

Nicht bestanden: ☐

**Vorname:** \_\_\_\_\_

**Matrikelnummer:** \_\_\_\_\_

**Endnote:** \_\_\_\_\_

**Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)**

# Klausurfragen Bio Data Science

**für Pflichtmodule**

**im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.**

**(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)**

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz  
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur  
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



*„The test of a student is not how much he knows,  
but how much he wants to know.“*  
— Alice W. Rollins



Alex studiert im 3. Semester und wiederholt das Modul, da er im ersten Jahr andere Prioritäten für sich gesetzt hat. Das musste sein, da er sich ziemlich im Abitur verausgabt hat. Darüber hinaus war die WG auch eher auf Party angelegt. Alex hofft jetzt über Pünktlichkeit wieder in die Bahn zu kommen. Dafür steht er jetzt immer um 5 Uhr auf! Freunde von ihm beschreiben ihn eher als extrovertiert. Er kennt Paula noch aus der Schulzeit und er überlegt, ob nicht beide Mal nach Mallorca sollten.

Nach zwei Semestern Studium an der Universität Osnabrück war es dann Jessica doch viel zu theoretisch. Etwas angewandtes sollte es sein, wo sie auch eine Fähigkeit lernt, die Frau nutzen kann. Deshalb hat sich Jessica an der Hochschule eingeschrieben. Hoffentlich lernt sie etwas nützliches, wo andere für Geld geben würden. Wer nützlich ist, ist wertvoll. Ihr Traum ist ja eine Hundeschule aufzumachen. Die großen Parties hat sie immer gemieden. Sie ist lieber mit ihrer Hündin im Teutoburgerwald.



Das ist jetzt der letzte Versuch mit einem Studium. Wenn es nicht klappt dann überlegt Jonas das **Programm der IHK zu Ausbildungsvermittlung** zu nutzen. Aber eine Runde gibt er sich noch. Struktur ist eigentlich das Wichtigste und diesmal hat er sich alle Altklausuren der Fachschaft besorgt. Dann ist er auch noch gleich der Fachschaft beigetreten um mehr Informationen abzugreifen. Und er versucht nicht seine Zeit mit Alex zu verdaddeln oder in der Fachschaft bei einem Bier oder so...

Nächstes Semester geht es nach Kanada davon hat er schon auf der Berufsschule geträumt. Deshalb konzentriert er sich sehr auf die Prüfungen. Ein Schiff ist im Hafen sicher, aber dafür ist es nicht gebaut worden. Das **International Faculty Office** der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur hat super geholfen, aber es waren einiges an Unterlagen. Jetzt hofft er, dass Tina dann doch noch mitkommt. Aber sonst macht er das eben alleine. Obwohl das eher nicht so seine Art ist. Vielleicht sollte er sich mal einen Tipp bei Tina holen, sie wirkt sehr entschlossen.



Nach der Ausbildung wollte Nilufar eigentlich gleich anfangen zu arbeiten, aber nach einem Praktikum und der Probezeit stellte sie fest, dass es ohne einen Hochschulabschluss schwer wird Führungsverantwortung zu übernehmen. Mit Menschen kann sie schon immer und dann auch eigene Projekte mit anderen verwirklichen, das ist doch was. Mit dem notwendigen Abschluss sollte der Start um so einfacher sein. Dann ist sie keine Befehlsempfängerin mehr sondern gibt die Marschrichtung vor. Schon jetzt koordiniert Nilufar das Studium von anderen.

Paula möchte die Welt zu einem besseren Ort machen. Wenn da nicht die anderen Mitmenschen wären. Paula muss das Modul nochmal wiederholen, da es dann am Ende des Semesters zu viel für sie wurde. Eine Lerngruppe hätte geholfen, aber das ist dann gar nicht so einfach eine zu finden. Zwar kennt sie schon Nilufar, aber Nilufar ist ihr manchmal zu forsch. Ihr schwant aber, dass alleine das Studium sehr schwer werden wird. Das Abitur war schon so ein Lernhorror, das möchte sie nicht nochmal. Alex sieht sie da als Vorbild.



Sommer, Sonne, Natur. Das ist es was Steffen mag. Raus in die Komune und die Natur genießen. Leider hat Steffen noch andere Bedürfnisse, die ein Einkommen benötigen. Da Studierende mehr verdienen, würde dann in Teilzeit auch mehr rausspringen. Wenn er dann privat was anbauen kann, dann spart er gleich doppelt. Leider sind viele seiner Kommilitonen total verkrampte Karrieristen. Es geht nur ums Äußere. Dabei verliert sich Steffen gerne im Prozess. Das hat auch seinen Schulabschluss etwas verzögert. Steffen lässt sich eben Zeit.

Wille war es, die es Tina hierher gebracht hat und Wille wird es sein, die Tina dann auch zum Abschluß treibt. Nach einem Rückschlag muss Tina jetzt einige Module wiederholen, damit sie dann auch fertig wird. Ab und zu ist sie schwach gewesen und das hat dann Zeit gekostet. Das Tina es dann manchmal übertreibt, weiß sie nur zu gut, aber irgendwie muss die Kontrolle ja erhalten bleiben? Insbesondere, wenn sie mal wieder die Nacht durchgefeiert hat, verachtet Tina sich. Dann baut Nilufar sie dann bei einem Tee wieder auf.



Für Yuki war es nicht einfach. Teilweise war die Krankheit sehr hinderlich, dann war es Yuki selber. Dann muss man auch wieder auf die Beine kommen und es dauert eben seine Zeit. Aber immerhin hat Yuki es jetzt den Abschluss gekriegt und hat einen Studienplatz. Jetzt heißt es in den Rhythmus kommen und schauen, was noch so passiert. Immerhin hat Yuki schon eine kleine Gruppe gefunden, in der Yuki dann Hilfe findet. Ist aber auch sehr unübersichtlich so ein Studium. Steffen ist immer super entspannt.

### Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- **Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!**
- *You can answer the questions in English without any consequences.*

### Endnote

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 75 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 95 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
91.0 - 95.0	1,0
86.0 - 90.5	1,3
81.5 - 85.5	1,7
76.5 - 81.0	2,0
72.0 - 76.0	2,3
67.5 - 71.5	2,7
62.5 - 67.0	3,0
58.0 - 62.0	3,3
53.0 - 57.5	3,7
47.5 - 52.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

## Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	B	C	D	E	✓
<b>Aufgabe 1</b>						
<b>Aufgabe 2</b>						
<b>Aufgabe 3</b>						
<b>Aufgabe 4</b>						
<b>Aufgabe 5</b>						
<b>Aufgabe 6</b>						
<b>Aufgabe 7</b>						
<b>Aufgabe 8</b>						
<b>Aufgabe 9</b>						
<b>Aufgabe 10</b>						

- Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

## Rechen- und Textaufgaben

<b>Aufgabe</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>Punkte</b>	10	12	11	11	10	9	12

- Es sind \_\_\_\_ von 75 Punkten erreicht worden.

## Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben **unterliegen dem Zufall**. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit **verschiedene Textvarianten**. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

### ANOVA

#### 1. Aufgabe

(2 Punkte)

Aus einem Feldversuch ergibt sich die Notwendigkeit der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA. Es ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.12$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das  $\eta^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- B** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- C** ☐ Das  $\eta^2$  ist damit mit dem  $R^2$  aus der linearen Regression zu vergleichen und beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- D** ☐ Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.
- E** ☐ Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

#### 2. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Erdbeeren zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.19$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Es werden 81% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.
- B** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 19% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 81%.
- C** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- D** ☐ Es werden 19% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- E** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 19% der Varianz erklärt.

#### 3. Aufgabe

(2 Punkte)

Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- A** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- B** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

- C** ☐ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- D** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- E** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

#### 4. Aufgabe

(2 Punkte)

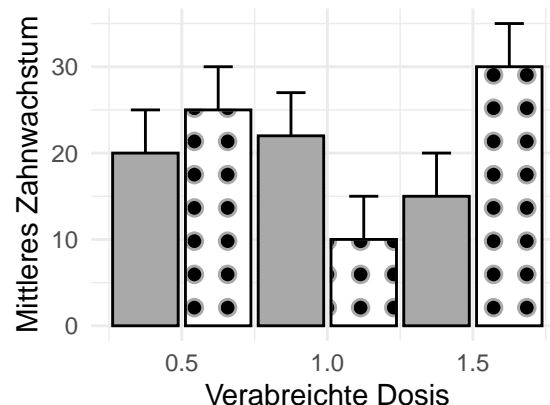
Die ANOVA ist ein statistisches Verfahren welches häufig in den Auswertungen von Experimenten in den Agrarwissenschaften angewendet wird. Dabei wird die ANOVA als ein erstes statistischen Werkzeug für die Übersicht über die Daten benutzt. Eine ANOVA testet dabei...

- A** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz durch verschiedene Behandlungsgruppen unter der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, kann kein Effekt  $\eta^2$  bestimmt werden.
- B** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss ein Posthoc-Test angeschlossen werden.
- C** ☐ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- D** ☐ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- E** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsgruppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein Posthoc-Test ausgeschlossen werden.

#### 5. Aufgabe

(2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Hasen entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde an 75 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA richtig?



- A** ☐ Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist groß.
- B** ☐ Die Koeffizienten sind positiv ( $\beta_0 > 0; \beta_1 > 0$ ).
- C** ☐ Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ )
- D** ☐ Keine Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ ).
- E** ☐ Eine Korrelation liegt vor ( $p \leq 0.05$ ).

## Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

### 6. Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung von  $y$  mit 3, 9, 16, 10 und 13.

- A** ☐ Es berechnet sich  $10.2 \pm 4.87$
- B** ☐ Sie erhalten  $10.2 \pm 2.435$
- C** ☐ Sie erhalten  $10.2 \pm 2.21$
- D** ☐ Es berechnet sich  $11.2 \pm 23.7$
- E** ☐ Es ergibt sich  $11.2 \pm 2.435$

### 7. Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Median, das 1<sup>st</sup> Quartile sowie das 3<sup>rd</sup> Quartile von  $y$  mit 23, 24, 18, 18, 6, 25, 11, 26, 25, 40 und 51.

- A** ☐ Sie erhalten 24 [18; 26]
- B** ☐ Es berechnet sich 25 [19; 25]
- C** ☐ Es ergibt sich  $24 \pm 18$
- D** ☐ Es ergibt sich  $24 \pm 18$
- E** ☐ Sie erhalten  $24 \pm 26$

### 8. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie überlegen Ihre Daten mit einem Histogramm zu visualisieren. Was ist die minimale Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe ?

- A** ☐ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
- B** ☐ Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen.
- C** ☐ erhalten, sollten wir mindestens zwanzig Beobachtungen haben.
- D** ☐ Die optimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein können.
- E** ☐ 10 Beobachtungen.

### 9. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen nach einem Feldversuch die Standardabweichung berechnen. Welche der folgenden Rechenoperationen müssen durchgeführt werden?

- A** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren
- B** ☐ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl.
- C** ☐ Den Median berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.
- D** ☐ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend subtrahieren wir die Fallzahl.
- E** ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.

## 10. Aufgabe

(2 Punkte)

Der Barplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Barplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- A** ☐ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.
- B** ☐ Der Barplot stellt den Median und die Quartile dar.
- C** ☐ Den Mittelwert und die Varianz.
- D** ☐ Der Barplot stellt die Mittelwerte und die Varianz dar.
- E** ☐ Durch die Abbildung des Barplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Standardabweichung.

## 11. Aufgabe

(2 Punkte)

Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich in Ihren Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Brokoli. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- B** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verwenden den Datensatz so wie er ist.
- C** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verwenden den Datensatz so wie er ist.
- D** ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- E** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.

## 12. Aufgabe

(2 Punkte)

Ihre Betreuung der Abschlussarbeit fragt überraschend in der letzten Besprechung, ob Ihre Messwerte einer Varianzhomogenität genügen. Sonst könnten Sie ja gar nicht einen t-Test rechnen. Da Ihnen die Zeit wegrennt, entscheiden Sie sich für eine schnelle Visualisierung im Anhang. Welche Visualisierung nutzen Sie und welche Regel kommt zur Abschätzung einer Varianzhomogenität zur Anwendung?

- A** ☐ Nach der Erstellung eines Boxplots schauen wir, ob der Median in der Mitte der Box liegt. Dabei ist der Median als dicke Linie dargestellt und die Box ist das IQR.
- B** ☐ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Boxplot und schauen, ob die Box und damit das IQR für jede Behandlung gleich groß ist.
- C** ☐ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Dotplot und schauen, ob die Dots und damit die Varianz für jede Behandlung gleich groß sind.
- D** ☐ In einer explorativen Datenanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- E** ☐ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnur anordnen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Varianzhomogenität.



### 13. Aufgabe

(2 Punkte)

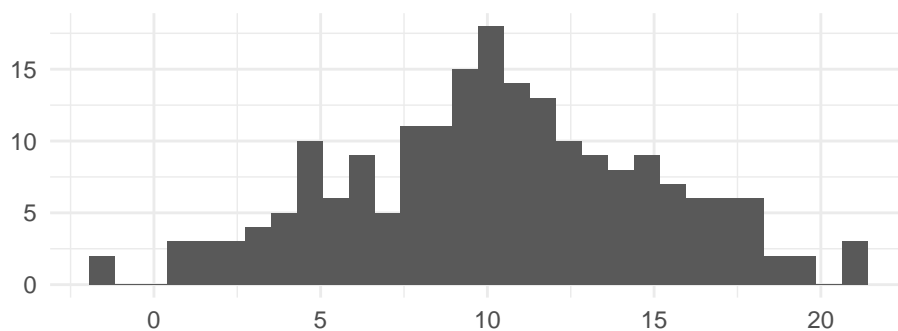
Nach der Durchführung Ihres Feldexperiments wollen Sie eine ANOVA rechnen. Dafür muss aber Ihr Messwert zumindestens approximativ einer Normalverteilung folgen. Welche der drei Abbildungen erlaubt Ihnen abzuschätzen, ob Sie eine Normalverteilung in Ihrem Endpunkt vorliegen haben?

- A ☐ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- B ☐ Histogramm, Scatterplot, Boxplot
- C ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- D ☐ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot
- E ☐ Densityplot, Boxplot, Violinplot

### 14. Aufgabe

(2 Punkte)

Bevor Sie in Ihrer Abschlussarbeit einen statistischen Test rechnen, wollen Sie einmal betrachten, welcher Verteilung Ihre  $n = 214$  geernteten Pflanzen folgen. Welche Verteilung ist abgebildet?



- A ☐ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.
- B ☐ Eine Standardnormalverteilung.
- C ☐ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- D ☐ In dem Histogramm ist eine Normalverteilung dargestellt.
- E ☐ Wir haben eine Poisson-Verteilung vorliegen.

## Lineare Regression & Korrelation

### 15. Aufgabe

(2 Punkte)

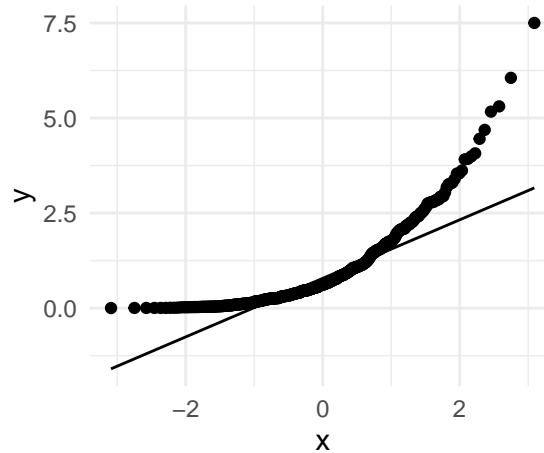
Im Allgemeinen gibt es zwei mögliche Ziele für ein Regressionsmodell. Wir können eine Vorhersagemodell oder ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist für ein kausales Modell richtig?

- A ☐ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$  wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann nicht der gesamte Datensatz genutzt werden. Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt.
- B ☐ Ein kausales Modell möchte die Zusammenhänge von  $X$  auf  $Y$  modellieren. Hierbei geht es um die Effekte von  $X$  auf  $Y$ . Man sagt, wenn  $x_1$  um 1 ansteigt ändert sich  $Y$  um einen Betrag  $\beta_1$ .
- C ☐ Ein kausales Modell basiert auf einem Trainingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
- D ☐ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Trainingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 1/10 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- E ☐ Ein kausales Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das  $R^2$  berechnet werden.

## 16. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen approximativ einer Normalverteilung folgen. Sie können einen QQ-Plot für die visuelle Überprüfung der Annahme an die Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?

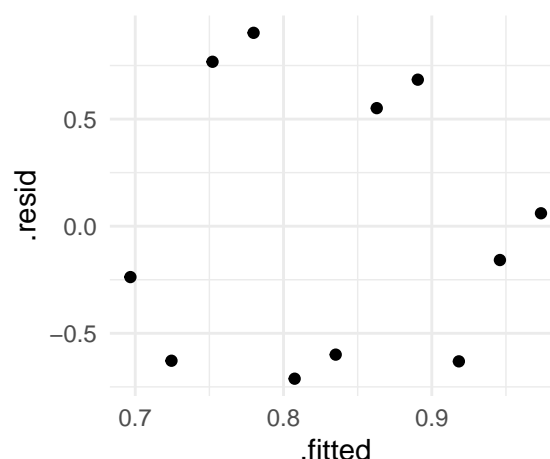


- A** ☐ Wir betrachten die Gerade, die durch die einzelnen Punkte laufen sollte. Wenn die 95% der Punkte von der Geraden getroffen werden, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus.
- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- C** ☐ Wir betrachten die Gerade. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig um die Gerade verteilt liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Dies ist hier nicht der Fall. Wir haben keine normalverteilten Residuen vorliegen.
- D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.

## 17. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (. resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- A** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.

- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelt Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- C** ☐ Die Punkte müssen gleichmäßig, mit ähnlichen Abständen, in dem positiven wie auch negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Wir können mit dem Model so nicht rechnen und müssen erst die auffälligen Werte gesondert betrachten.
- D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.
- E** ☐ Wir betrachten die Nulllinie und alle Punkte sollten ohne Muster gleichmäßig um die Nulllinie liegen. Da dies der Fall ist, gehen wir von keinen Ausreißern aus.

## 18. Aufgabe

(2 Punkte)

In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zu verstehen. Welche Aussage zu dem Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig?

- A** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen  $x$  und  $y$  bei einem Wert von 0. Einen maximalen negativen Zusammenhang bei -1 und somit auch einen maximalen positiven Zusammenhang bei 1. Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist einheitslos.
- B** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- C** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- D** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen  $x$  und  $y$  bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.
- E** ☐ Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.

## 19. Aufgabe


(2 Punkte)



In einer linearen Regression kann es vorkommen, dass der Effekt repräsentiert durch den  $\beta$  Koeffizienten nicht so richtig von der Größenordnung zu dem  $p$ -Wert passen will. So liefert eine Untersuchung des Einflusses von der  $CO_2$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf das Trockengewicht in  $[kg]$  an Spitzkohl folgende Effekte und  $p$ -Werte: 0.00051 als  $p$ -Wert und einen  $\beta_{CO_2}$  Koeffizienten von  $7.4 \times 10^{-6}$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatistik und damit auch der  $p$ -Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu kriegen.
- B** ☐ Die Einheit der  $CO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen  $p$ -Wert. Der  $p$ -Wert und die Einheit von der  $CO_2$ -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- C** ☐ Das Gewicht und die  $CO_2$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_{CO_2}$  Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum  $p$ -Wert.
- D** ☐ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der  $p$ -Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum  $p$ -Wert passen.
- E** ☐ Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable  $X$  zu klein gewählt, so dass der Anstieg von 1 Einheit in  $X$  zu einer zu kleinen Änderung in  $y$  führt. Daher kann der Effekt  $\beta_{CO_2}$  sehr klein wirken, aber auf einer anderen Einheit sehr viel größer sein. Der  $p$ -Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt.

## 20. Aufgabe

(2 Punkte)



Nachdem Sie Ihr Experiment abgeschlossen haben, stehen Sie vor der Frage wie Sie Ihre Daten modellieren sollen. In der Beispielauswertung von Ihrem Betreuenden finden Sie die Funktion `lm()` in . Welche Aussage ist richtig?

- ☐ **A** Die Funktion `lm()` in  wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable  $X$  numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.
- ☐ **B** Die Funktion `lm()` in  ist der erste Schritt für einen Gruppenvergleich. Danach kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in `{emmeans}` gerechnet werden. In der Funktion `lm()` werden die Gruppenmittelwerte bestimmt.
- ☐ **C** Ist die Einflussvariable  $X$  numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich.
- ☐ **D** Ist die Einflussvariable  $X$  ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich. Die Funktion `lm()` kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.
- ☐ **E** Die Funktion `lm()` berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenanalyse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion `lm()` schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.

## 21. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über das *generalisierte lineare Modell (GLM)* ist richtig?

- ☐ **A** Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das  $X$  bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.
- ☐ **B** In  ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in  auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- ☐ **C** Dank dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* können auch andere Verteilungsfamilien als die Normalverteilung mit einer linearen Regression modelliert werden.
- ☐ **D** Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selbstständig die Verteilungsfamilie für  $Y$  wählt.
- ☐ **E** Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen sich polygonale Regressionen rechnen. Somit stehen neben der Normalverteilung noch weitere Verteilungen zu Verfügung.

## Vermischte Themen

## 22. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- ☐ **A** Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- ☐ **B** Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- ☐ **C** Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- ☐ **D** Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- ☐ **E** Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.

## 23. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen Ihren Datensatz in R einlesen und stehen nun vor einem Problem. Sie stellen fest, dass die Hilfeseiten alle in englischer Sprache verfasst sind. Warum mag die Nutzung von Deutsch problematisch sein?

- ☐ A Die R Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn R hat wie alle Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen.
- ☐ B Die Spracherkennung von R ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- ☐ C Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- ☐ D Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in R in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- ☐ E R Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn R daher in Deutsch zu bedienen.

## 24. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie zu Beginn eine explorativen Datenanalyse (EDA) in R rechnen. Dafür gibt es eine generelle Abfolge von Prozessschritten. Welche ist hierbei die richtige Reihenfolge?

- ☐ A Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
- ☐ B Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in R müssen wir als erstes die Daten über `read_excel()` einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über `mutate()` transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion `ggplot()` für die eigentliche EDA.
- ☐ C Wir transformieren die Spalten über `mutate()` in ein `tibble` und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- ☐ D Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in R müssen wir als erstes die Daten über `read_excel()` einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Spalten richtig über `mutate()` transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit Kategorien in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion `ggplot()` für die eigentliche EDA.
- ☐ E Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: `read_excel()` -> `mutate()` -> `ggplot()`. Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden.

## 25. Aufgabe

(2 Punkte)

Es sei  $s_1^2 = s_2^2$  in dem Modell  $Y \sim X$ . Welche Aussage ist richtig?

- ☐ A Es liegt Varianzhomogenität vor.
- ☐ B Es handelt sich um abhängige Beobachtungen.
- ☐ C Es liegt Varianzheterogenität vor.
- ☐ D Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- ☐ E Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.

## 26. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Leistung von Sauen soll auf einem Zuchtbetrieb gesteigert werden. Dafür werden die Ferkel verschiedener Sauen gemessen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher...

- A** ☐ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgemein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- B** ☐ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- C** ☐ Die Ferkel stammen vom gleichen Muttertier und haben vermutlich eine ähnlichere Varianzstruktur als die Ferkel von anderen Sauen. Die Ferkel sind untereinander über die Mutter abhängig.
- D** ☐ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander unabhängig.
- E** ☐ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und somit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.

## 27. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Schweinen durch. Bei 6 Tieren finden Sie eine Erkrankung der Klauen vor und 12 Tiere sind gesund. Welche Aussage über den Effektschätzer Risk ratio ist richtig?

- A** ☐ Das Verhältnis der Anteile Risk ratio ergibt ein Anteilsverhältnis von 0.33. Wir sind am Anteil der Kranken interessiert.
- B** ☐ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Risk ratio von 3.
- C** ☐ Das Verhältnis der Chancen Risk ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.33. Wir sind an der Chance krank zu sein interessiert.
- D** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.5, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt
- E** ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.33, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.

## 28. Aufgabe

(2 Punkte)

In der Bio Data Science wird häufig mit sehr großen Datensätzen gerechnet. Historisch ergibt sich nun ein Problem bei der Auswertung der Daten und deren Bewertung hinsichtlich der Signifikanz. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fallzahl ( $n > 10000$ ) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- B** ☐ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- C** ☐ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- D** ☐ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
- E** ☐ Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen auch wenn der Effekt klein ist und damit nicht relevant. Dadurch sind die Informationen zur Signifikanz in riesigen Datensätzen schwer zu verwerten, da fast alle Vergleiche signifikant sind.

## Multiple Gruppenvergleiche

### 29. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.42, 0.89, 0.02, 0.21, 0.001 und 0.03. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 2.52, 5.34, 0.12, 1.26, 0.006 und 0.18. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- B** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.12, 1, 0.006 und 0.18. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- C** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.07, 0.1483, 0.0033, 0.035, 2e-04 und 0.005. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- D** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.07, 0.1483, 0.0033, 0.035, 2e-04 und 0.005. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 0.83% verglichen.
- E** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.12, 1, 0.006 und 0.18. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 0.83% verglichen.

### 30. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein CLD erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- A** ☐ Compact letter detection. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt.
- B** ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- C** ☐ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- D** ☐ Compact letter display. Das CLD ist umstritten, da es die Gleichheit der Behandlungen durch gleiche Buchstaben darstellt. Dadurch ist das CLD nicht mehr sauber auf einer Linie mit dem statistischen Testen. Wir lehnen die Nullhypothese ab und zeigen keine Gleichheit im statistischen Testen.
- E** ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.

### 31. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben eine zweifaktorielle ANOVA gerechnet und wollen nach einem signifikanten Ergebnis in dem Gruppenfaktor einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür und welche Eigenschaften des Paktes sind korrekt?

- A** ☐ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- B** ☐ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- C** ☐ Das R Paket {lm}. Das Paket {lm} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- D** ☐ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- E** ☐ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.

### 32. Aufgabe

(2 Punkte)

Bei einem multiplen Vergleich oder Posthoc Test kann es zu einer Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie nennt man diese Besonderheit beim statistischen Testen und wie kann man mit ihr umgehen?

- A** ☐ Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der  $\alpha$ -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- B** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\beta$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.
- C** ☐ Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel niedriger, bei ca. 1%. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Hyperinflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- D** ☐ Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\alpha$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.

### 33. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen mehrere t-Tests für einen multiplen Vergleich nachdem eine einfaktorielle ANOVA sich als signifikant herausgestellt hat. Welche Aussage im Bezug auf den Effekt ist richtig?

- A** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen  $k$  multipliziert. Dies geschieht analog zu den p-Werten.
- B** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- C** ☐ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
- D** ☐ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- E** ☐ Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied  $\Delta$  aus einem t-Test, nicht adjustiert werden.

## Statistische Testtheorie

### 34. Aufgabe

(2 Punkte)

Geben ist  $Pr(D|H_0)$  als mathematischer Ausdruck, welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- B** ☐  $Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Daten  $D$  und somit die Teststatistik  $T_D$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- C** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativhypothese und somit  $1 - Pr(H_A)$
- D** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten  $D$  zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.
- E** ☐  $Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.



### 35. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- A** ☐ ... dass ein minderwertiges Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- B** ☐ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- C** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird.
- D** ☐ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- E** ☐ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.

### 36. Aufgabe

(2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau  $\alpha$  genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegung auf 5% als Signifikanzschwelle ist richtig?

- A** ☐ Als Kulturkonstante hat  $\alpha = 5\%$  den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- B** ☐ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- C** ☐ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.
- D** ☐ Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- E** ☐ Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  historisch gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante.

### 37. Aufgabe

(2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das „*signal*“ mit dem „*noise*“ aus den Daten  $D$  zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

- A** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}}$
- B** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}^2}$
- C** ☐ Es gilt  $T_D = (\text{signal} \cdot \text{noise})^2$
- D** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{noise}}{\text{signal}}$
- E** ☐ Es gilt  $T_D = \text{signal} \cdot \text{noise}$

### 38. Aufgabe

(2 Punkte)

Eine Analogie kann helfen einen Sachverhalt besser zu verstehen. Wie kann folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie gesetzt werden?

*$H_0$  ablehnen obwohl die  $H_0$  gilt*

- A ☐ *Alarm with fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie von Feuer.
- B ☐ Dem  $\beta$ -Fehler mit der Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*.
- C ☐ In die Analogie eines brennenden Hauses ohne Rauchmelder: *House without noise*.
- D ☐ Dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie eines Rauchmelder: *Alarm without fire*.
- E ☐ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.

### 39. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche statistische Maßzahl erlaubt es Relevanz mit Signifikanz zu verbinden? Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- B ☐ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualisierung des Konfidenzintervalls eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.
- C ☐ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall bietet eine Entscheidung über die Signifikanz und zusätzlich kann über die Visualisierung des Konfidenzintervalls eine Relevanzschwelle definiert werden.
- D ☐ Das  $\Delta$ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da  $\Delta$  antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes  $\Delta$  ein sehr kleinen p-Wert.
- E ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der  $\alpha$ -Schwelle zu definieren.

### 40. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben ein Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem p-Wert ist richtig?

- A ☐ Wir machen eine Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$ , wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten verglichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- B ☐ Wir machen eine Aussage über die individuelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese  $H_0$ . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.
- C ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt.
- D ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt.
- E ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die  $H_0$  gilt.

## 41. Aufgabe

(2 Punkte)

Um die Testtheorie besser zu verstehen, mag es manchmal sinnvoll sein ein Beispiel aus dem Alltag zu wählen. Die Ergebnisse der Analyse durch einen statistischen Test können auch in grobe Analogie zur Wettervorhersage gebracht werden. Welche Aussage trifft am ehesten zu?

- A** ☐ In der Analogie der Wahrscheinlichkeit für Regen: ein statistischer Test erlaubt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis abzuschätzen. Die Stärke des Effektes können wir nicht bestimmen.
- B** ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten  $D$  wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- C** ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- D** ☐ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- E** ☐ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.

## 42. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Forschungsarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie eine ANOVA als statistischen Test. Erhalten Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test?

- A** ☐ Weder eine Aussage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- B** ☐ Ja, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten dann eine Aussage zum Individuum.
- C** ☐ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.
- D** ☐ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- E** ☐ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Test adjustieren und so die Auswertung ermöglichen.

## 43. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben die *Power* berechnet. Was sagt Ihnen dieser statistische Begriff aus?

- A** ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- B** ☐ Die Power wird nicht berechnet sondern ist eine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $H_A$  *bewiesen wird*.
- C** ☐ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.
- D** ☐ Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die  $H_A$  abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- E** ☐ Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 20% *bewiesen wird*. Die Power ist  $1 - \beta$  mit  $\beta$  gleich 80% gesetzt.

#### 44. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen statistischen Test und erhalten neben dem p-Wert noch einen Effekt wiedergegeben. Welche Aussage zum Effekt ist richtig?

- A** ☐ Durch den Effekt erfahren wir die biologisch interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das  $\eta^2$  aus einer ANOVA. Damit können wir die Relevanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- B** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.
- C** ☐ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Ergebnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experiments vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- D** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistischen Tests.
- E** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Modernen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.

#### 45. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des 95%-Konfidenzintervalls gegen die Nullhypothese ist richtig?

- A** ☐ Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- B** ☐ Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- C** ☐ Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- D** ☐ Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- E** ☐ Ist  $Pr(D|H_0)$  kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.

#### 46. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit müssen Sie für die statistischen Tests im Anhang Ihrer Arbeit die Hypothesen  $H$  formulieren. Welche Aussage über Hypothesen  $H$  ist richtig?

- A** ☐ Die Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$  sind rein prosaischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- B** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaar gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativhypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- C** ☐ Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus  $k$  Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- D** ☐ Mit der Nullhypothese  $H_A$  und der Alternativhypothese  $H_0$  gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.
- E** ☐ Mit der Nullhypothese  $H_0$  und der Alternativhypothese  $H_A$  oder  $H_1$  gibt es zwei Hypothesen.

## Statistische Tests für Gruppenvergleiche

### 47. Aufgabe

(2 Punkte)

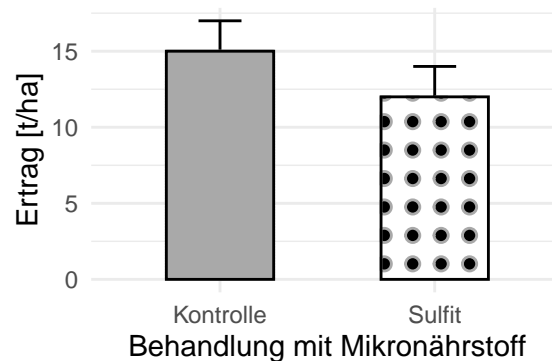
Welche Aussage über den t-Test im Allgemeinen ist richtig? Berücksichtigen Sie den Welch t-Test wie auch den Student t-Test!

- A** ☐ Der t-Test testet generell zu einem erhöhten  $\alpha$ -Niveau von 20%.
- B** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen.
- C** ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- D** ☐ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- E** ☐ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.

### 48. Aufgabe

(2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Sulfite auf den Ertrag in t/ha von Mango im Vergleich zu einer Kontrolle entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde in 9 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage ist im Bezug auf einen t-Test ist richtig?



- A** ☐ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -3 unter einer groben Abschätzung. Wir müssen aber eine ANOVA rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- B** ☐ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -3.
- C** ☐ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- D** ☐ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -3.
- E** ☐ Der Effekt und die Signifikanz lassen sich nicht aus Barplots abschätzen. Höchstens der Effekt als relativer Unterschied zwischen der Höhe der Barplots. Standard ist der mediane Unterschied aus Boxplots.

### 49. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen gepaarten t-Test, da Ihre Beobachtungen verbunden sind. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** ☐ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz  $d$  dient dann zur Differenzbildung.
- B** ☐ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.

- C** ☐ Wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir die Differenz zwischen den zwei Messpunkten.
- D** ☐ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.
- E** ☐ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhängigkeit nicht mehr vorliegen haben.

## 50. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einem Experiment mit fünf Weizensorten ergibt eine ANOVA ( $p = 0.045$ ) einen signifikanten Unterschied für den Ertrag. Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Weizensorten durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2} = 0.052$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.
- B** ☐ Hier kommt der Effekt der steigenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterscheid nachweisen.
- C** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- D** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepanz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- E** ☐ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.

## Teil I.

# Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

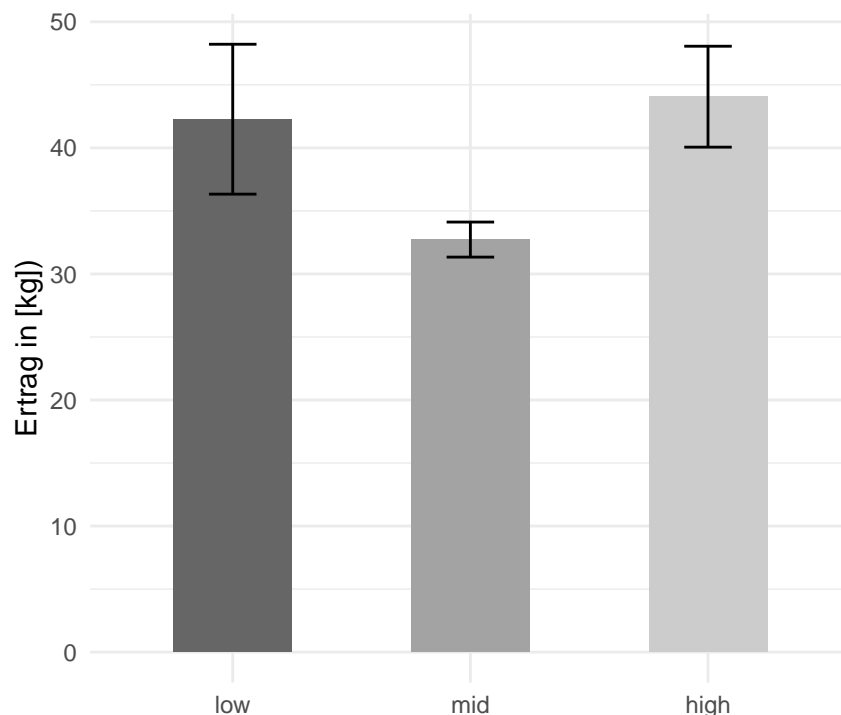
## 51. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Zerforschen des Barplots** Jonas steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seiner Betreuerin geht, soll er in einem Feldexperiment Kartoffeln auswerten. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Jonas liebt Stricken. Darin kann er sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Das heißt erstmal überlegen für Jonas. Jonas schmeißt noch eine Handvoll Snickers in seinen Rachen. Im Hintergrund klinkt leise der Spiegel zum Sound von Iron Maiden. Die Behandlung werden verschiedene Bewässerungstypen (*low*, *mid* und *high*) sein. In seiner Exceldatei wird er den Messwert (*Y*) *Ertrag* als *yield* aufnehmen. Vorab soll Jonas aber einmal die folgenden Barplots seiner Betreuerin nachbauen, damit er den R Code schonmal für später vorliegen hat. Damit geht das Problem schon los. Jonas und die Erschöpfung, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen.



Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Barplots in R nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im R üblichen Format, aus dem die drei Barplots möglicherweise erstellt wurden! (2 Punkte)
4. Kann Jonas einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

## 52. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Barplots** Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Paula nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Paula liebt Harry Potter. Darin kann sie sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Das ist in soweit doof, da nach ihrem Betreuer nun Barplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Na dann mal los. Paula schafft sich die nötige Stimmung. Wenn White Lies ertönt, dann sucht die Ratte schleunigst Schutz unter dem Sofa. Paula schüttelt den Kopf. Die Behandlung für Erbsen waren verschiedene Düngestufen (*ctrl*, *low* und *high*). Erfasst wurde von Paula als Outcome (*Y*) *Trockengewicht*. Paula hat dann *drymatter* in ihrer Exceldatei eintragen. Aber auch irgendwie egal. Um zu Fechten geht Paula dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

treatment	drymatter
low	48.9
low	43.3
ctrl	46.1
low	45.0
high	49.3
ctrl	35.1
ctrl	29.2
low	48.2
low	45.4
high	46.6
high	41.6
high	45.3
ctrl	31.2

Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Erbsen! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
3. Beschriften Sie *einen* Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Paula *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Erbsen erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! **(1 Punkt)**



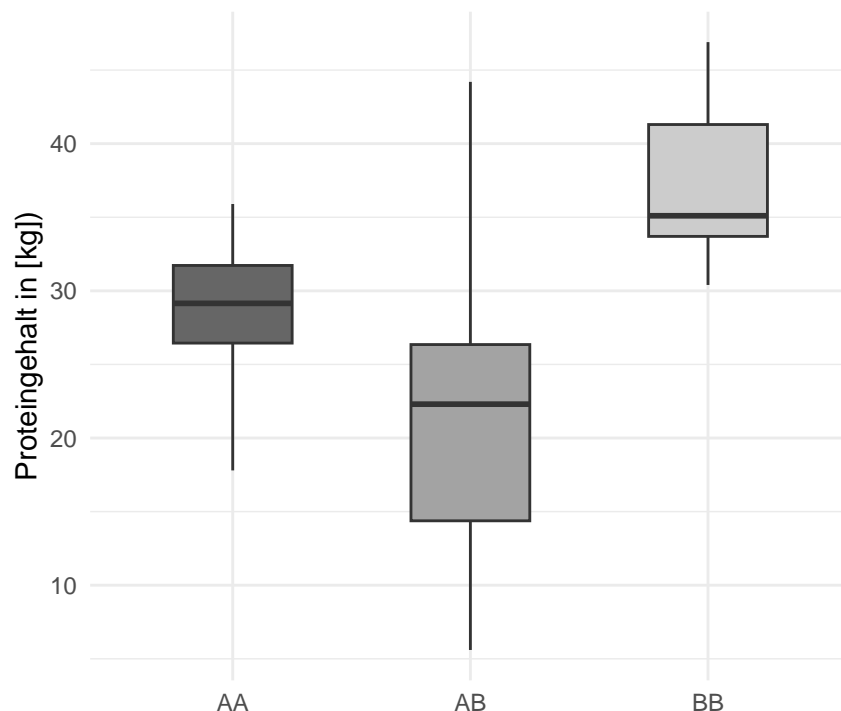
### 53. Aufgabe


(9 Punkte)


Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Zerforschen des Boxplots** Mark und die Unsicherheit, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Mark ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Mark soll in seinem Projektbericht Maiss untersuchen. Die Behandlung in seinem Projektbericht werden verschiedene Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) sein. Erheben wird Mark als Endpunkt (*Y*) *Proteingehalt* benannt als *protein* in seiner Exceldatei. Von seiner Betreuerin erhält er nun folgende Abbildung von Boxplots, die er erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor er mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Aber nur in passender Atmosphäre! Auf seinem Second Screen läuft Columbo und Mark schaufelt Marzipankugeln. Nicht effizient, aber gut.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Boxplots in  nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im  üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 54. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Boxplots** Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Erschöpfung gewesen. Ein leidiges Lied. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Jonas ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Jonas viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Boxplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Jonas soll nun in seiner Hausarbeit Brokoli untersuchen. Die Behandlung in seiner Hausarbeit sind verschiedene Genotypen (AA und BB). Erhoben wurden von Jonas als Messwert (Y) *Trockengewicht* benannt als *drymatter* in seiner Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält er von seiner Betreuerin den Auftrag die erhobenen Daten als Boxplots darzustellen. Dann kann Jonas auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte. Darüber hinaus kann Jonas anhand Boxplots eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen. Na dann mal los. Jonas schafft sich die nötige Stimmung. Jonas nickt im Takt von Iron Maiden und bemerkt dabei gar nicht was das Meerschweinchen schon wieder anstellt.

treatment	drymatter
BB	24.9
AA	26.6
AA	16.0
BB	20.6
AA	24.8
BB	27.3
AA	27.4
AA	39.3
BB	26.2
BB	22.9
AA	16.1
BB	24.6
AA	21.6
BB	31.8

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Brokoli! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine *gerade* Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Brokoli erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! **(1 Punkt)**

## 55. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Histogramm für kategoriale Daten** In einem Gespräch mit seiner Betreuerin wird Mark gebeten seine Daten aus einem Stallexperiment mit Schweinen in einem Histogramm darzustellen. Mark schmeißt noch eine Handvoll Marzipankugeln in seinen Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von Andrea Berg. In seinem Experiment hat er die auffälligen Hautflecken erst fotografiert und dann ausgezählt. Laut seiner Betreuerin soll das Histogramm helfen, die Verteilung der auffälligen Hautflecken zu bestimmen. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Mark streichelt liebevoll der Hamster. Der Kopf ist in seinem Schloß vergraben um den Klang von Andrea Berg zu dämpfen.

Die auffälligen Hautflecken: 6, 3, 7, 6, 2, 5, 5, 6, 4, 3, 0, 4, 5, 5, 4, 6, 4, 5, 3, 0, 3, 3, 3, 9, 6, 5, 5, 7, 2, 5, 5, 2, 3, 5, 5, 6

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie aus den Daten die *Chance* gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! **(1 Punkt)**

## 56. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Histogramm für kontinuierliche Daten** In ihrer Hausarbeit möchte Jessica gerne die Daten aus einem Kreuzungsexperiment mit Lamas in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihr dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über das Outcome (Y) zu treffen. Aus den Boxen wummert David Bowie und ihr Mund ist verklebt von Schokobons. 'Herrlich', denkt Jessica. In seinem Experiment hat Jessica die mittleren auffälligen Hautflecken gezählt. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Jessica und der Mangel, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Jessica streichelt liebevoll die Hündin. Der Kopf ist in ihrem Schloß vergraben um den Klang von David Bowie zu dämpfen.

Die mittleren auffälligen Hautflecken: 9.3, 11.6, 11, 9.2, 10.3, 6.4, 11.3, 11.6, 7.5, 7.1, 12.3, 9.8, 11.8, 12.6, 8.1, 12.8, 11.3, 10.1, 10, 11, 8.9, 12.6, 8.8, 8.3, 12.1, 7.6, 10.3, 10

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

## 57. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Scatterplots** Jessica liest laut: 'Wenn zwei kontinuierliche Variablen vorliegen, können diese in einer explorativen Datenanalyse...'. Jessica stoppt. 'Hm...', Schokobons und David Bowie. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Jessica. Was waren noch gleich kontinuierliche Variablen? In ihrer Hausarbeit hatte sie ein Stallexperiment im Oldenburger Land durchgeführt. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen Protein/Fettrate [%/kg] und durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d] im groben Kontext von Schweinen. Nun stellt sich die Frage für sie, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Dafür war eine explorative Datenanalyse gut! Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Mangel gewesen. Ein leidiges Lied. Dann was anderes. Das Verrückte ist, dass die Hündin Herr der Ringe wirklich liebt. Das ist Jessica sehr recht, denn sie braucht Entspannung.

Protein/Fettrate [%/kg]	Durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d]
26.9	35.1
25.5	33.0
22.9	29.7
21.5	31.3
26.3	35.3
22.8	24.9
26.5	33.5
26.6	34.0
21.9	29.2
22.0	27.3
24.4	29.2

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! **(3 Punkte)**
4. Wenn *kein* Effekt von  $x$  auf  $y$  vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

## 58. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Mosaicplots** Irgendwie komisch, wenn er Columbo anmacht, dann ist der Hamster eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein. Aber Ablenkung hilft nur begrenzt. 'Uff!', denkt sich Mark. Jetzt hat er doch tatsächlich zwei kategoriale Variablen in seiner Hausarbeit gemessen. Zum einen die Behandlung Klimakontrolle [ja/nein] und zum anderen die Messung Gewichtszuwachs erreicht [ja/nein] im Kontext von Fleischrindern. Hierfür hat er ein Kreuzungsexperiment im Teutoburgerwald durchgeführt. Jetzt möchte Mark die Daten einmal in einer explorativen Datenanalyse darstellen. Danach kann er dann über den passenden statistischen Test nachdenken. Dabei unterstützt seine Betreuerin diesen Ansatz bevor es in der Datenanalyse weiter geht. So schön wie so gut. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Unsicherheit gewesen. Ein leidiges Lied.

Klimakontrolle	Gewichtszuwachs erreicht	Klimakontrolle	Gewichtszuwachs erreicht
nein	ja	nein	ja
nein	ja	nein	ja
ja	nein	ja	ja
ja	nein	ja	nein
nein	ja	ja	ja
nein	ja	nein	ja
nein	ja	nein	nein
ja	nein	nein	nein
ja	ja	nein	ja
nein	nein	ja	ja
nein	ja	ja	nein
ja	nein	nein	nein
ja	nein	ja	nein
nein	ja	ja	nein
ja	ja	ja	nein
ja	ja	nein	ja
nein	nein	nein	ja

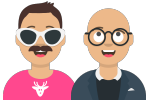
Leider kennt sich Mark mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! **(3 Punkte)**
2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(3 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
4. Wenn *ein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? **(2 Punkt)**

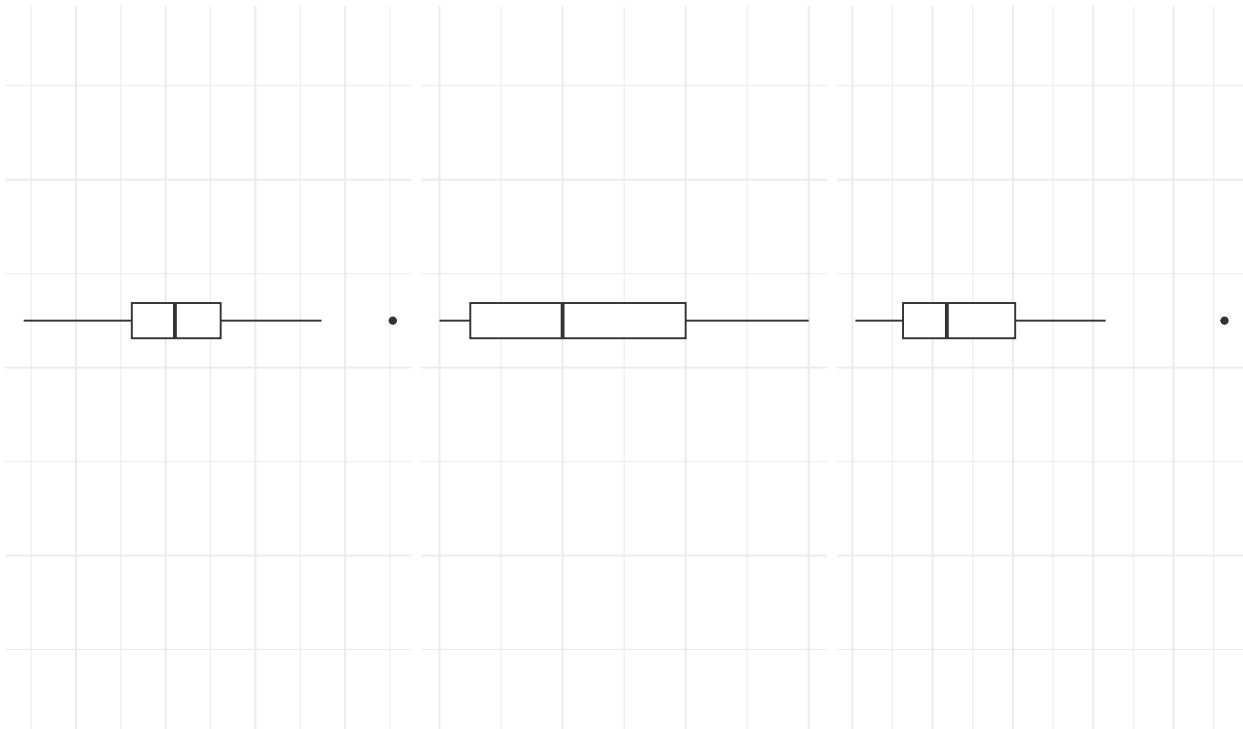
## 59. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung von Verteilungen** 'Was soll das denn jetzt schon wieder sein? Drei Boxplot, die auf der Seite liegen?', entfährt es Alex und schaut dabei Yuki an. 'Keine Ahnung. Es ist bestimmt wieder so ein Lernziel mit der Verteilung und so.', meint Yuki sichtlich genervt und mampft noch ein paar Reese's Peanut Butter Cups. 'Du weißt doch wie es heißt, *Frei ist, wer missfallen kann*.<sup>1</sup>', merkt Alex nickend an. Die beiden schauen angestrengt auf die drei Boxplots. Das Ziel ist es zu verstehen, wie eine Verteilung anhand eines Boxplots bewertet werden kann. Yuki und die Faulheit machen die Sache nicht einfacher.



Jetzt brauchen Alex und Yuki Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung anhand von Boxplots um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Zeichnen Sie über die Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie unter die Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! **(3 Punkte)**
3. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**
4. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\bar{y} \pm 1s$  und  $\bar{y} \pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? **(2 Punkte)**

<sup>1</sup>Oschmann, A. (2024) Mädchen stärken: Stärken fördern, Selbstwert erhöhen und liebevoll durch Krisen begleiten. Goldegg Verlag

## 60. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung der Normalverteilung** Paula und der Perfektionismus machen die Sache mit dem Studium nicht einfacher. Immerhin ist noch Tina zur Hilfe mit dabei. Tina hat Katjes mitgebracht und Tocotronic aufgedreht. Das ist immerhin eine Ablenkung. Nicht so gut wie Harry Potter, aber immerhin etwas. Jetzt sollen die beiden diese komische Aufgabe lösen. Es geht um verschiedene Normalverteilungen. Anscheinend hängen Normalverteilungen vom Mittelwert  $\bar{y}$  und der Standardabweichung  $s$  ab. 'Wozu brauchen wir nochmal Normalverteilungen?', entfährt es Paula. Durch das Mampfen von Tina versteht sie kein Wort der Antwort. Tina lächelt.

Jetzt brauchen Paula und Tina Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Skizzieren Sie vier Normalverteilungen mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$  und  $s_1 = s_2 = s_3 = s_4$ ! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. In welchen Bereich fallen 68% bzw. 95% der Beobachtungen in einer Normalverteilung? Ergänzen Sie die Bereiche in einer Normalverteilung! **(2 Punkte)**
5. Ergänzen Sie unter einer der Normalverteilungen den entsprechenden Boxplot! **(1 Punkt)**



## 61. Aufgabe

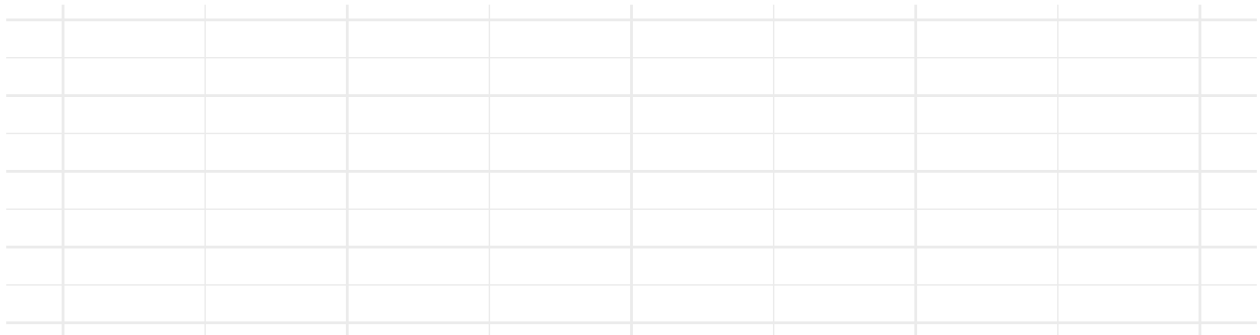
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

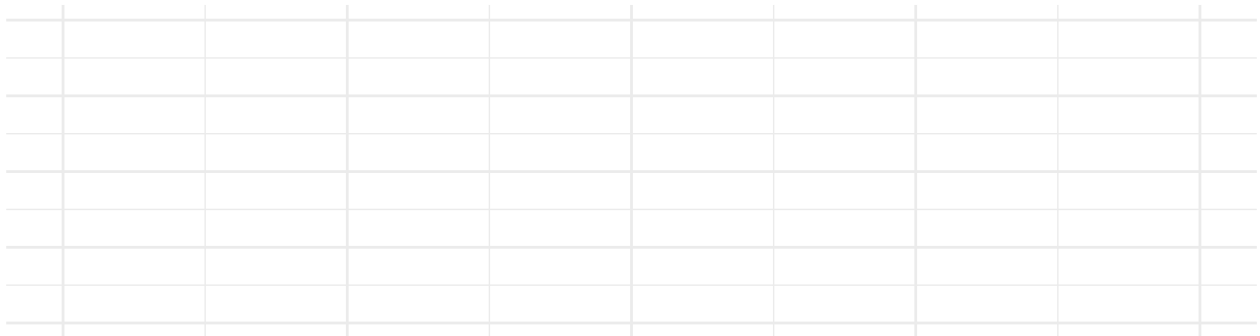


**Visualisierung der Normalverteilung und der Poissonverteilung** 'Was sollen wir hier dann noch zeichnen?!', entfährt es Yuki und schaut dabei Mark an. 'Wir sollen eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\bar{y}_1 = 3$  und einer Standardabweichung von  $s_1 = 1$  zeichnen. Sowie eine weitere Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\bar{y}_2 = 1$  und einer Standardabweichung von  $s_2 = 1$ . Keine Ahnung wie das geht. Darunter sollen dann noch eine Poissonverteilung mit einem Mittelwert von  $\lambda_1 = 3$  sowie einer weiteren Poissonverteilung mit einem Mittelwert von  $\lambda_2 = 25$  gezeichnet werden.', meint Mark sichtlich genervt und mampft noch ein paar Marzipankugeln. Im Hintergrund spielt leise Andrea Berg. 'Wirre Geschichte...', merkt Yuki nickend an. Die beiden schauen angestrengt auf die leeren Flächen für die Abbildungen. Mark und die Faulheit machen die Suche nach der Lösung nicht einfacher.

### Zwei Normalverteilungen



### Zwei Poissonverteilungen



Jetzt brauchen Yuki und Mark Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Skizzieren Sie die zwei Normalverteilungen und zwei Poissonverteilungen! **(4 Punkte)**
2. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung in den jeweiligen Abbildungen! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie unter einer Normalverteilung den entsprechenden Boxplot! **(1 Punkt)**
4. Ergänzen Sie unter einer Poissonverteilung den entsprechenden Boxplot! **(1 Punkt)**
5. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome  $y$ , welches einer Normalverteilung folgt! **(1 Punkt)**
6. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome  $y$ , welches einer Poissonverteilung folgt! **(1 Punkt)**

## Teil II.

# Statistisches Testen & statistische Testtheorie

### 62. Aufgabe

(9 Punkte)



**Grundgesamtheit und experimentelle Stichprobe** An einem schwülen Sommernachmittag sitzen Yuki und Alex in einem Eiskaffee und wollen sich auf die Klausur vorbereiten. In fast allen Fragen geht es ja um die Interpretation eines statistischen Tests. Daher wollen die beiden jetzt nochmal nacharbeiten, was die Grundlagen der Stichprobe (eng. *sample*) und der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) sind. Yuki hat sich Reese's Peanut Butter Cups Eisbecher bestellt und Alex bleibt lieber bei einem Gummibärchen Eis. 'Irre, was die Lebensmittelindustrie alles auf die Beine kriegt', merk Alex an und Yuki schüttelt anerkennend den Kopf.

Leider kennen sich Yuki und Alex mit der Grundgesamtheit und der Stichprobe überhaupt nicht aus. Daher sind Sie gefragt!

1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! **(3 Punkte)**
2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**
3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable „Modul“ aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**

## 63. Aufgabe

(9 Punkte)



**Das Nullritual - Die statistische Testtheorie** 'Reiten ist der beste Sport, den es gibt.', meint Mark. Jonas entgegnet, 'Ich empfehle ja immer allen Schwimmen.' Die beiden sind im Zoo und diskutieren, ob Pinguine Knie haben. Eigentlich wollten beide nochmal die statistische Testtheorie durchgehen, sind dann aber auf abenteuerlichen Wege im Zoo gelandet. Mark starrt wie hypnotisiert auf einen strullenden Elefanten und stoppt die Zeit.<sup>2</sup> 'Du bist so peinlich.', entfährt es Jonas.

Leider kennen sich Mark und Jonas mit statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Visualisierung als Kreuztabelle.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! **(3 Punkte)**

$\alpha$ -Fehler    Richtige Entscheidung     $H_0$  abgelehnt    (Unbekannte) Wahrheit

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! **(2 Punkte)**

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? **(1 Punkt)**
4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? **(1 Punkt)**
5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem Monat Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

---

<sup>2</sup>Yang, P. J., et al. (2014). Duration of urination does not change with body size. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(33), 11932-11937.

## 64. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

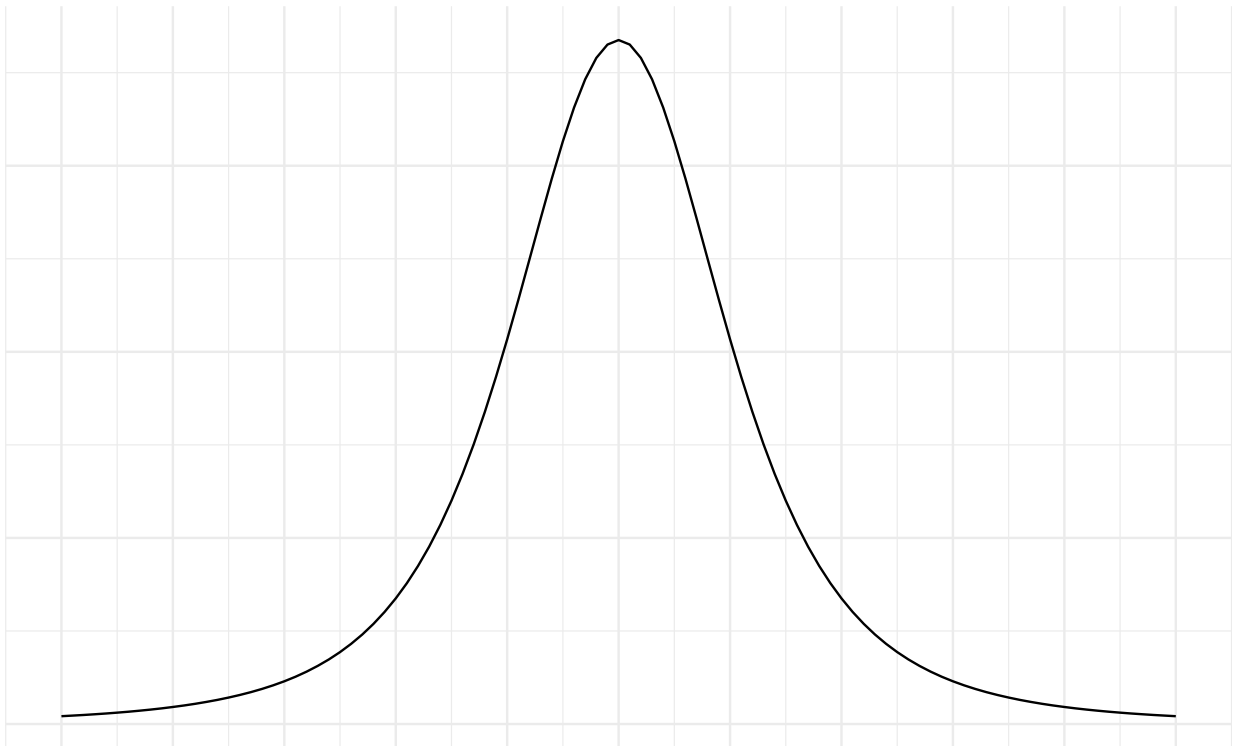


**Visualisierung der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert** 'Wir sollen die Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert visualisieren, da mit einer Visualisierung vieles verständlicher wird!', ruft Jonas um Iron Maiden zu übertönen. 'Ich weiß nicht, was das jetzt helfen soll. Können wir nicht einfach schauen, ob der p-Wert kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% ist? Und gut ist?', merkt Jessica an, was aber im Refrain von Iron Maiden untergeht. Jonas nickt im Beat. 'Wir haben hier eine t-Verteilung unter der Annahme der Nullhypothese!', singt er.

Leider kennen sich Jonas und Jessica mit der Visualisierung der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert überhaupt nicht aus und brauchen daher Ihre Hilfe!

Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie „ $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ “! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie „ $A = 0.95$ “! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Zeichnen Sie  $+T_D$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
7. Zeichnen Sie einen nicht signifikanten p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 65. Aufgabe

(10 Punkte)



**Visualisierung des 95% Konfidenzintervalls** 'Jetzt haben wir als Messwert *Chlorophyllgehalt nach Substitution* erhoben und sind auch nicht weiter.', stellt Alex fest. Nilufar schaut fragend in die Ferne. Die beiden haben ein Experiment für einen Mittelständler durchgeführt und überlegen jetzt, wie die Relevanz zusammen mit der Signifikanz in einem 95% Konfidenzintervall dargestellt werden kann. Jetzt haben beide das Problem, die möglichen 95% Konfidenzintervalle zu interpretieren.

Leider kennen sich Alex und Nilufar mit der Visualisierung des 95% Konfidenzintervall überhaupt nicht aus.

1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! **(6 Punkte)**
  - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl  $n$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (b) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (c) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (d) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
  - (e) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl  $n$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (f) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall



## 66. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl** Es regnet. Wie immer. Aber dafür sind Jessica und Alex ja auch in Regenbrück zum Lernen verabredet. Gibt es dafür ein besseres Wetter? Eine große Kanne Kaffee und Berge von Schokobons liegen bereit und warten darauf gegessen zu werden. Jessica liest laut vor:

*Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung  $s$  und der Fallzahl  $n$  auf die Teststatistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?*

Alex hebt die Augenbraue. 'Mir ist kalt und es zieht bei dir. Ich bleibe dabei. Wir sollten erstmal Aliens schauen, bis dein Backofen hier mal die Küche geheizt hat. Den Film habe ich doch extra mitgebracht! Genauso wie die Pizza!' Jessica ist der Idee nicht abgeneigt und auch die Hündin kommt in die Küche um sich zu wärmen.

Leider kennen sich Jessica und Alex mit dem Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl überhaupt nicht aus.

1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! **(3 Punkte)**
2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! **(4 Punkte)**

	$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
$\Delta \uparrow$				$\Delta \downarrow$			
$s \uparrow$				$s \downarrow$			
$n \uparrow$				$n \downarrow$			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 90%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! **(3 Punkte)**

# Teil III.

## Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

### 67. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Berechnung des Student t-Test oder Welch t-Test** Der t-Test. Yuki erschauert. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied. Ein mächtiges Werkzeug ist der t-Test in den Händen desjenigen, der einen normalverteilten Messwert ( $Y$ ) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Yuki überhaupt aus? 'Hm...', Reese's Peanut Butter Cups und London Grammar. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Yuki. Yuki hat ein Gewächshausexperiment mit Erdbeeren durchgeführt um eine neue technische Versuchsanlage zu testen. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_1 = n_2 = 3$ ) wurde die Behandlung Genotypen (AA und BB) an den Erdbeeren getestet und dabei wurde geschaut, ob der Versuch überhaupt technisch klappen könnte. Gemessen hat Yuki dann als Messwert Frischegewicht [kg/ha]. Warum der Versuch in der Uckermark für ihrer Hausarbeit stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Frischegewicht [kg/ha]?

treatment	weight
dose	18.6
dose	17.0
ctrl	14.3
ctrl	14.8
dose	19.1
ctrl	10.5

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! **(3 Punkte)**
3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des Welch t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 68. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Berechnung des Student t-Test** Tina ist im Oldenburger Land für einen Versuch mit Schweinen. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Tina und die Wut, eine unendliche Geschichte mit kniffligen Wendungen. Für ihren Projektbericht musste sie ein Kreuzungsexperiment mit Schweinen durchführen und das sollte laut ihrem Betreuer an diesem Nichtort besonders gut gelingen. Ablenkung gibt es jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Erhöht*) und der Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt. Hm..., was entspannendes wäre gut. Tina will später nochmal raus um zu Boxen. Druck ablassen, dass muss sie auch.

Bestandsdichte	Gewichtszuwachs
Verordnung	33.5
Erhöht	41.7
Verordnung	42.3
Erhöht	26.1
Verordnung	27.5
Erhöht	20.1
Erhöht	20.6
Verordnung	37.1
Erhöht	31.1
Erhöht	32.8
Erhöht	22.8
Verordnung	27.3
Erhöht	32.9
Verordnung	40.5
Verordnung	38.6
Erhöht	31.0
Verordnung	36.6

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.64$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! **(1 Punkt)**
6. Wenn Sie *keinen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik  $T_D$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Tina über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**



## 69. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Berechnung des Welch t-Test** Der t-Test. Nilufar erschauert. Wenn die Erwartung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Nilufar! Aber so.. Ein mächtiges Werkzeug ist der t-Test in den Händen desjenigen, der einen normalverteilten Endpunkt (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Nilufar überhaupt aus? Nilufar schmeißt noch eine Handvoll Takis Blue Heat in ihren Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von Deichkind. Nilufar hat einen Leistungssteigerungsversuch mit Fleischrindern durchgeführt. Dabei wurde die Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl* und *fedX*) an den Fleischrindern getestet. Gemessen hat Nilufar dann als Messwert Fettgehalt [%/kg]. Warum der Versuch im Emsland für ihre Abschlussarbeit stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Fettgehalt [%/kg]?

Ernährungszusatz	Fettgehalt
ctrl	35.8
ctrl	47.0
ctrl	56.8
fedX	23.4
fedX	17.7
fedX	26.0
ctrl	50.0
fedX	20.7
ctrl	44.4
fedX	30.0
ctrl	47.7
ctrl	32.4
fedX	22.3
ctrl	51.1
ctrl	41.7
fedX	24.7

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.64$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! **(1 Punkt)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 70. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Berechnung des gepaarten t-Test** Jonas und Alex haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. In einer Abschlussarbeit sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Beschattung (7d und 14d) und Proteingehalt [g/kg] gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Kartoffeln. Hier muss dann wohl auf einen normalverteilten Messwert (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Jonas schaut etwas flehentlich zu Alex. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jonas! Aber so... Steffen denkt derweil angestrengt an Abba und wippt leicht mit dem Fuß.

ID	treatment	freshmatter
1	14d	28.4
4	7d	22.4
2	14d	26.1
1	7d	32.7
7	7d	22.8
8	14d	30.3
6	7d	20.9
3	14d	32.4
10	14d	39.2
9	7d	36.6
8	7d	31.0
10	7d	37.4
6	14d	50.0
5	14d	32.6
4	14d	38.1
9	14d	44.9
2	7d	27.7
5	7d	14.4
3	7d	46.0
7	14d	35.9

Leider kennen sich Jonas und Alex mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines gepaarten t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den  $p$ -Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**
6. Formulieren Sie eine Antwort an Jonas über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 71. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interpretation des t-Tests in R - die Teststatistik und der p-Wert** 'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Tina sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon die Wut gehindert weiterzumachen. 'Nach Meinung der Betreuerin soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Jonas an. Jonas und Steffen sind bei Tina um sich in R helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert Tocotronic. Steffen streichelt zur Beruhigung die Spinne von Tina. Die beiden waren 2 Monate im Oldenburger Land um einen Versuch mit Erbsen in einem Freilandversuch durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Frischegewicht [kg/ha] zu bestimmen. Tina überlegt, ob sie die beiden nicht noch auf den Film *Indiana Jones* einlädt oder dann doch lieber raus geht um zu Boxen? Vielleicht will ja Steffen mit. Besser als der Film.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Frischegewicht by Lüftungssystemen
## t = -5.4579, df = 17, p-value = 4.254e-05
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -23.48492 -10.39008
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group tornado
## 27.2000 44.1375
```

Helfen Sie Tina bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Steffen nicht weiter.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ ,  $A = 0.95$ , sowie  $T_{\alpha=5\%} = |2.11|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**

## 72. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interpretation des t-Tests in R - das 95% Konfidenzintervall** Almería. Spanien. Sonne und Strand. Steffen und Tina haben ihren gemeinsamen Auslandsaufenthalt sichtlich genossen. Dann hatte sich auch noch angeboten ihre Abschlussarbeit gemeinsam in Almería durchzuführen. Es hätte sogar noch besser funktioniert, wenn Jonas nicht die Erschöpfung ein paar Mal im Weg gestanden hätte und Steffen nicht das Problem gehabt hätte die Gefälligkeit zu händeln. Nun müssen jetzt alle Daten in R ausgewertet werden, da R international der Standard in der Datenauswertung ist und die Betreuer in Spanien nur R können. Während beide Jonas Oliven mit Snickers füttern, hoffen Steffen und Tina mehr Informationen von Jonas über die seltsame R Ausgabe des t-Tests. Immerhin erinnern beide sich an die Behandlung Genotypen (AA und BB) und das es um Erbsen ging. Im Hintergrund wummert Iron Maiden und Fotos zeigen Jonas mit dem Hobby Stricken.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Proteingehalt by Genotypen
## t = 4.2552, df = 15, p-value = 0.0006914
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
##  7.309037 21.979851
## sample estimates:
## mean in group AA mean in group BB
##           46.74444           32.10000
```

Helfen Sie Jonas bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Tina nicht weiter.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**
6. Interpretieren Sie den Effekt des 95% Konfidenzintervalls! **(2 Punkte)**

### 73. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interpretation des t-Tests in R - die Visualisierung** 'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Yuki sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon die Faulheit gehindert weiterzumachen. 'Nach Meinung des Betreuers soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Steffen an. Alex und Steffen sind bei Yuki um sich in R helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert London Grammar. Steffen streichelt zur Beruhigung das Minischwein von Yuki. Die beiden waren 1 Monate im Teuteburgerwald um einen Versuch mit Erdbeeren in einem Versuch in einer Klimakammer durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Frischegewicht [kg/ha] zu bestimmen. Yuki überlegt, ob er die beiden nicht noch auf den Film *Matrix* einlädt oder dann doch lieber raus geht um zu Boldern? Vielleicht will ja Steffen mit. Besser als der Film.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Frischegewicht by Lichtstufen
## t = -0.80996, df = 13, p-value = 0.4325
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -16.083466 7.312038
## sample estimates:
## mean in group none mean in group 600lm
## 26.30000 30.68571
```

Helfen Sie Yuki bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Alex und Steffen nicht weiter.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**

## 74. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interpretation des gepaarten t-Tests in R** Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einem Projektbericht. Deshalb arbeiten Jessica und Tina gemeinsam an einem Projektbericht. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. Das hilft dann teilweise nur bedingt. Wenn der Mangel nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jessica! Aber so.. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Jessica und Tina haben sich Lamas angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Bestandsdichte (*hoch* und *niedrig*) und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in R aus. Aber wenigstens haben beide eine Menge an Schokobons und in der Wohnung wummert David Bowie.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Fettgehalt by Bestandsdichte
## t = 1.3494, df = 8, p-value = 0.2142
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -1.937709 7.404375
## sample estimates:
## mean difference
## 2.733333
```

Jetzt brauchen Jessica und Tina Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in R um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
5. Interpretieren Sie den Effekt des gepaarten t-Tests! (2 Punkte)
6. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

## Teil IV.

# Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

### 75. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung der einfaktoriellen ANOVA** Yuki und Jessica schauen sich etwas entnervt an. Gemeinsam schreiben die beiden ihre Abschlussarbeit und sollen nun als erstes einmal die Daten visualisieren damit abgeschätzt werden kann, ob überhaupt signifikante Ergebnisse zu erwarten sind. Die beiden waren in der Uckermark um ein Gewächshausexperiment mit Maiss durchzuführen. Dabei haben Yuki und Jessica den Messwert Proteingehalt [g/kg] unter der Behandlung Düngestufen (*ctrl*, *low* und *high*) ermittelt. Kennengelernt haben sich die beiden auf einem Konzert von David Bowie. Später wird noch Herr der Ringe geguckt. Jessica befürwortet das!

Düngestufen	Proteingehalt
low	47
low	44
ctrl	38
ctrl	36
ctrl	36
high	40
low	46
high	40
low	44
low	43
high	39
high	41
low	47
high	40
ctrl	35
low	46
high	41
ctrl	37
ctrl	36
high	39

Leider kennen sich Yuki und Jessica mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus.

1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
  - Globale Mittelwert:  $\beta_0$  **(1 Punkt)**
  - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$  **(1 Punkt)**
  - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$  und  $\beta_{2.5}$  **(1 Punkt)**
  - Residuen oder Fehler:  $\epsilon$  **(1 Punkt)**
4. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! **(2 Punkte)**

## 76. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Ergebnistabelle der einfaktoriellen ANOVA** 'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Jonas hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Nilufar dazu. Da hilft das Huhn von Nilufar auch nur bedingt. Jonas hatte sich in ein Kreuzungsexperiment verschiedene Milchvieh angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn* und *flOw*) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gibt. Nachher wollen sich beide noch mit dem Hobby Hip Hop von Nilufar beschäftigen. Kennt Jonas noch nicht, klingt aber interessant.

Leider kennen sich Jonas und Nilufar mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe, das Huhn reicht als Hilfe nicht aus!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! **(3 Punkte)**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Flüssignahrung</b>	2	756.65			
<b>error</b>	15	413.85			
<b>Total</b>	17				

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 3.68$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**



## 77. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Die einfaktoriellen ANOVA und der Student t-Test** 'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Nilufar schaut Jessica fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Jessica schmeißt sich noch ein paar Schokobons in den Rachen. Beide tun sich sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Beide waren in der Uckermark um ein Freilandversuch mit Lauch durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lichtstufen (*none*, *200lm*, *400lm* und *600lm*) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt. Später wollen die beiden dann noch raus um Rad zu fahren.

Leider kennen sich Nilufar und Jessica mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! **(3 Punkte)**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Lichtstufen</b>	3	218.11			
<b>Error</b>	21	395.33			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 3.07$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie *einen* Student t-Test für den *vermutlich* signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! **(3 Punkte)**

Lichtstufen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
none	6	-0.33	2.07
200lm	5	5.20	3.35
400lm	9	4.67	4.27
600lm	5	8.40	6.77

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 78. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Die einfaktorielle ANOVA in R** Jessica schaut entnervt auf und klappt den Laptop zu. Jessica dreht David Bowie auf, so dass sich die Nachbarn beschweren werden. Nun möchte ihr Betreuer ihrer Abschlussarbeit erstmal eine ANOVA sehen und *dann* die Ergebnisse präsentiert bekommen bevor es überhaupt mit der Abschlussarbeit weitergeht. Dabei war sie extra in der Uckermark um ein Kreuzungsexperiment mit Lamas durchzuführen. Und dort was es wirklich nicht schön geschweige denn spannend wie bei ihren Kommilitonen, die in Almería waren. Hätte sie es vorher gewusst, dann hätte sie die Abschlussarbeit bei wem anders geschrieben. Aber gut, jetzt als die ANOVA in R.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Fettgehalt
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Ernährungszusatz  2  19.75   9.8768   0.3956 0.6779
## Residuals        22 549.21  24.9639
```

Leider kennen sich Jessica mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(3 Punkte)**

## 79. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Ergebnistabelle der zweifaktoriellen ANOVA** In einen Leistungssteigerungsversuch wurden Fleischrindern mit dem Behandlung Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn* und *fIOW*) sowie der Behandlung Bestandsdichte (*standard* und *kontakt*) untersucht. Es wurde als Messwert Protein/Fettrate [%/kg] bestimmt. Jessica ahnte schon, dass es komplexer wird, als sie mit ihrer Hausarbeit angefangen hat. Das es jetzt aber so kompliziert wird, hätte sie jetzt aber auch nicht gedacht. Jessica kratzt sich am Kopf. Jessica mampft aus Frust noch eine Handvoll Schokobons. Eventuell muss sie dann doch nochmal Hilfe in der statistischen Beratung holen. Jetzt versucht sie es aber erstmal selber. Und eigentlich wollte Jessica doch noch ihrem Hobby nachgehen! Warhammer. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Jessica denkt gerne über Warhammer nach.

Leider kennen sich Jessica mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Flüssignahrung</b>	3	7.2			
<b>Bestandsdichte</b>	1	170.21			
<b>Flüssignahrung:Bestandsdichte</b>	3	237.24			
<b>Error</b>	18	271.92			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$F_{\alpha=5\%}$
<b>Flüssignahrung</b>	4.26
<b>Bestandsdichte</b>	3.40
<b>Flüssignahrung:Bestandsdichte</b>	5.23

5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
6. Was sagt der Term *Flüssignahrung:Bestandsdichte* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

## 80. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Die zweifaktorielle ANOVA in R** Es ist schon kurz nach fünf und Paula wird langsam nervös. Paula wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen. Stattdessen versucht ihre Betreuerin die Ausgabe der zweifaktoriellen ANOVA zu visualisieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Paula hatte in der Uckermark ein Stallexperiment mit Zandern durchgeführt. Es gab dabei zwei Behandlungen. Einmal Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn* und *fIOW*) sowie als zweite Behandlung Ernährungszusatz (*ctrl* und *getIt*). Gemessen wurde der Messwert (Y) Protein/Fettrate [%/kg]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Eigentlich wollte Paula nachher noch zum Sport. Einfach mal raus um zu Fechten. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Paula.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Protein/Fettrate
##
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
## Flüssignahrung	2	25.37	12.68	1.2153	0.319829
## Ernährungszusatz	1	128.67	128.67	12.3295	0.002493
## Flüssignahrung:Ernährungszusatz	2	856.08	428.04	41.0144	1.978e-07
## Residuals	18	187.85	10.44		

Leider kennt sich Paula mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(3 Punkte)**
4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**

## 81. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test** Das Minischwein dreht durch und verwüstet Yukis Palme zu kleinen Schnetzeln. Aber dafür hat sie jetzt keine Zeit. Yuki muss verstehen wie die Formeln der ANOVA und des t-Tests miteinander zusammen hängen und was das verbindene Konzept ist. Yuki dreht London Grammar lauter, damit das Minischwein sie nicht mehr stört. Die Palme leidet still. Was hat Yuki eigentlich gemacht? In ein Freilandversuch wurden Erbsen mit der Behandlung Düngestufen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) sowie der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl*, und *tornado*) untersucht. Das hilft der Palme auch nicht mehr. Aber das ist nicht das einzige Problem von Yuki. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied.

### Gegebene Formeln

$$F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_D = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

Leider kennen sich Yuki mit dem Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Welche statistische Maßzahl testet der t-Test, welche die ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen der  $F_D$  Statistik und  $T_D$  Statistik! **(2 Punkte)**
3. Visualisieren Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang von  $MS_{treatment}$  und  $MS_{error}$ ! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die erstellte 2x2 Tafel mit signifikant und nicht signifikant! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Nennen Sie das numerische Minimum der F-Statistik  $F_D$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Wenn die F-Statistik  $F_D$  minimal ist, welche Aussage erhalten Sie über die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 82. Aufgabe


(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interaktion in der zweifaktoriellen ANOVA** 'Mit der zweifaktoriellen ANOVA lässt sich die Interaktion zwischen den beiden Behandlungen nachweisen!', sein Betreuer scheint die zweifaktoriellen ANOVA zu verstehen. Warum jetzt er jetzt nochmal alles wiederkauen muss, wird Jonas echt nicht so klar. Wenn es doch so klar ist? Jonas war in der Uckermark und hatte dort ein Freilandversuch mit Maiss durchgeführt. Die Komune wo er untergekommen war, war cool gewesen. Nur jetzt muss eben das Experiment fertig ausgewertet werden. Es liegt anscheinend eine signifikante Interaktion vor? Jonas hatte zwei Behandlungen auf Maiss angewendet. Einmal Substrattypen (*torf*, *40p60n*, *30p20n* und *70p30n*) sowie als zweite Behandlung Düngestufen (*ctrl*, und *high*). Gemessen wurde der Messwert (*Y*) Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt muss das hier zu einem Ende kommen! Eigentlich wollte Jonas nachher noch einen Film schauen. Das Verrückte ist, dass das Meerschweinchen Mission Impossible wirklich liebt. Das ist Jonas sehr recht, denn er braucht Entspannung.

Leider kennen sich Jonas und sein Betreuer mit der zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Interpretation einer Interaktion. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe, sonst wird es heute Abend mit seinem Hobby Stricken nichts mehr!

1. Visualisieren Sie folgende mögliche Interaktionen zwischen den Behandlungen! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
  - a) Keine Interaktion liegt vor.
  - b) Eine schwache Interaktion liegt vor.
  - c) Eine starke Interaktion liegt vor.
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den verschiedenen Interaktionen! **(2 Punkte)**
3. Welche statistische Maßzahl betrachten Sie für die Bewertung der Interaktion? **(1 Punkt)**
4. Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in  für eine Post-hoc Analyse! **(2 Punkte)**
5. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen? Berücksichtigen Sie auch die Funktion `emmeans()`! **(2 Punkte)**

### 83. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem Post-hoc-Test** Es ist schon kurz nach fünf und Nilufar wird langsam nervös. Nilufar wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen. Hoffentlich kommt sie noch rechtzeitig zum Streamen. Angestrengend krault sie das Huhn. Stattdessen versucht ihr Betreuer die Ausgabe der einfaktoriellen ANOVA zu visualisieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Anscheinend gibt es ein Problem mit der Annahme der Normalverteilung und der Varianzhomogenität der ANOVA in den Daten. 'Wir haben jetzt bei der ANOVA einen p-Wert mit 0.058 raus sowie eine F-Statistik  $F_D$  mit 1.51 berechnet. Nach den Boxplots müsste sich eigentlich ein Unterschied zwischen *thunder* und *storm* ergeben. Der Unterschied ist in {emmeans} auch signifikant mit einem p-Wert von 0.045. Wie kann das sein?', grummelt ihr Betreuer. Nilufar hatte in der Uckermark einen Versuch in einer Klimakammer mit Kartoffeln durchgeführt. Dabei wurden die Daten  $D$  erhoben. Es gab dabei eine Behandlungen Lüftungssysteme (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*). Gemessen wurde der Messwert ( $Y$ ) Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Nilufar hat schon genug Probleme. Wenn die Erwartung nicht wäre, dann wäre es einfacher.

#### Gegebene Formeln

$$MS_{treatment} = \frac{SS_{treatment}}{df_{treatment}} \quad MS_{error} = \frac{SS_{error}}{df_{error}} \quad F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$$

Leider kennen sich Nilufar und ihr Betreuer mit der Interpretation einer ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe und die Zeit wird knapp.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Was bedeutet eine signifikante ANOVA für die beobachteten Daten  $D$ ? **(1 Punkt)**
4. Visualisieren Sie den Unterschied zwischen Varianzhomogenität und Varianzheterogenität anhand der Daten  $D$ ! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
5. Visualisieren Sie für die Daten  $D$  die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität der ANOVA unter zu Hilfenahme von Boxplots! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
6. Welche Auswirkung hat die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität für die Teststatistik  $F_D$  der ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
7. Erklären Sie abschließend die Diskrepanz zwischen den Ergebnis der ANOVA und dem paarweisen Gruppenvergleich in {emmeans}! **(2 Punkte)**

## Teil V.

# Multiple Gruppenvergleiche

### 84. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Adjustierung multipler Vergleiche** 'Moment, die haben ja das Gleiche gemacht wie wir!', ruft Paula laut aus. Jessica schaut etwas verwundert. 'Das glaube ich eher nicht. Lass uns mal unsere Daten mit den Ergebnissen von Qui et al. (2017) vergleichen.', antwortet Jessica. In ein Feldexperiment mit Erbsen wurde die Behandlung Düngestufen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) auf den Messwert Proteingehalt [g/kg] untersucht. Jetzt müssen die beiden mal schauen, ob sie wirklich was Neues gefunden haben oder ob die Ergebnisse alle die gleichen sind wie schon bei Qui et al. (2017). Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen  $p$ -Werte für die Vergleiche zu Qui et al. (2017).

Rohen $p$ -Werte	Adjustierte $p$ -Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.020		
0.760		
0.002		
0.001		

Leider kennen sich Paula und Jessica mit der Adjustierung von  $p$ -Werten und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die Spalte *Adjustierte  $p$ -Werte* nach der Bonferroni-Methode aus! **(2 Punkte)**
4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der  $p$ -Werte das Signifikanzniveau  $\alpha$  adjustieren? **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie warum die  $p$ -Werte oder das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! **(2 Punkte)**
7. Würden Sie die Adjustierung der  $p$ -Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus  $\alpha$  vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 85. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Compact Letter Displays (CLD)** Tina betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von ihrer Betreuerin. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihr etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte sie dann schon nachbauen. Das macht sie dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Tina betrachtet ein Poster das sich mit Schweinen beschäftigt. Genotypen (00, AA, AB und BB) und Schlachtgewicht [kg] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird sie daraus nicht.

Behandlung	Compact letter display
00	a
AA	a
AB	a
BB	a

Leider kennen sich Tina mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich anhand des *Compact letter display (CLD)* ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den Barplots! **(1 Punkt)**
5. Erklären Sie *einen* Vorteil und *einen* Nachteil des *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**
6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen  $p$ -Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## 86. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand von t-Tests** Yuki sitzt schon etwas länger bei ihr Betreuer. So langsam macht Yuki sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Yuki hatte in ihre Abschlussarbeit einen Leistungssteigerungsversuch durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Yuki will fertig werden. Hat sie sich doch mit Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn*, *compostIn* und *fIOW*) und Gewichtszuwachs in der 1LW schon eine Menge angeschaut. Yuki beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss... 'Wir müssen als erstes die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren!', hört Yuki noch aus der Ferne bevor sie einnickt.

Flüssignahrung	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	7	14.91	2.11
superIn	9	10.07	2.12
compostIn	8	5.09	3.48
fIOW	9	10.04	2.95

Leider kennen sich Yuki mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Matrix der *p*-Werte anhand von Student t-Tests! **(4 Punkte)**
5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
6. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)* für Yuki und Jessica! **(1 Punkt)**

## 87. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand der Matrix der p-Werte** 'Oh, nee!', ruft Tina aus und rollt entnervt mit ihren Augen. Tina hatte ihre gesamte Analyse in SPSS gerechnet. Das war ja auch alles in Ordnung. Abbildungen haben geklappt und auch die statistischen Tests gingen dann irgendwie doch. Aber das CLD nicht. Tina findet einfach keine Möglichkeit ein CLD in SPSS zu erhalten. Aber ihre Betreuerin möchte unbedingt ein CLD. Sonst wird es mit der Abgabe nichts. Dabei hatte sie schon wirklich eine Menge gemacht! Tina hatte sich zwei Variablen mit Lüftungssystem (*keins*, *storm*, *tornado* und *thunder*) und Fettgehalt [%/kg] in ein Stallexperiment mit Fleischrindern angeschaut. Wo kriegt sie jetzt ein CLD her? Dann eben per Hand aus der Matrix der *p*-Wert. Tina stöhnt...

	keins	storm	tornado	thunder
keins	1.0000000	0.0097659	0.0013965	0.0037979
storm	0.0097659	1.0000000	0.6238748	0.8252194
tornado	0.0013965	0.6238748	1.0000000	0.7798808
thunder	0.0037979	0.8252194	0.7798808	1.0000000

Leider kennen sich Tina mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der *p*-Werte ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)*! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
5. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)* für Tina und Jessica! **(2 Punkte)**

## Teil VI.

# Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

### 88. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Den Chi-Quadrat-Test berechnen** Nilufar hat sich ein Herz gefasst und war für ihrer Hausarbeit in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der sie viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Dann noch schnell Deichkind auf das Ohr und los gehts. Nilufar ist schon eine ganze Zeit im Büro, da ihr Betreuer möchte, dass sie jetzt auf ihren Daten mit  $n = 100$  Beobachtungen von Schweinen einen  $\chi^2$ -Test rechnet. Das ginge, da sie als Behandlung *Außenklimakontakt [ja/nein]* bestimmt und zum anderen die Variable *Fettgehalt erreicht [ja/nein]* ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage. Eigentlich wollte Nilufar nachher noch einen Film schauen. Das Verrückte ist, dass das Huhn Star Trek wirklich liebt. Das ist Nilufar sehr recht, denn sie braucht Entspannung.

	24	11	
	27	38	

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! **(2 Punkte)**
5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi^2_{\alpha=5\%} = 3.841$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die  $\chi^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\chi^2_{\alpha=5\%}$  und  $\chi^2_D$  in der Abbildung! **(2 Punkte)**
7. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V*! Interpretieren Sie den Effektschätzer! **(2 Punkte)**

## 89. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Der Chi-Quadrat-Test konzeptionell verstehen** Tina hat sich ein Herz gefasst und war für ihrem Projektbericht in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der sie viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Dann noch schnell Katjes zur Stärkung und los gehts. Tina ist schon eine ganze Zeit im Büro, da ihr Betreuer möchte, dass sie jetzt auf ihren Daten mit  $n = 157$  Beobachtungen von Hühnern einen  $\chi^2$ -Test rechnet. Das ginge, da sie als Behandlung *Klimakontrolle [ja/nein]* bestimmt und zum anderen die Variable *Schlachtgewicht im Zielbereich [ja/nein]* ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage. Am Ende des Tages möchte sie dann noch ihr Hobby Astronomie genießen. Das muss auch mal sein!

			76
			81
	68	89	157

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? **(2 Punkte)**

## 90. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Der Chi-Quadrat-Test in R** Am Ende war es für Tina in ihrer Hausarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doof, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Dann noch schnell Indiana Jones starten und los gehts mit der Kraft von Katjes. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihre Betreuerin gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Tina hatte sich in ein Stallexperiment  $n = 157$  Beobachtungen von Schweinen angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung *Automatische Fütterung* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Fettgehalt erreicht* [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Tina mal schauen, wie sie das jetzt rechnet. Nach ihrem Experiment erhielt sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus ihren erhobenen Daten.

```
##           Automatische Fütterung
## Fettgehalt erreicht ja nein
##           ja    13    5
##           nein   7   18
```

Dann rechnete Tina den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in R und erhielt folgende R Ausgabe der Funktion `fisher.test()`.

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: Fettgehalt erreicht
## p-value = 0.005898
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
##  1.462677 32.500828
## sample estimates:
## odds ratio
##  6.352594
```

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! **(1 Punkt)**
6. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**

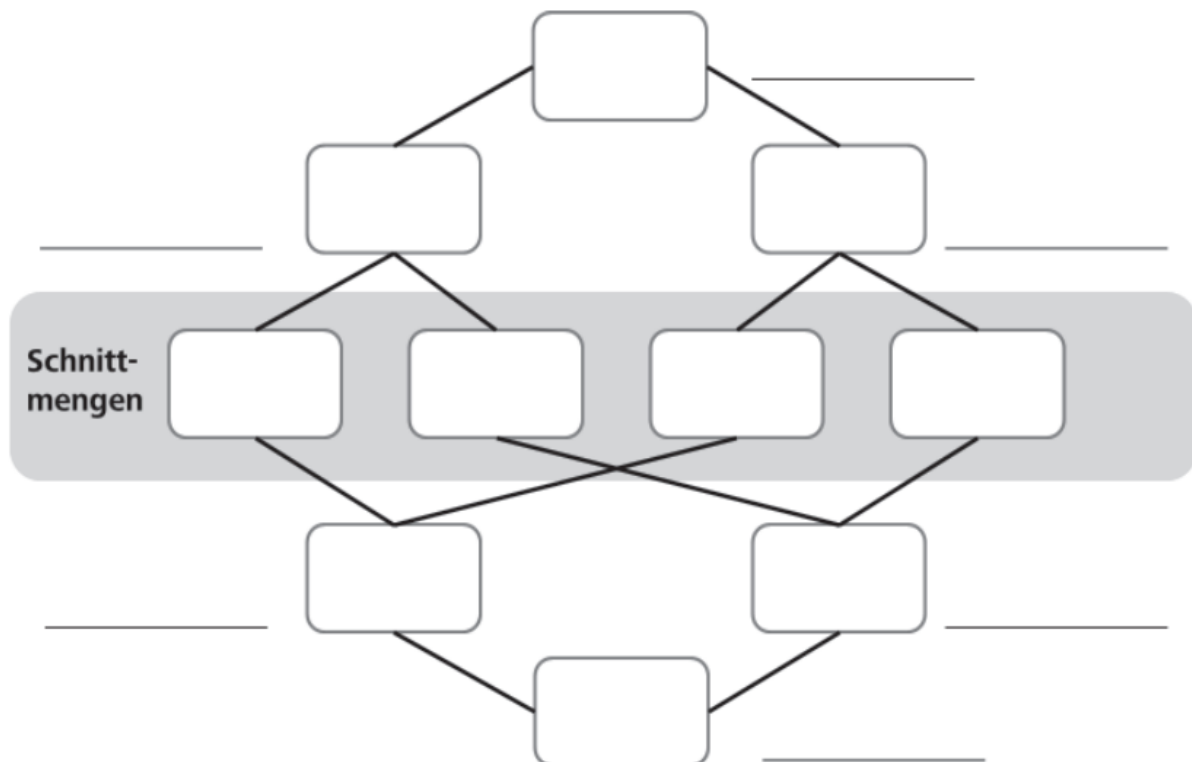
## 91. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Den diagnostische Test am Doppelbaum berechnen** Nilufar liest laut vor. 'Die Prävalenz von Klauen-seuche bei Milchvieh wird mit 2% angenommen. In 85% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier erkrankt ist. In 7.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Wir führen einen Test auf Escherichia coli (E. coli) an 1000 Milchvieh mit einem diagnostischen Test durch.' Yuki klappt die Kinnlade runter. In der Stille dudelt Deichkind. Nilufar schaut kompetent und schmeißt sich mit offenen Mund Reese's Peanut Butter Cups an den Kopf vorbei.



Leider kennen sich Nilufar und Yuki mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Beschriften Sie die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! **(2 Punkte)**
2. Beschriften Sie den Doppelbaum! **(2 Punkte)**
3. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! **(4 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
5. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? **(1 Punkt)**

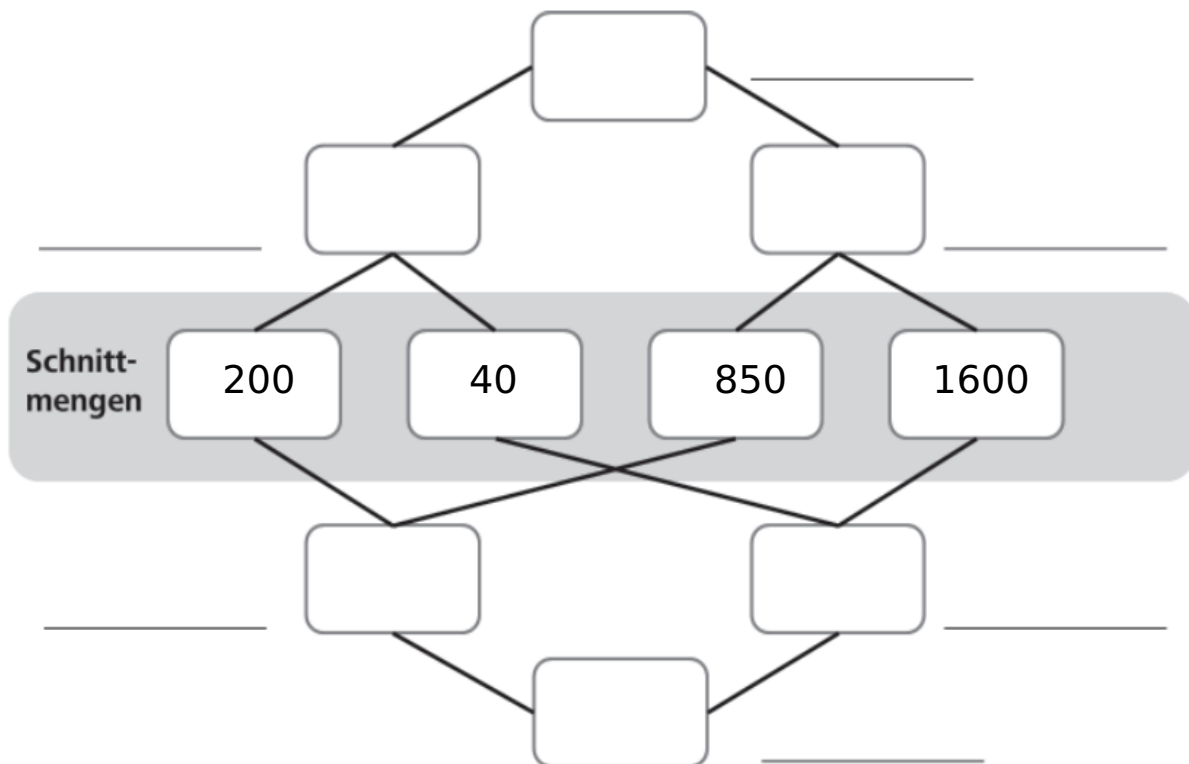
## 92. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Der diagnostische Test und statistische Maßzahlen** 'Was ist denn das?', entfährt es Jonas. 'Hm... ich glaube es handelt sich um einen Doppelbaum, den wir beim diagnostischen Testen brauchen.', meint Yuki und dreht Mission Impossible auf dem Second Screen etwas leiser. Was jetzt beide von einem diagnostischen Test haben, ist ihnen auch nicht klar. Es ist ja schon alles komplex genug und die Erschöpfung von Jonas macht es heute auch nicht mehr einfacher. 'Es geht um Tuberkulose an Lamas.', stellt Yuki fest. Eigentlich wollte Yuki eher los um zu Boldern. Das wird aber wohl nichts mehr.



Leider kennen sich Jonas und Yuki mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Beschriften Sie den Doppelbaum! **(2 Punkte)**
2. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! **(4 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle! **(2 Punkte)**



## Teil VII.

# Lineare Regression & Korrelation

### 93. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung der linearen Regression** 'Hä? Hatten wir das als Aufgabe nicht schon mal, das wir aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung bauen sollten?', fragt Jessica. Tina schaut fragend zurück. 'Kann mich wie immer an nichts erinnern. Können wir trotzdem jetzt erstmal die Daten auswerten? Columbo?', antwortet Tina leicht angespannt. Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment im Wendland mit Schweinen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Protein/Fettrate [%/kg]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*

Mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml]	Protein/Fettrate [%/kg]
19.7	14.4
21.6	12.7
24.5	17.9
20.2	14.6
21.1	17.1
17.4	12.5
17.9	16.0
21.6	16.3
18.7	14.2

Leider kennen sich Jessica und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? *Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden!* **(1 Punkt)**

## 94. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression** 'Ich glaube du bringst da was durcheinander. Wir nutzen zwar auch für die ANOVA die Funktion  $\text{lm}()$  aber hier wollen wir, glaube ich, eine Gerade durch die Punkte zeichnen.', merkt Paula an. 'Ich sehe keine Punkte... ich sehe nur zwei Zeilen einer Tabelle und ich glaube du hast gerade was gelöscht.', antwortet Tina sichtlich übernächtigt. 'Wir müssen die Koeffizienten der linearen Regression ja auch erst interpretieren!', spricht Paula sehr deutlich und langsam. Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment im Emsland mit Schweinen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: mittlere Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt wollen sie erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der R Ausgabe möglich sein.

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	-2.19	2.53		
Mittlere Anzahl	2.39	0.25		

Leider kennen sich Paula und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in R überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Visualisierung der  $\text{lm}()$ -Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der  $\text{lm}()$ -Ausgabe! **(2 Punkte)**
4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! **(1 Punkt)**
5. Ergänzen Sie die t Statistik in der  $\text{lm}()$ -Ausgabe! **(2 Punkte)**
6. Ergänzen Sie den p-Wert in der  $\text{lm}()$ -Ausgabe mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$ ! **(2 Punkte)**
7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(1 Punkt)**
8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(1 Punkt)**

## 95. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression in R** 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Jonas. 'Ich sehe nur Kauderwelsch und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen? Und warum überhaupt? War das unsere Fragestellung?', fragt Mark. Jonas atmet schwer ein und starrt auf die R Ausgabe der Funktion `lm()`. Die beiden hatten ein Freilandversuch in der Uckermark mit Spargel durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Regenwurmdichte [Anzahl/l] und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt will die Betreuung von den beiden die Interpretierung der Daten in Form einer linearen Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in R gemacht, aber wie soll das jetzt gehen? Das mit der Interpretation?

```
##
## Call:
## Frischegewicht ~ Durchschnittliche_Regenwurmdichte
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.2477 -1.1465  0.1741  0.9479  2.6010
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      2.2850     1.5443   1.480  0.14743
## Durchschnittliche_Regenwurmdichte  0.4753     0.1532   3.102  0.00367
##
## Residual standard error: 1.467 on 37 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2063, Adjusted R-squared:  0.1849
## F-statistic: 9.62 on 1 and 37 DF, p-value: 0.003674
```

Leider kennen sich Jonas und Mark mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in R überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die  $p$ -Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! **(2 Punkte)**
5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie *kurz* den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert aus? **(2 Punkte)**

## 96. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Interpretation der Ergebnisse einer Korrelationsanalyse in R** 'Ich glaube ich bringe da was durcheinander. Ich möchte eine Gerade durch die Punkte zeichnen oder doch eine Korrelation berechnen?', merkt Paula laut an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in R. Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in meinem Versuch. Ich wollte doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Paula sich sichtlich übernächtigt selber. Irgendwie komisch, wenn sie Jagd auf roter Oktober anmacht, dann ist die Ratte eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein. Die Nacht war zu lang und überhaupt. Wenn der Perfektionismus nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Paula! Aber so.. Paula hatte ein Kreuzungsexperiment im Wendland mit Schweinen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Tagestemperatur [C/d] und Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt will sie erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der R Ausgabe möglich sein.

```
##  
## Pearson's correlation  
##  
## data: Durchschnittliche Tagestemperatur and Gewichtszuwachs  
## t = -5.8764, df = 8, p-value = 0.0003715  
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
## -0.9766192 -0.6273419  
## sample estimates:  
## cor  
## -0.9010583
```

Leider kennt sich Paula mit der Korrelationsanalyse in R überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! **(2 Punkte)**
5. Interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**

## 97. Aufgabe

(12 Punkte)

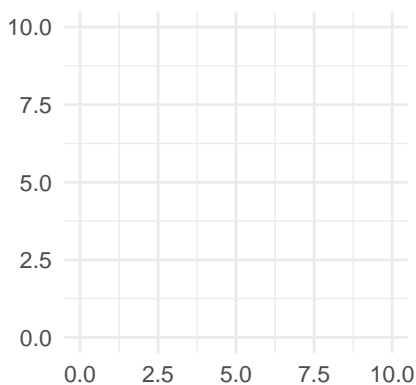
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Irgendwie komisch, wenn sie Indiana Jones anmacht, dann ist die Spinne eigentlich sofort vor dem Bildschirm und starrt hinein. Da hilft dann die Aufgabe auch nur bedingt. 'Hm...', drei leere Abbildungen. Was soll ich da jetzt machen?', fragt sich Tina und mampft noch ein paar Katjes in sich hinein. Tina kennt sich nur begrenzt bis gar nicht mit der linearen Regression und Korrelation aus.

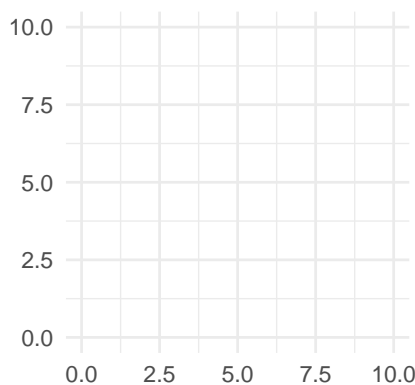
Pearsons  $\rho = 0.75$

$R^2 = 0.75$



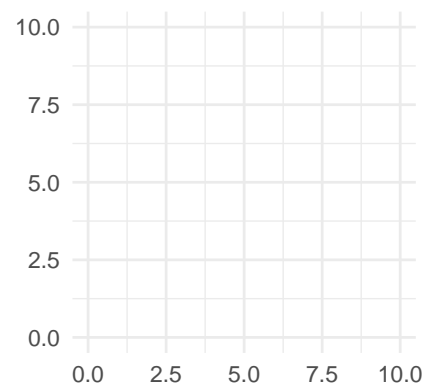
Pearsons  $\rho = -0.75$

$R^2 = 0.5$



Pearsons  $\rho = 0.5$

$R^2 = 0.25$



**Visualisierung der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Leider kennt sich Tina mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie für die  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
2. Zeichnen Sie für die  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktwolke um die Gerade! (3 Punkte)
3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
4. Interpretieren Sie die  $R^2$ -Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
5. Warum müssen Sie ein  $R^2$ -Wert berechnen, wenn Sie die einfachere Möglichkeit der visuellen Überprüfung haben? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

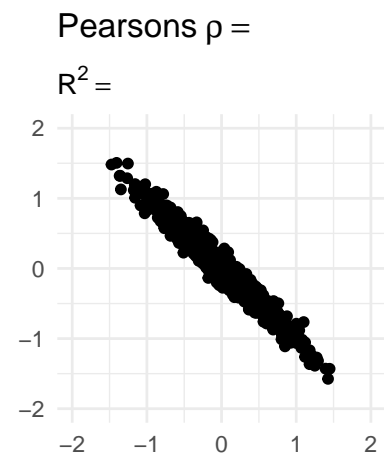
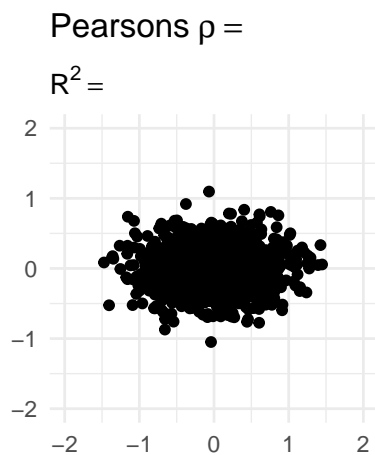
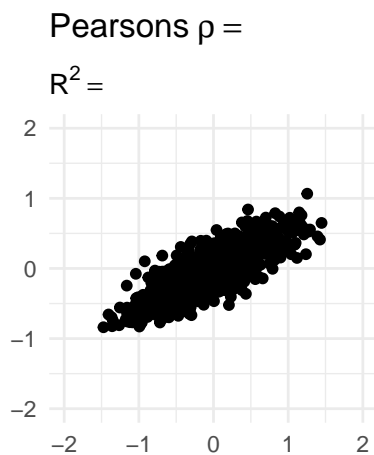
## 98. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Schätzen der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Der Bildschirm strahlt blau in das Gesicht von Jonas. Es ist schon spät. Und das hat einen Grund. Schon dutzende Male gesehen: Mission Impossible. Aber immer noch großartig zusammen mit Snickers. Jonas überlegt, aber seine Gedanken sind etwas zäh. 'Was soll das hier alles bedeuten?', fragt sich Jonas. Irgendwie ist ihm nicht klar wie er  $\rho$ -Werte oder  $R^2$ -Werte abschätzen soll. Alles nicht so einfach. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jonas! Aber so..



Leider kennt sich Jonas mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in den Abbildungen! **(2 Punkte)**
2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in den Abbildungen! **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die  $R^2$ -Werte für die jeweilige Gerade! **(2 Punkte)**
4. Was ist der optimale  $R^2$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
5. Was ist der optimale  $\rho$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie die Aussage "Correlation does not imply causation!" an einem Beispiel! **(2 Punkte)**

## 99. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Modellgüte der linearen Regression** 'Oh! Residuen. Die waren wichtig um zu wissen, ob eine Modellierung funktioniert hat! Da schauen wir uns dann mit der Funktion `augment()` die Werte der einzelnen Residuen an. Oder gleich den Residuenplot...da sehen wir dann... ja was eigentlich?', verkündet Alex stolz. Leider hat Alex vergessen wie der `R` Code für den Residuenplot geht. Alex hatte anderes im Kopf. Schon dutzende Male gesehen: Alien. Aber immer noch großartig zusammen mit Gummibärchen. Aber sowas hilft ihm natürlich hier nicht. Da schmeißt sich Alex noch ein paar Gummibärchen in den Mund und kaut los.

Durchschnittlicher Bewegungsscore	Proteinanteil	$\hat{y}$	$\epsilon$
30.6	12.4	30.4	
20.9	7.1	21.4	
30.7	13.2	31.8	
29.6	10.4	27.1	
19.5	7.4	21.9	
24.7	8.3	23.5	
18.8	6.3	20.1	
19.5	5.3	18.4	
12.9	1.9	12.6	
31.5	13.2	31.8	
32.6	13.1	31.7	
34.9	15.4	35.5	

Leider kennt sich Alex mit der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Werte der Residuen  $\epsilon$  in der obigen Tabelle! **(2 Punkte)**
3. Zeichnen Sie den Boxplot der Residuen  $\epsilon$ . Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Zeichnen Sie den Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
5. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie die Eigenschaft eines statistischen Modells, welche mit dem Residualplot überprüft wird! Begründen Sie Ihre Antwort anhand einer Visualisierung! **(2 Punkte)**

## 100. Aufgabe


(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Visualisierung des Regressionskreuzes** Jonas hat ein Feldexperiment mit Spargel durchgeführt. Soweit so gut. Dann war er bei seiner Betreuerin. Leider war der Schritt nicht so hilfreich. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Erschöpfung gewesen. Ein leidiges Lied. Aber es muss ja weitergehen. Jonas hatte dann in seiner Abschlusarbeit einfach zu viele Endpunkte gemessen und ist jetzt vollkommen durcheinander, welche Analyse er nun wie rechnen soll. Naja, dann heißt es jetzt eben Iron Maiden aufdrehen und darüber nachdenken, was hier eigentlich gemacht wurde. Jonas fängt einfach an und nimmt den ersten Endpunkt Frischegewicht [kg/ha]. Dann kann er sich voran arbeiten. Später dann noch raus um zu Schwimmen um mal zu entspannen und vielleicht ist Nilufar auch da. Wäre toll.

Leider kennt sich Jonas mit dem Kontext der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie die Zeile des Regressionskreuzes für den Endpunkt mit drei Feldern! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die entsprechenden statistische Methoden zur Analyse in jedem Feld! **(2 Punkte)**
4. Formulieren Sie die Nullhypothese für die statistische Methode in jedem Feld! **(2 Punkte)**
5. Ergänzen Sie die entsprechenden Funktionen in  zur Analyse in jedem Feld! **(2 Punkte)**
6. Welchen Effekt erhalten Sie in jedem Feld? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**



## Teil VIII.

# Experimentelles Design

### 101. Aufgabe

(16 Punkte)



**Einfache experimentelle Designs** Die Schlange macht mal wieder Randalen in Steffens Zimmer und rennt davon! Alex und Mark sind bei Steffen in im Wendland wo der neue, bessere Versuch stattfinden soll. Dabei soll in einem Gewächshausexperiment im Wendland mit Maiss durchgeführt werden. Auf dem Tisch stapeln sich Oreos aus Vollkorndinkelmehl. Eine Spezialität der Komune hier. Alex hasst Vollkorn wie Marzipankugeln geliebt werden. In dem neuen Versuch geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg]. Immerhin ist der Messwert normalverteilt, was einiges einfacher macht. Was es nicht so einfacher macht ist, dass Mark als zusätzliche Herausforderung noch die Unsicherheit mitgebracht hat. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Latin square design*. 'Naja, so viel einfacher ist es dann doch nicht...', merkt Mark an und sucht die Schlange.


Leider kennen sich Steffen, Alex und Mark mit dem *Latin square design* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in **R**! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in **R** üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in **R**! **(3 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**




## 102. Aufgabe

(20 Punkte)



**Fortgeschrittene experimentelle Designs** Jonas und Tina sind bei Alex um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Taylor Swift. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Bestandsdichte (*standard*, *eng*, *weit* und *kontakt*) sowie Ernährungszusatz (*ctrl* und *getIt*) sowie drei Blöcken und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] in Hühnern. Der Versuch soll in einem Leistungssteigerungsversuch in der Uckermark durchgeführt werden. Nach der Dozentin ist der Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Alex ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Strip plot design* oder auch *Streifenanlage* mit Berücksichtigung einer Interaktion. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Tina schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter. Alle mampfen Oreos.

Leider kennen sich Alex, Jonas und Tina mit dem *Strip plot design* oder auch *Streifenanlage* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in ! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in ! **(4 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(3 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## Teil IX.

# Programmieren in R

### 103. Aufgabe

(9 Punkte)



**Grundlegende Kenntnisse der Programmierung in R** 'Hm. R ist eigentlich gar nicht so schwer, wenn man die Grundlagen kann.', meint Jonas ganz zuversichtlich. Nur leider kennt er sich überhaupt nicht mit R aus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen.

Jonas: *Ich habe doch die Spalte mutiert und geändert. Warum sehe ich das in R aber mein Datensatz ändert sich nicht?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Jetzt sehe ich wieder diese Tilde (~) in R. Wo brauchen wir diese denn nochmal?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Es gibt ja in R unter anderem `library()` und `Packages`. Was ist der Unterschied und wozu brauche ich die?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Wie heißen nochmal die beiden R Pakete, die wir fast immer laden, wenn wir R nutzen wollen?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Jetzt lese ich hier von einem Faktor. Was ist ein Faktor in R?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Der Zuweisungs-Operator wird sehr häufig genutzt. Wie sieht der aus und wie funktioniert der an einem Beispiel?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Ich sehe überall dieses `c()`. Was ist denn deren Nutzen?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Ich verstehe den Pipe-Operator nicht. Wie sieht der aus und was macht der? Gebe mal ein Beispiel!* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Jonas: *Ich habe gehört, dass es Vorteile gibt R zu nutzen. Nenne mir mal einen Vorteil!* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

## 104. Aufgabe

(9 Punkte)



**Fortgeschrittene Kenntnisse der Programmierung in R** 'Hm...am Ende ist dann **R** eigentlich gar nicht so schwer, wenn ich Hilfe habe.', meint Yuki stolz und lacht Sie an. Nur leider kennt er sich überhaupt nicht mit **R** aus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen. Sonst wird es für Yuki dann in seinem Projektbericht nichts mit der Auswertung und Abgabe. Das kann auch keine Lösung für Yuki und Sie sein. Immerhin haben Sie schon so viel gelernt.

Yuki fragt: *Wie nennt sich das Datenformat in R? Bitte mit kurzem Beispiel! (1 Punkt)*

Sie antworten:

Yuki fragt: *Okay, und für was brauche ich nochmal die R Pakete {emmeans}, {ggplot} und {readxl}? (2 Punkte)*

Sie antworten:

Yuki fragt: *Wozu nutze ich die Funktion mutate() hauptsächlich? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Yuki fragt: *Welche Funktionen brauche ich in welcher Reihenfolge um eine ANOVA zu rechnen? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Yuki fragt: *Datumsangaben sind schwierig, da es nur ein gültiges Format gibt, was zwischen Programmen funktioniert. Wie lautet das Format? (1 Punkt)*

Sie antworten:

Yuki fragt: *Welche Funktionen brauche ich nochmal für die Erstellung eines CLD und was war noch gleich die Reihenfolge? (2 Punkte)*

Sie antworten:

Yuki fragt: *Das R Paket {ggplot} erlaubt es ja schöne Abbildungen zu bauen. Wie verbindet das Paket nochmal die einzelnen Ebenen einer Abbildung? (1 Punkt)*

Sie antworten:

## Teil X.

# Forschendes Lernen

### Zerforschen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

- Sánchez, M., et al. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. *Scientia Horticulturae*, 304, 111320. [\[Link\]](#)
- Petersen, F., et al. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. *Plants*, 11(8), 1010. [\[Link\]](#)
- Selle, P. H., et al. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. *Animal Feed Science and Technology*, 156(3-4), 57-74. [\[Link\]](#)
- Wu, G., et al. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. *The Journal of Nutrition*, 134(10), 2783S-2790S. [\[Link\]](#)
- Edgar, G., J., et al. (2024) Stock assessment models overstate sustainability of the world's fisheries. *Science* 385, 860-865. [\[Link\]](#)

*In der Prüfung erhalten Sie keinen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Die Veröffentlichungen werden als bekannt in der Prüfung vorgelegt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen auf Ihrem Spickzettel gemacht.*

### Zerforschen eines wissenschaftlichen Datensatzes

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

- salad\_fert\_weight.xlsx
- weight\_gain\_pig.xlsx
- flowercolor\_data.xlsx
- chickentype\_class.xlsx

*In der Prüfung erhalten Sie keinen Auszug aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgelegt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen auf Ihrem Spickzettel gemacht.*

## 105. Aufgabe



(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Zerforschen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung** 'Uff', denkt Alex. Das ist jetzt doch etwas umfangreicher. Alex soll die wissenschaftliche Veröffentlichung *Wu, G., et al. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs* einmal zusammenfassen. Die Arbeit soll als eine Vorlage für seine eigene Arbeit dienen. Daher möchte sein Betreuer, dass er einmal die Veröffentlichung in einer PowerPoint Präsentation zusammenfasst. 'Das ist jetzt aber doch umfangreicher als gedacht.', mault Alex in sich hinein. Schnell nochmal ein paar Gummibärchen zur Stärkung gegessen. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit seinem Hobby Starcraft. Die Katze schaut mitleidig.

Leider kennt sich Alex mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)<sup>3</sup> **(4 Punkte)**
2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! **(1 Punkt)**
5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifikanz für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! **(1 Punkt)**
8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in  für eine ausgewählte Abbildung! **(2 Punkte)**
9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wissenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**

<sup>3</sup>Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

## 106. Aufgabe


(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Zerforschen eines wissenschaftlichen Datensatzes** Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte seine Betreuerin, dass Mark einmal die wissenschaftlichen Daten *data3* sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Mark hätte dann schon eine Vorlage um die eigenen erhobenen Daten in eine Tabelle eintragen zu können. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn als er in seinen Laptop starrt. Dabei isst er noch ein paar Marzipankugeln. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit Columbo

Leider kennt sich Mark mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! **(2 Punkte)**
2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! **(2 Punkte)**
5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise! **(2 Punkte)**
8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifikanz für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**

## Teil XI.

# Mathematik

### 107. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Die Lerngruppe *Die Blattläuse* bestehend aus Nilufar, Alex, Steffen und Tina waren auf Exkursion in Mecklenburg-Vorpommern und haben dort Folgendes erarbeitet. Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>4</sup>. Jetzt wollen die vier herausfinden: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Helfen Sie der Lerngruppe *Die Blattläuse* bei der Beantwortung der Forschungsfrage! Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 14m in Brusthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser in  $m$  der Eiche im Jahr 1820 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm, eine Breite von 85cm sowie eine Länge von 220cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $m^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mhsam* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in  $cm$ ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 25cm bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

<sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: [Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald](#)



## 108. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** Die Projektgruppe *J* bestehend aus Tina, Jessica, Steffen und Alex hat sich zusammengefunden um den ersten Versuch zu planen. In einem Experiment wollen sie die Wuchshöhe von 120 Maispflanzen bestimmen. Bevor die Vier überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen sie die Maispflanzen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen muss die Projektgruppe die Maispflanzen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8cm und eine Höhe von 8cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 270 EUR.

Helfen Sie der Projektgruppe *J* bei der Planung des Versuches!

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *vier* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Welche *Pflanztopf*fläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? **(3 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**

## 109. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Jessica bringt ein neues, tolles Projekt mit in die Lerngruppe *Die Kühe auf dem Deich* bestehend aus ihr, Steffen, Mark sowie Paula. Um die Energiekosten ihres Betriebes zu senken, will sie eine Solaranlage auf den Hühnerstall montieren lassen. Dafür hat sie ihren Stall ausgemessen und findet folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_v$  von  $6.5m$ . Die hintere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_b$  von  $8.5m$ . Der Hühnerstall hat eine Tiefe  $t$  von  $13m$  und eine Breite  $b$  von  $30m$ . 'Sag mal Jessica, ist das eine Matheaufgabe oder rechnen wir hier gerade für dich kostenlos als menschliche Computer Sachen für deinen Betrieb?', fragt Mark mit erhobenen Augenbrauen. Paula und Steffen nicken zustimmend.

Wenn die Lerngruppe nicht will, dann müssen Sie bei der Planung helfen!

1. Skizzieren Sie den Hühnerstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_v$ ,  $h_b$ , die Tiefe  $t$  und die Breite  $b$  des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Hühnerstall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls plant Jessica eine neue Biogasanlage für ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius  $r$  von  $1.2m$ . Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal  $5t$  aushalten bevor der Tank wegbricht. Jessica rechnen eine Sicherheitstoleranz von 20% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^\circ C$  eine Dichte von  $240kg/m^3$ . Bei  $-100^\circ C$  hat Methan eine Dichte von  $280kg/m^3$ . Jessica betreibt ihre Anlage bei  $-90^\circ C$ .

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  in  $m$  für den gefüllten Methantank mit dem Radius  $r$ , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

## 110. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** “Sind Sie ein Riesenfaultier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?”, spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderröte Gesicht von Yuki. “Wieso?“, entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Aldi über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>5</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von Yuki?

1. Wenn 3 Blaubeerschalen 4.77 Euro kosten, wie viel kosten 5 Schalen? **(2 Punkte)**
2. Wenn Sie die 5 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 1.79 EUR können Sie sich dann noch für 50 EUR leisten? **(1 Punkt)**

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Aldi über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 160l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 110 - 115g.
- Ein Kilo Salat benötigt 140l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 300 - 510g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 1100l Wasser. Eine Avocado wiegt 140 - 420g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 880l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.1 - 3.5g.

3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! **(3 Punkte)**

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2021 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $9 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 7.2%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 18.1% auf  $2.1 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Kubikmeter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2020 exportiert? **(2 Punkte)**

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur drei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 55 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 9 - 14 Liter pro Spülgang und 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugeländen können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? **(1 Punkt)**

Das alles hätten Sie nicht von Yuki erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Datenquelle* im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

<sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: “Bis zum letzten Tropfen” in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und “Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?” in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

## 111. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_p = 1.7 \times 10^{-15}$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10^{-11}$

**Die Dampfnudelerde** “Was für einen Unsinn!”, rufen Sie. Jetzt haben Sie auf Empfehlung von von Steffen kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 67 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde *heutzutage* so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>6</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung  $g$  der Erde *heutzutage* einen Wert von  $9.81 \text{ m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.2742 \times 10^4 \text{ km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.21 \text{ g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden afrikanischen Elefanten liegt bei 5t bis 7t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 67 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  damals und heute erfahren hätten? *Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!*
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 67 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  auf Elefant und Dinosaurier! **(1 Punkt)**
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! **(2 Punkte)**
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 67 Millionen Jahren! **(2 Punkte)**
2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! **(1 Punkt)**

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.01 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.52 \times 10^8 \text{ km}$  angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 87% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von  $1.05 \text{ g/mol}$ , 11% Heliumkernen mit  $4.11 \text{ g/mol}$  sowie 2% weiteren Atomkernen mit  $145.31 \text{ g/mol}$ . Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen  $0.4$  bis  $100$  Teilchen  $\text{cm}^{-3}$  pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von  $5 \text{ cm}^{-3}$  pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! **(2 Punkte)**

<sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

## 112. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**'Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?'** So hört man häufiger höfliche Hühner in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, denn dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen Jonas, Alex, Paula und Yuki aber als vorsorgliche Hühner-Halter:innen nicht<sup>7</sup>. Gemeinsam sind die Vier in einer Projektgruppe gelandet. Betrachten wir also gemeinsam einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Hühner für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^n (A_i \times PB_i) \quad A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$$

mit

- $SA$  dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten  $i$ .
- $A_i$  dem benötigten Platz für ein Verhalten  $i$ .
- $PB_i$  dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens  $i$ .
- $r_i$  dem Radius Huhn plus dem benötigten Radius für das Verhalten  $i$ .
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten  $i$ .
- $i$  dem Verhalten: (1) standing, (2) wing/leg stretching, (3) walking und (4) drinking/eating.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten  $i$  aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jacobs et al. (2019)
standing	29cm; 24cm; 3.5%	34cm; 30cm; 4.5%	31cm; 35cm; 8.9%
wing/leg stretching	42cm; 20cm; 4.3%	33cm; 23cm; 2.1%	37cm; 27cm; 1.8%
walking	43cm; 30cm; 5.1%	46cm; 24cm; 6.1%	44cm; 30cm; 3.2%
drinking/eating	39cm; 31cm; 16.4%	37cm; 24cm; 16.4%	31cm; 26cm; 16.4%

Leider kennen sich die Vier nicht so gut mit der Berechnung aus! Daher brauchen die Vier Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für  $r$ ,  $R$  und  $PB$  aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! **(3 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz  $A$  für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot  $SA$  für alle betrachteten Verhalten! **(1 Punkt)**
4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Hühner für ein Verhalten  $i$ . Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! **(2 Punkte)**
5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Hühner in der Fläche  $A$ : „Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area  $A$ , we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ .“ Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $a$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? **(2 Punkte)**

<sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: [EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. \(2023\) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.](#)

## 113. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** Steffen und Tina waren gemeinsam in Berlin und sitzen nun im IC nach Amsterdam um zurück nach Osnabrück zu fahren. 'Weißt du was ich mich frage?', entfährt es Steffen ziemlich plötzlich, so dass Tina die Katjes aus dem Mund fallen. 'Nein, und ehrlich gesagt bin ich auch ziemlich müde...'. Das ist jetzt aber Steffen egal, denn er möchte folgende Sachlage diskutieren. Und Steffen hat jetzt 3 Stunden Zeit. Plus Verspätung. In der Ausstellung *Europa und das Meer* im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 50 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 100 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff *Trinidad*, die *San Antonio*, die *Victoria*, die *Concepción* und die *Santiago* - mit einer Besatzung von insgesamt 245 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 90 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(1 Punkt)**

Der Chronist an Bord der *Trinidad*, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht '[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.' Insbesondere die Mannschaft der *Concepción* erlitt große Verluste durch die Skorbut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $6000\mu\text{g}/100\text{mg}$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei  $120\text{mg}$  pro Tag für Männer.

3. Berechnen Sie die notwendige Menge in  $\text{kg}$  an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die *Concepción* für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 22 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die *Concepción* im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der *Trinidad*! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

## 114. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Jonas ist bei Nilufar um gemeinsam *Event Horizon – Am Rande des Universums* zu streamen. Das war jetzt nicht die beste Idee. Denn Jonas kann Horror überhaupt nicht ab. Deshalb flüchtet er sich in Logik um seine Emotionen zu bändigen. Nilufar mampft ungerührt Takis Blue Heat. Folgenden Gedankengang nutzt Jonas um dem Film zu entkommen. Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ . Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 3000m kollabiert, wird die Sonne 30% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. An folgende Formeln erinnert sich Jonas für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Gravitationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$ <sup>8</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- $r_s$ , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- $G$ , gleich der Gravitationskonstante mit  $6.274 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 (\text{kg} \cdot \text{s}^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir Jonas bei der Ablenkung helfen und uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! **(1 Punkt)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius  $r$  des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! **(2 Punkte)**
6. Ein Amboss und ein Lolli stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzen Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

<sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: [Event Horizon – Am Rande des Universums](#)

## 115. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Great filter • SETI • WOW-Signal • 5-Sigma • Voyager 1 • Voyager 2

**Das Fermi Paradoxon** Nilufar und Tina wandern durch den Teuteburgerwald um mal vom Studium runterzukommen. 'Kennst du eigentlich Enrico Fermi?', fragt Nilufar und fährt ohne die Antwort abzuwarten fort, 'Er war ein berühmter Kernphysiker! Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: »Where is everybody?«. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten?'. Tina schaut sie irritiert und interessiert an. Die beiden hat das Problem gepackt. Deshalb wollen Nilufar und Tina das Paradoxon mal mathematisch untersuchen! Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>9</sup>

Die beiden treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt *drei* Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.3587 \times 10^4 \text{ km/h}$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 250 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum *drei* Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 5.16 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $1.5 \times 10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  an.

1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit *einem einzigen Vervielfältigungsschritt* die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
4. Bei einem vermuteten Alter der Erde von  $4.1 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $1.2 \times 10^8$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! **(2 Punkte)**

<sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: [Fermi-Paradoxon](#)



## 116. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die bayrischen Pyramidentage! Sie und Nilufar sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 72 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 54 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 38 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 38 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in  $m$  ergibt sich? **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 7cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 4 Sklaven, die Ihnen und Nilufar bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Rückenschmerzen entwickelt, als die Sklaven von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 75% aus. In eine Schubkarre passen 110 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von  $10^\circ$ ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die bayrische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Versicherungsverteter*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die bayrische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um  $6^\circ$  ändert! **(2 Punkte)**

## 117. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist sweet. Tina und Paula schwingen sich auf ihre Cachermobile um mit 16km/h, geleitet von modernster Satellitentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in den Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Tina und Paula wollen diesmal endlich die abwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von den beiden abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Tina und Paula für die Planung der Route zu Verfügung<sup>10</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
A	GC0CJZL	4.0   2.5   Klein
B	GCVVZMA	4.5   5.0   Normal
C	GCVVNO2	2.0   1.5   Mikro
D	GCNAGC2	2.5   2.0   Klein
E	GCAC36X	1.5   3.0   Normal

Im Weiteren sind den beiden folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AC}$  ist 3km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 7.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 2.1-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 40° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 60° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort E Ihre Cachertour.

Leider sind die beiden sehr schlecht im Navigieren und Entfernungen ausrechnen. Die beiden brauchen Ihre Hilfe!

1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Terrainchallenge zurück? **(5 Punkte)**
3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für *jeden einzelnen* Cache wird durch die Funktion

$$\text{Suchzeit} = 0.15 + 0.18 \cdot \text{Schwierigkeit}$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Terrainchallenge zu erfüllen? **(3 Punkte)**

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 8m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 9.7m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? **(2 Punkte)**

<sup>10</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: [Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.](#)

## 118. Aufgabe

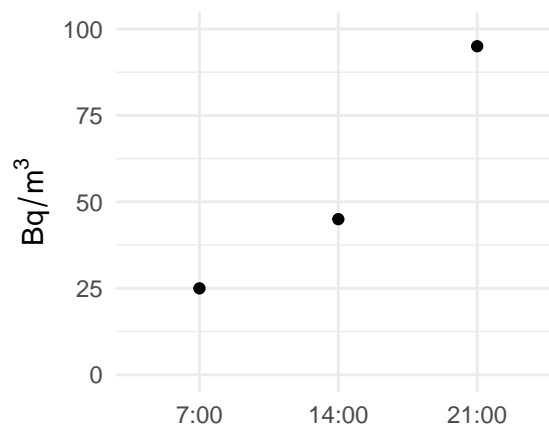
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind<sup>11</sup> vom Dorf will Alex das Ausmaß der Radonbelastung in seinem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Passt schon. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 21:00 bestimmt er dreimal automatisch die Radonbelastung in seinem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>12</sup>. Leider helfen die Messwerte Alex überhaupt nicht weiter. Sie müssen also helfen!



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $280Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? **(2 Punkte)**

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 1.8d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

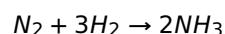
2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $280Bq/m^3$  auf unter  $100Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	77.1	28.1	
Sauerstoff	20.45	16.5	
Kohlenstoffdioxid	0.045	12.5	

3. Rechnen Sie die Volumenprozent (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! **(1 Punkt)**

Während Alex sein etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Alex die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Alex denkt darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>13</sup>:



Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm  $kg$  können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? **(2 Punkte)**
5. Wieviel Ammoniak in  $mol$  erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? **(1 Punkt)**

<sup>11</sup>Tocotronic - Electric Guitar als passende Untermalung für diese Aufgabe.

<sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Atmende Wand](#)

<sup>13</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft](#)

## 119. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Der Studentenjob von Jonas war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Jonas in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>14</sup> in die Hände gefallen. Nun ist er ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich kann Jonas nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat ihn in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 328 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Henry dem Roten. Jonas baut natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Jonas stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung. Leider wird das nicht reichen, deshalb müssen Sie hier auch noch durch Zeit und Raum helfen!

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

mit

- $m$ , gleich der Masse [kg] des Objekts
- $h$ , gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- $v$ , gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- $g$ , gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von  $10mg$  zu gleichförmigen Bleikugeln bei einer Geschwindigkeit von  $14m/s$  bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von  $14m/s$  bilden? **(3 Punkte)**

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! **(2 Punkte)**
3. Sie messen eine Länge des Tropfens von  $3.5mm$ . Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von  $1.6mm$ . Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? **(3 Punkte)**

Sie haben jetzt die  $2.3 \times 10^5$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $10.32g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm  $kg$  sind die  $2.3 \times 10^5$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? **(1 Punkt)**

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 900 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall  $1.4cm$  Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

<sup>14</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

## 120. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es bei Paula mit der Surfschule in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht so die beste Idee... aber dafür hat Paula eine neue Eingebung! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: »Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!«. Daher macht Paula jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1875 ungefähr 32 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Paula wird stutzig und frag Sie, dem mal mathematisch nachzugehen!<sup>15</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.2 \times 10^{10} - 1.1 \times 10^9 \cdot 2^{-0.3 \cdot t + 3.1}$$

1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion *annäherungsweise* in einer Abbildung! **(1 Punkt)**
2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 15 Jahren auf dem australischen Kontinent? **(1 Punkt)**

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 18 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfaktor von 1.2 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 13 Jahren Wachstum zu durchseuchen? **(1 Punkt)**

Das Myxoma Virus und das RHDV töteten 98.5% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 60% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? **(2 Punkte)**

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Norden von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4300km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3800km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 7.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? *Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze!* **(2 Punkte)**

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 10\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 42\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 800 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? **(1 Punkt)**

<sup>15</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: [Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...](#)

## 121. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Lüneburger Heide. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Schafs Fridolin und Alex. Grünes Gras unter Alexs Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin er schaut. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Alex. Alex sinniert, sollte er seine weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigt Alex die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von  $200^\circ$  kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Alex sieht nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen, wenn auch Sie mitrechnen können. Also rechnen Sie beide mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.4\times$ , Februar mit  $0.7\times$  und März mit  $1.1\times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.1
01. Feb 2023	1.5
01. Mrz 2023	3.1
01. Apr 2023	4.3

1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von  $200^\circ\text{C}$  zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Alexs Pink Lady Plantage werden Sie beide auf dem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit  $180\text{N}$ . Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von  $140\text{N}$  auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem  $30^\circ$  Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den  $1.2\text{t}$  schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? **(1 Punkt)**

## 122. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**In der Kartonagenfabrik** Tina, Nilufar, Paula und Yuki sitzen im Bus. Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Tina hatte den Anderen in der Lerngruppe zu spät Bescheid gesagt. 'Was denn, bin ich eure Nanny oder was?!', entfährt es Tina nachdem die vorwurfsvollen Blicke schon eine Weile auf ihr lasten. Also geht es eben mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren die Vier, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern dass sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.8mm, 50-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen alle wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren, wenn Sie auch nochmal nach Hause wollen. Warum jetzt Sie mit dabei sind, lassen wir mal weg. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 50cm und eine Breite von 23cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge  $x$  falzen.

1. Erstellen Sie eine Skizze des Kartonblattrohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben **(1 Punkt)**
2. Berechnen Sie die Falztiefe  $x$  für ein maximales Volumen des flachen Kartons! **(3 Punkte)**
3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe  $x$ ? **(1 Punkt)**
4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckelblattrohlings in  $\text{cm}^2$ ? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 100m Zaun zu Verfügung. Auch hier sollen Sie mal helfen, sonst fährt der Bus Sie nicht nach Hause. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 100m Zaun bestimmen!

5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! **(1 Punkt)**

## 123. Aufgabe

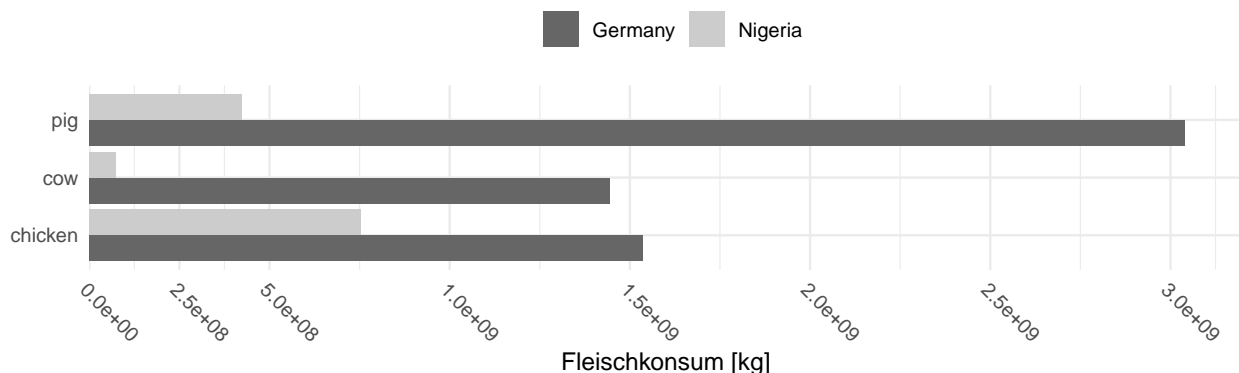
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



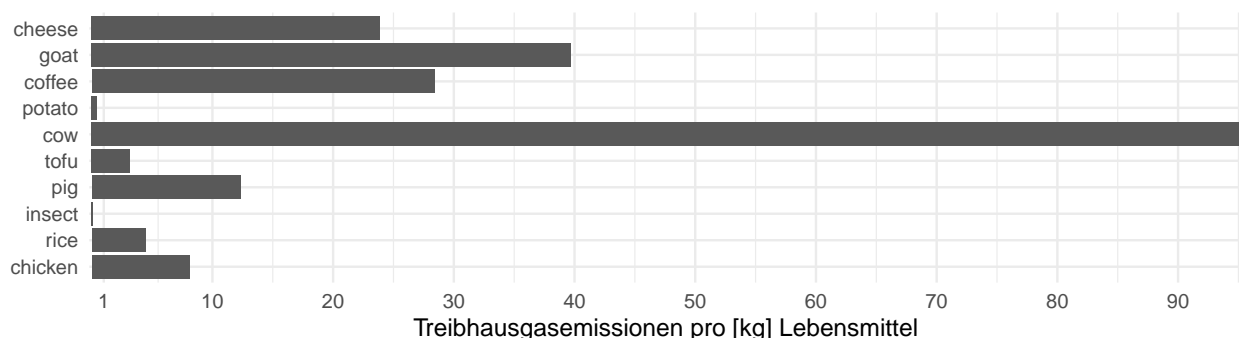
**Ein Pfund Insekten, bitte!** 'Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen<sup>16</sup>.', merkt Tina an. Die Lerngruppe um Paula, Jessica und Steffen sind bei Tina um mal was außergewöhnliches zu essen. Um den Sinn der Nahrungsumstellung zu verdeutlichen, vergleicht Tina einmal Deutschland mit Nigeria. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2020 leben ca.  $8.4 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.84 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen Sie und Tina mit der Überzeugungsarbeit anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im Folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2020 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! **(1 Punkt)**

In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.

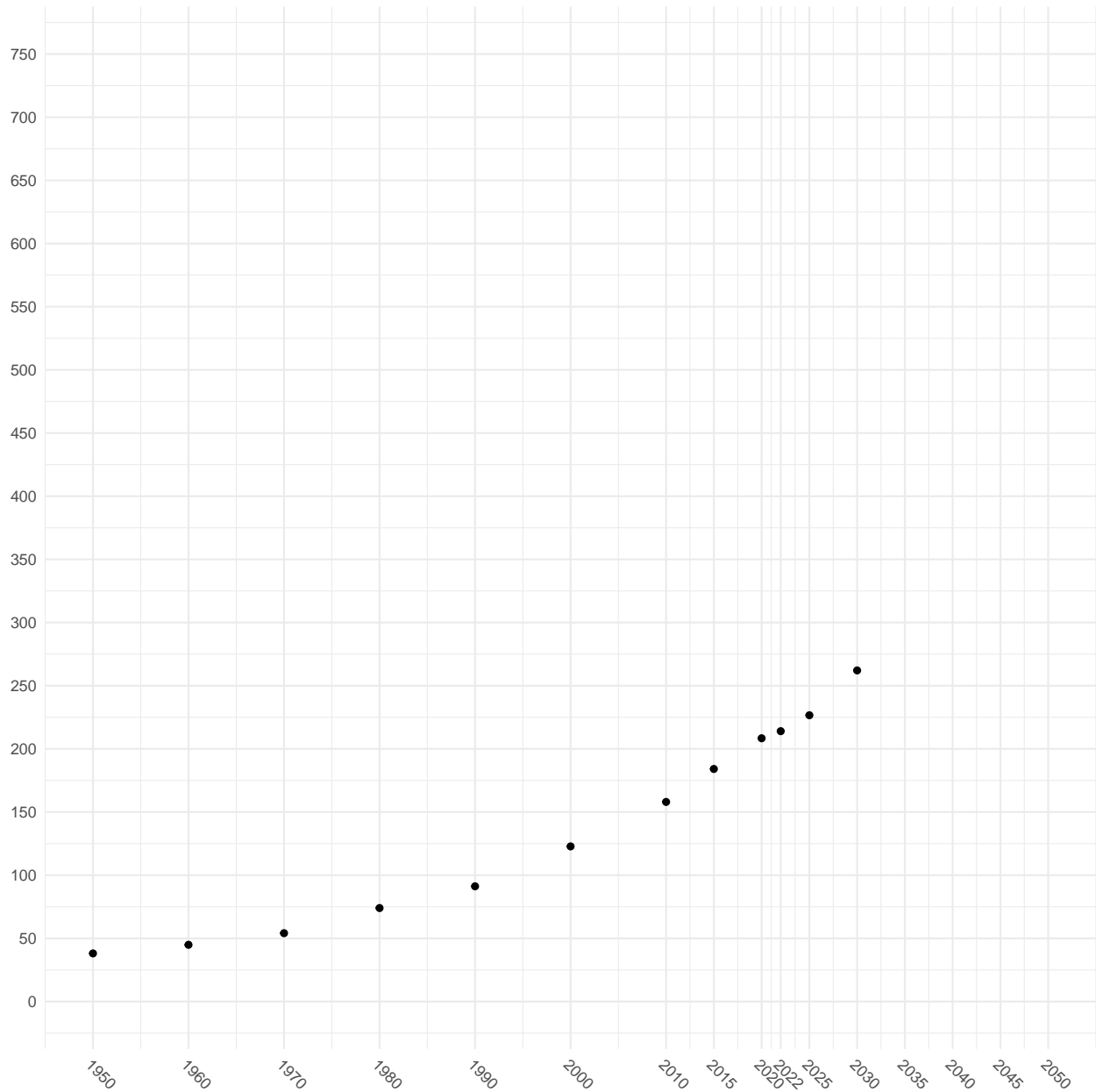


3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO<sub>2</sub> pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! **(2 Punkte)**

<sup>16</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: [Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?](#)



In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 60%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2020! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2020, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! **(1 Punkt)**

## 124. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Immunsystem – Muskel vs. Interpol • Inzidenz • Prävalenz

**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legt Mark die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Mark und Paula sind bei ihrem Hautarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken die beiden über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Mark und Paula nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den die beiden nun machen werden? Leider zu wenig. Da brauchen dann Mark und Paula mal wieder Ihre Hilfe bei der Interpretation eines diagnostischen Tests!

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.8% angenommen. In 92% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 1% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 4 \times 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>17</sup>.

1. Welche Wahrscheinlichkeit  $Pr$  wollen Sie berechnen? **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! **(1 Punkt)**
4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen  $n$  aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(1 Punkt)**

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Mark und Paula, dass beim diagnostischen Testen *True Positives* ( $TP$ ), *True Negatives* ( $TN$ ), *False Positives* ( $FP$ ) und *False Negatives* ( $FN$ ) auftreten. Das verstehen beiden so noch nicht und deshalb stellen Sie für Mark und Paula den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

6. Tragen Sie  $TP$ ,  $TN$ ,  $FP$  und  $FN$  in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! **(2 Punkte)**
8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten  $Pr$  dar! **(2 Punkte)**

<sup>17</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

## 125. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Jonas, Alex und Paula sitzen bei Mark und hören sich etwas über Network-Marketing an. Mark ist jetzt im Network-Marketing tätig. 'Jetzt reicht es. Wir sind eine Lerngruppe und du versuchst uns hier abzuziehen!', poltert Jonas und fährt fort, 'Ich erklär dir mal, wie falsch du liegst!'. Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Jonas und Sie wollen hier einmal in die Untiefen des »passiven Einkommens« abtauchen und die Lerngruppe vor Schlimmeren bewahren<sup>18</sup>!

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Up/Down Systems and Networking (UD-SysNet). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 27 Prozent von 280 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut UDSysNet habe das Unternehmen  $2.8 \times 10^5$  aktive Partner.

1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma UDSysNet im Jahr 2022! **(1 Punkt)**
2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? **(1 Punkt)**
3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 40%? **(1 Punkt)**

Das von Mark zu vermarkende Produkt, hinter dem Mark voll steht, kostet 150EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 35%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 1.75%, 0.75% und 0.25%. Jeder von Mark angeworbener »Partner« wirbt wiederum drei Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt zwei Einheiten vom Produkt verkauft. Mark will nun 2500EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften. Kann das klappen? Sie sind zusammen mit Jonas skeptisch.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! **(2 Punkte)**

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! **(3 Punkte)**

Mark musste zum Einstieg bei UDSysNet Einheiten des Produkts für 5250EUR kaufen. Diese Einheiten kann Mark nur direkt verkaufen. Das ganze Wohnzimmer ist voll davon. Leider musste Mark den Kauf über einen Kredit über 5% p.a. über 72 Monate finanzieren. Sie schütteln den Kopf und klären Mark über Zinsen auf.

6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! **(2 Punkte)**
7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? **(1 Punkt)**
8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? **(1 Punkt)**

<sup>18</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: [Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt](#) und der Artikel: [Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden](#)

## 126. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Jonas, Steffen und Jessica sitzen bei Nilufar nachdem sich alle begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben. Alle drei wollen jetzt einmal bei Nilufar *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen die Drei fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen klären damit Nilufar nicht so alleine ist.

In dem Spiel hat Jonas nun auf einmal 7 zwölfseitige Würfel ( $7d12$ ) zum würfeln in der Hand. Wenn Jonas eine 12 würfelt, hat Jonas einen Erfolg.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *genau* 6 Erfolge zu erzielen! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! **(1 Punkt)**

Steffen betrachtet nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Steffen wird aber geholfen und muss sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei zwölfseitigen Würfeln ( $2d12$ ) als Schaden oder das Schwert mit einem zwölfseitigen Würfel plus 3 ( $1d12+3$ ) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(1 Punkt)**

Jetzt wird es immer wilder, da Steffen und Jessica sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass der Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Steffen und Jessica haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $A$ , der Rettungswurf ist erfolgreich, ist  $Pr(A) = 0.65$ , die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $B$ , der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist  $Pr(B) = 0.75$ . Sie haben aber mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen der Rettungswurf bei einem erfolgreichen Zauber funktioniert hat.

4. Erstellen Sie eine  $2 \times 2$  Kreuztabelle mit den Ereignissen  $A$  und  $B$  sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einem  $\Omega = 100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse  $A$  und  $B$ ! **(2 Punkte)**
5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! **(1 Punkt)**
6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der  $2 \times 2$  Kreuztabelle! **(2 Punkte)**
7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit  $Pr(A|B)$ , dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

## 127. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** Das war zu viel für Nilufar gestern. Die Lerngruppe mit Jessica und Yuki ging viel zu lang. Während sie wegdämmert, kommen in ihr seltsame Bilder hoch. 'Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!', ertönt es und Nilufar fragt sich, ob sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Nilufar braucht das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffeemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Jessica und Yuki das Team der drei Kandidaten. Nilufar braucht dringend Ihre Hilfe in ihren Wahnträumen. Sie gehen wie in *Interception* rein!<sup>19</sup>

Name	$P(\text{win})$	$P(\text{outbid})$
Jessica	0.1	0.043
Yuki	0.4	0.076

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? **(1 Punkt)**
2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit  $P(\text{outbid})$  bei 0.02 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt mit Nilufar auf der Kirmes und spielen mit einem Typen in einem Tentakelkostüm um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie beide drehen das Glücksrad zweimal. Auf 6 Feldern gewinnen Nilufar und Sie 3000EUR sonst 2000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse **(2 Punkte)**
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 5000EUR? **(1 Punkt)**

Im Fiebertraum von Nilufar reisen sie beide im Zug nach Köln um bei »Geh aufs Ganze!« mitzuspielen. Nilufar und Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen. Und was braucht man mehr als ein Auto in einem Fiebertraum?

6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! **(1 Punkt)**
7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(1 Punkt)**
8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(2 Punkte)**
9. Lösen Sie nun das »Ziegenproblem«! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

<sup>19</sup>South Park Inception Spoof – Wunderbare South Park Folge

## Teil XII.

# Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

### 128. Aufgabe

(6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

### 129. Aufgabe

(8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_j + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- $Y_{ijkl}$ : l-te Beobachtung
- $\mu$ : Populationsmittel
- $Var_i$ : fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_j$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \leq 25$  Monate,  $EKA > 25$  Monate)
- $VarEKA_{ij}$ : fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- $V_k$ : zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} - L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

### 130. Aufgabe

(6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.