| Name: | Nicht bestanden: □ |
|-----------------|--------------------|
| Vorname: | |
| Matrikelnummer: | Endnote: |

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 79 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 99 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

| Punkte | Note |
|-------------|------|
| 94.5 - 99.0 | 1,0 |
| 89.5 - 94.0 | 1,3 |
| 85.0 - 89.0 | 1,7 |
| 80.0 - 84.5 | 2,0 |
| 75.0 - 79.5 | 2,3 |
| 70.0 - 74.5 | 2,7 |
| 65.0 - 69.5 | 3,0 |
| 60.5 - 64.5 | 3,3 |
| 55.5 - 60.0 | 3,7 |
| 49.5 - 55.0 | 4,0 |

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

| | A | В | С | D | E | ✓ |
|------------|---|---|---|---|---|---|
| Aufgabe 1 | | | | | | |
| Aufgabe 2 | | | | | | |
| Aufgabe 3 | | | | | | |
| Aufgabe 4 | | | | | | |
| Aufgabe 5 | | | | | | |
| Aufgabe 6 | | | | | | |
| Aufgabe 7 | | | | | | |
| Aufgabe 8 | | | | | | |
| Aufgabe 9 | | | | | | |
| Aufgabe 10 | | | | | | |

• Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

| Aufgabe | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|
| Punkte | 20 | 9 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

• Es sind ____ von 79 Punkten erreicht worden.

Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

ANOVA

1. Aufgabe (2 Punkte)

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.78$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- **B** \square Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- **C** \square Das η^2 wird genutzt um zu erfahren welchen Anteil der Varianz die Behandlungsbedingungen erklären.
- **D** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **E** \square Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Maiss zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.22$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **B** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 22% der Varianz durch die Behandlungsgruppen erklärt.
- **C** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 22% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 78%.
- **D** \square Es werden 22% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- **E** \square Es werden 78% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- **A** □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** □ Die F-Statistik wird berechnet indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich kaum von der Null unterscheidet kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- C □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

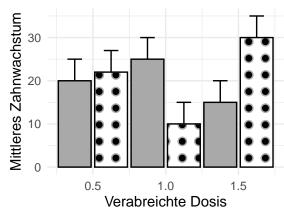
- **D** Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- **E** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

Viele statistische Verfahren nutzen eine Teststatistik um eine Aussage über den Zusammenhang zwischen der Grundgesamthat und der Stichprobe abzubilden. Ein statistisches Testwerkzeug ist hierbei die ANOVA. Die ANOVA rechnet dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in den Gruppen exakt zu bestimmen.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen mehreren Varianzen aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- C □ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsguppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein Posthoc-Test ausgeschlossen werden.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Ein Versuch wurde an 61 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung von Vitamin E auf das Zahnwachstum bei Kanarienvögel. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie eine zweifaktorielle ANOVA rechnen?



- **A** \square Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$)
- **B** \square Keine Interaktion liegt vor $(p \le 0.05)$.
- **C** \square Eine positive Interaktion liegt vor ($\rho \le -0.5$)
- **D** \square Das Bestimmtheitsmaß R^2 ist klein.
- **E** \square Eine Korrelation liegt vor ($p \le 0.05$).

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

6. Aufgabe

| Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung von y mit 14, 11, 8, 17 und 13. |
|---|
| A □ Es berechnet sich 13.6 +/- 11.3 |
| B □ Es ergibt sich 13.6 +/- 1.68 |
| C □ Sie erhalten 12.6 +/- 3.36 |
| D □ Sie erhalten 12.6 +/- 1.83 |
| E □ Es berechnet sich 12.6 +/- 11.3 |
| 7. Aufgabe (2 Punkte) |
| Berechnen Sie den Median, das 1^{st} Quartile sowie das 3^{rd} Quartile von y mit 24, 8, 9, 13, 24, 15 und 51. |
| A □ Es ergibt sich 21 +/- 9 |
| B □ Es berechnet sich 16 [10; 23] |
| C □ Es berechnet sich 21 [10; 25] |
| D □ Sie erhalten 15 [9; 24] |
| E □ Sie erhalten 15 +/- 24 |
| 8. Aufgabe (2 Punkte) |
| Sie überlegen Ihre Daten mit einem Boxplot zu visualisieren. Was ist die minimale Anzahl an Beobachtunger pro Gruppe ? |
| A □ 10 Beobachtungen. |
| B □ Wir brauchen fünf oder mehr Beobachtungen. |
| C □ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung. |
| D □ Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen. |
| E □ Mindestens 20 Beobachtungen. |
| 9. Aufgabe (2 Punkte) |
| Um die Standardabweichung zu berechnen müssen wir folgende Rechenoperationen durchführen. |
| A □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren. |
| B □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl. |
| C □ Den Median berechen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurze ziehen. |
| D □ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl. |
| E □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl. Nicht zu vergessen, am Ende dann noch die Wurzel zu ziehen. |

(2 Punkte)

Der Boxplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Boxplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- **A** □ Den Median und die Quartile.
- **B** □ Den Mittelwert und die Standardabweichung.
- **C** □ Den Median und die Standardabweichung.
- **D** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.
- **E** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Varianz.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Der Mittelwert \bar{y} und der Median \tilde{y} unterscheiden sich nicht in Ihren Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Erdbeeren. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- **B** □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn keine Outlier in den Daten vorliegen.
- **C** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- **D** Der Mittelwert und der Median sollten sich unterscheiden sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- **E** □ Wenn sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen eine ANOVA im Anschluss an Ihr Feldexperiment rechnen. Dafür muss Ihr gemessener Endpunkt die Annahme einer Normalverteilung genügen. Zur Überprüfung können Sie folgende Visualisierung nutzen. Welche entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Normalverteilung kommt zur Anwendung?

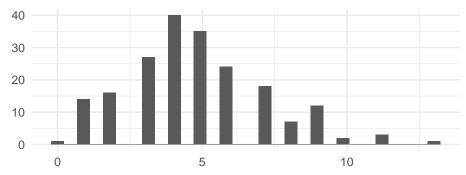
- **A** □ Einen Boxplot. Der Median, dargestellt als Linie, muss in der Mitte des IQR, dargestellt durch die Box, liegen.
- **B** □ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höhren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Normalverteilung angenommen werden.
- **C** □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Dotplot und schauen, ob die Dots und damit die Varianz für jede Behandlung gleich groß sind.
- **D** □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Boxplot und schauen, ob die Box und damit das IQR für jede Behandlung gleich groß ist.
- **E** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Normalverteilung ausgehen.

13. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen in Ihrer Abschlussarbeit über eine explorative Datenanalyse überprüfen, ob Ihr gemessener Endpunkt einer Normalverteilung folgt. Welche drei Abbildungen eignen sich insbesondere für die Überprüfung?

- A □ Violinplot, Boxplot, Densityplot
- **B** □ Histogramm, Scatterplot, Boxplot
- **C** □ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- **D** □ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- **E** □ Violinplot, Scatterplot, Barplot

Sie haben n = 206 Pflanzen geerntet und wollen sich nun die Verteilung der Pflanzen einmal in einem Histogramm anschauen. Welche Verteilung ist dargestellt?



- **A** □ Eine multivariate Normalverteilung.
- **B** □ Wir haben eine Normalverteilung vorliegen.
- **C** □ Es handelt sich um eine Poisson-Verteilung.
- **D** □ Wir haben eine Gammaverteilung vorliegen.
- **E** □ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.

Lineare Regression & Korrelation

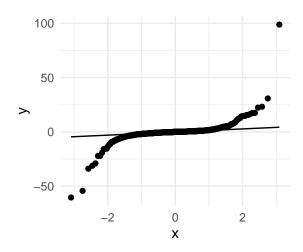
15. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das Modell $Y \sim X$ vorliegen und wollen nun ein prädiktives Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen X und Y wenn ein prädiktives Modell rerechnet wird. Dabei kann der gesamte Datensatz genutzt werden. Eine Aufteilung wie in einem prädiktiven Modell ist nicht notwendig.
- **B** \square Wenn ein prädiktives Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von X auf Y zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen Y auf die gemessenen Endpunkte $X = x_1, ..., x_p$ aus?
- **C** □ Wenn ein prädiktives Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Traingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 1/10 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- **D** \square Ein prädiktives Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über β_i können hier nicht festgestellt werden.
- **E** □ Ein prädiktives Modell basiert auf einem Traingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.

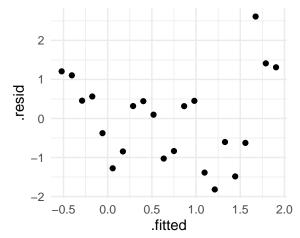
16. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot um die Annahme der normalverteilten Residuen zu überprüfen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- **B** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **C** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade in dem IQR, also dem ersten und dritten Quartile. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **D** □ Wir betrachten die Punkte. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig verteilt liegen, dann gehen wir von normalen Residuen aus.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- **B** □ Wir betrachten die Nulllinie und alle Punkte sollten ohne Muster gleichmäßig um die Nulllinie liegen. Da dies der Fal ist, gehen wir von keinen Ausreißern aus.
- C □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.

- D □ Die Punkte müssen gleichmäßig, mit ähnlichen Abständen, in dem positiven wie auch negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Wir können mit dem Model so nicht rechnen und müssen erst die auffälligen Werte gesondert betrachten.
- **E** □ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem positiven Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.

Sie berechnen in Ihgrer Abschlussarbeit den Korrelationskoeffizienten ρ . Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten ρ ist richtig?

- **A** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als standardisierte Steigung verstanden werden.
- **B** \square Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.
- **C** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- **D** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden.
- **E** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen x und y bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.

19. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der NO_3 -Konzentration in $[\mu g]$ im Wasser auf das Wachstum von Brokkoli in [kg] erhalten Sie einen β_{NO_3} Koeffizienten von 2.3×10^{-9} und einen hoch signifikanten p-Wert mit 0.00032. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- **A** □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der *p*-Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum p-Wert passen.
- **B** \square Wenn der Effekt β_{NO_3} winzig ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in X führt ja zu einer Änderung von β_{NO_3} in x. Wir müssen daher die Einheit von y entsprechend anpassen.
- **C** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu groß gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu großen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{NO_3} sehr klein wirken, da der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- **D** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu klein gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu kleinen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{NO_3} sehr klein wirken, aber auf einer anderen Einheit sehr viel größer sein. Der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt.
- **E** \square Das Gewicht und die NO_3 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der β_{NO_3} Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.

20. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie Ihr Experiment abgeschlossen haben, stehen Sie vor der Frage wie Sie Ihre Daten modellieren sollen. In der Beispielauswertung von Ihrem Betreuenden finden Sie die Funktion lm() in \mathbb{R} . Welche Aussage ist richtig?

A □ Die Funktion lm() berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenalayse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion lm() schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.

- **B** \square Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich.
- C □ Neben der klassichen Verwendung der Funktion lm() in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerishc umgewandelt werden. Dann kann das R Paket {emmeans} genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.
- D ☐ Die Funktion lm() in wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.
- **E** □ Ist die Einflussvariable *X* ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Dennoch muss zuerst ein lineares Modell mit der Funktion lm() in gerechnet werden.

Welche Aussage über das generalisierte lineare Modell (GLM) ist richtig?

- **A** □ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das *X* bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.
- **B** □ Dank dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* können auch andere Verteilungsfamilien außer die Normalverteilung mit einer linearen Regression modelliert werden. Dafür werden alle Verteilungen in eine Normalverteilung überführt und anschließend standardisiert.
- **C** □ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen sich polygonale Regressionen rechnen. Somit stehen neben der Normalverteilung noch weitere Verteilungen zu Verfügung.
- **D** □ In ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die neben der klassischen Normalverteilung auch die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann.
- **E** □ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.

Vermischte Themen

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Durch eine Randomisierung können wir von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- **B** □ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- **C** □ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **D** □ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- **E** □ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in Rauswerten wollen. Welcher Aussage ist richtig?

- **A** □ Die **?** Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn **?** hat wie alle Programmiersprachen Probelem mit Umlauten und Sonderzeichen.
- **B** □ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
- C □ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in 😱 in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- **D** □ Die Spracherkennung von **Q** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- **E** □ **R** Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn **R** daher in Deutsch zu bedienen.

24. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie zu Beginn eine explorativen Datenanalyse (EDA) in Rechnen. Dafür gibt es eine generelle Abfolge von Prozessschritten. Welche ist hierbei die richtige Reihenfolge?

- **A** □ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als *.png vorliegen.
- **B** □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- C □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden.
- **D** ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in müssen wir als erstes die Daten über read_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.
- **E** □ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in müssen wir als erstes die Daten über read_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Spalten richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit Kategorien in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Gegeben ist das Modell $Y \sim X$. Welche Aussage über $s_1^2 \neq s_2^2$ ist richtig?

- **A** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.
- **B** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **C** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor.
- **D** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **E** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.

In einem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher im statistischen Sinne...

- **A** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- **B** □ Je nach Stallanlage kommt eine andere Analyse in Betracht. Eine allgemeine Aussage über Ferkel und Sauen lässt sich statistisch nicht treffen.
- **C** □ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- **D** □ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- **E** □ Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutliche eine ähnliche Varianzstruktur.

27. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Risk ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Schafe in 3 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 8 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das Verhältnis der Chancen Risk ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.27. Wir sind an der Chance krank zu sein interessiert.
- **B** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.27, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der Kranken.
- C □ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.27.
- D □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.38, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt
- **E** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 2.67, da es sich um ein Anteil handelt.

28. Aufgabe (2 Punkte)

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergbnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- **B** \square Riesige Datensätz haben mehr Fallzahl was zur α -Inflation führt. Durch eine Adjustoerung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- **C** □ Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen auch wenn der Effekt klein ist und damit nicht relevant. Dadurch sind die Informationen zur Signifikanz in riesigen Datensätzen schwer zu verwerten, da fast alle Vergleiche signifikant sind.
- $\mathbf{D} \square$ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- **E** □ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.

Multiple Gruppenvergleiche

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.02, 0.34, 0.001 und 0.89. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.08, 1.36, 0.004 und 3.56. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **B** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.08, 1, 0.004 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- **C** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.08, 1, 0.004 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **D** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.005, 0.085, 3e-04 und 0.2225. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- **E** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.005, 0.085, 3e-04 und 0.2225. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.

30. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein *CLD* erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- **B** Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- C □ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- **D** ☐ Compact letter detection. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt.
- **E** □ Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.

31. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Bachelorarbeit müssen Sie einen Feldversuch auswerten. Nachdem Sie die zweifaktorielle ANOVA gerechnet haben und keine signifikante Interaktion vorliegt, wollen Sie jetzt einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür am besten?

- **A** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- **B** □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- C □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- D □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- **E** □ Da Sie für Ihre Bachelorarbeit einen Barplot mit CLD brauchen nutzen Sie das R Paket {emmeans} welches Ihnen schnell die notwenidigen Informationen liefert um einen Barplot zu erstelen. Die Berechnung eines CLD ist hierbei auch einfach.

Bei einem multiplen Vergleich oder Posthoc Test kann es zu einer Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie nennt man diese Besonderheit beim statistischen Testen und wie kann man mit ihr umgehen?

- **A** \square Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die α -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
- **B** \square Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer α Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der α -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- $\mathbf{C} \square$ Beim multiplen Testen kann es zu einer β -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- ${f D}$ ${f \Box}$ Beim multiplen Testen kann es zu einer ${f lpha}$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist.
- **E** \square Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die β -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Powerniveau liegt nicht mehr bei 80% sondern sehr viel niedriger.

33. Aufgabe (2 Punkte)

In einem Feldversuch haben Sie einen Behandlungsfaktor mit mehreren Leveln vorliegen. Sie rechnen einen multiplen Vergleich. Vorher hatten Sie eine einfaktorielle ANOVA mit einem signifikanten Ergebnis vorliegen. Welche Aussage ist richtig?

- $\mathbf{A} \square$ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- **B** □ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
- ${f C} \ \square$ Beim multiplen Testen muss der Effekt, hier der Mittelwertsunterschied Δ aus den paarweisen t-Tests, nicht adjusiert werden.
- \mathbf{D} \square Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen k multipliziert. Dies geschiet analog zu den p-Werten.
- $\mathbf{E} \square$ Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung (Δ -Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen.

Statistische Testtheorie

34. Aufgabe (2 Punkte)

Geben ist $Pr(D|H_0)$ als mathematischer Ausdruck, welche Aussage ist richtig?

- $\mathbf{A} \square Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit $1 Pr(H_A)$
- **B** □ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- $\mathbf{C} \square Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit die Daten D zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- **D** □ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativehypothese überdeckt.
- **E** Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.

Die Testtheorie hat einen philosophischen Unterbau. Eins der Prinzipien ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- **A** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- **B** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- C □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird.
- **D** □ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
- **E** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.

36. Aufgabe (2 Punkte)

Das Signifikanzniveau α wird auch Fehler 1. Art genannt und liegt bei 5%. Warum wurde der Grenzwert von 5% als Signifikanzschwelle gewählt?

- **A** □ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- **B** \square Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde α historisch gewählt. Damit ist $\alpha = 5\%$ eine Kulturkonstante.
- C □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- **D** \square Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde $\alpha = 5\%$ festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- **E** \square Als Kulturkonstante hat $\alpha = 5\%$ den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D ?

A □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise}$$

B \square Es gilt $T_D = (signal \cdot noise)^2$

C □ Es gilt
$$T_D = \frac{noise}{signal}$$

D □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

E \square Es gilt $T_D = signal \cdot noise$

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann folgende Aussage in welche richtige Analogie gesetzt werden?

H₀ ablehnen obwohl die H₀ gilt

- **A** \square Dem β -Fehler mit der Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*.
- **B** \square Dem β -Fehler mit der Analogie eines brennenden Hauses: *Fire without alarm*.
- **C** \square *Alarm without fire*, dem α -Fehler in der Analogie eines Rauchmelders.
- **D** □ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm with fire*.
- **E** \(\square\) In die Analogie eines brennenden Hauses ohne Rauchmelder: *House without noise*.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Welche statistische Maßzahl erlaubt es Relevanz mit Signifikanz zu verbinden? Welche Aussage ist richtig?

- A

 Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- **B** \square Der p-Wert. Durch den Vergleich mit α lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der β -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- ${\bf C}$ Die Teststatistik. Durch den Vergleich von T_c zu T_k ist es möglich die H_0 abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem T_c -Wert.
- D □ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualizierung des Konfidenzintervals kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzinterval auch eine Entscheidung über die Signifikanz.
- **E** □ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualizierung des Konfidenzintervals eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den p-Wert und dem Signifikanzniveau α gleich 5% ist richtig?

- **A** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- **B** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- ${f C}$ \square Wir machen eine Aussage über die indivduelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.
- **D** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen H_0 und H_A , wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- **E** □ Wir vergleichen die Effekte des *p*-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.

Um die Ergebnisse eines statistischen Tests und die damit verbundene Theorie besser zu verstehen, kann eine Analogie zur Wettervorhersage genutzt werden. Welche Analogie zu der Testtheorie trifft am meisten zu?

- **A** □ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- **B** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- C □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- **D** □ In der Analogie der Wahrscheinlichkeit für Regen: ein statistischer Test erlaubt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis abzuschätzen. Die Stärke des Effektes können wir nicht bestimmen.
- **E** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten *D* wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.

42. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test erhalten?

- **A** □ Nein, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.
- **B** □ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten eine Aussage zum Individuum.
- C □ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.
- **D** □ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- **E** □ Nein, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.

43. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Power ist richtig?

- **A** \square Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die H_A abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- **B** \square Die Power $1-\beta$ wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 80% bewiesen wird.
- **C** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 20% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 80% gesetzt.
- **D** \square Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit H_0 bewiesen wird
- **E** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.

In Ihrer Abschlussarbeit sollen Sie neben den p-Werten auch die Effekte mit angeben. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- **B** □ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experimnts vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- ${f C} \ \square$ Durch den Effekt erfahren wir die biologisch interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Relevanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- D □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die mathematisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- **E** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand der berechneten Teststatistik gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A** \square Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **B** \square Ist T_D höher als der kritische Wert $T_{\alpha=5\%}$ dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- ${f C} \ \square$ Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **D** \square Ist $Pr(D|H_0)$ kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **E** \square Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese H nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- **A** \square Mit der Nullhypothese H_A und der Alternativehypothese H_0 gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.
- **B** \square Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden H_{pro} und H_{contra} bezeichnet.
- **C** \square Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Nullhypothese H_0 und der Alternativehypothese H_A oder H_1 .
- **D** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- **E** \square Die Hypothesen H_0 und H_A sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.

Statistische Tests für Gruppenvergleiche

47. Aufgabe (2 Punkte)

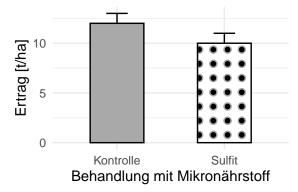
Nach einem Feldexperiment wollen Sie zwei Gruppen mit einem Welch t-Test vergleichen. Welche Aussage ist auch für den Student t-Test richtig?

- A

 Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **B** □ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- **C** □ Der t-Test vergleicht zwei Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **D** \square Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.
- **E** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.

48. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Sulfit auf den Ertrag in t/ha von Mais im Vergleich zu einer Kontrolle. Der Versuch wurde in 11 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage im Bezug auf eine statistische Auswertung ist richtig?



- **A** □ Der Effekt und die Signifikanz lassen sich nicht aus Barplots abschätzen. Höchtens der Effekt als relativer Unterschied zwischen der Höhe der Barplots. Standard ist der mediane Unterschied aus Boxplots.
- **B** □ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -2 unter einer groben Abschätzung.
- C □ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -2 unter einer groben Abschätzung. Wir müssen aber eine ANOVA rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **D** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -2.
- **E** □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -2. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.

49. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit betrachten Sie die Effekte von einer Behandlung vor und nach der Gabe eines Vitamins. Sie müssen einen gepaarten t-Test rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhäängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- **B** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.

C

Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen. D 🗆 Wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir die Differenz zwischen den zwei Messpunkten. **E** □ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten. 50. Aufgabe (2 Punkte) Nach einem Experiment mit fünf Weizensorten ergibt eine ANOVA (p = 0.048) einen signifikanten Unterschied für den Ertrag. Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Weizensorten durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert $p_{3-2} = 0.052$. Welche Aussage ist richtig? **A** □ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verschränkt sind. **B** □ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen. C ☐ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis. D □ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests ge-

winnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante

E ☐ Hier kommt der Effekt der stiegenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf mehr Fallzahl testet als die einzelnen paarweisen t-Tests, kann die ANOVA leichter einen signifikanten Unterscheid nachweisen. Die p-Werte sind immer etwas kleiner als bei den t-Tests.

Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.

Teil I.

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

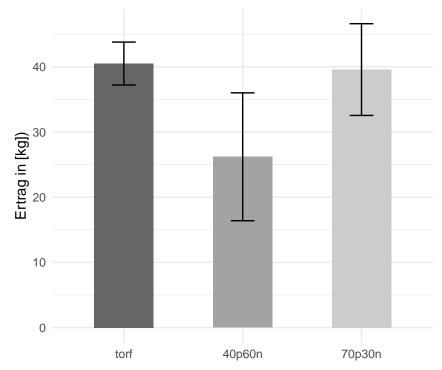
51. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Mark steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seiner Betreuerin geht, soll er in einem einem Gewächshausexperiment Erbsen auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Mark liebt Geocaching. Darin kann er sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Das heißt erstmal überlegen für Mark. Mark schmeißt noch eine Handvoll Marzipankugeln in seinen Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von Andrea Berg. Die Behandlung werden verschiedene Substrattypen (torf, 40p60n und 70p30n) sein. In seiner Exceldatei wird er den Endpunkt (Y) Ertrag als yield aufnehmen. Vorab soll Mark aber eimal die folgenden Barplots seiner Betreuerin nachbauen, damit er den Code schonmal für später vorliegen hat. Damit geht das Problem schon los. Mark und die Unsicherheit, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Barplots in $\mathbf R$ nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im Rüblichen Format, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden! (2 Punkte)
- 4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Mark steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seiner Betreuerin geht, soll er in einem einem Freilandversuch Lauch auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Geocaching. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Mark. Die Behandlung waren verschiedene Bewässerungstypen (low, mid und high). In seiner Exceldatei hat er den Messwert (Y) Ertrag als yield aufgenommen. Nun soll Mark die Daten eimal als Barplots in einer Präsentation visualisieren, damit seiner Betreuerin wieder klar wird, was er eigentlich nochmal gemacht hat und was für ein Ergbnis in einem statistischen Test zu erwarten wäre. Wäre da nicht noch etwas. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Aber egal. Einfach mal raus um zu Reiten. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Mark.

| treatment | yield |
|-----------|-------|
| high | 21.0 |
| high | 20.1 |
| low | 27.5 |
| mid | 51.8 |
| low | 36.5 |
| low | 33.1 |
| high | 25.9 |
| mid | 59.1 |
| mid | 45.1 |

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

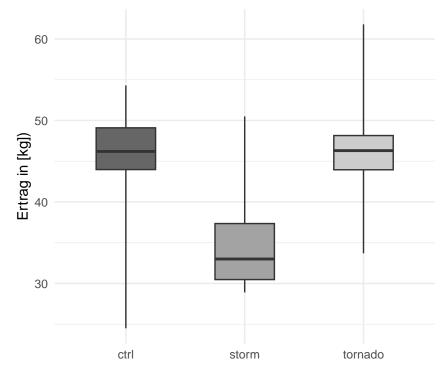
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Lauch! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Mark keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Lauch erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar und die Erwartung, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Nilufar ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Nilufar soll in ihrer Abschlussarbeit Kartoffeln untersuchen. Die Behandlung in ihrer Abschlussarbeit werden verschiedene Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl, storm und tornado) sein. Erheben wird Nilufar als Messwert (Y) Ertrag benannt als yield in ihrer Exceldatei. Von ihrem Betreuer erhält sie nun folgende Abbildung von Boxplots, die sie erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor sie mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Aber nur in passender Atmospäre! Schon dutzende Male gesehen: Star Trek. Aber immer noch großartig zusammen mit Takis Blue Heat.



Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Boxplots in \mathbf{R} nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Nilufar einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Perfektionismus gewesen. Ein leidiges Lied. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Paula ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Paula viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Boxplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Paula soll nun in ihrer Hausarbeit Erdbeeren untersuchen. Die Behandlung in ihrer Hausarbeit sind verschiedene Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl und tornado). Erhoben wurden von Paula als Endpunkt (Y) Trockengewicht benannt als drymatter in ihrer Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält sie von ihrer Betreuerin den Auftrag die erhobenen Daten als Boxplots darzustellen. Dann kann Paula auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte. Darüber hinaus kann Paula anhand Boxplots eine Aussage über die Normalverteilung von Y treffen. Na dann mal los. Paula schafft sich die nötige Stimmung. Wenn White Lies ertönt, dann sucht die Ratte schleunigst Schutz unter dem Sofa. Paula schüttelt den Kopf.

| treatment | drymatter |
|-----------|-----------|
| tornado | 39.6 |
| ctrl | 27.6 |
| tornado | 39.9 |
| tornado | 40.4 |
| tornado | 43.9 |
| tornado | 45.5 |
| ctrl | 24.0 |
| ctrl | 28.5 |
| ctrl | 39.3 |
| tornado | 40.0 |
| tornado | 39.2 |
| ctrl | 26.4 |
| ctrl | 33.9 |
| ctrl | 32.0 |
| tornado | 41.5 |
| ctrl | 30.9 |
| ctrl | 26.1 |
| tornado | 37.7 |
| ctrl | 35.2 |
| tornado | 46.5 |

Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Erdbeeren! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Erdbeeren erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In seiner Hausarbeit möchte Mark gerne die Daten aus einem Freilandversuch mit Maiss in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihm dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über den Messwert (Y) zu treffen. Aus den Boxen wummert Andrea Berg und sein Mund ist verklebt von Marzipankugeln. 'Herrlich', denkt Mark. In seinem Experiment hat Mark die seltsamen Verdickungen gezählt. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Wenn Andrea Berg ertönt, dann sucht der Hamster schleunigst Schutz unter dem Sofa. Mark schüttelt den Kopf.

Die seltsamen Verdickungen: 6, 5, 9, 7, 1, 5, 5, 1, 4, 5, 1, 6, 7, 4, 5, 5, 3, 3, 3, 8, 5, 4, 4, 4, 3, 5, 4, 3, 0, 4, 5, 5, 4

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die Wahrscheinlichkeit mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Hm...', Takis Blue Heat und Deichkind. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Nilufar. Nilufar betrachtet die folgenden Daten nach einem Versuch in einer Klimakammer mit Kartoffeln. In dem Experiment wurden die mittleren seltsamen Verdickungen gezählt. Nach der Meinung ihrem Betreuer muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die mittleren seltsamen Verdickungen folgen. Dazu soll Nilufar ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über den Messwert (Y). Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn die Erwartung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Nilufar! Aber so.. Wenn Deichkind ertönt, dann sucht das Huhn schleunigst Schutz unter dem Sofa. Nilufar schüttelt den Kopf.

Die mittleren seltsamen Verdickungen: 8, 8.5, 9.5, 10.2, 8.7, 13.5, 11.8, 10.5, 10.1, 8.6, 9.6, 10.8, 9.1, 7.1, 9.4, 7.6, 12.9, 13.4, 7.4, 11, 11.2, 10.5, 12.2, 13.2, 10, 10, 11.8, 11.9

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jonas schmeißt noch eine Handvoll Snickers in seinen Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von Iron Maiden. Jetzt heißt es aber erstmal auf was anderes konzentrieren. Jonas möchte gerne den Zusammenhang zwischen durchschnittlichen Anteil an Ton [%/I] und Trockengewicht [kg/ha] im Kontext von Kartoffeln herausfinden. Hierfür hat Jonas ein Freilandversuch im Wendland durchgeführt. Nach einigen unvorgesehenen Ereignissen hat er es geschafft folgende Datentabelle zu erstellen. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Erschöpfung gewesen. Ein leidiges Lied. Aber das steht auch nicht im Zentrum. Nun stellt sich die Frage für ihn, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Deshalb möchte Jonas als erstes eine explorative Datenanalyse durchführen. Dann was anderes. Wenn Mission Impossible läuft, dann ist das Meerschweinchen nicht mehr da. Aber jetzt braucht er mal Entspannung!

| Durchschnittlichen Anteil an Ton [%/I] | Trockengewicht [kg/ha] |
|--|------------------------|
| 26.5 | 23.9 |
| 23.0 | 18.5 |
| 22.2 | 21.2 |
| 26.4 | 21.0 |
| 25.6 | 21.0 |
| 23.8 | 20.3 |
| 22.9 | 19.2 |
| 25.5 | 19.3 |
| 26.1 | 24.1 |
| 23.4 | 20.6 |

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Irgendwie komisch, wenn er Alien anmacht, dann ist die Katze eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein. Aber Ablenkung hilft nur begrenzt. 'Uff!', denkt sich Alex. Jetzt hat er doch tatsächlich zwei kategoriale Variablen in seiner Abschlussarbeit gemessen. Zum einen die Behandlung KI-gesteuert [ja/nein] und zum anderen die Messung Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] im Kontext von Lauch. Hierfür hat er einen Versuch in einer Klimakammer im Oldenburger Land durchgeführt. Jetzt möchte Alex die Daten einmal in einer explorativen Datenanalyse darstellen. Danach kann er dann über den passenden statistischen Test nachdenken. Dabei unterstützt seine Betreuerin diesen Ansatz bevor es in der Datenanalyse weiter geht. So schön wie so gut. Alex und die Gefälligkeit, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.

| KI-gesteuert | Frischegewicht über Zielwert | • | KI-gesteuert | Frischegewicht über Zielwert |
|--------------|---------------------------------|---|--------------|---------------------------------|
| nein | ja | - | ja | ja |
| nein | ja | | ja | ja |
| ja | ja | | nein | ja |
| ja | ja | | ja | ja |
| ja | ja | | nein | ja |
| nein | ja | | ja | ja |
| nein | ja | | nein | ja |
| ja | ja | | ja | ja |
| nein | ja | | ja | nein |
| ja | nein | | nein | nein |
| ja | ja | | nein | ja |
| nein | ja | | nein | ja |
| nein | ja | | nein | ja |
| ja | ja | | nein | ja |
| nein | ja | | ja | ja |
| ja | nein | | ja | ja |
| ja | nein | | ja | nein |

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

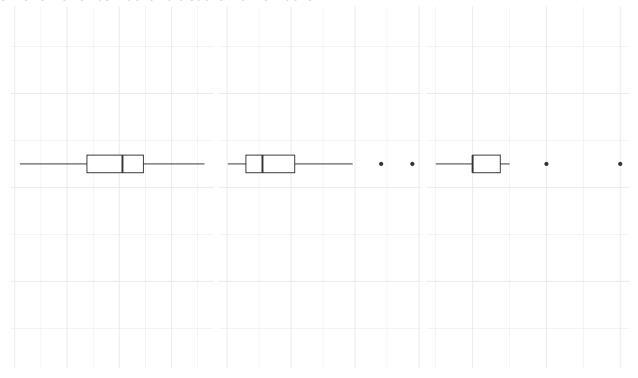
- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn *ein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Was soll das denn jetzt schon wieder sein? Drei Boxplot, die auf der Seite liegen?', entfährt es Paula und schaut dabei Mark an. 'Keine Ahnung. Es ist bestimmt wieder so ein Lernziel mit der Verteilung und so.', meint Mark sichtlich genervt und mampft noch ein paar Marzipankugeln. 'Du weißt doch wie es heißt, *Frei ist, wer missfallen kann.*1', merkt Paula nickend an. Die beiden schauen angestrengt auf die drei Boxplots. Das Ziel ist es zu verstehen, wie eine Verteilung anhand eines Boxplots bewertet werden kann. Mark und der Perfektionismus machen die Sache nicht einfacher.



Jetzt brauchen Paula und Mark Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung anhand von Boxplots um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Zeichnen Sie über die Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in $\bar{y} \pm 1s$ und $\bar{y} \pm 2s$ unter der Annahme einer Normalverteilung? (2 Punkte)

¹Oschmann, A. (2024) Mädchen stärken: Stärken fördern, Selbstwert erhöhen und liebevoll durch Krisen begleiten. Goldegg Verlag

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jessica und der Mangel machen die Sache mit dem Studium nicht einfacher. Immerhin ist noch Yuki zur Hilfe mit dabei. Yuki hat Schokobons mitgebracht und David Bowie aufgedreht. Das ist immerhin eine Ablenkung. Nicht so gut wie Warhammer, aber immerhin etwas. Jetzt sollen die beiden diese komische Aufgabe lösen. Es geht um verschiedene Normalverteilungen. Anscheinend hängen Normalverteilungen vom Mittelwert \bar{y} und der Standardabweichung s ab. 'Wozu brauchen wir nochmal Normalverteilungen?', entfährt es Jessica. Durch das Mampfen von Yuki versteht sie kein Wort der Antwort. Yuki lächelt.

Jetzt brauchen Jessica und Yuki Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie zwei Normalverteilungen mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2$ und $s_1 \neq s_2$! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. In welchen Bereich fallen 68% bzw. 95% der Beobachtungen in einer Normalverteilung? Ergänzen Sie die Bereiche in einer Normalverteilung! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie unter einer der Normalverteilungen den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Was sollen wir hier dann noch zeichnen?!', entfährt es Mark und schaut dabei Paula an. 'Wir sollen eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von $\bar{y}_1=2$ und einer Standardabweichung von $s_1=1$ zeichnen. Sowie eine weitere Normalverteilung mit einem Mittelwert von $\bar{y}_2=1$ und einer Standardabweichung von $s_2=1$. Keine Ahnung wie das geht. Darunter sollen dann noch eine Poissonverteilung mit einem Mittelwert von $\lambda_1=1$ sowie einer weiteren Poissonverteilung mit einem Mittelwert von $\lambda_2=25$ gezeichnet werden.', meint Paula sichtlich genervt und mampft noch ein paar Smarties. Im Hintergrund spielt leise White Lies. 'Wirre Geschichte...', merkt Mark nickend an. Die beiden schauen angestrengt auf die leeren Flächen für die Abbildungen. Paula und die Unsicherheit machen die Suche nach der Lösung nicht einfacher.



Jetzt brauchen Mark und Paula Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie die zwei Normalverteilungen und zwei Poissonverteilungen! (4 Punkte)
- 2. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung in den jeweiligen Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie unter einer Normalverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 4. Ergänzen Sie unter einer Poissonverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 5. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Normalverteilung folgt! (1 Punkt)
- 6. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Poissonverteilung folgt! (1 Punkt)

Teil II.

Statistisches Testen & statistische Testtheorie

62. Aufgabe (9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von $Pr(D|H_0)$! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

20% Richtige Entscheidung 5% Testentscheidung

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

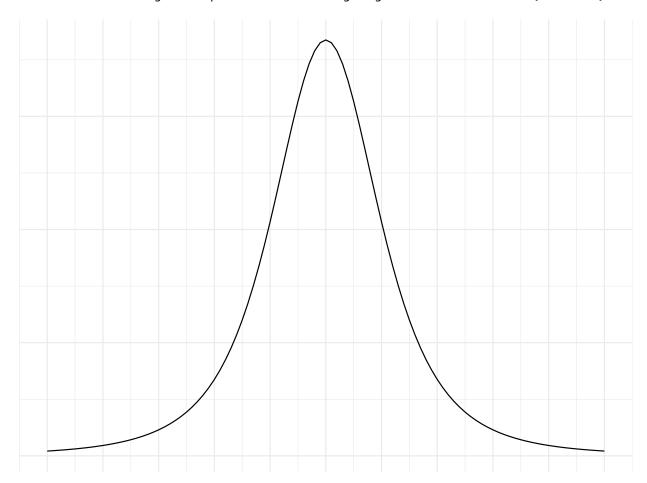
- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Anahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "A = 95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie $-T_D$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Befall mit Parasiten zu einer unbehandelten Kontrolle.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
 - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
 - (b) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (c) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (d) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
 - (e) Ein signifikantes, relevantes 99% Konfidenzintervall.
 - (f) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts Δ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik T_D , den p-Wert $Pr(D|H_0)$ sowie dem Konfidenzintervall $KI_{1-\alpha}$?

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik T_D und dem p-Wert $Pr(D|H_0)$ für sich verändernde T_D -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei T_D -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

| | T_D | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ | | T_D | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ |
|------------|-------|-------------|-----------------|-----|-------|-------------|-----------------|
| Δ↑ | | | | Δ↓ | | | |
| <i>s</i> ↑ | | | | s ↓ | | | |
| | | | | n ↓ | | | |

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

Teil III.

Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

67. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Der t-Test testet einen normalverteilten Endpunkt (Y).', liest Steffen laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Steffen und die Romantik, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Laut seinem Betreuer ist zwar ihm Messwert Frischegewicht [kg/ha] normalverteilt, aber wie rechnet er jetzt einen t-Test? Für seine Abschlussarbeit zum Testen einer neuen technischen Anlage musste er ein Gewächshausexperiment mit Kartoffeln im Wendland durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen bei dem anspruchsvollen Pilotprojekt mit sehr geringer Fallzahl ($n_1 = n_2 = 3$). Jetzt soll er auch noch testen, ob die Behandlung Substrattypen (torf und 70p30n) ein signifikantes Ergebnis liefert. Schon dutzende Male gesehen: Harry Potter. Aber immer noch großartig zusammen mit Oreos.

| treatment | weight |
|-----------|--------|
| ctrl | 22.1 |
| ctrl | 20.2 |
| dose | 20.2 |
| dose | 9.1 |
| ctrl | 23.0 |
| dose | 11.3 |

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.68$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Welch t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Steffen über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Der t-Test testet einen normalverteilten Messwert (Y).', liest Paula laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Perfektionismus gewesen. Ein leidiges Lied. Laut ihrem Betreuer ist zwar ihr Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt, aber wie rechnet sie jetzt einen t-Test? Für ihrer Hausarbeit musste sie einen Leistungssteigerungsversuch mit Schweinen im Wendland durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen. Jetzt soll sie auch noch testen, ob die Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Erhht*) ein signifikantes Ergebnis liefert. Hm..., was entspannendes wäre gut. Hm, lecker Smarties und dazu dann im Hintergrund Jagd auf roter Oktober laufen lassen.

| Bestandsdichte | Schlachtgewicht |
|----------------|-----------------|
| Erhöht | 33.5 |
| Verordnung | 37.0 |
| Erhöht | 38.5 |
| Erhöht | 36.2 |
| Verordnung | 34.6 |
| Verordnung | 42.6 |
| Verordnung | 39.2 |
| Verordnung | 28.8 |
| Verordnung | 31.5 |
| Erhöht | 32.4 |
| Verordnung | 35.0 |
| Erhöht | 33.2 |
| Verordnung | 38.3 |
| Erhöht | 27.4 |
| Erhöht | 32.4 |
| Verordnung | 39.9 |
| Erhöht | 29.3 |
| Verordnung | 35.6 |
| Erhöht | 36.6 |
| Verordnung | 30.3 |

Leider kennt sich Paula mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.68$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie *einen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann der Effekt? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Paula über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar ist im Teuteburgerwald für einen Versuch mit Lamas. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Wenn die Erwartung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Nilufar! Aber so.. Für ihre Abschlussarbeit musste sie einen Leistungssteigerungsversuch mit Lamas durchführen und das sollte laut ihrer Betreuerin an diesem Nichtort besonders gut gelingen. Ablenkung gibt es jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Erhht*) und der Messwert Protein/Fettrate [%/kg] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt. Hm..., was entspannendes wäre gut. Um zu Kicken geht Nilufar dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

| Bestandsdichte | Protein/Fettrate |
|----------------|------------------|
| Verordnung | 58.1 |
| Verordnung | 42.0 |
| Verordnung | 53.7 |
| Erhöht | 22.6 |
| Verordnung | 38.3 |
| Verordnung | 63.5 |
| Erhöht | 47.3 |
| Erhöht | 31.2 |
| Verordnung | 47.2 |
| Verordnung | 44.0 |
| Verordnung | 34.0 |
| Erhöht | 37.9 |
| Erhöht | 42.0 |
| Verordnung | 32.7 |
| Verordnung | 41.0 |
| Erhöht | 34.0 |
| Verordnung | 52.5 |
| Erhöht | 35.1 |

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.68$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 90% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar und Alex haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. In einem Projektbericht sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Düngung (vorher und nachher) und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Brokkoli. Hier muss dann wohl auf einen normalverteilten Messwert (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Nilufar schaut etwas flehentlich zu Alex. Nilufar und die Erwartung, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.. Steffen denkt derweil angestrengt an Abba und wippt leicht mit dem Fuß.

| ID | treatment | freshmatter |
|----|-----------|-------------|
| 5 | nachher | 60.8 |
| 6 | vorher | 23.9 |
| 4 | vorher | 35.1 |
| 2 | vorher | 29.1 |
| 1 | vorher | 26.1 |
| 5 | vorher | 21.3 |
| 3 | nachher | 48.5 |
| 4 | nachher | 63.3 |
| 1 | nachher | 43.4 |
| 7 | nachher | 60.2 |
| 2 | nachher | 53.3 |
| 7 | vorher | 25.1 |
| 3 | vorher | 29.9 |
| 8 | vorher | 24.2 |
| 6 | nachher | 46.6 |

Leider kennen sich Nilufar und Alex mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 2.04$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den *p*-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Steffen und Tina sind bei Jessica um sich Hilfe in \mathbb{R} zu holen. Im Hintergrund wummert David Bowie. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit \mathbb{R} sind sich aber unsicher bei der Interpetierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. Es würde auch besser funktionieren, wenn Jessica nicht der Mangel im Weg stehen würde und Tina nicht das Problem hätte die Romantik zu händeln. In einer Abschlussarbeit haben beide zusammen Schweinen untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Flüssignahrung (ctrl und flOw) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg]. Der Versuch wurde in einem Kreuzungsexperiment im Wendland durchgeführt. Nach der Betreuerin ist der Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifel...Jessica überlegt, ob sie die beiden nicht noch auf den Film Herr der Ringe einlädt.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Schlachtgewicht by Flüssignahrung
## t = 3.2969, df = 13, p-value = 0.005782
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 3.992679 19.171607
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group flow
## 41.65714 30.07500
```

Helfen Sie Jessica bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Tina nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D , $Pr(D|H_0)$, A=0.95, sowie $T_{\alpha=5\%}=|2.16|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Almería. Spanien. Sonne und Strand. Steffen und Paula haben ihren gemeinsamen Auslandsaufenthalt sichtlich genossen. Dann hatte sich auch noch angeboten ihre Abschlussarbeit gemeinsam in Almería durchzuführen. Es hätte sogar noch bessser funktionieret, wenn Nilufar nicht die Erwartung ein paar Mal im Weg gestanden hätte und Steffen nicht das Problem gehabt hätte die Gefälligkeit zu händeln. Nun müssen jetzt alle Daten in Rausgewertet werden, da Rinternational der Standard in der Datenauswertung ist und die Betreuer in Spanien nur können. Während beide Nilufar Oliven mit Takis Blue Heat füttern, hoffen Steffen und Paula mehr Informationen von Nilufar über die seltsame Ausgabe des t-Tests. Immerhin erinnern beide sich an die Behandlung Substrattypen (torf und 70p30n) und das es um Erbsen ging. Im Hintergrund wummert Deichkind und Fotos zeigen Nilufar mit dem Hobby Blasmusik.

```
##
## Two Sample t-test
##
data: Trockengewicht by Substrattypen
## t = 5.286, df = 19, p-value = 4.214e-05
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 6.897064 15.939299
## sample estimates:
## mean in group torf mean in group 70p30n
## 35.20000 23.78182
```

Helfen Sie Nilufar bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Paula nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie den Effekt des 95% Konifidenzintervalls! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Almería. Spanien. Sonne und Strand. Steffen und Jonas haben ihren gemeinsamen Auslandsaufenthalt sichtlich genossen. Dann hatte sich auch noch angeboten ihre Abschlussarbeit gemeinsam in Almería durchzuführen. Es hätte sogar noch bessser funktionieret, wenn Jessica nicht der Mangel ein paar Mal im Weg gestanden hätte und Jonas nicht das Problem gehabt hätte die Gefälligkeit zu händeln. Nun müssen jetzt alle Daten in Rausgewertet werden, da Rinternational der Standard in der Datenauswertung ist und die Betreuer in Spanien nur können. Während beide Jessica Oliven mit Schokobons füttern, hoffen Steffen und Jonas mehr Informationen von Jessica über die seltsame Ausgabe des t-Tests. Immerhin erinnern beide sich an die Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Erhht*) und das es um Fleischrindern ging. Im Hintergrund wummert David Bowie und Fotos zeigen Jessica mit dem Hobby Warhammer.

Helfen Sie Jessica bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Jonas nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einer Hausarbeit. Deshalb arbeiten Nilufar und Steffen gemeinsam an einer Hausarbeit. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Nilufar und Steffen haben sich Zandern angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Bestandsdichte (*hoch* und *niedrig*) und Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in \mathbf{R} aus.

```
##
## Paired t-test
##
data: Gewichtszuwachs by Bestandsdichte
## t = -5.1015, df = 8, p-value = 0.0009281
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -14.068517 -5.309261
## sample estimates:
## mean difference
## -9.688889
```

Jetzt brauchen Nilufar und Steffen Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in Rum ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Effekt des gepaarten t-Tests! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Teil IV.

Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

75. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Als erstes visualiseren wir unsere Daten und dann können wir schon abschätzen, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant werden würde?', Mark schaut Tina fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Tina tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Oldenburger Land um einen Versuch in einer Klimakammer mit Brokkoli durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Düngestufen (ctrl, low und high) und dem Messwert Trockengewicht [kg/ha] gibt.

| Düngestufen | Trockengewicht |
|-------------|----------------|
| ctrl | 39 |
| low | 29 |
| high | 45 |
| low | 30 |
| ctrl | 40 |
| ctrl | 40 |
| high | 45 |
| low | 31 |
| ctrl | 40 |
| high | 44 |
| ctrl | 40 |
| low | 29 |
| high | 46 |
| high | 45 |
| low | 31 |

Leider kennen sich Mark und Tina mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
 - Globale Mittelwert: β₀ (1 Punkt)
 - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$ und $\beta_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Tina schaut Alex fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Alex tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Oldenburger Land um einen Leistungssteigerungsversuch mit Schweinen durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (keins, storm, tornado und thunder) und dem Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW gibt.

Leider kennen sich Tina und Alex mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|----------------|----|---------|---------|---------|--------|
| Lüftungssystem | 3 | 3068.58 | | | |
| error | 17 | 689.23 | | | |
| Total | 20 | | | | |

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.2$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar und Alex schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten mit eine einfaktoriellen ANOVA auswerten damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse in den multipen Gruppenvergleichen zu erwarten sind. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Nilufar schaut Alex sehen erstmla gar nichts. Die beiden waren im Oldenburger Land um ein Stallexperiment mit Fleischrindern durchzuführen. Dabei haben Nilufar und Alex den Messwert Schlachtgewicht [kg] unter der Behandung Ernährungszusatz (ctrl, fedX und getIt) ermittelt.

Leider kennen sich Nilufar und Alex mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| Ernährungszusatz | 2 | 73.44 | | | |
| Error | 19 | 411.88 | | | |

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.52$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%}=2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

| Ernährungszusatz | Fallzahl (n) | Mittelwert | Standardabweichung |
|------------------|--------------|------------|--------------------|
| ctrl | 6 | 5.00 | 2.61 |
| fedX | 8 | 9.00 | 4.11 |
| getIt | 8 | 5.38 | 6.09 |

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA und R. Nicht so einfach... Was sagt mir jetzt die Ausgabe der ANOVA und wo sehe ich, ob da was signifikant ist?', denkt Tina und hebt die Augenbraue. Tina hatte sich ein Stallexperiment mit Fleischrindern angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] gibt. Nun möchte ihr Betreuer ihrer Abschlussarbeit erstmal eine ANOVA sehen und die Ergebnisse präsentiert bekommen.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Schlachtgewicht
## Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Genotypen 2 5940.5 2970.26 66.471 1.636e-10
## Residuals 24 1072.4 44.69
```

Leider kennen sich Tina mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In einen Versuch in einer Klimakammer wurden Brokkoli mit dem Behandlung Lichtstufen (*none*, 200*lm*, 400*lm* und 600*lm*) sowie der Behandlung Substrattypen (*torf*, 70*p*30*n*) untersucht. Es wurde als Messwert Trockengewicht [kg/ha] bestimmt. Nilufar ahnte schon, dass es komplexer wird, als sie mit ihrer Abschlussarbeit angefangen hat. Das es jetzt aber so kompliziert wird, hätte sie jetzt aber auch nicht gedacht. Nilufar kratzt sich am Kopf. Eventuell muss sie dann doch nochmal Hilfe in der statistischen Beratung holen. Jetzt versucht sie es aber erstmal selber.

Leider kennen sich Nilufar mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|---------------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| Lichtstufen | 3 | 16.16 | | | |
| Substrattypen | 1 | 0.02 | | | |
| Lichtstufen:Substrattypen | 3 | 825.77 | | | |
| Error | 18 | 42.69 | | | |

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

| | $\emph{F}_{lpha=5\%}$ |
|---------------------------|-----------------------|
| Lichtstufen | 4.26 |
| Substrattypen | 3.40 |
| Lichtstufen:Substrattypen | 5.23 |

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Lichtstufen: Substrattypen aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In ein Gewächshausexperiment wurden Lauch mit der Behandlung Düngestufen (ctrl, low, mid und high) sowie der Behandlung Substrattypen (torf, 70p30n) untersucht. Es wurde als Messwert Proteingehalt [g/kg] bestimmt. Jetzt starrt Mark mit auf die Rausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt seine Betreuerin in der gleichen Art Mark zurück an. Das wird ein langer Nachmmittag, denkt er sich und kreuselt seinen Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihm überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um seine Hausarbeit. Mark hätte doch nichts mit Lauch machen sollen. Lauch – was soll das auch bedeutendes sein?

```
## Analysis of Variance Table

##

Response: Proteingehalt

##

## Response: Proteingehalt

##

Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)

## Düngestufen 2 133.04 66.518 5.0226 0.018480

## Substrattypen 1 165.18 165.183 12.4726 0.002383

## Düngestufen:Substrattypen 2 116.12 58.060 4.3840 0.028113

## Residuals 18 238.39 13.244
```

Leider kennt sich Mark mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In einen Versuch in einer Klimakammer wurden Maiss mit der Behandlung Lüftungssysteme (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*) sowie der Behandlung Lichtstufen (*none*, und 600*lm*) untersucht. Alex schaut konzentriert auf die Formeln der ANOVA und des t-Tests. In seinem Experiment wurde als Messwert Frischegewicht [kg/ha] bestimmt. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Gefälligkeit gewesen. Ein leidiges Lied. Dann wäre es nicht noch komplizierter. Was war da jetzt nochmal der Zusammenhang zwischen den beiden statistischen Verfahren? Beide Verfahren haben ja irgendwie etwas miteinander zu tun und sein Betreuer möchte das jetzt auch noch verstehen. Muss das nicht eigentlich klar sein? Immerhin ist Alex nicht die erste Betreuung eines Projektberichts. Immerhin hat er die beiden Formeln vorliegen. Auf seinem Second Screen läuft Alien und Alex schaufelt Gummibärchen. Nicht effizient, aber gut.

Gegebene Formeln

$$F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_D = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

Leider kennen sich Alex mit dem Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Welche statistische Maßzahl testet der t-Test, welche die ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen der F_D Statistik und T_D Statistik! (2 Punkte)
- 3. Visualisieren Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang von MS_{treatment} und MS_{error}! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die erstellte 2x2 Tafel mit signifikant und nicht signifikant! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Nennen Sie das numerische Minimum der F-Statistik F_D! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn die F-Statistik F_D minimal ist, welche Aussage erhalten Sie über die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In ein Stallexperiment wurden Lamas mit der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) sowie der Behandlung Lüftungssystem (keins und thunder) untersucht. Es wurde als Messwert Fettgehalt [%/kg] bestimmt. Jetzt starrt Alex mit auf die Ausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt sein Betreuer in der gleichen Art Alex zurück an. Es liegt anscheinend eine signifikante Interaktion vor? 'Das wird ein langer Nachmmittag.', denkt er sich und kreuselt seinen Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihm überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um seine Hausarbeit. Alex hätte doch nichts mit Lamas machen sollen. Lamas – was soll das auch bedeutendes sein?

Leider kennen sich Alex und sein Betreuer mit der zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Interpretation einer Interaktion. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe, sonst wird es heute Abend mit seinem Hobby Starcraft nichts mehr!

- 1. Visualisieren Sie folgende mögliche Interaktionen zwischen den Behandlungen! Beschriften Sie die Abbildung! (4 Punkte)
 - a) Keine Interaktion liegt vor.
 - b) Eine schwache Interaktion liegt vor.
 - c) Eine starke Interaktion liegt vor.
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den verschiedenen Interaktionen! (2 Punkte)
- 3. Welche statistische Maßzahl betrachten Sie für die Bewertung der Interaktion? (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in R für eine Post-hoc Analyse! (2 Punkte)
- 5. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen? Berücksichtigen Sie auch die Funktion emmeans ()! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Es ist schon kurz nach fünf und Tina wird langsam nervös. Tina wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen. Hoffentlich kommt sie noch rechtzeitig zum Streamen. Angestrengend krault sie die Spinne. Stattdessen versucht ihre Betreuerin die Ausgabe der einfaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Anscheinend gibt es ein Problem mit der Annahme der Normalverteilung und der Varianzhomogenität der ANOVA in den Daten. 'Wir haben jetzt bei der ANOVA einen p-Wert mit 0.071 raus sowie eine F-Statistik F_D mit 1.51 berechnet. Nach den Boxplots müsste sich eigentlich ein Unterschied zwischen mid und ctrl ergeben. Der Unterschied ist in {emmeans} auch signifikant mit einem p-Wert von 0.045. Wie kann das sein?', grummelt ihre Betreuerin. Tina hatte im Oldenburger Land ein Gewächshausexperiment mit Maiss durchgeführt. Dabei wurden die Daten D erhoben. Es gab dabei eine Behandlungen Düngestufen (ctrl, low, mid und high). Gemessen wurde der Messwert (Y) Proteingehalt [g/kg]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Tina hat schon genug Probleme. Wenn die Wut nicht wäre, dann wäre es einfacher.

Gegebene Formeln

$$MS_{treatment} = rac{SS_{treatment}}{df_{treatment}}$$
 $MS_{error} = rac{SS_{error}}{df_{error}}$ $F_D = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$

Leider kennen sich Tina und ihre Betreuerin mit der Interpretation einer ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe und die Zeit wird knapp.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Was bedeutet eine signifkante ANOVA für die beobachteten Daten D? (1 Punkt)
- 4. Visualisieren Sie den Unterschied zwischen Varianzhomogenität und Varianzheterogenität anhand der Daten *D*! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
- 5. Visualisieren Sie für die Daten *D* die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität der ANOVA unter zu Hilfenahme von Boxplots! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
- 6. Welche Auswirkung hat die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität für die Teststatistik F_D der ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Erklären Sie abschließend die Diskrepanz zwischen den Ergebnis der ANOVA und dem paarweisen Gruppenvergleich in {emmeans}! (2 Punkte)

Teil V.

Multiple Gruppenvergleiche

84. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Moment, die haben ja das Gleiche gemacht wie wir!', ruft Jessica laut aus. Nilufar schaut etwas verwundert. 'Das glaube ich eher nicht. Lass uns mal unsere Daten mit den Ergebnissen von Qui et al. (2017) vergleichen.', antwortet Nilufar. In ein Stallexperiment mit Fleischrindern wurde die Behandlung Lüftungssystem (keins, storm, tornado und thunder) auf den Messwert Protein/Fettrate [%/kg] untersucht. Jetzt müssen die beiden mal schauen, ob sie wirklich was Neues gefunden haben oder ob die Ergebnisse alle die gleichen sind wie schon bei Qui et al. (2017). Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Qui et al. (2017).

| Rohen p-Werte | Adjustierte p-Werte | Nullhypothese ablehnen? |
|---------------|---------------------|-------------------------|
| 0.002 | | |
| 0.070 | | |
| 0.080 | | |
| 0.001 | | |

Leider kennen sich Jessica und Nilufar mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau α überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau α adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau α bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus α vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Mark hatte in seinem Projektbericht ein Kreuzungsexperiment durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat er sich mit Milchvieh beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Mark das Thema dann doch nicht. Hat er sich doch mit Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn*, *compostIn* und *flOw*) und Schlachtgewicht [kg] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach seiner Betreuerin soll er nun ein CLD bestimmen. Weder weiß er was ein CLD ist, noch war sein erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig...

| Behandlung | Compact letter display |
|------------|------------------------|
| ctrl | а |
| superIn | a |
| compostIn | b |
| flOw | ab |

Leider kennen sich Mark mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Tina betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von ihre Betreuerin. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihr etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte sie dann schon nachbauen. Das macht sie dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Tina betrachtet ein Poster das sich mit Erbsen beschäftigt. Lichtstufen (none, 200lm, 400lm und 800lm) und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird sie daraus nicht. Als erstes müsse müsse man die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren, liest Tina im Methodenteil und ist dann noch verwirrter als vorher schon.

| Lichtstufen | Fallzahl (n) | Mittelwert | Standardabweichung |
|-------------|--------------|------------|--------------------|
| none | 7 | 15.46 | 2.49 |
| 200lm | 7 | 13.31 | 2.47 |
| 400lm | 7 | 4.87 | 3.06 |
| 800lm | 7 | 4.19 | 3.07 |

Leider kennen sich Tina mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Tina und Nilufar! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Das Problem ist, dass DataTab eben keine CLD kann. Die bräuchten wir dann schon dringend für unser Poster!', merkt seine Betreuerin mit Nachdruck an. Mark neigt den Kopf. 'Das wussten wir nicht vorher?', entfährt es ihm leicht entnervt. Da schaut seine Betreuerin seltsam betroffen. Hilft jetzt auch so gar nicht. Mark hatte sich zwei Variablen mit Lüftungssystem (keins, storm, tornado und thunder) und Protein/Fettrate [%/kg] in einen Leistungssteigerungsversuch mit Puten angeschaut. Jetzt möchte er eigentlich fertig werden und nicht nochmal alles neu in Rund {emmeans} machen. Dabei hatte er schon echt ne Menge in im Oldenburger Land gemacht. Dann eben per Hand aus der Matrix der p-Wert. Mark muss sich echt zusammenreißen.

| | keins | storm | tornado | thunder |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| keins | 1.0000000 | 0.0546345 | 0.4631036 | 0.0527744 |
| storm | 0.0546345 | 1.0000000 | 0.2235104 | 0.9199747 |
| tornado | 0.4631036 | 0.2235104 | 1.0000000 | 0.2352481 |
| thunder | 0.0527744 | 0.9199747 | 0.2352481 | 1.0000000 |

Leider kennen sich Mark mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Mark und Nilufar! (2 Punkte)

Teil VI.

Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

88. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende hätte Tina dann doch einen normalverteilten Endpunkt in ihrer Abschlussarbeit nehmen sollen. Vor ihr liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in \P so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft sie das was bei den Daten rausgekommen ist. Gezählt hat Tina einiges mit n=138 Beobachtungen von Maiss. Zum einen hat sie als Behandlung *Mechanische Bearbeitung* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Chlorophyllgehalt unter Zielwert* [ja/nein] ermittelt. Nun möchte ihr Betreuer gerne einen χ^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen.

| 56 | 21 | |
|--------|----|--|
| 23 | 38 | |
| | | |

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$ Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die \mathcal{X}^2 -Verteilung, wenn die H_0 wahr ist! Ergänzen Sie $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$ und \mathcal{X}^2_D in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Der \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet.', liest Tina in ihrer Mitschrift. So richtig helfen tut ihr das jetzt eherlichweise dann doch nicht. Tina hatte sich in ein Feldexperiment n=146 Beobachtungen von Lauch angeschaut. Dabei hat er als Behandlung *Mechanische Bearbeitung* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Frischegewicht über Zielwert* [ja/nein] ermittelt. Am Ende möchte dann ihre Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen.

| | | 86 |
|----|----|-----|
| | | 60 |
| 85 | 61 | 146 |

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! (2 Punkte)
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende war es für Yuki in seiner Hausarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte sein Betreuer gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Yuki hatte sich in ein Freilandversuch n=146 Beobachtungen von Maiss angeschaut. Dabei hat er als Behandlung *Pestizideinsatz* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Frischegewicht über Zielwert* [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Yuki mal schauen, wie er das jetzt rechnet. Nach seinem Experiment erhielt er folgende 2x2 Kreuztabelle aus seinen erhobenen Daten.

```
## Pestizideinsatz
## Frischegewicht über Zielwert ja nein
## ja 6 8
## nein 6 4
```

Dann rechnete Yuki den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in \mathbb{R} und erhielt folgende \mathbb{R} Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: Frischegewicht über Zielwert
## p-value = 0.6802
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 0.06993249 3.40089546
## sample estimates:
## odds ratio
## 0.5149174
```

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

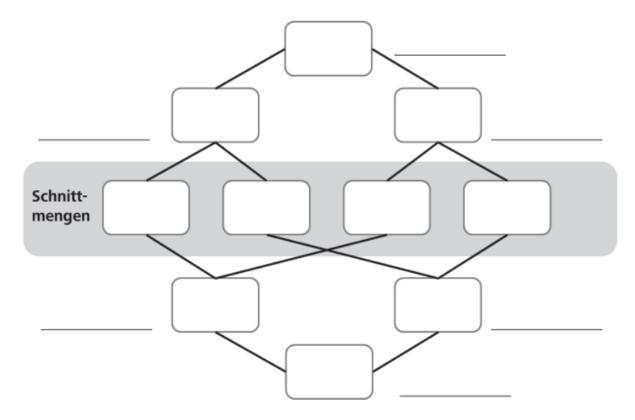
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Tina liest laut vor. 'Die Prävalenz von Klauenseuche bei Puten wird mit 3% angenommen. In 85% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier erkrankt ist. In 8.0% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier <u>nicht</u> erkrankt ist und somit gesund ist. Wir führen einen Test auf Tuberkulose an 2000 Puten mit einem diagnostischen Test durch.' Jessica klappt die Kinnlade runter. In der Stille duddelt Tocotronic. Tina schaut kompetent und schmeißt sich mit offenen Mund Schokobons an den Kopf vorbei.



Leider kennen sich Tina und Jessica mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

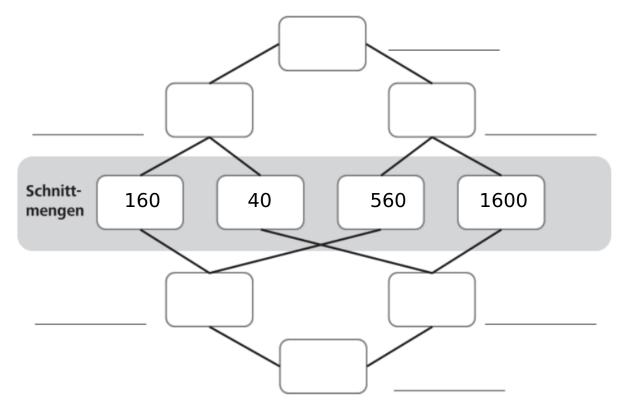
- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (8 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Was ist denn das?', entfährt es Paula. 'Hm... ich glaube es handelt sich um einen Doppelbaum, den wir beim diagnostischen Testen brauchen.', meint Nilufar und dreht Jagd auf roter Oktober auf dem Second Screen etwas leiser. Was jetzt beide von einem diagnostischen Test haben, ist ihnen auch nicht klar. Es ist ja schon alles komplex genug und der Perfektionismus von Paula macht es heute auch nicht mehr einfacher. 'Es geht um Schorf an Brokkoli.', stellt Nilufar fest. Eigentlich wollte Nilufar eher los um zu Kicken. Das wird aber wohl nichts mehr.



Leider kennen sich Paula und Nilufar mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Testsür Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! (4 Punkte)

Teil VII.

Lineare Regression & Korrelation

93. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Mark. 'Ich sehe nur eine Zahlen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Alex. Mark atmet schwer ein. Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment in der Uckermark mit Schweinen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Prote-in/Fettrate [%/kg]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen.

| Protein/Fettrate [%/kg] | Mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] |
|-------------------------|--|
| 20.0 | 26.3 |
| 21.8 | 28.4 |
| 21.6 | 25.1 |
| 22.4 | 24.5 |
| 19.7 | 24.3 |
| 20.1 | 28.2 |
| 12.8 | 19.3 |
| 16.9 | 18.7 |
| 33.9 | 36.5 |
| 31.0 | 33.8 |
| 25.7 | 27.4 |

Leider kennen sich Mark und Alex mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Jonas. 'Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Alex. Jonas atmet schwer ein und starrt auf die Rausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten einen Leistungssteigerungsversuch im Wendland mit Hühnern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Bewegungsscore [Movement/h] und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in Regression, aber wie soll das jetzt gehen?

| term | estimate | std.error | t statistic | p-value |
|-----------------------------------|----------|-----------|-------------|---------|
| (Intercept) | 1.13 | 2.89 | | |
| Durchschnittlicher Bewegungsscore | 0.56 | 0.28 | | |

Leider kennen sich Jonas und Alex mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung der lm()-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (1 Punkt)
- 5. Ergänzen Sie die t Statistik in der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 6. Ergänzen Sie den p-Wert in der lm()-Ausgabe mit $T_{\alpha=5\%}=1.96!$ (2 Punkte)
- 7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (1 Punkt)
- 8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





```
##
## Call:
## Frischegewicht ~ Durchschnittlicher_Anteil
##
## Residuals:
                10 Median
##
       Min
                                30
                                       Max
## -3.3447 -0.4850 0.0626
                           0.8767
                                    3.0096
##
## Coefficients:
##
                             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                               1.7711
                                          1.7394
                                                   1.018
                                                             0.314
## Durchschnittlicher_Anteil
                               2.0272
                                          0.1762 11.503 1.04e-14
##
## Residual standard error: 1.53 on 43 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.7547, Adjusted R-squared: 0.749
## F-statistic: 132.3 on 1 and 43 DF, p-value: 1.043e-14
```

Leider kennen sich Yuki und Jessica mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die p-Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! (2 Punkte)
- 5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Ich glaube ich bringe da was durcheinander. Ich möchte eine Gerade durch die Punkte zeichnen oder doch eine Korrelation berechnen?', merkt Mark laut an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in R. Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in meinem Versuch. Ich wollte doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Mark sich sichtlich übernächtigt selber. Die Nacht war zu lang und überhaupt. Mark hatte ein Gewächshausexperiment im Teuteburgerwald mit Spargel durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Anteil an Ton [%/I] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will er erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der Rausgabe möglich sein.

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: Durchschnittlicher Anteil and Chlorophyllgehalt
## t = -1.8153, df = 8, p-value = 0.107
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.8728999 0.1356188
## sample estimates:
## cor
## -0.5401286
```

Leider kennt sich Mark mit der Korrelationsanalyse in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

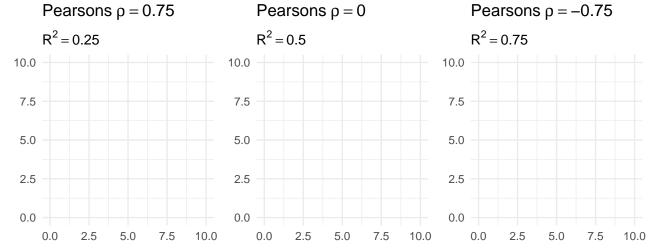
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





foo.



Leider kennt sich Mark mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

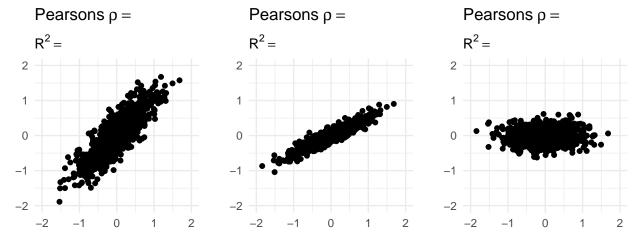
- 1. Zeichnen Sie für die ρ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die R^2 -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade! (3 Punkte)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie die R^2 -Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 5. Warum müssen Sie ein R^2 -Wert berechnen, wenn Sie die einfachere Möglichkeit der visuellen Überprüfung haben? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





foo.



Leider kennt sich Nilufar mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Schätzen Sie die ρ -Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R²-Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die R^2 -Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 4. Was ist der optimale R^2 -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Was ist der optimale ρ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Aussage "Correlation does not imply causation!" an einem Beispiel! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





foo.

| Durchschnittliche Regenwurmdichte | Trockengewicht | ŷ | ϵ |
|-----------------------------------|----------------|------|------------|
| 35.9 | 17.9 | 38.1 | |
| 29.3 | 11.4 | 26.5 | |
| 38.2 | 15.9 | 34.6 | |
| 17.6 | 6.1 | 17.1 | |
| 25.5 | 11.8 | 27.3 | |
| 23.7 | 8.4 | 21.1 | |
| 15.2 | 6.0 | 16.8 | |
| 23.1 | 10.6 | 25.1 | |
| 26.2 | 12.1 | 27.8 | |

Leider kennt sich Nilufar mit der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Werte der Residuen ϵ in der obigen Tabelle! (2 Punkte)
- 3. Zeichnen Sie den Boxplot der Residuen ϵ . Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie den Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Eigenschaft eines statistischen Modells, welche mit dem Residualplot überprüft wird! Begründen Sie Ihre Antwort anhand einer Visualisierung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





foo.

Leider kennt sich Steffen mit dem Kontext der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichen Sie die Zeile des Regressionskreuzes für den Endpunkt mit <u>drei</u> Feldern! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Ergänzen Sie die entsprechenden statistische Methoden zur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Nullhypothese für die statistische Methode in jedem Feld! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie die entsprechenden Funktionen in R zur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 6. Welchen Effekt erhalten Sie in jedem Feld? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)

Teil VIII.

Experimentelles Design

101. Aufgabe (16 Punkte)





Yuki und Paula sind bei Nilufar um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in \mathbb{R} zu holen. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Substrattypen (torf, 40p60n, 30p20n und 70p30n) sowie Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl, und tornado) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg] in Maiss. Der Versuch soll in einem Versuch in einer Klimakammer in der Uckermark durchgeführt werden. Nach dem Dozenten ist der Messwert Proteingehalt [g/kg] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Nilufar ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein Latin square design mit nur einem der beiden Faktoren. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Paula schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter.

Leider kennen sich Nilufar, Yuki und Paula mit dem *Latin square design* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 🔃 (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in R! (3 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Tina und Jessica sind bei Yuki um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in \mathbb{R} zu holen. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) sowie Bestandsdichte (standard und kontakt) sowie zwei Blöcken und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] in Milchvieh. Der Versuch soll in einem Kreuzungsexperiment im Emsland durchgeführt werden. Nach dem Dozenten ist der Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Yuki ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein Randomized complete block design mit Berücksichtigung einer Interaktion. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Jessica schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter.

Leider kennen sich Yuki, Tina und Jessica mit dem *Randomized complete block design* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! (2 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in R! (4 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (3 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Teil IX.

Programmieren in R

103. Aufgabe (9 Punkte)





'Hm. Rist eigentlich gar nicht so schwer, wenn man die Grundlagen kann.', meint Tina ganz zuversichtlich. Nur leider kennt sie sich überhaupt nicht mit Raus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen.

Tina: Ich sehe überall dieses c(). Was ist denn deren Nutzen? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina: Ich habe die Namen der beiden R Pakete vergessen, die wir eigentlich immer laden. Wie heißen die noch gleich? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina: Warum brauche ich eigentlich das RStudio und R? Wo ist denn da der Unterschied? (1 Punkt) Sie antworten:

Tina: Der Pipe-Operator wird sehr häufig genutzt. Wie sieht der aus und wie funktioniert der an einem Beispiel? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina: In R hat sich doch mein Datensatz geändert. Warum ist er jetzt wieder so wie vorher, wenn ich den Datensatz wieder aufrufe? Was mache ich falsch? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina: Ich verstehe den Unterschied zwischen library() und Packages nicht. Warum gibt es die? (1 Punkt) Sie antworten:

Tina: Der Zuweisungs-Operator wird sehr häufig genutzt. Wie sieht der aus und wie funktioniert der an einem Beispiel? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina: Was war eigentlich nochmal ein Vorteil von der Nutzng von **?** (1 Punkt) Sie antworten:

Tina: Wir brauchen recht häufig die Tilde (~) in R. Wo wird die nochmal angewandt und genutzt? (1 Punkt) Sie antworten:





Alex muss seinem Projektbericht mit Rarbeiten. Leider ist die Analyse etwas komplexer, so dass es eben in Excel dann nicht mehr geht. Deshalb also gleich alles in Rabeiten. Das ist auch der Grund warum er jetzt mit Ihnen in der Küche sitzt und einige vertiefende Fragen zu Ran Sie hat! Na dann wollen Sie mal helfen. Immerhin will sein Betreuer, dass Rapenutzt wird und die Abgabe ist dann auch schon in gut einem Monat.

Alex fragt: Was muss ich bei der Eingabe eines Datums in Excel beachten, wenn ich später die Exceldatei in R einlesen will? Wie lautet das Format? (1 Punkt)

Sie antworten:

Alex fragt: Die Funktion emmeans() erlaubt es den Faktor f_1 getrennt in jedem Level des Faktors f_2 auszuwerten. Wie mache ich das? **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex fragt: Wie verbindet {ggplot} die einzelnen Ebenen einer Abbildung? (1 Punkt) Sie antworten:

Alex fragt: Wie nennt sich das Datenformat in R? Bitte mit kurzem Beispiel! (1 Punkt) Sie antworten:

Alex fragt: Hm... wenn ich in R Daten mit Gruppen eingelesen habe, was muss ich dann nochmal als erstes machen? Und warum? (2 Punkte)

Sie antworten:

Alex fragt: Ich will eine ANOVA in R rechnen. Dazu brauche ich zwei Funktionen. Welche waren das noch gleich und wie war die Reihenfolge? (1 Punkt)

Sie antworten:

Alex fragt: Die R Pakete {emmeans}, {ggplot} und {readxl} sind für was nochmal gut? (2 Punkte) Sie antworten:

Teil X.

Forschendes Lernen

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

In der Prüfung erhalten Sie einen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung. Für die Einarbeitung in die Veröffentlichung ist in der Prüfung ausdrücklich keine Zeit vorgesehen.

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. Scientia Horticulturae, 304, 111320. [Link]
- Petersen, F., Demann, J., Restemeyer, D., Olfs, H. W., Westendarp, H., Appenroth, K. J., & Ulbrich, A. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. Plants, 11(8), 1010. [Link]
- Selle, P. H., Cadogan, D. J., Li, X., & Bryden, W. L. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. Animal Feed Science and Technology, 156(3-4), 57-74. [Link]
- Wu, G., Knabe, D. A., & Kim, S. W. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. The Journal of Nutrition, 134(10), 2783S-2790S. [Link]

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

In der Prüfung erhalten Sie <u>keinen Auszug</u> aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgesetzt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen gemacht.

• bar

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff', denkt Jessica. Das ist jetzt doch etwas umfangreicher. Jessica soll die wissenschaftliche Veröffentlichung Selle, P. H., et al. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition einmal zusammenfassen. Die Arbeit soll als eine Vorlage für ihre eigene Arbeit dienen. Daher möchte ihre Betreuerin, dass sie einmal die Veröffentlichung in einer PowerPoint Präsentation zusammenfasst. 'Das ist jetzt aber doch umfangreicher als gedacht.', mault Jessica in sich hinein.

Leider kennt sich Jessica mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)² (4 Punkte)
- 2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! (1 Punkt)
- 5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! (1 Punkt)
- 8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in R für eine ausgewählte Abbildung! (2 Punkte)
- 9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wisenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

²Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte sein Betreuer, dass Jonas einmal die wissenschaftlichen Daten data2 sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Jonas hätte dann schon eine Vorlage um die eigenen erhobenen Daten in eine Tabelle eintragen zu können. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn als er in seinen Laptop starrt.

Leider kennt sich Jonas mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! (2 Punkte)
- 2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! (2 Punkte)
- 5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

Teil XI.

Mathematik

107. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte³.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1.1mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 11m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in *m* der Eiche im Jahr 1840 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 185cm, eine Breite von 95cm sowie eine Länge von 250cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (2 Punkte)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 20*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 180 Sonnenblumen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8.5cm und eine Höhe von 8cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 260 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf zwei Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Pflanztopffläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Rinderstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Rinderstall hat eine Höhe h_{ν} von 6.5m. Die hintere Seite des Rinderstall hat eine Höhe h_{b} von 10m. Der Rinderstall hat eine Tiefe t von 15m und eine Breite b von 50m.

- 1. Skizzieren Sie den Rinderstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_V , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Rinderstall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1.8m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 14t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 25% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80° C eine Dichte von $220kg/m^3$. Bei -100° C hat Methan eine Dichte von $300kg/m^3$. Sie betrieben Ihre Anlage bei -88° C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

Aligatorenbirnen und Blaubeeren "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einer ältern Dame mit aufgespannten Regenschirm. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Netto über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile⁴. Tja, die Deutschen und Südamerika

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einer ältern Dame mit aufgespannten Regenschirm?

- 1. Wenn 5 Blaubeerschalen 8.95 Euro kosten, wie viel kosten 9 Schalen? (2 Punkte)
- 2. Wenn Sie die 9 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 0.99 EUR können Sie sich dann noch für 50 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Netto über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 190l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 90 125g.
- Ein Kilo Salat benötigt 120l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 310 490g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 980l Wasser. Eine Avocado wiegt 120 410g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 850l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.1 3.5g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (3 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2024 blieben die Erträge von Blaubeeren mit 8×10^4 t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge steigerte sich um 5.1%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 23.8% auf 2.1×10^5 t.

4. Wie viele Kubikmeter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2023 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur drei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 55 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine und 9 - 14 Liter pro Spülgang.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einer ältern Dame mit aufgespannten Regenschirm erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! (1 Punkt)

⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton $r_P = 1.7 \times 10e - 15$ • Wasserstoff $r_H = 5.3 \times 10e - 11$

Die Dampfnudelerde "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 69 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde *heutzutage* so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen⁵.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von $9.65 \, \text{m/s}^2$ an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von $1.1956 \times 10^4 \, \text{km}$ und eine mittlere Dichte ρ von $5.44 \, \text{g/cm}^3$. Das Gewicht von einem heute lebenden asiatischen Elefanten liegt bei 3t bis 5t und das Gewicht von einem Brachiosaurus bei bis zu 30t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 69 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
 - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 69 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
 - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
 - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 69 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.05 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit 1.55×10^8 km angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 84% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.05g/mol, 8% Heliumkernen mit 4.01g/mol sowie 8% weiteren Atomkernen mit 89.32g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$ pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 5cm $^{-3}$ pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge? So hört man häufiger höfliche Gänse in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Gänse-Halter:innen nicht⁶. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Gänse für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
 $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Gans plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- Ri dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) wingflapping, (2) standing, (3) drinking/eating und (4) preening.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i , R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

| | Aldridge et al. (2021) | Baxter et al. (2022) | Jabcobs et al. (2019) |
|-----------------------------|---|---|---|
| standing drinking/eating | 41cm; 29cm; 3.5% 37cm; 16cm; 3.6% 39cm; 26cm; 7.3% 33cm; 26cm; 16.4% | 33cm; 28cm; 3.5% 30cm; 24cm; 5.2% 31cm; 32cm; 1.2% 44cm; 16cm; 14.2% | 37cm; 34cm; 3.5% 42cm; 27cm; 5.1% 34cm; 16cm; 1.2% 35cm; 22cm; 12.8% |

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte r_i , R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Gänse für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Gänse in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$." Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche α , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nelken von den Molukken In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 42 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 115 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 245 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält $5000\mu g/100mg$ Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 110mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 20 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Event Horizon – Am Rande des Universums Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{28} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 2500m kollabiert, wird die Sonne 35% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} gegeben⁷.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- ullet m_f , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit $6.274 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.7 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar! (2 **Punkte**)
- 6. Ein Auto und eine Feder stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Fermi Paradoxon Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?⁸

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt drei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $5.9256 \times 10^4 km/h$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 250 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum drei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 3.57 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 1.5×10^{11} Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von $2.8 \times 10^8 m/s$ an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von 4.6×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 10^8 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

⁸Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Pyramiden bauen Es stehen die niedersächsichen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 71 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 52 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 32 Königsellen. Eine Königselle misst 52.4cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 32 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 3cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 5 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 75% aus. In eine Schubkarre passen 90 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 14°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die niedersächsiche Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Finanzbeamter*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die niedersächsiche Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 8° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 18km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die abwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung⁹.

| Ort | Cache | Wertung (S T G) |
|-----|---------|--------------------|
| Α | GCQAQ5X | 4.5 2.0 Normal |
| В | GC3VXVE | 4.0 3.0 Klein |
| С | GCNC0UU | 2.5 4.0 Klein |
| D | GCWG8WW | 1.0 4.5 Normal |
| Е | GC6ELUV | 3.5 1.5 Klein |

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{AC} ist 4km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} mit 4.5km bekannt. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{BE} ist das 1.2-fache des Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 40° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 45° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort B Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Terrainchallenge zurück? (5 Punkte)
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.2 + 0.13 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Terrainchallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 5m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 6.6m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

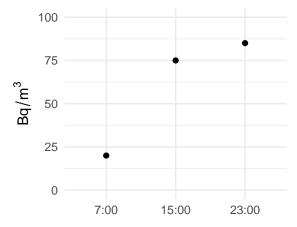
⁹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

Die atmende Wand und Brot aus Luft Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 23:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung¹⁰.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $380Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 4.1d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $380Bq/m^3$ auf unter $110Bq/m^3$ gefallen ist? (4 **Punkte**)

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

| | Vol-% | M [g/mol] | ppm |
|-------------------|-------|-----------|-----|
| Stickstoff | 78.1 | 28.1 | |
| Sauerstoff | 20.45 | 15.8 | |
| Kohlenstoffdioxid | 0.029 | 11.8 | |

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung¹¹:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

 $^{^{10}\}mathrm{Die}$ Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

¹¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Finsternis Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon¹² in die Hände gefallen. Nun sind Sie ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 1054 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Henry dem Roten. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
 $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit $9.81\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 20mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 13m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 13m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 2.8mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 2mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die 2.3×10^5 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $12.63q/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 2.3×10^5 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1200 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.4cm Abstand haben müssen? (**1 Punkt**)

 $^{^{12}}$ Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Kaninchen Leider hat es mit Ihrem Krokodilreservat in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1859 ungefähr 32 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!¹³

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 9 \times 10^9 - 1.2 \times 10^9 \cdot 2.3^{-0.3 \cdot t + 4.1}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 6 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 12 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.8 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 4 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 98.5% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 70% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4200km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3700km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 11.5km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 11\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1100 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

¹³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Uckermark. Unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer der Kuh Fridolin und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit 0.5×, Februar mit 0.7× und März mit 1.1×. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

| Datum | C° |
|--------------|-----|
| 01. Jan 2023 | 0.1 |
| 01. Feb 2023 | 1.5 |
| 01. Mrz 2023 | 3.1 |
| 01. Apr 2023 | 4.3 |

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ und $f_3(t)$ aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F_1(t)$, $F_2(t)$ und $F_3(t)$ für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! (1 **Punkt**)
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 190°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Boskoopplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit 230N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 140N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem 40° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.2t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn $F = m \cdot a$ gilt? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In der Kartonagenfabrik Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 8-mal-gefaltete, 0.5mm, 60-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 60cm und eine Breite von 23cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge \boldsymbol{x} falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*²? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 100m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 100m Zaun bestimmen!

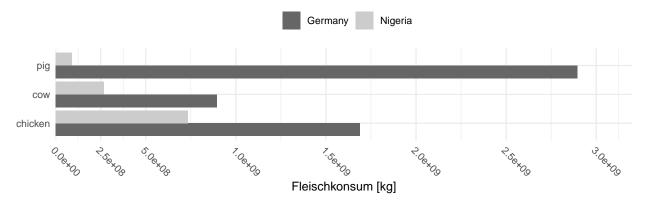
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



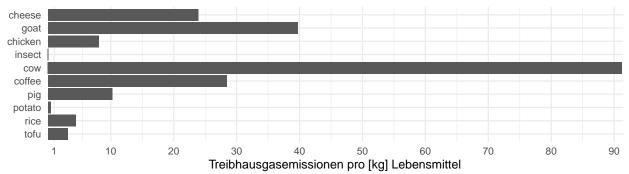
Ein Pfund Insekten, bitte! Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen 14 . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2020 leben ca. 8×10^7 Menschen in Deutschland und ca. 1.79×10^8 Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2020 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

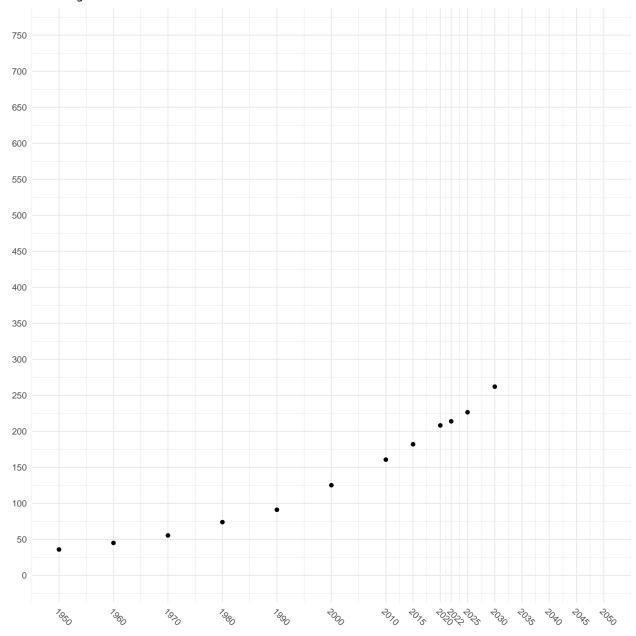
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO₂-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO_2 pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

¹⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
 - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
 - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2020! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2020, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Hautarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihr Partner über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.1% angenommen. In 92% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 1% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein (K^+), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben (T^+)? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von $n=10^4$ Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen¹⁵.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

¹⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Network-Marketing oder Schneeballschlacht! Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen¹⁶.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Healthy Herbs Manufacture International (HeHeMan). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 15 Prozent von 280 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut HeHeMan habe das Unternehmen 3.6×10^5 aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma HeHeMan im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 30%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 50EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 25%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 2%, 1% und 0.5%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum drei Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt zwei Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 1800EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

| Stufe | Anzahl Partner | Umsatz/Stufe | Provision |
|-------|----------------|--------------|-----------|
| 1 | Sie selber | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei HeHeMan Einheiten des Produkts für 1500EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 6.2% p.a. über 36 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- 8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

¹⁶Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Höhlen & Drachen Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einer Ihrer Freundinnen einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 5 sechseitige Würfel (5d6) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 6 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 3 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei achtseitigen Würfeln (2d8) als Schaden oder das Schwert mit einem zwölfseitigen Würfel plus 4 (1d12+4) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.7, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.75. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einen $\Omega = 100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 **Punkte**)
- 5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! (1 Punkt)
- 6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Retrocheck im TV "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Elke und Annegret das Team der drei Kandidaten.

| Name | P(win) | P(outbid) |
|----------|--------|-----------|
| Elke | 0.2 | 0.11 |
| Annegret | 0.4 | 0.08 |

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.02 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem einäugen Piraten um das große Geld. Das Glücksrad hat 20 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 10 Feldern gewinnen Sie 5000EUR sonst 1500EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 6500EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

Teil XII.

Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

128. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

129. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var_i: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA_i: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V_k: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$: lineare Kovariable Laktationsnummer
- e_{ijkl} : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

130. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.