.38	4.31
low	9	15.80	3.83
mid	9	10.32	2.65

1. Zeichnen Sie in eine Abbildung, die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
2. Adjustieren Sie die rohen  $p$ -Werte nach Bonferroni. Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
3. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu der Abbildung. Nutzen Sie dazu die rohen  $p$ -Werte! **(2 Punkte)**
4. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**

## Der $\chi^2$ -Test & Der diagnostische Test

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 28 - Der  \$\chi^2\$ -Test](#)
- [Kapitel 29 - Der diagnostische Test](#)

## 84 Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment ergibt sich die folgende 2x2 Datentabelle mit einem Pestizid (ja/nein) der Marke KillAll, dargestellt in den Zeilen, und dem infizierten Pflanzenstatus (ja/nein) von Weizen, dargestellt in den Spalten. Insgesamt wurden  $n = 134$  Pflanzen untersucht.

	Erkrankt (ja)	Erkrankt (nein)	
Pestizid (ja)	38	21	
Pestizid (nein)	23	52	

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die Randsummen! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test auf der 2x2 Tafel! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi^2_{\alpha=5\%} = 3.841$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie die  $\chi^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\chi^2_{\alpha=5\%}$  und  $\chi^2_{calc}$  in der Abbildung! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V*! Interpretieren Sie den Effektschätzer! **(2 Punkte)**

## 85 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Gegeben sind folgende Randsummen in einer 2x2 Kreuztabelle aus einem Experiment mit  $n = 135$  Sauen. In dem Experiment wurde gemessen, ob eine Sau nach einer Behandlung mit einem Medikament (ja/nein) mehr als 30 Ferkel pro Jahr bekommen konnte (ja/nein).

	>30 Ferkel (ja)	≤30 Ferkel (nein)	
Medikament (ja)			76
Medikament (nein)			59
	89	46	135

1. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle in dem Sinne, dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
2. Erklären und Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests mit

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}.$$

Sie können dies an einem Beispiel erklären! **(2 Punkte)**

3. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des „normalen“ Chi-Quadrat-Tests anwenden? **(2 Punkte)**
4. Warum hat die obige Vierfeldertafel einen Freiheitsgrad von  $df = 1$ ? **(1 Punkt)**


## 86 Aufgabe

(10 Punkte)



Nach einem Experiment erhalten Sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus Ihren erhobenen Daten.

```
##           Verschimmelt
## Gruppe      yes no
## Papageien-Tulpe    6  3
## Zwerg-Tulpe       6  4
```

Aus der 2x2 Kreuztabelle erhalten Sie folgende  Ausgabe der Funktion `fisher.test()`.

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data:  mat
## p-value = 1
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
##  0.1442262 13.2691123
## sample estimates:
## odds ratio
##  1.313276
```

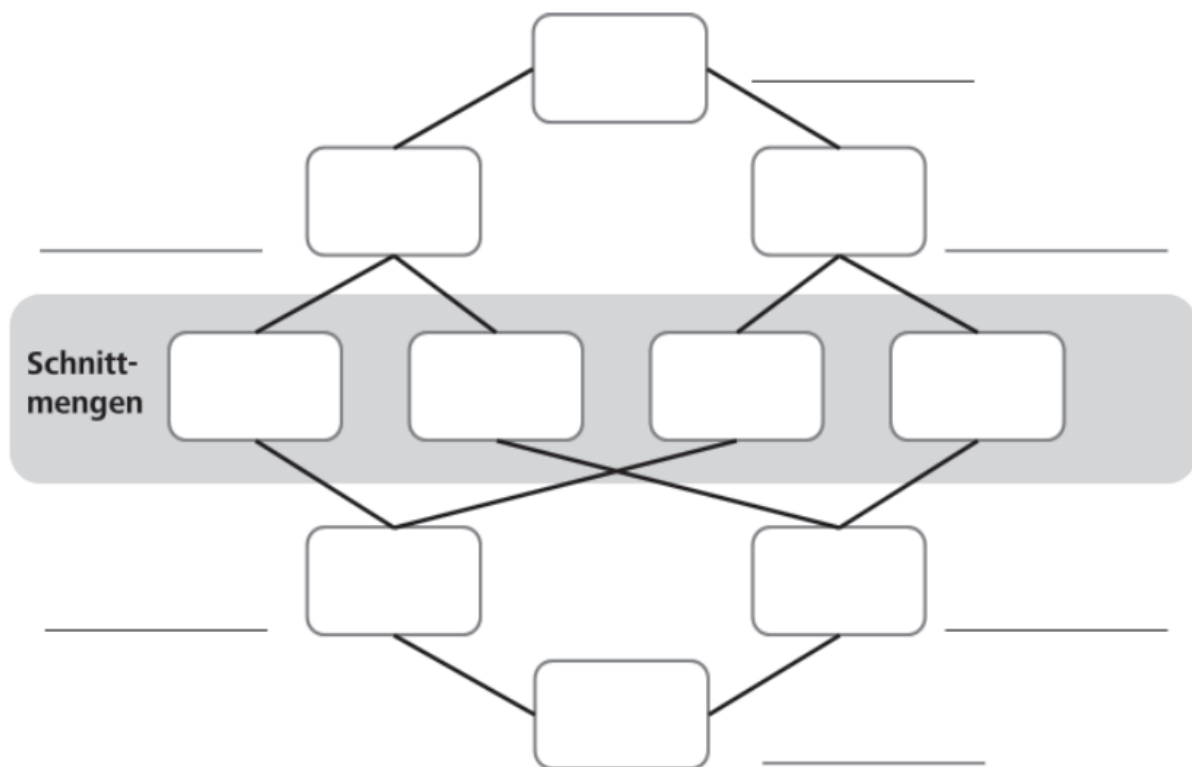
1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**
5. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**





Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 4% angenommen. In 85% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 1000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! **(8 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? **(1 Punkt)**



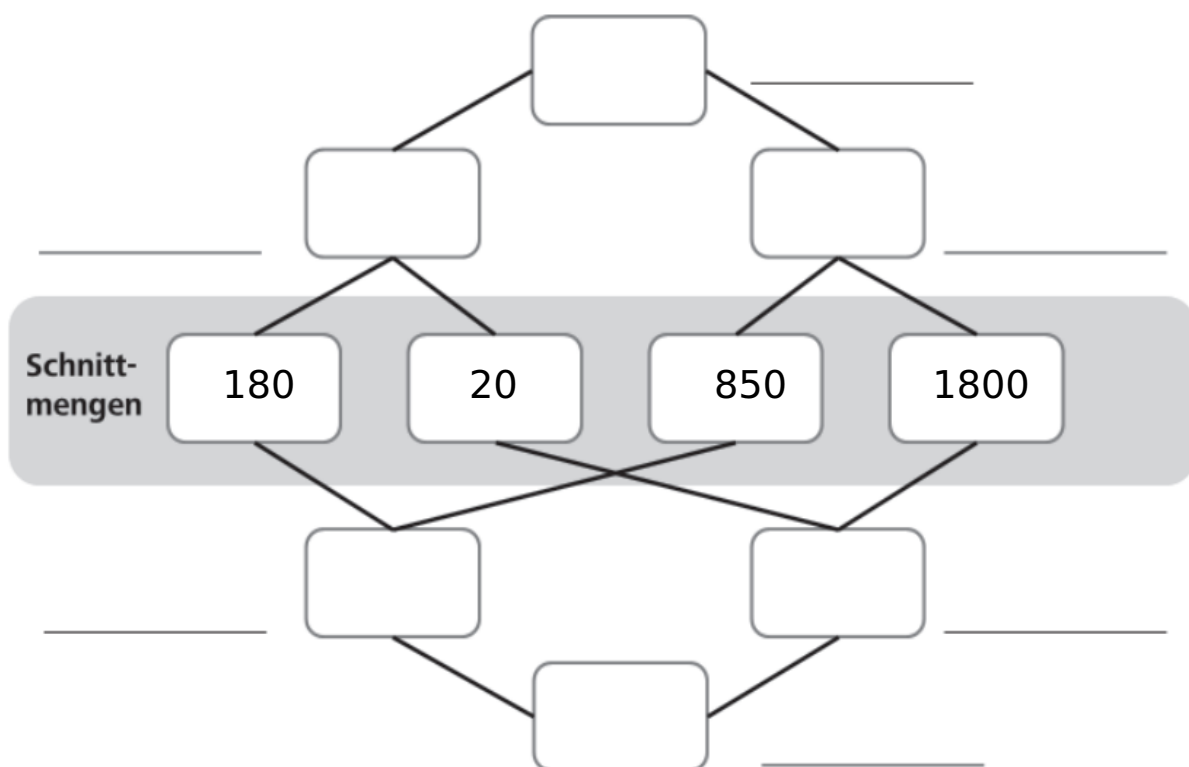
## 88 Aufgabe

(12 Punkte)



Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! **(4 Punkte)**



## 89 Aufgabe

(10 Punkte)



Beim diagnostischen Testen erhalten Sie *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)*. Erklären Sie den Zusammenhang wie folgt.

1. Tragen Sie *TP*, *TN*, *FP* und *FN* in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie *TP*, *TN*, *FP* und *FN* in einer Abbildung. Beschriften Sie die Abbildung und die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
3. Erklären Sie an einem numerischen Beispiel und der Abbildung die Berechnung der Prävalenz! **(2 Punkte)**
4. Erklären Sie an einem Schaubild den Unterschied zwischen Inzidenz und Prävalenz! **(2 Punkte)**

## Nicht parametrische Tests

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 25 - Der Wilcoxon-Mann-Whitney-Test](#)
- [Kapitel 26 - Der Kruskal-Wallis-Test](#)

## 90 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

Vorher	Nachher	Differenz	Vorzeichen	Rang	Positiv Rang	Negativ Rang
8	10					
8	13					
11	11					
9	12					
12	12					
7	10					
10	10					
11	11					
13	11					
10	13					
10	13					
11	13					
14	12					
8	11					
8	13					

1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! **(4 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $W$  mit  $W = \min(T_-; T_+)$  und berechnen Sie den erwarteten Wert  $\mu_W = \frac{n_{10} \cdot (n_{10} + 1)}{4}$ ! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit  $z = \frac{W - \mu_W}{11.247}$ ! **(2 Punkte)**
4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von  $z_{\alpha=5\%} = 1.96$  ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! **(2 Punkte)**

## 91 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittlere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

Treatment	Count
RootsGoneX	11.1
Kontrolle	2.4
Kontrolle	3.9
Kontrolle	7.1
Kontrolle	5.1
RootsGoneX	11.8
Kontrolle	1.6
Kontrolle	5.1
RootsGoneX	10.7
Kontrolle	2.9
RootsGoneX	11.6

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür  $U_c$  mit  $U_c = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1!$  (4 Punkte)

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $U_c$  durch  $z = \frac{U_c - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$  und dem kritischen

Wert von  $z_{\alpha=5\%} = 1.96$ . Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

## 92 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanillepflanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosphorlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

Treatment	Count	Rang Kontrolle	Rang Dosis 20	Rang Dosis 40
Dosis 40	13.8			
Kontrolle	6.4			
Kontrolle	8.6			
Dosis 20	11.0			
Kontrolle	5.1			
Kontrolle	5.8			
Dosis 20	12.5			
Dosis 40	12.8			
Kontrolle	6.3			
Dosis 40	9.5			
Dosis 40	11.9			
Dosis 20	11.5			
Dosis 20	11.6			
Kontrolle	4.4			
Dosis 20	11.0			
Dosis 40	14.2			

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- Bestimmen Sie hierfür  $H_c$  mit  $H_c = \frac{12}{n(n+1)} \left( \frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) - 3(n+1)$ ! **(6 Punkte)**
- Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $H_c$  durch den kritischen Wert von  $H_{\alpha=5\%} = 5.99$ ! **(1 Punkt)**
- Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? **(1 Punkt)**
- Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? **(1 Punkt)**
- Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! **(1 Punkt)**

## Simple lineare Regression & Korrelation

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 32 - Simple lineare Regression](#)
- [Kapitel 33 - Maßzahlen der Modelgüte](#)
- [Kapitel 34 - Korrelation](#)



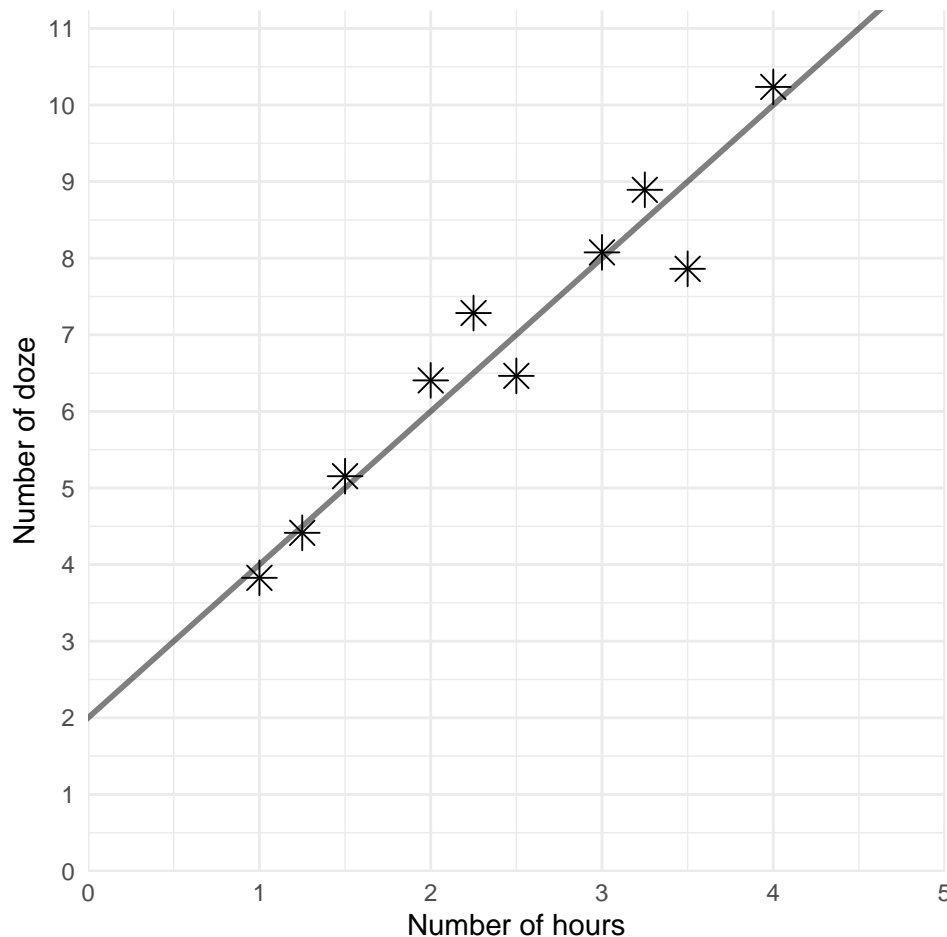
### 93 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einer Studie zur „Arbeitssicherheit auf dem Feld“ wurde gemessen wie viele Stunden auf einem Feld gefahren wurden und wie oft der Fahrer dabei drohte einzunicken. Es ergab sich folgende Abbildung.




1. Erstellen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung in der Form  $y \sim \beta_0 + \beta_1 \cdot x$ ! **(2 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Grade mit den Parametern der linearen Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein Zusammenhang zwischen der Anzahl an gefahrenen Runden und der Müdigkeit vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? **(1 Punkt)**

## 94 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Stallexperiment mit  $n = 120$  Ferkeln wurde der Gewichtszuwachs in kg unter ansteigender Lichteinstrahlung in nm gemessen. Sie erhalten den  Output einer simplen Gaussian linearen Regression sieben Wochen nach der ersten Messung.


term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	2.73	1.0		
light	1.95	0.1		

1. Berechnen Sie die t Statistik für *(Intercept)* und *light*! **(2 Punkte)**
2. Schätzen Sie den p-Wert für *(Intercept)* und *light* mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$  ab. Was sagt Ihnen der p-Wert aus? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
3. Zeichnen Sie die Grade aus der obigen Tabelle in ein Koordinatenkreuz! **(1 Punkt)**
4. Beschriften Sie die Abbildung und die Gerade mit den statistischen Kenngrößen! **(2 Punkte)**
5. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**


## 95 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $\text{kg/m}^2$  (*drymatter*) und Wassergabe  $\text{l/m}^2$  (*water*) bei Erdbeerpflanzen zu bestimmen. Sie erhalten folgende  Ausgabe.

```
##
## Call:
## lm(formula = weight ~ water, data = data_tbl)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
##    -4.2    -0.8     0.2     1.1     3.8
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   14.800      1.044   14.176 5.97e-07
## waterB         8.400      1.476    5.689 0.00046
##
## Residual standard error: 2.335 on 8 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8018, Adjusted R-squared:  0.777
## F-statistic: 32.37 on 1 and 8 DF,  p-value: 0.0004601
```

1. Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome *water* erfüllt? Begründen Sie die Antwort! **(2 Punkte)**
2. Wie groß ist der Effekt der Wassergabe? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Erklären Sie *kurz* den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.8018 aus? **(2 Punkte)**
5. Schreiben Sie das Ergebnis der  Ausgabe in zwei Sätzen auf, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! **(2 Punkte)**

## 96 Aufgabe

(8 Punkte)



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen ein kausales und ein prädiktives Modell mit  $n = 9$  Beobachtungen! **(4 Punkte)**
2. Beachten Sie bei der Erstellung der Skizze, ob ein Effekt von X vorliegt oder nicht! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Abbildung mit „Trainingsdaten“ und „Testdaten“! **(2 Punkte)**

Causal model with no effect of X



Predictive model with no effect of X



## 97 Aufgabe

(9 Punkte)

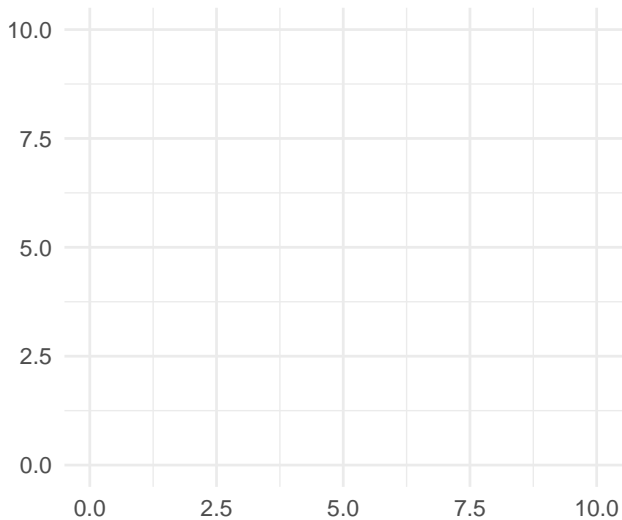


Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

1. Zeichnen Sie für die angegebene  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie für die angegebenen  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktwolke um die Gerade. **(3 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(3 Punkte)**

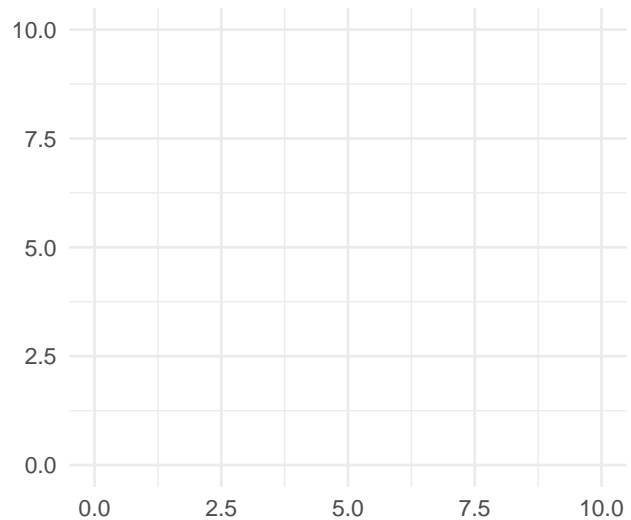
Pearsons  $\rho = -1$

$R^2 = 0.5$



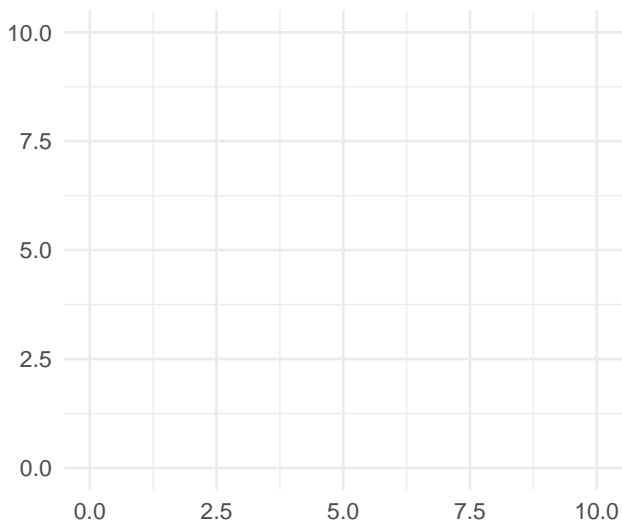
Pearsons  $\rho = -0.25$

$R^2 = 0.75$



Pearsons  $\rho = -0.75$

$R^2 = 0.25$



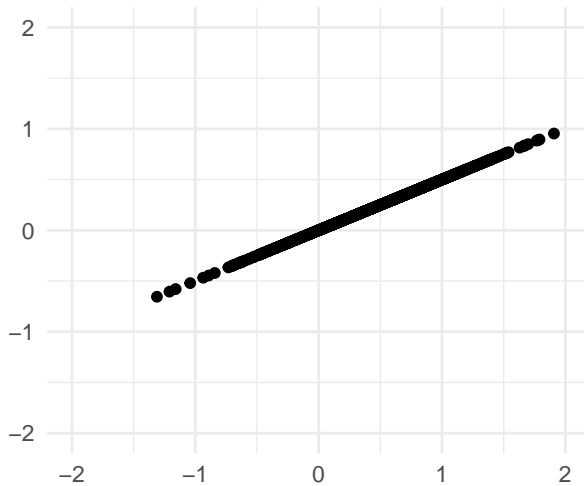


Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in der entsprechenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in der entsprechenden Punktwolke um die Gerade! **(4 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(1 Punkt)**

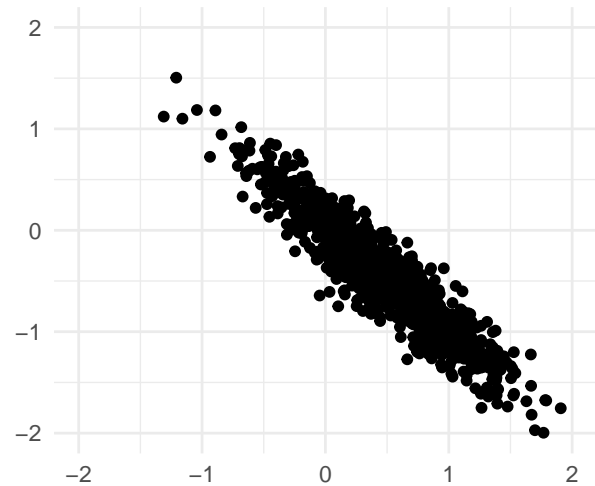
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



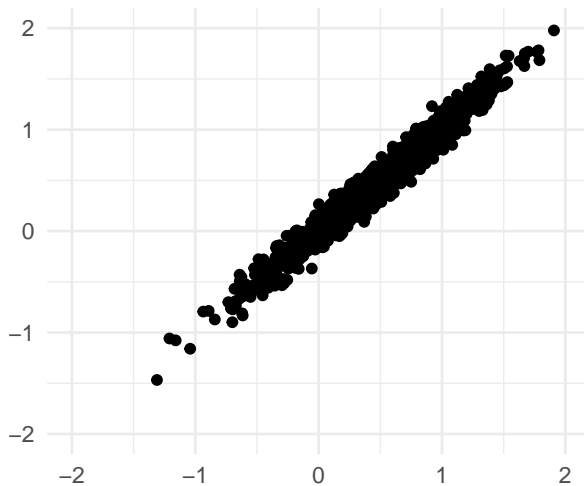
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



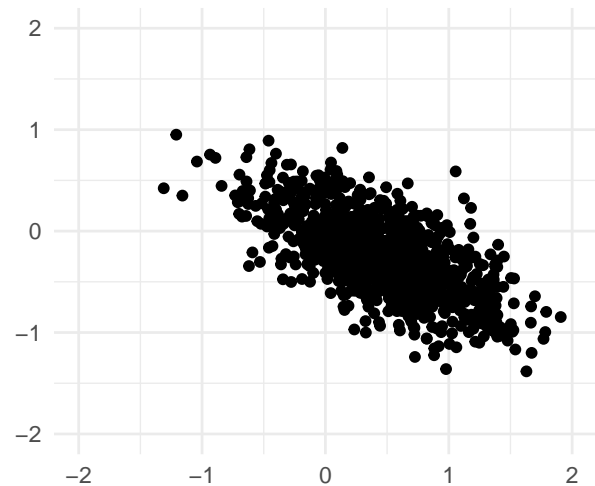
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



Pearsons  $\rho =$


$R^2 =$



## 99 Aufgabe

(12 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `cor.test()`.

```
##  
## Spearman's correlation  
##  
## data: drymatter and water  
## t = 4.1454, df = 8, p-value = 0.003229  
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
##  0.4092801 0.9576147  
## sample estimates:  
##      cor  
## 0.826041
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! Erklären Sie *eine* der Eigenschaften an einem Beispiel! **(3 Punkte)**
3. Sind die Variablen `drymatter` und `water` normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
5. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! **(3 Punkte)**



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Abbildung, die sich nach der Überschrift ergibt! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(2 Punkte)**

Residual plot with 1 outlier fulfilling the normality assumption.



Residual plot violating the normality assumption.





## 101 Aufgabe

(7 Punkte)



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Abbildung, die sich nach der Überschrift ergibt! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(3 Punkte)**

QQ plot fullfiling the normality assumption.



QQ plot violating the normality assumption.





Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $\text{kg/m}^2$  (*drymatter*) und Wassergabe  $\text{l/m}^2$  (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

.id	drymatter	water	.fitted	.resid
1	32.1	13.1	30.3	
2	21.0	5.9	19.1	
3	13.7	1.2	11.8	
4	38.7	17.5	37.1	
5	9.5	1.4	12.1	
6	19.0	6.3	19.7	
7	29.1	13.0	30.2	
8	31.6	14.9	33.2	
9	32.9	14.6	32.6	
10	28.2	11.2	27.4	
11	30.1	14.4	32.4	

1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte *.resid* in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 103 Aufgabe



**(12 Punkte)**

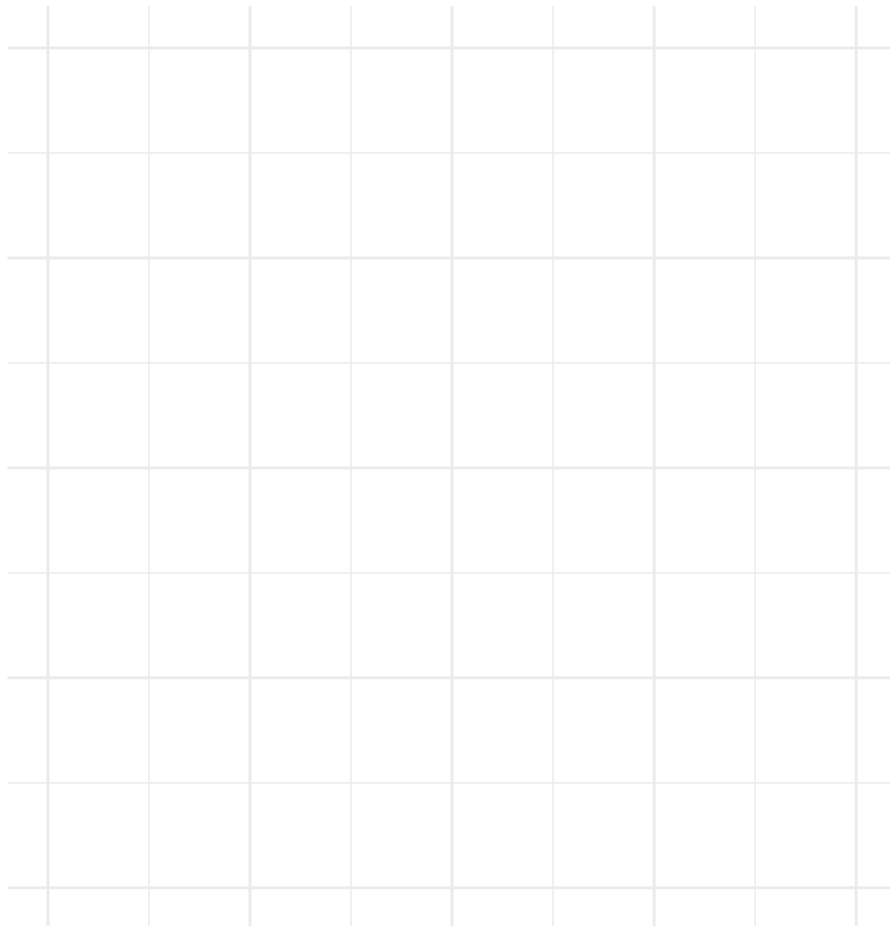


1. Zeichnen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbildungen die Zeile des Regressionskreuzes der Poissonverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! **(6 Punkte)**
2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen *Zahlenraum* nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**



Ein Feldexperiment wurde mit  $n = 200$  Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen ( $x$ ) wurden erhoben:  $S$ ,  $fertilizier$  und  $dosage$ . Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung:  $drymatter$ ,  $yield$ ,  $count$ ,  $quality\_score$  und  $dead$ .

1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie *Poisson* gehört! **(1 Punkt)**
2. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  in der Funktion `glm()` üblich ist *ohne Interaktionsterm*! **(3 Punkte)**
3. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  üblich ist und ergänzen Sie *einen* Interaktionsterm nach Wahl! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie eine *schwache* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**



## Mathematik

Die Formeln und weitere Informationen zu den Aufgaben gibt es in dem **Skript Mathematik**. Alle Matheaufgaben sind mehr oder weniger **Fermi Probleme** und werden daher auch so gelöst. Wir machen Annahmen an die Umstände und rechnen mit diesen Annahmen dann die Aufgaben durch. Manchmal passen die Annahmen besser und manchmal schlechter. Wie eben auch im echten Leben.

Die Inspirationen und Ideen sind dann teilweise bei den jeweiligen Aufgaben in den Fußnoten ergänzt oder aber auch bei den YouTube Videos zu finden. Nicht immer gibt es die eine Inspiration, dann habe ich auch keine angegeben. Wer mehr Lesen möchte und sich auch die ein oder andere Inspiration mehr holen möchte, kann die Arbeiten von Harte (1988, 2001) aufarbeiten. In der älteren Arbeit von Harte (1988) sind die Beispiele natürlich veraltet, lassen sich aber mit wenig Aufwand auf heutige, aktuelle Beispiele anpassen. In dem Sinne, viel Spaß bei den Aufgaben.

- Harte, J. (1988). Consider a spherical cow: A course in environmental problem solving. University Science Books.
- Harte, J. (2001). Consider a cylindrical cow: more adventures in environmental problem solving. University Science Books.

## 105 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte.

*Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"*

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von  $1\text{mm}$  pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von  $11\text{m}$  in Brusthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser der Eiche im Jahr 1840 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(3 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von  $195\text{cm}$ , eine Breite von  $95\text{cm}$  sowie eine Länge von  $240\text{cm}$ .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $\text{m}^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mühsam* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in  $\text{cm}$ ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(3 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von  $15\text{cm}$  bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 106 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 160 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 9cm und eine Höhe von 8cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 310 EUR.

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *drei* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Welche *Pflanztopf*fläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? **(3 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter  $l$ , die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**

## 107 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Hühner in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Hühner-Halter:innen nicht<sup>1</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Hühner für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^n (A_i \times PB_i) \quad A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$$

mit

- $SA$  dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten  $i$ .
- $A_i$  dem benötigten Platz für ein Verhalten  $i$ .
- $PB_i$  dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens  $i$ .
- $r_i$  dem Radius Huhn plus dem benötigten Radius für das Verhalten  $i$ .
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten  $i$ .
- $i$  dem Verhalten: (1) dustbathing, (2) preening, (3) foraging incl. scratching und (4) standing.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten  $i$  aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jacobs et al. (2019)
dustbathing	34cm; 35cm; 12.1%	35cm; 35cm; 3.5%	47cm; 21cm; 10.1%
preening	33cm; 33cm; 0.2%	34cm; 21cm; 0.4%	31cm; 29cm; 0.2%
foraging incl. scratching	41cm; 20cm; 0.5%	33cm; 25cm; 0.5%	36cm; 34cm; 1.2%
standing	28cm; 24cm; 6.3%	40cm; 27cm; 5.2%	37cm; 31cm; 3.6%

1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für  $r$ ,  $R$  und  $PB$  aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! **(3 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz  $A$  für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot  $SA$  für alle betrachteten Verhalten! **(1 Punkt)**
4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Hühner für ein Verhalten  $i$ . Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! **(2 Punkte)**
5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Hühner in der Fläche  $A$ : „Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area  $A$ , we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ .“ Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $a$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? **(2 Punkte)**

<sup>1</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: [EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. \(2023\) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.](#)



## 108 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung „Europa und das Meer“ im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 40 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 70 Tagen zu beklagen; nach 110 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 245 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(3 Punkte)**
2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(2 Punkte)**

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht „[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.“ Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skorbut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $7000\mu\text{g}/50\text{mg}$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei  $110\text{mg}$  pro Tag für Männer.

3. Berechnen Sie die notwendige Menge in  $t$  an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 24 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

## 109 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{28} \text{ kg}$ . Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 5000m kollabiert, wird die Sonne 45% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Gravitationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- $r_s$ , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- $G$ , gleich der Gravitationskonstante mit  $6.274 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 (\text{kg} \cdot \text{s}^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! **(1 Punkt)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 \text{ m/s}$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius  $r$  des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! **(2 Punkte)**
6. Eine Kirchenglocke und ein Handtuch stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzen Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

## 110 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: „Where is everybody?“. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt *vier* Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.0523 \times 10^4 \text{ km/h}$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 250 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum *vier* Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 7.81 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $1.5 \times 10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  an.

1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit *einem einzigen Vervielfältigungsschritt* die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annäherungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
4. Bei einem vermuteten Alter der Erde von  $4.1 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $1.2 \times 10^8$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! **(2 Punkte)**

## 111 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Schweinestall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_v$  von  $5.5m$ . Die hintere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_b$  von  $11m$ . Der Schweinestall hat eine Tiefe  $t$  von  $13m$  und eine Breite  $b$  von  $60m$ .

1. Skizzieren Sie den Schweinestall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_v$ ,  $h_b$ , die Tiefe  $t$  und die Breite  $b$  des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Schweinestall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius  $r$  von  $1.5m$ . Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal  $5t$  aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 20% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^\circ C$  eine Dichte von  $200kg/m^3$ . Bei  $-100^\circ C$  hat Methan eine Dichte von  $280kg/m^3$ . Sie betreiben Ihre Anlage bei  $-90^\circ C$ .

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  für den gefüllten Methantank mit dem Radius  $r$ , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

## 112 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die bayrischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 72 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 55 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 44 Königsellen. Eine Königselle misst 52.2cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 44 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in  $m$  ergibt sich? **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 5cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 4 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 90% aus. In eine Schubkarre passen 100 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von  $14^\circ$ ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die bayrische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharaο (Nebenberuf *Mittelständler*) mit, das die Pyramide zu steil sei und somit nicht in die bayrische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um  $6^\circ$  ändert! **(2 Punkte)**

## 113 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 18km/h, geleitet von modernster Satellitentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die aufwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
A	GCNBTZ9	5.0   3.5   Normal
B	GC4ZULE	3.0   2.5   Mikro
C	GCJOIP5	4.5   5.0   Klein
D	GCPLJSM	1.0   4.5   Klein
E	GC6HZRJ	3.5   4.0   Mikro

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AC}$  ist 5km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 4.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 1.5-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 30° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 55° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort C Ihre Cachertour.

1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der aufwärts Terrainchallenge zurück? **(5 Punkte)**
3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für *jeden einzelnen* Cache wird durch die Funktion

$$\text{Suchzeit} = 0.2 + 0.18 \cdot \text{Schwierigkeit}$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die aufwärts Terrainchallenge zu erfüllen? **(3 Punkte)**

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 7m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 8.7m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? **(2 Punkte)**

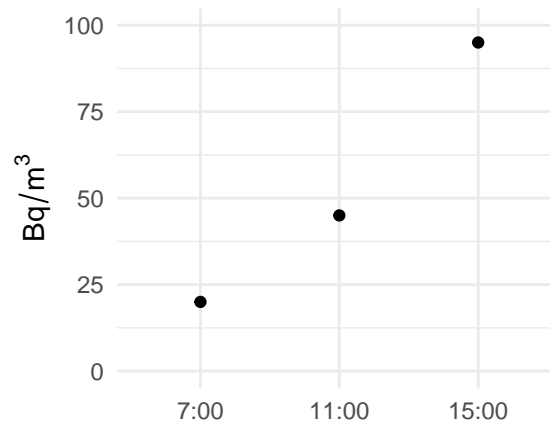
## 114 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Sie wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Keller bestimmen und lüften daher nicht. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 15:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $380Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? **(2 Punkte)**

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 2.8d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 140d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

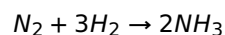
2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $380Bq/m^3$  auf unter  $90Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	77.1	28.4	
Sauerstoff	19.5	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.029	11.8	

3. Rechnen Sie die Volumenprozent (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! **(1 Punkt)**

Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung:



Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm  $kg$  können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? **(2 Punkte)**
5. Wieviel Ammoniak in  $mol$  erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? **(1 Punkt)**

## 115 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>2</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 973 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

mit

- $m$ , gleich der Masse [kg] des Objekts
- $h$ , gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- $v$ , gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- $g$ , gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von  $20mg$  zu gleichförmigen Bleikugeln bei einer Geschwindigkeit von  $14m/s$  bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von  $14m/s$  bilden? **(3 Punkte)**

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! **(2 Punkte)**
3. Sie messen eine Länge des Tropfens von  $3.5mm$ . Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von  $1.6mm$ . Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? **(3 Punkte)**

Sie haben jetzt die  $2.3 \times 10^5$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $11.34g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm  $kg$  sind die  $2.3 \times 10^5$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? **(1 Punkt)**

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1200 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall  $1.2cm$  Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

<sup>2</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi



## 116 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrer Koalakuschelschule in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht so die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: „Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!“. Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 32 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>3</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 9 \times 10^9 - 10^9 \cdot 2^{-0.1 \cdot t + 3.1}$$

1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion *annäherungsweise* in einer Abbildung! **(1 Punkt)**
2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 9 Jahren auf dem australischen Kontinent? **(1 Punkt)**

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 14 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfaktor von 2.2 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 7 Jahren Wachstum zu durchseuchen? **(1 Punkt)**

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.7% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 30% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? **(2 Punkte)**

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Süden von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4100km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3700km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 11.5km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? *Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze!* **(2 Punkte)**

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 13\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 42\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1100 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? **(1 Punkt)**

<sup>3</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: [Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...](#)

## 117 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Uckermark. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer der Kuh Frida und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von  $200^\circ$  kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.5\times$ , Februar mit  $0.75\times$  und März mit  $1.05\times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.1
01. Feb 2023	1.2
01. Mrz 2023	3.5
01. Apr 2023	5.8

1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von  $190^\circ\text{C}$  zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Pink Lady Plantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit  $230\text{N}$ . Die elektrifizierten Renter bringen eine Kraft von  $190\text{N}$  auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem  $30^\circ$  Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den  $1.2\text{t}$  schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? **(1 Punkt)**

## 118 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**In der Kartonagenfabrik** Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 6-mal-gefaltete, 0.7mm, 30-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 30cm und eine Breite von 21cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge  $x$  falzen.

1. Erstellen Sie eine Skizze des Kartonblattrohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben **(1 Punkt)**
2. Berechnen Sie die Falztiefe  $x$  für ein maximales Volumen des flachen Kartons! **(3 Punkte)**
3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe  $x$ ? **(1 Punkt)**
4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckelblattrohlings in  $\text{cm}^2$ ? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 90m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 90m Zaun bestimmen!

5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! **(1 Punkt)**

## 119 Aufgabe

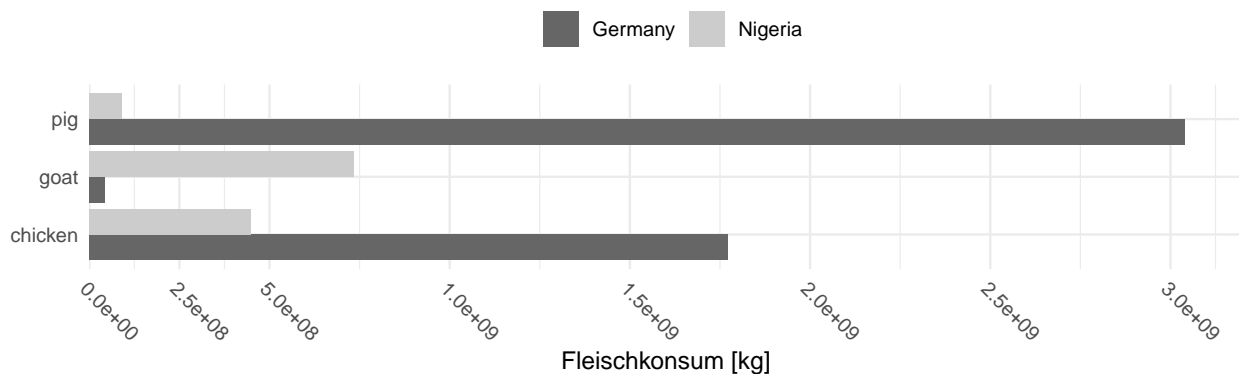
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



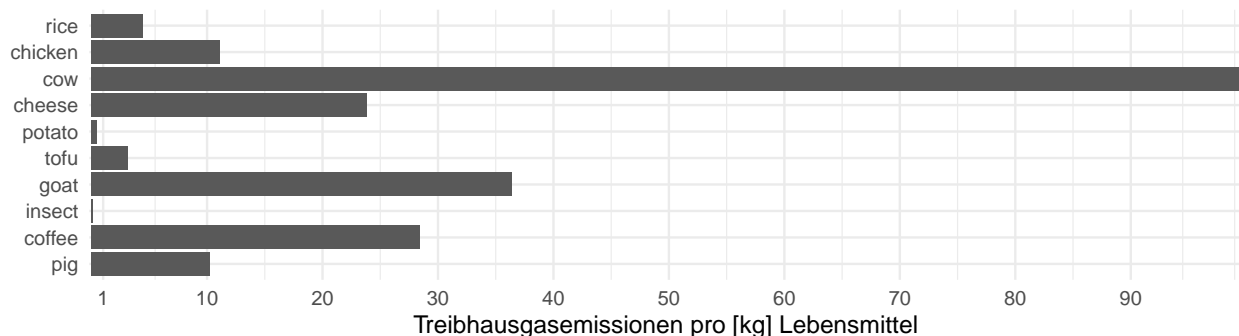
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen<sup>4</sup>. Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2020 leben ca.  $8.4 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.79 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2020 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! **(1 Punkt)**

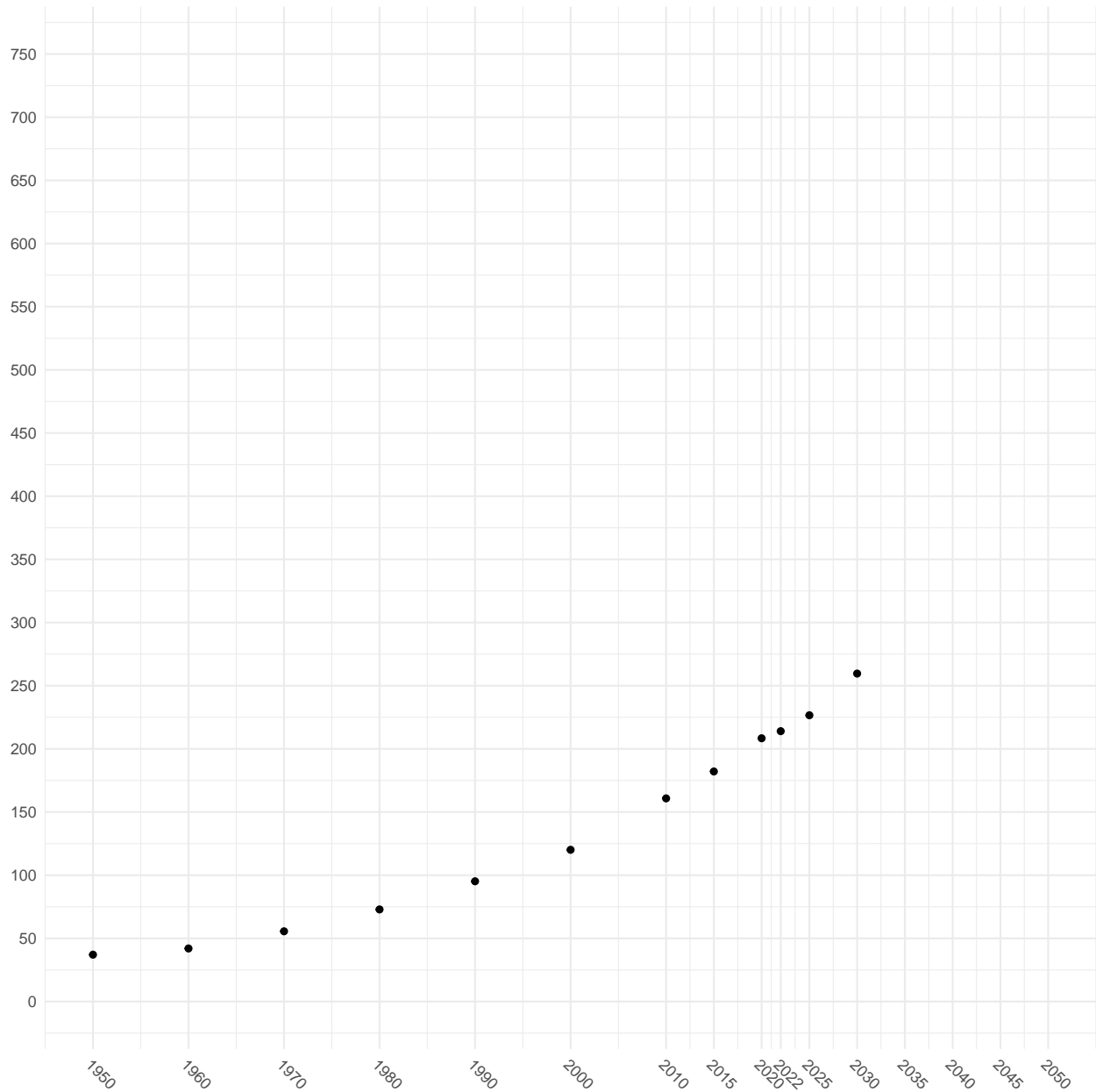
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO<sub>2</sub> pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! **(2 Punkte)**

<sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: [Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?](#)

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2020! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2020, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! **(1 Punkt)**

## 120 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 6 sechseitige Würfel ( $6d6$ ) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 6 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *genau* 4 Erfolge zu erzielen! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! **(1 Punkt)**

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln ( $2d6$ ) als Schaden oder das Schwert mit einem sechseitigen Würfel plus 2 ( $1d6+2$ ) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(1 Punkt)**

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $A$ , der Rettungswurf ist erfolgreich, ist  $Pr(A) = 0.65$ , die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $B$ , der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist  $Pr(B) = 0.9$ . Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgreichen Zauber funktioniert hat.

4. Erstellen Sie eine  $2 \times 2$  Kreuztabelle mit den Ereignissen  $A$  und  $B$  sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einem  $\Omega = 100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse  $A$  und  $B$ ! **(2 Punkte)**
5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! **(1 Punkt)**
6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der  $2 \times 2$  Kreuztabelle! **(2 Punkte)**
7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit  $Pr(A|B)$ , dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

## 121 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** „Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!“, ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmals eine Kaffeemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Elke und Thorsten das Team der drei Kandidaten.

Name	$P(\text{win})$	$P(\text{outbid})$
Elke	0.2	0.11
Thorsten	0.4	0.12

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? **(1 Punkt)**
2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit  $P(\text{outbid})$  bei 0.02 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit Catwoman um das große Geld. Das Glücksrad hat 20 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 6 Feldern gewinnen Sie 3000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse **(2 Punkte)**
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 4000EUR? **(1 Punkt)**

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei „Geh aufs Ganze!“ mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! **(1 Punkt)**
7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(1 Punkt)**
8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(2 Punkte)**
9. Lösen Sie nun das „Ziegenproblem“! Berechnen Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählten Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

## 122 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem HNO-Arzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihr Partner über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.5% angenommen. In 92% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 2.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>5</sup>.

1. Welche Wahrscheinlichkeit  $Pr$  wollen Sie berechnen? **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! **(1 Punkt)**
4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen  $n$  aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(1 Punkt)**

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

6. Tragen Sie  $TP$ ,  $TN$ ,  $FP$  und  $FN$  in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! **(2 Punkte)**
8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten  $Pr$  dar! **(2 Punkte)**

<sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33



## 123 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des „passiven Einkommens“ abtauchen<sup>6</sup>.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Up/Down Systems and Networking (UD-SysNet). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 10 Prozent von 310 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut UDSysNet habe das Unternehmen  $3.3 \times 10^5$  aktive Partner.

1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma UDSysNet im Jahr 2022! **(1 Punkt)**
2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? **(1 Punkt)**
3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 25%? **(1 Punkt)**

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 100EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 35%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3.25%, 2.25% und 1.75%. Jeder Ihrer angeworbenen „Partner“ wirbt wiederum drei Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt zwei Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 3200EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! **(2 Punkte)**

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! **(3 Punkte)**

Sie mussten zum Einstieg bei UDSysNet Einheiten des Produkts für 3000EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 6.2% p.a. über 48 Monate finanzieren.

6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! **(2 Punkte)**
7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? **(1 Punkt)**
8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? **(1 Punkt)**

<sup>6</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: [Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt](#) und der Artikel: [Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden](#)

## 124 Aufgabe





(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Ergänzen Sie die logischen Operatoren in  in die untenstehende Tabelle! (2 Punkte)

Ausdruck	Operator
UND	
NICHT	
GROESSER GLEICH	
KLEINER GLEICH	

2. Visualisieren Sie folgende logische Aussagen zu der Menge  $A$  und der Menge  $B$  als Mengendiagramme bzw. Venndiagramme! (2 Punkte)
- $A$  tritt ein und  $B$  tritt ein
  - Entweder  $A$  tritt ein oder  $B$  tritt ein oder keins von beiden
  - $A$  tritt ein oder  $B$  tritt ein
  - $A$  tritt nicht ein
3. Ergänzen Sie zu den Venndiagrammen die mathematische Notation! (2 Punkte)
4. Erstellen Sie die logical  Ausgabe für die Suche nach der Zeichenfolge GT in folgenden DNA Sequenzen! (2 Punkte)
- AAATTTAT
  - TCTCTCTC
  - ATATACAC
  - ATGTGTAT
5. Geben ist das  Objekt  $A$  beinhaltend die Zahl 13. Erklären Sie den Unterschied zwischen dem Ausdruck  $A == 13$  und dem Ausdruck  $A != 13$  in ! Wie lautet die Ausgabe von  in beiden Fällen? (2 Punkte)

## 125 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben den Vektor  $A = \{-12, 7, -3\}$  und den Vektor  $B = \{2, 2, 4\}$  gegeben.

1. Addieren Sie die Vektoren  $A$  und  $B$ ! **(1 Punkt)**
2. Transponieren Sie den Vektor  $B$ ! **(1 Punkt)**
3. Multiplizieren Sie den Vektor  $B$  mit 9! **(1 Punkt)**
4. Erstellen Sie eine Diagonalmatrix mit  $m \times n$  Dimensionen! Legen Sie  $m$  und  $n$  vorher sinnvoll fest! **(1 Punkt)**
5. Übersetzen Sie folgendes linearen Gleichungssystem bestehend aus drei Gleichungen in die Matrixschreibweise! **(2 Punkte)**

```
## [1] "4x1 + 8x2 + 10x3 = 3"
## [1] "2x1 + 7x2 + 10x3 = 3"
## [1] "4x1 + 7x2 + 2x3 = 1"
```

6. Multiplizieren Sie folgende gegebene Matrix mit dem Vektor  $A$ ! **(2 Punkte)**

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    3    5    8
## [2,]    4    4    5
## [3,]    5    6    6
## [4,]    6    3    6
```

7. Skizzieren Sie den entsprechenden  Code für die Matrixmultiplikation! **(2 Punkte)**

### **Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)**

Im Rahmen der Klausur zu dem Modul "Biostatistik" werden auch Fragen nur für die Studierenden des Schwerpunktes Nutztierwissenschaften gestellt. Im Folgenden daher eine lose Sammlung von möglichen Fragen zu diesem Themenkomplex.

## 126 Aufgabe

(6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

## 127 Aufgabe

(8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_j + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- $Y_{ijkl}$ : l-te Beobachtung
- $\mu$ : Populationsmittel
- $Var_i$ : fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_j$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \leq 25$  Monate,  $EKA > 25$  Monate)
- $VarEKA_{ij}$ : fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- $V_k$ : zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} - L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

## 128 Aufgabe

(6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.