

*Nicht bestanden:* ☐

**Vorname:** \_\_\_\_\_

**Matrikelnummer:** \_\_\_\_\_

**Endnote:** \_\_\_\_\_

**Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)**

# Klausurfragen Bio Data Science

**für Pflichtmodule**

**im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.**

**(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)**

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz  
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur  
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25

*„The test of a student is not how much he knows,  
but how much he wants to know.“  
— Alice W. Rollins*

### Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- **Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!**
- *You can answer the questions in English without any consequences.*

### Endnote

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 71 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 91 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
87.0 - 91.0	1,0
82.5 - 86.5	1,3
78.0 - 82.0	1,7
73.5 - 77.5	2,0
69.0 - 73.0	2,3
64.5 - 68.5	2,7
60.0 - 64.0	3,0
55.5 - 59.5	3,3
51.0 - 55.0	3,7
45.5 - 50.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

## Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	B	C	D	E	✓
<b>Aufgabe 1</b>						
<b>Aufgabe 2</b>						
<b>Aufgabe 3</b>						
<b>Aufgabe 4</b>						
<b>Aufgabe 5</b>						
<b>Aufgabe 6</b>						
<b>Aufgabe 7</b>						
<b>Aufgabe 8</b>						
<b>Aufgabe 9</b>						
<b>Aufgabe 10</b>						

- Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

## Rechen- und Textaufgaben

<b>Aufgabe</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>Punkte</b>	8	9	10	10	10	12	12

- Es sind \_\_\_\_ von 71 Punkten erreicht worden.

## Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben **unterliegen dem Zufall**. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit **verschiedene Textvarianten**. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Versionen. Der Text mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

### ANOVA

#### 1 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen einen Versuch mit einer Behandlung und drei Faktorleveln durch. Danach rechnen Sie eine einfaktorielle ANOVA und es ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.12$ . Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Das  $\eta^2$  wird genutzt um zu erfahren welchen Anteil der Varianz die Behandlungsbedingungen erklären.
- B ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- C ☐ Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.
- D ☐ Das  $\eta^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- E ☐ Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

#### 2 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Maiss zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.26$ . Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Es werden 26% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- B ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- C ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 26% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 74%.
- D ☐ Es werden 26% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- E ☐ Mit dem  $\eta^2$  lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein  $\eta^2$ -Wert von 1 zu bevorzugen ist.

#### 3 Aufgabe

(2 Punkte)


Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- A ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- B ☐ Die F-Statistik wird berechnet indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich kaum von der Null unterscheidet kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- C ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

- D** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- E** ☐ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.

#### 4 Aufgabe

(2 Punkte)

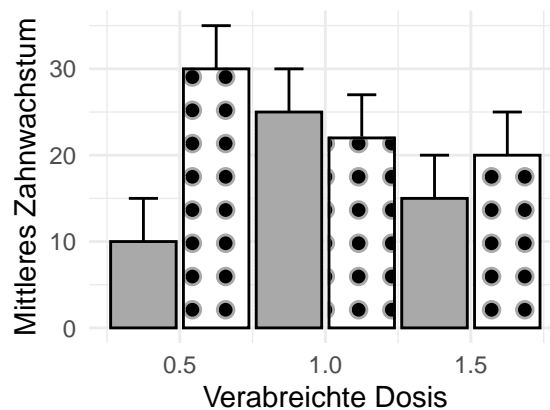
Wenn Sie mehr als zwei Gruppen als Behandlungen vorliegen haben, dann kann ein einfacher t-Test nicht für den globalen Vergleich genutzt werden. Sie entscheiden sich für eine ANOVA in . Die ANOVA analysiert dabei...

- A** ☐ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- B** ☐ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- C** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss ein Posthoc-Test angeschlossen werden.
- D** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz in den verschiedenen Behandlungsgruppen und der Varianz in einer der Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in einer der Gruppen exakt zu bestimmen.
- E** ☐ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

#### 5 Aufgabe

(2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin E auf das Zahnwachstum bei Igeln entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde an 47 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA richtig?



- A** ☐ Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ )
- B** ☐ Eine Korrelation liegt vor ( $p \leq 0.05$ ).
- C** ☐ Eine positive Interaktion liegt vor ( $p \leq -0.5$ )
- D** ☐ Keine Korrelation liegt vor ( $p \geq 0.05$ ).
- E** ☐ Keine Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ ).

## Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

### 6 Aufgabe

(2 Punkte)

Gegeben ist  $y$  mit 10, 12, 6, 14 und 15. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.

- A ☐ Es ergibt sich 10.4 +/- 6.4
- B ☐ Es berechnet sich 11.4 +/- 12.8
- C ☐ Sie erhalten 11.4 +/- 1.79
- D ☐ Sie erhalten 11.4 +/- 1.89
- E ☐ Sie erhalten 11.4 +/- 3.58

### 7 Aufgabe

(2 Punkte)

Gegeben ist  $y$  mit 24, 27, 28, 18, 33, 24 und 63. Berechnen Sie den Median, das 1<sup>st</sup> Quartile sowie das 3<sup>rd</sup> Quartile.

- A ☐ Es berechnet sich 27 [24; 33]
- B ☐ Es berechnet sich 28 [25; 32]
- C ☐ Es ergibt sich 31 +/- 24
- D ☐ Es berechnet sich 31 [25; 34]
- E ☐ Sie erhalten 27 [22; 31]

### 8 Aufgabe

(2 Punkte)

Die empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für die Visualisierung mit einem Dotplot sind...

- A ☐ Damit wir hier sauber eine Abbildung von einem
- B ☐ 2-5 Beobachtungen.
- C ☐ 1 Beobachtung.
- D ☐ Wir brauchen fünf oder mehr Beobachtungen.
- E ☐ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.

### 9 Aufgabe


(2 Punkte)

Um die Varianz zu berechnen müssen wir folgende Rechenoperationen durchführen.

- A ☐ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
- B ☐ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl.
- C ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
- D ☐ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl. Nicht zu vergessen, am Ende dann noch die Wurzel zu ziehen.
- E ☐ Den Median berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.

## 10 Aufgabe

(2 Punkte)

Nachdem Sie eine ANOVA und die paarweisen t-Tests über das  Paket {emmeans} durchgeführt haben, müssen Sie Ihre Daten nochmal zur Überprüfung visualisieren. Sie entscheiden sich für den Boxplot. Welche statistischen Maßzahlen stellt der Boxplot dar?

- A** ☐ Der Boxplot stellt die Mittelwerte und die Standardabweichung dar.
- B** ☐ Der Boxplot stellt den Median und die Quartile dar.
- C** ☐ Den Mittelwert und die Varianz.
- D** ☐ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.
- E** ☐ Der Boxplot stellt den Median und die Streuung dar.

## 11 Aufgabe

(2 Punkte)

Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich in Ihren Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Brokoli. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn keine Outlier in den Daten vorliegen.
- B** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verwenden den Datensatz so wie er ist.
- C** ☐ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- D** ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.
- E** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.

## 12 Aufgabe

(2 Punkte)

Um zu Überprüfen, ob die Daten die Annahme einer Varianzhomogenität genügen, können wir folgende Visualisierung nutzen. Dabei kommt dann auch die entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität zur Anwendung.

- A** ☐ Einen Boxplot. Das IQR muss über alle Behandlungen zusammen mit den Whiskers ungefähr gleich aussehen.
- B** ☐ In einer explorativen Datenanalyse nutzen wir den Boxplot. Dabei sollte der Median als dicke Linie in der Mitte der Box liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- C** ☐ In einer explorativen Datenanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- D** ☐ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höheren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Varianzhomogenität angenommen werden.
- E** ☐ Nach dem Einlesen der Daten nutzen wir einen Barplot um zu schauen, ob alle Mittelwerte über alle Behandlungen in etwa gleich groß sind. Damit ist dann auch die Varianz in allen Behandlungen in etwa gleich.

### 13 Aufgabe

(2 Punkte)

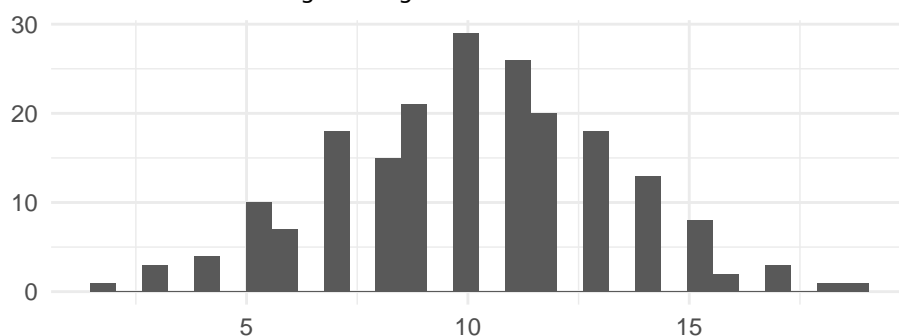
In der Statistik müssen wir häufig überprüfen, ob unser Outcome einer bestimmten Verteilung folgt. Meistens überprüfen wir, ob eine Normalverteilung vorliegt. Folgende drei Abbildungen eignen sich im Besonderen für die Überprüfung einer Verteilungsannahme an eine Variable.

- A ☐ Barplot, Mosaicplot, Violinplot
- B ☐ Densityplot, Boxplot, Violinplot
- C ☐ Histogramm, Scatterplot, Boxplot
- D ☐ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot
- E ☐ Violinplot, Scatterplot, Barplot

### 14 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben  $n = 178$  Pflanzen geerntet und wollen sich nun die Verteilung der Pflanzen einmal in einem Histogramm anschauen. Welche Verteilung ist dargestellt?



- A ☐ Wir haben eine Poisson-Verteilung vorliegen.
- B ☐ Eine Standardnormalverteilung.
- C ☐ Eine multivariate Normalverteilung.
- D ☐ In dem Histogramm ist eine Normalverteilung dargestellt.
- E ☐ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.

## Lineare Regression & Korrelation

### 15 Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie ein prädiktives Modell rechnen. Jetzt stellt sich die Frage, was diese Entscheidung für Ihre Auswertung bedeutet. Welche Aussage ist richtig?

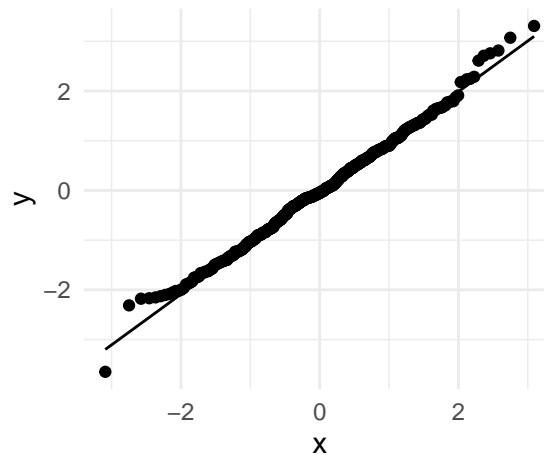
- A ☐ Wenn ein prädiktives Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von  $X$  auf  $Y$  zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen  $X$  auf den gemessenen Endpunkt  $Y$  aus?
- B ☐ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$  wenn ein prädiktives Modell gerechnet wird. Dabei kann nicht der gesamte Datensatz genutzt werden. Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt.
- C ☐ Ein prädiktives Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über  $\beta_i$  können hier nicht festgestellt werden.
- D ☐ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Modellieren des Trainingsmodells benötigt. Der Testdatensatz dient rein zur Visualisierung. Dies gilt vor allem für ein prädiktives Modell.
- E ☐ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt. Der Testdatensatz dient zur Validierung. Dies gilt insbesondere für ein prädiktives Modell.



## 16 Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einer Regressions sollten die Residuen normalverteilt sein. Was bei einer simplen Regression noch relativ einfach visuell in einem Scatterplot zu überprüfen ist. Für komplexere Modell liefert der QQ-Plot die notwendigen Informationen über die Normalverteilung. Welche Aussage ist richtig?

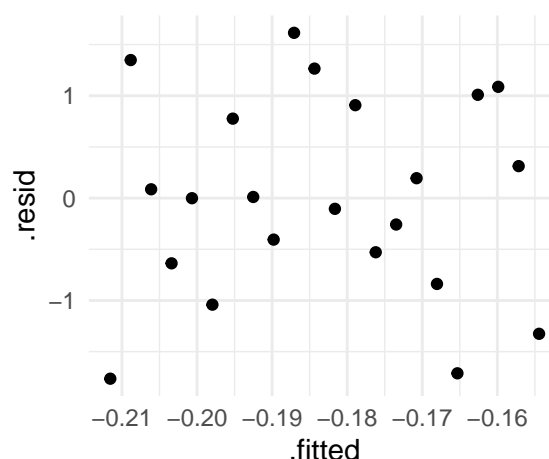


- A** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- B** ☐ Wir betrachten insbesondere die beiden Enden der Gerade. Der Rest ist mehr oder minder egal, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- C** ☐ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade in dem IQR, also dem ersten und dritten Quartile. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- D** ☐ Wir betrachten die Gerade, die durch die einzelnen Punkte laufen sollte. Wenn die 95% der Punkte von der Geraden getroffen werden, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.

## 17 Aufgabe

(2 Punkte)

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (. resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- A** ☐ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem positiven Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.

- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- D** ☐ Wenn wir die Nulllinie betrachten so müssen die Punkte gleichmäßig über der Nulllinie liegen. Unser Modell erfüllt somit nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von  $> 0$  und einer Streuung von  $s$ .
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Ein klares Muster ist zu erkennen und/oder einige Outlier sind zu beobachten.

## 18 Aufgabe

(2 Punkte)

In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zu verstehen. Welche Aussage zu dem Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig?

- A** ☐ Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.
- B** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  wird wie das  $\eta^2$  aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden.
- C** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- D** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen  $x$  und  $y$  bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.
- E** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos und kann als standardisierte Steigung verstanden werden.

## 19 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben ein Feldexperiment mit Spitzkohl durchgeführt und wollen nun in einer simplen linearen Regression den Einfluss der  $CO_2$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf das Wachstum in  $[kg]$  untersuchen. Sie erhalten einen  $\beta_{CO_2}$  Koeffizienten von  $1.1 \times 10^{-5}$  und einen  $p$ -Wert mit 0.00051. Welche Aussage zu der Signifikanz und dem Effekt ist richtig?

- A** ☐ Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable  $X$  zu groß gewählt, so dass der Anstieg von 1 Einheit in  $X$  zu einer zu großen Änderung in  $y$  führt. Daher kann der Effekt  $\beta_{CO_2}$  sehr klein wirken, da der  $p$ -Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- B** ☐ Die Einheit der  $CO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen  $p$ -Wert. Der  $p$ -Wert und die Einheit von der  $CO_2$ -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- C** ☐ Das Gewicht und die  $CO_2$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_{CO_2}$  Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum  $p$ -Wert.
- D** ☐ Wenn der Effekt  $\beta_{CO_2}$  winzig ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in  $X$  führt ja zu einer Änderung von  $\beta_{CO_2}$  in  $x$ . Wir müssen daher die Einheit von  $y$  entsprechend anpassen.
- E** ☐ Wenn der Effekt  $\beta_{CO_2}$  sehr klein ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in  $X$  führt ja zu einer Änderung von  $\beta_{CO_2}$  in  $y$ . Daher ist hier mit einer anderen Einheit in den Daten zu rechnen, so dass wir hier einen besser formatierten Effekt sehen. Der  $p$ -Wert stammt aus einer einheitslosen Teststatistik.

## 20 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen nach der explorativen Datenanalyse (EDA) Ihre Daten in der Abschlussarbeit auswerten. Nach einiger Recherche finden Sie heraus, dass Sie zuerst die Daten mit der Funktion `lm()` in **R** modellieren müssen. Welche Anwendung folgt drauf?

- A** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in `{emmeans}` gerechnet werden. In der Funktion `lm()` werden die Gruppenvarianzen bestimmt.
- B** ☐ Die Funktion `lm()` berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenanalyse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion `lm()` schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- C** ☐ Ist die Einflussvariable  $X$  numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich.
- D** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** wird klassischerweise für die lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable  $X$  ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich.
- E** ☐ Ist die Einflussvariable  $X$  ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich. Die Funktion `lm()` kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.

## 21 Aufgabe

(2 Punkte)

Wenn Ihr gemessener Endpunkt nicht einer Normalverteilung folgt, so können Sie dennoch Ihre Daten modellieren. Hierzu nutzen Sie dann das *generalisierte lineare Modell (GLM)*. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das  $X$  bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.
- B** ☐ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- C** ☐ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das  $Y$  bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.
- D** ☐ In **R** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in **R** auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- E** ☐ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen sich polygonale Regressionen rechnen. Somit stehen neben der Normalverteilung noch weitere Verteilungen zu Verfügung.

## Vermischte Themen

## 22 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** ☐ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- B** ☐ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- C** ☐ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- D** ☐ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- E** ☐ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.

## 23 Aufgabe

(2 Punkte)

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in **R** auswerten wollen. Welcher Aussage ist richtig?

- A** ☐ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Die Nutzung von englischer Sprache umgeht dieses Problem in eleganter Art.
- B** ☐ **R** Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn **R** daher in Deutsch zu bedienen.
- C** ☐ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von **R** untersagt.
- D** ☐ Die Spracherkennung von **R** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- E** ☐ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.

## 24 Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie zu Beginn eine explorativen Datenanalyse (EDA) in **R** rechnen. Dafür gibt es eine generelle Abfolge von Prozessschritten. Welche ist hierbei die richtige Reihenfolge?

- A** ☐ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.
- B** ☐ Wir lesen als erstes die Daten über read\_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen.
- C** ☐ Wir lesen als erstes die Daten über read\_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
- D** ☐ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- E** ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in **R** müssen wir als erstes die Daten über read\_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.

## 25 Aufgabe

(2 Punkte)

Es sei  $s_1^2 \neq s_2^2$  in dem Modell  $Y \sim X$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- B** ☐ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- C** ☐ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.
- D** ☐ Es liegt Varianzheterogenität vor.
- E** ☐ Es handelt sich um ein balanciertes Design.

## 26 Aufgabe

(2 Punkte)

In einem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher im statistischen Sinne...

- A** ☐ Die Ferkel stammen vom gleichen Muttertier und haben vermutlich eine ähnlichere Varianzstruktur als die Ferkel von anderen Sauen. Die Ferkel sind untereinander über die Mutter abhängig.
- B** ☐ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgemein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- C** ☐ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und somit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.
- D** ☐ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- E** ☐ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.

## 27 Aufgabe

(2 Punkte)

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Risk ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Rinder in 5 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 7 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das Verhältnis der Anteile Risk ratio ergibt ein Anteilsverhältnis von 0.42. Wir sind am Anteil der Kranken interessiert.
- B** ☐ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.42.
- C** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.71, da es sich um ein Anteil handelt.
- D** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 1.4, da es sich um ein Anteil handelt.
- E** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.71, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt

## 28 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergebnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
- B** ☐ Eine große Fallzahl führt zu mehr signifikanten Ergebnissen auch bei kleinen Effekten. Daher werden fast alle Vergleich signifikant, wenn die Fallzahl nur groß genug wird.
- C** ☐ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fallzahl ( $n > 10000$ ) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- D** ☐ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- E** ☐ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gängige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.

## Multiple Gruppenvergleiche

### 29 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.42, 0.03, 0.34, 0.21 und 0.89. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.084, 0.006, 0.068, 0.042 und 0.178. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- B** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 2.1, 0.15, 1.7, 1.05 und 4.45. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- C** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.15, 1, 1 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- D** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.084, 0.006, 0.068, 0.042 und 0.178. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
- E** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.15, 1, 1 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.

### 30 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Abkürzung CLD steht für welches statistische Verfahren? Welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- A** ☐ Compact letter detection. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt.
- B** ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- C** ☐ Compact letter display. Das CLD ist umstritten, da es die Gleichheit der Behandlungen durch gleiche Buchstaben darstellt. Dadurch ist das CLD nicht mehr sauber auf einer Linie mit dem statistischen Testen. Wir lehnen die Nullhypothese ab und zeigen keine Gleichheit im statistischen Testen.
- D** ☐ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- E** ☐ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.

### 31 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben eine zweifaktorielle ANOVA gerechnet und wollen nach einem signifikanten Ergebnis in dem Gruppenfaktor einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür und welche Eigenschaften des Paktes sind korrekt?

- A** ☐ Das R Paket {lm}. Das Paket {lm} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- B** ☐ Da Sie für Ihre Bachelorarbeit einen Barplot mit CLD brauchen nutzen Sie das R Paket {emmeans} welches Ihnen schnell die notwendigen Informationen liefert um einen Barplot zu erstellen. Die Berechnung eines CLD ist hierbei auch einfach.
- C** ☐ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- D** ☐ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- E** ☐ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.

### 32 Aufgabe

(2 Punkte)

In den Humanwissenschaften werden multiple Vergleiche häufig anders behandelt als in den Agrarwissenschaften. In beiden Bereichen tritt jedoch das gleiche Phänomen bei multiplen Testen auf. Wie muss mit dem Phänomen umgegangen werden und wie ist es benannt?

- A** ☐ Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\beta$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Powerniveau liegt nicht mehr bei 80% sondern sehr viel niedriger.
- B** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\beta$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.
- C** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Deflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die p-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt
- D** ☐ Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.

### 33 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen mehrere t-Tests für einen multiplen Vergleich nachdem eine einfaktorielle ANOVA sich als signifikant herausgestellt hat. Welche Aussage im Bezug auf den Effekt ist richtig?

- A** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\Delta$ -Inflation kommen. Das globale Effektniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die Effekte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Effekte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.
- B** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
- C** ☐ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- D** ☐ Beim multiplen Testen muss der Effekt, hier der Mittelwertsunterschied  $\Delta$  aus den paarweisen t-Tests, nicht adjustiert werden.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\Delta$ -Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die  $\Delta$ -Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der  $\Delta$ -Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die  $\Delta$ -Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.

## Statistische Testtheorie

### 34 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage zum mathematische Ausdruck  $Pr(D|H_0)$  ist richtig?

- A** ☐ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- B** ☐  $Pr(D|H_0)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T_D$  aus den Daten  $D$  zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- C** ☐  $Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

- D** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten  $D$  zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.
- E** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativhypothese und somit  $1 - Pr(H_A)$

### 35 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Testtheorie hat einen philosophischen Unterbau. Eins der Prinzipien ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- A** ☐ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
- B** ☐ ... dass ein minderwertes Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- C** ☐ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- D** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird.
- E** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

### 36 Aufgabe

(2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau  $\alpha$  genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegung auf 5% als Signifikanzschwelle ist richtig?

- A** ☐ Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante mit einem Rang einer Naturkonstante.
- B** ☐ Die Festlegung von  $\alpha = 5\%$  ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von  $\alpha$  wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.
- C** ☐ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- D** ☐ Als Kulturkonstante hat  $\alpha = 5\%$  den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- E** ☐ Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde  $\alpha = 5\%$  festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistische Modelle heute immer wieder ignoriert.

### 37 Aufgabe

(2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das „*signal*“ mit dem „*noise*“ aus den Daten  $D$  zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

- A** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}^2}$
- B** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{noise}}{\text{signal}}$
- C** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}}$
- D** ☐ Es gilt  $T_D = (\text{signal} \cdot \text{noise})^2$
- E** ☐ Es gilt  $T_D = \text{signal} \cdot \text{noise}$



### 38 Aufgabe

(2 Punkte)

Eine Analogie kann helfen einen Sachverhalt besser zu verstehen. Wie kann folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie gesetzt werden?

*$H_0$  beibehalten obwohl die  $H_0$  falsch ist*

- A ☐ Dem  $\beta$ -Fehler mit der Analogie eines brennenden Hauses: *Fire without alarm*.
- B ☐ *Alarm with fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie von Feuer.
- C ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm with fire*.
- D ☐ Dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie eines Rauchmelder: *Alarm without fire*.
- E ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*, dem  $\beta$ -Fehler.

### 39 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie lesen eine wissenschaftliche Arbeit, die damit wirbt, dass Effekte und Signifikanz nicht separat dargestellt sind, sondern in einer statistischen Maßzahl zusammen. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- B ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der  $\alpha$ -Schwelle zu definieren.
- C ☐ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualisierung des Konfidenzintervalls eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.
- D ☐ Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- E ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall bringt durch eine Visualisierung und zwei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der definierten Signifikanzschwelle zu definieren.

### 40 Aufgabe

(2 Punkte)

Ein statistischer Test produziert für einen Gruppenvergleich einen p-Wert. Welche Aussage zusammen mit dem Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% stimmt?

- A ☐ Wir vergleichen die Effekte des p-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- B ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt.
- C ☐ Wir schauen, ob der p-Wert größer ist als das Signifikanzniveau  $\alpha$  und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststatistik dargestellt, wenn die  $H_A$  gilt.
- D ☐ Wir machen eine Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$ , wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten verglichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- E ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die  $H_0$  gilt.

## 41 Aufgabe

(2 Punkte)

Um die Ergebnisse eines statistischen Tests und die damit verbundene Theorie besser zu verstehen, kann eine Analogie zur Wettervorhersage genutzt werden. Welche Analogie zu der Testtheorie trifft am meisten zu?

- A** ☐ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- B** ☐ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- C** ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten  $D$  wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- D** ☐ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- E** ☐ Die Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: der statistische Test erlaubt es die Wahrscheinlichkeit für Regen abzuschätzen jedoch nicht die Menge und somit den Effekt.

## 42 Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie eine Aussage über die untersuchte Population treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage treffen?

- A** ☐ Ja, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.
- B** ☐ Ja, wir können die untersuchte Population nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zur Population. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.
- C** ☐ Weder eine Aussage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- D** ☐ Ja, die untersuchte Population können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten dann eine Aussage zur Population.
- E** ☐ Nein, es ist nicht möglich die untersuchte Population mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann leider keine Aussage zur Population.

## 43 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die *Power* ist richtig?

- A** ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- B** ☐ Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die  $H_A$  abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- C** ☐ Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 20% *bewiesen wird*. Die Power ist  $1 - \beta$  mit  $\beta$  gleich 80% gesetzt.
- D** ☐ Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $H_0$  *bewiesen wird*.
- E** ☐ Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 80% *bewiesen wird*. Die Power ist  $1 - \beta$  mit  $\beta$  gleich 20% gesetzt.

#### 44 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen statistischen Test und erhalten neben dem p-Wert noch einen Effekt wiedergegeben. Welche Aussage zum Effekt ist richtig?

- A** ☐ Der Forschende muss am Ende wissen, ob das Ergebnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil einer Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Anteilen.
- B** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistischen Tests.
- C** ☐ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Ergebnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experiments vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- D** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.
- E** ☐ Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das  $\eta^2$  aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutend zu bewerten ist.

#### 45 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand der berechneten Teststatistik gegen die Nullhypothese ist richtig?

- A** ☐ Ist  $Pr(D|H_0)$  kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- B** ☐ Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- C** ☐ Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- D** ☐ Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- E** ☐ Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.

#### 46 Aufgabe

(2 Punkte)

Ein statistischer Test benötigt für die richtige Durchführung Hypothesen  $H$ , sonst ist der Test nicht zu interpretieren. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Mit der Nullhypothese  $H_0$  und der Alternativhypothese  $H_A$  oder  $H_1$  gibt es zwei Hypothesen.
- B** ☐ Die Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$  sind rein prosaischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- C** ☐ Es gibt - bedingt durch das das Falsifikationsprinzip - ein Set von  $k$  Nullhypothesen, die iterative gegen  $k - 1$  Alternativhypothesen getestet werden.
- D** ☐ Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus  $k$  Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- E** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaar gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativhypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.

## Statistische Tests für Gruppenvergleiche

### 47 Aufgabe

(2 Punkte)

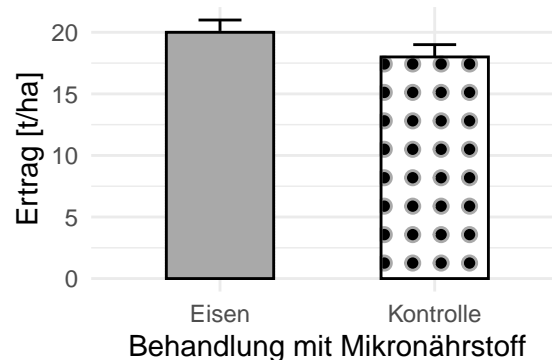
Nach einem Feldexperiment wollen Sie zwei Gruppen mit einem Welch t-Test vergleichen. Welche Aussage ist auch für den Student t-Test richtig?

- ☐ A Der t-Test testet generell zu einem erhöhten  $\alpha$ -Niveau von 20%.
- ☐ B Der t-Test vergleicht zwei Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- ☐ C Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- ☐ D Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- ☐ E Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.

### 48 Aufgabe

(2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Eisen auf den Ertrag in t/ha von Mais im Vergleich zu einer Kontrolle entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde in 12 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage ist im Bezug auf einen t-Test ist richtig?



- ☐ A Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 0.2.
- ☐ B Die Barplots deuten auf kein signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 2.
- ☐ C Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 2. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- ☐ D Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 2 unter einer groben Abschätzung. Wir müssen aber eine ANOVA rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- ☐ E Der Test deutet auf einen signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei 2.

### 49 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen gepaarten t-Test, da Ihre Beobachtungen verbunden sind. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- ☐ A Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.
- ☐ B Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir die Differenz zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Differenzen rechnen wir den gepaarten t-Test.

- C** ☐ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz  $d$  dient dann zur Differenzbildung.
- D** ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.
- E** ☐ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhängigkeit nicht mehr vorliegen haben.

## 50 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen paarweise t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Rapsorten in Ihrem Experiment durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Ihr Experiment beinhaltet vier Rapsorten und eine ANOVA ergibt  $p = 0.048$  für den Ertrag. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2} = 0.051$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.
- B** ☐ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests verlieren immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.
- C** ☐ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
- D** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- E** ☐ Hier kommt der Effekt der steigenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterschied nachweisen.

## Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

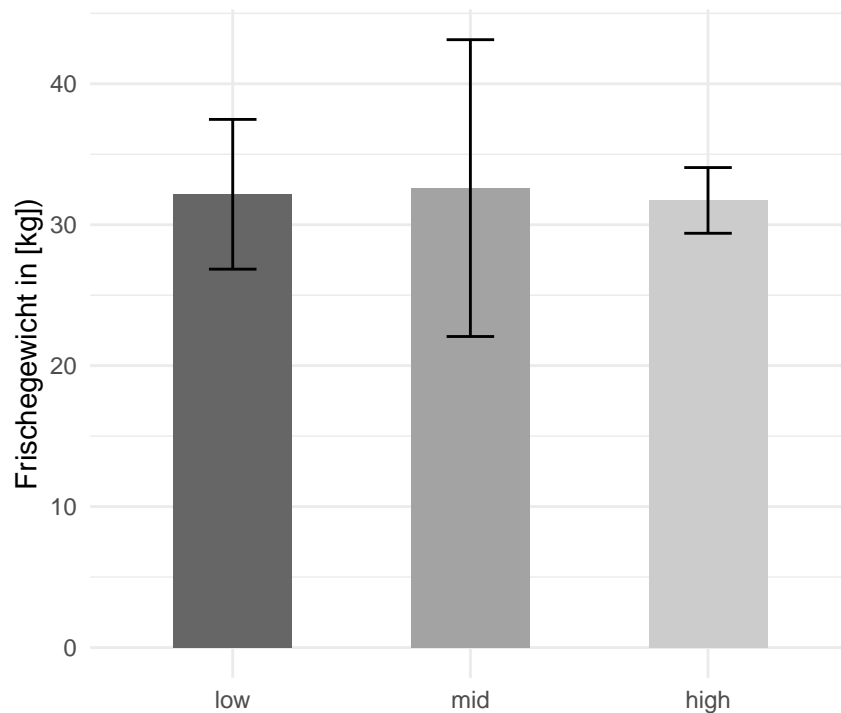
### 51 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Adele soll in ihrer Projektbericht Erdbeeren untersuchen. Die Behandlung in ihrer Projektbericht werden verschiedene Bewässerungstypen (*low*, *mid* und *high*) sein. Erheben wird Adele als Messwert (*Y*) *Frischegewicht* benannt als *freshmatter* in ihrer Exceldatei. Von ihrer Betreuer erhält sie nun folgende Abbildung von Barplots, die sie erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor sie mit dem eigentlichen Versuch beginnt.



Leider kennt sich Adele mit der Erstellung von Barplots in nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
2. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im üblichen Format! **(2 Punkte)**
3. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 52 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Paula nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach ihrem Betreuer nun Barplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Die Behandlung für Brokoli waren verschiedene Lüftungssysteme und Folientunnel (*ctrl*, *storm* und *tornado*). Erfasst wurde von Paula als Outcome (Y) *Frischegewicht*. Paula hat dann *freshmatter* in ihrer Exceldatei eintragen.

treatment	freshmatter
ctrl	40.9
ctrl	36.0
ctrl	31.0
storm	41.8
ctrl	30.1
storm	36.3
tornado	36.7
storm	36.5
storm	34.3
tornado	40.9
ctrl	37.2
tornado	45.9

Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Brokoli! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Brokoli erwarten würden, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! **(1 Punkt)**

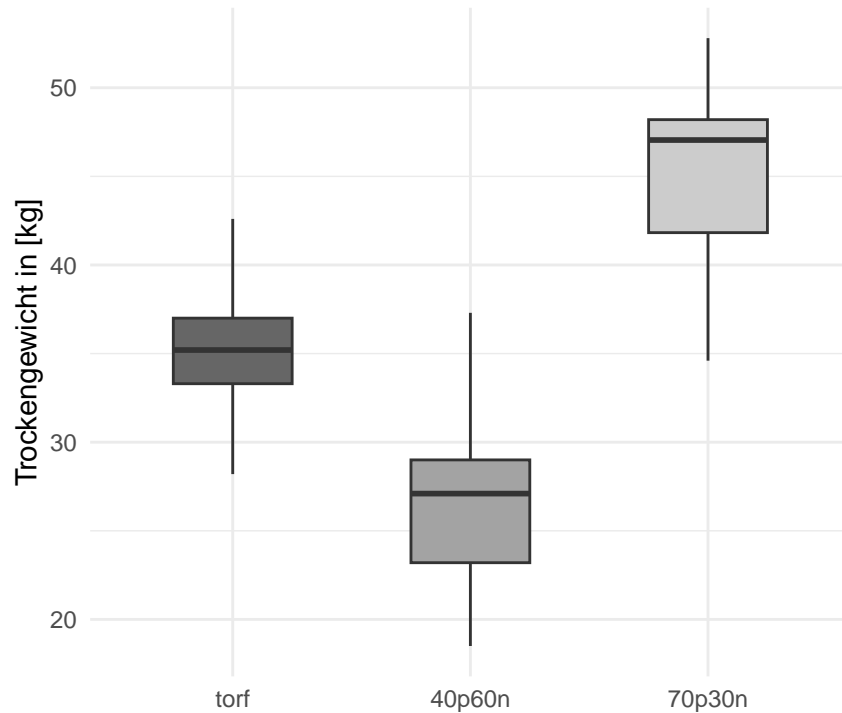
### 53 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Eric soll in seiner Projektbericht Erbsen untersuchen. Die Behandlung in seiner Projektbericht werden verschiedene Substrattypen (*torf*, *40p60n* und *70p30n*) sein. Erheben wird Eric als Endpunkt (*Y*) *Trockengewicht* benannt als *drymatter* in seiner Exceldatei. Von seiner Betreuerin erhält er nun folgende Abbildung von Boxplots, die er erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor er mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen.



Leider kennt sich Eric mit der Erstellung von Boxplots in nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 54 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Mark nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Boxplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach seiner Betreuerin nun Boxplots aus seinen Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von  $Y$  treffen. Die Behandlung für Maiss waren verschiedene Genotypen (AA und BB). Erfasst wurde von Mark als Messwert ( $Y$ ) *Trockengewicht*. Mark hat dann *drymatter* in seiner Exceldatei eintragen.

treatment	drymatter
AA	25.4
AA	19.2
BB	47.7
AA	31.7
BB	36.4
BB	45.1
BB	47.3
BB	36.9
BB	42.3
BB	35.8
AA	21.0
AA	28.5
AA	29.2
BB	39.2
AA	27.9
AA	26.3

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine *gerade* Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! **(1 Punkt)**

## 55 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Gespräch mit seiner Betreuerin wird Mark gebeten seine Daten aus einem Leistungssteigerungsversuch mit Hühner in einem Histogramm darzustellen. In seinem Experiment hat er die dunklen Pigmentstörungen erst fotografiert und dann ausgezählt. Laut seiner Betreuerin soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die dunklen Pigmentstörungen zu bestimmen.

Die dunklen Pigmentstörungen: 2, 7, 4, 2, 4, 0, 7, 2, 4, 3, 2, 2, 5, 5, 2, 1, 4, 5, 5, 2, 4, 4, 6, 1, 5, 6, 1, 4, 3, 4, 3, 6, 3

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie aus den Daten die *Chance* mehr als die Anzahl 6 zu beobachten! **(1 Punkt)**

## 56 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In ihrer Hausarbeit möchte Sabine gerne die Daten aus einem Versuch in einer Klimakammer mit Kartoffeln in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihr dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über den Messwert (Y) zu treffen. In seinem Experiment hat Sabine die mittleren Läsionen auf den Blättern gezählt.

Die mittleren Läsionen auf den Blättern: 9.7, 10.8, 4.3, 8.8, 12.7, 9.4, 7.9, 9.6, 11.4, 10.7, 10.5, 8.3, 7.9, 10.6, 11.8, 12.1, 6.2, 13.4, 13.4, 10.6, 11.6, 7.7, 9.3, 9, 8, 10.4, 11.5, 10.9

Leider kennt sich Sabine mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

## 57 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Feldexperiment für die Bodendurchlässigkeit wurde der Niederschlag pro Parzelle sowie der durchschnittliche Ertrag gemessen. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

Durchschnittliche Tagestemperatur [C/d]	Schlachtgewicht [kg]
24.7	34.0
23.4	33.9
30.5	44.8
18.7	29.8
23.3	30.3
21.6	31.8
22.9	32.4
17.4	28.8
26.5	39.5
16.4	23.8
24.4	35.3
13.6	20.7

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! **(3 Punkte)**
4. Wenn *kein* Effekt von  $x$  auf  $y$  vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

## 58 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *OutEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem jeweiligen beobachteten Infektionsstatus bei Spargel.

pesticide	infected
OutEx	yes
OutEx	yes
RoundUp	no
RoundUp	no
OutEx	no
RoundUp	no
OutEx	no
RoundUp	no
RoundUp	yes
RoundUp	yes
OutEx	yes
RoundUp	yes
OutEx	no
RoundUp	yes
OutEx	no
RoundUp	yes
OutEx	yes
OutEx	no

1. Stellen Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang zwischen dem Pestizid und dem Infektionsstatus dar! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie den zugehörigen Mosaic-Plot. Berechnen Sie das Verhältnis pro Spalte! **(2 Punkte)**
3. Wenn das Pestizid keine Auswirkung auf den Infektionsstatus hätte, wie sehe dann der Mosaic-Plot aus? **(2 Punkte)**

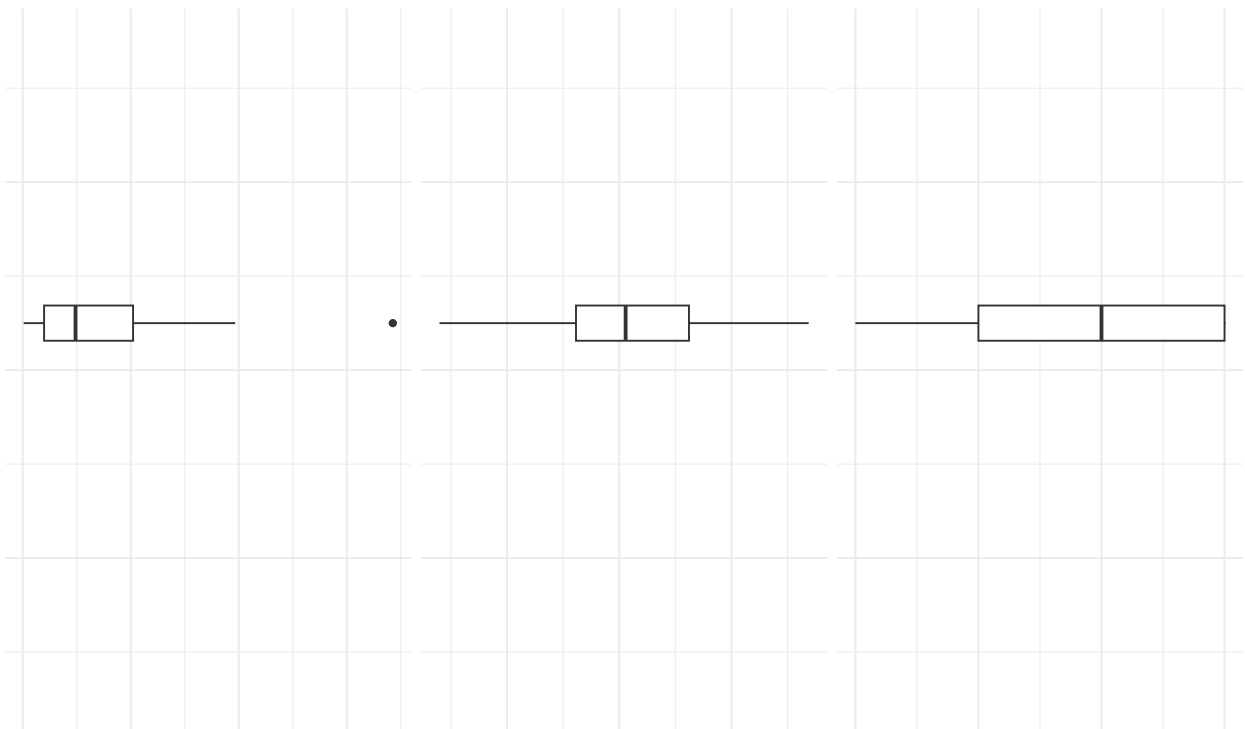
## 59 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! **(3 Punkte)**
3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**
4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**



## 60 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie 4 Normalverteilungen *in einer Abbildung* mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$  und  $s_1 = s_2 = s_3 = s_4$ ! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! **(2 Punkte)**
4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 61 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! **(6 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! **(1 Punkt)**
3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! **(2 Punkte)**

$N(0, 1)$  und  $N(4, 1)$



$Pois(20)$  und  $Pois(3)$





## 62 Aufgabe

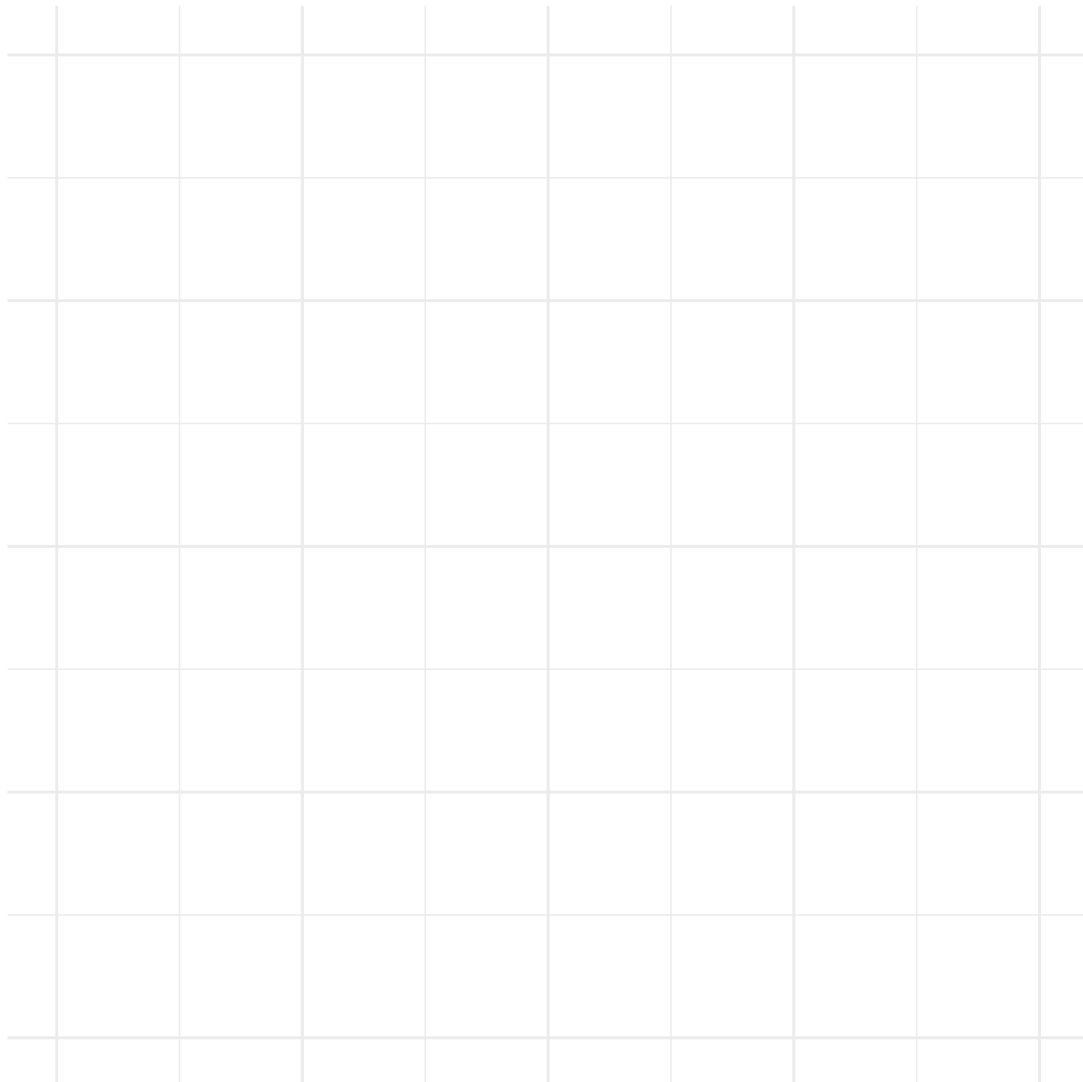
(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe  $y$  vorliegen  $y = \{17, 23, 18, 14, 14, 18, 25\}$ .

1. Visualisieren Sie den Mittelwert von  $y$  in der untenstehenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die  $Y$  und  $X$ -Achse entsprechend! **(2 Punkte)**
3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte  $y_i$  zum Mittelwert  $\bar{y}$  quadriert. Warum muss der Abstand,  $y_i - \bar{y}$ , in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! **(2 Punkte)**



## Statistisches Testen

### 63 Aufgabe

(9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! **(3 Punkte)**
2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**
3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable „Modul“ aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**

## 64 Aufgabe

(9 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! **(3 Punkte)**

Richtige Entscheidung    $H_0$  beibehalten    $\alpha$ -Fehler    $H_0$  wahr

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! **(2 Punkte)**

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? **(1 Punkt)**
4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? **(1 Punkt)**
5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem Monat Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 65 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Annahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie „ $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ “! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie „95%“! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Zeichnen Sie  $-T_D$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
7. Zeichnen Sie einen nicht signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Befall mit Parasiten zu einer unbehandelten Kontrolle.

1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! **(6 Punkte)**
  - (a) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (b) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl  $n$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (c) Ein signifikantes, relevantes 99% Konfidenzintervall.
  - (d) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl  $n$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (e) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (f) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall



## 67 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung  $s$  und der Fallzahl  $n$  auf die Teststatistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?

1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
$\Delta \uparrow$				$\Delta \downarrow$			
$s \uparrow$				$s \downarrow$			
$n \uparrow$				$n \downarrow$			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

## Der t-Test

### 68 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Freilandversuch mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *GoneEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Brokoli in  $g/m^2$ .

pesticide	drymatter
RoundUp	18
RoundUp	15
RoundUp	18
RoundUp	18
GoneEx	17
RoundUp	16
GoneEx	16
RoundUp	18
GoneEx	20
RoundUp	18
GoneEx	19
GoneEx	19

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines Student t-Tests für den Vergleich der beiden Pestizide! **(4 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.68$  und dem berechneten  $T_D$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effekt der Behandlung mit Pestiziden! **(1 Punkt)**
6. Wenn Sie *einen* Unterschied zwischen den beiden Pestiziden erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik  $T_{calc}$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 69 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Freilandversuch wurde eine neue technische Versuchsanlage getestet. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_1 = n_2 = 3$ ) kamen zwei Behandlungen (*ctrl* und *dose*) zur Wachstumskontrolle zum Einsatz. Es ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewicht (*weight*) von Erbsen.

treatment	weight
ctrl	15.8
dose	18.5
ctrl	12.8
dose	21.9
ctrl	16.9
dose	17.4

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines *Welch t-Tests* für den Vergleich der beiden Behandlungen! **(4 Punkte)**
3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.68$  und dem berechneten  $T_D$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt der Behandlungen *ctrl* und *dose* auf das Gewicht von Erbsen! **(1 Punkt)**



## 70 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment in einer geschlossenen Anlage mit zwei Futtermitteln (*FatDown* und *ProGain*) an Rindern ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewichtszunahmen nach fünf Wochen Mast.

feed	weight
ProGain	20
ProGain	16
ProGain	20
ProGain	20
FatDown	20
FatDown	20
ProGain	20
FatDown	19
FatDown	19
FatDown	20

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines Welch t-Tests für den Vergleich der beiden Futtermittel! **(4 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.81$  und dem berechneten  $T_D$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall unter der Verwendung von  $s_p$  und der gemittelten Fallzahl über die beiden Gruppen! **(2 Punkte)**
6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! **(1 Punkt)**

## 71 Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Schlachtgewicht von Hühnern hängt maßgeblich von der Gewichtszunahme in den ersten sieben Tagen ab. Um einen Fütterungsversuch in verschiedenen Ställen zu planen würde ein Pilotversuch durchgeführt. Das Gewicht von Hühnern wurde *vor* der Behandlung mit STARTex und 1 Woche *nach* der Behandlung gemessen. Es ergibt sich die folgende Datentabelle.


animal_id	before	after
1	11	18
2	11	17
3	11	14
4	13	16
5	14	15
6	11	16
7	13	16
8	9	18
9	10	16

1. Formulieren Sie die Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines gepaarten t-Tests für den Vergleich der beiden Zeitpunkte! **(4 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.64$  und dem berechneten  $T_D$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den  $p$ -Wert aus Ihrem berechneten  $T_{calc}$  ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**

## 72 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()` zu einem Versuch mit Lauch.


```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: waterintake [ml/d] by infusion  
## t = -1.0744, df = 12, p-value = 0.3038  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -10.381570 3.524427  
## sample estimates:  
## mean in group ctrl mean in group low  
## 15.00000 18.42857
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ ,  $A = 0.95$ , sowie  $T_{\alpha=5\%} = |2.18|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie den Effekt der Behandlungen! **(1 Punkt)**

### 73 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()` zu einem Versuch mit Lauch.


```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data:  freshmatter [kg/qm] by N  
## t = -0.34035, df = 14, p-value = 0.7386  
## alternative hypothesis: true  is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
##  -3.940602  2.861237  
## sample estimates:  
## mean in group ctrl mean in group trt1  
##           15.57143           16.11111
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**

## 74 Aufgabe

(9 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()` zu einem Versuch mit Erbsen.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: drymatter [kg/ha] by Fe  
## t = 0.49015, df = 14, p-value = 0.6316  
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]  
## 95 percent confidence interval:  
## -1.393159 2.218556  
## sample estimates:  
## mean in group mid mean in group low  
## 16.55556 16.14286
```

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effekt der Behandlungen! **(1 Punkt)**

## 75 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()` zu einem Versuch mit Brokoli.

```
##
## Paired t-test
##
## data: low and high
## t = 0.067267, df = 4, p-value = 0.9496
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -8.054965 8.454965
## sample estimates:
## mean difference
## 0.2
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie den sich ergebenden Datensatz mit  $n = 4$  Beobachtungen! Die Daten müssen *nicht* die Mittelwertsdifferenz  $d$  erfüllen! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

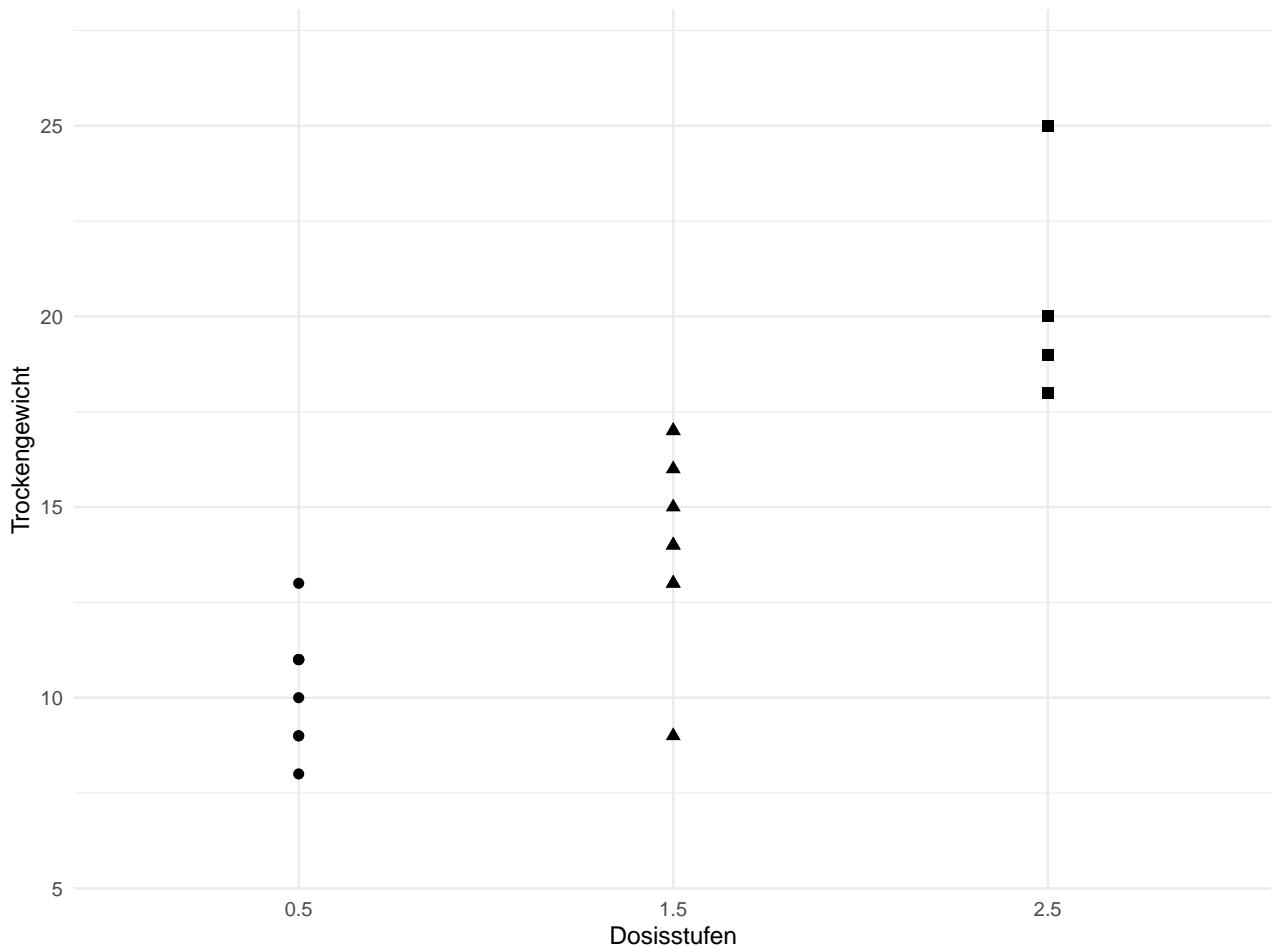
## Die ANOVA

### 76 Aufgabe

(8 Punkte)



In einem Freilandversuch wurde der Ertrag von Brokoli unter drei verschiedenen Pestizid-Dosen 0.5g/l, 1.5g/l und 2.5g/l gemessen. Im Folgenden ist der Datensatz einmal visualisiert.



1. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen in die Abbildung ein! Beschriften Sie die statistischen Maßzahlen! **(6 Punkte)**
  - Globale Mittelwert:  $\beta_0$
  - Mittelwerte der einzelnen Dosen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$
  - Effekt der einzelnen Dosen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$ , und  $\beta_{2.5}$
  - Residuen oder Fehler:  $\epsilon$
2. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied zwischen den Dosisstufen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 77 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz `week7_growth_tbl` enthält den Muskelfleischanteil von Hühnern, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Als Behandlung wurden verschiedene Nahrungszusätze in unterschiedlichen Dosen verfüttert. Als Behandlung haben Sie somit den Faktor *group* mit den Faktorstufen *lethal*, *extreme* und *high* vorliegen.

1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>group</b>	2	132.74			
<b>error</b>	24				
<b>total</b>	26	183.85			

2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von  $F_{\alpha=5\%} = 3.4$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
3. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)
4. Skizzieren Sie Körpergröße von fünf Tieren pro Behandlung für eine nicht signifikante, einfaktorielle ANOVA! (2 Punkte)



## 78 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz `fertilizer_growth_tbl` enthält den Ertrag pro Hektar der Brokoliköpfe, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Dabei wurden die Brokoliköpfe unter verschiedenen Konzentrationen von einem alternativen Dünger angebaut. Als Behandlung haben Sie daher den Faktor *group* mit den Faktorstufen *extreme*, *mid* und *pos* vorliegen.

1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
group	2	95.15			
error	22	29.49			

2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von  $F_{\alpha=5\%} = 3.44$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich auf den obigen Fragetext bei Ihrer Antwort! (2 Punkte)
4. Berechnen Sie *einen* Student t-Test mit für den *vermutlich* signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)


group	n	mean	sd
extreme	7	17.57	1.62
mid	9	19.78	0.67
pos	9	22.44	1.13

5. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

## 79 Aufgabe

(9 Punkte)



Der Datensatz *plant\_tbl* enthält das Outcome *drymatter* für einen Freilandversuch mit Erdbeerenpflanzen, welches unter drei verschiedenen Düngerbedingungen erzielt wurden. Die Düngerbedingungen sind in dem Faktor *trt* mit den Faktorstufen *low*, *mid* und *C* codiert. Sie erhalten folgenden Output in .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: drymatter
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## trt         2  16.320   8.1601   4.9479 0.01796
## Residuals  20  32.984   1.6492
```

1. Stellen Sie die statistische  $H_0$  und  $H_A$  Hypothese für die obige einfaktorielle ANOVA auf! **(2 Punkte)**
2. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(2 Punkt)**
3. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(3 Punkte)**

## 80 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz *tooth\_tbl* enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an verschiedenen Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von 5 Vitamin-C-Dosen *dose* über eine von 2 Verabreichungsmethoden *supp* erhielt. Die Zahnlänge wurde als normalverteiltes Outcome gemessen.

1. Füllen Sie die unterstehende zweifaktorielle ANOVA Ergebnistabelle mit den gegebenen Informationen von **Df** und **Sum Sq** aus! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von den  $F_{\alpha=5\%}$ -Werten mit  $F_{supp} = 4.26$  und  $F_{dose} = 3.40$  sowie  $F_{supp:dose} = 5.23$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**


	<b>Df</b>	<b>Sum Sq</b>	<b>Mean Sq</b>	<b>F value</b>	<b>Pr(&gt;F)</b>
<b>supp</b>	1	5.74			
<b>dose</b>	4	258.09			
<b>supp:dose</b>	4	233.67			
<b>error</b>	40	327.04			

3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich dabei einmal auf den Faktor *supp* und einmal auf den Faktor *dose*! **(2 Punkte)**
4. Was sagt der Term *supp:dose* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis des abgeschätzten p-Wertes! **(2 Punkte)**


## 81 Aufgabe

(10 Punkte)



Der Datensatz *gain\_weight\_tbl* enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung vom Vitamin Selen auf das Wachstum von Ziegen. Der Versuch wurde an 56 Ziegen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Selen-Dosen *dose* (0.2 ng/Tag, 1 ng/Tag und 15 ng/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden *form* erhielt (Wasser oder Festnahrung). Sie erhalten folgende Ausgabe in .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: fat_perc
##      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## dose      2 113.491   56.745   5.3492 0.0150218
## form      1  25.958   25.958   2.4470 0.1351624
## dose:form  2 275.287  137.643  12.9753 0.0003242
## Residuals 18 190.946   10.608
```

1. Stellen Sie die statistische  $H_0$  und  $H_A$  Hypothese für die obige zweifaktorielle ANOVA für den Faktor *form* auf! **(2 Punkte)**
2. Interpretieren Sie das Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA. Gehen Sie im besonderen auf den Term *dose : form* ein! **(2 Punkte)**
3. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(4 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend der  Ausgabe! **(2 Punkte)**

## 82 Aufgabe

(8 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik  $F_{calc}$  und in dem Student t-Test die T-Statistik  $T_{calc}$ .

$$F_{calc} = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_{calc} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der  $F_{calc}$  Statistik und  $T_{calc}$  Statistik! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante  $F_{calc}$  Statistik sowie eine signifikante  $F_{calc}$  Statistik anhand von  $MS_{treatment}$  und  $MS_{error}$ ! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! **(2 Punkte)**
4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

### 83 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ . Der Faktor  $f_1$  hat drei Level. Der Faktor  $f_2$  hat dagegen nur zwei Level.

1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen keine und eine starke Interaktion zwischen den Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ! **(4 Punkte)**
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! **(2 Punkte)**
3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? **(2 Punkte)**

## 84 Aufgabe

(9 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor  $f_1$  mit fünf Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit  $F_{calc} = 1.2$ . Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem dritten und zweiten Level geben müsste. Die *IQR*-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Visualisieren Sie die Berechnung von  $F_{calc}$  am obigen Beispiel! **(3 Punkte)**
3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! **(3 Punkte)**

## Multiple Gruppenvergleiche

### 85 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment zur Dosiswirkung wurden verschiedene Dosisstufen mit einer Kontrollgruppe verglichen. Es wurden verschiedene t-Test für den Mittelwertsvergleich gerechnet und es ergab sich folgende Tabelle mit den rohen p-Werten (*Raw p-value*).

Vergleich	Raw p-value	Adjusted p-value	Reject Null
dose 80 - ctrl	0.002		
dose 35 - ctrl	0.760		
dose 20 - ctrl	0.012		
dose 70 - ctrl	0.230		

1. Füllen Sie die Spalte „Adjusted p-value“ mit den adjustierten p-Werten nach Bonferoni aus! **(4 Punkte)**
2. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese weiter abgelehnt werden kann. Tragen Sie Ihre Entscheidung in die obige Tabelle ein. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie warum die p-Werte bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! **(2 Punkte)**




## 86 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment für den Ertrag von Weizen in kg/ha mit fünf Dosisstufen (ctrl, low, mid, high und pos) erhalten Sie folgendes *Compact letter display (CLD)* als  Ausgabe aus den rohen, unadjustierten *p*-Werten.

```
## ctrl high low mid pos  
## "a" "a" "b" "b" "a"
```


1. Zeichnen Sie eine Abbildung, der sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu der Abbildung! **(1 Punkt)**
3. Erklären Sie *einen* Vorteil und *einen* Nachteil des *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**
4. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## 87 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment für den Zuckergehalt von Erdbeeren in g/kg mit vier Dosisstufen (ctrl, low, mid und high) erhalten Sie folgende Matrix als  Ausgabe mit den rohen, unadjustierten  $p$ -Werten.

```
##          ctrl      high      low      mid
## ctrl 1.0000000 0.0092913 0.0160727 0.4230617
## high 0.0092913 1.0000000 0.0000081 0.0591388
## low  0.0160727 0.0000081 1.0000000 0.0020652
## mid  0.4230617 0.0591388 0.0020652 1.0000000
```

Im Weiteren erhalten Sie folgende Informationen über die Fallzahl  $n$ , den Mittelwert  $mean$  und die Standardabweichung  $sd$  in den jeweiligen Dosisstufen.

trt	n	mean	sd
ctrl	9	10.66	1.19
high	9	6.29	4.02
low	9	14.68	4.59
mid	9	9.38	2.51

1. Zeichnen Sie in eine Abbildung, die sich ergebenden Barplots! *Sortieren Sie dabei die Gruppen nach absteigender Effektstärke!* **(3 Punkte)**
2. Adjustieren Sie die rohen  $p$ -Werte nach Bonferroni. Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
3. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu der Abbildung. Nutzen Sie dazu die rohen  $p$ -Werte! **(2 Punkte)**
4. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**

## Der $\chi^2$ -Test & Der diagnostische Test

### 88 Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment ergibt sich die folgende 2x2 Datentabelle mit einem Pestizid (ja/nein) der Marke KillAll, dargestellt in den Zeilen, und dem infizierten Pflanzenstatus (ja/nein) von Weizen, dargestellt in den Spalten. Insgesamt wurden  $n = 146$  Pflanzen untersucht.

	Erkrankt (ja)	Erkrankt (nein)	
Pestizid (ja)	56	19	
Pestizid (nein)	27	44	

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die Randsummen! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test auf der 2x2 Tafel! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi^2_{\alpha=5\%} = 3.841$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie die  $\chi^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\chi^2_{\alpha=5\%}$  und  $\chi^2_{calc}$  in der Abbildung! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V*! Interpretieren Sie den Effektschätzer! **(2 Punkte)**

## 89 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Gegeben sind folgende Randsummen in einer 2x2 Kreuztabelle aus einem Experiment mit  $n = 111$  Sauen. In dem Experiment wurde gemessen, ob eine Sau nach einer Behandlung mit einem Medikament (ja/nein) mehr als 30 Ferkel pro Jahr bekommen konnte (ja/nein).

	>30 Ferkel (ja)	≤30 Ferkel (nein)	
Medikament (ja)			66
Medikament (nein)			45
	64	47	111

1. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle in dem Sinne, dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
2. Erklären und Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests mit

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}.$$

Sie können dies an einem Beispiel erklären! **(2 Punkte)**

3. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des „normalen“ Chi-Quadrat-Tests anwenden? **(2 Punkte)**
4. Warum hat die obige Vierfeldertafel einen Freiheitsgrad von  $df = 1$ ? **(1 Punkt)**


## 90 Aufgabe

(10 Punkte)



Nach einem Experiment erhalten Sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus Ihren erhobenen Daten.

```
##           Verschimmelt
## Gruppe      yes no
## Papageien-Tulpe 17  5
## Zwerg-Tulpe     4 12
```

Aus der 2x2 Kreuztabelle erhalten Sie folgende  Ausgabe der Funktion `fisher.test()`.

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data:  mat
## p-value = 0.002568
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
##  1.85845 61.14631
## sample estimates:
## odds ratio
##  9.451509
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**
5. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**

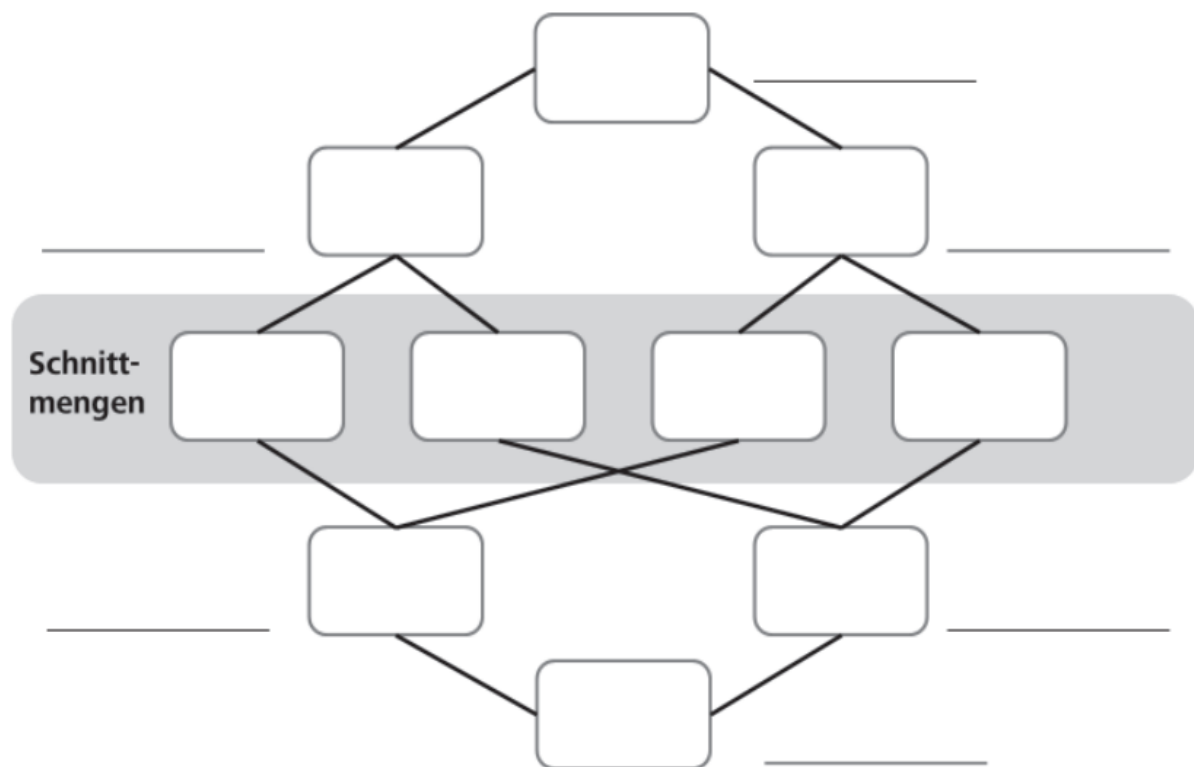
## 91 Aufgabe

(11 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 3% angenommen. In 80% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 2000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

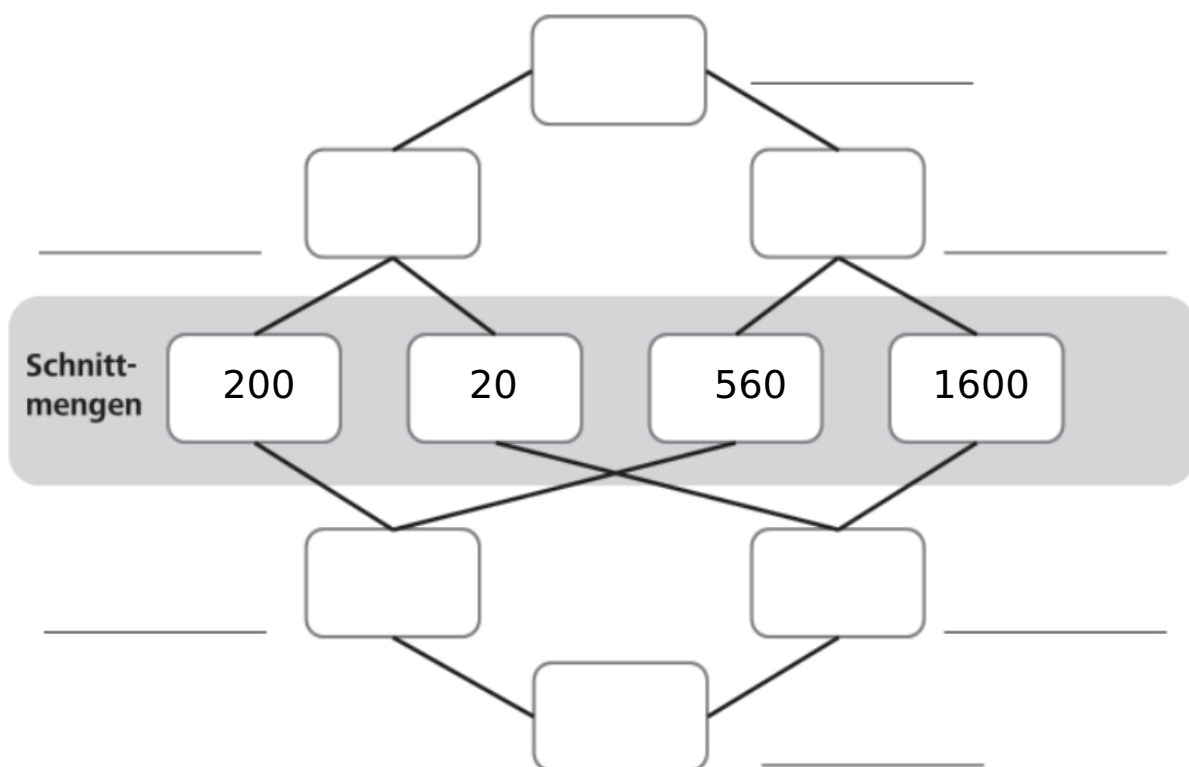
1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! **(8 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? **(1 Punkt)**





Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! **(4 Punkte)**



## Nicht parametrische Tests

### 93 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

Vorher	Nachher	Differenz	Vorzeichen	Rang	Positiv Rang	Negativ Rang
6	13					
10	11					
13	14					
10	9					
10	13					
9	9					
9	15					
6	9					
7	11					
10	12					
9	13					
11	12					
10	15					
12	11					
10	12					

1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! **(4 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $W_D$  mit  $W_D = \min(T_-; T_+)$  und berechnen Sie den erwarteten Wert  $\mu_W = \frac{n_{10} \cdot (n_{10} + 1)}{4}$ ! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit  $z = \frac{W_D - \mu_W}{15.93}$ ! **(2 Punkte)**
4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von  $z_{\alpha=5\%} = 1.96$  ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! **(2 Punkte)**



## 94 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittlere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

Treatment	Count
Kontrolle	11.2
Kontrolle	9.6
RootsGoneX	12.9
Kontrolle	9.3
Kontrolle	10.7
Kontrolle	8.9
RootsGoneX	11.1
RootsGoneX	11.6
RootsGoneX	14.0

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür  $U_D$  mit  $U_D = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$ ! (4 Punkte)

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $U_D$  durch  $z = \frac{U_D - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$  und dem kritischen

Wert von  $z_{\alpha=5\%} = 1.96$ . Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

## 95 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanillepflanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlicher Phosphatlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

Treatment	Count	Rang Kontrolle	Rang Dosis 20	Rang Dosis 40
Dosis 40	11.5			
Kontrolle	11.3			
Kontrolle	6.4			
Dosis 40	14.3			
Dosis 20	12.4			
Dosis 20	12.1			
Dosis 40	14.6			
Kontrolle	11.0			
Dosis 20	9.7			
Kontrolle	16.2			
Kontrolle	11.6			
Dosis 20	10.5			
Dosis 40	13.4			
Dosis 20	10.0			
Dosis 20	10.2			
Dosis 40	17.6			
Dosis 40	17.6			
Dosis 40	12.4			
Kontrolle	11.8			

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- Bestimmen Sie hierfür  $H_D$  mit  $H_D = \frac{12}{n(n+1)} \left( \frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) - 3(n+1)$ ! **(6 Punkte)**
- Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $H_D$  durch den kritischen Wert von  $H_{\alpha=5\%} = 5.99$ ! **(1 Punkt)**
- Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? **(1 Punkt)**
- Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? **(1 Punkt)**
- Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! **(1 Punkt)**

## Lineare Regression & Korrelation

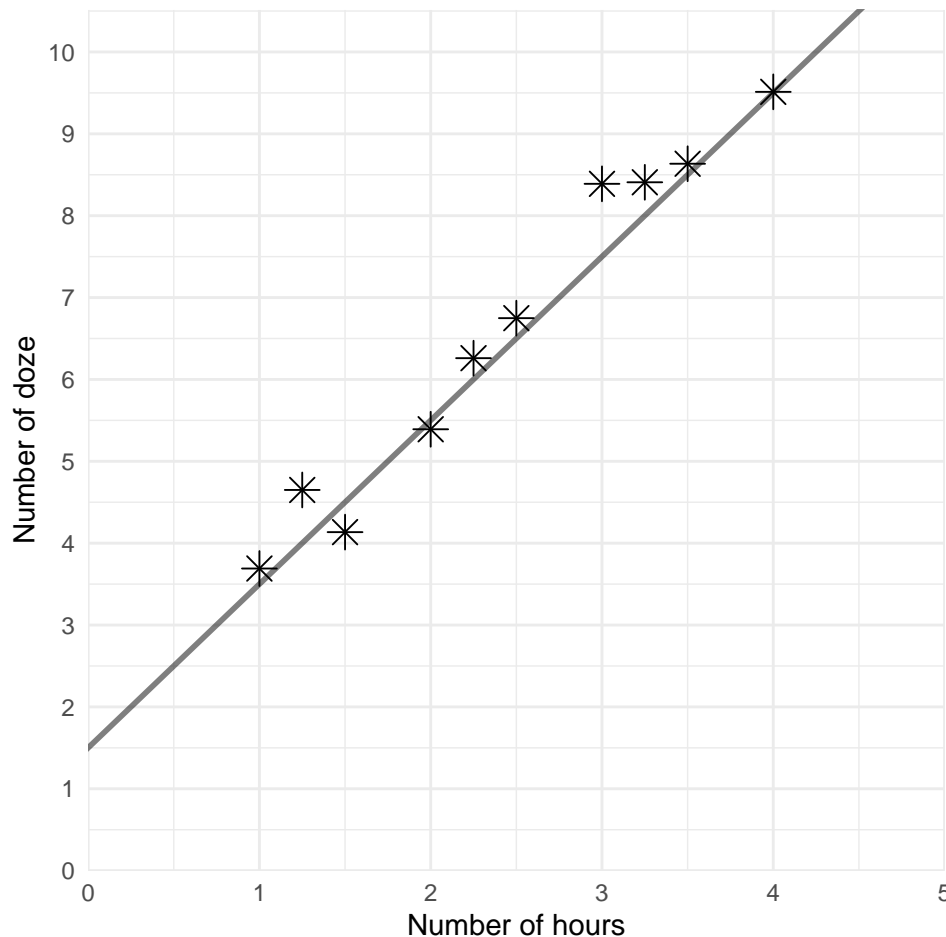
### 96 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einer Studie zur „Arbeitssicherheit auf dem Feld“ wurde gemessen wie viele Stunden auf einem Feld gefahren wurden und wie oft der Fahrer dabei drohte einzunicken. Es ergab sich folgende Abbildung.




1. Erstellen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung in der Form  $y \sim \beta_0 + \beta_1 \cdot x$ ! **(2 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Grade mit den Parametern der linearen Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein Zusammenhang zwischen der Anzahl an gefahrenen Runden und der Müdigkeit vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? **(1 Punkt)**

## 97 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Stallexperiment mit  $n = 40$  Ferkeln wurde der Gewichtszuwachs in kg unter ansteigender Lichteinstrahlung in nm gemessen. Sie erhalten den  Output einer simplen Gaussian linearen Regression sieben Wochen nach der ersten Messung.

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	2.76	2.02		
light	1.93	0.19		

1. Zeichnen Sie die Gerade aus der obigen Tabelle in ein Koordinatenkreuz! **(1 Punkt)**
2. Beschriften Sie die Abbildung und die Gerade mit den statistischen Kenngrößen! **(2 Punkte)**
3. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die t Statistik für *(Intercept)* und *light*! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den p-Wert für *(Intercept)* und *light* mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$  ab. Was sagt Ihnen der p-Wert aus? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## 98 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $\text{kg/m}^2$  (*weight*) und Wassergabe  $\text{l/m}^2$  (*water*) bei Erdbeerpflanzen zu bestimmen. Sie erhalten folgende R Ausgabe.

```
##
## Call:
## lm(formula = weight ~ water, data = data_tbl)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -6.0000 -1.7778  0.1111  1.8056  6.0000
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   14.0000     0.9338   14.99 7.69e-11
## waterB        -3.2222     1.3205   -2.44  0.0267
##
## Residual standard error: 2.801 on 16 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2712, Adjusted R-squared:  0.2257
## F-statistic: 5.954 on 1 and 16 DF,  p-value: 0.0267
```

1. Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome *water* erfüllt? Begründen Sie die Antwort! **(2 Punkte)**
2. Wie groß ist der Effekt der Wassergabe? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Erklären Sie *kurz* den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.2712 aus? **(2 Punkte)**
5. Schreiben Sie das Ergebnis der R Ausgabe in zwei Sätzen auf, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! **(2 Punkte)**

## 99 Aufgabe

(9 Punkte)

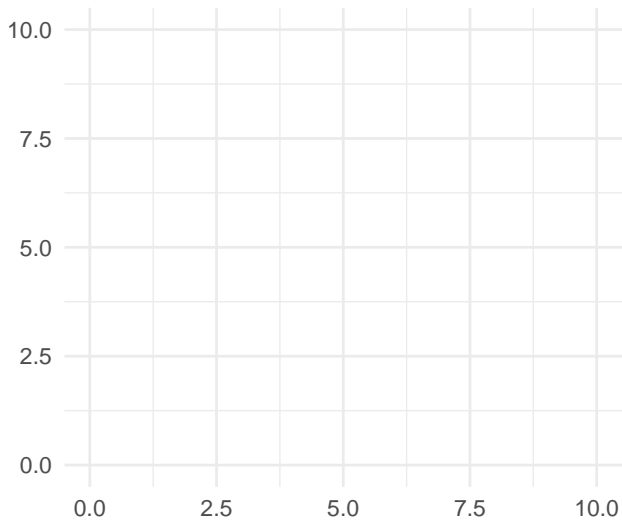


Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

1. Zeichnen Sie für die angegebene  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie für die angegebenen  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktwolke um die Gerade. **(3 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(3 Punkte)**

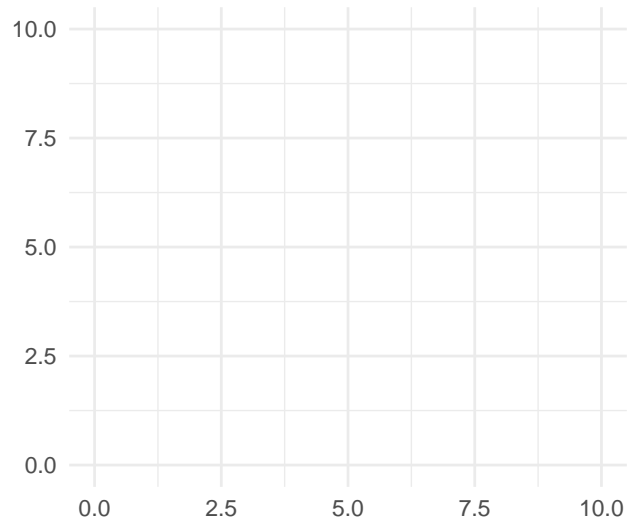
Pearsons  $\rho = 0.5$

$R^2 = 0.5$



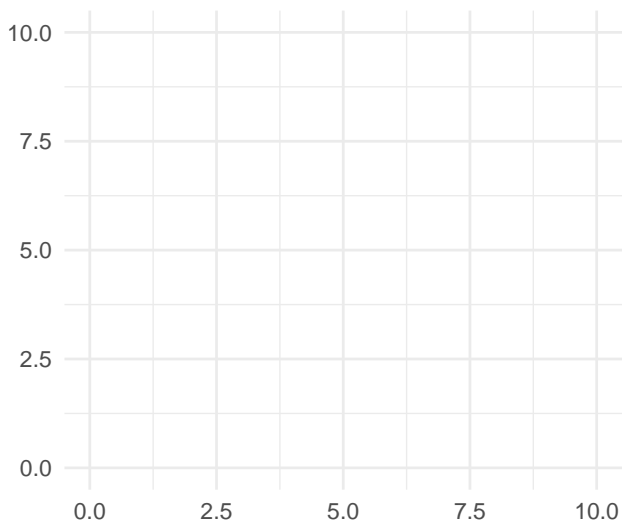
Pearsons  $\rho = -0.25$

$R^2 = 1$



Pearsons  $\rho = -0.5$

$R^2 = 0.25$



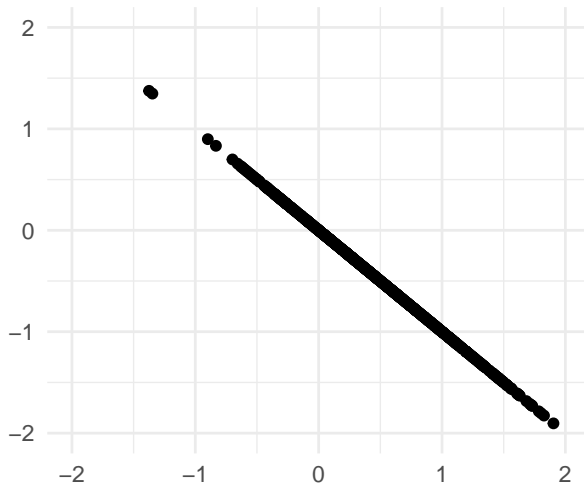


Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in der entsprechenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in der entsprechenden Punktwolke um die Gerade! **(4 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(1 Punkt)**

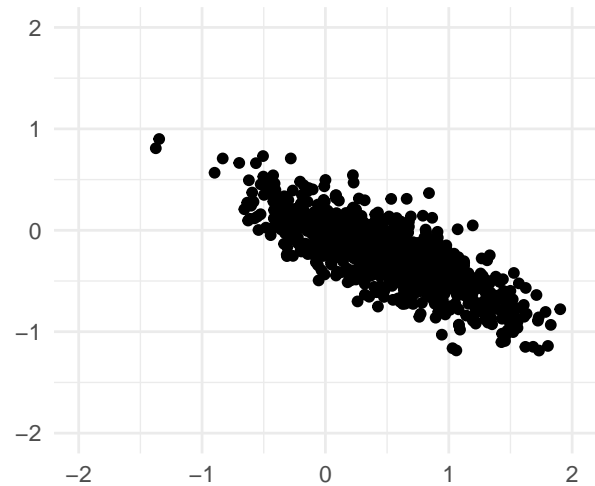
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



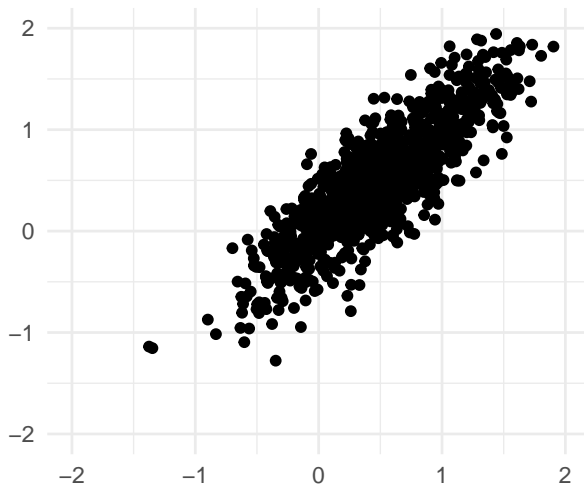
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



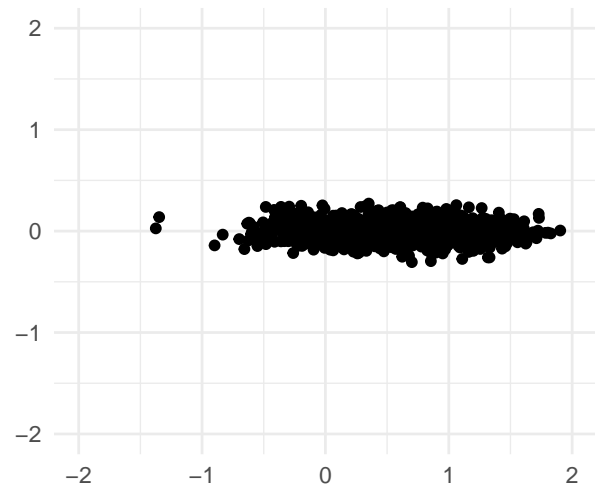
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



Pearsons  $\rho =$


$R^2 =$



## 101 Aufgabe

(9 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `cor.test()`.

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: height and food
## t = -1.4989, df = 8, p-value = 0.1723
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.8479025  0.2288269
## sample estimates:
##      cor
## -0.4682649
```

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkt)**
2. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! Erklären Sie *eine* der Eigenschaften an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
5. Sind die Variablen `height` and `food` normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(1 Punkt)**





Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $\text{kg/m}^2$  (*drymatter*) und Wassergabe  $\text{l/m}^2$  (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

.id	drymatter	water	.fitted	.resid
1	28.7	11.2	27.5	
2	14.5	4.0	16.5	
3	21.2	6.3	19.9	
4	36.7	16.5	35.5	
5	24.1	8.3	23.0	
6	25.9	8.3	23.0	
7	25.5	11.9	28.5	
8	40.3	19.7	40.3	
9	25.7	11.8	28.3	

1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte *.resid* in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

### 103 Aufgabe



(12 Punkte)

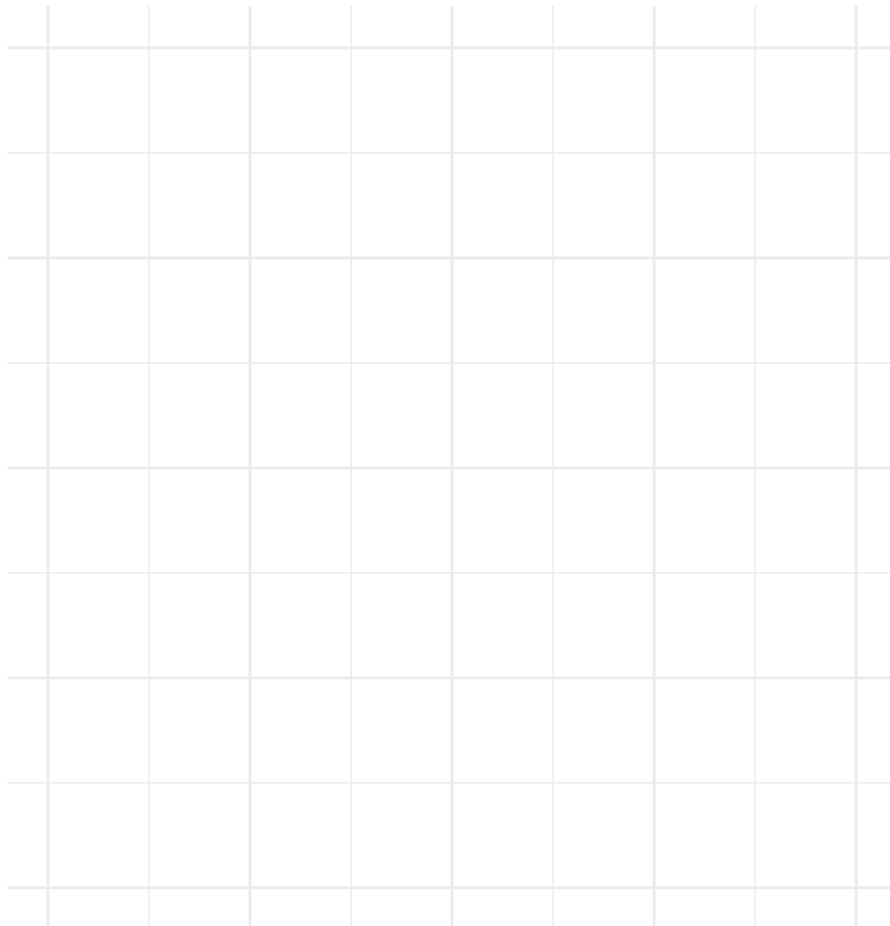


1. Zeichnen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbildungen die Zeile des Regressionskreuzes der Normalverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! **(6 Punkte)**
2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen *Zahlenraum* nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**




Ein Feldexperiment wurde mit  $n = 200$  Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen ( $x$ ) wurden erhoben: dry, P und N. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality\_score und dead.

1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie *Gaussian* gehört! **(1 Punkt)**
2. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  in der Funktion `glm()` üblich ist *ohne Interaktionsterm*! **(3 Punkte)**
3. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  üblich ist und ergänzen Sie *einen* Interaktionsterm nach Wahl! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie eine *schwache* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**



## Experimentelles Design

### 105 Aufgabe

(10 Punkte)



Nach einem erfolgreichen Pilotversuch zur Wirksamkeit von P-Düngern bei Maiss in einem Freilandversuch wollen Sie nun den Versuch eine Nummer größer anlegen. Dafür entscheiden Sie sich für ein faktorielles Versuchsdesign. In Ihrem Hauptversuch stellt die Wirksamkeit von P-Düngern den ersten Faktor mit insgesamt 3 Leveln dar. Der zweite Faktor mit dem Tisch beinhaltet 3 Level.

Im ersten Schritt überlegen Sie ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Sie entscheiden sich für das *Latin square design*.

1. Skizzieren Sie das *Latin square design* für Ihren Versuch! **(4 Punkte)**
2. Skizzieren Sie eine Datentabelle für den Versuch mit vier Wiederholungen! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie eine Abbildung mit Boxplots und einem angenommenen normalverteilten Outcome! **(4 Punkte)**

## Mathematik

### 106 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>1</sup>.

*Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"*

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von  $0.8\text{mm}$  pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von  $13\text{m}$  in Brusthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser in  $m$  der Eiche im Jahr 1815 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von  $190\text{cm}$ , eine Breite von  $90\text{cm}$  sowie eine Länge von  $220\text{cm}$ .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $\text{m}^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(1 Punkt)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in  $\text{cm}$ ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von  $30\text{cm}$  bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(1 Punkt)**

---

<sup>1</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: [Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald](#)

## 107 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 200 Sonnenblumen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8.5cm und eine Höhe von 7cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 270 EUR.

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *drei* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Welche *Pflanztopf*fläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? **(3 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter  $l$ , die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**

## 108 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Rinderstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Rinderstall hat eine Höhe  $h_v$  von  $7m$ . Die hintere Seite des Rinderstall hat eine Höhe  $h_b$  von  $9m$ . Der Rinderstall hat eine Tiefe  $t$  von  $12m$  und eine Breite  $b$  von  $60m$ .

1. Skizzieren Sie den Rinderstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_v$ ,  $h_b$ , die Tiefe  $t$  und die Breite  $b$  des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Rinderstall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius  $r$  von  $1.2m$ . Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal  $15t$  aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 25% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^\circ C$  eine Dichte von  $200kg/m^3$ . Bei  $-100^\circ C$  hat Methan eine Dichte von  $280kg/m^3$ . Sie betreiben Ihre Anlage bei  $-95^\circ C$ .

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  für den gefüllten Methantank mit dem Radius  $r$ , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

## 109 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** “Sind Sie ein Riesenfaultier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?”, spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einer Rentnerin mit Monokel. “Wieso?”, entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Edeka über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>2</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einer Rentnerin mit Monokel?

1. Wenn 5 Blaubeerschalen 7.95 Euro kosten, wie viel kosten 7 Schalen? **(1 Punkt)**
2. Wenn Sie die 7 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 1.79 EUR können Sie sich dann noch für 100 EUR leisten? **(1 Punkt)**

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Edeka über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 170l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 110 - 125g.
  - Ein Kilo Salat benötigt 120l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 300 - 530g.
  - Ein Kilo Avocado benötigt 1100l Wasser. Eine Avocado wiegt 140 - 420g.
  - Ein Kilo Blaubeeren benötigt 820l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.1 - 3.5g.
3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! **(2 Punkte)**

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2022 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $7.7 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge steigerte sich um 8.6%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 23.8% auf  $2.1 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Tonnen Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2021 exportiert? **(2 Punkte)**

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur drei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 48 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 3 - 12 Liter pro Minute Händewaschen und 35 - 115 Liter pro Waschung einer Waschmaschine.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? **(1 Punkt)**

Das alles hätten Sie nicht von einer Rentnerin mit Monokel erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Datenquelle* im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

<sup>2</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: “Bis zum letzten Tropfen” in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und “Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?” in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.



## 110 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_p = 1.7 \times 10^{-15}$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10^{-11}$

**Die Dampfnudelerde** “Was für einen Unsinn!“, rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 65 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde *heutzutage* so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.-18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>3</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung  $g$  der Erde *heutzutage* einen Wert von  $9.87 \text{ m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.235 \times 10^4 \text{ km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.86 \text{ g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden asiatischen Elefanten liegt bei 3t bis 5t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 65 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  damals und heute erfahren hätten? *Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!*
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 65 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  auf Elefant und Dinosaurier! **(1 Punkt)**
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! **(2 Punkte)**
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 65 Millionen Jahren! **(2 Punkte)**
2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! **(1 Punkt)**

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 0.99 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.5 \times 10^8 \text{ km}$  angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 84% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von  $1.08 \text{ g/mol}$ , 10% Heliumkernen mit  $4.32 \text{ g/mol}$  sowie 6% weiteren Atomkernen mit  $69.18 \text{ g/mol}$ . Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen  $0.4$  bis  $100$  Teilchen  $\text{cm}^{-3}$  pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von  $5 \text{ cm}^{-3}$  pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! **(2 Punkte)**

<sup>3</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

## 111 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Puten in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Puten-Halter:innen nicht<sup>4</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Puten für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^n (A_i \times PB_i) \quad A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$$

mit

- $SA$  dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten  $i$ .
- $A_i$  dem benötigten Platz für ein Verhalten  $i$ .
- $PB_i$  dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens  $i$ .
- $r_i$  dem Radius Pute plus dem benötigten Radius für das Verhalten  $i$ .
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten  $i$ .
- $i$  dem Verhalten: (1) foraging incl. scratching, (2) preening, (3) standing und (4) wing/leg stretching.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten  $i$  aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jacobs et al. (2019)
foraging incl. scratching	36cm; 23cm; 3.5%	31cm; 20cm; 12.1%	33cm; 27cm; 10.1%
preening	27cm; 23cm; 0.6%	36cm; 23cm; 0.2%	32cm; 25cm; 0.9%
standing	45cm; 27cm; 6.3%	43cm; 32cm; 3.6%	36cm; 38cm; 6.3%
wing/leg stretching	30cm; 19cm; 5.1%	39cm; 22cm; 1.2%	36cm; 19cm; 1.2%

1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für  $r$ ,  $R$  und  $PB$  aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! **(3 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz  $A$  für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot  $SA$  für alle betrachteten Verhalten! **(1 Punkt)**
4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Puten für ein Verhalten  $i$ . Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! **(2 Punkte)**
5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Puten in der Fläche  $A$ : „Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area  $A$ , we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ .“ Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $a$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? **(2 Punkte)**

<sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: [EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. \(2023\) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.](#)

## 112 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung „Europa und das Meer“ im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 42 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 110 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 237 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(1 Punkt)**

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht „[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.“ Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skorbut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $6000\mu\text{g}/10\text{mg}$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei  $110\text{mg}$  pro Tag für Männer.

3. Berechnen Sie die notwendige Menge in  $\text{kg}$  an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 24 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

## 113 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{30}$  kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 4000 m kollabiert, wird die Sonne 35% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Gravitationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben<sup>5</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- $r_s$ , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- $G$ , gleich der Gravitationskonstante mit  $5.974 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 (\text{kg} \cdot \text{s}^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! **(1 Punkt)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius  $r$  des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! **(2 Punkte)**
6. Ein Amboss und ein Handtuch stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzen Lochs? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

<sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: [Event Horizon – Am Rande des Universums](#)

## 114 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: „Where is everybody?“. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>6</sup>

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt vier Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $5.9256 \times 10^4 \text{ km/h}$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 250 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum vier Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 3.57 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $1.5 \times 10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  an.

1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit *einem einzigen Vervielfältigungsschritt* die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annäherungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
4. Bei einem vermuteten Alter der Erde von  $4.3 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $8 \times 10^7$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! **(2 Punkte)**

---

<sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: [Fermi-Paradoxon](#)

## 115 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die oldenburgischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 71 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 55 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 32 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 32 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in  $m$  ergibt sich? **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 4cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 3 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 80% aus. In eine Schubkarre passen 110 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von  $10^\circ$ ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die oldenburgische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharaο (Nebenberuf *Chefredaktuer*) mit, das die Pyramide zu steil sei und somit nicht in die oldenburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um  $5^\circ$  ändert! **(2 Punkte)**

## 116 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 18km/h, geleitet von modernster Satellitentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die aufwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung<sup>7</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
A	GC5N0BR	3.0   4.5   Mikro
B	GCQNLQR	2.5   1.5   Klein
C	GC0SHNS	2.0   4.0   Klein
D	GCHAPZR	5.0   1.0   Normal
E	GCK000A	4.0   3.5   Mikro

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AB}$  ist 5km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 7.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 1.5-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 25° nördlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 55° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E nördlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort B Ihre Cachertour.

1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Welche Strecke in *km* legen Sie bei der Bewältigung der aufwärts Schwierigkeitschallenge zurück? **(5 Punkte)**
3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für *jeden einzelnen* Cache wird durch die Funktion

$$\text{Suchzeit} = 0.15 + 0.18 \cdot \text{Schwierigkeit}$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die aufwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? **(3 Punkte)**

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 8m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 10.1m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? **(2 Punkte)**

<sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: [Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche](#).

## 117 Aufgabe

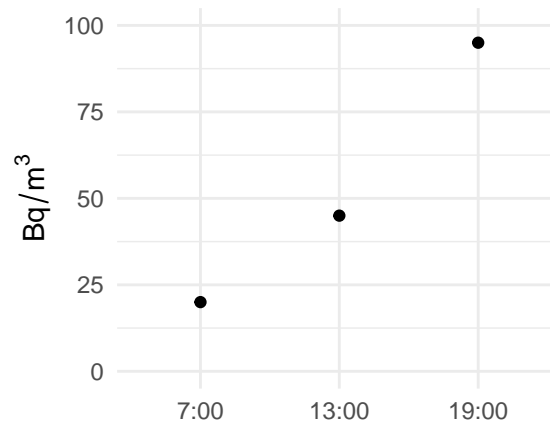
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 19:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>8</sup>.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $400 Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? **(2 Punkte)**

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.7d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 135d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

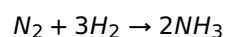
2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $400 Bq/m^3$  auf unter  $100 Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	77.1	28.4	
Sauerstoff	19.5	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.029	11.8	

3. Rechnen Sie die Volumenprozent (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! **(1 Punkt)**

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>9</sup>:



Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm  $kg$  können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? **(2 Punkte)**
5. Wieviel Ammoniak in  $mol$  erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? **(1 Punkt)**

<sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Atmende Wand](#)

<sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft](#)



## 118 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Penny die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>10</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 935 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Henry dem Roten. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

mit

- $m$ , gleich der Masse [kg] des Objekts
- $h$ , gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- $v$ , gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- $g$ , gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von  $40mg$  zu gleichförmigen Bleikugeln bei einer Geschwindigkeit von  $14m/s$  bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von  $14m/s$  bilden? **(3 Punkte)**

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! **(2 Punkte)**
3. Sie messen eine Länge des Tropfens von  $4.1mm$ . Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von  $1.6mm$ . Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? **(3 Punkte)**

Sie haben jetzt die  $1.2 \times 10^6$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $15.1g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm  $kg$  sind die  $1.2 \times 10^6$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? **(1 Punkt)**

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1200 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall  $0.8cm$  Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

<sup>10</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

## 119 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrer Faultierpension in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht so die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: „Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!“. Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 26 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>11</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 10^{10} - 9 \times 10^8 \cdot 2.1^{-0.1 \cdot t + 4.1}$$

1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion *annäherungsweise* in einer Abbildung! **(1 Punkt)**
2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 9 Jahren auf dem australischen Kontinent? **(1 Punkt)**

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 14 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfaktor von 1.4 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 7 Jahren Wachstum zu durchseuchen? **(1 Punkt)**

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.9% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 40% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? **(2 Punkte)**

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4000km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3400km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 9.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? *Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze!* **(2 Punkte)**

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 11\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1100 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? **(1 Punkt)**

<sup>11</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: [Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...](#)

## 120 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Ostfriesland. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer der Kuh Frida und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von  $200^\circ$  kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.6\times$ , Februar mit  $0.75\times$  und März mit  $1.1\times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.3
01. Feb 2023	1.1
01. Mrz 2023	2.7
01. Apr 2023	6.1

1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von  $200^\circ\text{C}$  zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Jonagoldplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Rentner abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit  $230\text{N}$ . Die elektrifizierten Rentner bringen eine Kraft von  $140\text{N}$  auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem  $30^\circ$  Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den  $1.5\text{t}$  schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? **(1 Punkt)**

## 121 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**In der Kartonagenfabrik** Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 6-mal-gefaltete, 0.8mm, 50-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 50cm und eine Breite von 23cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge  $x$  falzen.

1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton**blatt**rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben **(1 Punkt)**
2. Berechnen Sie die Falztiefe  $x$  für ein maximales Volumen des flachen Kartons! **(3 Punkte)**
3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe  $x$ ? **(1 Punkt)**
4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel**blatt**rohlings in  $cm^2$ ? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 120m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 120m Zaun bestimmen!

5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! **(1 Punkt)**

## 122 Aufgabe

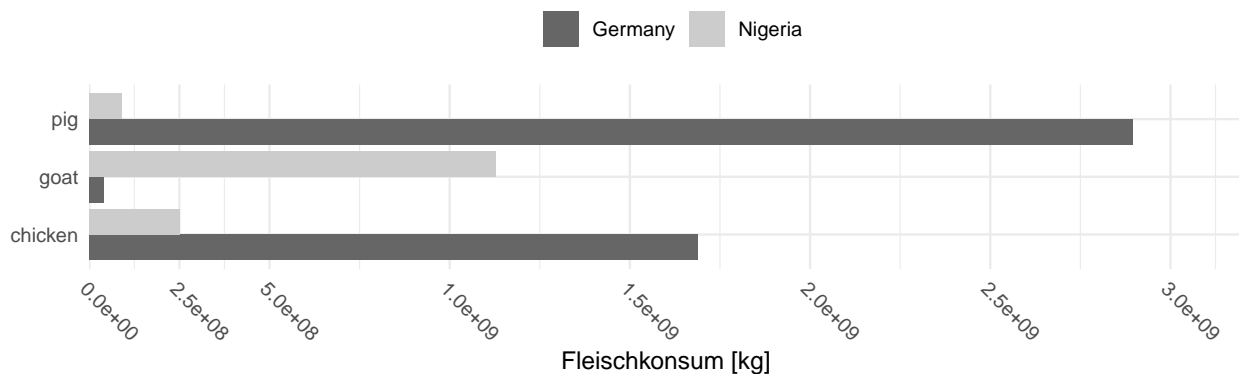
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



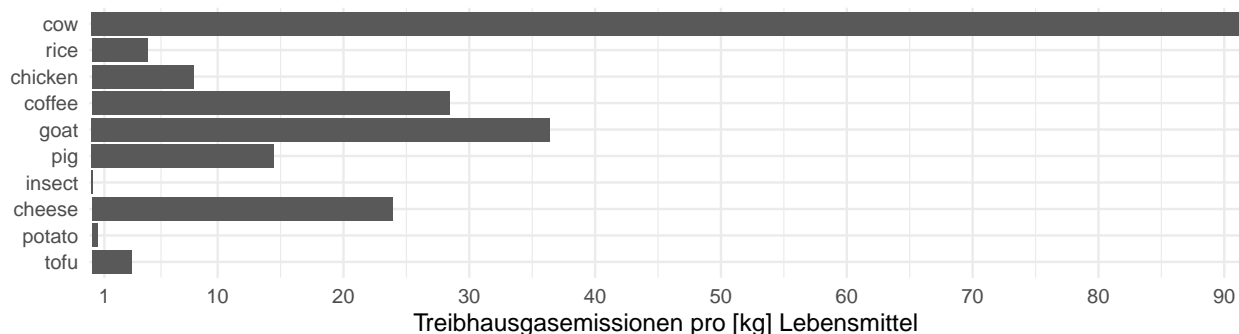
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen<sup>12</sup>. Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2023 leben ca.  $8 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.79 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2023 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2023 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! **(1 Punkt)**

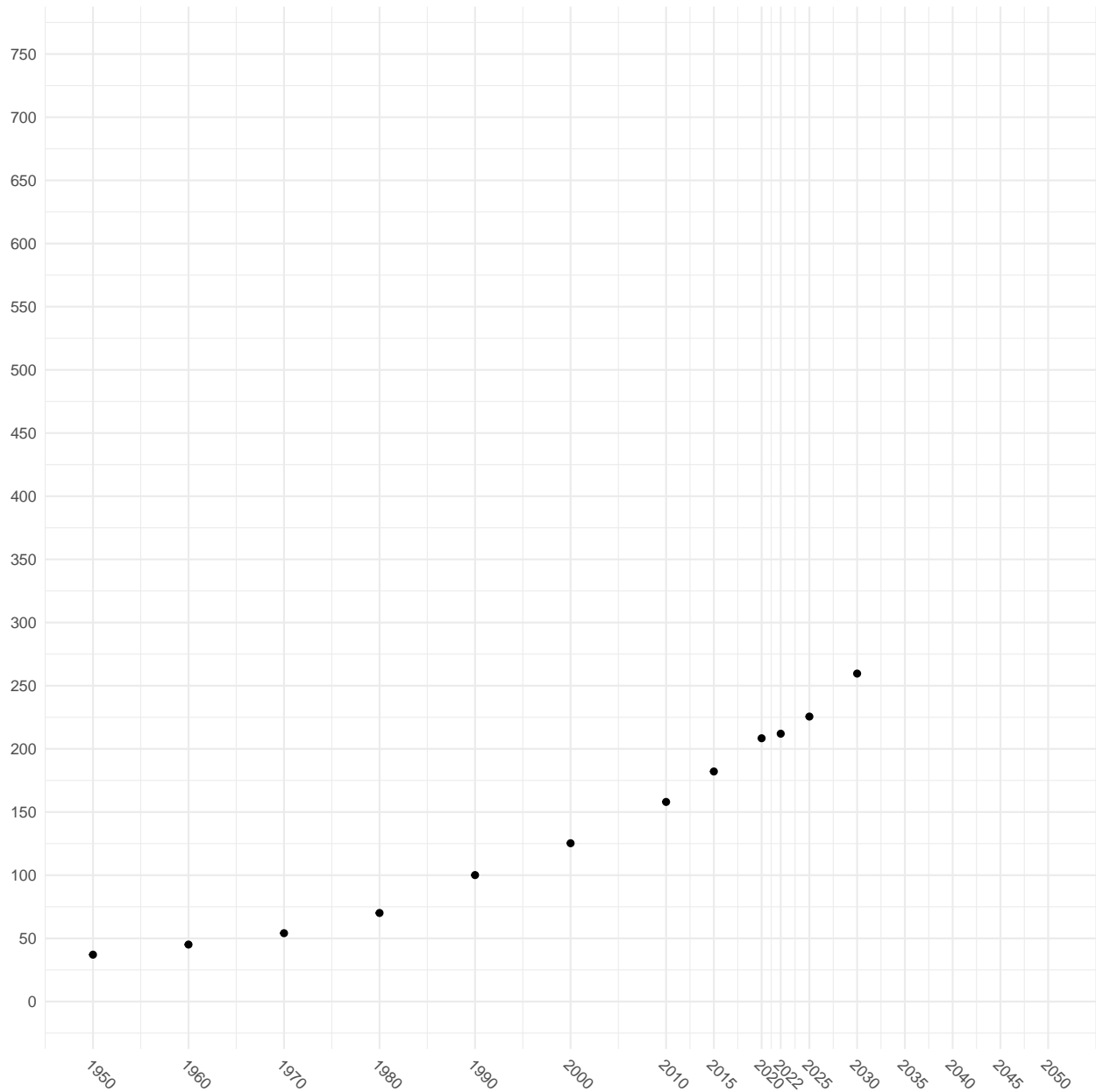
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO<sub>2</sub> pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2023 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! **(2 Punkte)**

<sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: [Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?](#)

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 80%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2023! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2023, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! **(1 Punkt)**

## 123 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Augenarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihre Partnerin über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.1% angenommen. In 92% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 2.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 4 \times 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>13</sup>.

1. Welche Wahrscheinlichkeit  $Pr$  wollen Sie berechnen? **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! **(1 Punkt)**
4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen  $n$  aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(1 Punkt)**

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

6. Tragen Sie  $TP$ ,  $TN$ ,  $FP$  und  $FN$  in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! **(2 Punkte)**
8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten  $Pr$  dar! **(2 Punkte)**

<sup>13</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

## 124 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des „passiven Einkommens“ abtauchen<sup>14</sup>.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von KH Gesund und Schön Components (KH-GSC). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 10 Prozent von 310 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut KH-GSC habe das Unternehmen  $2.8 \times 10^5$  aktive Partner.

1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma KH-GSC im Jahr 2022! **(1 Punkt)**
2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? **(1 Punkt)**
3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 25%? **(1 Punkt)**

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 50EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 40%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3%, 2% und 1.5%. Jeder Ihrer angeworbenen „Partner“ wirbt wiederum vier Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt fünf Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 4100EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! **(2 Punkte)**

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! **(3 Punkte)**

Sie mussten zum Einstieg bei KH-GSC Einheiten des Produkts für 2250EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 5.5% p.a. über 36 Monate finanzieren.

6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! **(2 Punkte)**
7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? **(1 Punkt)**
8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? **(1 Punkt)**

<sup>14</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: [Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt](#) und der Artikel: [Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden](#)



## 125 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einer Ihrer Freundinnen einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 4 achtseitige Würfel ( $4d8$ ) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 8 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *genau* 3 Erfolge zu erzielen! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! **(1 Punkt)**

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln ( $2d6$ ) als Schaden oder das Schwert mit einem vierseitigen Würfel plus 3 ( $1d4+3$ ) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(1 Punkt)**

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $A$ , der Rettungswurf ist erfolgreich, ist  $Pr(A) = 0.7$ , die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $B$ , der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist  $Pr(B) = 0.9$ . Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgreichen Zauber funktioniert hat.

4. Erstellen Sie eine  $2 \times 2$  Kreuztabelle mit den Ereignissen  $A$  und  $B$  sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einem  $\Omega = 100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse  $A$  und  $B$ ! **(2 Punkte)**
5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! **(1 Punkt)**
6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der  $2 \times 2$  Kreuztabelle! **(2 Punkte)**
7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit  $Pr(A|B)$ , dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

## 126 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** „Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!“, ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmals eine Kaffeemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Frida und Annegret das Team der drei Kandidaten.

Name	$P(\text{win})$	$P(\text{outbid})$
Frida	0.3	0.02
Annegret	0.3	0.043

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? **(1 Punkt)**
2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit  $P(\text{outbid})$  bei 0.11 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit Catwoman um das große Geld. Das Glücksrad hat 24 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 8 Feldern gewinnen Sie 4000EUR sonst 1500EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse **(2 Punkte)**
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 5500EUR? **(1 Punkt)**

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei „Geh aufs Ganze!“ mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! **(1 Punkt)**
7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(1 Punkt)**
8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(2 Punkte)**
9. Lösen Sie nun das „Ziegenproblem“! Berechnen Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählten Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

### **Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)**

Im Rahmen der Klausur zu dem Modul Biostatistik werden auch Fragen nur für die Studierenden des Schwerpunktes Nutztierwissenschaften gestellt. Im Folgenden daher eine lose Sammlung von möglichen Fragen zu diesem Themenkomplex.

### 127 Aufgabe

(6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

### 128 Aufgabe

(8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_j + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- $Y_{ijkl}$ : l-te Beobachtung
- $\mu$ : Populationsmittel
- $Var_i$ : fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_j$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \leq 25$  Monate,  $EKA > 25$  Monate)
- $VarEKA_{ij}$ : fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- $V_k$ : zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} - L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

### 129 Aufgabe

(6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.