

Nicht bestanden: ☐

**Vorname:** \_\_\_\_\_

**Matrikelnummer:** \_\_\_\_\_

**Endnote:** \_\_\_\_\_

**Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)**

# Klausurfragen Bio Data Science

**für Pflichtmodule**

**im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.**

**(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)**

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz  
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur  
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



*„The test of a student is not how much he knows,  
but how much he wants to know.“  
— Alice W. Rollins*

### Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- **Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!**
- *You can answer the questions in English without any consequences.*

### Endnote

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 73 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 93 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
89.0 - 93.0	1,0
84.5 - 88.5	1,3
79.5 - 84.0	1,7
75.0 - 79.0	2,0
70.5 - 74.5	2,3
66.0 - 70.0	2,7
61.5 - 65.5	3,0
56.5 - 61.0	3,3
52.0 - 56.0	3,7
46.5 - 51.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

## Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	B	C	D	E	✓
<b>Aufgabe 1</b>						
<b>Aufgabe 2</b>						
<b>Aufgabe 3</b>						
<b>Aufgabe 4</b>						
<b>Aufgabe 5</b>						
<b>Aufgabe 6</b>						
<b>Aufgabe 7</b>						
<b>Aufgabe 8</b>						
<b>Aufgabe 9</b>						
<b>Aufgabe 10</b>						

- Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

## Rechen- und Textaufgaben

<b>Aufgabe</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>Punkte</b>	9	10	12	12	10	10	10

- Es sind \_\_\_\_ von 73 Punkten erreicht worden.

## Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben **unterliegen dem Zufall**. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit **verschiedene Textvarianten**. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

### ANOVA

#### 1. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.52$ . Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Das  $\eta^2$  wird genutzt um zu erfahren welchen Anteil der Varianz die Behandlungsbedingungen erklären.
- B ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- C ☐ Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.
- D ☐ Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- E ☐ Das  $\eta^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.

#### 2. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Erdbeeren zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.29$ . Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 29% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 71%.
- B ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 29% der Varianz erklärt.
- C ☐ Es werden 71% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.
- D ☐ Mit dem  $\eta^2$  lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein  $\eta^2$ -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- E ☐ Es werden 29% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.

#### 3. Aufgabe

(2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- A ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- B ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- C ☐ Die F-Statistik wird berechnet indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich kaum von der Null unterscheidet kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

- D** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- E** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

#### 4. Aufgabe

(2 Punkte)

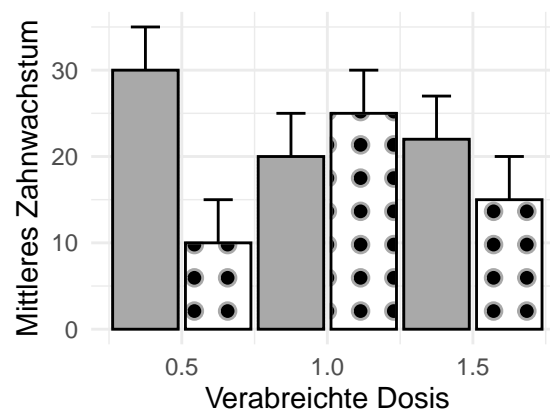
Die ANOVA ist ein statistisches Verfahren welches häufig in den Auswertungen von Experimenten in den Agrarwissenschaften angewendet wird. Dabei wird die ANOVA als ein erstes statistischen Werkzeug für die Übersicht über die Daten benutzt. Eine ANOVA testet dabei...

- A** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz durch verschiedene Behandlungsgruppen unter der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, kann kein Effekt  $\eta^2$  bestimmt werden.
- B** ☐ ... den Unterschied zwischen der globalen Varianz und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- C** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsgruppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein Posthoc-Test ausgeschlossen werden.
- D** ☐ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- E** ☐ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

#### 5. Aufgabe

(2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Kanarienvögel. Der Versuch wurde an 50 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?



- A** ☐ Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist groß.
- B** ☐ Keine Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ ).
- C** ☐ Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ ).
- D** ☐ Keine Korrelation liegt vor ( $p \geq 0.05$ ).
- E** ☐ Die Koeffizienten sind negativ ( $\beta_0 < 0; \beta_1 < 0$ ).

## Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

### 6. Aufgabe

(2 Punkte)

Gegeben ist  $y$  mit 7, 3, 11, 4 und 9. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.

- A** ☐ Es ergibt sich  $6.8 \pm 3.35$
- B** ☐ Es berechnet sich  $7.8 \pm 11.2$
- C** ☐ Sie erhalten  $6.8 \pm 1.675$
- D** ☐ Es berechnet sich  $6.8 \pm 11.2$
- E** ☐ Es ergibt sich  $7.8 \pm 1.675$

### 7. Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Median, das 1<sup>st</sup> Quartile sowie das 3<sup>rd</sup> Quartile von  $y$  mit 15, 17, 10, 36, 14, 27 und 51.

- A** ☐ Es ergibt sich  $17 \pm 14$
- B** ☐ Es ergibt sich  $24 \pm 14$
- C** ☐ Es berechnet sich  $24 [15; 37]$
- D** ☐ Sie erhalten  $17 [14; 36]$
- E** ☐ Sie erhalten  $17 \pm 36$

### 8. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie überlegen Ihre Daten mit einem Boxplot zu visualisieren. Was ist die minimale Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe ?

- A** ☐ Die Mindestanzahl liegt bei fünf Beobachtungen.
- B** ☐ Wir sollten zwei bis fünf Beobachtungen mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
- C** ☐ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung.
- D** ☐ 1 Beobachtung.
- E** ☐ Damit wir hier sauber eine Abbildung von einem

### 9. Aufgabe


(2 Punkte)

Die Standardabweichung ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehen um die Standardabweichung zu berechnen?

- A** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.
- B** ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
- C** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren
- D** ☐ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
- E** ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.

## 10. Aufgabe

(2 Punkte)

Nachdem Sie eine ANOVA und die paarweisen t-Tests über das  Paket {emmeans} durchgeführt haben, müssen Sie Ihre Daten nochmal zur Überprüfung visualisieren. Sie entscheiden sich für den Boxplot. Welche statistischen Maßzahlen stellt der Boxplot dar?

- A** ☐ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Varianz.
- B** ☐ Den Median und die Standardabweichung.
- C** ☐ Der Boxplot stellt den Median und die Quartile dar.
- D** ☐ Den Mittelwert und die Varianz.
- E** ☐ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Standardabweichung.

## 11. Aufgabe

(2 Punkte)

Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich nicht in Ihren Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Maiss. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.
- B** ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- C** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- D** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- E** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verwenden den Datensatz so wie er ist.

## 12. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen eine ANOVA im Anschluss an Ihr Feldexperiment rechnen. Dafür muss Ihr gemessener Endpunkt die Annahme einer Varianzhomogenität genügen. Zur Überprüfung können Sie folgende Visualisierung nutzen. Welche entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität kommt zur Anwendung?

- A** ☐ Nach dem Einlesen der Daten nutzen wir einen Boxplot um zu schauen, ob alle Boxen über alle Behandlungen in etwa gleich groß sind. Damit ist dann auch das IQR in allen Behandlungen in etwa gleich.
- B** ☐ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höheren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Varianzhomogenität angenommen werden.
- C** ☐ Nach der Erstellung eines Boxplots schauen wir, ob der Median in der Mitte der Box liegt. Dabei ist der Median als dicke Linie dargestellt und die Box ist das IQR.
- D** ☐ Einen Barplot. Die Mittelwerte müssen alle auf einer Höhe liegen. Die Fehlerbalken haben hier keine Informationen.
- E** ☐ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnur audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Varianzhomogenität.

### 13. Aufgabe

(2 Punkte)

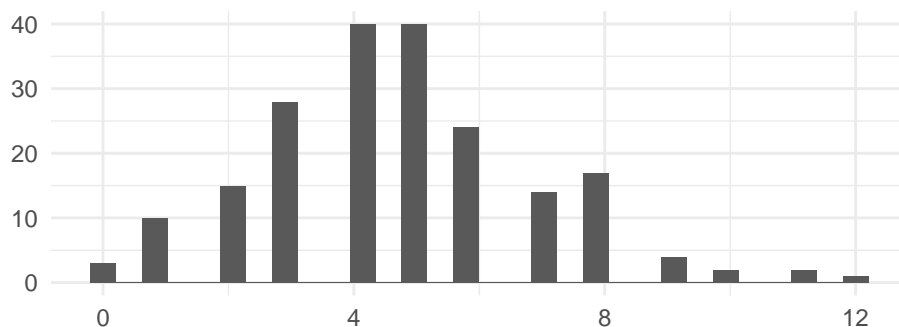
In der Statistik müssen wir häufig überprüfen, ob unser Outcome einer bestimmten Verteilung folgt. Meistens überprüfen wir, ob eine Normalverteilung vorliegt. Folgende drei Abbildungen eignen sich im Besonderen für die Überprüfung einer Verteilungsannahme an eine Variable.

- A ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- B ☐ Barplot, Mosaicplot, Violinplot
- C ☐ Violinplot, Scatterplot, Barplot
- D ☐ Boxplot, Densityplot, Violinplot
- E ☐ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot

### 14. Aufgabe

(2 Punkte)

In dem folgenden Histogramm von  $n = 196$  Pflanzen ist welche Verteilung abgebildet?



- A ☐ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- B ☐ Es handelt sich um eine Poisson-Verteilung.
- C ☐ Wir haben eine Gammaverteilung vorliegen.
- D ☐ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.
- E ☐ Es handelt sich um eine Normalverteilung.

## Lineare Regression & Korrelation

### 15. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben das Modell  $Y \sim X$  vorliegen und wollen nun ein prädiktives Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

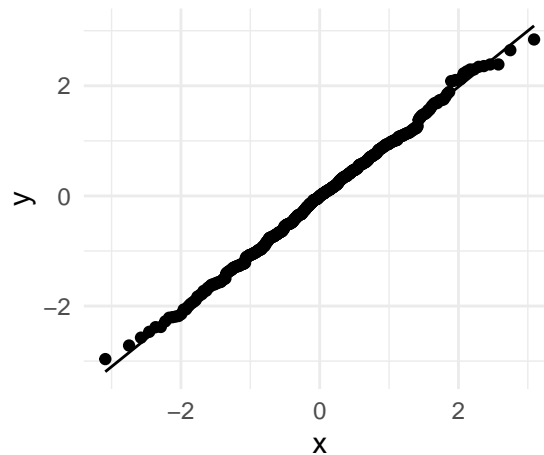
- A ☐ Ein prädiktives Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über  $\beta_i$  können hier nicht festgestellt werden.
- B ☐ Wenn ein prädiktives Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Trainingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 1/10 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- C ☐ Wenn ein prädiktives Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von  $X$  auf  $Y$  zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen  $Y$  auf die gemessenen Endpunkte  $X = x_1, \dots, x_p$  aus?
- D ☐ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt. Der Testdatensatz dient zur Validierung. Dies gilt insbesondere für ein prädiktives Modell.
- E ☐ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$  wenn ein prädiktives Modell gerechnet wird. Dabei kann der gesamte Datensatz genutzt werden. Eine Aufteilung wie in einem prädiktiven Modell ist nicht notwendig.



## 16. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot um die Annahme der normalverteilten Residuen zu überprüfen. Welche Aussage ist richtig?

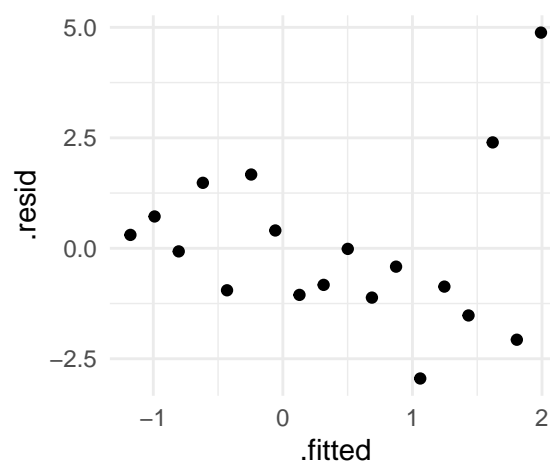


- ☐ A Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- ☐ B Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- ☐ C Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- ☐ D Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- ☐ E Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.

## 17. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- ☐ A Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.
- ☐ B Die Punkte müssen gleichmäßig in dem negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.

- C** ☐ Wenn wir die Nulllinie betrachten so liegen die Punkte nicht gleichmäßig über und unter der Nulllinie. Unser Modell erfüllt nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von 0 und einer Streuung von  $s^2$ .
- D** ☐ Wenn wir die Nulllinie betrachten so müssen die Punkte gleichmäßig unter der Nulllinie liegen. Unser Modell erfüllt somit nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von  $> 0$  und einer Streuung von  $s$ .
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.

## 18. Aufgabe

(2 Punkte)

In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zu verstehen. Welche Aussage zu dem Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig?

- A** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- B** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- C** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  wird wie das  $\eta^2$  aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden.
- D** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen -1 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos.
- E** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen  $x$  und  $y$  bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.

## 19. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der  $PO_2$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf das Trockengewicht von Wasserlinsen in  $[kg]$  erhalten Sie einen  $\beta_{PO_2}$  Koeffizienten von  $7.4 \times 10^{-6}$  und einen hoch signifikanten  $p$ -Wert mit 0.00032. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- A** ☐ Das Gewicht und die  $PO_2$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_{PO_2}$  Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum  $p$ -Wert.
- B** ☐ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der  $p$ -Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum  $p$ -Wert passen.
- C** ☐ Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable  $X$  zu groß gewählt, so dass der Anstieg von 1 Einheit in  $X$  zu einer zu großen Änderung in  $y$  führt. Daher kann der Effekt  $\beta_{PO_2}$  sehr klein wirken, da der  $p$ -Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- D** ☐ Wenn der Effekt  $\beta_{PO_2}$  sehr klein ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in  $X$  führt ja zu einer Änderung von  $\beta_{PO_2}$  in  $y$ . Daher ist hier mit einer anderen Einheit in den Daten zu rechnen, so dass wir hier einen besser formatierten Effekt sehen. Der  $p$ -Wert stammt aus einer einheitslosen Teststatistik.
- E** ☐ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatistik und damit auch der  $p$ -Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu kriegen.

## 20. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen nach der explorativen Datenanalyse (EDA) Ihre Daten in der Abschlussarbeit auswerten. Nach einiger Recherche finden Sie heraus, dass Sie zuerst die Daten mit der Funktion `lm()` in **R** modellieren müssen. Welche Anwendung folgt drauf?

- A** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in `{emmeans}` gerechnet werden. In der Funktion `lm()` werden die Gruppenvarianzen bestimmt.
- B** ☐ Die Funktion `lm()` berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenanalyse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion `lm()` schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- C** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** wird klassischerweise für die lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable  $X$  ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich.
- D** ☐ Ist die Einflussvariable  $X$  ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich. Die Funktion `lm()` kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.
- E** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable  $X$  numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.

## 21. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über das *generalisierte lineare Modell (GLM)* ist richtig?

- A** ☐ Dank dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* können auch andere Verteilungsfamilien als die Normalverteilung mit einer linearen Regression modelliert werden.
- B** ☐ In **R** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in **R** auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- C** ☐ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- D** ☐ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- E** ☐ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das  $X$  bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.

## Vermischte Themen

## 22. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** ☐ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- B** ☐ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- C** ☐ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- D** ☐ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- E** ☐ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.

### 23. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen Ihren Datensatz in **R** einlesen und stehen nun vor einem Problem. Sie stellen fest, dass die Hilfeseiten alle in englischer Sprache verfasst sind. Warum mag die Nutzung von Deutsch problematisch sein?

- A** ☐ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in **R** in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- B** ☐ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
- C** ☐ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- D** ☐ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von **R** untersagt.
- E** ☐ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Die Nutzung von englischer Sprache umgeht dieses Problem in eleganter Art.

### 24. Aufgabe

(2 Punkte)

Bei der explorativen Datenanalyse (EDA) in **R** gibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, auch extitCircle of life genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA?

- A** ☐ Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
- B** ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in **R** müssen wir als erstes die Daten über `read_excel()` einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über `mutate()` transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion `ggplot()` für die eigentlich EDA.
- C** ☐ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: `read_excel()` -> `mutate()` -> `ggplot()`. Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden.
- D** ☐ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket `tidyverse` nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion `library(tidyverse)` entfernen wir das Paket von der Analyse.
- E** ☐ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: `read_excel()` -> `mutate()` -> `ggplot()`. Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass die Faktoren richtig erstellt werden.

### 25. Aufgabe

(2 Punkte)

Es sei  $s_1^2 \neq s_2^2$  in dem Modell  $Y \sim X$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- B** ☐ Es handelt sich um abhängige Beobachtungen.
- C** ☐ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- D** ☐ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- E** ☐ Es liegt Varianzhetrogenität vor.

## 26. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Leistung von Sauen soll auf einem Zuchtbetrieb gesteigert werden. Dafür werden die Ferkel verschiedener Sauen gemessen. Die Ferkel einer Muttersaue sind daher...

- A** ☐ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgemein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- B** ☐ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- C** ☐ Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.
- D** ☐ Die Ferkel stammen vom gleichen Muttertier und haben vermutlich eine ähnlichere Varianzstruktur als die Ferkel von anderen Sauen. Die Ferkel sind untereinander über die Mutter abhängig.
- E** ☐ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und somit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.

## 27. Aufgabe

(2 Punkte)

Neben der Mittelwertsdifferenz als Effektschätzer bei normalverteilten Endpunkten wird auch häufig der Effektschätzer Odds ratio bei binären Endpunkten verwendet. Welche Aussage über den Effektschätzer Odds ratio ist im folgenden Beispiel zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Schweinen richtig? Dabei sind 6 Tiere krank und 7 Tiere sind gesund.

- A** ☐ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Odds ratio von 2.17.
- B** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.86, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt
- C** ☐ Das Verhältnis der Anteile Odds ratio ergibt ein Anteilsverhältnis von 0.46. Wir sind am Anteil der Kranken interessiert.
- D** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 1.17, da es sich um ein Anteil handelt.
- E** ☐ Das Verhältnis der Chancen Odds ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.46. Wir sind an der Chance krank zu sein interessiert.

## 28. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergebnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
- B** ☐ Riesige Datensätze haben mehr Fallzahl was zur  $\alpha$ -Inflation führt. Durch eine Adjustierung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- C** ☐ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gängige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- D** ☐ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- E** ☐ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.

## Multiple Gruppenvergleiche

### 29. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.01, 0.02, 0.42 und 0.001. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.04, 0.08, 1 und 0.004. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1.25% verglichen.
- B** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.04, 0.08, 1.68 und 0.004. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- C** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.0025, 0.005, 0.105 und 3e-04. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1.25% verglichen.
- D** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.04, 0.08, 1 und 0.004. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- E** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.0025, 0.005, 0.105 und 3e-04. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.

### 30. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Abkürzung CLD steht für welches statistische Verfahren? Welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- A** ☐ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- B** ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- C** ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- D** ☐ Compound letter display. Gleichheit in den Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- E** ☐ Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.

### 31. Aufgabe

(2 Punkte)

Der multiple Vergleich als Posthoc-Test nach einer ANOVA ist in den Agrarwissenschaften heutzutage Standard. Welches R Paket wird häufig für den multiplen Vergleich genutzt? Welche Beschreibung der Eigenschaften ist korrekt?

- A** ☐ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- B** ☐ Das R Paket {lm}. Das Paket {lm} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- C** ☐ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- D** ☐ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.

- E** ☐ Sie nutzen das R Paket {emmeans} für die Berechnung des multiplen Gruppenvergleichs. Die Ausgabe der Funktion emmeans() erlaubt zügig über {ggplot} einen Barplot zu erstellen und dann auch das CLD zu berechnen. Sie haben alles sofort zusammen.

### 32. Aufgabe


(2 Punkte)

Bei einem multiplen Vergleich oder Posthoc Test kann es zu einer Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie nennt man diese Besonderheit beim statistischen Testen und wie kann man mit ihr umgehen?

- A** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Deflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die p-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt
- B** ☐ Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- C** ☐ Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\beta$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Powerniveau liegt nicht mehr bei 80% sondern sehr viel niedriger.
- D** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekannteste Verfahren ist.

### 33. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Bachelorarbeit werten Sie einen einfaktoriellen Versuch aus. Dafür rechnen Sie in  zunächst eine ANOVA und schließen dann einen multiplen Vergleich mit t-Tests an. Welche Aussage über die Effekte in Ihrem Versuch ist richtig?

- A** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\Delta$ -Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die  $\Delta$ -Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der  $\Delta$ -Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die  $\Delta$ -Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- B** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nicht adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- C** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
- D** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\Delta$ -Inflation kommen. Das globale Effektniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die Effekte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Effekte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung ( $\Delta$ -Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen.

## Statistische Testtheorie

### 34. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage zum mathematischen Ausdruck  $Pr(D|H_0)$  ist richtig?

- A** ☐  $Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.
- B** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit die Daten  $D$  zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- C** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativhypothese und somit  $1 - Pr(H_A)$
- D** ☐ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
- E** ☐ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.

### 35. Aufgabe

(2 Punkte)

Das statistische Testen basiert auf dem Falsifikationsprinzip. Es besagt,

- A** ☐ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- B** ☐ ... dass ein minderwertiges Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- C** ☐ ... dass ein minderwertiges Modell durch ein weniger minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Falsifikationsprinzip nach Karl Popper.
- D** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- E** ☐ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.

### 36. Aufgabe

(2 Punkte)

Das Signifikanzniveau  $\alpha$  wird auch Fehler 1. Art genannt und liegt bei 5%. Warum wurde der Grenzwert von 5% als Signifikanzschwelle gewählt?

- A** ☐ Als Kulturkonstante hat  $\alpha = 5\%$  den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- B** ☐ Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde  $\alpha = 5\%$  festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistische Modelle heute immer wieder ignoriert.
- C** ☐ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- D** ☐ Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- E** ☐ Die Festlegung von  $\alpha = 5\%$  ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von  $\alpha$  wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.

### 37. Aufgabe

(2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das „signal“ mit dem „noise“ aus den Daten  $D$  zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

- A** ☐ Es gilt  $T_D = (\text{signal} \cdot \text{noise})^2$
- B** ☐ Es gilt  $T_D = \text{signal} \cdot \text{noise}$
- C** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}^2}$
- D** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}}$
- E** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{noise}}{\text{signal}}$



### 38. Aufgabe

(2 Punkte)

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann folgende Aussage in welche richtige Analogie gesetzt werden?

$H_0$  ablehnen obwohl die  $H_0$  gilt

- A ☐ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- B ☐ *Alarm without fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie eines Rauchmelders.
- C ☐ *Alarm with fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie von Feuer.
- D ☐ *Fire without alarm*, dem  $\beta$ -Fehler als Analogie eines Rauchmelders.
- E ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire police*, dem  $\alpha$ -Fehler.

### 39. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie sollen in Ihrer Abschlussarbeit die Relevanz und die Signifikanz in einer statistischen Maßzahl vereinen. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall bringt durch eine Visualisierung und zwei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der definierten Signifikanzschwelle zu definieren.
- B ☐ Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- C ☐ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualisierung des Konfidenzintervalls eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.
- D ☐ Das  $\Delta$ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da  $\Delta$  antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes  $\Delta$  ein sehr kleinen p-Wert.
- E ☐ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.

### 40. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben ein Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem p-Wert ist richtig?

- A ☐ Wir schauen, ob der p-Wert größer ist als das Signifikanzniveau  $\alpha$  und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststatistik dargestellt, wenn die  $H_A$  gilt.
- B ☐ Wir machen eine Aussage über die individuelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese  $H_0$ . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.
- C ☐ Wir machen eine Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$ , wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten verglichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- D ☐ Wir machen eine Aussage über die Flächen und der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten verglichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- E ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die  $H_0$  gilt.

#### 41. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Ergebnisse der einer statistischen Analyse können in die Analogie einer Wettervorhersage gebracht werden. Welche Analogie für die Ergebnisse eines statistischen Tests trifft am besten zu?

- A** ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergegeben.
- B** ☐ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- C** ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- D** ☐ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- E** ☐ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.

#### 42. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Forschungsarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie eine ANOVA als statistischen Test. Erhalten Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test?

- A** ☐ Nein, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- B** ☐ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.
- C** ☐ Nein, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test nicht auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- D** ☐ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.
- E** ☐ Ja, es ist möglich ein untersuchtes Individuum mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann eine Aussage zum Individuum.

#### 43. Aufgabe

(2 Punkte)

In der statistischen Testtheorie gibt es den Begriff *Power*. Was sagt der statistische Begriff *Power* aus?

- A** ☐ Es gilt  $\alpha + \beta = 1$  und somit liegt  $\beta$  meist bei 95%.
- B** ☐ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.
- C** ☐ Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $H_0$  *bewiesen wird*
- D** ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- E** ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 80% *bewiesen wird*.

#### 44. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen statistischen Test und erhalten neben dem p-Wert noch einen Effekt wiedergegeben. Welche Aussage zum Effekt ist richtig?

- A** ☐ Durch den Effekt erfahren wir die biologisch interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das  $\eta^2$  aus einer ANOVA. Damit können wir die Relevanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.

- B** ☐ Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das  $\eta^2$  aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- C** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Modernen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- D** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.
- E** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistischen Tests.

#### 45. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des 95%-Konfidenzintervalls gegen die Nullhypothese ist richtig?

- A** ☐ Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- B** ☐ Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- C** ☐ Ist  $Pr(D|H_0)$  kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- D** ☐ Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- E** ☐ Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

#### 46. Aufgabe

(2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese  $H$  nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- A** ☐ Die Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$  sind rein prosaischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- B** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativhypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- C** ☐ Es gibt - bedingt durch das das Falsifikationsprinzip - ein Set von  $k$  Nullhypothesen, die iterative gegen  $k - 1$  Alternativhypothesen getestet werden.
- D** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese  $H_0$  und zum anderen die Alternativhypothese  $H_A$  oder  $H_1$
- E** ☐ Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus  $k$  Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.

### Statistische Tests für Gruppenvergleiche

#### 47. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test im Allgemeinen ist richtig? Berücksichtigen Sie den Welch t-Test wie auch den Student t-Test!

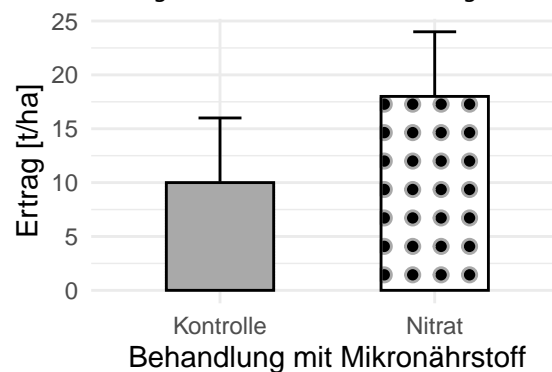
- A** ☐ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.

- B** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- C** ☐ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte in den Gruppen signifikant unterscheiden.
- D** ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- E** ☐ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern

#### 48. Aufgabe

(2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Nitrat auf den Ertrag in t/ha von Papaya im Vergleich zu einer Kontrolle entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde in 7 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage ist im Bezug auf einen t-Test ist richtig?



- A** ☐ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 8. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- B** ☐ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- C** ☐ Der Test deutet auf einen signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei 8.
- D** ☐ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 0.8.
- E** ☐ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 8 unter einer groben Abschätzung.

#### 49. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen gepaarten t-Test, da Ihre Beobachtungen verbunden sind. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** ☐ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz  $d$  dient dann zur Differenzbildung.
- B** ☐ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.
- C** ☐ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- D** ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.
- E** ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.

## 50. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einem Experiment mit fünf Weizensorten ergibt eine ANOVA ( $p = 0.048$ ) einen signifikanten Unterschied für den Ertrag. Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Weizensorten durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2} = 0.053$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- B** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepanz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- C** ☐ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
- D** ☐ Hier kommt der Effekt der steigenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterschied nachweisen.
- E** ☐ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.

## Teil I.

# Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

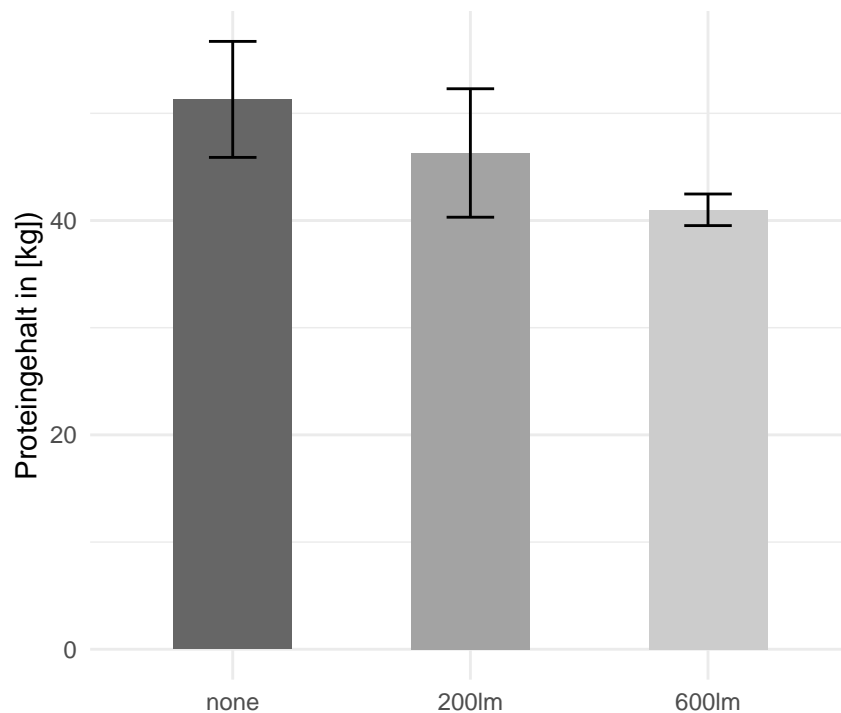
## 51. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Mark steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seiner Betreuerin geht, soll er in einem Freilandversuch Lauch auswerten. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Geocaching. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Mark. Das heißt erstmal überlegen für Mark. Aus den Boxen wummert Andrea Berg und sein Mund ist verklebt von Marzipankugeln. 'Herrlich', denkt Mark. Die Behandlung werden verschiedene Lichtstufen (*none*, *200lm* und *600lm*) sein. In seiner Exceldatei wird er den Endpunkt (Y) *Proteingehalt* als *protein* aufnehmen. Vorab soll Mark aber einmal die folgenden Barplots seiner Betreuerin nachbauen, damit er den R Code schonmal für später vorliegen hat. Damit geht das Problem schon los. Mark und der Suff, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Barplots in R nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im R üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 52. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Tina nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Tina liebt Astronomie. Darin kann sie sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Das ist in soweit doof, da nach ihrer Betreuerin nun Barplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Na dann mal los. Tina schafft sich die nötige Stimmung. Wenn Tocotronic ertönt, dann sucht die Spinne schleunigst Schutz unter dem Sofa. Tina schüttelt den Kopf. Die Behandlung für Maiss waren verschiedene Lüftungssysteme und Folientunnel (*ctrl*, *storm* und *tornado*). Erfasst wurde von Tina als Messwert (Y) *Trockengewicht*. Tina hat dann *drymatter* in ihrer Exceldatei eingetragen. Aber auch irgendwie egal. Einfach mal raus um zu Boxen. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Tina.

treatment	drymatter
storm	48.6
tornado	43.4
tornado	34.5
storm	31.8
storm	49.9
ctrl	41.7
storm	30.6
ctrl	44.0
tornado	46.5
tornado	36.1
ctrl	53.9
ctrl	53.4
ctrl	34.3
tornado	41.6

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
3. Beschriften Sie *einen* Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Tina *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! **(1 Punkt)**

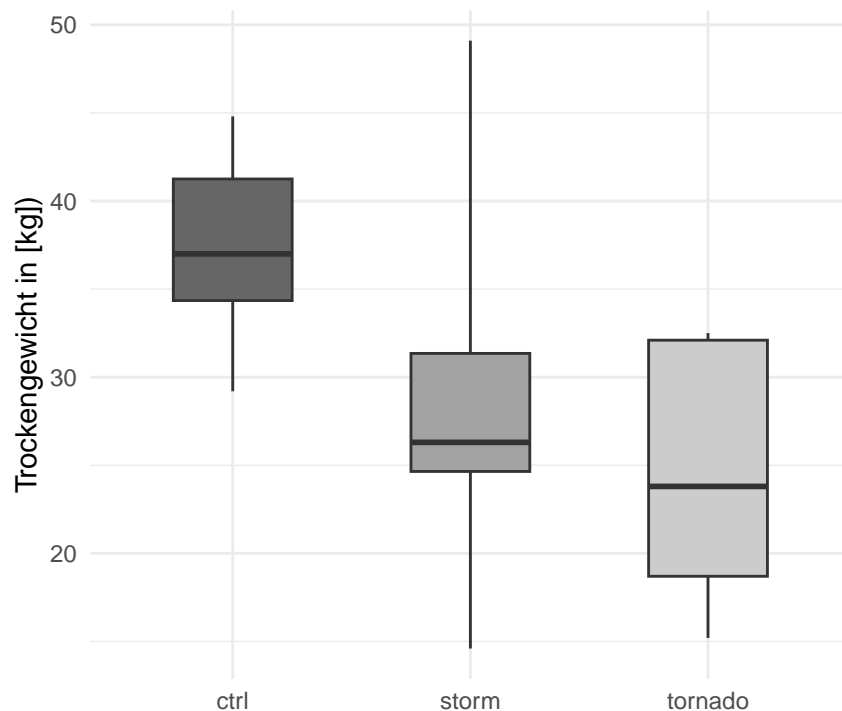
### 53. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Paula und der Perfektionismus, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Paula ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Paula soll in ihrer Hausarbeit Erdbeeren untersuchen. Die Behandlung in ihrer Hausarbeit werden verschiedene Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl*, *storm* und *tornado*) sein. Erheben wird Paula als Messwert (*Y*) *Trockengewicht* benannt als *drymatter* in ihrer Exceldatei. Von ihrem Betreuer erhält sie nun folgende Abbildung von Boxplots, die sie erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor sie mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Aber nur in passender Atmosphäre! Schon dutzende Male gesehen: Jagd auf roter Oktober. Aber immer noch großartig zusammen mit Smarties.



Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Boxplots in nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Kann Paula einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 54. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Paula nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Boxplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Harry Potter. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Paula denkt gerne über Harry Potter nach. Das ist in soweit doof, da nach ihrem Betreuer nun Boxplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von  $Y$  treffen. Die Behandlung für Maiss waren verschiedene Substrattypen (*torf* und *70p30n*). Erfasst wurde von Paula als Endpunkt ( $Y$ ) *Trockengewicht*. Paula hat dann *drymatter* in ihrer Exceldatei eintragen. Aber nur in passender Atmosphäre! Schon dutzende Male gesehen: Jagd auf roter Oktober. Aber immer noch großartig zusammen mit Smarties.

treatment	drymatter
torf	28.3
torf	30.9
70p30n	38.7
70p30n	50.6
torf	30.0
torf	28.5
torf	26.5
70p30n	44.3
torf	28.8
torf	29.2
70p30n	51.9
70p30n	47.7
torf	41.1
70p30n	48.0
torf	34.7
torf	28.1
70p30n	39.4

Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine *gerade* Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! **(1 Punkt)**

## 55. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Aus den Boxen wummert Tocotronic und ihr Mund ist verklebt von Katjes. 'Herrlich', denkt Tina. Tina betrachtet die folgenden Daten nach einem Stallexperiment mit Puten. In dem Experiment wurden die auffälligen Hautflecken gezählt. Nach der Meinung ihrer Betreuerin muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die auffälligen Hautflecken folgen. Dazu soll Tina ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über das Outcome ( $Y$ ). Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn das Rauchen nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Tina! Aber so... Tina nickt im Takt von Tocotronic und bemerkt dabei gar nicht was die Spinne schon wieder anstellt.

Die auffälligen Hautflecken: 1, 5, 2, 5, 3, 2, 3, 5, 2, 3, 6, 3, 4, 2, 2, 2, 6, 4, 3, 6, 4, 6, 4, 5, 6, 1, 11, 3, 4, 6, 4, 5, 3, 3, 2, 2

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie aus den Daten die *Chance* gleich oder mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! **(1 Punkt)**

## 56. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In ihrer Hausarbeit möchte Yuki gerne die Daten aus einem Kreuzungsexperiment mit Puten in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihr dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über den Endpunkt (Y) zu treffen. Aus den Boxen wummert London Grammar und ihr Mund ist verklebt von Reese's Peanut Butter Cups. 'Herrlich', denkt Yuki. In seinem Experiment hat Yuki die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro  $cm^2$  gezählt. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied. Yuki nickt im Takt von London Grammar und bemerkt dabei gar nicht, was das Minischwein schon wieder anstellt.

Die mittlere Anzahl an gedrehten Haaren pro  $cm^2$ : 13.6, 12, 8.2, 6.9, 9.2, 12.4, 8.5, 8.6, 9.7, 16.1, 9.2, 10.8, 8.6, 11.1, 9.1, 9.7, 10.2, 11.5, 10.8, 10, 9.4, 9.2, 9.3, 7.1, 9, 8.5, 8.7, 10.6

Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

## 57. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Wenn es nach Alex ginge, wäre er schon längst fertig mit seiner Abschlussarbeit. Geht es aber nicht. Hm..., Gummibärchen und Abba. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Alex. In seiner Abschlussarbeit hatte er einen Leistungssteigerungsversuch im Oldenburger Land durchgeführt. Nach der Meinung seiner Betreuerin sieht das jedoch etwas anders aus. Jetzt soll er doch noch eine explorative Datenanalyse für den Zusammenhang zwischen mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Protein/Fettrate [%/kg] in Puten durchführen. Wie nervig! Alex und das Aufstehen, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Da zwei kontinuierliche Variablen vorliegen, geht die explorative Datenanalyse leider nicht mit Boxplots oder Barplots. Dann was anderes. Das Verrückte ist, dass die Katze Alien wirklich liebt. Das ist Alex sehr recht, denn er braucht Entspannung.

Protein/Fettrate [%/kg]	Mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml]
17.4	14.4
14.7	11.7
16.4	6.9
17.6	11.2
14.9	11.4
14.1	11.0
17.0	13.6
15.2	11.9
19.2	11.3
16.6	13.2
15.2	13.0
13.0	11.3

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! **(3 Punkte)**
4. Wenn *ein* Effekt von  $x$  auf  $y$  vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

## 58. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Wenn Matrix läuft, dann findet Yuki das Minischwein nicht mehr. Aber jetzt braucht sie mal Entspannung! Aber Ablenkung hilft nur begrenzt. 'Uff!', denkt sich Yuki. Jetzt hat sie doch tatsächlich zwei kategoriale Variablen in ihrer Hausarbeit gemessen. Zum einen die Behandlung Ökologisch [ja/nein] und zum anderen die Messung Fettgehalt erreicht [ja/nein] im Kontext von Puten. Hierfür hat sie ein Stallexperiment im Wendland durchgeführt. Jetzt möchte Yuki die Daten einmal in einer explorativen Datenanalyse darstellen. Danach kann sie dann über den passenden statistischen Test nachdenken. Dabei unterstützt ihre Betreuerin diesen Ansatz bevor es in der Datenanalyse weiter geht. So schön wie so gut. Yuki und die Faulheit, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen.

Ökologisch	Fettgehalt erreicht	Ökologisch	Fettgehalt erreicht
ja	ja	nein	ja
ja	nein	ja	nein
ja	nein	ja	nein
ja	ja	nein	nein
ja	ja	nein	nein
ja	ja	nein	nein
nein	nein	ja	nein
nein	nein	nein	ja
ja	ja	ja	ja
nein	nein	ja	ja
nein	nein	nein	nein
ja	ja	ja	nein
nein	ja	ja	nein
nein	ja	nein	nein
nein	nein	ja	ja

Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! **(3 Punkte)**
2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(3 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
4. Wenn *kein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? **(2 Punkt)**

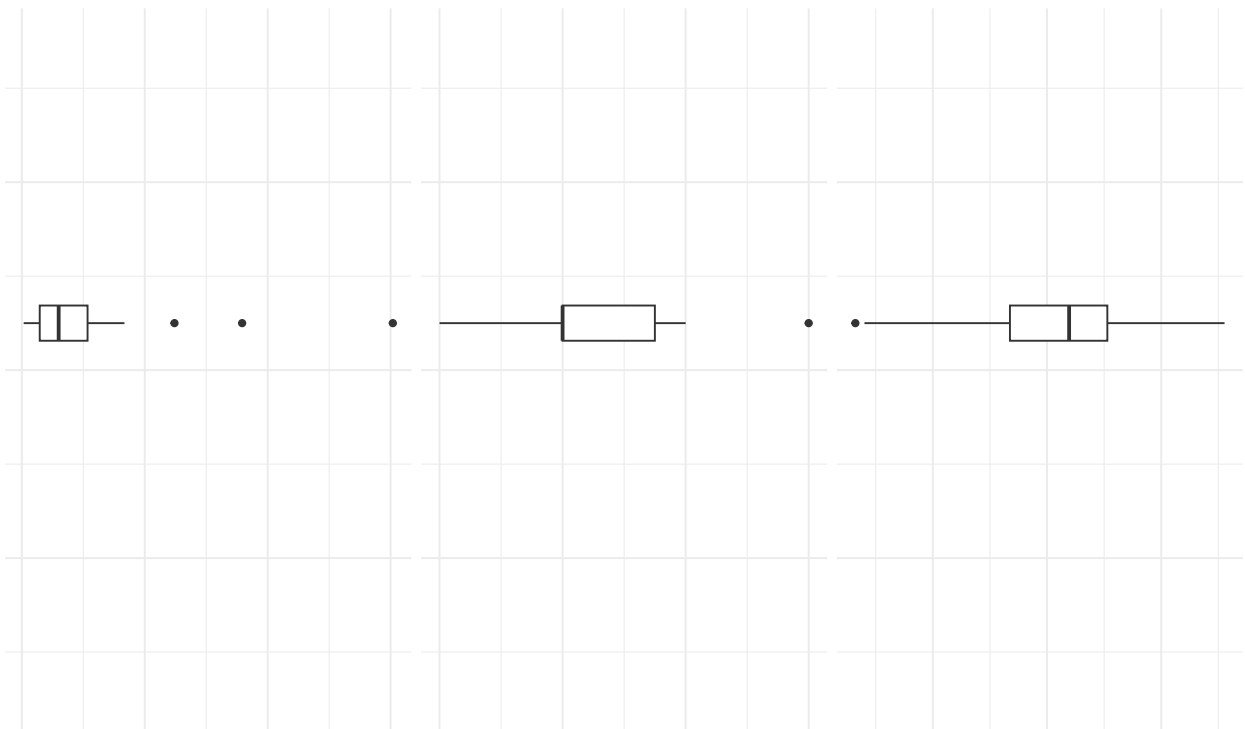
## 59. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! **(3 Punkte)**
3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**
4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**



## 60. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie 4 Normalverteilungen *in einer Abbildung* mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$  und  $s_1 \neq s_2 \neq s_3 \neq s_4$ ! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! **(2 Punkte)**
4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 61. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! **(6 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! **(1 Punkt)**
3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! **(2 Punkte)**

$N(2, 0.25)$  und  $N(3, 9)$



$Pois(15)$  und  $Pois(2)$





## 62. Aufgabe

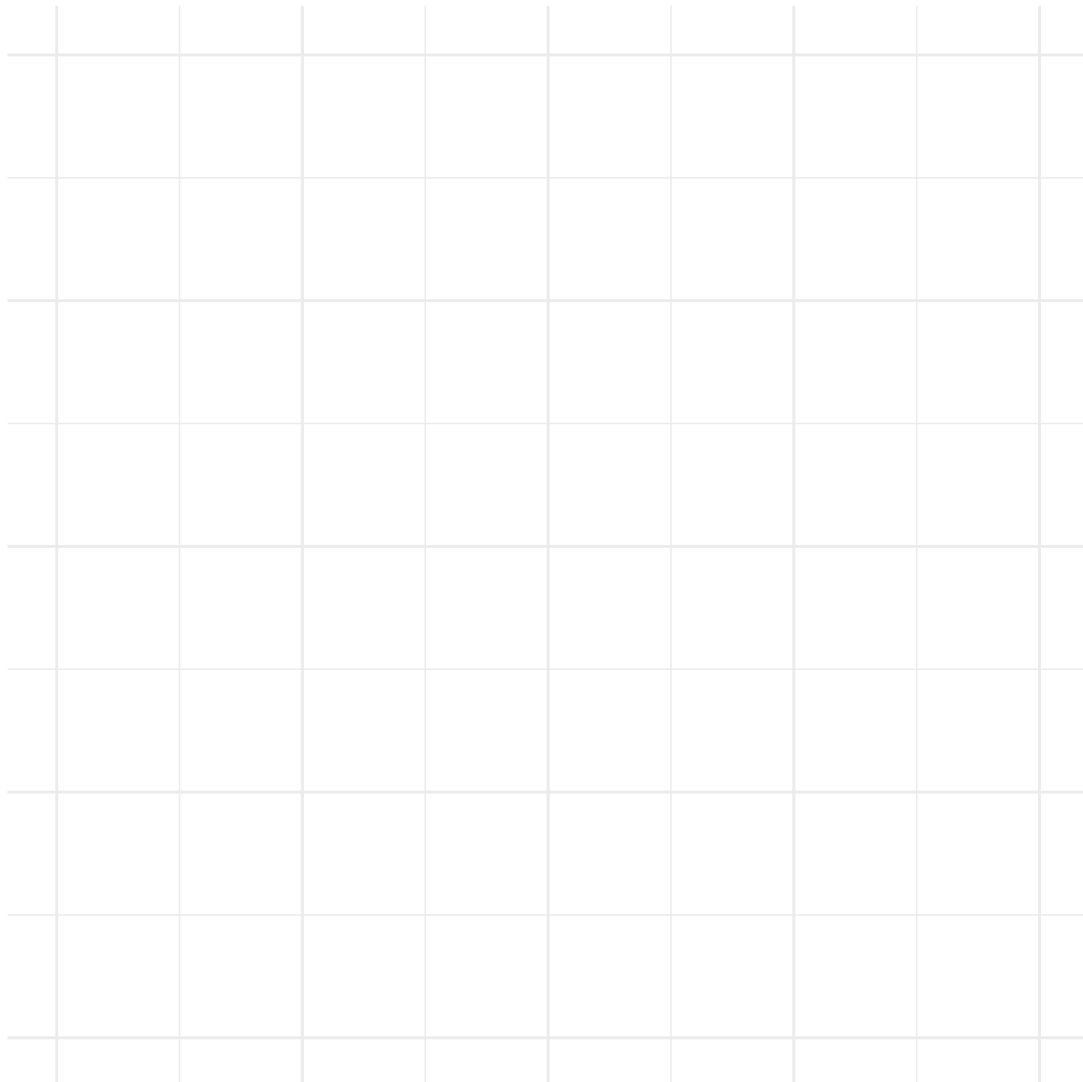
(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe  $y$  vorliegen  $y = \{15, 18, 18, 13, 13\}$ .

1. Visualisieren Sie den Mittelwert von  $y$  in der untenstehenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die  $Y$  und  $X$ -Achse entsprechend! **(2 Punkte)**
3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte  $y_i$  zum Mittelwert  $\bar{y}$  quadriert. Warum muss der Abstand,  $y_i - \bar{y}$ , in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! **(2 Punkte)**



## Teil II.

# Statistisches Testen & statistische Testtheorie

### 63. Aufgabe

(9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! **(3 Punkte)**
2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**
3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable „Modul“ aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**

## 64. Aufgabe

(9 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! **(3 Punkte)**

5%   20%    $\alpha$ -Fehler    $H_0$  falsch

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! **(2 Punkte)**

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? **(1 Punkt)**
4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? **(1 Punkt)**
5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem Monat Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 65. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Annahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie „ $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ “! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie „ $A = 95\%$ “! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Zeichnen Sie  $+T_D$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 66. Aufgabe

(10 Punkte)



Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Trockengewicht nach Düngergabe zu einer unbehandelten Kontrolle.

1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! **(6 Punkte)**
  - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (b) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (c) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (d) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (e) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (f) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.



## 67. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung  $s$  und der Fallzahl  $n$  auf die Teststatistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?

1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
$\Delta \uparrow$				$\Delta \downarrow$			
$s \uparrow$				$s \downarrow$			
$n \uparrow$				$n \downarrow$			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 90%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

### Teil III.

## Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

### 68. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Alex ist in der Uckermark für einen Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_1 = n_2 = 3$ ) mit Puten. Allein diese Tatsache ist für ihn eine Erzählung wert. Für seine Abschlussarbeit musste er ein Stallexperiment mit Puten durchführen und das sollte laut seinem Betreuer an diesem Ort besonders gut gelingen, da man hier gut neue technische Anlagen und Behandlungen fernab der Bevölkerung testen könne. Zeugen gibt es hier jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn seine Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl* und *fedX*) und der Messwert Fettgehalt [%/kg] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß er, dass sein Messwert einer Normalverteilung folgt.

treatment	weight
ctrl	12.6
dose	15.4
dose	17.6
ctrl	13.4
ctrl	13.6
dose	9.6

Leider kennt sich Alex mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! **(3 Punkte)**
3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des Welch t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Formulieren Sie eine Antwort an Alex über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 69. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Wendland, unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer von Steffen, der mit seiner 1 Mann starken Besatzung 12 Wochen lang unterwegs ist, um neue Welten zu erforschen, neues Leben und neue Zivilisationen. 'Oder nennen wir es Ödnis und Verzweiflung', denkt Steffen. Für seiner Hausarbeit ist Steffen ins Nichts gezogen. Was macht er nun? Steffen hat ein Kreuzungsexperiment mit Puten durchgeführt. Die Behandlung Genotypen (AA und BB) wurde an Puten getestet. Gemessen hat er dann als ein normalverteiltes Outcome (Y) Protein/Fettrate [%/kg]. Jetzt soll er seinem Betreuer nach testen, ob die Behandlung Genotypen (AA und BB) ein signifikantes Ergebnis liefert.

Genotypen	Protein/Fettrate
BB	29.4
BB	28.4
AA	33.7
AA	31.4
AA	28.0
AA	31.5
AA	34.6
BB	24.5
AA	21.6
AA	36.2
BB	28.8
BB	20.6
BB	46.6
AA	37.3
BB	40.0
BB	24.1
AA	38.5

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.64$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! **(1 Punkt)**
6. Wenn Sie *einen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann der Effekt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Steffen über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**



## 70. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Uckermark, unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer von Jessica, die mit ihrer 1 Frau starken Besatzung 12 Wochen lang unterwegs ist, um neue Welten zu erforschen, neues Leben und neue Zivilisationen. 'Oder nennen wir es Ödnis und Verzweiflung', denkt Jessica. Für ihrer Hausarbeit ist Jessica ins Nichts gezogen. Was macht sie nun? Jessica hat ein Kreuzungsexperiment mit Puten durchgeführt. Die Behandlung Flüssignahrung (*ctrl* und *flOw*) wurde an Puten getestet. Gemessen hat sie dann als einen normalverteilten Messwert ( $Y$ ) Schlachtgewicht [kg]. Jetzt soll sie ihrem Betreuer nach testen, ob die Behandlung Flüssignahrung (*ctrl* und *flOw*) ein signifikantes Ergebnis liefert.

Flüssignahrung	Schlachtgewicht
flOw	14.5
flOw	31.7
flOw	28.0
ctrl	48.9
flOw	22.9
ctrl	47.8
flOw	34.9
flOw	33.2
ctrl	10.6
flOw	24.7
ctrl	37.6
flOw	33.1
ctrl	37.7
flOw	26.2
flOw	22.0
ctrl	35.2
ctrl	36.4
flOw	30.2
ctrl	36.6
ctrl	24.9
ctrl	30.2

Leider kennt sich Jessica mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.64$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! **(1 Punkt)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Jessica über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 71. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einem Projektbericht. Deshalb arbeiten Mark und Paula gemeinsam an einem Projektbericht. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Mark und Paula haben sich Puten angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Bestandsdichte (*hoch* und *niedrig*) und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen.

ID	treatment	freshmatter
3	niedrig	38.3
3	hoch	16.3
1	hoch	28.3
8	hoch	19.6
10	hoch	21.9
5	niedrig	47.4
8	niedrig	32.6
5	hoch	27.6
2	hoch	7.3
7	hoch	20.6
6	hoch	22.5
1	niedrig	37.0
4	hoch	32.1
4	niedrig	34.8
9	niedrig	40.8
9	hoch	30.5
6	niedrig	35.2
2	niedrig	40.2
7	niedrig	41.9

Leider kennen sich Mark und Paula mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!


1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines gepaarten t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den  $p$ -Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**
6. Formulieren Sie eine Antwort an Mark über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 72. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Jonas sichtlich stolz. 'Nach Meinung der Betreuerin soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Paula an. Steffen und Paula sind bei Jonas um sich in  helfen zu lassen. Die beiden waren 3 Monate in der Uckermark um einen Versuch mit Puten in einem Leistungssteigerungsversuch durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Protein/Fettrate [%/kg] zu bestimmen.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Genotypen
## t = -3.5981, df = 17, p-value = 0.002218
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -27.462242 -7.160485
## sample estimates:
## mean in group AA mean in group BB
##      24.22500      41.53636
```

Helfen Sie Jonas bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Paula nicht weiter.



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ ,  $A = 0.95$ , sowie  $T_{\alpha=5\%} = |2.11|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**

### 73. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Programmieren ist wie eine Sprache lernen. Man muss es nur machen, dann wird man mit der Zeit immer besser!’, gibt Mark zwinkernd zu Protokoll. Das hilft jetzt Yuki und Jessica nur bedingt, da beide jetzt die  Ausgabe interpretieren müssen und nicht vor drei Wochen, wo noch Zeit gewesen wäre. Die beiden hatten im Teuteburgerwald einen Versuch mit Puten in einem Leistungssteigerungsversuch durchgeführt. Das war schon anstrengend genug! ‘Wir haben Protein/Fettrate [%/kg] gemessen, vielleicht hilft das ja...’, meint Yuki leicht genervt. Alle starren auf die  Ausgabe des t-Tests.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: Protein/Fettrate by Flüssignahrung  
## t = 0.031439, df = 14, p-value = 0.9754  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -7.5622 7.7872  
## sample estimates:  
## mean in group ctrl mean in group fl0w  
## 24.7625 24.6500
```

Helfen Sie Mark bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Yuki und Jessica nicht weiter.



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**

## 74. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Programmieren ist wie eine Sprache lernen. Man muss es nur machen, dann wird man mit der Zeit immer besser!’, gibt Yuki zwinkernd zu Protokoll. Das hilft jetzt Paula und Jonas nur bedingt, da beide jetzt die  Ausgabe interpretieren müssen und nicht vor drei Wochen, wo noch Zeit gewesen wäre. Die beiden hatten im Oldenburger Land einen Versuch mit Puten in einem Stallexperiment durchgeführt. Das war schon anstrengend genug! ‘Wir haben Gewichtszuwachs in der 1LW gemessen, vielleicht hilft das ja...’, meint Jonas leicht genervt. Alle starren auf die  Ausgabe des t-Tests.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: Gewichtszuwachs by Ernährungszusatz  
## t = -1.985, df = 18, p-value = 0.0626  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -13.2924263 0.3772748  
## sample estimates:  
## mean in group ctrl mean in group fedX  
## 34.93333 41.39091
```

Helfen Sie Yuki bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Paula und Jonas nicht weiter.


1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**

## 75. Aufgabe


(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Alles voll mit Puten. Aber das haben Nilufar und Steffen eben gemeinsam in einem Projektbericht gemacht! Worum ging es aber konkret? Beide haben als einen normalverteilten Endpunkt (Y) Schlachtgewicht [kg] von Puten bestimmt. Die Daten haben beide zusammen in einem Stallexperiment erhoben. In dem Experiment ging es um eine vorher/nachher Untersuchung an den gleichen Puten. Als Behandlung wurde Bestandsdichte (*hoch* und *niedrig*) eingesetzt. Nach der Meinung der Betreuerin muss hier ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in  aus.

```
##  
## Paired t-test  
##  
## data: Schlachtgewicht by Bestandsdichte  
## t = 3.8111, df = 8, p-value = 0.005154  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
##  5.366616 21.811162  
## sample estimates:  
## mean difference  
##      13.58889
```

Jetzt brauchen Nilufar und Steffen Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in  um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## Teil IV.

# Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

### 76. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wir können jetzt anhand der Visualisierung sehen, ob da schon was signifikant ist?’, Jonas hebt die Augenbraue. ‘Ja, können wir. Dafür müssen wir aber erstmal in {ggplot} uns die Daten anschauen. Oder wir zeichnen es flott mit der Hand. Geht auch.’, meint Steffen dazu. Jonas hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch verschiedene Puten angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (*keins*, *storm* und *thunder*) und dem Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW gibt.

Lüftungssystem	Gewichtszuwachs
keins	46
thunder	40
keins	44
thunder	40
keins	45
storm	45
keins	47
thunder	39
thunder	40
storm	45
storm	44
storm	45
storm	45
keins	47
keins	47
keins	43
storm	44
thunder	40
thunder	40
thunder	40

Leider kennen sich Jonas und Steffen mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
  - Globale Mittelwert:  $\beta_0$  **(1 Punkt)**
  - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$  **(1 Punkt)**
  - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$  und  $\beta_{2.5}$  **(1 Punkt)**
  - Residuen oder Fehler:  $\epsilon$  **(1 Punkt)**
4. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! **(2 Punkte)**

## 77. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Nilufar hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Tina dazu. Nilufar hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch verschiedene Puten angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn* und *fIOW*) und dem Messwert Fettgehalt [%/kg] gibt.

Leider kennen sich Nilufar und Tina mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Flüssignahrung</b>	2	1009.02			
<b>error</b>	17				
<b>Total</b>	19	1374.95			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 3.59$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
5. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)



## 78. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Tina schaut Jessica fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Jessica tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Beide waren im Wendland um ein Kreuzungsexperiment mit Puten durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl*, *fedX* und *getIt*) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] gibt.

Leider kennen sich Tina und Jessica mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Ernährungszusatz	2	4758.72			
Error	23	1087.32			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 3.42$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
6. Berechnen Sie *einen* Student t-Test für den *vermutlich* signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Ernährungszusatz	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	9	33.78	8.74
fedX	9	4.89	7.03
getIt	8	5.88	3.40


7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

## 79. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Uff... die einfaktorielle ANOVA und . Nicht so einfach... Was sagt mir jetzt die Ausgabe der ANOVA und wo sehe ich, ob da was signifikant ist?', denkt Yuki und hebt die Augenbraue. Yuki hatte sich ein Kreuzungsexperiment mit Puten angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) und dem Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW gibt. Nun möchte seine Betreuerin seinem Projektbericht erstmal eine ANOVA sehen und die Ergebnisse präsentiert bekommen.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Gewichtszuwachs
##      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## Genotypen  2 3097.2  1548.62   27.109 1.159e-06
## Residuals 22 1256.8    57.13
```

Leider kennen sich Yuki mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(3 Punkte)**

## 80. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nilufar steht im Wendland. Und das ist noch langweiliger als es sich anhört. Wäre es nur so spannend wie bei ihren Kommilitonen, die in Almería waren. Ödnis wohin man nur blickt. Oder eben Puten. Ja, darum geht es in ihrem Projektbericht. Und wäre das nicht noch alles genug, ist ihr Experiment auch noch als ein Stallexperiment komplex geraten. Es wurde der Messwert Protein/Fettrate [%/kg] mit dem Behandlung Elterlinie (*ctrl*, *Standard*, *Yray* und *Xray*) sowie der Behandlung Genotypen (*AA* und *BB*) untersucht. 'Hmpf', denkt Nilufar und ruft 'Und jetzt!?' in die Leere.

Leider kennen sich Nilufar mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Elterlinie</b>	3	197.32			
<b>Genotypen</b>	1	0.52			
<b>Elterlinie:Genotypen</b>	3	94.8			
<b>Error</b>	18	274.56			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$F_{\alpha=5\%}$
<b>Elterlinie</b>	4.26
<b>Genotypen</b>	3.40
<b>Elterlinie:Genotypen</b>	5.23


5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
6. Was sagt der Term *Elterlinie:Genotypen* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

## 81. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einen Leistungssteigerungsversuch wurden Puten mit der Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl*, *fedX* und *getIt*) sowie der Behandlung Genotypen (*AA* und *BB*) untersucht. Es wurde als Messwert Schlachtgewicht [kg] bestimmt. Jetzt starrt Mark mit auf die  Ausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt sein Betreuer in der gleichen Art Mark zurück an. Das wird ein langer Nachmittag, denkt er sich und kreuselt seinen Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihm überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um seine Hausarbeit. Mark hätte doch nichts mit Puten machen sollen. Puten – was soll das auch bedeutendes sein?

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Schlachtgewicht
##
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
## Ernährungszusatz	2	4.94	2.471	0.0927	0.911878
## Genotypen	1	97.78	97.780	3.6697	0.071434
## Ernährungszusatz:Genotypen	2	418.69	209.347	7.8568	0.003525
## Residuals	18	479.62	26.645		

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(3 Punkte)**
4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**

## 82. Aufgabe

(8 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik  $F_{calc}$  und in dem Student t-Test die T-Statistik  $T_{calc}$ .

$$F_{calc} = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_{calc} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der  $F_{calc}$  Statistik und  $T_{calc}$  Statistik! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante  $F_{calc}$  Statistik sowie eine signifikante  $F_{calc}$  Statistik anhand von  $MS_{treatment}$  und  $MS_{error}$ ! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! **(2 Punkte)**
4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

### 83. Aufgabe

(8 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ . Der Faktor  $f_1$  hat drei Level. Der Faktor  $f_2$  hat dagegen nur zwei Level.

1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen keine und eine starke Interaktion zwischen den Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ! **(4 Punkte)**
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! **(2 Punkte)**
3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? **(2 Punkte)**

## 84. Aufgabe

(9 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor  $f_1$  mit drei Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit  $F_{calc} = 1.2$ . Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem ersten und dritten Level geben müsste. Die *IQR*-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Visualisieren Sie die Berechnung von  $F_{calc}$  am obigen Beispiel! **(3 Punkte)**
3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! **(3 Punkte)**

## Teil V.

# Multiple Gruppenvergleiche

### 85. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In ein Stallexperiment mit Puten wurde die Behandlung Genotypen (00, AA, AB und BB) gegen die Ergebnisse einer früheren Studie von Almar et al. (2012) verglichen. Im Rahmen des Experiments haben Mark und Tina verschiedene Student t-Tests für den Mittelwertsvergleich für den Messwert Fettgehalt [%/kg] gerechnet. Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Almar et al. (2012). Jetzt sollen die beiden einmal schauen, was in den Daten so drin ist.

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.340		
0.012		
0.230		
0.001		

Leider kennen sich Mark und Tina mit der Adjustierung von  $p$ -Werten und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die Spalte *Adjustierte p-Werte* nach der Bonferoni-Methode aus! **(2 Punkte)**
4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der  $p$ -Werte das Signifikanzniveau  $\alpha$  adjustieren? **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie warum die  $p$ -Werte oder das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! **(2 Punkte)**
7. Würden Sie die Adjustierung der  $p$ -Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus  $\alpha$  vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 86. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Alex hatte in seinem Projektbericht ein Kreuzungsexperiment durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat er sich mit Puten beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Alex das Thema dann doch nicht. Hat er sich doch mit Lüftungssystem (*keins*, *storm*, *tornado* und *thunder*) und Fettgehalt [%/kg] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach seiner Betreuerin soll er nun ein CLD bestimmen. Weder weiß er was ein CLD ist, noch war sein erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig...

Behandlung	Compact letter display
keins	a
storm	a
tornado	a
thunder	b

Leider kennen sich Alex mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich anhand des *Compact letter display (CLD)* ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den Barplots! **(1 Punkt)**
5. Erklären Sie *einen* Vorteil und *einen* Nachteil des *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**
6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## 87. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tina sitzt schon etwas länger bei ihr Betreuer. So langsam macht Tina sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Tina hatte in die Projektbericht einen Leistungssteigerungsversuch durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Tina will fertig werden. Hat sie sich doch mit Genotypen (00, AA, AB und BB) und Gewichtszuwachs in der 1LW schon eine Menge angeschaut. Tina beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss... 'Wir müssen als erstes die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren!', hört Tina noch aus der Ferne bevor sie einnickt.

Genotypen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
00	9	10.79	3.07
AA	8	13.82	1.49
AB	9	5.01	1.35
BB	8	4.36	1.97

Leider kennen sich Tina mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Matrix der  $p$ -Werte anhand von Student t-Tests! **(4 Punkte)**
5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
6. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)* für Tina und Tina! **(1 Punkt)**

## 88. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Oh, nee!', ruft Steffen aus und rollt entnervt mit seinen Augen. Steffen hatte seine gesamte Analyse in DataTab gerechnet. Das war ja auch alles in Ordnung. Abbildungen haben geklappt und auch die statistischen Tests gingen dann irgendwie doch. Aber das CLD nicht. Steffen findet einfach keine Möglichkeit ein CLD in DataTab zu erhalten. Aber seine Betreuerin möchte unbedingt ein CLD. Sonst wird es mit der Abgabe nichts. Dabei hatte er schon wirklich eine Menge gemacht! Steffen hatte sich zwei Variablen mit Genotypen (00, AA, AB und BB) und Protein/Fettrate [%/kg] in einen Leistungssteigerungsversuch mit Puten angeschaut. Wo kriegt er jetzt ein CLD her? Dann eben per Hand aus der Matrix der  $p$ -Wert. Steffen stöhnt...

	00	AA	AB	BB
00	1.0000000	0.1832616	0.5494088	0.3798064
AA	0.1832616	1.0000000	0.3951414	0.0454168
AB	0.5494088	0.3951414	1.0000000	0.1505667
BB	0.3798064	0.0454168	0.1505667	1.0000000

Leider kennen sich Steffen mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der  $p$ -Werte ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)*! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
5. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)* für Steffen und Tina! **(2 Punkte)**

## Teil VI.


# Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

### 89. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Am Ende hätte Steffen dann doch einen normalverteilten Endpunkt in seiner Hausarbeit nehmen sollen. Vor ihm liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in  so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft er das was bei den Daten rausgekommen ist. Gezählt hat Steffen einiges mit  $n = 106$  Beobachtungen von Puten. Zum einen hat er als Behandlung *Außenklimakontakt* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Protein/Fettrate im Zielbereich* [ja/nein] ermittelt. Nun möchte sein Betreuer gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen.

	24	21	
	23	38	

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! **(2 Punkte)**
5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi^2_{\alpha=5\%} = 3.841$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die  $\chi^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\chi^2_{\alpha=5\%}$  und  $\chi^2_D$  in der Abbildung! **(2 Punkte)**
7. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V*! Interpretieren Sie den Effektschätzer! **(2 Punkte)**

## 90. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Am Ende war es für Mark in seiner Hausarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doof, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte sein Betreuer gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Mark hatte sich in ein Kreuzungsexperiment  $n = 162$  Beobachtungen von Puten angeschaut. Dabei hat er als Behandlung *Ökologisch* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Protein/Fettrate im Zielbereich* [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Mark mal schauen, wie er das jetzt rechnet.

			88
			74
	89	73	162

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? **(2 Punkte)**

## 91. Aufgabe



(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Am Ende war es für Steffen in seiner Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte sein Betreuer gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Steffen hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch  $n = 162$  Beobachtungen von Puten angeschaut. Dabei hat er als Behandlung *Außenklimakontakt* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Fettgehalt erreicht* [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Steffen mal schauen, wie er das jetzt rechnet. Nach seinem Experiment erhielt er folgende 2x2 Kreuztabelle aus seinen erhobenen Daten.

```
##               Außenklimakontakt
## Fettgehalt erreicht ja  nein
##                ja    17    5
##                nein   4   12
```

Dann rechnete Steffen den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in  und erhielt folgende  Ausgabe der Funktion `fisher.test()`.

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data:  Fettgehalt erreicht
## p-value = 0.002568
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
##  1.85845 61.14631
## sample estimates:
## odds ratio
##  9.451509
```

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! **(1 Punkt)**
6. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**

## 92. Aufgabe

(11 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 2% angenommen. In 80% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 4000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! **(8 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? **(1 Punkt)**



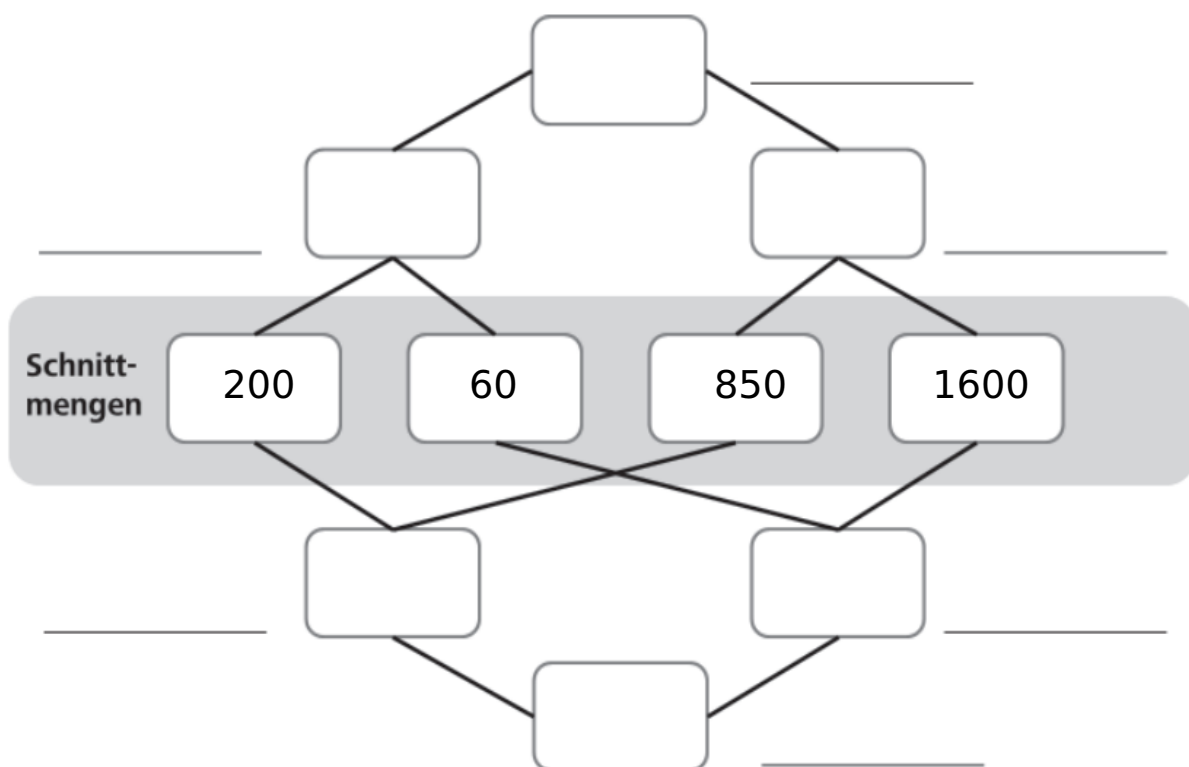
### 93. Aufgabe

(12 Punkte)



Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! **(4 Punkte)**





## Teil VII.

# Lineare Regression & Korrelation

### 94. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Hä? Hatten wir das als Aufgabe nicht schon mal, das wir aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung bauen sollten?’, fragt Paula. Nilufar schaut fragend zurück. ‘Kann mich wie immer an nichts erinnern. Können wir trotzdem jetzt erstmal die Daten auswerten? Columbo?’, antwortet Nilufar leicht angespannt. Die beiden hatten ein Stallexperiment im Oldenburger Land mit Puten durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlichen Bewegungsscore [Movement/h] und Protein/Fettrate [%/kg]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*

Durchschnittlichen Bewegungsscore [Movement/h]	Protein/Fettrate [%/kg]
11.4	17.5
16.4	24.9
25.0	33.6
24.1	37.9
10.7	21.4
15.8	24.2
13.3	19.5
10.6	16.8
22.1	34.3
15.5	24.0

Leider kennen sich Paula und Nilufar mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!


1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
5. Liegt ein Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$  vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? *Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden!* **(1 Punkt)**

## 95. Aufgabe


(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Hä? Was ist denn das? Hatten wir das als Aufgabe eine lineare Regression zu rechnen? Wir bauen aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung und interpretieren diese dann?’, fragt Jonas. Steffen schaut fragend zurück. ‘Keine Ahnung... das ist jetzt jedenfalls keine Abbildung von irgendwas sondern Zahlen in einer Tabelle...’, antwortet Steffen leicht angespannt. Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment im Emsland mit Puten durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Bewegungsscore [Movement/h] und Schlachtgewicht [kg]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*, denn mit der  Ausgabe haben beide jetzt ein Problem.

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	1.54	2.46		
Durchschnittlicher Bewegungsscore	0.10	0.24		

Leider kennen sich Jonas und Steffen mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Visualisierung der `lm()`-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der `lm()`-Ausgabe! **(2 Punkte)**
4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! **(1 Punkt)**
5. Ergänzen Sie die t Statistik in der `lm()`-Ausgabe! **(2 Punkte)**
6. Ergänzen Sie den p-Wert in der `lm()`-Ausgabe mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$ ! **(2 Punkte)**
7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(1 Punkt)**
8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(1 Punkt)**

## 96. Aufgabe


(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Hä? Was ist denn das? Das wird ja immer wilder! Hatten wir das als Aufgabe eine lineare Regression zu rechnen? Wir bauen aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung und interpretieren diese dann?', fragt Jonas. Alex schaut fragend zurück. 'Keine Ahnung... das ist jetzt jedenfalls keine Abbildung von irgendwas sondern eine  Ausgabe mit ganz wilden Bezeichnungen...', antwortet Alex leicht angespannt. Die beiden hatten ein Stallexperiment im Emsland mit Puten durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: mittlere Eisenkonzentration [Fe/ml] und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*, denn mit der  Ausgabe haben beide jetzt ein Problem.

```
##
## Call:
## Fettgehalt ~ Mittlere_Eisenkonzentration
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.7792 -0.6833  0.0900  0.8431  2.8645
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      5.0194     1.8210   2.756  0.00922
## Mittlere_Eisenkonzentration -0.1947     0.1896  -1.027  0.31142
##
## Residual standard error: 1.498 on 35 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02926, Adjusted R-squared:  0.001524
## F-statistic: 1.055 on 1 and 35 DF,  p-value: 0.3114
```

Leider kennen sich Jonas und Alex mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die  $p$ -Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! **(2 Punkte)**
5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie *kurz* den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.05 aus? **(2 Punkte)**

## 97. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen...’, denkt Yuki. ‘Ich sehe nur Kauderwelsch und keine Punkte. Ich glaube das war jetzt doch eine Korrelation, die ich rechnen sollte. Und warum überhaupt? War das unsere Fragestellung?’, denkt sich Yuki. Yuki atmet schwer ein und starrt auf die  Ausgabe der Funktion `cor.test()`. Yuki hatte einen Leistungssteigerungsversuch im Emsland mit Puten durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Bewegungsscore [Movement/h] und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt will die Betreuung von ihr die Interpretierung der Daten in Form einer Korrelation berechnet bekommen. Das hat Yuki in  gemacht, aber wie soll das jetzt gehen? Das mit der Interpretation?

```
##  
## Pearson's correlation  
##  
## data: Durchschnittlicher Bewegungsscore [Movement/h] and Fettgehalt [%/kg]  
## t = 5.0099, df = 8, p-value = 0.00104  
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
##  0.5339086 0.9690940  
## sample estimates:  
##      cor  
## 0.8708032
```

Leider kennt sich Yuki mit der Korrelationsanalyse in  überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! **(2 Punkte)**
5. Interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**

## 98. Aufgabe

(9 Punkte)

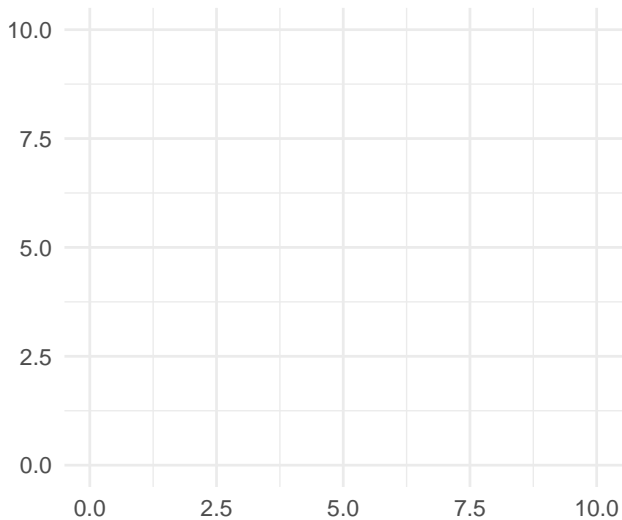


In den folgenden Abbildungen sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

1. Zeichnen Sie für die angegebene  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie für die angegebenen  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktwolke um die Gerade. **(3 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(3 Punkte)**

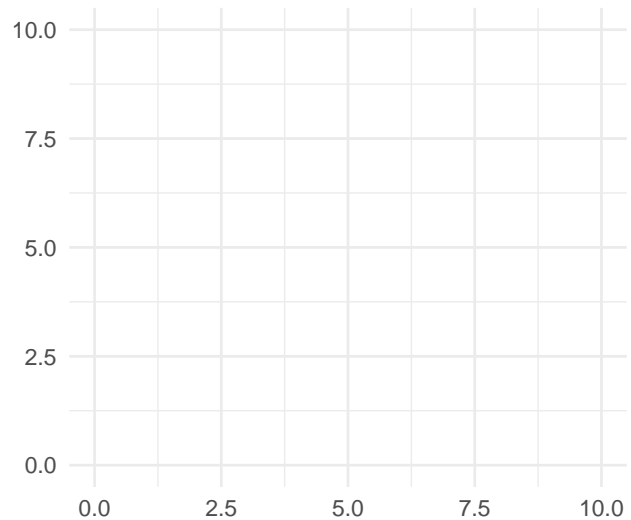
Pearsons  $\rho = -0.75$

$R^2 = 0.25$



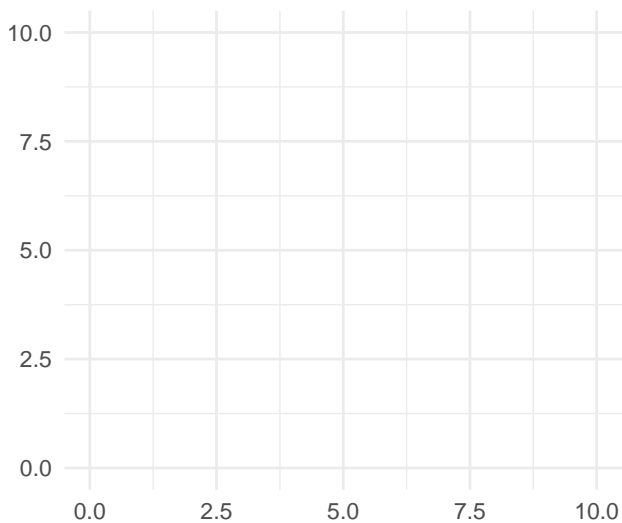
Pearsons  $\rho = 0.75$

$R^2 = 0.75$



Pearsons  $\rho = -1$

$R^2 = 0.5$



## 99. Aufgabe

(9 Punkte)

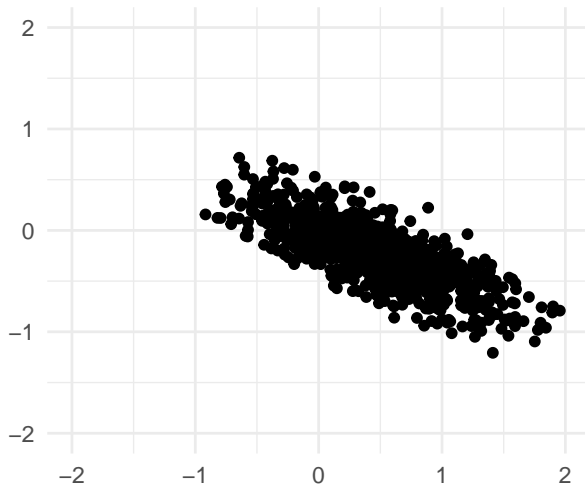


In den folgenden Abbildungen sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in der entsprechenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in der entsprechenden Punktwolke um die Gerade! **(4 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(1 Punkt)**

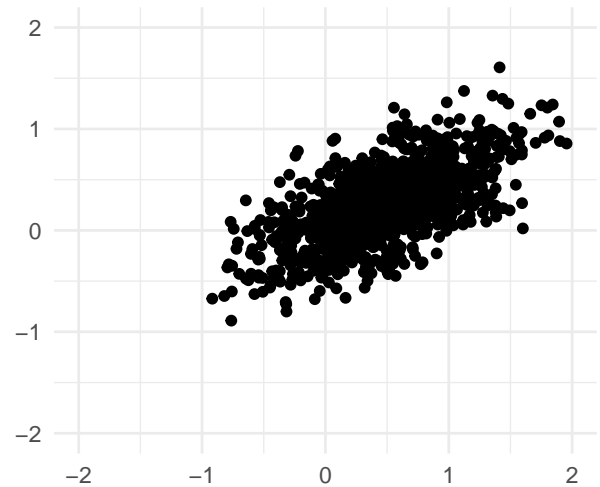
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



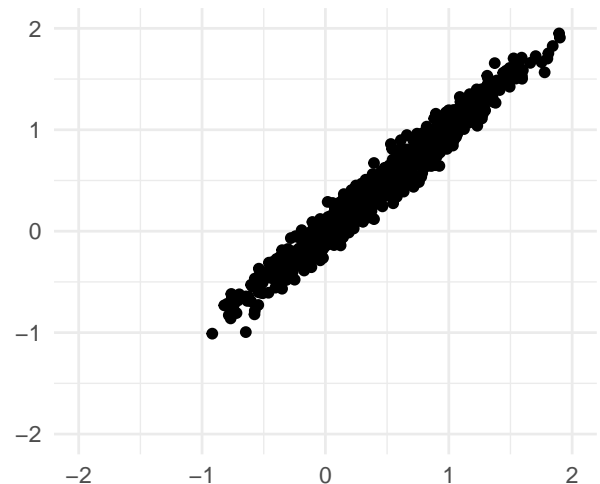
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



**100. Aufgabe****(10 Punkte)**

Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $\text{kg/m}^2$  (*drymatter*) und Wassergabe  $\text{l/m}^2$  (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

.id	drymatter	water	.fitted	.resid
1	36.6	16.5	36.9	
2	27.4	10.4	26.6	
3	25.2	9.6	25.2	
4	28.3	9.0	24.2	
5	21.7	8.5	23.4	
6	13.0	2.5	13.3	
7	26.7	10.9	27.4	
8	35.9	16.2	36.2	
9	28.5	10.0	25.9	
10	25.1	10.7	27.1	
11	13.9	4.1	16.0	
12	23.3	7.9	22.3	
13	33.7	15.3	34.8	

1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte *.resid* in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 101. Aufgabe

(12 Punkte)



1. Zeichnen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbildungen die Zeile des Regressionskreuzes der Binomialverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! **(6 Punkte)**
2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen *Zahlenraum* nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**





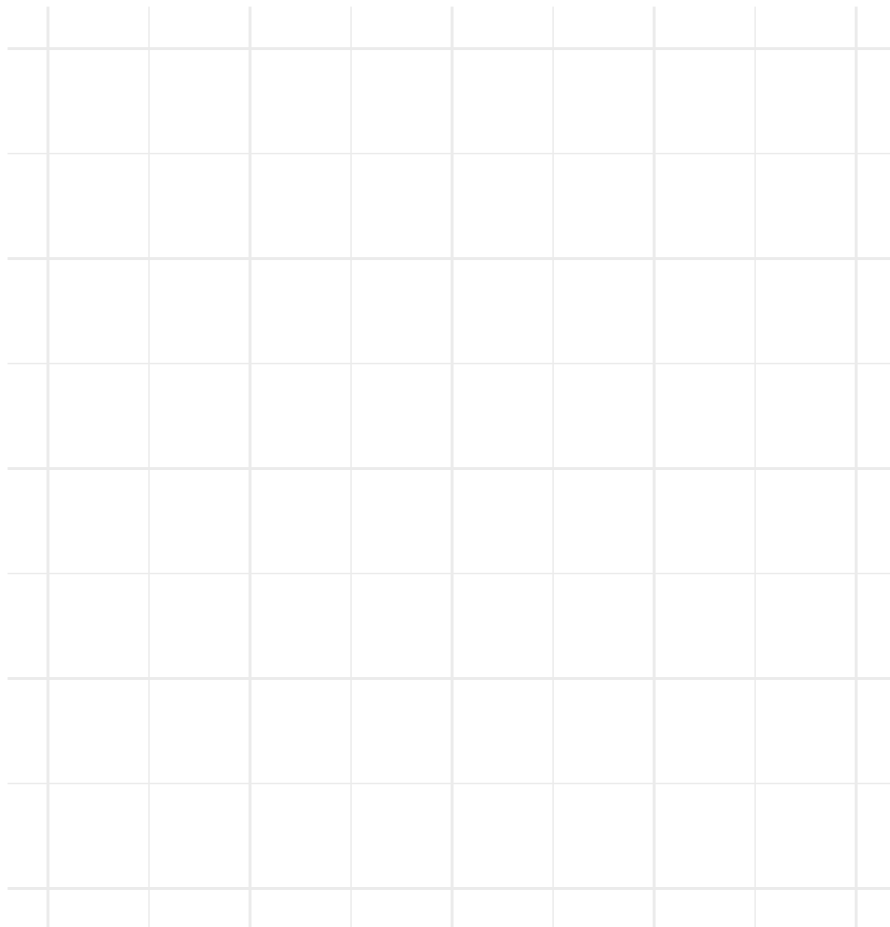

## 102. Aufgabe

(9 Punkte)



Ein Feldexperiment wurde mit  $n = 200$  Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen ( $x$ ) wurden erhoben: P, weight und fertilizier. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality\_score und dead.

1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie *Gaussian* gehört! **(1 Punkt)**
2. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  in der Funktion `glm()` üblich ist *ohne Interaktionsterm*! **(3 Punkte)**
3. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  üblich ist und ergänzen Sie *einen* Interaktionsterm nach Wahl! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie eine *starke* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**




## Teil VIII.

# Experimentelles Design




### 103. Aufgabe

(16 Punkte)



Steffen und Mark sind bei Jessica um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  zu holen. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Bestandsdichte (*standard*, *eng*, *weit* und *kontakt*) sowie Genotypen (*AA* und *BB*) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] in Puten. Der Versuch soll in einem Stallversuch in der Uckermark durchgeführt werden. Nach der Dozentin ist der Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Jessica ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Randomized complete block design (RCBD)* mit nur einem der beiden Faktoren. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Mark schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter.


Leider kennen sich Jessica, Steffen und Mark mit dem *Randomized complete block design (RCBD)* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in ! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in ! **(3 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**




## 104. Aufgabe

(20 Punkte)



Jessica und Steffen sind bei Yuki um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  zu holen. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn* und *fIOW*) sowie Genotypen (*AA* und *BB*) sowie drei Blöcken und dem Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW in Puten. Der Versuch soll in einem Kreuzungsexperiment im Wendland durchgeführt werden. Nach dem Dozenten ist der Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Yuki ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Strip plot design* oder auch *Streifenanlage* mit Berücksichtigung einer Interaktion. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Steffen schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter.

Leider kennen sich Yuki, Jessica und Steffen mit dem *Strip plot design* oder auch *Streifenanlage* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in ! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in ! **(4 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(3 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleiches! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## Teil IX.

# Programmieren in R

### 105. Aufgabe

(9 Punkte)



'Unter den Blinden ist der Einäuge König!', ruft Ihnen Nilufar entgegen. Leider kennt sich Nilufar überhaupt nicht mit den Grundlagen in **R** aus aber ihr Betreuer möchte gerne, dass die Auswertung in **R** gemacht wird. Da müssen Sie dann wohl mal ran und helfen.

Nilufar: *Warum nutzen wir eigentlich dieses `c()` in **R**?* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Jetzt sehe ich wieder diese Tilde (~) in R. Wo brauchen wir diese denn nochmal?* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Was ist der Unterschied zwischen `library()` und `Packages` und warum brauche ich sowas in **R**?* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Der Pipe-Operator wird sehr häufig genutzt. Wie sieht der aus und wie funktioniert der an einem Beispiel?* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Hä? Warum ändert sich nichts an meinen Daten? In R sehe ich doch die Änderungen aber irgendwie speicher R meine Änderungen meines Datensatzes ab. Was ist da los?* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Wenn ich was in **R** machen möchte, dann lade ich nochmal welche zwei **R** Pakete sehr häufig?* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Teilweise brauche ich das Konzept des Faktors in **R**. Was ist ein Faktor?* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Ich verstehe den Zuweisungs-Operator nicht. Wie sieht der aus und was macht der? Gebe mal ein Beispiel!* (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar: *Warum gibt es eigentlich Objekte, Wörter und Funktionen in R? Wie unterscheiden sich diese überhaupt?* (1 Punkt)

Sie antworten:

## 106. Aufgabe

(9 Punkte)



‘Unter den Blinden ist der Einäuge König!’, ruft Ihnen Jessica entgegen. Das können Sie schon nicht mehr hören. Nur weil Sie einmal gesagt haben, dass Sie sich schonmal mit **R** beschäftigt haben, stehen hier alle Schlange. Aber gut, das hat Sie dann doch vorangebracht. Leider kennt sich Jessica auch wieder überhaupt nicht mit **R** aus aber ihre Betreuerin möchte gerne, dass die Auswertung in **R** gemacht wird. Da müssen Sie dann wohl mal nochmal ran und helfen.

Jessica fragt: *Datumsangaben sind schwierig, da es nur ein gültiges Format gibt, was zwischen Programmen funktioniert. Wie lautet das Format? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Jessica fragt: *Welche Funktionen brauche ich in welcher Reihenfolge um eine ANOVA zu rechnen? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Jessica fragt: *Man kann doch die Funktion emmeans() von Varianzhomogenität auf Varianzheterogenität umstellen. Wie ging das noch gleich? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Jessica fragt: *Okay, und für was brauche ich nochmal die R Pakete {emmeans}, {ggplot} und {readxl}? (2 Punkte)*

Sie antworten:

Jessica fragt: *Ich hatte mir eine Analogie für das R Paket {ggplot} gemerkt. Wie war noch gleich die Analogie und das damit verbundene Prinzip von {ggplot}? (2 Punkte)*

Sie antworten:

Jessica fragt: *Wenn ich die Spalten in Excel benenne, was muss ich da beachten? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Jessica fragt: *Wie spezifizieren wir nochmal eine Interaktion in einem Modell mit zwei Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ? (1 Punkt)*

Sie antworten:

## Teil X.

# Forschendes Lernen

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

*In der Prüfung erhalten Sie einen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung. Für die Einarbeitung in die Veröffentlichung ist in der Prüfung ausdrücklich keine Zeit vorgesehen.*

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. *Scientia Horticulturae*, 304, 111320. [[Link](#)]
- Petersen, F., Demann, J., Restemeyer, D., Olf, H. W., Westendarp, H., Appenroth, K. J., & Ulbrich, A. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. *Plants*, 11(8), 1010. [[Link](#)]
- Selle, P. H., Cadogan, D. J., Li, X., & Bryden, W. L. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. *Animal Feed Science and Technology*, 156(3-4), 57-74. [[Link](#)]
- Wu, G., Knabe, D. A., & Kim, S. W. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. *The Journal of Nutrition*, 134(10), 2783S-2790S. [[Link](#)]

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

*In der Prüfung erhalten Sie keinen Auszug aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgelegt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen gemacht.*

- bar

## 107. Aufgabe



(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte seine Betreuerin, dass Yuki einmal die wissenschaftliche Veröffentlichung *Selle, P. H., et al. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition* sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Yuki hätte dann schon eine Vorlage. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn.

Leider kennt sich Yuki mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)<sup>1</sup> **(4 Punkte)**
2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! **(1 Punkt)**
5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifikanz für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! **(1 Punkt)**
8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in  für eine ausgewählte Abbildung! **(2 Punkte)**
9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wissenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**

<sup>1</sup>Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

## 108. Aufgabe


(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte seine Betreuerin, dass Alex einmal die wissenschaftlichen Daten *data3* sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Alex hätte dann schon eine Vorlage um die eigenen erhobenen Daten in eine Tabelle eintragen zu können. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn als er in seinen Laptop starrt.

Leider kennt sich Alex mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! **(2 Punkte)**
2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! **(2 Punkte)**
5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise! **(2 Punkte)**
8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifikanz für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**



## Teil XI.

# Mathematik

### 109. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>2</sup>.

*Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"*

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von  $1.1\text{mm}$  pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von  $13\text{m}$  in Brusthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser in  $m$  der Eiche im Jahr 1805 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von  $190\text{cm}$ , eine Breite von  $80\text{cm}$  sowie eine Länge von  $240\text{cm}$ .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $\text{m}^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in  $\text{cm}$ ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von  $10\text{cm}$  bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

<sup>2</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: [Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald](#)

## 110. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 120 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 9cm und eine Höhe von 9cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 290 EUR.

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *vier* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Welche *Tischfläche* in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? **(3 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter  $l$ , die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**

## 111. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Schweinestall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_v$  von  $7m$ . Die hintere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_b$  von  $8m$ . Der Schweinestall hat eine Tiefe  $t$  von  $16m$  und eine Breite  $b$  von  $50m$ .

1. Skizzieren Sie den Schweinestall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_v$ ,  $h_b$ , die Tiefe  $t$  und die Breite  $b$  des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Schweinestall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius  $r$  von  $1m$ . Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal  $10t$  aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 10% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^\circ C$  eine Dichte von  $220kg/m^3$ . Bei  $-100^\circ C$  hat Methan eine Dichte von  $300kg/m^3$ . Sie betreiben Ihre Anlage bei  $-95^\circ C$ .

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  in  $m$  für den gefüllten Methantank mit dem Radius  $r$ , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

## 112. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** “Sind Sie ein Riesenfaultier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?”, spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Studenten im Karohemd. “Wieso?”, entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Rewe über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>3</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Studenten im Karohemd?

1. Wenn 3 Blaubeerschalen 4.77 Euro kosten, wie viel kosten 4 Schalen? **(2 Punkte)**
2. Wenn Sie die 4 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorkbirnen zu je 2.59 EUR können Sie sich dann noch für 200 EUR leisten? **(1 Punkt)**

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Rewe über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 180l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 120 - 115g.
  - Ein Kilo Salat benötigt 140l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 280 - 510g.
  - Ein Kilo Avocado benötigt 1100l Wasser. Eine Avocado wiegt 130 - 420g.
  - Ein Kilo Blaubeeren benötigt 820l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.2 - 3.6g.
3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! **(3 Punkte)**

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2023 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $8 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 8.6%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 21.2% auf  $2.3 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Tonnen Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2022 exportiert? **(2 Punkte)**

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur zwei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 48 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 9 - 14 Liter pro Spülgang und 10 - 15 Liter pro Minute Duschen.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugeländen können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? **(1 Punkt)**

Das alles hätten Sie nicht von einem Studenten im Karohemd erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Datenquelle* im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

<sup>3</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: “Bis zum letzten Tropfen” in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und “Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?” in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

### 113. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_p = 1.7 \times 10^{-15}$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10^{-11}$

**Die Dampfnudelerde** “Was für einen Unsinn!“, rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 67 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde *heutzutage* so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.-18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>4</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung  $g$  der Erde *heutzutage* einen Wert von  $9.87 \text{ m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.289 \times 10^4 \text{ km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.86 \text{ g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden Waldelefanten mit 2.7t liegt bei 6t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 67 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  damals und heute erfahren hätten? *Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!*
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 67 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  auf Elefant und Dinosaurier! **(1 Punkt)**
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! **(2 Punkte)**
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 67 Millionen Jahren! **(2 Punkte)**
2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! **(1 Punkt)**

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.03 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.52 \times 10^8 \text{ km}$  angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 79% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von  $1.08 \text{ g/mol}$ , 8% Heliumkernen mit  $4.11 \text{ g/mol}$  sowie 13% weiteren Atomkernen mit  $69.18 \text{ g/mol}$ . Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen  $0.4$  bis  $100$  Teilchen  $\text{cm}^{-3}$  pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von  $5 \text{ cm}^{-3}$  pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! **(2 Punkte)**

<sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

## 114. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Gänse in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Gänse-Halter:innen nicht<sup>5</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Gänse für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^n (A_i \times PB_i) \quad A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$$

mit

- $SA$  dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten  $i$ .
- $A_i$  dem benötigten Platz für ein Verhalten  $i$ .
- $PB_i$  dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens  $i$ .
- $r_i$  dem Radius Gans plus dem benötigten Radius für das Verhalten  $i$ .
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten  $i$ .
- $i$  dem Verhalten: (1) standing, (2) foraging incl. scratching, (3) walking und (4) dustbathing.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten  $i$  aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jacobs et al. (2019)
standing	39cm; 23cm; 7.2%	28cm; 26cm; 4.5%	32cm; 32cm; 12.1%
foraging incl. scratching	25cm; 23cm; 4.3%	32cm; 37cm; 4.1%	27cm; 29cm; 4.1%
walking	28cm; 28cm; 0.8%	37cm; 24cm; 0.2%	25cm; 18cm; 0.2%
dustbathing	36cm; 27cm; 1.2%	39cm; 27cm; 0.5%	40cm; 31cm; 8.1%

1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für  $r$ ,  $R$  und  $PB$  aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! **(3 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz  $A$  für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot  $SA$  für alle betrachteten Verhalten! **(1 Punkt)**
4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Gänse für ein Verhalten  $i$ . Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! **(2 Punkte)**
5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Gänse in der Fläche  $A$ : „Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area  $A$ , we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ .“ Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $a$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? **(2 Punkte)**

<sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: [EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. \(2023\) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.](#)

## 115. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung „Europa und das Meer“ im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 50 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 72 Tagen zu beklagen; nach 110 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 222 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(1 Punkt)**

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht „[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.“ Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skorbut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $4000\mu\text{g}/50\text{mg}$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei  $105\text{mg}$  pro Tag für Männer.

3. Berechnen Sie die notwendige Menge in  $\text{kg}$  an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 24 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

## 116. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{27} \text{ kg}$ . Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 4000m kollabiert, wird die Sonne 35% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Gravitationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben<sup>6</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- $r_s$ , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- $G$ , gleich der Gravitationskonstante mit  $5.974 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 (\text{kg} \cdot \text{s}^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! **(1 Punkt)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius  $r$  des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! **(2 Punkte)**
6. Ein Amboss und ein Lolli stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzen Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

<sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: [Event Horizon – Am Rande des Universums](#)



## 117. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: „Where is everybody?“. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>7</sup>

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt *drei* Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.1198 \times 10^4 \text{ km/h}$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 250 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum *drei* Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 4.24 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $2 \times 10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  an.

1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit *einem einzigen Vervielfältigungsschritt* die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annäherungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
4. Bei einem vermuteten Alter der Erde von  $4.1 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $8 \times 10^7$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! **(2 Punkte)**

---

<sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: [Fermi-Paradoxon](#)

## 118. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die niedersächsischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 71 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 60 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 44 Königsellen. Eine Königselle misst 52.2cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 44 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in  $m$  ergibt sich? **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 3cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 4 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Knieschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 80% aus. In eine Schubkarre passen 100 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von  $12^\circ$ ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die niedersächsische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharaο (Nebenberuf *Versicherungsverteter*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die niedersächsische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um  $8^\circ$  ändert! **(2 Punkte)**

## 119. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 16km/h, geleitet von modernster Satellitentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die abwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung<sup>8</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
A	GCNQ1RC	1.0   5.0   Mikro
B	GC8ARXQ	2.0   3.5   Mikro
C	GC8Q5WL	4.0   1.0   Normal
D	GC2MCCJ	5.0   1.5   Klein
E	GCBQGN4	3.0   3.0   Klein

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AC}$  ist 3km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 6.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 2.1-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 30° nördlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 45° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E nördlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort B Ihre Cachertour.

1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Schwierigkeitschallenge zurück? **(5 Punkte)**
3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für *jeden einzelnen* Cache wird durch die Funktion

$$\text{Suchzeit} = 0.1 + 0.13 \cdot \text{Schwierigkeit}$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? **(3 Punkte)**

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 7m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 8.6m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? **(2 Punkte)**

<sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: [Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche](#).

## 120. Aufgabe

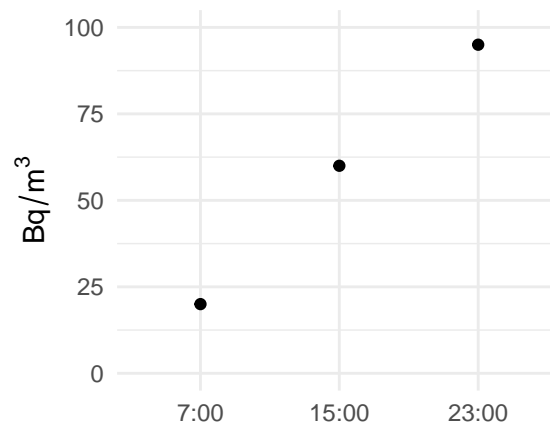
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 23:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>9</sup>.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $380Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? **(2 Punkte)**

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 1.8d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 160d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

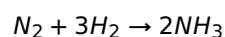
2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $380Bq/m^3$  auf unter  $110Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	78.1	28.4	
Sauerstoff	19.5	16.5	
Kohlenstoffdioxid	0.045	12.1	

3. Rechnen Sie die Volumenprozent (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! **(1 Punkt)**

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>10</sup>:



Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm  $kg$  können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? **(2 Punkte)**
5. Wieviel Ammoniak in  $mol$  erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? **(1 Punkt)**

<sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Atmende Wand](#)

<sup>10</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft](#)

## 121. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>11</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 466 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

mit

- $m$ , gleich der Masse [kg] des Objekts
- $h$ , gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- $v$ , gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- $g$ , gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von  $10mg$  zu gleichförmigen Bleikugeln bei einer Geschwindigkeit von  $11m/s$  bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von  $11m/s$  bilden? **(3 Punkte)**

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! **(2 Punkte)**
3. Sie messen eine Länge des Tropfens von  $3.5mm$ . Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von  $1.6mm$ . Welchen Durchmesser in  $mm$  haben Ihre produzierten Bleikugeln? **(3 Punkte)**

Sie haben jetzt die  $1.2 \times 10^6$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $11.23g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm  $kg$  sind die  $1.2 \times 10^6$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? **(1 Punkt)**

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 900 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall  $1.4cm$  Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

<sup>11</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

## 122. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrem Krokodilreservat in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht so die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: „Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!“. Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1875 ungefähr 26 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>12</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.1 \times 10^{10} - 1.4 \times 10^9 \cdot 2^{-0.1 \cdot t + 2.7}$$

1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion *annäherungsweise* in einer Abbildung! **(1 Punkt)**
2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 15 Jahren auf dem australischen Kontinent? **(1 Punkt)**

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 12 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfaktor von 1.4 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 13 Jahren Wachstum zu durchseuchen? **(1 Punkt)**

Das Myxoma Virus und das RHDV töteten 99.9% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 70% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? **(2 Punkte)**

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4400km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3400km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 9.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! **(2 Punkte)**

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 10\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 35\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 900 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? **(1 Punkt)**

<sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: [Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...](#)

## 123. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Ostfriesland. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer der Kuh Frida und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von  $200^\circ$  kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.6\times$ , Februar mit  $0.7\times$  und März mit  $1.2\times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.1
01. Feb 2023	1.5
01. Mrz 2023	3.5
01. Apr 2023	4.3

1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von  $210^\circ\text{C}$  zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Jonagoldplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Rentner abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit  $120\text{N}$ . Die elektrifizierten Rentner bringen eine Kraft von  $140\text{N}$  auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem  $50^\circ$  Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den  $1.5\text{t}$  schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? **(1 Punkt)**

## 124. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**In der Kartonagenfabrik** Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.8mm, 30-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 30cm und eine Breite von 20cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge  $x$  falzen.

1. Erstellen Sie eine Skizze des Kartonblattrohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben **(1 Punkt)**
2. Berechnen Sie die Falztiefe  $x$  für ein maximales Volumen des flachen Kartons! **(3 Punkte)**
3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe  $x$ ? **(1 Punkt)**
4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckelblattrohlings in  $\text{cm}^2$ ? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 90m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 90m Zaun bestimmen!

5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! **(1 Punkt)**



## 125. Aufgabe

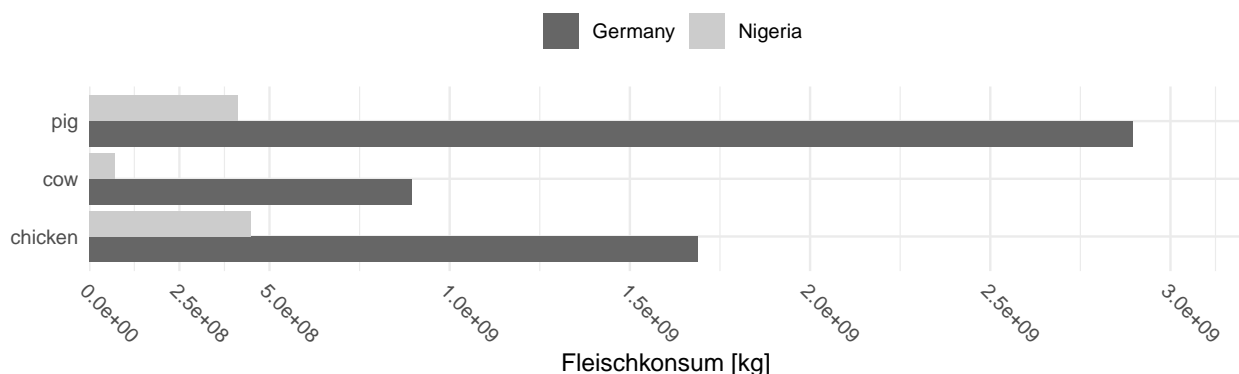
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



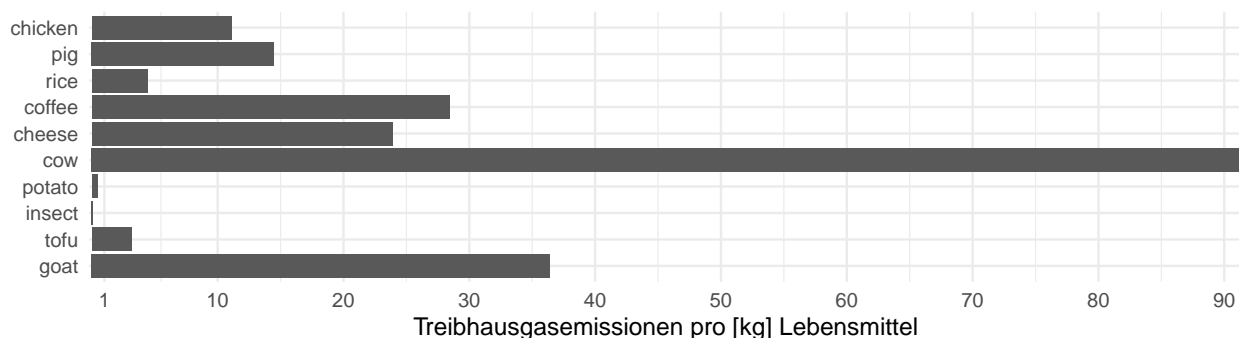
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen<sup>13</sup>. Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2023 leben ca.  $8 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.79 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2023 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2023 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! **(1 Punkt)**

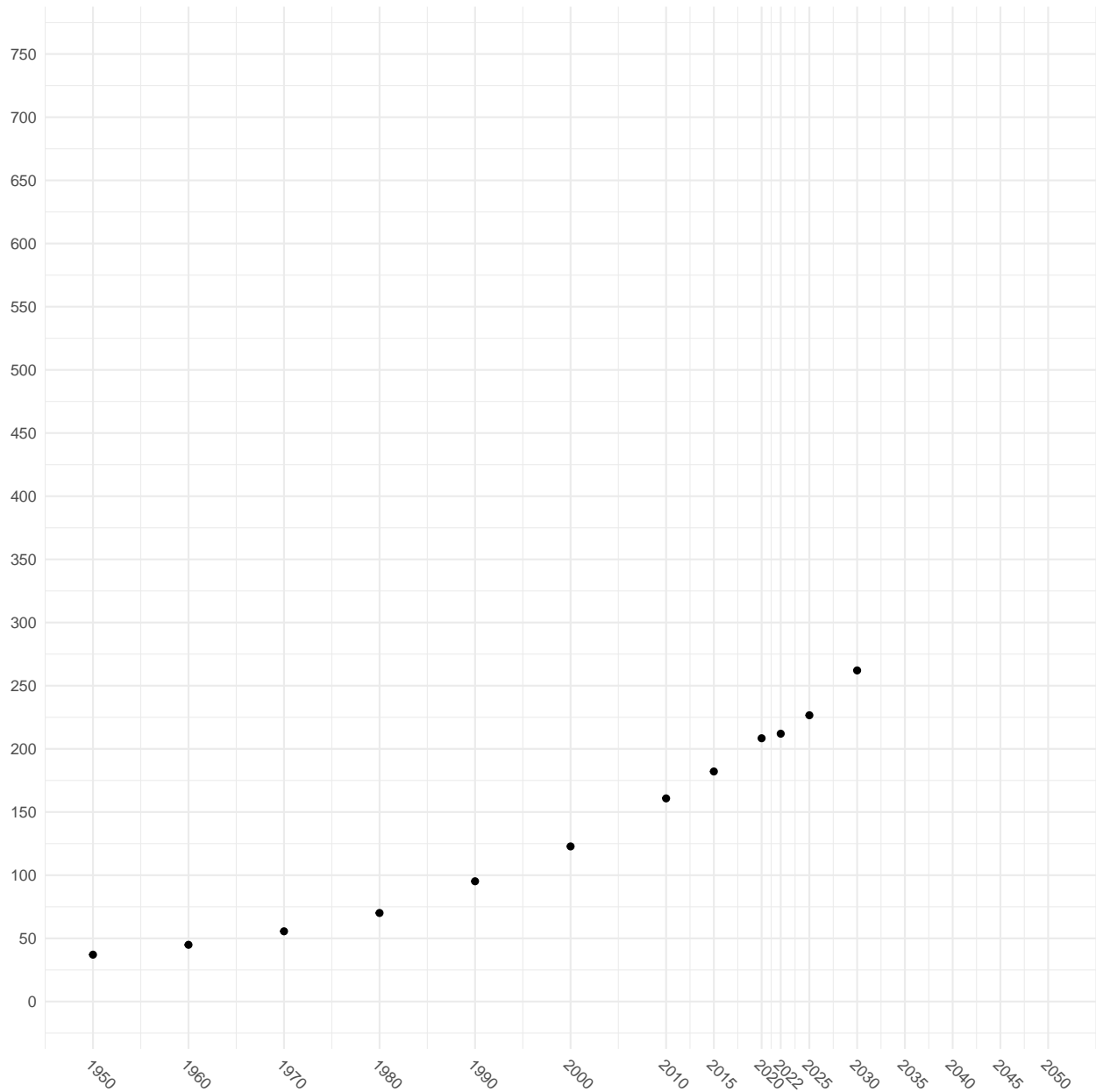
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO<sub>2</sub> pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2023 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! **(2 Punkte)**

<sup>13</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: [Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?](#)

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2023! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2023, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! **(1 Punkt)**

## 126. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem HNO-Arzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihr Partner über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.01% angenommen. In 96% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 0.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 4 \times 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>14</sup>.

1. Welche Wahrscheinlichkeit  $Pr$  wollen Sie berechnen? **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! **(1 Punkt)**
4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen  $n$  aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(1 Punkt)**

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

6. Tragen Sie  $TP$ ,  $TN$ ,  $FP$  und  $FN$  in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! **(2 Punkte)**
8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten  $Pr$  dar! **(2 Punkte)**

<sup>14</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

## 127. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des „passiven Einkommens“ abtauchen<sup>15</sup>.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von KH Gesund und Schön Components (KH-GSC). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 10 Prozent von 275 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut KH-GSC habe das Unternehmen  $3.8 \times 10^5$  aktive Partner.

1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma KH-GSC im Jahr 2022! **(1 Punkt)**
2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? **(1 Punkt)**
3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 20%? **(1 Punkt)**

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 150EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 20%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 1.75%, 0.75% und 0.25%. Jeder Ihrer angeworbenen „Partner“ wirbt wiederum drei Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt drei Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 5000EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! **(2 Punkte)**

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! **(3 Punkte)**

Sie mussten zum Einstieg bei KH-GSC Einheiten des Produkts für 6000EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 6.2% p.a. über 60 Monate finanzieren.

6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! **(2 Punkte)**
7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? **(1 Punkt)**
8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? **(1 Punkt)**

<sup>15</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: [Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt](#) und der Artikel: [Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden](#)

## 128. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Things* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 5 vierseitige Würfel ( $5d4$ ) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 4 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *genau* 4 Erfolge zu erzielen! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! **(1 Punkt)**

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln ( $2d6$ ) als Schaden oder das Schwert mit einem achtseitigen Würfel plus 7 ( $1d8+7$ ) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(1 Punkt)**

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $A$ , der Rettungswurf ist erfolgreich, ist  $Pr(A) = 0.6$ , die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $B$ , der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist  $Pr(B) = 0.75$ . Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgreichen Zauber funktioniert hat.

4. Erstellen Sie eine  $2 \times 2$  Kreuztabelle mit den Ereignissen  $A$  und  $B$  sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einem  $\Omega = 100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse  $A$  und  $B$ ! **(2 Punkte)**
5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! **(1 Punkt)**
6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der  $2 \times 2$  Kreuztabelle! **(2 Punkte)**
7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit  $Pr(A|B)$ , dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

## 129. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** „Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!“, ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmals eine Kaffeemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Thorsten und Frida das Team der drei Kandidaten.

Name	$P(\text{win})$	$P(\text{outbid})$
Thorsten	0.3	0.05
Frida	0.1	0.08

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? **(1 Punkt)**
2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit  $P(\text{outbid})$  bei 0.043 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit Catwoman um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 10 Feldern gewinnen Sie 3000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse **(2 Punkte)**
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 4000EUR? **(1 Punkt)**

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei „Geh aufs Ganze!“ mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! **(1 Punkt)**
7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(1 Punkt)**
8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(2 Punkte)**
9. Lösen Sie nun das „Ziegenproblem“! Berechnen Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählten Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

## Teil XII.

# Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

### 130. Aufgabe

(6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

### 131. Aufgabe

(8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_j + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- $Y_{ijkl}$ : l-te Beobachtung
- $\mu$ : Populationsmittel
- $Var_i$ : fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_j$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \leq 25$  Monate,  $EKA > 25$  Monate)
- $VarEKA_{ij}$ : fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- $V_k$ : zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} - L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

### 132. Aufgabe

(6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.