Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1



Alex studiert im 3. Semester und wiederholt das Modul, da er im ersten Jahr andere Prioritäten für sich gesetzt hat. Das musste sein, da er sich ziemlich im Abitur verausgabt hat. Darüber hinaus war die WG auch eher auf Party angelegt. Alex hofft jetzt über Pünktlichkeit wieder in die Bahn zu kommen. Dafür steht er jetzt immer um 5 Uhr auf! Freunde von ihm beschreiben ihn eher als extrovertiert. Er kennt Paula noch aus der Schulzeit und er überlegt, ob nicht beide Mal nach Mallorca sollten.

Nach zwei Semestern Studium an der Universität Osnabrück war es dann Jessica doch viel zu theoretisch. Etwas angewandtes sollte es sein, wo sie auch eine Fähigkeit lernt, die frau nutzen kann. Deshalb hat sich Jessica an der Hochschule eingeschrieben. Hoffentlich lernt sie etwas nützliches, wo andere für Geld geben würden. Wer nützlich ist, ist wertvoll. Ihr Traum ist ja eine Hundeschule aufzumachen. Die großen Parties hat sie immer gemieden. Sie ist lieber mit ihrer Hündin im Teuteburgerwald.





Das ist jetzt der letzte Versuch mit einem Studium. Wenn es nicht klappt dann überlegt Jonas das Programm der IHK zu Ausbildungsvermittlung zu nutzen. Aber eine Runde gibt er sich noch. Struktur ist eigentlich das Wichtigste und diesmal hat er sich alle Altklausuren der Fachschaft besorgt. Dann ist er auch noch gleich der Fachschaft beigetreten um mehr Informationen abzugreifen. Und er versucht nicht seine Zeit mit Alex zu verdaddeln oder in der Fachschaft bei einem Bier oder so...

Nächstes Semester geht es nach Kanada davon hat er schon auf der Berufsschule geträumt. Deshalb konzentriert er sich sehr auf die Prüfungen. Ein Schiff ist im Hafen sicher, aber dafür ist es nicht gebaut worden. Das International Faculty Office der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur hat super geholfen, aber es waren einiges an Unterlagen. Jetzt hofft er, dass Tina dann doch noch mitkommt. Aber sonst macht er das eben alleine. Obwohl das eher nicht so seine Art ist. Vielleicht sollte er sich mal einen Tipp bei Tina holen, sie wirkt sehr entschlossen.





Nach der Ausbildung wollte Nilufar eigentlich gleich anfangen zu arbeiten, aber nach einem Praktikum und der Probezeit stellte sie fest, dass es ohne einen Hochschulabschluss schwer wird Führungsverantwortung zu übernehmen. Mit Menschen kann sie schon immer und dann auch eigene Projekte mit anderen verwirklichen, dass ist doch was. Mit dem notwendigen Abschluss sollte der Start um so einfacher sein. Dann ist sie keine Befehlsempfängerin mehr sondern gibt die Marschrichtung vor. Schon jetzt koordiniert Nilufar das Studium von anderen.

Paula möchte die Welt zu einem besseren Ort machen. Wenn da nicht die anderen Mitmenschen wären. Paula muss das Modul nochmal wiederholen, da es dann am Ende des Semesters zu viel für sie wurde. Eine Lerngruppe hätte geholfen, aber das ist dann gar nicht so einfach eine zu finden. Zwar kennt sie schon Nilufar, aber Nilufar ist ihr manchmal zu forsch. Ihr schwant aber, dass alleine das Studium sehr schwer werden wird. Das Abitur war schon so ein Lernhorror, das möchte sie nicht nochmal. Alex sieht sie da als Vorbild.





Sommer, Sonne, Natur. Das ist es was Steffen mag. Raus in die Komune und die Natur genießen. Leider hat Steffen noch andere Bedürfnisse, die ein Einkommen benötigen. Da Studierte mehr verdienen, würde dann in Teilzeit auch mehr rausspringen. Wenn er dann privat was anbauen kann, dann spart er gleich doppelt. Leider sind viele seiner Kommilitonen total verkrampfte Karrieristen. Es geht nur ums Äußere. Dabei verliert sich Steffen gerne im Prozess. Das hat auch seinen Schulabschluss etwas verzögert. Steffen lässt sich eben Zeit.

Wille war es, die es Tina hierher gebracht hat und Wille wird es sein, die Tina dann auch zum Abschluß treibt. Nach einem Rückschlag muss Tina jetzt einige Module wiederholen, damit sie dann auch fertig wird. Ab und zu ist sie schwach gewesen und das hat dann Zeit gekostet. Das Tina es dann manchmal übertreibt, weiß sie nur zu gut, aber irgendwie muss die Kontrolle ja erhalten bleiben? Insbesondere, wenn sie mal wieder die Nacht durchgefeiert hat, verachtet Tina sich. Dann baut Nilufar sie dann bei einem Tee wieder auf.





Für Yuki war es nicht einfach. Teilweise war die Krankheit sehr hinderlich, dann war es Yuki selber. Dann muss man auch wieder auf die Beine kommen und es dauert eben seine Zeit. Aber immerhin hat Yuki es jetzt den Abschluss gekriegt und hat einen Studienplatz. Jetzt heißt es in den Rhythmus kommen und schauen, was noch so passiert. Immerhin hat Yuki schon eine kleine Gruppe gefunden, in der Yuki dann Hilfe findet. Ist aber auch sehr unübersichtlich so ein Studium. Steffen ist immer super entspannt.

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 73 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 93 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
89.0 - 93.0	1,0
84.5 - 88.5	1,3
79.5 - 84.0	1,7
75.0 - 79.0	2,0
70.5 - 74.5	2,3
66.0 - 70.0	2,7
61.5 - 65.5	3,0
56.5 - 61.0	3,3
52.0 - 56.0	3,7
46.5 - 51.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	В	С	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

• Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	11	10	9	9	12	10	12

• Es sind ____ von 73 Punkten erreicht worden.

Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

ANOVA

1. Aufgabe (2 Punkte)

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.31$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Das n^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **B** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **C** \square Das η^2 ist damit mit dem R^2 aus der linearen Regression zu vergleichen und beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- **D** \square Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- **E** \square Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Kartoffel zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.24$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **B** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 24% der Varianz durch die Behandlungsgruppen erklärt.
- ${f C} \ \square$ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 24% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 76%.
- **D** \square Es werden 24% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- **E** \square Mit dem η^2 lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein η^2 -Wert von 1 zu bevorzugen ist.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- **A** □ Wenn die F-Statistik kleiner als der kritische Wert ist kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist der Quotient der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- **B** □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- C □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

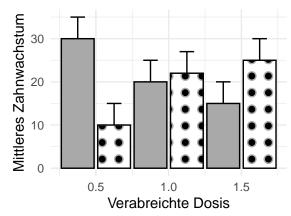
- **D** □ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- **E** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

Viele statistische Verfahren nutzen eine Teststatistik um eine Aussage über den Zusammenhang zwischen der Grundgesamthat und der Stichprobe abzubilden. Ein statistisches Testwerkzeug ist hierbei die ANOVA. Die ANOVA rechnet dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in den Gruppen exakt zu bestimmen.
- **C** □ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen oder der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss sich zwischen einem der beiden Varianzquellen entschieden werden.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsguppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein PosthocTest ausgeschlossen werden.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Schweine. Der Versuch wurde an 59 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?



- **A** \square Das Bestimmtheitsmaß R^2 ist klein.
- **B** \square Eine Korrelation liegt vor ($p \le 0.05$).
- **C** \square Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$)
- **D** \square Keine Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$).
- **E** \square Die Koeffizienten sind positiv ($\beta_0 > 0$; $\beta_1 > 0$).

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

6. Aufgabe (2 Punkte) Gegeben ist y mit 8, 15, 9, 6 und 14. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung. **A** □ Sie erhalten 10.4 +/- 1.955 **B** □ Sie erhalten 10.4 +/- 1.98 **C** □ Es ergibt sich 9.4 +/- 7.65 **D** ☐ Es ergibt sich 10.4 +/- 3.91 **E** □ Es berechnet sich 10.4 +/- 15.3 7. Aufgabe (2 Punkte) Gegeben ist y mit 26, 15, 27, 27, 14, 17 und 51. Berechnen Sie den Median, das 1st Quartile sowie das 3rd Quartile. **A** □ Sie erhalten 26 [13; 25] **B** □ Es ergibt sich 26 [15; 27] **C** □ Es berechnet sich 25 [16; 28] **D** ☐ Es ergibt sich 26 +/- 15 **E** □ Sie erhalten 26 +/- 27 8. Aufgabe (2 Punkte) Sie überlegen Ihre Daten mit einem Dotplot zu visualisieren. Was ist die minimale Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe? **A** □ Wir brauchen fünf oder mehr Beobachtungen. **B** □ 1 Beobachtung. **C** □ 2-5 Beobachtungen. **D** Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben. **E** □ Die opimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein können. 9. Aufgabe (2 Punkte) Die Varianz ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehen um die Varianz zu berechnen? A 🗆 Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend subtrahieren wir die Fallzahl. B 🗆 Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl.

C □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.D □ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadra-

E □ Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch

tischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.

die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.

Der Barplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Barplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- **A** □ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.
- **B** □ Den Median und die Standardabweichung.
- **C** □ Durch die Abbildung des Barplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Varianz.
- **D** □ Den Mittelwert und die Standardabweichung.
- **E** □ Den Median und die Quartile.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Kartoffel durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert \bar{y} und der Median \tilde{y} unterscheiden sich. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **B** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- **C** □ Der Mittelwert und der Median sollten sich unterscheiden sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- **D** □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- **E** □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn keine Outlier in den Daten vorliegen.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Um zu Überprüfen, ob die Daten die Annahme einer Varianzhomogenität genügen, können wir folgende Visualisierung nutzen. Dabei kommt dann auch die entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität zur Anwendung.

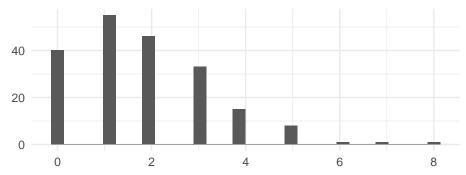
- **A** □ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höhren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Varianzhomogenität angenommen werden.
- **B** □ Nach dem Einlesen der Daten nutzen wir einen Boxplot um zu schauen, ob alle Boxen über alle Behandlungen in etwa gleich groß sind. Damit ist dann auch das IQR in allen Behandlungen in etwa gleich.
- C □ Nach der Erstellung eines Boxplots schauen wir, ob der Median in der Mitte der Box liegt. Dabei ist der Median als dicke Linie dargestellt und die Box ist das IQR.
- **D** □ Einen Barplot. Die Mittelwerte müssen alle auf einer Höhe liegen. Die Fehlerbalken haben hier keine Informationen.
- **E** □ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnurr audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Varianzhomogenität.

13. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen in Ihrer Abschlussarbeit über eine explorative Datenanalyse überprüfen, ob Ihr gemessener Endpunkt einer Normalverteilung folgt. Welche drei Abbildungen eignen sich insbesondere für die Überprüfung?

- A ☐ Violinplot, Boxplot, Densityplot
- **B** □ Barplot, Mosaicplot, Violinplot
- **C** □ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot
- **D** ☐ Histogramm, Scatterplot, Boxplot
- **E** □ Violinplot, Scatterplot, Barplot

Sie haben n = 186 Pflanzen geerntet und wollen sich nun die Verteilung der Pflanzen einmal in einem Histogramm anschauen. Welche Verteilung ist dargestellt?



- **A** □ In dem Histogramm ist eine Normalverteilung dargestellt.
- **B** □ Dem Histogramm entnehmen wir eine Possion-Verteilung.
- **C** □ Eine multivariate Normalverteilung.
- **D** □ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- **E** □ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.

Lineare Regression & Korrelation

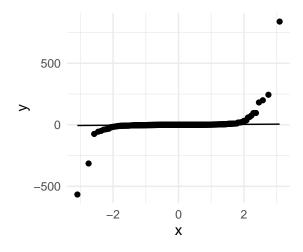
15. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das Modell $Y \sim X$ vorliegen und wollen nun ein prädiktives Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Ein prädiktives Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- **B** \square Ein prädiktives Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das R^2 berechnet werden.
- **C** \square Ein prädiktives Modell möchte die Zusammenhänge von X auf Y modellieren. Hierbei geht es um die Effekte von X auf Y. Man sagt, wenn x_1 um 1 ansteigt ändert sich Y um einen Betrag β_1 .
- **D** □ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen X und Y wenn ein prädiktives Modell rerechnet wird. Dabei kann nicht der gesamte Datensatz genutzt werden. Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt.
- **E** □ Ein prädiktives Modell basiert auf einem Traingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.

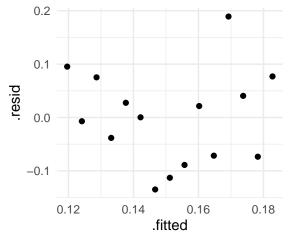
16. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot um die Annahme der normalverteilten Residuen zu überprüfen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **B** □ Wir betrachten insbesondere die beiden Enden der Gerade. Der Rest ist mehr oder minder egal, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- **D** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **E** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt. Diese Annahme ist nicht erfüllt.

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.
- **B** □ Wir betrachten die Nulllinie und alle Punkte sollten ohne Muster gleichmäßig um die Nulllinie liegen. Da dies der Fal ist, gehen wir von keinen Ausreißern aus.
- C □ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.

- D □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- **E** □ Die Punkte müssen gleichmäßig, mit ähnlichen Abständen, in dem positiven wie auch negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Wir können mit dem Model so nicht rechnen und müssen erst die auffälligen Werte gesondert betrachten.

In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten ρ sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten ρ zu verstehen. Welche Aussazu zu dem Korrelationskoeffizienten ρ ist richtig?

- **A** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.
- **B** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- **C** \square Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.
- **D** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als standardisierte Steigung verstanden werden.
- **E** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.

19. Aufgabe (2 Punkte)

In einer lineren Regression kann es vorkommen, dass der Effekt repräsentiert durch den β Koeffizienten nicht so richtig von der Größenordnung zu dem p-Wert passen will. So liefert eine Untersuchung des Einflusses von der NO_3 -Konzentration in $[\mu g]$ im Wasser auf das Trockengewicht in [kg] an Wasserlinsen folgende Effekte und p-Werte: 1e-04 als p-Wert und einen β_{NO_3} Koeffizienten von 7.4×10^{-6} . Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu klein gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu kleinen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{NO_3} sehr klein wirken, aber auf einer anderen Einheit sehr viel größer sein. Der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt.
- **B** \square Die Einheit der NO_3 -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der NO_3 -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- ${f C} \ \square$ Das Gewicht und die NO_3 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der eta_{NO_3} Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.
- **D** □ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatsitik und damit auch der *p*-Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu krigen.
- **E** □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der *p*-Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum p-Wert passen.

20. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen nach der explorativen Datenanalyse (EDA) Ihre Daten in der Abschlussarbeit auswerten. Nach einiger Rechereche finden Sie heraus, dass Sie zuerst die Daten mit der Funktion lm() in Rodellieren müssen. Welche Anwendung folgt drauf?

 $\mathbf{A} \square$ Die Funktion $\mathbb{Im}()$ in \mathbb{R} wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.

- **B** □ Die Funktion lm() berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenalayse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion lm() schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- **C** □ Die Funktion lm() in **R** ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenvarianzen bestimmt.
- D □ Neben der klassichen Verwendung der Funktion lm() in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerishc umgewandelt werden. Dann kann das R Paket {emmeans} genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.
- **E** □ Die Funktion lm() in ist der erste Schritt für einen Gruppenvergleich. Danach kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenmittelwerte bestimmt.

In Ihrer Abschlussarbeit haben Sie neben den klassischen normalverteilten Endpunkte, wie Trockgewicht und Wuchshöhe noch den Infektionsstatus und Zähldaten erhoben. Um diese nicht normalverteilten Endpunkte auszuwerten nutzen Sie das *generalisierte lineare Modell (GLM)*. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- **B** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- C □ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.
- **D** □ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen sich polygonale Regressionen rechnen. Somit stehen neben der Normalverteilung noch weitere Verteilungen zu Verfügung.
- **E** □ In **Q** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die neben der klassischen Normalverteilung auch die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann.

Vermischte Themen

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **B** □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Somit kann von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen werden
- **C** □ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- D ☐ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- **E** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.

Sie wollen Ihren Datensatz in Reinlesen und stehen nun vor einem Problem. Sie stellen fest, dass die Hilfeseiten alle in englischer Sprache verfasst sind. Warum mag die Nutzung von Deutsch problematisch sein?

- ▲ □ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in 😱 in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- **B** □ Die Spracherkennung von **Q** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- C □ R Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn R daher in Deutsch zu bedienen.
- D □ Die R Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn R hat wie alle Programmiersprachen Probelem mit Umlauten und Sonderzeichen.
- **E** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von 😱 untersagt.

24. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie Ihr Feldexperiment als Vorversuch für Ihre Abschlussarbeit abgeschlossen haben, wollen Sie in einer explorativen Datenanalyse (EDA) in Reinmal schauen, ob Sie überhaupt Effekte der Behandlung vorliegen haben. Welche Reihenfolge von Schritten müssen Sie in Redurchführen, damit Sie eine EDA rechnen können?

- A ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in ☐ müssen wir als erstes die Daten über read_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.
- **B** □ Wir lesen als erstes die Daten über read_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
- C □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden.
- D □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass die Faktoren richtig erstellt werden.
- **E** □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Es sei $n_1 = n_2$ in dem Modell $Y \sim X$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **B** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **C** □ Es handelt sich um abhängige Beobachtungen.
- **D** ☐ Es liegt Varianzhetrogenität vor.
- **E** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.

In einem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher im statistischen Sinne...

- **A** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- **B** □ Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.
- **C** □ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und sommit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.
- **D** □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander abhängig.
- **E** □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander unabhängig.

27. Aufgabe (2 Punkte)

Neben der Mittelwertsdifferenz als Effektschätzer bei normalverteilten Endpunkten wird auch häufig der Effektschätzer Odds ratio bei binären Endpunkten verwendet. Welche Aussage über den Effektschätzer Odds ratio ist im folgenden Beispiel zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Schweinen richtig? Dabei sind 3 Tiere krank und 8 Tiere sind gesund.

- **A** □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.27, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- **B** □ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Odds ratio von 3.67.
- **C** □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 2.67, da es sich um ein Anteil handelt.
- D ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.38, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt
- **E** □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.27, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der Kranken.

28. Aufgabe (2 Punkte)

Historisch gesehen ergibt sich ein Problem, wenn Sie mit sehr großen Datensätzen, wie in der Bio Data Sience üblich, rechnen. Warum ist es ein Problem, wenn Ihre Datensätze sehr groß werden hinsichtlich der Bewertung anhand der Signifikanz?

- **A** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- **B** \square Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- $\mathbf{C} \square$ Riesige Datensätz haben mehr Fallzahl was zur α -Inflation führt. Durch eine Adjustoerung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- **D** □ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gänigige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- **E** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.

Multiple Gruppenvergleiche

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.34, 0.89, 0.001, 0.03, 0.02 und 0.01. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.0567, 0.1483, 2e-04, 0.005, 0.0033 und 0.0017. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **B** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 2.04, 5.34, 0.006, 0.18, 0.12 und 0.06. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **C** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.006, 0.18, 0.12 und 0.06. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **D** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.006, 0.18, 0.12 und 0.06. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 0.83% verglichen.
- **E** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.0567, 0.1483, 2e-04, 0.005, 0.0033 und 0.0017. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 0.83% verglichen.

30. Aufgabe (2 Punkte)

Auf wissenschaftlichen Postern finden Sie unter Abbildungen häufig die Abbkürzung *CLD*. Für welchen statistischen Fachbegriff steht die Abbkürzung und wie interpretieren Sie ein *CLD*?

- **A** □ Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.
- **B** Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- C □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- **D** □ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- **E** □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.

31. Aufgabe (2 Punkte)

Der multiple Vergleich als Posthoc-Test nach einer ANOVA ist in den Agrarwissenschaften heutzutage Standard. Welches R Paket wird häufig für den multiplen Vergleich genutzt? Welche Beschreibung der Eigenschaften ist korrekt?

- **A** □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- **B** □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- **C** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- D □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- **E** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.

Bei einem Posthoc-Test kann es zu einer überraschenden Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie lautet der Fachbegriff und wie kann mit der überraschenden Besonderheit umgegangen werden?

- $\bf A \ \square$ Beim multiplen Testen kann es zu einer β -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- **B** \square Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer α Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der α -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- ${\bf C}$ \square Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die α -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
- **D** □ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.
- **E** \square Beim multiplen Testen kann es zu einer α-Deflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die p-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt

33. Aufgabe (2 Punkte)

In einem Feldversuch haben Sie einen Behandlungsfaktor mit mehreren Leveln vorliegen. Sie rechnen einen multiplen Vergleich. Vorher hatten Sie eine einfaktorielle ANOVA mit einem signifikanten Ergebnis vorliegen. Welche Aussage ist richtig?

- $\mathbf{A} \square$ Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung (Δ -Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen.
- **B** \square Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen k multipliziert. Dies geschiet analog zu den p-Werten.
- ${f C}$ \square Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nicht adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- **D** ☐ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- $\mathbf{E} \square$ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.

Statistische Testtheorie

34. Aufgabe (2 Punkte)

Geben ist $Pr(D|H_0)$ als mathematischer Ausdruck, welche Aussage ist richtig?

- $\mathbf{A} \square Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.
- **B** □ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
- C □ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativehypothese überdeckt.
- $\mathbf{D} \square Pr(D|H_0)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T_D aus den Daten D zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- $\mathbf{E} \square Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.

Die Testtheorie hat einen philosophischen Unterbau. Eins der Prinzipien ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- **A** □ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- **B** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein noch schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **C** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **D** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird.
- **E** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.

36. Aufgabe (2 Punkte)

In fast allen wissenschaftlichen Disziplinen liegt der Grenzwert für das Signifikanzniveau α bei 5%. Wieso wurde dieser Konsens über die Signifikanzschwelle in dieser Form getroffen?

- **A** □ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- **B** \square Als Kulturkonstante hat $\alpha = 5\%$ den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- **C** \square Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde $\alpha = 5\%$ festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- D □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- **E** \square Die Festlegung von $\alpha = 5\%$ ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von α wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D ?

A □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise}$$

B □ Es gilt
$$T_D = \frac{noise}{signal}$$

C
$$\square$$
 Es gilt $T_D = (signal \cdot noise)^2$

D □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

E
$$\square$$
 Es gilt $T_D = signal \cdot noise$

Eine Analogie kann helfen einen Sachverhalt besser zu verstehen. Wie kann folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie gesetzt werden?

H₀ beibehalten obwohl die H₀ falsch ist

- **A** \square Dem β -Fehler mit der Analogie eines brennenden Hauses: *Fire without alarm*.
- **B** □ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm with fire*.
- **C** \square *Fire without alarm,* dem β -Fehler als Analogie eines Rauchmelders.
- **D** \square *Alarm without fire*, dem α -Fehler in der Analogie eines Rauchmelders.
- **E** \square *Fire without alarm*, dem β -Fehler als Analogie von Rauch im Haus.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Welche statistische Maßzahl erlaubt es Relevanz mit Signifikanz zu verbinden? Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Der p-Wert. Durch den Vergleich mit α lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der β-Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- **B** \square Die Teststatistik. Durch den Vergleich von T_c zu T_k ist es möglich die H_0 abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem T_c -Wert.
- C □ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- D ☐ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualizierung des Konfidenzintervals eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.
- **E** ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und zwei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der definierten Signifikanzschwelle zu definieren.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Ein statistischer Test produziert für einen Gruppenvergleich einen p-Wert. Welche Aussage zusammen mit dem Signifikanzniveau α gleich 5% stimmt?

- **A** \square Wir schauen, ob der *p*-Wert größer ist als das Signifikanzniveau α und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die H_A gilt.
- **B** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt.
- **C** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- **D** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- **E** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen H_0 und H_A , wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.

Um die Testtheorie besser zu verstehen, mag es manchmal sinnvoll sein ein Beispiel aus dem Alltag zu wählen. Die Ergebnisse der Analyse durch einen statistischen Test können auch in grobe Analogie zur Wettervorhersage gebracht werden. Welche Aussage trifft am ehesten zu?

- **A** □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- **B** □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- C □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- **D** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergeben.
- **E** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten *D* wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.

42. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen eine Aussage über die untersuchte Population treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test erhalten?

- **A** □ Ja, wir können die untersuchte Population nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zur Population. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.
- **B** □ Nein, die untersuchte Population können wir mit einem statistischen Test nicht auswerten. Wir erhalten keine Aussage zur Population.
- **C** □ Weder eine Ausssage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- D □ Nein, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- **E** □ Ja, die untersuchte Population können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten dann eine Aussage zur Population.

43. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben die Power berechnet. Was sagt Ihnen dieser statistische Begriff aus?

- **A** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 20% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 80% gesetzt.
- **B** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 80% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 20% gesetzt.
- **C** \square Die Power $1-\beta$ wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die H_0 bei 20%.
- $\mathbf{D} \square$ Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit H_0 bewiesen wird
- **E** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.

Sie rechnen einen statistischen Test und erhalten neben dem p-Wert noch einen Effekt wiedergegeben. Welche Aussage zum Effekt ist richtig?

- **A** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel den mittleren Unterschied zwischen zwei Gruppen aus einem t-Test. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Relevanz verbunden. Die Entscheidung über die Relevanz trifft der Forschende unabhängig von der Signifikanz eines statistischen Tests.
- **B** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.
- C □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- D □ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experimnts vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- **E** \square Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des 95%-Konfidenzintervalls gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A** \square Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** \square Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **C** \square Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **D** \square Ist T_D höher als der kritische Wert $T_{\alpha=5\%}$ dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **E** \square Ist $Pr(D|H_0)$ kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese H nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- **A** \square Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden H_{pro} und H_{contra} bezeichnet.
- **B** \square Mit der Nullhypothese H_0 und der Alternativehypothese H_A oder H_1 gibt es zwei Hypothesen.
- $\mathbf{C} \square$ Die Hypothesen H_0 und H_A sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- **D** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- **E** \square Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_A verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.

Statistische Tests für Gruppenvergleiche

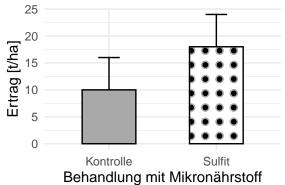
47. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test im Allgmeinen ist richtig? Berücksichtigen Sie den Welch t-Test wie auch den Student t-Test!

- **A** □ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- **B** Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte in den Gruppen signifikant unterscheiden.
- **C** \square Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.
- **D** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.
- **E** □ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.

48. Aufgabe (2 Punkte)

Ein Versuch wurde in 14 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Sulfit auf den Ertrag in t/ha von Papaya im Vergleich zu einer Kontrolle. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie einen t-Test rechnen?



- **A** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 8.
- **B** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 8.
- **C** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- **D** ☐ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 0.8.
- **E** □ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 8 unter einer groben Abschätzung. Wir müssen aber eine ANOVA rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.

49. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen gepaarten t-Test, da Ihre Beobachtungen verbunden sind. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.
- **B** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.

C □ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz d dient dann zur Differenzbildung. D 🗆 Wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir die Differenz zwischen den zwei Messpunkten. E

Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen. 50. Aufgabe (2 Punkte) Sie führen paarweise t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Rapssorten in Ihrem Experiment durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α -Schwelle. Ihr Experiment beinhaltet vier Rapssorten und eine ANOVA ergibt p = 0.049 für den Ertrag. Sie schauen sich auch die rohen, unadiustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert $p_{3-2} = 0.051$. Welche Aussage ist richtig? A

Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen. **B** □ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests verlieren immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum. C ☐ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis. D □ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum. **E** □ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verschränkt sind.

Teil I.

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

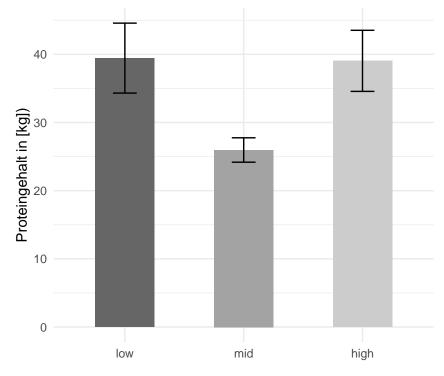
51. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen des Barplots Yuki steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seiner Betreuerin geht, soll er in einem einer Klimakammer Brokoli auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Orchideen. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Yuki. Das heißt erstmal überlegen für Yuki. 'Hm...', Reese's Peanut Butter Cups und London Grammar. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Yuki. Die Behandlung werden verschiedene Bewässerungstypen (low, mid und high) sein. In seiner Exceldatei wird er den Outcome (Y) Proteingehalt als protein aufnehmen. Vorab soll Yuki aber eimal die folgenden Barplots seiner Betreuerin nachbauen, damit er den Code schonmal für später vorliegen hat. Damit geht das Problem schon los. Yuki und die Faulheit, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.



Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Barplots in \mathbf{R} nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! *Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen!* (3 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im Rüblichen Format, aus dem die drei Barplots möglicherweise erstellt wurden! (2 Punkte)
- Kann Yuki einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Barplots Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Jonas nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Stricken. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Jonas. Das ist in soweit doof, da nach seinem Betreuer nun Barplots aus seinen Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Na dann mal los. Jonas schafft sich die nötige Stimmung. Jonas nickt im Takt von Iron Maiden und bemerkt dabei gar nicht was das Meerschweinchen schon wieder anstellt. Die Behandlung für Kartoffeln waren verschiedene Lichtstufen (*none*, 200*lm* und 600*lm*). Erfasst wurde von Jonas als Outcome (Y) *Proteingehalt*. Jonas hat dann *protein* in seiner Exceldatei eintragen. Aber auch irgendwie egal. Um zu Schwimmen geht Jonas dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

treatment	protein
none	23.1
none	19.2
600lm	45.1
200lm	30.1
600lm	51.7
none	32.8
none	27.8
200lm	47.2
600lm	56.9
200lm	36.8
600lm	42.0
none	20.9

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

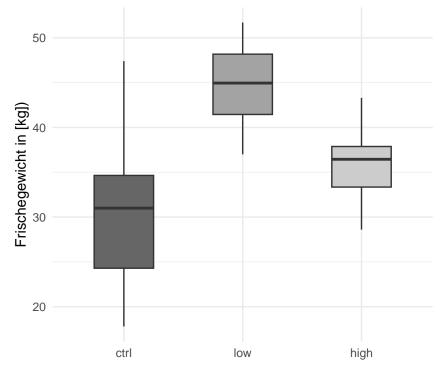
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Kartoffeln! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Jonas *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Kartoffeln erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen des Boxplots Wenn der Perfektionismus nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Paula! Aber so.. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Paula ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Paula soll in ihrer Hausarbeit Erdbeeren untersuchen. Die Behandlung in ihrer Hausarbeit werden verschiedene Düngestufen (*ctrl*, *low* und *high*) sein. Erheben wird Paula als Endpunkt (Y) *Frischegewicht* benannt als *freshmatter* in ihrer Exceldatei. Von ihrem Betreuer erhält sie nun folgende Abbildung von Boxplots, die sie erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor sie mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Aber nur in passender Atmospäre! Auf seinem Second Screen läuft Jagd auf roter Oktober und Paula schaufelt Smarties. Nicht effizient, aber gut.



Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Boxplots in \mathbf{Q} nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Paula einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Boxplots Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Tina nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Boxplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Astronomie. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Tina. Das ist in soweit doof, da nach ihrer Betreuerin nun Boxplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von Y treffen. Die Behandlung für Lauch waren verschiedene Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl* und *tornado*). Erfasst wurde von Tina als Outcome (Y) *Ertrag*. Tina hat dann *yield* in ihrer Exceldatei eintragen. Aber nur in passender Atmospäre! Auf seinem Second Screen läuft Indiana Jones und Tina schaufelt Katjes. Nicht effizient, aber gut.

treatment	drymatter
tornado	40.1
ctrl	39.1
tornado	45.4
tornado	44.5
tornado	54.2
ctrl	27.9
tornado	41.7
ctrl	34.5
ctrl	42.8
ctrl	50.8
tornado	50.4
tornado	50.3
ctrl	34.9
ctrl	35.3

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Lauch! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Lauch erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kategoriale Daten 'Hm...', Katjes und Tocotronic. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Tina. Tina betrachtet die folgenden Daten nach einem Leistungssteigerungsversuch mit Zandern. In dem Experiment wurden die Anzahl an weißen Blutkörperchen gezählt. Nach der Meinung ihrer Betreuerin muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die Anzahl an weißen Blutkörperchen folgen. Dazu soll Tina ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über den Endpunkt (Y). Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Wut gewesen. Ein leidiges Lied. Tina streichelt liebevoll die Spinne. Der Kopf ist in ihrem Schloß vergraben um den Klang von Tocotronic zu dämpfen.

Die Anzahl an weißen Blutkörperchen: 6, 3, 5, 2, 1, 4, 2, 7, 3, 5, 3, 5, 4, 2, 1, 5, 3, 6, 1, 8, 3, 9, 4, 5, 2, 10, 4, 6, 3, 5, 4, 1, 2

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! **(1 Punkt)**
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kontinuierliche Daten In einem Gespräch mit seiner Betreuerin wird Steffen gebeten seine Daten aus einem Stallexperiment mit Puten in einem Histogramm darzustellen. Aus den Boxen wummert Taylor Swift und sein Mund ist verklebt von Oreos. 'Herrlich', denkt Steffen. In seinem Experiment hat er die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro cm^2 erst fotographiert und dann ausgezählt. Laut seiner Betreuerin soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro cm^2 zu bestimmen. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Romantik gewesen. Ein leidiges Lied. Wenn Taylor Swift ertönt, dann sucht die Schlange schleunigst Schutz unter dem Sofa. Steffen schüttelt den Kopf.

Die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro cm^2 : 10.2, 8.4, 8.9, 8.1, 11.8, 12.6, 8.5, 9.7, 13.2, 9.2, 9.1, 5.5, 6.4, 13.3, 9.8, 10.9, 15.3, 8.7, 10.2, 11.1, 10.4, 7.3, 8.7, 12.6, 10.5

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Scatterplots Aus den Boxen wummert Taylor Swift und sein Mund ist verklebt von Oreos. 'Herrlich', denkt Steffen. Jetzt heißt es aber erstmal auf was anderes konzentrieren. Steffen möchte gerne den Zusammenhang zwischen durchschnittlicher Regenwurmdichte [Anzahl/I] und Trockengewicht [kg/ha] im Kontext von Erdbeeren herausfinden. Hierfür hat Steffen ein Freilandversuch im Oldenburger Land durchgeführt. Nach einigen unvorgesehenen Ereignissen hat er es geschafft folgende Datentabelle zu erstellen. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Romantik gewesen. Ein leidiges Lied. Aber das steht auch nicht im Zentrum. Nun stellt sich die Frage für ihn, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Deshalb möchte Steffen als erstes eine explorative Datenanalyse durchführen. Dann was anderes. Das Verrückte ist, dass die Schlange Harry Potter wirklich liebt. Das ist Steffen sehr recht, denn er braucht Entspannung.

Trockengewicht [kg/ha]	Durchschnittlicher Regenwurmdichte [Anzahl/l]
15.5	24.0
24.4	29.1
28.1	29.5
24.6	24.5
20.8	26.7
23.8	30.5
24.6	31.6
17.0	23.9
29.5	34.7

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *ein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Mosaicplots In ein Kreuzungsexperiment im Wendland hatte Nilufar sich zum einen die Behandlung Automatische Fütterung [ja/nein] und zum anderen die Messung Gewichtszuwachs erreicht [ja/nein] im Kontext von Milchvieh angeschaut. Nun steht Nilufar vor dem Problem, dass sie zwei kategoriale Variablen in ihrer Hausarbeit gemessen hat. Dazu kommt dann noch was anderes. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Erwartung gewesen. Ein leidiges Lied. Da ihre Betreuerin erstmal die langen Tabellen mit ja/nein in einer explorativen Datenanalyse zusammengefasst und präsentiert bekommen möchte bevor es überhaupt weitergeht, muss sie jetzt eine Lösung finden. Was alles auch nicht einfacher macht. Am liebsten würde sie ja was anderes machen. Nilufar liebt Hip Hop. Darin kann sie sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern.

Automatische	Gewichtszuwachs
Fütterung	erreicht
nein	nein
ja	nein
ja	ja
ja	ja
nein	ja
ja	ja
nein	ja
nein	ja
nein	nein
ja	ja
ja	nein
nein	nein
nein	ja
ja	nein
nein	nein
nein	nein
ja	ja
ia	nein

Automatische	Gewichtszuwachs
Fütterung	erreicht
ja	ja
ja	nein
nein	nein
nein	nein
ja	nein
nein	nein
ja	ja
nein	nein
ja	nein
nein	nein
ja	ja
ja	ja
nein	nein
ja	nein
nein	nein
nein	nein
ja	ja
nein	nein

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

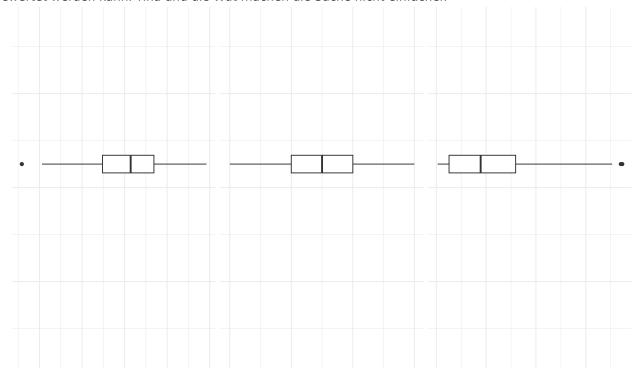
- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn ein Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung von Verteilungen 'Was soll das denn jetzt schon wieder sein? Drei Boxplot, die auf der Seite liegen?', entfährt es Jessica und schaut dabei Tina an. 'Keine Ahnung. Es ist bestimmt wieder so ein Lernziel mit der Verteilung und so.', meint Tina sichtlich genervt und mampft noch ein paar Katjes. 'Du weißt doch wie es heißt, *Frei ist, wer missfallen kann.*1', merkt Jessica nickend an. Die beiden schauen angestrengt auf die drei Boxplots. Das Ziel ist es zu verstehen, wie eine Verteilung anhand eines Boxplots bewertet werden kann. Tina und die Wut machen die Sache nicht einfacher.



Jetzt brauchen Jessica und Tina Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung anhand von Boxplots um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Zeichnen Sie über die Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in $\bar{y}\pm 1s$ und $\bar{y}\pm 2s$ unter der Annahme einer Normalverteilung? (2 Punkte)

¹Oschmann, A. (2024) Mädchen stärken: Stärken fördern, Selbstwert erhöhen und liebevoll durch Krisen begleiten. Goldegg Verlag

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der Normalverteilung 'Hmpf, wir sollen Normalverteilungen visualisieren. Waren das nicht so komische Glockenkurven?', fragt sich Nilufar. Alex hat Gummibärchen mitgebracht und Abba aufgedreht. Immerhin etwas. Jetzt sollen die beiden diese Aufgabe zur Normalverteilung lösen. Es geht um verschiedene Normalverteilungen udn zu verstehen, wie die Parameter der Normalverteilung funktionieren. Anscheinend hängen Normalverteilungen vom Mittelwert \bar{y} und der Standardabweichung s ab. 'Wozu brauchen wir nochmal Normalverteilungen?', entfährt es Alex. Durch das Mampfen von Takis Blue Heat durch Nilufar versteht er kein Wort der Antwort.

Jetzt brauchen Alex und Nilufar Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie zwei Normalverteilungen mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2$ und $s_1 = s_2$! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. In welchen Bereich fallen 68% bzw. 95% der Beobachtungen in einer Normalverteilung? Ergänzen Sie die Bereiche in einer Normalverteilung! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie unter einer der Normalverteilungen den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der Normalverteilung und der Poissonverteilung 'Wer hat sich denn sowas ausgedacht? Verteilungen?', entfährt es Jonas und schaut dabei Alex an. In seiner Hand zerdrückt er Gummibärchen von Alex. 'Wir sollen eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von $\bar{y}_1=0$ und einer Standardabweichung von $s_1=1$ zeichnen. Sowie eine weitere Normalverteilung mit einem Mittelwert von $\bar{y}_2=4$ und einer Standardabweichung von $s_2=1$. Keine Ahnung wie das geht. Darunter sollen dann noch eine Poissonverteilung mit einem Mittelwert von $\lambda_1=2$ sowie einer weiteren Poissonverteilung mit einem Mittelwert von $\lambda_2=25$ gezeichnet werden.', meint Alex sichtlich eingeschüchtert und rettet noch ein paar Gummibärchen in seinem Mund. Jonas und die Erschöpfung machen die Suche nach der Lösung nicht einfacher. Im Hintergrund spielt viel zu laut Abba, die diesmal Jonas ausgewählt hat und das Meerschweinchen schon in die Küche vertrieben hat, wo es den Biomüll mampft.



Jetzt brauchen Jonas und Alex Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie die zwei Normalverteilungen und zwei Poissonverteilungen! (4 Punkte)
- 2. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung in den jeweiligen Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie unter einer Normalverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 4. Ergänzen Sie unter einer Poissonverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 5. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Normalverteilung folgt! (1 Punkt)
- 6. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Poissonverteilung folgt! (1 Punkt)

Teil II.

Statistisches Testen & statistische Testtheorie

62. Aufgabe (9 Punkte)





Grundgesamtheit und experimentelle Stichprobe 'Schnapspraline?', räuspert sich das Känguruh und schaukelt in der Wippe. Mark und Jonas schauen erschrocken auf. 'Ähm, das ist hier eine Klausuraufgabe...', merkt Mark mit leicht schrägen Blick an. 'Ich mache hier ein Praktikum und schreibe Teile der Aufgaben.', gähnt das Känguruh. 'Also, ich glaube das ist so nicht gedacht. Und das sind die Schnapspralinen für den Geburtstag meiner Oma!', ruft Jonas. 'Pillepalle! Meins, deins, das sind doch alles bürgerliche Kategorien!', entgegnet das Känguruh und liest von einem zerknitterten Stück Papier ab: 'Was ist der Unterschied zwischen dem Einen und dem Anderen. Steht alles unten in den Fragen. Einfach selber lesen...'.

Leider kennen sich Mark und Jonas mit der Grundgesamtheit und der Stuchprobe überhaupt nicht aus. Daher sind Sie gefragt!

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von $Pr(D|H_0)$! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)





Das Nullritual - Die statistische Testtheorie 'Das Känguruh hat mir gerade zugezwinkert. Das macht mir Angst', bemerkt Paula. Es reicht ja schon ein Problem. Paula und der Perfektionismus, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Da braucht es nicht noch Wahnvorstellungen. 'Ich glaube nicht, das Känguruhs zwinkern. Aber was Wichtigeres. Wo hast du eigentlich meine Schnapspralinen hingetan? Wir haben nur noch Smarties von dir. Bäh!', antwortet Steffen. Beide sind im Zoo und wollen sich von der statistische Testheorie ablenken lassen. Eigentlich wollte ja Paula stoppen wie lange Tiere pinkeln², scheiterte aber an einer Oma mit Stock, die die beiden beschimpfte.

Leider kennen sich Paula und Steffen mit statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Visualisierung als Kreuztabelle.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

 α -Fehler β -Fehler H₀ falsch H₀ abgelehnt

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem halben Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

²Yang, P. J., et al. (2014). Duration of urination does not change with body size. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(33), 11932-11937.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



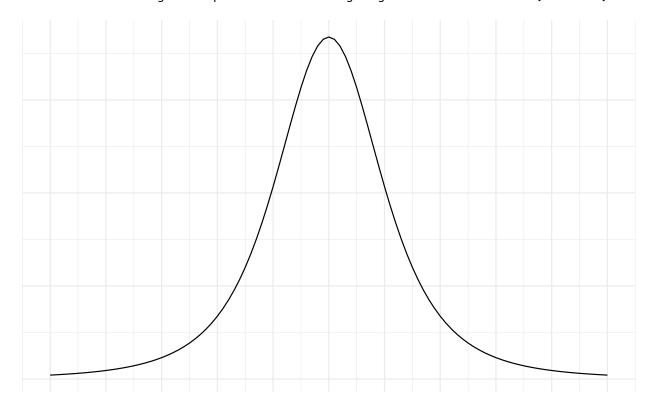


Visualisierung der Teststatistik T_D **und dem p-Wert** 'Wir sollen die Teststatistik T_D umd dem p-Wert visualisieren, da mit einer Visualisierung vieles verständlicher wird!', ruft Steffen um Taylor Swift zu übertönen. 'Ich weiß nicht, was das jetzt helfen soll. Können wir nicht einfach schauen, ob der p-Wert kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% ist? Und gut ist?', merkt Jonas an, was aber im Refrain von Taylor Swift untergeht. Steffen nickt im Beat. 'Wir haben hier eine t-verteilung unter der Annahme der Nullhypothese!', singt er.

Leider kennen sich Steffen und Jonas mit der Visualisierung der Teststatistik T_D und dem p-Wert überhaupt nicht aus und brauchen dahr Ihre Hilfe!

Beachten Sie, dass im Folgenden <u>keine numerisch korrekte Darstellung</u> verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "A = 95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie $+T_D$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)







Visualisierung des 95% Konfidenzintervalls 'So, was haben wir gemacht? Wir haben einen t-test für den Vergleich der Mittelwerte gerechnet.', meint Alex. Mark schaut fragend. 'Hatten wir nicht alles zu einer Kontrolle verglichen? Das war doch so!', ruft Mark laut aus. 'Wir haben doch Messwert *Chlorophyllgehalt nach Subsitution* erhoben.', stellt Alex fest. Jetzt haben beide das Problem, die möglichen 95% Konfidenzintervalle zu interpretieren.

Leider kennen sich Alex und Mark mit der Visualisierung des 95% Konfidenzintervall überhaupt nicht aus.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
 - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
 - (b) Ein signifikantes, relevantes 99% Konfidenzintervall.
 - (c) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
 - (d) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (e) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (f) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl An einem kalten Dezembermorgen haben sich Yuki und Mark zum Lernen verabredet. Eine große Kanne Tee und Berge von Reese's Peanut Butter Cups warten darauf gegessen zu werden. Yuki liest laut vor:

Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts Δ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik T_D , den p-Wert $Pr(D|H_0)$ sowie dem Konfidenzintervall $KI_{1-\alpha}$?

Mark hebt die Augenbraue. 'Irgendwie sagt mir die Aufgabe jetzt mal so gar nichts. Was soll da gemacht werden?', merkt Mark an und ergänzt: 'Schauen wir doch erstmal zur Entspannung Columbo, den Film habe ich extra nochmal mitgebracht.' Yuki ist der Idee nicht abgeneigt und auch das Minischwein kommt unter dem Sofa hervor um mitzuschauen.

Leider kennen sich Yuki und Mark mit dem Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl überhaupt nicht aus.

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik T_D und dem p-Wert $Pr(D|H_0)$ für sich verändernde T_D -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei T_D -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	T_D	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		T_D	$Pr(D H_0)$	KI_{1-lpha}
Δ↑				Δ↓			
<i>s</i> ↑				s ↓			
<i>n</i> ↑				n ↓			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 90%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

Teil III.

Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

67. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Student t-Test oder Welch t-Test Yuki ist im Teuteburgerwald für einen Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ($n_1 = n_2 = 3$) mit Lauch. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Wenn die Faulheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Yuki! Aber so.. Für ihre Abschlussarbeit musste sie ein Feldexperiment mit Lauch durchführen und das sollte laut ihrem Betreuer an diesem Ort besonders gut gelingen, da man hier gut neue technische Anlagen und Behandlungen fernab der Bevölkerung testen könne. Zeugen gibt es hier jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl und tornado) und der Messwert Trockengewicht [kg/ha] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt. Hm..., was entspannendes wäre gut. Yuki will später nochmal raus um zu Boldern. Druck ablassen, dass muss sie auch.

treatment	weight
ctrl	20.6
dose	12.4
ctrl	19.7
dose	17.3
ctrl	18.3
dose	10.3

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Student t-Test 'Der t-Test testet ein normalverteiltes Outcome (Y).', liest Yuki laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Wenn die Faulheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Yuki! Aber so.. Laut seinem Betreuer ist zwar ihm Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW normalverteilt, aber wie rechnet er jetzt einen t-Test? Für seiner Hausarbeit musste er ein Kreuzungsexperiment mit Lamas im Emsland durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen. Jetzt soll er auch noch testen, ob die Behandlung Flüssignahrung (*ctrl* und *flOw*) ein signifikantes Ergebnis liefert. Hm..., was entspannendes wäre gut. Auf seinem Second Screen läuft Matrix und Yuki schaufelt Reese's Peanut Butter Cups. Nicht effizient, aber gut.

Flüssignahrung	Gewichtszuwachs
ctrl	31.8
flOw	17.2
flOw	41.5
flOw	36.5
flOw	16.5
ctrl	5.2
flOw	19.7
ctrl	22.2
ctrl	29.1
ctrl	27.0
ctrl	32.4
ctrl	26.9
flOw	23.8
ctrl	54.0
flOw	31.6
flOw	8.2

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 2.68$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik T_D ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Welch t-Test Jonas ist in der Uckermark für einen Versuch mit Lamas. Allein diese Tatsache ist für ihn eine Erzählung wert. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jonas! Aber so.. Für seiner Hausarbeit musste er ein Kreuzungsexperiment mit Lamas durchführen und das sollte laut seinem Betreuer an diesem Nichtort besonders gut gelingen. Ablenkung gibt es jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn seine Behandlung Genotypen (*AA* und *BB*) und der Messwert Fettgehalt [%/kg] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß er, dass sein Messwert einer Normalverteilung folgt. Hm..., was entspannendes wäre gut. Einfach mal raus um zu Schwimmen. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Jonas.

Genotypen	Fettgehalt
AA	29.8
AA	24.1
BB	35.9
AA	23.9
AA	20.0
AA	24.0
AA	24.4
BB	28.2
AA	30.9
BB	35.9
AA	27.5
AA	23.9
BB	36.8
BB	34.0
BB	37.9
BB	34.1
AA	29.2
BB	30.4
BB	31.6
BB	24.6
AA	24.6
BB	37.9

Leider kennt sich Jonas mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 2.68$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 99% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Jonas über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des gepaarten t-Test Alles voll mit Brokkoli. Das haben Jonas und Yuki gemeinsam in einem Projektbericht gemacht! Worum ging es aber konkret? Beide haben als ein normalverteiltes Outcome (Y) Proteingehalt [g/kg] von Brokkoli bestimmt. Die Daten haben beide zusammen in einem Feldexperiment erhoben. In dem Experiment ging es um eine vorher/nachher Untersuchung an den gleichen Brokkoli. Als Behandlung wurde Beschattung (7d und 14d) eingesetzt. Nach der Meinung des Betreuers muss hier ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Jonas schaut nachdenklich zu Yuki. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jonas! Aber so... Steffen denkt derweil angestrengt an Reese's Peanut Butter Cups. Im Hintergrund wummert Iron Maiden.

ID	treatment	freshmatter
4	14d	31.4
5	7d	46.9
11	7d	43.5
10	7d	42.3
1	7d	45.7
6	14d	27.3
3	7d	45.2
7	14d	37.1
3	14d	31.0
2	7d	41.4
2	14d	19.1
7	7d	36.1
8	7d	51.0
4	7d	44.4
5	14d	26.3
9	7d	42.6
1	14d	28.6
8	14d	27.8
6	7d	44.1

Leider kennen sich Jonas und Yuki mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.64$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- Schätzen Sie den p-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 Punkte)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Jonas über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in R - die Teststatistik und der p-Wert 'Wir sind uns relativ sicher, dass unser Messwert Trockengewicht [kg/ha] ist!', ruft Steffen wild gestikulierend. Steffen wäre mehr präsent, wenn es die Romantik nicht gäbe. Als würde sowas die Ausgabe von R interessieren. Steffen und Jonas sind in einem Cafè mit Nilufar um sich Hilfe von ihr in R zu holen. Während Nilufar Kirschstreuselkuchen und Takis Blue Heat mampft, versuchen die Steffen und Jonas ihren Versuch in der Uckermark mit Kartoffeln in einem Freilandversuch zu erklären. Nilufar hofft insgeheim, dass die R Ausgabe des t-Tests ihr mehr Informationen liefert. Eigentlich würde sie dann doch lieber raus um zu Kicken vielleicht mit Jonas?

```
##
## Two Sample t-test
##
data: Trockengewicht by Düngestufen
## t = -0.21042, df = 16, p-value = 0.836
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -7.36384 6.03397
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 29.36364 30.02857
```

Helfen Sie Nilufar bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Jonas nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D , $Pr(D|H_0)$, A=0.95, sowie $T_{\alpha=5\%}=|2.12|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **Q** - das 95% Konifidenzintervall Programmieren ist nicht so einfach. **Q** ist schon ein tolles Programm, wenn man mit dem Ding umgehen kann. Super umgehen kann damit Jessica. Eine echte Herausforderung für Jessica ist der Mangel, aber das ist noch eine andere Sache. Deshalb sind aber Paula und Nilufar nicht bei ihr. Sondern um sich bei einem gemeinsamen Projekt helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert David Bowie. Beide arbeiten gemeinsam an einer Abschlussarbeit. In dem zu beschreibenden Versuch geht es in der Uckermark um einem Feldexperiment mit Erbsen. Dabei ging darum herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lichtstufen (*none* und 600*lm*) und dem Messwert Frischegewicht [kg/ha] gibt. Da der Messwert Frischegewicht [kg/ha] normalverteilt ist kann ein t-Test gerechnet werden. Paula möchte dann später noch mehr über Jessicas Hobby Warhammer erfahren.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Frischegewicht by Lichtstufen
## t = 3.9068, df = 17, p-value = 0.001135
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 4.391593 14.703963
## sample estimates:
## mean in group none mean in group 600lm
## 34.77000 25.22222
```

Helfen Sie Jessica bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Paula und Nilufar nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie den Effekt des 95% Konifidenzintervalls! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **Q** - die Visualisierung 'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Nilufar sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon die Erwartung gehindert weiterzumachen. 'Nach Meinung des Betreuers soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Yuki an. Yuki und Steffen sind bei Nilufar um sich in **Q** helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert Deichkind. Steffen streichelt zur Beruhigung das Huhn von Nilufar. Die beiden waren 1 Monate im Teuteburgerwald um einen Versuch mit Zandern in einem Stallexperiment durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Protein/Fettrate [%/kg] zu bestimmen. Nilufar überlegt, ob sie die beiden nicht noch auf den Film *Star Trek* einlädt oder dann doch lieber raus geht um zu Kicken? Vielleicht will ja Steffen mit. Besser als der Film.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Elterlinie
## t = 0.63458, df = 19, p-value = 0.5333
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -3.309533 6.189533
## sample estimates:
## mean in group Standard mean in group Xray
## 28.04 26.60
```

Helfen Sie Nilufar bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Yuki und Steffen nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des gepaarten t-Tests in R Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einem Projektbericht. Deshalb arbeiten Jessica und Jonas gemeinsam an einem Projektbericht. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. Das hilft dann teilweise nur bedingt. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Mangel gewesen. Ein leidiges Lied. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Jessica und Jonas haben sich Spargel angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Jäten (Aussaat und Ernte) und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in Raus. Aber wenigtens haben beide eine Menge an Schokobons und in der Wohnung wummert David Bowie.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Frischegewicht by Jäten
## t = -1.3084, df = 8, p-value = 0.2271
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -7.366712 2.033379
## sample estimates:
## mean difference
## -2.666667
```

Jetzt brauchen Jessica und Jonas Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in \mathbf{R} um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Effekt des gepaarten t-Tests! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Teil IV.

Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

75. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der einfaktoriellen ANOVA 'Als erstes visualiseren wir unsere Daten und dann können wir schon abschätzen, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant werden würde?', Alex schaut Nilufar fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Die beiden hatten sich auf einem Konzert von Deichkind kennengelernt. Nilufar tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Wendland um ein Gewächshausexperiment mit Erdbeeren durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lichtstufen (*none*, 200*lm* und 600*lm*) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt. Später wird noch Star Trek geguckt. Nilufar befürwortet das!

Lichtstufen	Chlorophyllgehalt
200lm	32
200lm	33
none	31
200lm	32
200lm	35
600lm	23
600lm	25
none	28
200lm	34
600lm	26
none	29
600lm	28
none	31
none	32
600lm	24
none	29
200lm	34
600lm	22

Leider kennen sich Alex und Nilufar mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus.

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
 - Globale Mittelwert: β₀ (1 Punkt)
 - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$ und $\beta_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Ergebnistabelle der einfaktoriellen ANOVA 'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Jessica schaut Nilufar fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Da hilft das Huhn von Nilufar auch nur bedingt. Nilufar tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Wendland um ein Gewächshausexperiment mit Lauch durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg] gibt. Nachher wollen sich beide noch mit dem Hobby Hip Hop von Nilufar beschäftigen. Kennt Jessica noch nicht, klingt aber interessant.

Leider kennen sich Jessica und Nilufar mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe, das Huhn reicht als Hilfe nicht aus!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Genotypen	2	576.97			
error	18	624.18			
Total	20				

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.55$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Die einfaktoriellen ANOVA und der Student t-Test Jonas und Alex schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten mit eine einfaktoriellen ANOVA auswerten damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse in den multipen Gruppenvergleichen zu erwarten sind. Deshalb erstmal Gummibärchen mampfen, die Alex mitgebracht hat. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Jonas schaut Alex sehen erstmla gar nichts. Die beiden waren im Wendland um ein Gewächshausexperiment mit Maiss durchzuführen. Dabei haben Jonas und Alex den Messwert Frischegewicht [kg/ha] unter der Behandung Genotypen (AA, AB und BB) ermittelt. Später wollen die beiden dann noch raus um zu Laufen.

Leider kennen sich Jonas und Alex mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Genotypen	2	5048.07			
Error	24	1262			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.4$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%}=2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Genotypen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
AA	7	11.0	5.69
AB	10	5.6	4.27
ВВ	10	35.8	10.02

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Die einfaktorielle ANOVA in R Nilufar schaut sich fragend in der Bibliothek um. Nilufar hatte gehofft, dass jemand hier sein würde, den sie kennt und sich mit R auskennt. Wird aber enttäuscht. Nilufar war im Wendland um ein Stallexperiment mit Hühnern durchzuführen. Nun möchte ihr Betreuer ihrer Abschlussarbeit erstmal eine ANOVA sehen und die Ergebnisse präsentiert bekommen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl*, *fedX* und *getIt*) und dem Messwert Fettgehalt [%/kg] gibt. Und eigentlich wollte Nilufar doch noch zum Sport! Um zu Kicken geht Nilufar dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

Leider kennen sich Nilufar mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Ergebnistabelle der zweifaktoriellen ANOVA Wie absolut ärgerlich. Jetzt stellt sich tatsächlich heraus, dass ihrem Betreuer keine Ahnung von der zweifaktoriellen ANOVA hat. Woher soll Tina jetzt das Wissen nehmen? Tina mampft aus Frust noch eine Handvoll Katjes. Immerhin muss sie ja noch mit ihrer Hausarbeit dieses Jahr fertig werden. In ein Freilandversuch hatte sie Erbsen mit der Behandlung Bewässerungstypen (ctrl, low, mid und high) sowie der Behandlung Düngestufen (ctrl, und high) im Wendland untersucht. Es wurde als Messwert Frischegewicht [kg/ha] bestimmt. Jetzt muss sie erstmal die zweifaktorielle ANOVA verstehen. Und eigentlich wollte Tina doch noch zum Sport! Tina will später nochmal raus um zu Boxen. Druck ablassen, dass muss sie auch.

Leider kennen sich Tina mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Bewässerungstypen	3	106.82			
Düngestufen	1	18.25			
Bewässerungstypen:Düngestufen	3	356.33			
Error	18	384.95			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	<i>F</i> _{α=5%}
Bewässerungstypen	4.26
Düngestufen	3.40
Bewässerungstypen:Düngestufen	5.23

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Bewässerungstypen:Düngestufen aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Die zweifaktorielle ANOVA in Mit der zweifaktoriellen ANOVA lässt sich die Interaktion zwischen den beiden Behandlungen nachweisen!', seine Betreuerin scheint die zweifaktoriellen ANOVA zu verstehen. Warum jetzt er jetzt nochmal alles wiederkäuen muss, wird Steffen echt nicht so klar. Wenn es doch so klar ist? Steffen war im Wendland und hatte dort ein Stallexperiment mit Schweinen durchgeführt. Die Komune wo er untergekommen war, war cool gewesen. Nur jetzt muss eben das Experiment fertig ausgewertet werden. Steffen hatte zwei Behandlungen auf Schweinen angewendet. Einmal Genotypen (AA, AB und BB) sowie als zweite Behandlung Lüftungssystem (keins und thunder). Gemessen wurde der Messwert (Y) Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt muss das hier zu einem Ende kommen! Eigentlich wollte Steffen nachher noch einen Film schauen. Irgendwie komisch, wenn er Harry Potter anmacht, dann ist die Schlange eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein.

Leider kennt sich Steffen mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test Mark schaut konzentriert auf die Formeln der ANOVA und des t-Tests. In seinem Experiment wurde als Messwert Proteingehalt [g/kg] bestimmt. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Unsicherheit gewesen. Ein leidiges Lied. Dann wäre es nicht noch komplizierter. In ein Feldexperiment wurden Erbsen mit der Behandlung Substrattypen (torf, 40p60n, 30p20n und 70p30n) sowie der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl, und tornado) untersucht. Beide Verfahren müssen etwas miteinander zu tun haben und seine Betreuerin möchte das jetzt auch noch verstehen. Im Hintergrund läuft leise Columbo auf seinem Second Screen. Immerhin hat er die beiden Formeln vorliegen.

Gegebene Formeln

$$F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_D = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

Leider kennen sich Mark mit dem Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Welche statistische Maßzahl testet der t-Test, welche die ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen der F_D Statistik und T_D Statistik! (2 Punkte)
- 3. Visualisieren Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang von MStreatment und MSerror! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die erstellte 2x2 Tafel mit signifikant und nicht signifikant! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Nennen Sie das numerische Minimum der F-Statistik F_D! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn die F-Statistik F_D minimal ist, welche Aussage erhalten Sie über die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interaktion in der zweifaktoriellen ANOVA In einen Leistungssteigerungsversuch wurden Hühnern mit der Behandlung Ernährungszusatz (ctrl, fedX und getIt) sowie der Behandlung Flüssignahrung (ctrl und flOw) untersucht. Es wurde als Messwert Fettgehalt [%/kg] bestimmt. Jetzt starrt Alex mit auf die Ausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt sein Betreuer in der gleichen Art Alex zurück an. Es liegt anscheinend eine signifikante Interaktion vor? 'Das wird ein langer Nachmmittag.', denkt er sich und kreuselt seinen Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihm überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um der Projektbericht. Alex hätte doch nichts mit Hühnern machen sollen. Hühnern – was soll das auch bedeutendes sein? Eigentlich wollte Alex nachher noch einen Film schauen. Irgendwie komisch, wenn er Alien anmacht, dann ist die Katze eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein.

Leider kennen sich Alex und sein Betreuer mit der zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Interpretation einer Interaktion. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe, sonst wird es heute Abend mit seinem Hobby Starcraft nichts mehr!

- 1. Visualisieren Sie folgende mögliche Interaktionen zwischen den Behandlungen! Beschriften Sie die Abbildung! (4 Punkte)
 - a) Keine Interaktion liegt vor.
 - b) Eine schwache Interaktion liegt vor.
 - c) Eine starke Interaktion liegt vor.
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den verschiedenen Interaktionen! (2 Punkte)
- 3. Welche statistische Maßzahl betrachten Sie für die Bewertung der Interaktion? (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in R für eine Post-hoc Analyse! (2 Punkte)
- 5. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen? Berücksichtigen Sie auch die Funktion emmeans ()! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem Post-hoc-Test Es ist schon kurz nach fünf und Nilufar wird langsam nervös. Nilufar wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen. Hoffentlich kommt sie noch rechtzeitig zum Streamen. Angestrengend krault sie das Huhn. Stattdessen versucht ihr Betreuer die Ausgabe der einfaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Anscheinend gibt es ein Problem mit der Annahme der Normalverteilung und der Varianzhomogenität der ANOVA in den Daten. 'Wir haben jetzt bei der ANOVA einen p-Wert mit 0.071 raus sowie eine F-Statistik F_D mit 1.61 berechnet. Nach den Boxplots müsste sich eigentlich ein Unterschied zwischen *keins* und *thunder* ergeben. Der Unterschied ist in {emmeans} auch signifikant mit einem p-Wert von 0.021. Wie kann das sein?', grummelt ihr Betreuer. Nilufar hatte im Wendland ein Kreuzungsexperiment mit Fleischrindern durchgeführt. Dabei wurden die Daten D erhoben. Es gab dabei eine Behandlungen Lüftungssystem (*keins*, *storm*, *tornado* und *thunder*). Gemessen wurde der Messwert (Y) Gewichtszuwachs in der 1LW. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Nilufar hat schon genug Probleme. Wenn die Erwartung nicht wäre, dann wäre es einfacher.

Gegebene Formeln

$$MS_{treatment} = rac{SS_{treatment}}{df_{treatment}}$$
 $MS_{error} = rac{SS_{error}}{df_{error}}$ $F_D = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$

Leider kennen sich Nilufar und ihr Betreuer mit der Interpretation einer ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe und die Zeit wird knapp.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Was bedeutet eine signifkante ANOVA für die beobachteten Daten D? (1 Punkt)
- 4. Visualisieren Sie den Unterschied zwischen Varianzhomogenität und Varianzheterogenität anhand der Daten *D*! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie für die Daten *D* die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität der ANOVA unter zu Hilfenahme von Boxplots! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
- 6. Welche Auswirkung hat die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität für die Teststatistik F_D der ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Erklären Sie abschließend die Diskrepanz zwischen den Ergebnis der ANOVA und dem paarweisen Gruppenvergleich in {emmeans}! (2 Punkte)

Teil V.

Multiple Gruppenvergleiche

84. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Adjustierung multipler Vergleiche In ein Gewächshausexperiment mit Erbsen wurde die Behandlung Genotypen (00, AA, AB und BB) gegen die Ergebnisse einer früheren Studie von Meyer et al. (2021) verglichen. Im Rahmen des Experiments haben Alex und Steffen verschiedene Student t-Tests für den Mittelwertsvergleich für den Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gerechnet. Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Meyer et al. (2021). Jetzt sollen die beiden einmal schauen, was in den Daten so drin ist.

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.03		
0.23		
0.08		
0.06		

Leider kennen sich Alex und Steffen mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau α überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau α adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau α bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus α vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Compact Letter Displays (CLD) Jessica sitzt schon etwas länger bei ihrem Betreuer. So langsam macht Jessica sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Jessica hatte in ihrem Projektbericht ein Stallexperiment durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Jessica will fertig werden. Hat sie sich doch mit Lüftungssystem (*keins*, *storm*, *tornado* und *thunder*) und Schlachtgewicht [kg] schon eine Menge angeschaut. Jessica beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss...

Behandlung	Compact letter display
keins	а
storm	b
tornado	b
thunder	a

Leider kennen sich Jessica mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand von t-Tests Tina betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von ihre Betreuerin. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihr etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte sie dann schon nachbauen. Das macht sie dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Tina betrachtet ein Poster das sich mit Lauch beschäftigt. Genotypen (00, *AA*, *AB* und *BB*) und Trockengewicht [kg/ha] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird sie daraus nicht. Als erstes müsse müsse man die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren, liest Tina im Methodenteil und ist dann noch verwirrter als vorher schon.

Genotypen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
00	9	10.53	2.74
AA	8	4.94	1.19
AB	7	3.81	2.34
ВВ	8	10.64	2.94

Leider kennen sich Tina mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Tina und Steffen! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand der Matrix der p-Werte 'Okay, dann nochmal für mich. Ich habe jetzt alles in SPSS gemacht, aber das Wichtigste, was gemacht werden soll, nämlich das CLD, das kann ich nicht in SPSS machen?', Yuki muss sich echt beherrschen. Immerhin betreut sein Betreuer ja erst nicht seit gestern Abschlussarbeiten und wusste ja was gemacht werden soll! Yuki hatte sich zwei Variablen mit Ernährungszusatz (ctrl, fedX, proteinX und getIt) und Gewichtszuwachs in der 1LW in ein Stallexperiment mit Puten angeschaut. Jetzt möchte er eigentlich fertig werden und nicht nochmal alles neu in und {emmeans} machen. Deshalb soll jetzt das CLD per Hand aus der Matrix der p-Wert abgeleitet werden. 'Ich glaube ich wechsel nochmal das Thema...', denkt Yuki, verwirft dann aber den Gedanken.

	ctrl	fedX	proteinX	getIt
ctrl	1.0000000	0.8205763	0.8769651	0.1401595
fedX	0.8205763	1.0000000	0.6778006	0.1811392
proteinX	0.8769651	0.6778006	1.0000000	0.0737213
getit	0.1401595	0.1811392	0.0737213	1.0000000

Leider kennen sich Yuki mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Yuki und Steffen! (2 Punkte)

Teil VI.

Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

88. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Den Chi-Quadrat-Test berechnen Am Ende war es für Paula in ihrer Hausarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doof, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Dann noch schnell White Lies auf das Ohr und los gehts. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihre Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Paula hatte sich in ein Stallexperiment n=96 Beobachtungen von Fleischrindern angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung *Klimakontrolle [ja/nein]* bestimmt und zum anderen die Variable *Fettgehalt erreicht [ja/nein]* ermittelt. Jetzt muss Paula mal schauen, wie sie das jetzt rechnet. Eigentlich wollte Paula nachher noch zum Sport. Einfach mal raus um zu Fechten. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Paula.

24	21	
13	38	

Leider kennt sich Paula mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$ Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
- 6. Skizzieren Sie die \mathcal{X}^2 -Verteilung, wenn die H_0 wahr ist! Ergänzen Sie $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$ und \mathcal{X}^2_D in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der Chi-Quadrat-Test konzeptionell verstehen 'Der \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet.', liest Steffen in seiner Mitschrift. So richtig helfen tut ihm das jetzt eherlichweise dann doch nicht. Dann noch schnell Oreos zur Stärkung und los gehts. Steffen hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer n=169 Beobachtungen von Erdbeeren angeschaut. Dabei hat er als Behandlung *KI-gesteuert* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Chlorophyllgehalt unter Zielwert* [ja/nein] ermittelt. Am Ende möchte dann seine Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Am Ende des Tages möchte er dann noch sein Hobby Klemmbausteine genießen. Das muss auch mal sein!

		93
		76
83	86	169

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! (2 Punkte)
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der Chi-Quadrat-Test in \mathbb{R} 'Der \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet.', liest Mark in seiner Mitschrift. So richtig helfen tut ihm das jetzt eherlichweise dann doch nicht. Dann noch schnell Columbo starten und los gehts mit der Kraft von Marzipankugeln. Mark hatte sich in ein Kreuzungsexperiment n=169 Beobachtungen von Milchvieh angeschaut. Dabei hat er als Behandlung *Klimakontrolle* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Schlachtgewicht im Zielbereich* [ja/nein] ermittelt. Am Ende möchte dann sein Betreuer gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Nach seinem Experiment erhielt er folgende 2x2 Kreuztabelle aus seinen erhobenen Daten.

Dann rechnete Mark den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in \mathbb{R} und erhielt folgende \mathbb{R} Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
data: Schlachtgewicht im Zielbereich
## p-value = 0.1811
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 0.07075797 1.67575062
## sample estimates:
## 0.3611682
```

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

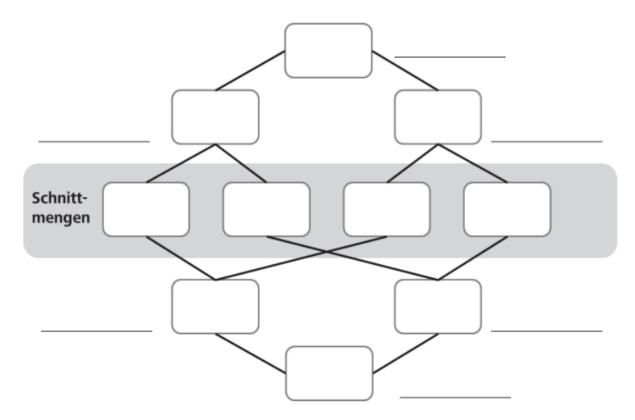
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das Odds ratio im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Den diagnostische Test am Doppelbaum berechnen Nilufar liest laut vor. 'Die Prävalenz von Klauenseuche bei Zandern wird mit 3% angenommen. In 75% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier erkrankt ist. In 7.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Wir führen einen Test auf Maul- und Klauenseuche an 1000 Zandern mit einem diagnostischen Test durch.' Jessica klappt die Kinnlade runter. In der Stille duddelt Deichkind. Nilufar schaut kompetent und schmeißt sich mit offenen Mund Schokobons an den Kopf vorbei.



Leider kennen sich Nilufar und Jessica mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

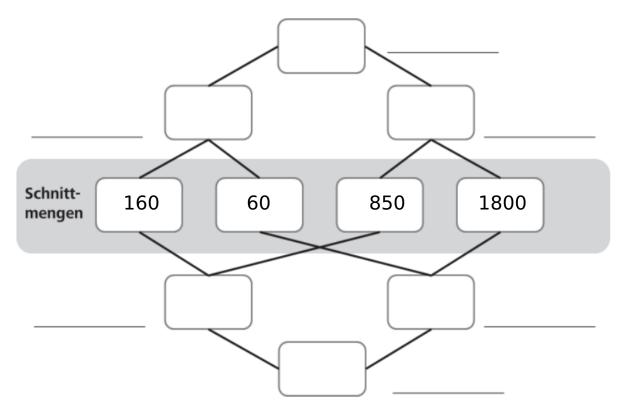
- 1. Beschriften Sie die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (2 Punkte)
- 2. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 3. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 5. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der diagnostische Test und statistische Maßzahlen 'Was ist denn das?', entfährt es Nilufar. 'Hm... ich glaube es handelt sich um einen Doppelbaum, den wir beim diagnostischen Testen brauchen.', meint Jessica und dreht Star Trek auf dem Second Screen etwas leiser. Was jetzt beide von einem diagnostischen Test haben, ist ihnen auch nicht klar. Es ist ja schon alles komplex genug und die Erwartung von Nilufar macht es heute auch nicht mehr einfacher. 'Es geht um West-Nil-Virus an Schweinen.', stellt Jessica fest. Eigentlich wollte Jessica eher los um Rad zu fahren. Das wird aber wohl nichts mehr.



Leider kennen sich Nilufar und Jessica mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 2. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)

Teil VII.

Lineare Regression & Korrelation

93. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der linearen Regression 'Hä? Hatten wir das als Aufgabe nicht schon mal, das wir aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung bauen sollten?', fragt Jonas. Alex schaut fragend zurück. 'Kann mich wie immer an nichts erinnern. Können wir trotzdem jetzt erstmal die Daten auswerten? Columbo?', antwortet Alex leicht angespannt. Die beiden hatten einen Versuch in einer Klimakammer im Emsland mit Brokkoli durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlichen Niederschlag [ml/w] und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*

Frischegewicht [kg/ha]	Durchschnittlichen Niederschlag [ml/w		
17.8	19.9		
28.4	23.2		
25.9	25.2		
25.0	21.4		
27.4	23.5		
23.0	17.7		
18.8	16.7		
19.2	24.1		
26.0	22.6		
23.4	22.2		
32.6	25.0		

Leider kennen sich Jonas und Alex mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Steffen. 'Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Tina. Steffen atmet schwer ein und starrt auf die Rausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment im Oldenburger Land mit Fleischrindern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Tagestemperatur [C/d] und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in Regression, aber wie soll das jetzt gehen?

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	2.43	2.61		
Durchschnittliche Tagestemperatur	0.52	0.26		

Leider kennen sich Steffen und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in 😱 überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung der lm()-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (1 Punkt)
- 5. Ergänzen Sie die t Statistik in der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 6. Ergänzen Sie den p-Wert in der lm()-Ausgabe mit $T_{\alpha=5\%}=1.96!$ (2 Punkte)
- 7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (1 Punkt)
- 8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression in (R) 'Ich glaube du bringst da was durcheinander. Wir nutzen zwar auch für die ANOVA die Funktion lm() aber hier wollen wir, glaube ich, eine Gerade durch die Punkte zeichnen.', merkt Paula an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in (R). Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in unserem Versuch. Wir wollen doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Mark sichtlich übernächtigt. 'Doch wir müssen nur die Koeffizienten der linearen Regression erst richtig interpretieren und vor unserem geistigen Auge erscheint eine Gerade!', spricht Paula sehr deutlich und langsam. Die beiden hatten einen Versuch in einer Klimakammer im Emsland mit Brokkoli durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Niederschlag [ml/w] und Proteingehalt [g/kg]. Jetzt wollen sie erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der (R) Ausgabe möglich sein.

```
##
## Call:
## Proteingehalt ~ Durchschnittlicher_Niederschlag
##
## Residuals:
##
      Min
                10 Median
                               30
                                      Max
## -2.6184 -0.8329 -0.3159 0.9997 3.1468
## Coefficients:
##
                                   Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                                    -1.5080
                                               1.8810 -0.802
                                                                 0.428
## Durchschnittlicher_Niederschlag
                                   1.4722
                                                0.1851 7.954 1.09e-09
## Residual standard error: 1.45 on 39 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.6186, Adjusted R-squared: 0.6089
## F-statistic: 63.26 on 1 and 39 DF, p-value: 1.091e-09
```

Leider kennen sich Paula und Mark mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die p-Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! (2 Punkte)
- 5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer Korrelationsanalyse in R 'Ich glaube ich bringe da was durcheinander. Ich möchte eine Gerade durch die Punkte zeichnen oder doch eine Korrelation berechnen?', merkt Yuki laut an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in R. Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in meinem Versuch. Ich wollte doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Yuki sich sichtlich übernächtigt selber. Wenn Matrix läuft, dann ist das Minischwein nicht mehr da. Aber jetzt braucht sie mal Entspannung! Die Nacht war zu lang und überhaupt. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied. Yuki hatte ein Feldexperiment im Oldenburger Land mit Erbsen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Niederschlag [ml/w] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will sie erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der Rausgabe möglich sein.

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: Durchschnittlicher Niederschlag and Chlorophyllgehalt
## t = 4.4991, df = 8, p-value = 0.002004
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## 0.4646565 0.9629398
## sample estimates:
## cor
## 0.8466012
```

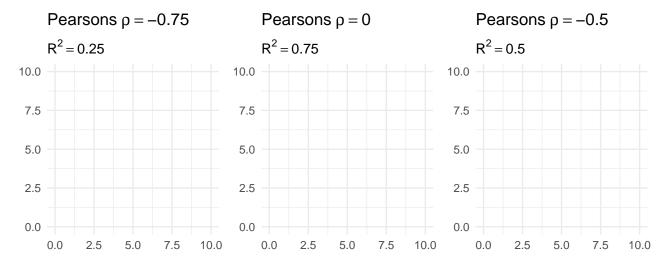
Leider kennt sich Yuki mit der Korrelationsanalyse in \mathbf{Q} überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Hm..., drei leere Abbildungen. Was soll ich da jetzt machen?', fragt sich Steffen. Steffen kennt sich nur begrenzt bis gar nicht mit der linearen Regresion und Korrelation aus. Dafür mit etwas anderem. Klemmbausteine. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Steffen denkt gerne über Klemmbausteine nach. Aber das hilft hier auch nur so halb, die Aufgabe zu lösen und mehr über den Korrelationskoeffizienten zu erfahren.



Visualisierung der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes Leider kennt sich Steffen mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

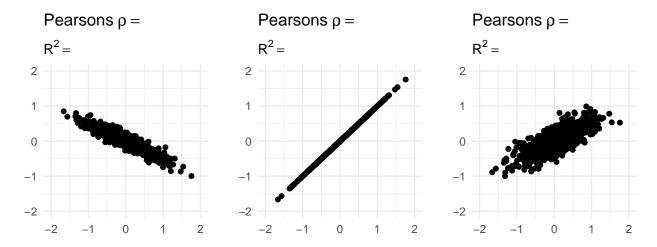
- 1. Zeichnen Sie für die ρ-Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die R^2 -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade! (3 Punkte)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie die R²-Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 5. Warum müssen Sie ein R^2 -Wert berechnen, wenn Sie die einfachere Möglichkeit der visuellen Überprüfung haben? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Schätzen der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes Der Bildschirm strahlt blau in das Gesicht von Steffen. Es ist schon spät. Und das hat einen Grund. Hm, lecker Oreos und dazu dann im Hintergrund Harry Potter laufen lassen. . Steffen überlegt, aber seine Gedaken sind etwas zäh. 'Was soll das hier alles bedeuten?', fragt sich Steffen. Irgendwie ist ihm nicht klar wie er ρ -Werte oder R^2 -Werte abschätzen soll. Alles nicht so einfach. Steffen und die Romantik, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.



Leider kennt sich Steffen mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Schätzen Sie die ρ -Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R²-Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die R²-Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 4. Was ist der optimale R^2 -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Was ist der optimale ρ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Aussage "Correlation does not imply causation!" an einem Beispiel! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Modellgüte der linearen Regression 'Oh! Residuen. Die waren wichtig um zu wissen, ob eine Modelierung funktioniert hat! Da schauen wir uns dann mit der Funktion augment() die Werte der einzelnen Residuen an. Oder gleich den Residuenplot...da sehen wir dann... ja was eigentlich?', verkündet Paula stolz. Leider hat Paula vergessen wie der Rode für den Residuenplot geht. Paula hatte anderes im Kopf. Auf seinem Second Screen läuft Jagd auf roter Oktober und Paula schaufelt Smarties. Nicht effizient, aber gut. Aber sowas hilft ihr natürlich hier nicht. Da schmeißt sich Paula noch ein paar Smarties in den Mund und kaut los.

Durchschnittlicher Niederschlag	Frischegewicht	ŷ	ϵ
13.7	1.6	13.1	
33.5	16.3	34.6	
27.2	11.1	27.0	
18.0	5.8	19.2	
25.3	8.7	23.5	
21.8	7.8	22.1	
19.9	7.7	22.0	
30.1	13.0	29.8	
29.2	11.5	27.5	

Leider kennt sich Paula mit der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Werte der Residuen ϵ in der obigen Tabelle! (2 Punkte)
- 3. Zeichnen Sie den Boxplot der Residuen ϵ . Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie den Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Eigenschaft eines statistischen Modells, welche mit dem Residualplot überprüft wird! Begründen Sie Ihre Antwort anhand einer Visualisierung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Regressionskreuzes Jessica hat ein Freilandversuch mit Erbsen duchgeführt. Soweit so gut. Dann war sie bei ihrem Betreuer. Leider war der Schritt nicht so hilfreich. Jessica und der Mangel, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Aber es muss ja weitergehen. Jessica hatte dann in ihrer Abschlusarbeit einfach zu viele Endpunkte gemessen und ist jetzt vollkommen durcheinander, welche Analyse sie nun wie rechnen soll. Naja, dann heißt es jetzt eben David Bowie aufdrehen und darüber nachdenken, was hier eigentlich gemacht wurde. Jessica fängt einfach an und nimmt den ersten Endpunkt Frischegewicht [kg/ha]. Dann kann sie sich voran arbeiten. Später dann noch raus um Rad zu fahren um mal zu entspannen und vielleicht ist Yuki auch da. Wäre toll.

Leider kennt sich Jessica mit dem Kontext der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichen Sie die Zeile des Regressionskreuzes für den Endpunkt mit <u>drei</u> Feldern! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Ergänzen Sie die entsprechenden statistische Methoden zur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Nullhypothese für die statistische Methode in jedem Feld! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie die entsprechenden Funktionen in Rzur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 6. Welchen Effekt erhalten Sie in jedem Feld? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)

Teil VIII.

Experimentelles Design

101. Aufgabe (16 Punkte)





Einfache experimentelle Designs Neuer Versuch neues Glück! Yuki und Jonas sind bei Paula um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in \mathbb{R} zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Jagd auf roter Oktober. Daher hat die Ratte schon lange reißaus genommen. In dem neuen Versuch geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg] in Maiss. Der Versuch soll in einem Feldexperiment im Emsland durchgeführt werden. Immerhin ist der Messswert normalverteilt, was einges einfacher macht. Was es nicht so einfacher macht ist, dass Yuki noch als zusätzliche Herausforderung etwas anderes umtreibt: die Faulheit. Im ersten Schritt überlegt Paula ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Latin square design*. Ob es das jetzt einfacher macht?

Leider kennen sich Paula, Yuki und Jonas mit dem *Latin square design* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in R! (3 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Fortgeschrittene experimentelle Designs Die Ratte macht mal wieder Randale in Tinas Zimmer und rennt davon! Mark und Yuki sind bei Tina in im Wendland wo der neue, bessere Versuch stattfinden soll. Dabei soll in einem Kreuzungsexperiment im Wendland mit Milchvieh durchgeführt werden. Auf dem Tisch stapeln sich Smarties aus Vollkorndinkelmehl. Eine Spezialtät der Komune hier. Mark hasst Vollkorn wie Snickers geliebt werden. In dem neuen Versuch geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Bestandsdichte (standard, eng, weit und kontakt) sowie Flüssignahrung (ctrl und flOw) sowie vier Blöcken und dem Messwert Schlachtgewicht [kg]. Immerhin ist der Messswert normalverteilt, was einges einfacher macht. Was es nicht so einfacher macht ist, dass Yuki als zusätzliche Herausforderung noch die Erschöpfung mitgebracht hat. Daher entscheiden sich alle drei für ein Split plot design oder auch Spaltanlage. 'Naja, so viel einfacher ist es dann doch nicht...', merkt Yuki an und sucht die Ratte.

Leider kennen sich Tina, Mark und Yuki mit dem *Split plot design oder auch Spaltanlage* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! (2 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in 😱 ! (4 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (3 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Teil IX.

Programmieren in R

103. Aufgabe (9 Punkte)





Grundlegende Kenntnisse der Programierung in (Unter den Blinden ist der Einäuge König!', ruft Ihnen Yuki entgegen. Leider kennt sich Yuki überhaupt nicht mit den Grundlagen in (R) aus aber sein Betreuer möchte gerne, dass die Auswertung in (R) gemacht wird. Da müssen Sie dann wohl mal ran und helfen.

Yuki: Ich sehe überall dieses c(). Was ist denn deren Nutzen? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Der Pipe-Operator wird sehr häufig genutzt. Wie sieht der aus und wie funktioniert der an einem Beispiel? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Ich habe die Namen der beiden Relate vergessen, die wir eigentlich immer laden. Wie heißen die noch gleich? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Was ist der Unterschied zwischen einem Objekt, einem Wort und einer Funktion? (1 Punkt) Sie antworten:

Yuki: Ich habe den Namen der Funktion, die intern Daten speichert, vergessen. Was waren da nochmal die Vorteile? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Was ist der Unterschied zwischen library() und Packages und warum brauche ich sowas in \mathbf{Q} ? (1 **Punkt**)

Sie antworten:

Yuki: In R hat sich doch mein Datensatz geändert. Warum ist er jetzt wieder so wie vorher, wenn ich den Datensatz wieder aufrufe? Was mache ich falsch? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Gibt es einen Vorteil von der Nutzung von 😱 ? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Wo nutzen wir nochmal die Tilde (~) in R. Das war irgendwie voll wichtig. Wo wird diese genutzt? (1 Punkt)

Sie antworten:





Fortgeschrittene Kenntnisse der Programierung in R 'Hm...am Ende ist dann Reigentlich gar nicht so schwer, wenn ich Hilfe habe.', meint Alex stolz und lacht Sie an. Nur leider kennt er sich überhaupt nicht mit Raus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen. Sonst wird es für Alex dann in seiner Abschlussarbeit nichts mit der Auswertung und Abgabe. Das kann auch keine Lösung für Alex und Sie sein. Immerhin haben Sie schon so viel gelernt.

Alex fragt: Warum wurde jetzt nach dem Laden der Daten die Funktion mutate() genutzt? (1 Punkt) Sie antworten:

Alex fragt: Welche Funktionen brauche ich nochmal für die Erstellung eines CLD und was war noch gleich die Reihenfolge? (2 Punkte)

Sie antworten:

Alex fragt: Ich habe hier einen Gruppenvergleich als Expriment durchgeführt. Wenn ich jetzt die Daten in R reingeladen habe, was muss ich dann als erstes machen und warum nochmal? (2 Punkte)

Sie antworten:

Alex fragt: Wie nennt sich das Datenformat in R? Bitte mit kurzem Beispiel! (1 Punkt) Sie antworten:

Alex fragt: Nach der EDA zu urteilen, habe ich Varianzheterogenität zwischen den Gruppen vorliegen. Wie kann ich da die Funktion emmeans () umstellen. (1 Punkt)

Sie antworten:

Alex fragt: Ich möchte in der Funktion emmeans() den Faktor f_1 getrennt in jedem Level des Faktors f_2 auswerten. Was muss ich da in de Funktion emmeans() angeben? (1 Punkt)

Sie antworten:

Alex fragt: Nach der EDA zu urteilen liegt eine Interakton vor, wie spezifiziere ich diese im Modell, so dass ich die interaktion zwischen zwei Faktoren f_1 und f_2 testen kann? (1 **Punkt**)

Sie antworten:

Teil X.

Forschendes Lernen

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

In der Prüfung erhalten Sie einen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung. Für die Einarbeitung in die Veröffentlichung ist in der Prüfung ausdrücklich keine Zeit vorgesehen.

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. Scientia Horticulturae, 304, 111320. [Link]
- Petersen, F., Demann, J., Restemeyer, D., Olfs, H. W., Westendarp, H., Appenroth, K. J., & Ulbrich, A. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. Plants, 11(8), 1010. [Link]
- Selle, P. H., Cadogan, D. J., Li, X., & Bryden, W. L. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. Animal Feed Science and Technology, 156(3-4), 57-74. [Link]
- Wu, G., Knabe, D. A., & Kim, S. W. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. The Journal of Nutrition, 134(10), 2783S-2790S. [Link]

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

In der Prüfung erhalten Sie <u>keinen Auszug</u> aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgesetzt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen gemacht.

• bar

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung Yuki hält die wissenschaftliche Veröffentlichung *Petersen, F., et al. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm* unter einem Schnaufen in die Luft. 'Worum geht es denn eigentlich in dieser Arbeit?', fragt sie stirnrunzelnd und wirft die Arme in die Luft, da hilft dann auch nicht mehr die beruhigende Wirkung von London Grammar. Yuki soll die Veröffentlichung nutzen um das eigene Experiment zu planen. Als eine Vorlage sozusagen. Daher möchte ihr Betreuer, dass sie einmal die Veröffentlichung sinnvoll zusammenfasst. Das sollte dann doch etwas aufwendiger werden. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit ihrem Hobby Orchideen. Das Minischwein schaut mitleidig.

Leider kennt sich Yuki mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)³ (4 Punkte)
- 2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! (1 Punkt)
- 5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! (1 Punkt)
- 8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in **Q** für eine ausgewählte Abbildung! **(2 Punkte)**
- 9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wisenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

³Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen eines wissenschaftlichen Datensatzes Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte ihre Betreuerin, dass Tina einmal die wissenschaftlichen Daten *data2* sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Tina hätte dann schon eine Vorlage um die eigenen erhobenen Daten in eine Tabelle eintragen zu können. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft sie und runzelt die Stirn als sie in ihren Laptop starrt. Dabei isst sie noch ein paar Katjes. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit Indiana Jones

Leider kennt sich Tina mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! (2 Punkte)
- 2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! (2 Punkte)
- 5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

Teil XI.

Mathematik

107. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Herodot – der Schimmel aus Ivenack Die Lerngruppe *Die Blattläuse* bestehend aus Nilufar, Paula, Tina und Jessica waren auf Exkursion in Mecklenburg-Vorpommern und haben dort Folgendes erarbeitet. Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte⁴. Jetzt wollen die vier herausfinden: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Helfen Sie der Lerngruppe *Die Blattläuse* bei der Beantwortung der Forschungsfrage! Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 0.9*mm* pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 10.5*m* in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in *m* der Eiche im Jahr 1840 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm, eine Breite von 95cm sowie eine Länge von 240cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (2 Punkte)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mhsam* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 30*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Von Töpfen auf Tischen Die Projektgruppe *J* bestehend aus Jonas, Mark, Alex und Nilufar hat sich zusammengefunden um den ersten Versuch zu planen. In einem Experiment wollen sie die Wuchshöhe von 180 Sonnenblumen bestimmen. Bevor die Vier überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen muss die Projektgruppe die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8.5cm und eine Höhe von 8cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 290 EUR.

Helfen Sie der Projektgruppe / bei der Planung des Versuches!

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf drei Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Pflanztopffläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Solar- & Biogasanlagen Tina bringt ein neues, tolles Projekt mit in die Lerngruppe *Die Kühe auf dem Deich* bestehend aus ihr, Jonas, Nilufar sowie Steffen. Um die Energiekosten ihres Betriebes zu senken, will sie eine Solaranlage auf den Rinderstall montieren lassen. Dafür hat sie ihren Stall ausgemessen und findet folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Rinderstall hat eine Höhe h_{ν} von 6m. Die hintere Seite des Rinderstall hat eine Tiefe t von 16m und eine Breite t von 16m und eine Breiteb?', fragt Nilufar mit erhobenenen Augenbrauen. Steffen und Jonas nicken zustimmend.

Wenn die Lerngruppe nicht will, dann müssen Sie bei der Planung helfen!

- 1. Skizzieren Sie den Rinderstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_V , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! (2 **Punkte**)
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Rinderstall! (3 Punkte)

Ebenfalls plant Tina eine neue Biogasanlage für ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 14t aushalten bevor der Tank wegbricht. Tina rechnen eine Sicherheitstoleranz von 15% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80° C eine Dichte von $200kg/m^3$. Bei -100° C hat Methan eine Dichte von $270kg/m^3$. Tina betreibt ihre Anlage bei -85° C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

Aligatorenbirnen und Blaubeeren "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von Mark. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Lidl über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile⁵. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von Mark?

- 1. Wenn 3 Blaubeerschalen 5.67 Euro kosten, wie viel kosten 4 Schalen? (2 Punkte)
- 2. Wenn Sie die 4 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 2.89 EUR können Sie sich dann noch für 50 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Lidl über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 1801 Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 100 125g.
- Ein Kilo Salat benötigt 140l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 310 510g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 980l Wasser. Eine Avocado wiegt 150 400g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 830l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3 3.8g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (3 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2024 blieben die Erträge von Blaubeeren mit 7.5×10^4 t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge steigerte sich um 6.1%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 18.1% auf 2.1×10^5 t.

4. Wie viele Kubikmeter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2023 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur drei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 50 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 9 - 14 Liter pro Spülgang und 3 - 12 Liter pro Minute Händewaschen.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von Mark erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





 $\textbf{Stichworte:} \ \, \textbf{Kardaschow-Skala \bullet Dyson-Sphäre \bullet Hohlerde \bullet Entropie \bullet Proton} \ \, r_P = 1.7 \times 10e - 15 \bullet \ \, \textbf{Wasserstoff} \ \, r_H = 5.3 \times 10e - 11 \, \, \textbf{Masserstoff} \ \, r_H = 5.3 \times 10e - 11 \, \, \textbf{Masserstoff} \ \, r_H = 1.7 \times 10e - 10 \, \, \textbf{Masserstoff} \ \, r_H = 1.7 \times 10e$

Die Dampfnudelerde "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie auf Empfehlung von von Yuki kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 65 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen⁶.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von $9.65 \, \text{m/s}^2$ an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von $1.1956 \times 10^4 \, \text{km}$ und eine mittlere Dichte ρ von $5.44 \, \text{g/cm}^3$. Das Gewicht von einem heute lebenden asiatischen Elefanten liegt bei 3t bis 5t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 65 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
 - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 65 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ auf Elefant und Dinosaurier! (1 **Punkt**)
 - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
 - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 65 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.03 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit 1.48×10^8 km angegeben. Der massebehaftete Sonnenwind besteht aus 85% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.01g/mol, 12% Heliumkernen mit 3.92g/mol sowie 3% weiteren Atomkernen mit 89.32g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$ pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 6cm $^{-3}$ pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?' So hört man häufiger höfliche Hühner in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen Paula, Tina, Jonas und Jessica aber als vorsorgliche Hühner-Halter:innen nicht⁷. Gemeinsam sind die Vier in einer Projektgruppe gelandet. Betrachten wir also gemeinsam einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Hühner für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
 $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Huhn plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- R_i dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) walking, (2) standing, (3) foraging incl. scratching und (4) wing/leg stretching.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i , R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
walking	23cm; 18cm; 12.1%	33cm; 28cm; 3.5%	36cm; 18cm; 8.9%
standing	37cm; 29cm; 4.1%	37cm; 31cm; 4.1%	48cm; 33cm; 4.1%
foraging incl. scratching	40cm; 21cm; 0.6%	34cm; 26cm; 0.6%	24cm; 24cm; 0.8%
wing/leg stretching	25cm; 26cm; 1.2%	36cm; 24cm; 1.2%	44cm; 24cm; 3.2%

Leider kennen sich die Vier nicht so gut mit der Berechnung aus! Daher brauchen die Vier Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte r_i , R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Hühner für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 **Punkte**)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Hühner in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$." Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche α , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nelken von den Molukken Mark und Tina waren gemeinsam in Berlin und sitzen nun im IC nach Amsterdam um zurück nach Osnabrück zu fahren. 'Weißt du was ich mich frage?', entfährt es Mark ziemlich plötzlich, so dass Tina die Katjes aus dem Mund fallen. 'Nein, und ehrlich gesagt bin ich auch ziemlich müde...'. Das ist jetzt aber Mark egal, denn er möchte folgende Sachlage diskutieren. Und Mark hat jetzt 3 Stunden Zeit. Plus Verspätung. In der Ausstellung *Europa und das Meer* im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 42 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 115 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepciön und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 237 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht '[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.' Insbesondere die Mannschaft der Concepciön erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält 6000µg/100mg Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 105mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepciön für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 18 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die überlebenszeitkurve für die Concepciön im Vergleich zu der überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Event Horizon – Am Rande des Universums Jonas ist bei Paula um gemeinsam *Event Horizon – Am Rande des Universums* zu streamen. Das war jetzt nicht die beste Idee. Denn Jonas kann Horror überhaupt nicht ab. Deshalb flüchtet er sich in Logik um seine Emotionen zu bändigen. Paula mampft ungerührt Smarties. Folgenden Gedankengang nutzt Jonas um dem Film zu entkommen. Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{28} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 5000m kollabiert, wird die Sonne 45% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. An folgende Formeln erinnert sich Jonas für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} 8.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- \bullet m_f , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit $6.674 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir Jonas bei der Ablenkung helfen und uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! (1 Punkt)
- 2. überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.7 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar!(2 **Punkte**)
- 6. Eine Kirchenglocke und eine Klorolle stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

⁸Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Great filter • SETI • WOW-Signal • 5-Sigma • Voyager 1 • Voyager 2

Das Fermi Paradoxon Paula und Tina wandern durch den Teuteburgerwald um mal vom Studium runterzukommen. 'Kennst du eigentlich Enrico Fermi?', fragt Paula und fährt ohne die Antwort abzuwarten fort, 'Er war ein berümter Kernphysiker! Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: »Where is everybody?«. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten?'. Tina schaut sie irritiert und interessiert an. Die beiden hat das Problem gepackt. Deshalb wollen Paula und Tina das Paradoxon mal mathematisch untersuchen! Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?⁹

Die beiden treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt zwei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $6.1198 \times 10^4 km/h$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 1000 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum zwei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 4.24 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 1.5×10^{11} Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von $2.8 \times 10^8 m/s$ an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von 4.6×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 9×10^7 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

⁹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Pyramiden bauen Es stehen die bayrischen Pyramidentage! Sie und Steffen sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 70 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 52 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 33 Königsellen. Eine Königselle misst 52.2cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 33 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 3cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 5 Sklaven, die Ihnen und Steffen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Knieschmerzen entwickelt, als die Sklaven von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 85% aus. In eine Schubkarre passen 110 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 11°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die bayrische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Mittelständler*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die bayrische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 5° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Yuki und Alex schwingen sich auf ihre Cachermobile um mit 17km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in den Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Yuki und Alex wollen diesmal endlich die aufwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von den beiden abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Yuki und Alex für die Planung der Route zu Verfügung¹⁰.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GCKTX2B	2.5 1.5 Klein
В	GCKVTV9	5.0 5.0 Normal
С	GC9OPA5	3.5 4.5 Klein
D	GCB5QT2	3.0 4.0 Normal
Ε	GCLFAYY	4.5 1.0 Normal

Im Weiteren sind den beiden folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{AC} ist 4km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} mit 6.5km bekannt. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{BE} ist das 1.3-fache des Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 25° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 45° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort D Ihre Cachertour.

Leider sind die beiden sehr schlecht im Navigieren und Entfernungen ausrechnen. Die beiden brauchen Ihre Hilfe!

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in *km* legen Sie bei der Bewältigung der aufwärts Schwierigkeitschallenge zurück? **(5 Punkte)**
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.1 + 0.25 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die aufwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 8m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 9.6m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

¹⁰Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

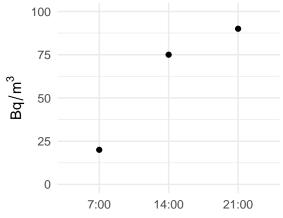
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

Die atmende Wand und Brot aus Luft Als Kellerkind¹¹ vom Dorf will Jonas das Ausmaß der Radonbelastung in seinem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Passt schon. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 21:00 bestimmt er dreimal automatisch die Radonbelastung in seinem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung¹². Leider helfen die Messwerte Jonas überhaupt nicht weiter. Sie müssen also helfen!



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $280Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 4.1d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 160d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $280Bq/m^3$ auf unter $100Bq/m^3$ gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	79.7	28.1	
Sauerstoff	20.45	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.035	12.1	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Jonas sein etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Jonas die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Jonas denkt darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung¹³:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

¹¹Tocotronic - Electric Guitar als passende Untermalung für diese Aufgabe.

 $^{^{12}}$ Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

¹³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Armee der Finsternis Der Studentenjob von Jonas war nach Ladenschluss bei Penny die Regale einzuräumen. Dabei ist Jonas in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon¹⁴ in die Hände gefallen. Nun ist er eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich kann Jonas nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat ihn in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 698 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Jonas baut natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Jonas stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung. Leider wird das nicht reichen, deshalb müssen Sie hier auch noch durch Zeit und Raum helfen!

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
 $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- ν, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit 9.81 $\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 20mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 14m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 14m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 2.8mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 2.1mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die 2.3×10^5 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $15.1g/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 2.3×10^5 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1100 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.2cm Abstand haben müssen? (1 Punkt)

¹⁴Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Armee der Kaninchen Leider hat es bei Mark mit der Surfschule in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür hat Mark eine neue Eingebung! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: »Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!«. Daher macht Mark jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1875 ungefähr 30 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Mark wird stutzig und frag Sie, dem mal mathematisch nachzugehen!¹⁵

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.2 \times 10^{10} - 1.4 \times 10^9 \cdot 1.9^{-0.2 \cdot t + 2.7}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 15 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 18 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.4 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 13 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.7% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 40% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4000km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3400km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 9.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 11\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 35\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 800 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

¹⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Uckermark. Unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Esels Frida und Jonas. Grünes Gras unter Jonass Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin er schaut. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Jonas. Jonas sinniert, sollte er seine weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigt Jonas die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Jonas sieht nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen, wenn auch Sie mitrechnen können. Also rechnen Sie beide mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit $0.6\times$, Februar mit $0.8\times$ und März mit $1.1\times$. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.4
01. Feb 2023	1.1
01. Mrz 2023	3.1
01. Apr 2023	5.8

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ und $f_3(t)$ aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F_1(t)$, $F_2(t)$ und $F_3(t)$ für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 200°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Jonass Pink Lady Plantage werden Sie beide auf dem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit 180N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 140N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem 30° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.3t schweren Trecker jeweils aus dem Graben, wenn $F = m \cdot a$ gilt? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In der Kartonagenfabrik Yuki, Jonas, Paula und Mark sitzen im Bus. Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Yuki hatte den Anderen in der Lerngruppe zu spät Bescheid gesagt. 'Was denn, bin ich eure Nanny oder was?!', entfährt es Yuki nachdem die vorwurfsvollen Blicke schon eine Weile auf ihm lasten. Also geht es eben mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren die Vier, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebautwerden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.5mm, 30-cm-Karton durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen alle wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren, wenn Sie auch nochmal nach Hause wollen. Warum jetzt Sie mit dabei sind, lassen wir mal weg. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 30cm und eine Breite von 23cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge x falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blattr*ohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*²? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 90m Zaun zu Verfügung. Auch hier sollen Sie mal helfen, sonst fährt der Bus Sie nicht nach Hause. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 90m Zaun bestimmen!

- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

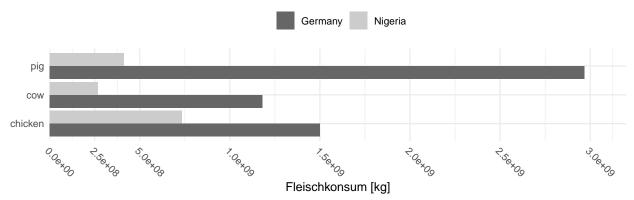
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





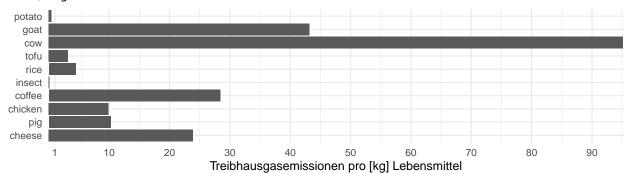
Ein Pfund Insekten, bitte! 'Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen 16 .', merkt Nilufar an. Die Lerngruppe um Mark, Tina und Paula sind bei Nilufar um mal was außergewöhnliches zu essen. Um den Sinn der Nahrungsumstellung zu verdeutlichen, vergleicht Nilufar einmal Deutschland mit Nigeria. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2021 leben ca. 8.2×10^7 Menschen in Deutschland und ca. 1.79×10^8 Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen Sie und Nilufar mit der Überzeugungsarbeit anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im Folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2021 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

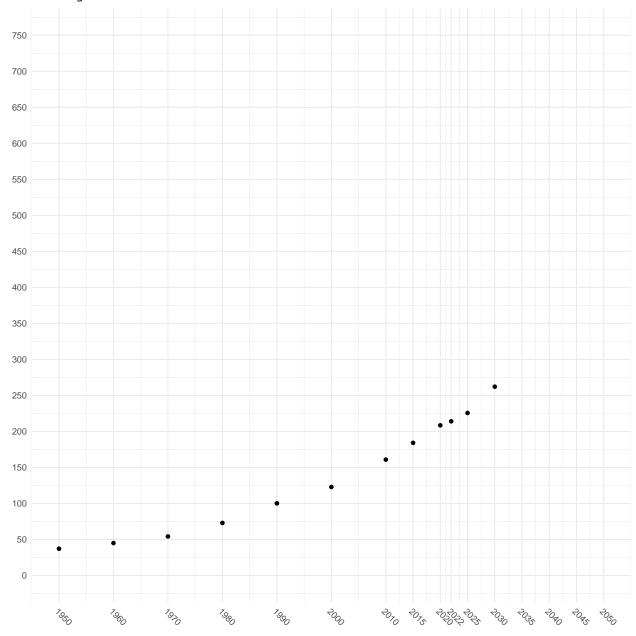
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO₂-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO_2 pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

¹⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
 - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
 - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2021! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2021, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Immunsystem - Muskel vs. Interpol • Inzidenz • Prävalenz

Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit Irritiert legt Nilufar die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Nilufar und Alex sind bei ihrem Augenarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken die beiden über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Nilufar und Alex nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den die beiden nun machen werden? Leider zu wenig. Da brauchen dann Nilufar und Alex mal wieder Ihre Hilfe bei der Interpretation eines diagnostischen Tests!

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.01% angenommen. In 92% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 0.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein (K^+) , wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben (T^+) ? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von $n=10^4$ Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen¹⁷.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Nilufar und Alex, dass beim diagnostischen Testen *True Positives* (TP), True Negatives (TN), False Positives (FP) und False Negatives (FN) auftreten. Das verstehen beiden so noch nicht und deshalb stellen Sie für Nilufar und Alex den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- 6. Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

¹⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Network-Marketing oder Schneeballschlacht! Alex, Tina und Steffen sitzen bei Yuki und hören sich etwas über Network-Marketing an. Tina ist jetzt im Network-Marketing tätig. 'Jetzt reicht es. Wir sind eine Lerngruppe und du versuchst uns hier abzuziehen!', poltert Alex und fährt fort, 'Ich erklär dir mal, wie falsch du liegst!'. Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Alex und Sie wollen hier einmal in die Untiefen des »passiven Einkommens« abtauchen und die Lerngruppe vor Schlimmeren bewahren¹⁸!

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von KH Gesund und Schön Components (KH-GSC). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 27 Prozent von 275 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut KH-GSC habe das Unternehmen 2.8×10^5 aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma KH-GSC im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 40%? (1 Punkt)

Das von Yuki zu vermarkende Produkt, hinter dem Yuki voll steht, kostet 200EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 25%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3.25%, 2.25% und 1.75%. Jeder von Yuki angeworbener »Partner« wirbt wiederum drei Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt zwei Einheiten vom Produkt verkauft. Yuki will nun 5000EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften. Kann das klappen? Sie sind zusammen mit Alex skeptisch.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe Provision
1	Sie selber	
2		
3		
4		

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Yuki musste zum Einstieg bei KH-GSC Einheiten des Produkts für 6000EUR kaufen. Diese Einheiten kann Yuki nur direkt verkaufen. Das ganze Wohnzimmer ist voll davon. Leider musste Yuki den Kauf über einen Kredit über 4.7% p.a. über 36 Monate finanzieren. Sie schütteln den Kopf und klären Yuki über Zinsen auf.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- 8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

¹⁸Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Höhlen & Drachen Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 4 zwölfseitige Würfel (4d12) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 12 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 2 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei vierseitigen Würfeln (2d4) als Schaden oder das Schwert mit einem vierseitigen Würfel plus 6 (1d4+6) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.65, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.9. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einen $\Omega=100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! (1 Punkt)
- Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Retrocheck im TV "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Günther und Thorsten das Team der drei Kandidaten.

Name	P(win)	P(outbid)
Günther	0.4	0.02
Thorsten	0.2	0.043

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.08 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem einäugen Piraten um das große Geld. Das Glücksrad hat 20 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 6 Feldern gewinnen Sie 3000EUR sonst 2000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 5000EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei »Geh aufs Ganze!« mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das »Ziegenproblem«! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

Teil XII.

Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

128. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

129. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var_i: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA_i: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V_k: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$: lineare Kovariable Laktationsnummer
- e_{ijkl} : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

130. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.