Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1



Alex studiert im 3. Semester und wiederholt das Modul, da er im ersten Jahr andere Prioritäten für sich gesetzt hat. Das musste sein, da er sich ziemlich im Abitur verausgabt hat. Darüber hinaus war die WG auch eher auf Party angelegt. Alex hofft jetzt über Pünktlichkeit wieder in die Bahn zu kommen. Dafür steht er jetzt immer um 5 Uhr auf! Freunde von ihm beschreiben ihn eher als extrovertiert. Er kennt Paula noch aus der Schulzeit und er überlegt, ob nicht beide Mal nach Mallorca sollten.

Nach zwei Semestern Studium an der Universität Osnabrück war es dann Jessica doch viel zu theoretisch. Etwas angewandtes sollte es sein, wo sie auch eine Fähigkeit lernt, die frau nutzen kann. Deshalb hat sich Jessica an der Hochschule eingeschrieben. Hoffentlich lernt sie etwas nützliches, wo andere für Geld geben würden. Wer nützlich ist, ist wertvoll. Ihr Traum ist ja eine Hundeschule aufzumachen. Die großen Parties hat sie immer gemieden. Sie ist lieber mit ihrer Hündin im Teuteburgerwald.





Das ist jetzt der letzte Versuch mit einem Studium. Wenn es nicht klappt dann überlegt Jonas das Programm der IHK zu Ausbildungsvermittlung zu nutzen. Aber eine Runde gibt er sich noch. Struktur ist eigentlich das Wichtigste und diesmal hat er sich alle Altklausuren der Fachschaft besorgt. Dann ist er auch noch gleich der Fachschaft beigetreten um mehr Informationen abzugreifen. Und er versucht nicht seine Zeit mit Alex zu verdaddeln oder in der Fachschaft bei einem Bier oder so...

Nächstes Semester geht es nach Kanada davon hat er schon auf der Berufsschule geträumt. Deshalb konzentriert er sich sehr auf die Prüfungen. Ein Schiff ist im Hafen sicher, aber dafür ist es nicht gebaut worden. Das International Faculty Office der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur hat super geholfen, aber es waren einiges an Unterlagen. Jetzt hofft er, dass Tina dann doch noch mitkommt. Aber sonst macht er das eben alleine. Obwohl das eher nicht so seine Art ist. Vielleicht sollte er sich mal einen Tipp bei Tina holen, sie wirkt sehr entschlossen.





Nach der Ausbildung wollte Nilufar eigentlich gleich anfangen zu arbeiten, aber nach einem Praktikum und der Probezeit stellte sie fest, dass es ohne einen Hochschulabschluss schwer wird Führungsverantwortung zu übernehmen. Mit Menschen kann sie schon immer und dann auch eigene Projekte mit anderen verwirklichen, dass ist doch was. Mit dem notwendigen Abschluss sollte der Start um so einfacher sein. Dann ist sie keine Befehlsempfängerin mehr sondern gibt die Marschrichtung vor. Schon jetzt koordiniert Nilufar das Studium von anderen.

Paula möchte die Welt zu einem besseren Ort machen. Wenn da nicht die anderen Mitmenschen wären. Paula muss das Modul nochmal wiederholen, da es dann am Ende des Semesters zu viel für sie wurde. Eine Lerngruppe hätte geholfen, aber das ist dann gar nicht so einfach eine zu finden. Zwar kennt sie schon Nilufar, aber Nilufar ist ihr manchmal zu forsch. Ihr schwant aber, dass alleine das Studium sehr schwer werden wird. Das Abitur war schon so ein Lernhorror, das möchte sie nicht nochmal. Alex sieht sie da als Vorbild.





Sommer, Sonne, Natur. Das ist es was Steffen mag. Raus in die Komune und die Natur genießen. Leider hat Steffen noch andere Bedürfnisse, die ein Einkommen benötigen. Da Studierte mehr verdienen, würde dann in Teilzeit auch mehr rausspringen. Wenn er dann privat was anbauen kann, dann spart er gleich doppelt. Leider sind viele seiner Kommilitonen total verkrampfte Karrieristen. Es geht nur ums Äußere. Dabei verliert sich Steffen gerne im Prozess. Das hat auch seinen Schulabschluss etwas verzögert. Steffen lässt sich eben Zeit.

Wille war es, die es Tina hierher gebracht hat und Wille wird es sein, die Tina dann auch zum Abschluß treibt. Nach einem Rückschlag muss Tina jetzt einige Module wiederholen, damit sie dann auch fertig wird. Ab und zu ist sie schwach gewesen und das hat dann Zeit gekostet. Das Tina es dann manchmal übertreibt, weiß sie nur zu gut, aber irgendwie muss die Kontrolle ja erhalten bleiben? Insbesondere, wenn sie mal wieder die Nacht durchgefeiert hat, verachtet Tina sich. Dann baut Nilufar sie dann bei einem Tee wieder auf.





Für Yuki war es nicht einfach. Teilweise war die Krankheit sehr hinderlich, dann war es Yuki selber. Dann muss man auch wieder auf die Beine kommen und es dauert eben seine Zeit. Aber immerhin hat Yuki es jetzt den Abschluss gekriegt und hat einen Studienplatz. Jetzt heißt es in den Rhythmus kommen und schauen, was noch so passiert. Immerhin hat Yuki schon eine kleine Gruppe gefunden, in der Yuki dann Hilfe findet. Ist aber auch sehr unübersichtlich so ein Studium. Steffen ist immer super entspannt.

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 71 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 91 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
87.0 - 91.0	1,0
82.5 - 86.5	1,3
78.0 - 82.0	1,7
73.5 - 77.5	2,0
69.0 - 73.0	2,3
64.5 - 68.5	2,7
60.0 - 64.0	3,0
55.5 - 59.5	3,3
51.0 - 55.0	3,7
45.5 - 50.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	В	С	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

• Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	8	10	9	10	10	12	12

• Es sind ____ von 71 Punkten erreicht worden.

Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben <u>unterliegen dem Zufall</u>. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit <u>verschiedene Textvarianten</u>. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

ANOVA

1. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen einen Versuch mit einer Behandlung und drei Faktorleveln durch. Danach rechnen Sie eine einfaktorielle ANOVA und es ergibt sich ein $\eta^2 = 0.31$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **B** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **C** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Das η^2 ist damit mit dem R^2 aus der linearen Regression zu vergleichen.
- **D** \square Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- **E** \square Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Brokoli zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2=0.15$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Es werden 85% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.
- **B** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 15% der Varianz erklärt.
- $\mathbf{C} \square$ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 15% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 85%.
- **D** \square Es werden 15% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- **E** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- **A** □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

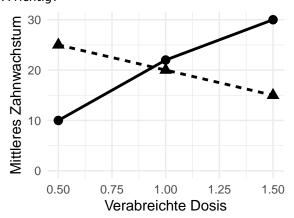
- C □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- D □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- **E** □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.

Viele statistische Verfahren nutzen eine Teststatistik um eine Aussage über den Zusammenhang zwischen der Grundgesamthat und der Stichprobe abzubilden. Ein statistisches Testwerkzeug ist hierbei die ANOVA. Die ANOVA rechnet dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen der globalen Varianz und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- C □ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen mehreren Varianzen aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz in den verschiedenen Behandlungsguppen und der Varianz in einer der Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss über einen Posthoc-Test nachgedacht werden um den signifikanten Unterschied in einer der Gruppen exakt zu bestimmen.

5. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Igeln entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde an 43 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA richtig?



- **A** \square Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor $(p \le 0.05)$
- **B** \square Eine positive Interaktion liegt vor ($\rho \le -0.5$)
- **C** \square Das Bestimmtheitsmaß R^2 ist klein.
- **D** \square Die Koeffizienten sind positiv ($\beta_0 > 0$; $\beta_1 > 0$).
- **E** \square Keine Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$).

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

6. Aufgabe (2 Punkte)
Gegeben ist y mit 13, 12, 14, 9 und 4. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.
A □ Sie erhalten 10.4 +/- 2.01
B □ Sie erhalten 10.4 +/- 2.02
C □ Es ergibt sich 11.4 +/- 2.02
D □ Es berechnet sich 10.4 +/- 4.04
E □ Es ergibt sich 9.4 +/- 8.15
7. Aufgabe (2 Punkte)
Wie lautet der Median, das 1^{st} Quartile sowie das 3^{rd} Quartile von y mit 15, 13, 21, 28, 24, 8 und 63.
A □ Es ergibt sich 21 +/- 13
B □ Sie erhalten 21 [11; 26]
C □ Es berechnet sich 25 [14; 29]
D □ Es ergibt sich 25 +/- 13
E □ Es ergibt sich 21 [13; 28]
8. Aufgabe (2 Punkte)
Die empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für die Visualisierung mit einem Histogramm sind
A □ Histogramm
${f B} \; \square \;$ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung.
C □ Die opimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein können.
D □ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
E □ Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen.
9. Aufgabe (2 Punkte)
Um die Standardabweichung zu berechnen müssen wir folgende Rechenoperationen durchführen.
A □ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
B □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl.
C □ Den Median berechen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.
D □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
E □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl. Nicht zu vergessen, am Ende dann noch die

Wurzel zu ziehen.

In Ihrer Abschlußarbeit wolllen Sie Ihre Daten für den Ertrag in einem Boxplot darstellen. Sie nutzen den Boxplot auch, da der Boxplot zu den meist genutzten Visualiserungen von Daten gehört. Welche statistischen Maßzahlen stellt der Boxplot dar?

- **A** □ Der Boxplot stellt die Mittelwerte und die Standardabweichung dar.
- **B** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Quartile.
- C □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.
- **D** □ Der Boxplot stellt die Mittelwerte und die Varianz dar.
- **E** □ Den Mittelwert und die Varianz.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Lauch durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert \bar{y} und der Median \tilde{y} unterscheiden sich. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **B** □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- **C** □ Wenn sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **D** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- **E** □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Ihre Betreuung der Abschlussarbeit fragt überraschend in der letzten Besprechung, ob Ihre Messwerte einer Varianzhomogenität genügen. Sonst könnten Sie ja gar nicht einen t-Test rechnen. Da Ihnen die Zeit wegrennt, entscheiden Sie sich für eine schnelle Visualisierung im Anhang. Welche Visualisierung nutzen Sie und welche Regel kommt zur Abschätzung einer Varianzhomogenität zur Anwendung?

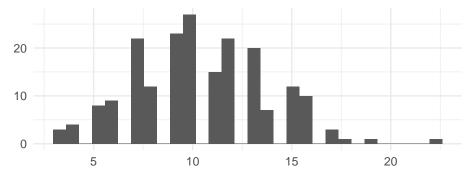
- **A** □ Einen Boxplot. Der Median, dargestellt als Linie, muss in der Mitte des IQR, dargestellt durch die Box, liegen.
- **B** □ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnurr audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Varianzhomogenität.
- **C** □ Einen Boxplot. Das IQR muss über alle Behandlungen zusammen mit den Whiskers ungefähr gleich aussehen.
- **D** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- **E** □ Einen Barplot. Die Mittelwerte müssen alle auf einer Höhe liegen. Die Fehlerbalken haben hier keine Informationen.

Sie wollen in Ihrer Abschlussarbeit über eine explorative Datenanalyse überprüfen, ob Ihr gemessener Endpunkt einer Normalverteilung folgt. Welche drei Abbildungen eignen sich insbesondere für die Überprüfung?

- **A** □ Boxplot, Densityplot, Violinplot
- **B** □ Violinplot, Scatterplot, Barplot
- **C** □ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- **D** □ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot
- **E** □ Barplot, Mosaicplot, Violinplot

14. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben n = 191 Pflanzen geerntet und wollen sich nun die Verteilung der Pflanzen einmal in einem Histogramm anschauen. Welche Verteilung ist dargestellt?



- **A** □ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- **B** □ Wir haben eine Poisson-Verteilung vorliegen.
- **C** □ Wir haben eine Normalverteilung vorliegen.
- **D** □ Eine multivariate Normalverteilung.
- **E** □ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.

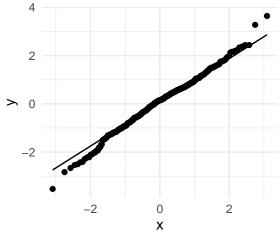
Lineare Regression & Korrelation

15. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das Modell $Y \sim X$ vorliegen und wollen nun ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Traingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 1/10 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- **B** □ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Modellieren des Trainingsmodells benötigt. Der Testdatensatz dient rein zur Visualisierung. Dies gilt vor allem für ein kausales Modell.
- **C** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Traingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 2/3 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- **D** \square Ein kausales Modell möchte die Zusammenhänge von X auf Y modellieren. Hierbei geht es um die Effekte von X auf Y. Man sagt, wenn x_1 um 1 ansteigt ändert sich Y um einen Betrag β_1 .
- **E** \square Ein kausales Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das R^2 berechnet werden.

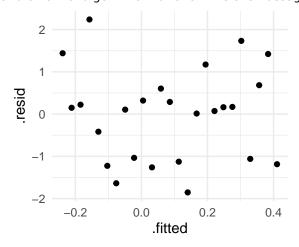
Nach einer Regressions sollten die Residuen normalverteilt sein. Was bei einer simplen Regression noch relativ einfach visuell in einem Scatterplot zu überprüfen ist. Für komplexere Modell liefert der QQ-Plot die notwendigen Informationen über die Normalverteilung. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt. Diese Annahme ist nicht erfüllt.
- **B** Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade in dem IQR, also dem ersten und dritten Quartile. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- **D** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **E** □ Wir betrachten die Punkte. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig verteilt liegen, dann gehen wir von normalen Residuen aus.

17. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einer Regressions sollten die Residuen (.resid) gleichmäßig um die Gerade verortet sein. Was bei einer simplen Regression noch relativ einfach visuell in einem Scatterplot zu überprüfen ist. Für komplexere Modell liefert der Residual Plot die notwendigen Informationen. Welche Aussage ist richtig?



A □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.

- **B** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Ein klares Muster ist zu erkennen und/oder einige Outlier sind zu beobachten.
- **D** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.

In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten ρ sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten ρ zu verstehen. Welche Aussazu zu dem Korrelationskoeffizienten ρ ist richtig?

- **A** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- **B** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen x und y bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.
- ${f C}$ Der Korrelationskoeffizienten ho ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ho beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.
- **D** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als standardisierte Steigung verstanden werden.
- **E** \square Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.

19. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der CO_2 -Konzentration in $[\mu g]$ im Wasser auf den absoluten Proteingehalt von Brokkoli in [kg] erhalten Sie einen β_{CO_2} Koeffizienten von 6.9×10^{-7} und einen hoch signifikanten p-Wert mit 0.00032. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- **A** □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der *p*-Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum p-Wert passen.
- **B** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu groß gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu großen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{CO_2} sehr klein wirken, da der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- ${f C}$ Das Gewicht und die CO_2 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der eta_{CO_2} Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.
- **D** \square Wenn der Effekt β_{CO_2} sehr klein ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in X führt ja zu einer Änderung von β_{CO_2} in y. Daher ist hier mit einer anderen Einheit in den Daten zu rechnen, so dass wir hier einen besser formatierten Effekt sehen. Der p-Wert stammt aus einer einheitslosen Teststatistik.
- $\mathbf{E} \square$ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatsitik und damit auch der p-Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu krigen.

Sie wollen nach der explorativen Datenanalyse (EDA) Ihre Daten in der Abschlussarbeit auswerten. Nach einiger Rechereche finden Sie heraus, dass Sie zuerst die Daten mit der Funktion lm() in R modellieren müssen. Welche Anwendung folgt drauf?

- **A** \square Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Dennoch muss zuerst ein lineares Modell mit der Funktion lm() in \mathbf{R} gerechnet werden.
- **B** \square Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Die Funktion lm() kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.
- **C** □ Ist die Einflussvariable *X* numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich.
- D □ Die Funktion lm() berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenalayse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion lm() schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- **E** □ Neben der klassichen Verwendung der Funktion lm() in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerishc umgewandelt werden. Dann kann das R Paket {emmeans} genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.

21. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über das generalisierte lineare Modell (GLM) ist richtig?

- **A** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- **B** □ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- **C** □ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen sich polygonale Regressionen rechnen. Somit stehen neben der Normalverteilung noch weitere Verteilungen zu Verfügung.
- D □ In ♠ ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in ♠ auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- **E** □ In **Q** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die neben der klassischen Normalverteilung auch die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann.

Vermischte Themen

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- ${\bf B} \ \square$ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- C □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- **D** □ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.
- **E** □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Somit kann von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen werden

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in Rauswerten wollen. Welcher Aussage ist richtig?

- A ☐ Im Allgemeinen haben Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen, die in der deutschen Sprache vorkommen. Eine Nutzung der englischen Sprache umgeht dieses Problem auf einfache Art.
- **B** □ Die Spracherkennung von **Q** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- **C** □ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in **Q** in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- **D** ☐ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- **E** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von 😱 untersagt.

24. Aufgabe (2 Punkte)

Bei der explorativen Datenanalyse (EDA) in Rgibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, auch extitCircle of life genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA?

- **A** □ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.
- **B** □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass die Faktoren richtig erstellt werden.
- C □ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als *.png vorliegen.
- **D** □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- **E** □ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in ¶ müssen wir als erstes die Daten über read_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das abstrakte Modell $Y \sim X$ mit X als Faktor mit zwei Leveln vorliegen. Welche Aussage über $n_1 < n_2$ ist richtig?

- **A** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **B** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor.
- **C** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- **D** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **E** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.

26. Aufgabe (2 Punkte)

Die Leistung von Sauen soll auf einem Zuchtbetrieb gesteigert werden. Dafür werden die Ferkel verschiedener Sauen gemessen. Die Ferkel einer Muttersaue sind daher...

A □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander unabhängig.

- **B** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- C □ Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutliche eine ähnliche Varianzstruktur.
- **D** □ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- **E** □ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Odds ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Ziegen in 3 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 8 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Odds ratio von 3.67.
- **B** □ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Odds ratio von 0.27.
- **C** □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.38, da es sich um ein Anteil handelt.
- D □ Das Verhältnis von Chancen Odds ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.38.
- **E** □ Das Verhältnis der Anteile Odds ratio ergibt ein Anteilsverhältnis von 0.27. Wir sind am Anteil der Kranken interessiert.

28. Aufgabe (2 Punkte)

In der Bio Data Science wird häufig mit sehr großen Datensätzen gerechnet. Historisch ergibt sich nun ein Problem bei der Auswertung der Daten und deren Bewertung hinsichtlich der Signifikanz. Welche Aussage ist richtig?

- $\mathbf{A} \square$ Riesige Datensätz haben mehr Fallzahl was zur α -Inflation führt. Durch eine Adjustoerung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- **B** □ Eine große Fallzahl führt zu mehr signifikanten Ergebnissen auch bei kleinen Effekten. Daher werden fast alle Vergleich esignifikant, wenn die Fallzahl nur groß genug wird.
- **C** □ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- **D** □ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- **E** □ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gänigige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.

Multiple Gruppenvergleiche

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.89, 0.34, 0.03 und 0.42. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.2225, 0.085, 0.0075 und 0.105. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **B** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.12 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.

- **C** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 3.56, 1.36, 0.12 und 1.68. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **D** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.2225, 0.085, 0.0075 und 0.105. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- **E** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.12 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein *CLD* erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.
- **B** Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- **C** □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- D ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- **E** □ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.

31. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben eine zweifaktorielle ANOVA gerechnet und wollen nach einem signifikanten Ergebnis in dem Gruppenfaktor einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür und welche Eigenschaften des Paktes sind korrekt?

- **A** □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- **B** □ Da Sie für Ihre Bachelorarbeit einen Barplot mit CLD brauchen nutzen Sie das R Paket {emmeans} welches Ihnen schnell die notwenidigen Informationen liefert um einen Barplot zu erstelen. Die Berechnung eines CLD ist hierbei auch einfach.
- C □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- D □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- **E** □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.

32. Aufgabe (2 Punkte)

Bei einem multiplen Vergleich oder Posthoc Test kann es zu einer Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie nennt man diese Besonderheit beim statistischen Testen und wie kann man mit ihr umgehen?

A 🗆	Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die α -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
В□	Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer α -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der α -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
C 🗆	Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.
D 🗆	Beim multiplen Testen kann es zu einer α -Deflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die p-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt
E□	Beim multiplen Testen kann es zu einer α -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist.
33.	Aufgabe (2 Punkte)
	echnen mehrere t-Tests für einen multiplen Vergleich nachdem eine einfaktorielle ANOVA sich als signit It herausgestellt hat. Welche Aussage im Bezug auf den Effekt ist richtig?
A 🗆	Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
B 🗆	Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen k multipliziert. Dies geschiet analog zu den p-Werten.
C 🗆	Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nicht adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
D 🗆	Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
E□	Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ -Inflation kommen. Das globale Effektniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die Effekte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Effekte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
Sta	tistische Testtheorie
34.	Aufgabe (2 Punkte)
Gebe	en ist $Pr(D H_0)$ als mathematischer Ausdruck, welche Aussage ist richtig?
A 🗆	Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
B 🗆	Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
C 🗆	$Pr(D H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit die Daten D zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
D 🗆	$Pr(D H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit $1-Pr(H_A)$
E 🗆	$Pr(D H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- **A** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird.
- **B** □ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- **C** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein noch schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **D** \(\to \) ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- **E** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

36. Aufgabe (2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau α genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegeung auf 5% als Signifikanzschwelle ist richtig?

- **A** \square Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde $\alpha = 5\%$ festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- **B** \square Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde α in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist $\alpha=5\%$ eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- ${f C}$ In der Wissenschaft gibt es neben der Naturkonstante, die sich aus der Beobachtung der Welt ergibt, noch die Kulturkonstante, die von einer Gruppe Menschen selbstgewählt wird. Dabei ist $\alpha=5\%$ eine Kulturkonstante und wurde somit eher zufällig gewählt.
- **D** □ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.
- **E** □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D ?

A □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise}$$

B □ Es gilt
$$T_D = \frac{noise}{signal}$$

C
$$\square$$
 Es gilt $T_D = \frac{signal}{noise^2}$

D
$$\square$$
 Es gilt $T_D = signal \cdot noise$

E
$$\square$$
 Es gilt $T_D = (signal \cdot noise)^2$

Sie versuchen folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie zu setzen. Welche Analogie ist richtig?

H₀ ablehnen obwohl die H₀ gilt

- **A** \square Dem β-Fehler mit der Analogie eines brennenden Hauses: *Fire without alarm*.
- **B** \square *Alarm without fire*, dem α -Fehler in der Analogie eines Rauchmelders.
- **C** □ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm with fire*.
- **D** \square *Fire without alarm,* dem β -Fehler als Analogie von Rauch im Haus.
- **E** \square In die Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*, dem β -Fehler.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Welche statistische Maßzahl erlaubt es Relevanz mit Signifikanz zu verbinden? Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der α -Schwelle zu definieren.
- **B** \square Die Teststatistik. Durch den Vergleich von T_c zu T_k ist es möglich die H_0 abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem T_c -Wert.
- ${f C}$ Das Δ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da Δ antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes Δ ein sehr kleinen p-Wert.
- **D** \square Der p-Wert. Durch den Vergleich mit α lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der β -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- **E** ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und zwei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der definierten Signifikanzschwelle zu definieren.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben ein Signifikanzniveau α gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem p-Wert ist richtig?

- **A** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt.
- **B** \square Wir schauen, ob der *p*-Wert größer ist als das Signifikanzniveau α und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die H_A gilt.
- ${f C}$ \square Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- **D** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen H_0 und H_A , wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- **E** \square Wir machen eine Aussage über die indivduelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.

Um die Ergebnisse eines statistischen Tests und die damit verbundene Theorie besser zu verstehen, kann eine Analogie zur Wettervorhersage genutzt werden. Welche Analogie zu der Testtheorie trifft am meisten zu?

- **A** □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- **B** In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- **C** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten *D* wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- D □ Die Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: der statistische Test erlaubt es die Wahrscheinlichkeit für Regen abzuschätzen jedoch nicht die Menge und somit den Effekt.
- **E** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.

42. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage treffen?

- **A** □ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten eine Aussage zum Individuum.
- **B** □ Weder eine Ausssage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- C □ Ja, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- **D** □ Nein, es ist nicht möglich ein untersuchtes Individuum mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann leider keine Aussage zum Individuum.
- **E** □ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.

43. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Power ist richtig?

- **A** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 20% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 80% gesetzt.
- **B** \square Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die H_A abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- **C** \square Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit H_0 bewiesen wird
- f D \Box Die Power wird nicht berechnet sondern ist eine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit H_A bewiesen wird
- **E** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.

In Ihrer Abschlussarbeit sollen Sie neben den p-Werten auch die Effekte mit angeben. Welche Aussage ist richtig?

- A □ Der Forschende muss am Ende wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil einer Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Anteilen.
- **B** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die mathematisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- **C** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- D □ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experimnts vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- **E** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand der berechneten Teststatistik gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A** \square Ist $Pr(D|H_0)$ kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **B** \square Ist T_D höher als der kritische Wert $T_{\alpha=5\%}$ dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- ${\bf C} \square$ Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **D** \square Anhand der berechneten Teststatistik lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **E** \square Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese H nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- **A** \square Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_A verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- **B** \square Es gibt bedingt durch das das Falsifikationsprinzip ein Set von k Nullhypothesen, die iterative gegen k-1 Alternativhypothesen getestet werden.
- **C** \square Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Nullhypothese H_0 und der Alternativehypothese H_A oder H_1 .
- $\mathbf{D} \square$ Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden H_{pro} und H_{contra} bezeichnet.
- **E** □ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.

Statistische Tests für Gruppenvergleiche

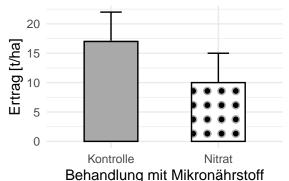
47. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test im Allgmeinen ist richtig? Berücksichtigen Sie den Welch t-Test wie auch den Student t-Test!

- **A** □ Der t-Test vergleicht zwei Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **B** □ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- **C** \square Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.
- **D** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.
- **E** □ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.

48. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Nitrat auf den Ertrag in t/ha von Mango im Vergleich zu einer Kontrolle entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde in 15 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage ist im Bezug auf einen t-Test ist richtig?



- J
- A □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -0.7.
 B □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -7.
- **C** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- **D** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -7.
- **E** □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -7. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.

49. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- **A** □ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.
- **B** □ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhäängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- **C** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.

- **D** □ Wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir die Differenz zwischen den zwei Messpunkten.
- **E** □ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.

Sie führen paarweise t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Rapssorten in Ihrem Experiment durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α -Schwelle. Ihr Experiment beinhaltet drei Rapssorten und eine ANOVA ergibt p=0.045 für den Ertrag. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert $p_{3-2}=0.052$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Hier kommt der Effekt der stiegenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterscheid nachweisen.
- **B** □ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verschränkt sind.
- **C** □ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepenz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- **D** □ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.
- **E** □ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.

Teil I.

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

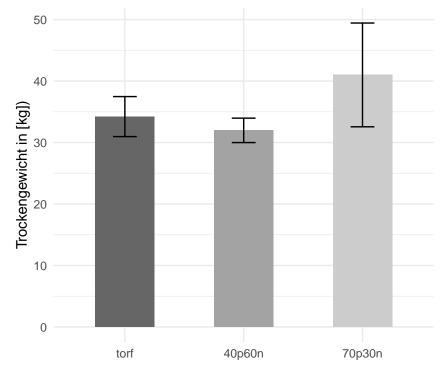
51. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen des Barplots Mark und die Unsicherheit, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Mark ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Mark soll in seiner Hausarbeit Erbsen untersuchen. Die Behandlung in seiner Hausarbeit werden verschiedene Substrattypen (*torf*, 40*p*60*n* und 70*p*30*n*) sein. Erheben wird Mark als Messwert (Y) *Trockengewicht* benannt als *drymatter* in seiner Exceldatei. Von seiner Betreuer erhält er nun folgende Abbildung von Barplots, die er erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor er mit dem eigentlichen Versuch beginnt.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Barplots in \mathbf{Q} nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im @üblichen Format, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden! (2 Punkte)
- 4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Barplots Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Steffen nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Klemmbausteine. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Steffen. Das ist in soweit doof, da nach seinem Betreuer nun Barplots aus seinen Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Na dann mal los. Steffen schafft sich die nötige Stimmung. Steffen nickt im Takt von Taylor Swift und bemerkt dabei gar nicht was die Schlange schon wieder anstellt. Die Behandlung für Erbsen waren verschiedene Substrattypen (*torf*, 40*p*60*n* und 70*p*30*n*). Erfasst wurde von Steffen als Outcome (*Y*) *Ertrag*. Steffen hat dann *yield* in seiner Exceldatei eintragen. Aber auch irgendwie egal. Steffen will später nochmal raus um zu Ringen. Druck ablassen, dass muss er auch.

treatment	yield
70p30n	37.2
40p60n	40.6
torf	40.7
torf	35.8
70p30n	28.7
torf	37.8
torf	41.2
40p60n	32.0
70p30n	52.3
40p60n	29.5

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

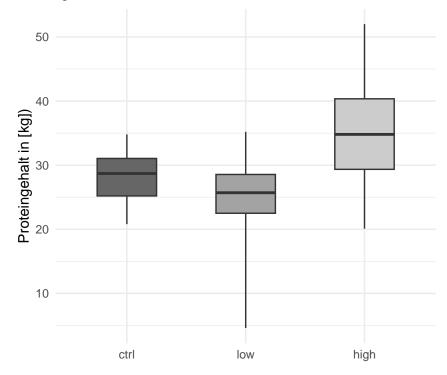
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Erbsen! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Steffen keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Erbsen erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen des Boxplots Mark steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seiner Betreuerin geht, soll er in einem einem Gewächshausexperiment Brokoli auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Besser wäre was anderes gewesen. Am Ende dann doch besser Geocaching. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Mark. Das heißt erstmal überlegen für Mark. Aus den Boxen wummert Andrea Berg und sein Mund ist verklebt von Marzipankugeln. 'Herrlich', denkt Mark. Die Behandlung werden verschiedene Düngestufen (ctrl, low und high) sein. In seiner Exceldatei wird er den Endpunkt (Y) Proteingehalt als protein aufnehmen. Vorab soll Mark aber eimal die folgenden Boxplots seiner Betreuerin nachbauen, damit er den R Code schonmal für später vorliegen hat. Damit geht das Problem schon los. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so..



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Boxplots in \mathbf{Q} nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Boxplots Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Mangel gewesen. Ein leidiges Lied. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Jessica ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Jessica viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Boxplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Jessica soll nun in ihrer Abschlussarbeit Maiss untersuchen. Die Behandlung in ihrer Abschlussarbeit sind verschiedene Bewässerungstypen (*low* und *high*). Erhoben wurden von Jessica als Endpunkt (*Y*) *Proteingehalt* benannt als *protein* in ihrer Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält sie von ihrer Betreuerin den Auftrag die erhobenen Daten als Boxplots darzustellen. Dann kann Jessica auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte. Darüber hinaus kann Jessica anhand Boxplots eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen. Na dann mal los. Jessica schafft sich die nötige Stimmung. Wenn David Bowie ertönt, dann sucht die Hündin schleunigst Schutz unter dem Sofa. Jessica schüttelt den Kopf.

treatment	drymatter
low	32.9
low	39.4
high	34.1
high	30.9
low	38.6
high	22.3
high	25.6
low	29.6
low	30.5
low	35.0
low	30.0
high	38.3
high	19.1
high	25.5
low	33.5
high	18.8
low	38.9
high	25.0
low	32.1

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kategoriale Daten In einem Gespräch mit ihrer Betreuerin wird Yuki gebeten seine Daten aus einem Versuch in einer Klimakammer mit Maiss in einem Histogramm darzustellen. 'Hm...', Reese's Peanut Butter Cups und London Grammar. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Yuki. In ihrem Experiment hat er die seltsamen Verdickungen erst fotographiert und dann ausgezählt. Laut ihrer Betreuerin soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die seltsamen Verdickungen zu bestimmen. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn die Faulheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Yuki! Aber so.. Yuki nickt im Takt von London Grammar und bemerkt dabei gar nicht was das Minischwein schon wieder anstellt.

Die seltsamen Verdickungen: 3, 3, 0, 5, 3, 4, 4, 6, 3, 6, 2, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 6, 5, 2, 6, 4, 6, 5, 2, 2, 6, 7, 10, 4

Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance gleich oder mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kontinuierliche Daten In seiner Projektbericht möchte Jonas gerne die Daten aus einem Gewächshausexperiment mit Kartoffeln in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihm dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über den Endpunkt (Y) zu treffen Aus den Boxen wummert Iron Maiden und sein Mund ist verklebt von Snickers. 'Herrlich', denkt Jonas. In seinem Experiment hat Jonas die mittleren Knötchen gezählt. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jonas! Aber so.. Jonas streichelt liebevoll das Meerschweinchen. Der Kopf ist in seinem Schloß vergraben um den Klang von Iron Maiden zu dämpfen.

Die mittleren Knötchen: 7.9, 10.4, 9.7, 8.5, 8.4, 7.4, 10.7, 9.1, 9.7, 4.7, 11.1, 11.8, 10.3, 13.3, 10.2, 12.2, 11.8, 12.6, 8.8, 6.2, 6.5, 7.9

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Scatterplots Wenn es nach Jonas ginge, wäre er schon längst fertig mit seinem Projektbericht. Geht es aber nicht. Aus den Boxen wummert Iron Maiden und sein Mund ist verklebt von Snickers. 'Herrlich', denkt Jonas. In seinem Projektbericht hatte er ein Stallexperiment im Teuteburgerwald durchgeführt. Nach der Meinung seinem Betreuer sieht das jedoch etwas anders aus. Jetzt soll er doch noch eine explorative Datenanalyse für den Zusammenhang zwischen durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d] und Protein/Fettrate [%/kg] in Lamas durchführen. Wie nervig! Jonas und die Erschöpfung, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Da zwei kontinuierliche Variablen vorliegen, geht die explorative Datenanalyse leider nicht mit Boxplots oder Barplots. Dann was anderes. Das Verrückte ist, dass das Meerschweinchen Mission Impossible wirklich liebt. Das ist Jonas sehr recht, denn er braucht Entspannung.

Durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d]	Protein/Fettrate [%/kg]
25.9	40.0
21.5	35.0
16.0	28.4
18.5	28.7
18.4	31.0
26.5	37.6
17.4	34.3
15.7	28.5
18.8	31.4
25.7	38.2

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *ein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Mosaicplots Zwei kategoriale Variablen darzustellen ist nicht so einfach. Nilufar hatte erst über einen Mittelwert nachgedacht, dann aber die Idee verworfen. Wäre da nicht noch was anderes. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Erwartung gewesen. Ein leidiges Lied. Dabei hatte sie sich in einen Versuch in einer Klimakammer in der Uckermark zum einen die Behandlung Mechanische Bearbeitung [ja/nein] und zum anderen die Messung Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] im Kontext von Brokkoli angeschaut. Jetzt möchte ihre Betreuerin erstmal die langen Tabellen mit ja/nein in einer explorativen Datenanalyse zusammengefasst bekommen. Sonst geht es bei ihrem Projektbericht nicht weiter. Was super nervig ist. Um zu Kicken geht Nilufar dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

Mechanische	Frischegewicht
Bearbeitung	über Zielwert
ja	nein
nein	ja
ja	ja
nein	ja
ja	ja
ja	nein
ja	ja
ja	nein

Mechanische	Frischegewicht
Bearbeitung	über Zielwert
nein	ja
ja	ja
ja	ja
nein	ja
nein	ja
ja	nein
nein	ja
ja	nein
nein	nein
ja	nein
ja	ja
ja	nein
ja	nein
nein	ja

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

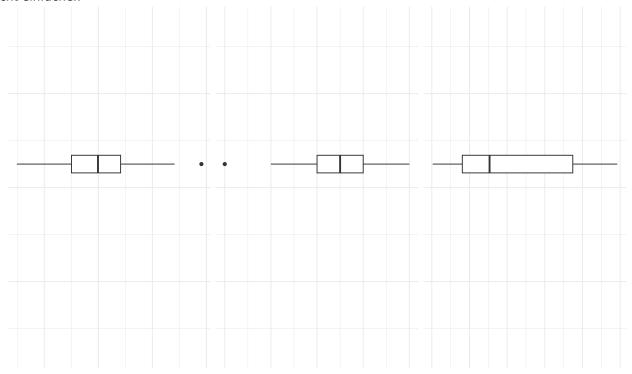
- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung von Verteilungen 'Was hast du dir denn da hingeklebt? *Frei ist, wer missfallen kann.*¹', liest Yuki vom Kühlschrank vor. Yuki und Alex sitzen zusammen in der Küche und versuchen zu verhindern, dass das Minischwein den Biomüll mampft. 'Können wir uns auf die etwas kryptische Aufgabe konzentrieren?', nöhlt Alex. Die beiden schauen angestrengt auf die drei Boxplots. Das Ziel ist es zu verstehen, wie eine Verteilung anhand eines Boxplots bewertet werden kann. Alex und die Gefälligkeit machen die Sache nicht einfacher.



Jetzt brauchen Yuki und Alex Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung anhand von Boxplots um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Zeichnen Sie über die Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in $\bar{y}\pm 1s$ und $\bar{y}\pm 2s$ unter der Annahme einer Normalverteilung? (2 Punkte)

¹Oschmann, A. (2024) Mädchen stärken: Stärken fördern, Selbstwert erhöhen und liebevoll durch Krisen begleiten. Goldegg Verlag

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der Normalverteilung 'Jetzt haben wir schon überall geschaut und ich finde die verdammte das Minischwein nicht. Wo ist die den normalerweise? Und wenn du jetzt einen blöden Witz über die Aufgabe und normal machst, dann gehe ich.', faucht Yuki Alex an. 'Ui, alles gut. Vielleicht ein paar Gummibärchen zur Entspannung?', entgegnet Alex. Manchmal macht die Faulheit Yuki zu einem anderen Menschen, der sie nicht sein will. Da rennt dann auch das Minischwein vor ihr weg. Jetzt sollen die beiden diese Aufgabe zur Normalverteilung lösen. Es geht um verschiedene Normalverteilungen udn zu verstehen, wie die Parameter der Normalverteilung funktionieren. Anscheinend hängen Normalverteilungen vom Mittelwert \bar{y} und der Standardabweichung s ab.

Jetzt brauchen Yuki und Alex Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie vier Normalverteilungen mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$ und $s_1 \neq s_2 \neq s_3 \neq s_4$! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. In welchen Bereich fallen 68% bzw. 95% der Beobachtungen in einer Normalverteilung? Ergänzen Sie die Bereiche in einer Normalverteilung! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie unter einer der Normalverteilungen den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der Normalverteilung und der Poissonverteilung 'Wer hat sich denn sowas ausgedacht? Verteilungen?', entfährt es Steffen und schaut dabei Jessica an. In seiner Hand zerdrückt er Schokobons von Jessica. 'Wir sollen eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von $\bar{y}_1=0$ und einer Standardabweichung von $s_1=4$ zeichnen. Sowie eine weitere Normalverteilung mit einem Mittelwert von $\bar{y}_2=3$ und einer Standardabweichung von $s_2=4$. Keine Ahnung wie das geht. Darunter sollen dann noch eine Poissonverteilung mit einem Mittelwert von $\lambda_1=2$ sowie einer weiteren Poissonverteilung mit einem Mittelwert von $\lambda_2=25$ gezeichnet werden.', meint Jessica sichtlich eingeschüchtert und rettet noch ein paar Schokobons in seinem Mund. Steffen und die Romantik machen die Suche nach der Lösung nicht einfacher. Im Hintergrund spielt viel zu laut David Bowie, die diesmal Steffen ausgewählt hat und die Schlange schon in die Küche vertrieben hat, wo es den Biomüll mampft.



Jetzt brauchen Steffen und Jessica Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie die zwei Normalverteilungen und zwei Poissonverteilungen! (4 Punkte)
- 2. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung in den jeweiligen Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie unter einer Normalverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 4. Ergänzen Sie unter einer Poissonverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 5. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Normalverteilung folgt! (1 Punkt)
- 6. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Poissonverteilung folgt! (1 Punkt)

Teil II.

Statistisches Testen & statistische Testtheorie

62. Aufgabe (9 Punkte)





Grundgesamtheit und experimentelle Stichprobe An einem schwülem Sommernachmittag sitzen Jessica und Nilufar in einem Eiskaffee und wollen sich auf die Klausur vorbereiten. In fast allen Fragen geht es ja um die Interpretation eines statistischen Tests. Daher wollen die beiden jetzt nochmal nacharbeiten, was die Grundlagen der Stichprobe (eng. *sample*) und der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) sind. Jessica hat sich Schokobons Eisbecher bestellt und Nilufar bleibt lieber bei einem Takis Blue Heat Eis. 'Irre, was die Lebensmittelindustrie alles auf die Beine kriegt', merk Nilufar an und Jessica schüttelt anerkennend den Kopf.

Leider kennen sich Jessica und Nilufar mit der Grundgesamtheit und der Stuchprobe überhaupt nicht aus. Daher sind Sie gefragt!

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von $Pr(D|H_0)$! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)





Das Nullritual - Die statistische Testtheorie 'Das Känguruh hat mir gerade zugezwinkert. Das macht mir Angst', bemerkt Jonas. Es reicht ja schon ein Problem. Jonas und die Erschöpfung, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Da braucht es nicht noch Wahnvorstellungen. 'Ich glaube nicht, das Känguruhs zwinkern. Aber was Wichtigeres. Wo hast du eigentlich meine Schnapspralinen hingetan? Wir haben nur noch Snickers von dir. Bäh!', antwortet Jessica. Beide sind im Zoo und wollen sich von der statistische Testheorie ablenken lassen. Eigentlich wollte ja Jonas stoppen wie lange Tiere pinkeln², scheiterte aber an einer Oma mit Stock, die die beiden beschimpfte.

Leider kennen sich Jonas und Jessica mit statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Visualisierung als Kreuztabelle.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

 H_0 wahr H_0 abgelehnt H_0 beibehalten β -Fehler

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem halben Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

²Yang, P. J., et al. (2014). Duration of urination does not change with body size. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(33), 11932-11937.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



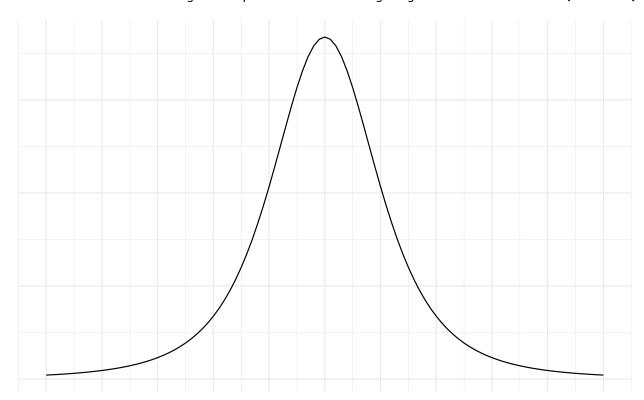


Visualisierung der Teststatistik T_D **und dem p-Wert** 'Wir sollen die Teststatistik T_D umd dem p-Wert visualisieren, da mit einer Visualisierung vieles verständlicher wird!', ruft Mark um Andrea Berg zu übertönen. 'Ich weiß nicht, was das jetzt helfen soll. Können wir nicht einfach schauen, ob der p-Wert kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% ist? Und gut ist?', merkt Jonas an, was aber im Refrain von Andrea Berg untergeht. Mark nickt im Beat. 'Wir haben hier eine t-verteilung unter der Annahme der Nullhypothese!', singt er.

Leider kennen sich Mark und Jonas mit der Visualisierung der Teststatistik T_D und dem p-Wert überhaupt nicht aus und brauchen dahr Ihre Hilfe!

Beachten Sie, dass im Folgenden <u>keine numerisch korrekte Darstellung</u> verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "A = 95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie $+T_D$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen nicht signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)







Visualisierung des 95% Konfidenzintervalls 'So, was haben wir gemacht? Wir haben einen t-test für den Vergleich der Mittelwerte gerechnet.', meint Alex. Jonas schaut fragend. 'Hatten wir nicht alles zu einer Kontrolle verglichen? Das war doch so!', ruft Jonas laut aus. 'Wir haben doch Messwert *Wasserverbrauch der Bewässerung* erhoben.', stellt Alex fest. Jetzt haben beide das Problem, die möglichen 95% Konfidenzintervalle zu interpretieren.

Leider kennen sich Alex und Jonas mit der Visualisierung des 95% Konfidenzintervall überhaupt nicht aus.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
 - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
 - (b) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (c) Ein signifikantes, relevantes 99% Konfidenzintervall.
 - (d) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (e) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (f) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl An einem kalten Dezembermorgen haben sich Tina und Mark zum Lernen verabredet. Eine große Kanne Tee und Berge von Katjes warten darauf gegessen zu werden. Tina liest laut vor:

Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts Δ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik T_D , den p-Wert $Pr(D|H_0)$ sowie dem Konfidenzintervall $KI_{1-\alpha}$?

Mark hebt die Augenbraue. 'Irgendwie sagt mir die Aufgabe jetzt mal so gar nichts. Was soll da gemacht werden?', merkt Mark an und ergänzt: 'Schauen wir doch erstmal zur Entspannung Columbo, den Film habe ich extra nochmal mitgebracht.' Tina ist der Idee nicht abgeneigt und auch die Spinne kommt unter dem Sofa hervor um mitzuschauen.

Leider kennen sich Tina und Mark mit dem Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl überhaupt nicht aus.

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik T_D und dem p-Wert $Pr(D|H_0)$ für sich verändernde T_D -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei T_D -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	T_D	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		T_D	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
Δ↑				Δ↓			
<i>s</i> ↑				s ↓			
n †				n ↓			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

Teil III.

Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

67. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Student t-Test oder Welch t-Test Der t-Test. Jessica erschaudert. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Mangel gewesen. Ein leidiges Lied. Ein mächtiges Werkzeug ist der t-Test in den Händen desjenigen, der einen normalverteilten Messwert (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Jessica überhaupt aus? Jessica schmeißt noch eine Handvoll Schokobons in ihren Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von David Bowie. Jessica hat ein Freilandversuch mit Brokkoli durchgeführt um eine neue technische Versuchsanlage zu testen. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ($n_1 = n_2 = 3$) wurde die Behandlung Lichtstufen (none und 600lm) an den Brokkoli getestet und dabei wurde geschaut, ob der Versuch überhaupt technisch klappen könnte. Gemessen hat Jessica dann als Messwert Trockengewicht [kg/ha]. Warum der Versuch im Wendland für ihrer Hausarbeit stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Trockengewicht [kg/ha]?

treatment	weight
ctrl	23.9
dose	14.8
ctrl	19.4
dose	14.9
ctrl	18.8
dose	13.0

Leider kennt sich Jessica mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.04$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Jessica über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Student t-Test 'Der t-Test testet ein normalverteiltes Outcome (Y).', liest Tina laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Wut gewesen. Ein leidiges Lied. Laut ihrer Betreuerin ist zwar ihr Messwert Fettgehalt [%/kg] normalverteilt, aber wie rechnet sie jetzt einen t-Test? Für ihren Projektbericht musste sie ein Stallexperiment mit Schweinen im Wendland durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen. Jetzt soll sie auch noch testen, ob die Behandlung Elterlinie (*Standard* und *Xray*) ein signifikantes Ergebnis liefert. Hm..., was entspannendes wäre gut. Hm, lecker Katjes und dazu dann im Hintergrund Indiana Jones laufen lassen.

Elterlinie	Fettgehalt
Xray	37.1
Standard	27.0
Xray	43.6
Standard	33.4
Standard	28.0
Standard	23.2
Standard	27.6
Standard	31.7
Xray	31.5
Xray	52.8
Standard	24.2
Xray	42.3
Xray	50.3
Xray	42.5
Standard	11.2
Xray	50.0
Standard	22.8
Xray	54.7
Xray	39.5

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 1.96$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie *keinen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik T_D ? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Tina über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Welch t-Test Yuki ist im Emsland für einen Versuch mit Schweinen. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Wenn die Faulheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Yuki! Aber so.. Für ihren Projektbericht musste sie ein Stallexperiment mit Schweinen durchführen und das sollte laut ihrem Betreuer an diesem Nichtort besonders gut gelingen. Ablenkung gibt es jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Elterlinie (*Standard* und *Xray*) und der Messwert Fettgehalt [%/kg] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt. Hm..., was entspannendes wäre gut. Einfach mal raus um zu Boldern. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Yuki.

Elterlinie	Fettgehalt
Xray	26.3
Xray	33.6
Xray	36.0
Xray	48.0
Xray	27.7
Xray	38.1
Xray	34.3
Xray	32.9
Xray	47.5
Standard	33.3
Standard	41.5
Standard	33.3
Standard	35.6
Standard	29.7
Standard	43.6
Standard	47.8
Standard	49.8
Standard	45.9

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 1.96$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 90% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des gepaarten t-Test Paula und Jessica haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. In einer Hausarbeit sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Ausgeizen (*ctrl* und 28*d*) und Trockengewicht [kg/ha] gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Lauch. Hier muss dann wohl auf ein normalverteiltes Outcome (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Paula schaut etwas flehentlich zu Jessica. Paula und der Perfektionismus, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.. Steffen denkt derweil angestrengt an David Bowie und wippt leicht mit dem Fuß.

ID	treatment	freshmatter
4	ctrl	27.5
10	ctrl	23.4
5	28d	25.9
1	28d	34.9
8	ctrl	24.7
7	28d	24.8
5	ctrl	30.2
5 3 2 3	ctrl	31.9
2	ctrl	22.2
3	28d	34.8
7	ctrl	33.3
4	28d	26.5
8	28d	31.9
9	ctrl	38.3
1	ctrl	46.8
6	28d	40.1
6	ctrl	37.6
2	28d	20.8

Leider kennen sich Paula und Jessica mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.64$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- Schätzen Sie den p-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 Punkte)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Paula über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **R** - die Teststatistik und der p-Wert Almería. Spanien. Sonne und Strand. Mark und Paula haben ihren gemeinsamen Auslandsaufenthalt sichtlich genossen. Dann hatte sich auch noch angeboten ihre Abschlussarbeit gemeinsam in Almería durchzuführen. Es hätte sogar noch bessser funktionieret, wenn Yuki nicht die Faulheit ein paar Mal im Weg gestanden hätte und Mark nicht das Problem gehabt hätte der Mangel zu händeln. Nun müssen jetzt alle Daten in **R** ausgewertet werden, da **R** international der Standard in der Datenauswertung ist und die Betreuer in Spanien nur **R** können. Während beide Yuki Oliven mit Reese's Peanut Butter Cups füttern, hoffen Mark und Paula mehr Informationen von Yuki über die seltsame **R** Ausgabe des t-Tests. Immerhin erinnern beide sich an die Behandlung Genotypen (*AA* und *BB*) und das es um Erdbeeren ging. Im Hintergrund wummert London Grammar und Fotos zeigen Yuki mit dem Hobby Orchideen.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Trockengewicht by Genotypen
## t = 2.7585, df = 20, p-value = 0.01212
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 2.422558 17.450169
## sample estimates:
## mean in group AA mean in group BB
## 40.16364 30.22727
```

Helfen Sie Yuki bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Mark und Paula nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D , $Pr(D|H_0)$, A=0.95, sowie $T_{\alpha=5\%}=|2.09|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **Q** - das 95% Konifidenzintervall 'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Jessica sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon der Mangel gehindert weiterzumachen. 'Nach Meinung der Betreuerin soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Alex an. Alex und Tina sind bei Jessica um sich in **Q** helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert David Bowie. Tina streichelt zur Beruhigung die Hündin von Jessica. Die beiden waren 1 Monate im Oldenburger Land um einen Versuch mit Fleischrindern in einem Kreuzungsexperiment durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Protein/Fettrate [%/kg] zu bestimmen. Jessica überlegt, ob sie die beiden nicht noch auf den Film *Herr der Ringe* einlädt oder dann doch lieber raus geht um Rad zu fahren? Vielleicht will ja Tina mit. Besser als der Film.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Lüftungssystem
## t = -4.7668, df = 18, p-value = 0.0001542
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -20.171802 -7.830218
## sample estimates:
## mean in group keins mean in group vorhanden
## 25.84444 39.84545
```

Helfen Sie Jessica bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Alex und Tina nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie den Effekt des 95% Konifidenzintervalls! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in R - die Visualisierung Almería. Spanien. Sonne und Strand. Tina und Alex haben ihren gemeinsamen Auslandsaufenthalt sichtlich genossen. Dann hatte sich auch noch angeboten ihre Abschlussarbeit gemeinsam in Almería durchzuführen. Es hätte sogar noch bessser funktionieret, wenn Jonas nicht die Erschöpfung ein paar Mal im Weg gestanden hätte und Alex nicht das Problem gehabt hätte der Mangel zu händeln. Nun müssen jetzt alle Daten in Rausgewertet werden, da Rinternational der Standard in der Datenauswertung ist und die Betreuer in Spanien nur Rkönnen. Während beide Jonas Oliven mit Snickers füttern, hoffen Tina und Alex mehr Informationen von Jonas über die seltsame Ausgabe des t-Tests. Immerhin erinnern beide sich an die Behandlung Genotypen (AA und BB) und das es um Fleischrindern ging. Im Hintergrund wummert Iron Maiden und Fotos zeigen Jonas mit dem Hobby Stricken.

Helfen Sie Jonas bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Tina und Alex nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des gepaarten t-Tests in R Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einem Projektbericht. Deshalb arbeiten Jessica und Jonas gemeinsam an einem Projektbericht. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. Das hilft dann teilweise nur bedingt. Jessica und der Mangel, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Jessica und Jonas haben sich Maiss angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Ausgeizen (ctrl und 28d) und Trockengewicht [kg/ha]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in Raus. Aber wenigtens haben beide eine Menge an Schokobons und in der Wohnung wummert David Bowie.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Trockengewicht by Ausgeizen
## t = -9.3621, df = 8, p-value = 1.385e-05
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -32.14104 -19.43674
## sample estimates:
## mean difference
## -25.78889
```

Jetzt brauchen Jessica und Jonas Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in \mathbf{R} um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Effekt des gepaarten t-Tests! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Teil IV.

Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

75. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der einfaktoriellen ANOVA 'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wir können jetzt anhand der Visualisuierung sehen, ob da schon was signifikant ist?', Tina hebt die Augenbraue. 'Ja, können wir. Dafür müssen wir aber erstmal in {ggplot} uns die Daten anschauen. Oder wir zeichnen es flott mit der Hand. Geht auch.', meint Jessica dazu. Die beiden hatten sich auf einem Konzert von David Bowie kennengelernt. Tina hatte sich in ein Feldexperiment verschiedene Spargel angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Düngestufen (*ctrl*, *low* und *high*) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt. Später wird noch Herr der Ringe geguckt. Jessica befürwortet das!

-	
Düngestufen	Chlorophyllgehalt
high	35
ctrl	23
ctrl	27
low	35
high	35
ctrl	26
low	35
ctrl	25
ctrl	25
high	34
low	35
low	38
high	35
ctrl	25
low	37
high	36
ctrl	22

Leider kennen sich Tina und Jessica mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus.

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
 - Globale Mittelwert: β₀ (1 Punkt)
 - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$ und $\beta_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Ergebnistabelle der einfaktoriellen ANOVA 'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Mark hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Jonas dazu. Da hilft das Meerschweinchen von Jonas auch nur bedingt. Mark hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer verschiedene Erbsen angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) und dem Messwert Trockengewicht [kg/ha] gibt. Nachher wollen sich beide noch mit dem Hobby Stricken von Jonas beschäftigen. Kennt Mark noch nicht, klingt aber interessant.

Leider kennen sich Mark und Jonas mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe, das Meerschweinchen reicht als Hilfe nicht aus!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Bewässerungstypen	3				
error	19	276.15			
Total	22	1061.83			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.13$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Die einfaktoriellen ANOVA und der Student t-Test 'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt extitgenau die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Jessica hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Yuki dazu und schmiß sich noch ein paar Reese's Peanut Butter Cups in den Rachen. Jessica hatte sich in ein Kreuzungsexperiment verschiedene Fleischrindern angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (*keins, storm, tornado* und *thunder*) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gibt. Nun möchte erstmal ihr Betreuer eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Später wollen die beiden dann noch raus um zu Boldern.

Leider kennen sich Jessica und Yuki mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lüftungssystem	3	3228.89			
Error	27	1335.31			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=2.96$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%}=2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Lüftungssystem	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
keins	8	6.88	2.53
storm	8	15.12	5.74
tornado	6	31.67	13.29
thunder	9	3.56	4.69

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Die einfaktorielle ANOVA in 'Uff... die einfaktorielle ANOVA und . Nicht so einfach... Was sagt mir jetzt die Ausgabe der ANOVA und wo sehe ich, ob da was signifikant ist?', denkt Mark und hebt die Augenbraue. Mark hatte sich einen Leistungssteigerungsversuch mit Hühnern angeschaut. Als wäre das nicht alles schon schwer genug. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Dabei ging es beim Experiment herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] gibt. Nun möchte seine Betreuerin seiner Hausarbeit erstmal eine ANOVA sehen und die Ergebnisse präsentiert bekommen. Und eigentlich will er ja was anderes... Hm, lecker Marzipankugeln und dazu dann im Hintergrund Columbo laufen lassen.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Schlachtgewicht
## Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Genotypen 2 3124.35 1562.18 57.569 4.911e-08
## Residuals 16 434.18 27.14
```

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Ergebnistabelle der zweifaktoriellen ANOVA Wie absolut ärgerlich. Jetzt stellt sich tatsächlich heraus, dass seinem Betreuer keine Ahnung von der zweifaktoriellen ANOVA hat. Woher soll Jonas jetzt das Wissen nehmen? Jonas mampft aus Frust noch eine Handvoll Snickers. Immerhin muss er ja noch mit seiner Abschlussarbeit dieses Jahr fertig werden. In einen Versuch in einer Klimakammer hatte er Erdbeeren mit der Behandlung Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) sowie der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl*, und *tornado*) im Emsland untersucht. Es wurde als Messwert Proteingehalt [g/kg] bestimmt. Jetzt muss er erstmal die zweifaktorielle ANOVA verstehen. Und eigentlich wollte Jonas doch noch zum Sport! Einfach mal raus um zu Schwimmen. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Jonas.

Leider kennen sich Jonas mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Genotypen	3	23.98			
Lüftungssystemen	1	33.01			
Genotypen:Lüftungssystemen	3	442.94			
Error	18	274.62			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	F _{α=5%}
Genotypen	4.26
Lüftungssystemen	3.40
Genotypen:Lüftungssystemen	5.23

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Genotypen: Lüftungssystemen aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Die zweifaktorielle ANOVA in In ein Stallexperiment wurden Hühnern mit der Behandlung Lüftungssystem (keins, storm, tornado und thunder) sowie der Behandlung Bestandsdichte (standard und kontakt) untersucht. Es wurde als Messwert Fettgehalt [%/kg] bestimmt. Jetzt starrt Mark mit auf die Ausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt sein Betreuer in der gleichen Art Mark zurück an. Das wird ein langer Nachmmittag, denkt er sich und kreuselt seinen Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihm überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um der Projektbericht. Mark hätte doch nichts mit Hühnern machen sollen. Hühnern – was soll das auch bedeutendes sein? Eigentlich wollte Mark nachher noch einen Film schauen. Wenn Columbo läuft, dann ist der Hamster nicht mehr da. Aber jetzt braucht er mal Entspannung!

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Fettgehalt
                                 Df Sum Sq Mean Sq F value
##
                                                               Pr(>F)
## Lüftungssystem
                                  2 12.136
                                              6.068 0.8223 0.4552562
## Bestandsdichte
                                  1 181.043 181.043 24.5335 0.0001028
## Lüftungssystem:Bestandsdichte 2 155.684
                                             77.842 10.5485 0.0009293
## Residuals
                                 18 132.830
                                              7.379
```

Leider kennt sich Mark mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test Die Ratte dreht durch und verwüstet Paulas Palme zu kleinen Schnetzeln. Aber dafür hat sie jetzt keine Zeit. Paula muss verstehen wie die Formeln der ANOVA und des t-Tests miteinander zusammen hängen und was das verbindene Konzept ist. Paula dreht White Lies lauter, damit die Ratte sie nicht mehr stört. Die Palme leidet still. Was hat Paula eigentlich gemacht? In einen Versuch in einer Klimakammer wurden Spargel mit der Behandlung Substrattypen (*torf*, 40*p*60*n*, 30*p*20*n* und 70*p*30*n*) sowie der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, und *high*) untersucht. Das hilft der Palme auch nicht mehr. Aber das ist nicht das einzige Problem von Paula. Paula und der Perfektionismus, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen.

Gegebene Formeln

$$F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_D = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

Leider kennen sich Paula mit dem Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Welche statistische Maßzahl testet der t-Test, welche die ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen der F_D Statistik und T_D Statistik! (2 Punkte)
- 3. Visualisieren Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang von MStreatment und MSerror! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die erstellte 2x2 Tafel mit signifikant und nicht signifikant! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Nennen Sie das numerische Minimum der F-Statistik F_D! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn die F-Statistik F_D minimal ist, welche Aussage erhalten Sie über die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interaktion in der zweifaktoriellen ANOVA Es ist schon kurz nach fünf und Paula wird langsam nervös. Paula wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen und dann zum Sport. Stattdessen versucht ihr Betreuer die Ausgabe der zweifaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Es liegt anscheinend eine signifikante Interaktion vor? Paula hatte im Emsland ein Stallexperiment mit Puten durchgeführt. Es gab dabei zwei Behandlungen. Einmal Bestandsdichte (*standard*, *eng*, *weit* und *kontakt*) sowie als zweite Behandlung Lüftungssystem (*keins* und *thunder*). Gemessen wurde der Messwert (Y) Schlachtgewicht [kg]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Eigentlich wollte Paula nachher noch zum Sport. Um zu Fechten geht Paula dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

Leider kennen sich Paula und ihr Betreuer mit der zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Interpretation einer Interaktion. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe, sonst wird es heute Abend mit seinem Hobby Harry Potter nichts mehr!

- 1. Visualisieren Sie folgende mögliche Interaktionen zwischen den Behandlungen! Beschriften Sie die Abbildung! (4 Punkte)
 - a) Keine Interaktion liegt vor.
 - b) Eine schwache Interaktion liegt vor.
 - c) Eine starke Interaktion liegt vor.
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den verschiedenen Interaktionen! (2 Punkte)
- 3. Welche statistische Maßzahl betrachten Sie für die Bewertung der Interaktion? (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in R für eine Post-hoc Analyse! (2 Punkte)
- 5. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen? Berücksichtigen Sie auch die Funktion emmeans ()! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem Post-hoc-Test 'Mit der einfaktoriellen ANOVA lassen sich flott die Gruppen in einer Behandlungen vergleichen, wenn wir normalverteilte Daten und Varianzhomogenität vorliegen haben!', sein Betreuer scheint die einfaktoriellen ANOVA zu verstehen. Warum jetzt er jetzt nochmal alles wiederkäuen muss, wird Jonas echt nicht so klar. Wenn es doch so klar ist? 'Wir haben jetzt bei der ANOVA einen p-Wert mit 0.058 raus sowie eine F-Statistik F_D mit 1.2 berechnet. Nach den Boxplots müsste sich eigentlich ein Unterschied zwischen AB und BB ergeben. Der Unterschied ist in {emmeans} auch signifikant mit einem p-Wert von 0.036. Wie kann das sein?', fragt Jonas etwas provokant und dreht Iron Maiden leiser. Jonas war im Emsland und hatte dort ein Freilandversuch mit Erbsen durchgeführt. Die Komune wo er untergekommen war, war cool gewesen. Dort gab es selbstgemachte Snickers aus Vollkorn! Nur jetzt muss eben das Experiment fertig ausgewertet werden. Jonas hatte eine Behandlungen Genotypen (AA, AB und BB) auf Erbsen angewendet. Gemessen wurde der Messwert (Y) Trockengewicht [kg/ha]. Dabei wurden die Daten D erhoben. Jetzt muss das hier zu einem Ende kommen! Jonas hat schon genug Probleme. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, dann wäre es einfacher.

Gegebene Formeln

$$MS_{treatment} = \frac{SS_{treatment}}{df_{treatment}}$$
 $MS_{error} = \frac{SS_{error}}{df_{error}}$ $F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$

Leider kennen sich Jonas und sein Betreuer mit der Interpretation einer ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe und die Zeit wird knapp.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Was bedeutet eine signifkante ANOVA für die beobachteten Daten D? (1 Punkt)
- 4. Visualisieren Sie den Unterschied zwischen Varianzhomogenität und Varianzheterogenität anhand der Daten D! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie für die Daten *D* die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität der ANOVA unter zu Hilfenahme von Boxplots! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
- 6. Welche Auswirkung hat die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität für die Teststatistik F_D der ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Erklären Sie abschließend die Diskrepanz zwischen den Ergebnis der ANOVA und dem paarweisen Gruppenvergleich in {emmeans}! (2 Punkte)

Teil V.

Multiple Gruppenvergleiche

84. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Adjustierung multipler Vergleiche In einen Leistungssteigerungsversuch mit Lamas wurde die Behandlung Genotypen (00, *AA*, *AB* und *BB*) gegen die Ergebnisse einer früheren Studie von Totsdorf et al. (2018) verglichen. Im Rahmen des Experiments haben Jonas und Paula verschiedene Student t-Tests für den Mittelwertsvergleich für den Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gerechnet. Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Totsdorf et al. (2018). Jetzt sollen die beiden einmal schauen, was in den Daten so drin ist.

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.3400		
0.0012		
0.0020		
0.7600		

Leider kennen sich Jonas und Paula mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau α überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau α adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau α bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus α vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Compact Letter Displays (CLD) Nilufar betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von ihrem Betreuer. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihr etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte sie dann schon nachbauen. Das macht sie dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Nilufar betrachtet ein Poster das sich mit Hühnern beschäftigt. Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn*, *compostIn* und *flOw*) und Protein/Fettrate [%/kg] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird sie daraus nicht.

Behandlung	Compact letter display
ctrl	а
superIn	b
compostIn	a
flOw	a

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand von t-Tests Alex hatte in seine Abschlussarbeit einen Leistungssteigerungsversuch durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat er sich mit Hühnern beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Alex das Thema dann doch nicht. Hat er sich doch mit Ernährungszusatz (*ctrl*, *fedX*, *proteinX* und *getIt*) und Schlachtgewicht [kg] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach seine Betreuerin soll er nun ein CLD bestimmen. Weder weiß er was ein CLD ist, noch war sein erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig... Als erstes solle er die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren. Was immer das jetzt bringen soll.

Ernährungszusatz	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	8	5.00	2.30
fedX	9	6.61	2.58
proteinX	8	9.20	3.53
getIt	7	4.50	3.31

Leider kennen sich Alex mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Alex und Paula! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand der Matrix der p-Werte 'Das Problem ist, dass SPSS eben keine CLD kann. Die bräuchten wir dann schon dringend für unser Poster!', merkt sein Betreuer mit Nachdruck an. Alex neigt den Kopf. 'Das wussten wir nicht vorher?', entfährt es ihm leicht entnervt. Da schaut sein Betreuer seltsam betroffen. Hilft jetzt auch so gar nicht. Alex hatte sich zwei Variablen mit Ernährungszusatz (ctrl, fedX, proteinX und getIt) und Schlachtgewicht [kg] in ein Stallexperiment mit Fleischrindern angeschaut. Jetzt möchte er eigentlich fertig werden und nicht nochmal alles neu in Rund {emmeans} machen. Dabei hatte er schon echt ne Menge in im Emsland gemacht. Dann eben per Hand aus der Matrix der p-Wert. Alex muss sich echt zusammenreißen.

	ctrl	fedX	proteinX	getIt
ctrl	1.0000000	0.0032654	0.1207713	0.0059031
fedX	0.0032654	1.0000000	0.1721712	0.9095272
proteinX	0.1207713	0.1721712	1.0000000	0.2221034
getIt	0.0059031	0.9095272	0.2221034	1.0000000

Leider kennen sich Alex mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Alex und Paula! (2 Punkte)

Teil VI.

Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

88. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Den Chi-Quadrat-Test berechnen Am Ende hätte Mark dann doch einen normalverteilten Endpunkt in seiner Hausarbeit nehmen sollen. Vor ihm liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in \mathbb{R} so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft er das was bei den Daten rausgekommen ist. Dann noch schnell Andrea Berg auf das Ohr und los gehts. Gezählt hat Mark einiges mit n=110 Beobachtungen von Maiss. Zum einen hat er als Behandlung *Mechanische Bearbeitung [ja/nein]* bestimmt und zum anderen die Variable *Trockengewicht über Zielwert [ja/nein]* ermittelt. Nun möchte seine Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Eigentlich wollte Mark nachher noch einen Film schauen. Das Verrückte ist, dass der Hamster Columbo wirklich liebt. Das ist Mark sehr recht, denn er braucht Entspannung.

38	11	
23	38	

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$ Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die \mathcal{X}^2 -Verteilung, wenn die H_0 wahr ist! Ergänzen Sie $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$ und \mathcal{X}^2_D in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der Chi-Quadrat-Test konzeptionell verstehen 'Der \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet.', liest Steffen in seiner Mitschrift. So richtig helfen tut ihm das jetzt eherlichweise dann doch nicht. Dann noch schnell Oreos zur Stärkung und los gehts. Steffen hatte sich in ein Kreuzungsexperiment n=137 Beobachtungen von Lamas angeschaut. Dabei hat er als Behandlung Automatische Fütterung [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Fettgehalt erreicht [ja/nein] ermittelt. Am Ende möchte dann seine Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Am Ende des Tages möchte er dann noch sein Hobby Klemmbausteine genießen. Das muss auch mal sein!

		56
		81
81	56	137

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! (2 Punkte)
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der Chi-Quadrat-Test in \mathbb{R} 'Der \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet.', liest Alex in seiner Mitschrift. So richtig helfen tut ihm das jetzt eherlichweise dann doch nicht. Dann noch schnell Alien starten und los gehts mit der Kraft von Gummibärchen. Alex hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer n=137 Beobachtungen von Lauch angeschaut. Dabei hat er als Behandlung Herbizideinsatz [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Chlorophyllgehalt unter Zielwert [ja/nein] ermittelt. Am Ende möchte dann seine Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Nach seinem Experiment erhielt er folgende 2x2 Kreuztabelle aus seinen erhobenen Daten.

Dann rechnete Alex den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in \mathbb{R} und erhielt folgende \mathbb{R} Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
data: Chlorophyllgehalt unter Zielwert
## p-value = 0.005898
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 1.462677 32.500828
## sample estimates:
## odds ratio
## 6.352594
```

Leider kennt sich Alex mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

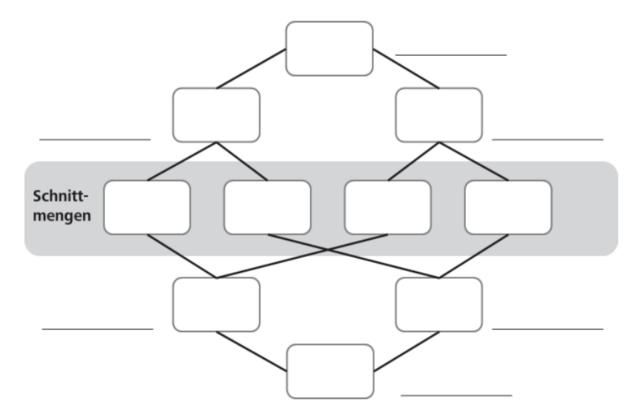
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das Odds ratio im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Den diagnostische Test am Doppelbaum berechnen Steffen liest laut vor. 'Die Prävalenz von Klauenseuche bei Lamas wird mit 4% angenommen. In 75% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier erkrankt ist. In 8.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Tier <u>nicht</u> erkrankt ist und somit gesund ist. Wir führen einen Test auf Tuberkulose an 1000 Lamas mit einem diagnostischen Test durch.' Yuki klappt die Kinnlade runter. In der Stille duddelt Taylor Swift. Steffen schaut kompetent und schmeißt sich mit offenen Mund Reese's Peanut Butter Cups an den Kopf vorbei.



Leider kennen sich Steffen und Yuki mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

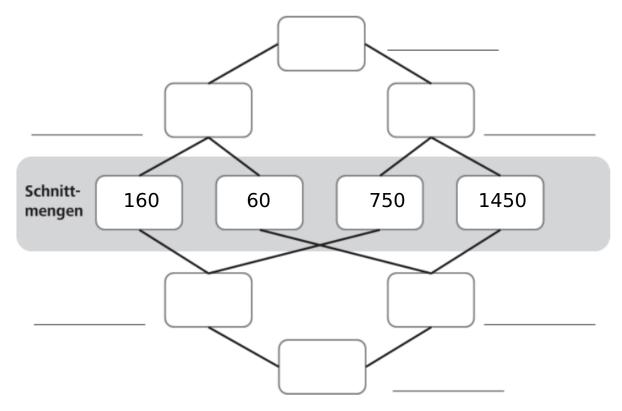
- 1. Beschriften Sie die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (2 Punkte)
- 2. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 3. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 5. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der diagnostische Test und statistische Maßzahlen 'Was ist denn das?', entfährt es Alex. 'Hm... ich glaube es handelt sich um einen Doppelbaum, den wir beim diagnostischen Testen brauchen.', meint Nilufar und dreht Alien auf dem Second Screen etwas leiser. Was jetzt beide von einem diagnostischen Test haben, ist ihnen auch nicht klar. Es ist ja schon alles komplex genug und die Gefälligkeit von Alex macht es heute auch nicht mehr einfacher. 'Es geht um Schorf an Spargel.', stellt Nilufar fest. Eigentlich wollte Nilufar eher los um zu Kicken. Das wird aber wohl nichts mehr.



Leider kennen sich Alex und Nilufar mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 2. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)

Teil VII.

Lineare Regression & Korrelation

93. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der linearen Regression 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Mark. 'Ich sehe nur eine Zahlen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Tina. Mark atmet schwer ein. Die beiden hatten einen Versuch in einer Klimakammer in der Uckermark mit Maiss durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlichen Anteil an Ton [%/I] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen.

Durchschnittlichen Anteil an Ton [%/I]	Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]
23.7	26.5
29.9	33.7
20.8	25.1
27.5	33.8
19.4	22.3
24.2	28.8
34.4	36.9
36.5	44.3
18.0	24.4
28.4	32.7
30.4	38.0

Leider kennen sich Mark und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Paula. 'Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Nilufar. Paula atmet schwer ein und starrt auf die Rausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten ein Stallexperiment im Emsland mit Schweinen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: mittlere Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Schlachtgewicht [kg]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in Regemacht, aber wie soll das jetzt gehen?

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	1.62	2.14		
Mittlere Anzahl	0.12	0.21		

Leider kennen sich Paula und Nilufar mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung der lm()-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (1 Punkt)
- 5. Ergänzen Sie die t Statistik in der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 6. Ergänzen Sie den p-Wert in der lm()-Ausgabe mit $T_{\alpha=5\%}=1.96!$ (2 Punkte)
- 7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (1 Punkt)
- 8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





```
##
## Call:
## Proteianteil ~ Durchschnittlicher_Bewegungsscore
##
## Residuals:
##
       Min
                10 Median
                                30
                                       Max
## -2.8249 -0.8809 -0.2710 0.9276 4.1579
## Coefficients:
##
                                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                                       3.0273
                                                  2.1851 1.385
                                                                    0.175
## Durchschnittlicher_Bewegungsscore
                                       1.0027
                                                  0.2175
                                                           4.609 5.81e-05
## Residual standard error: 1.596 on 33 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.3916, Adjusted R-squared: 0.3732
## F-statistic: 21.24 on 1 and 33 DF, p-value: 5.809e-05
```

Leider kennen sich Mark und Alex mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die p-Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! (2 Punkte)
- 5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer Korrelationsanalyse in (1ch glaube ich bringe da was durcheinander. Ich möchte eine Gerade durch die Punkte zeichnen oder doch eine Korrelation berechnen?', merkt Tina laut an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in (2ct). Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in meinem Versuch. Ich wollte doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Tina sich sichtlich übernächtigt selber. Das Verrückte ist, dass die Spinne Indiana Jones wirklich liebt. Das ist Tina sehr recht, denn sie braucht Entspannung. Die Nacht war zu lang und überhaupt. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Wut gewesen. Ein leidiges Lied. Tina hatte ein Stallexperiment im Oldenburger Land mit Zandern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Bewegungsscore [Movement/h] und Schlachtgewicht [kg]. Jetzt will sie erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der (2ct) Ausgabe möglich sein.

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: Durchschnittlicher Bewegungsscore and Schlachtgewicht
## t = -3.904, df = 8, p-value = 0.004519
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.9533443 -0.3676112
## sample estimates:
## cor
## -0.8098025
```

Leider kennt sich Tina mit der Korrelationsanalyse in 😱 überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

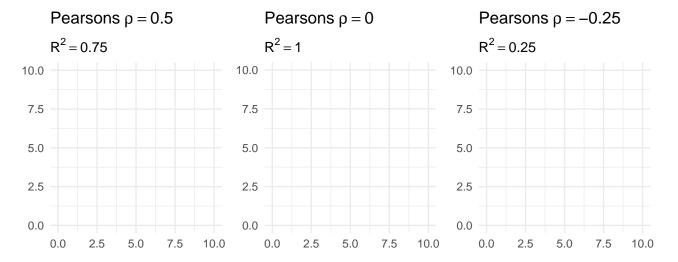
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Im Folgenden sind die drei leeren Abbildungen zu füllen.', liest Jonas und denkt nach. Jonas kennt sich nur begrenzt bis gar nicht mit der linearen Regresion und Korrelation aus. Dafür mit etwas anderem. Jonas liebt Stricken. Darin kann er sich wirklich verlieren und immer wieder neu begeistern. Aber das hilft hier auch nur so halb. Daher mampft er noch ein paar Snickers



Visualisierung der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes Leider kennt sich Jonas mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

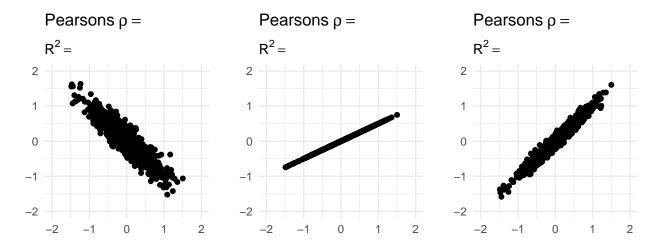
- 1. Zeichnen Sie für die ρ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die R^2 -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade! (3 Punkte)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie die R²-Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 5. Warum müssen Sie ein R^2 -Wert berechnen, wenn Sie die einfachere Möglichkeit der visuellen Überprüfung haben? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Schätzen der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes Der Bildschirm strahlt blau in das Gesicht von Mark. Es ist schon spät. Und das hat einen Grund. Hm, lecker Marzipankugeln und dazu dann im Hintergrund Columbo laufen lassen. Mark überlegt, aber seine Gedaken sind etwas zäh. 'Was soll das hier alles bedeuten?', fragt sich Mark. Irgendwie ist ihm nicht klar wie er ρ -Werte oder R^2 -Werte abschätzen soll. Alles nicht so einfach. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so..



Leider kennt sich Mark mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Schätzen Sie die ρ -Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R²-Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die R²-Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 4. Was ist der optimale R^2 -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Was ist der optimale ρ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Aussage "Correlation does not imply causation!" an einem Beispiel! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Modellgüte der linearen Regression 'Oh! Residuen. Die waren wichtig um zu wissen, ob eine Modellierung funktioniert hat! Da schauen wir uns dann mit der Funktion augment() die Werte der einzelnen Residuen an. Oder gleich den Residuenplot...da sehen wir dann... ja was eigentlich?', verkündet Tina stolz. Leider hat Tina vergessen wie der Residuenplot geht. Tina hatte anderes im Kopf. Hm, lecker Katjes und dazu dann im Hintergrund Indiana Jones laufen lassen. Aber sowas hilft ihr natürlich hier nicht. Da schmeißt sich Tina noch ein paar Katjes in den Mund und kaut los.

Schlachtgewicht	Mittlere Eisenkonzentration	ŷ	ϵ
15.6	4.6	16.8	
22.2	6.8	20.2	
34.5	17.3	36.4	
46.0	19.2	39.5	
22.9	10.0	25.1	
18.8	5.9	18.7	
30.5	13.3	30.2	
17.9	4.1	15.8	
20.8	6.4	19.5	
28.6	16.0	34.4	
17.7	5.9	18.8	

Leider kennt sich Tina mit der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Werte der Residuen ϵ in der obigen Tabelle! (2 Punkte)
- 3. Zeichnen Sie den Boxplot der Residuen ϵ . Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie den Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Eigenschaft eines statistischen Modells, welche mit dem Residualplot überprüft wird! Begründen Sie Ihre Antwort anhand einer Visualisierung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Regressionskreuzes Alex hat einen Versuch in einer Klimakammer mit Brokkoli duchgeführt. Soweit so gut. Dann war er bei seinem Betreuer. Leider war der Schritt nicht so hilfreich. Alex und die Gefälligkeit, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Aber es muss ja weitergehen. Alex hatte dann in seiner Abschlusarbeit einfach zu viele Endpunkte gemessen und ist jetzt vollkommen durcheinander, welche Analyse er nun wie rechnen soll. Naja, dann heißt es jetzt eben Abba aufdrehen und darüber nachdenken, was hier eigentlich gemacht wurde. Alex fängt einfach an und nimmt den ersten Endpunkt Chlorophyllgehalt unter Zielwert [ja/nein]. Dann kann er sich voran arbeiten. Später dann noch raus um zu Laufen um mal zu entspannen und vielleicht ist Paula auch da. Wäre toll.

Leider kennt sich Alex mit dem Kontext der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichen Sie die Zeile des Regressionskreuzes für den Endpunkt mit <u>drei</u> Feldern! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Ergänzen Sie die entsprechenden statistische Methoden zur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Nullhypothese für die statistische Methode in jedem Feld! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie die entsprechenden Funktionen in Rzur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 6. Welchen Effekt erhalten Sie in jedem Feld? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)

Teil VIII.

Experimentelles Design

101. Aufgabe (16 Punkte)





Einfache experimentelle Designs Yuki und Jessica sind bei Steffen um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in R zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Taylor Swift. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Lichtstufen (none, 200lm, 400lm und 600lm) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] in Maiss. Der Versuch soll in einem Freilandversuch in der Uckermark durchgeführt werden. Nach der Dozentin ist der Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Steffen ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein Randomized complete block design (RCBD) mit zwei Blöcken. Das sollte für den Anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Jessica schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter. Alle mampfen Oreos.

Leider kennen sich Steffen, Yuki und Jessica mit dem *Randomized complete block design (RCBD) mit zwei Blöcken* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in 😱 ! (3 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Fortgeschrittene experimentelle Designs Steffen und Nilufar sind bei Mark um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in 2 zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Taylor Swift. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Bestandsdichte (standard, eng, weit und kontakt) sowie Lüftungssystem (keins und thunder) sowie drei Blöcken und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] in Hühnern. Der Versuch soll in einem Stallexperiment in der Uckermark durchgeführt werden. Nach der Dozentin ist der Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Mark ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein Strip plot design oder auch Streifenanlage mit Berücksichtigung einer Interaktion. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Nilufar schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter. Alle mampfen Oreos.

Leider kennen sich Mark, Steffen und Nilufar mit dem *Strip plot design oder auch Streifenanlage* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! (2 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in 😱 ! (4 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (3 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Teil IX.

Programmieren in R

103. Aufgabe (9 Punkte)





Grundlegende Kenntnisse der Programierung in R Yuki muss ihrem Projektbericht mit **R** arbeiten. Deshalb sitzt sie jetzt mit Ihnen zusammen und hat einige Fragen zu den Grundlagen in **R** an Sie! Na dann wollen Sie mal helfen. Immerhin will ihre Betreuerin, dass **R** genutzt wird.

Yuki: Wenn ich was in R machen möchte, dann lade ich nochmal welche zwei R Pakete sehr häufig? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Hä? Warum ändert sich nichts an meinen Daten? In R sehe ich doch die Änderungen aber irgendwie speicher R meine Änderungen meines Datensatzes ab. Was ist da los? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Warum nutzen wir eigentlich dieses c() in \mathbb{R} ? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Ich verstehe den Unterschied zwischen library() und Packages nicht. Warum gibt es die? (1 Punkt) Sie antworten:

Yuki: Jetzt lese ich hier von einem Faktor. Was ist ein Faktor in **?** (1 Punkt) Sie antworten:

Yuki: Was ist der Unterschied zwischen dem RStudio und R? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: Wie sieht der Pipe-Operator aus und was ist seine Funktion? Gerne mit Beispiel! (1 Punkt) Sie antworten:

Yuki: Wie speichern wir in R intern Daten ab? Ich brauche nochmal den Namen der Funktion. Was sind den die Vorteile von dieser Art der Speicherung? (1 Punkt)

Sie antworten:

Yuki: *Jetzt sehe ich wieder diese Tilde (~) in R. Wo brauchen wir diese denn nochmal?* **(1 Punkt)** Sie antworten:





Fortgeschrittene Kenntnisse der Programierung in R 'Unter den Blinden ist der Einäuge König!', ruft Ihnen Tina entgegen. Das können Sie schon nicht mehr hören. Nur weil Sie einmal gesagt haben, dass Sie sich schonmal mit R beschäftigt haben, stehen hier alle Schlange. Aber gut, das hat Sie dann doch vorangebracht. Leider kennt sich Tina auch wieder überhaupt nicht mit R aus aber ihre Betreuerin möchte gerne, dass die Auswertung in R gemacht wird. Da müssen Sie dann wohl mal nochmal ran und helfen.

Tina fragt: Nach der EDA zu urteilen liegt eine Interakton vor, wie spezifiziere ich diese im Modell, so dass ich die interaktion zwischen zwei Faktoren f_1 und f_2 testen kann? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina fragt: Ich glaube ich habe Varianzheterogenität zwischen den Gruppen vorliegen. Wie funktioniert die Adjustierung dafür nochmal in emmeans ()? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina fragt: ANOVA in R ist ja nicht so kompliziert. Welche beiden Funktionen brauche ich nochmal in welcher Reihenfolge? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina fragt: Wozu nutze ich die Funktion mutate() hauptsächlich? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina fragt: Warum wurden jeweils die R Pakete {emmeans}, {ggplot} und {readxl} geladen? (2 Punkte) Sie antworten:

Tina fragt: Die Funktion emmeans() erlaubt es den Faktor f_1 getrennt in jedem Level des Faktors f_2 auszuwerten. Wie mache ich das? (1 Punkt)

Sie antworten:

Tina fragt: Wenn ich Daten in R mit Gruppen eingelesen habe, welche Funktion nutze ich dann meistens als erstes und warum muss ich das machen? Was muss ich da machen? (2 Punkte)

Sie antworten:

Teil X.

Forschendes Lernen

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

In der Prüfung erhalten Sie einen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung. Für die Einarbeitung in die Veröffentlichung ist in der Prüfung ausdrücklich keine Zeit vorgesehen.

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. Scientia Horticulturae, 304, 111320. [Link]
- Petersen, F., Demann, J., Restemeyer, D., Olfs, H. W., Westendarp, H., Appenroth, K. J., & Ulbrich, A. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. Plants, 11(8), 1010. [Link]
- Selle, P. H., Cadogan, D. J., Li, X., & Bryden, W. L. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. Animal Feed Science and Technology, 156(3-4), 57-74. [Link]
- Wu, G., Knabe, D. A., & Kim, S. W. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. The Journal of Nutrition, 134(10), 2783S-2790S. [Link]

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

In der Prüfung erhalten Sie <u>keinen Auszug</u> aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgesetzt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen gemacht.

• bar

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte ihr Betreuer, dass Jessica einmal die wissenschaftliche Veröffentlichung *Selle, P. H., et al. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition* sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Jessica hätte dann schon eine Vorlage. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft sie und runzelt die Stirn. Im Hintergrund spielt viel zu leise David Bowie. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit ihrem Hobby Warhammer. Die Hündin schaut mitleidig.

Leider kennt sich Jessica mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)³ (4 Punkte)
- 2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! (1 Punkt)
- 5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! (1 Punkt)
- 8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in R für eine ausgewählte Abbildung! (2 Punkte)
- 9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wisenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

³Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Zerforschen eines wissenschaftlichen Datensatzes Unter einem langen Schnaufen starrt Steffen auf den wissenschaftlichen Datensatz *data3* in seinem Laptop. 'Worum geht es denn eigentlich in diesem Datensatz?', fragt er sich kopfschüttelnd und mampft noch ein paar Oreos. Steffen soll die Datentabelle nutzen um das eigene Experiment zu planen und eine Blaupause zu haben. Als eine Vorlage sozusagen, die er nur noch ausfüllen muss. Daher möchte sein Betreuer, dass er einmal die Daten sinnvoll zusammenfasst. Das sollte dann doch etwas aufwendiger werden. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit Harry Potter

Leider kennt sich Steffen mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! (2 Punkte)
- 2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! (2 Punkte)
- 5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in R üblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

Teil XI.

Mathematik

107. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Herodot – der Schimmel aus Ivenack Die Lerngruppe *Sinnlos im Studium* bestehend aus Jessica, Alex, Jonas und Steffen waren auf Exkursion in Mecklenburg-Vorpommern und haben dort Folgendes erarbeitet. Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte⁴. Jetzt wollen die vier herausfinden: "*Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?*"

Helfen Sie der Lerngruppe Sinnlos im Studium bei der Beantwortung der Forschungsfrage! Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1.2mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 12.5m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in *m* der Eiche im Jahr 1805 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm, eine Breite von 90cm sowie eine Länge von 250cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (2 Punkte)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 25cm bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Von Töpfen auf Tischen Die Projektgruppe *I* bestehend aus Nilufar, Alex, Jessica und Paula hat sich zusammengefunden um den ersten Versuch zu planen. In einem Experiment wollen sie die Wuchshöhe von 160 Sonnenblumen bestimmen. Bevor die Vier überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen muss die Projektgruppe die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8.5cm und eine Höhe von 10cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 290 EUR.

Helfen Sie der Projektgruppe I bei der Planung des Versuches!

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf vier Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Tischfläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Solar- & Biogasanlagen Alex bringt ein neues, tolles Projekt mit in die Lerngruppe *Die Kühe auf dem Deich* bestehend aus ihm, Mark, Paula sowie Jonas. Um die Energiekosten seines Betriebes zu senken, will er eine Solaranlage auf den Hühnerstall montieren lassen. Dafür hat er seinen Stall ausgemessen und findet folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe h_{ν} von 6m. Die hintere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe h_{b} von 9.5m. Der Hühnerstall hat eine Tiefe t von 12m und eine Breite t von t0 von t1 von t2 mal Alex, ist das eine Matheaufgabe oder rechnen wir hier gerade für dich kostenlos als menschliche Computer Sachen für deinen Betrieb?', fragt Paula mit erhobenenen Augenbrauen. Jonas und Mark nicken zustimmend.

Wenn die Lerngruppe nicht will, dann müssen Sie bei der Planung helfen!

- 1. Skizzieren Sie den Hühnerstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_V , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Hühnerstall! (3 Punkte)

Ebenfalls plant Alex eine neue Biogasanlage für seinen Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 12t aushalten bevor der Tank wegbricht. Alex rechnen eine Sicherheitstoleranz von 20% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80° C eine Dichte von $235kg/m^3$. Bei -100° C hat Methan eine Dichte von $280kg/m^3$. Alex betreibt seine Anlage bei -88° C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

Aligatorenbirnen und Blaubeeren "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von Alex. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Aldi über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile⁵. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von Alex?

- 1. Wenn 6 Blaubeerschalen 9.54 Euro kosten, wie viel kosten 10 Schalen? (2 Punkte)
- 2. Wenn Sie die 10 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 1.79 EUR können Sie sich dann noch für 200 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Aldi über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 1901 Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 100 120g.
- Ein Kilo Salat benötigt 140l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 310 520g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 1050l Wasser. Eine Avocado wiegt 120 400g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 830l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.1 3.5g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (3 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2022 blieben die Erträge von Blaubeeren mit 7.9×10^4 t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge steigerte sich um 6.8%. Die Exporte für Avocados stiegen in dem gleichen Zeitraum um 17.3% auf 2×10^5 t.

4. Wie viele Tonnen Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2021 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur ein Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 61 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 8 - 17 Liter pro Spülmaschinenlauf und 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von Alex erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





 $\textbf{Stichworte:} \ \, \textbf{Kardaschow-Skala \bullet Dyson-Sphäre \bullet Hohlerde \bullet Entropie \bullet Proton} \ \, r_P = 1.7 \times 10e - 15 \bullet \ \, \textbf{Wasserstoff} \ \, r_H = 5.3 \times 10e - 11 \, \, \textbf{Masserstoff} \ \, r_H = 5.3 \times 10e - 10e -$

Die Dampfnudelerde "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie auf Empfehlung von von Steffen kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 66 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde *heutzutage* so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen⁶.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von 9.87m/s^2 an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von $1.1956 \times 10^4 \text{km}$ und eine mittlere Dichte ρ von 5.44g/cm^3 . Das Gewicht von einem heute lebenden afrikanischen Elefanten liegt bei 5t bis 7t und das Gewicht von einem Tyrannosaurus rex (T. rex) bei 4.5t bis 8t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 66 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
 - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 66 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
 - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
 - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 66 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.03 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit 1.48×10^8 km angegeben. Der massebehaftete Sonnenwind besteht aus 84% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.01g/mol, 8% Heliumkernen mit 4.01g/mol sowie 8% weiteren Atomkernen mit 89.32g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$ pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 6cm $^{-3}$ pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?' So hört man häufiger höfliche Gänse in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen Paula, Tina, Nilufar und Steffen aber als vorsorgliche Gänse-Halter:innen nicht⁷. Gemeinsam sind die Vier in einer Projektgruppe gelandet. Betrachten wir also gemeinsam einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Gänse für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
 $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Gans plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- R_i dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) walking, (2) wing/leg stretching, (3) standing und (4) preening.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i , R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
walking	31cm; 17cm; 8.9%	38cm; 22cm; 8.9%	37cm; 27cm; 10.1%
wing/leg stretching	40cm; 32cm; 1.8%	34cm; 22cm; 1.8%	36cm; 21cm; 1.8%
standing	38cm; 26cm; 6.3%	29cm; 34cm; 6.3%	32cm; 29cm; 3.6%
preening	34cm; 18cm; 6.2%	31cm; 22cm; 5.1%	28cm; 25cm; 3.2%

Leider kennen sich die Vier nicht so gut mit der Berechnung aus! Daher brauchen die Vier Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte r_i , R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Gänse für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 **Punkte**)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Gänse in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$." Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche a, die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nelken von den Molukken Steffen und Jonas waren gemeinsam in Berlin und sitzen nun im IC nach Amsterdam um zurück nach Osnabrück zu fahren. 'Weißt du was ich mich frage?', entfährt es Steffen ziemlich plötzlich, so dass Jonas die Snickers aus dem Mund fallen. 'Nein, und ehrlich gesagt bin ich auch ziemlich müde...'. Das ist jetzt aber Steffen egal, denn er möchte folgende Sachlage diskutieren. Und Steffen hat jetzt 3 Stunden Zeit. Plus Verspätung. In der Ausstellung *Europa und das Meer* im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 40 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 110 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepciön und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 222 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht '[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.' Insbesondere die Mannschaft der Concepciön erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält 5000µg/50mg Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 120mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepciön für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 24 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die überlebenszeitkurve für die Concepciön im Vergleich zu der überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Event Horizon – Am Rande des Universums Tina ist bei Jonas um gemeinsam *Event Horizon – Am Rande des Universums* zu streamen. Das war jetzt nicht die beste Idee. Denn Tina kann Horror überhaupt nicht ab. Deshalb flüchtet sie sich in Logik um ihre Emotionen zu bändigen. Jonas mampft ungerührt Snickers. Folgenden Gedankengang nutzt Tina um dem Film zu entkommen. Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{27} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 4000m kollabiert, wird die Sonne 20% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. An folgende Formeln erinnert sich Tina für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} 8.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- m_f, gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit $6.674 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir Tina bei der Ablenkung helfen und uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! (1 Punkt)
- 2. überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.8 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar!(2 **Punkte**)
- 6. Ein Flugzeug und ein äffchen stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

⁸Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Great filter • SETI • WOW-Signal • 5-Sigma • Voyager 1 • Voyager 2

Das Fermi Paradoxon Yuki und Alex wandern durch den Teuteburgerwald um mal vom Studium runterzukommen. 'Kennst du eigentlich Enrico Fermi?', fragt Yuki und fährt ohne die Antwort abzuwarten fort, 'Er war ein berümter Kernphysiker! Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: »Where is everybody?«. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten?'. Alex schaut sie irritiert und interessiert an. Die beiden hat das Problem gepackt. Deshalb wollen Yuki und Alex das Paradoxon mal mathematisch untersuchen! Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?⁹

Die beiden treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt *vier* Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $6.1198 \times 10^4 km/h$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 250 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum *vier* Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 3.57 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 10^{11} Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von $2.9 \times 10^8 m/s$ an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von 4.6×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 8×10^7 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

⁹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Pyramiden bauen Es stehen die mecklemburgischen Pyramidentage! Sie und Tina sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 74 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 52 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 32 Königsellen. Eine Königselle misst 52.4cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 32 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 4cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 5 Sklaven, die Ihnen und Tina bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Rückenschmerzen entwickelt, als die Sklaven von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 80% aus. In eine Schubkarre passen 110 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 14°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die mecklemburgische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Mittelständler*) mit, das die Pyramide zu steil sei und somit nicht in die mecklemburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 8° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Nilufar und Jessica schwingen sich auf ihre Cachermobile um mit 17km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in den Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Nilufar und Jessica wollen diesmal endlich die abwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von den beiden abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Nilufar und Jessica für die Planung der Route zu Verfügung¹⁰.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GC67FCM	3.0 2.0 Klein
В	GC8ZVPR	1.5 5.0 Mikro
С	GCUZFCH	3.5 1.0 Normal
D	GCQS0JS	1.0 2.5 Klein
Е	GCZK00X	2.0 3.5 Mikro

Im Weiteren sind den beiden folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{AC} ist 3km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} mit 7.5km bekannt. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{BE} ist das 2.1-fache des Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 30° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 45° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort C Ihre Cachertour.

Leider sind die beiden sehr schlecht im Navigieren und Entfernungen ausrechnen. Die beiden brauchen Ihre Hilfe!

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in *km* legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Schwierigkeitschallenge zurück? **(5 Punkte)**
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.1 + 0.13 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 5m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 6.9m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

¹⁰Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

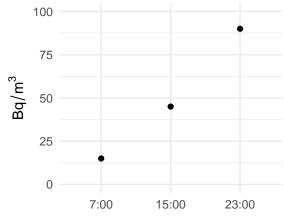
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

Die atmende Wand und Brot aus Luft Als Kellerkind¹¹ vom Dorf will Steffen das Ausmaß der Radonbelastung in seinem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Passt schon. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 23:00 bestimmt er dreimal automatisch die Radonbelastung in seinem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung¹². Leider helfen die Messwerte Steffen überhaupt nicht weiter. Sie müssen also helfen!



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $400Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.5d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $400Bq/m^3$ auf unter $80Bq/m^3$ gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	77.1	27.9	
Sauerstoff	21.3	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.035	12.1	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Steffen sein etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Steffen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Steffen denkt darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung¹³:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

¹¹Tocotronic - Electric Guitar als passende Untermalung für diese Aufgabe.

¹²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

¹³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Armee der Finsternis Der Studentenjob von Paula war nach Ladenschluss bei Aldi die Regale einzuräumen. Dabei ist Paula in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon¹⁴ in die Hände gefallen. Nun ist sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich kann Paula nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 387 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Henry dem Roten. Paula baut natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Paula stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung. Leider wird das nicht reichen, deshalb müssen Sie hier auch noch durch Zeit und Raum helfen!

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
 $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit 9.81 $\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 30mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 10m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 10m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.5mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 1.6mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die 2.3×10^5 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $11.23g/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 2.3×10^5 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 900 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.4cm Abstand haben müssen? (1 Punkt)

 $^{^{14}}$ Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Armee der Kaninchen Leider hat es bei Yuki mit dem Krokodilreservat in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür hat Yuki eine neue Eingebung! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: »Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!«. Daher macht Yuki jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 32 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Yuki wird stutzig und frag Sie, dem mal mathematisch nachzugehen!¹⁵

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 9 \times 10^9 - 9 \times 10^8 \cdot 1.9^{-0.3 \cdot t + 3.1}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 18 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 20 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 2.2 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 16 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 98.5% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 70% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Norden von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4300km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3500km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 11.5km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 12\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1100 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

¹⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Ostfriesland. Unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Esels Fridolin und Paula. Grünes Gras unter Paulas Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin sie schaut. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Paula. Paula sinniert, sollte sie ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigt Paula die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Paula sieht nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen, wenn auch Sie mitrechnen können. Also rechnen Sie beide mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit 0.6×, Februar mit 0.8× und März mit 1.05×. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023 01. Feb 2023 01. Mrz 2023	0.1 1.2 3.5
01. Apr 2023	5.8

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ und $f_3(t)$ aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F_1(t)$, $F_2(t)$ und $F_3(t)$ für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 200°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Paulas Boskoopplantage werden Sie beide auf dem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit 230N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 190N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem 50° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.3t schweren Trecker jeweils aus dem Graben, wenn $F = m \cdot a$ gilt? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In der Kartonagenfabrik Alex, Paula, Mark und Jonas sitzen im Bus. Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Alex hatte den Anderen in der Lerngruppe zu spät Bescheid gesagt. 'Was denn, bin ich eure Nanny oder was?!', entfährt es Alex nachdem die vorwurfsvollen Blicke schon eine Weile auf ihm lasten. Also geht es eben mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren die Vier, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebautwerden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.5mm, 30-cm-Karton durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen alle wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren, wenn Sie auch nochmal nach Hause wollen. Warum jetzt Sie mit dabei sind, lassen wir mal weg. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 30cm und eine Breite von 20cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge x falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blattr*ohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*²? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 120m Zaun zu Verfügung. Auch hier sollen Sie mal helfen, sonst fährt der Bus Sie nicht nach Hause. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 120m Zaun bestimmen!

- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

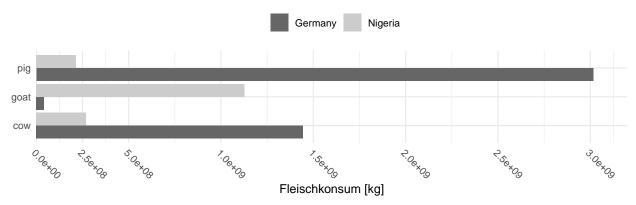
Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





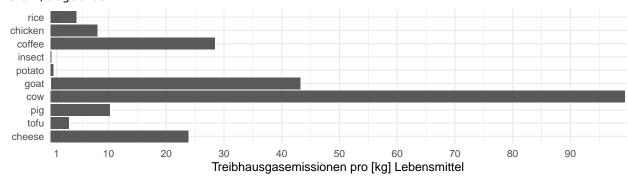
Ein Pfund Insekten, bitte! 'Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen 16 .', merkt Alex an. Die Lerngruppe um Mark, Steffen und Nilufar sind bei Alex um mal was außergewöhnliches zu essen. Um den Sinn der Nahrungsumstellung zu verdeutlichen, vergleicht Alex einmal Deutschland mit Nigeria. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2021 leben ca. 8.4×10^7 Menschen in Deutschland und ca. 1.79×10^8 Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen Sie und Alex mit der Überzeugungsarbeit anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im Folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2021 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

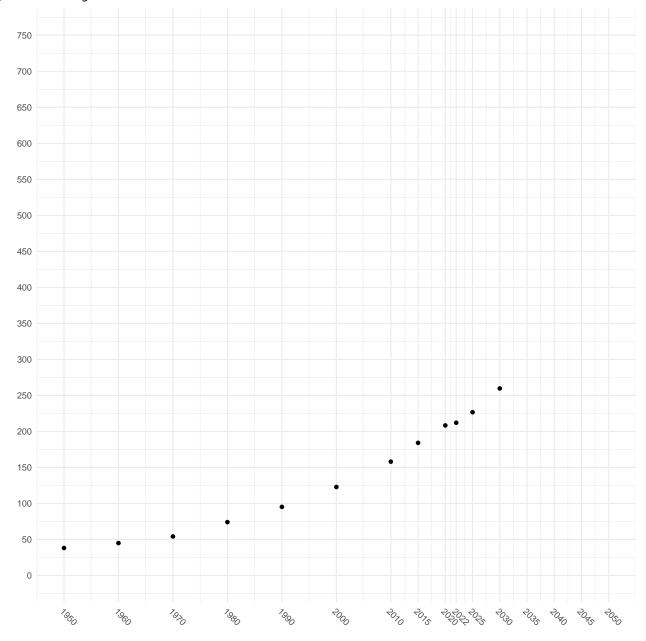
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO₂-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO_2 pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

¹⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
 - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
 - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 60%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2021! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2021, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Stichworte: Immunsystem - Muskel vs. Interpol • Inzidenz • Prävalenz

Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit Irritiert legt Tina die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Tina und Jonas sind bei ihrem Augenarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken die beiden über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Tina und Jonas nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den die beiden nun machen werden? Leider zu wenig. Da brauchen dann Tina und Jonas mal wieder Ihre Hilfe bei der Interpretation eines diagnostischen Tests!

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.01% angenommen. In 96% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 2.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein (K^+) , wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben (T^+) ? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von $n = 4 \times 10^4$ Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen¹⁷.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Tina und Jonas, dass beim diagnostischen Testen *True Positives* (TP), True Negatives (TN), False Positives (FP) und False Negatives (FN) auftreten. Das verstehen beiden so noch nicht und deshalb stellen Sie für Tina und Jonas den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- 6. Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

¹⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Network-Marketing oder Schneeballschlacht! Steffen, Jessica und Alex sitzen bei Mark und hören sich etwas über Network-Marketing an. Mark ist jetzt im Network-Marketing tätig. 'Jetzt reicht es. Wir sind eine Lerngruppe und du versuchst uns hier abzuziehen!', poltert Steffen und fährt fort, 'Ich erklär dir mal, wie falsch du liegst!'. Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Steffen und Sie wollen hier einmal in die Untiefen des »passiven Einkommens« abtauchen und die Lerngruppe vor Schlimmeren bewahren¹⁸!

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Healthy Herbs Manufacture International (HeHeMan). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 27 Prozent von 310 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut HeHeMan habe das Unternehmen 2.8×10^5 aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma HeHeMan im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 30%? (1 Punkt)

Das von Mark zu vermarkende Produkt, hinter dem Mark voll steht, kostet 100EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 20%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3.25%, 2.25% und 1.75%. Jeder von Mark angeworbener »Partner« wirbt wiederum vier Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt drei Einheiten vom Produkt verkauft. Mark will nun 1800EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften. Kann das klappen? Sie sind zusammen mit Steffen skeptisch.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Mark musste zum Einstieg bei HeHeMan Einheiten des Produkts für 3000EUR kaufen. Diese Einheiten kann Mark nur direkt verkaufen. Das ganze Wohnzimmer ist voll davon. Leider musste Mark den Kauf über einen Kredit über 5.5% p.a. über 60 Monate finanzieren. Sie schütteln den Kopf und klären Mark über Zinsen auf.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- 8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

¹⁸Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Höhlen & Drachen Alex, Yuki und Steffen sitzen bei Nilufar nachdem sich alle begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben. Alle drei wollen jetzt einmal bei Nilufar *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen die Drei fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen klären damit Nilufar nicht so alleine ist.

In dem Spiel hat Alex nun auf einmal 7 zwölfseitige Würfel (7d12) zum würfeln in der Hand. Wenn Alex eine 12 würfelt, hat Alex einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 5 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Yuki betrachtet nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Yuki wird aber geholfen und muss sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln (2d6) als Schaden oder das Schwert mit einem sechseitigen Würfel plus 5 (1d6+5) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Yuki und Steffen sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass der Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Yuki und Steffen haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.65, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.9. Sie haben aber mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen der Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einen $\Omega=100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! (1 Punkt)
- Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Retrocheck im TV Das war zu viel für Mark gestern. Die Lerngruppe mit Steffen und Paula ging viel zu lang. Während er wegdämmert, kommen in ihm seltsame Bilder hoch. 'Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!', ertönt es und Mark fragt sich, ob er nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Mark braucht das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Steffen und Paula das Team der drei Kandidaten. Mark braucht dringend Ihre Hilfe in seinen Wahnträumen. Sie gehen wie in *Interception* rein!¹⁹

Name	P(win)	P(outbid)
Steffen	0.4	0.02
Paula	0.2	0.12

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.05 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt mit Mark auf der Kirmes und spielen mit Catwoman um das große Geld. Das Glücksrad hat 24 Felder. Sie beide drehen das Glücksrad zweimal. Auf 10 Feldern gewinnen Mark und Sie 3000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 4000EUR? (1 Punkt)

Im Fiebertraum von Mark reisen sie beide im Zug nach Köln um bei »Geh aufs Ganze!« mitzuspielen. Mark und Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen. Und was braucht man mehr als ein Auto in einem Fiebertraum?

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- Lösen Sie nun das »Ziegenproblem«! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

¹⁹South Park Inception Spoof – Wunderbare South Park Folge

Teil XII.

Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

128. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

129. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var_i: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA_i: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V_k: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$: lineare Kovariable Laktationsnummer
- e_{ijkl} : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

130. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.