Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

# Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1



Alex studiert im 3. Semester und wiederholt das Modul, da er im ersten Jahr andere Prioritäten für sich gesetzt hat. Das musste sein, da er sich ziemlich im Abitur verausgabt hat. Darüber hinaus war die WG auch eher auf Party angelegt. Alex hofft jetzt über Pünktlichkeit wieder in die Bahn zu kommen. Dafür steht er jetzt immer um 5 Uhr auf! Freunde von ihm beschreiben ihn eher als extrovertiert. Er kennt Paula noch aus der Schulzeit und er überlegt, ob nicht beide Mal nach Mallorca sollten.

Nach zwei Semestern Studium an der Universität Osnabrück war es dann Jessica doch viel zu theoretisch. Etwas angewandtes sollte es sein, wo sie auch eine Fähigkeit lernt, die frau nutzen kann. Deshalb hat sich Jessica an der Hochschule eingeschrieben. Hoffentlich lernt sie etwas nützliches, wo andere für Geld geben würden. Wer nützlich ist, ist wertvoll. Ihr Traum ist ja eine Hundeschule aufzumachen. Die großen Parties hat sie immer gemieden. Sie ist lieber mit ihrer Hündin im Teuteburgerwald.





Das ist jetzt der letzte Versuch mit einem Studium. Wenn es nicht klappt dann überlegt Jonas das Programm der IHK zu Ausbildungsvermittlung zu nutzen. Aber eine Runde gibt er sich noch. Struktur ist eigentlich das Wichtigste und diesmal hat er sich alle Altklausuren der Fachschaft besorgt. Dann ist er auch noch gleich der Fachschaft beigetreten um mehr Informationen abzugreifen. Und er versucht nicht seine Zeit mit Alex zu verdaddeln oder in der Fachschaft bei einem Bier oder so...

Nächstes Semester geht es nach Kanada davon hat er schon auf der Berufsschule geträumt. Deshalb konzentriert er sich sehr auf die Prüfungen. Ein Schiff ist im Hafen sicher, aber dafür ist es nicht gebaut worden. Das International Faculty Office der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur hat super geholfen, aber es waren einiges an Unterlagen. Jetzt hofft er, dass Tina dann doch noch mitkommt. Aber sonst macht er das eben alleine. Obwohl das eher nicht so seine Art ist. Vielleicht sollte er sich mal einen Tipp bei Tina holen, sie wirkt sehr entschlossen.





Nach der Ausbildung wollte Nilufar eigentlich gleich anfangen zu arbeiten, aber nach einem Praktikum und der Probezeit stellte sie fest, dass es ohne einen Hochschulabschluss schwer wird Führungsverantwortung zu übernehmen. Mit Menschen kann sie schon immer und dann auch eigene Projekte mit anderen verwirklichen, dass ist doch was. Mit dem notwendigen Abschluss sollte der Start um so einfacher sein. Dann ist sie keine Befehlsempfängerin mehr sondern gibt die Marschrichtung vor. Schon jetzt koordiniert Nilufar das Studium von anderen.

Paula möchte die Welt zu einem besseren Ort machen. Wenn da nicht die anderen Mitmenschen wären. Paula muss das Modul nochmal wiederholen, da es dann am Ende des Semesters zu viel für sie wurde. Eine Lerngruppe hätte geholfen, aber das ist dann gar nicht so einfach eine zu finden. Zwar kennt sie schon Nilufar, aber Nilufar ist ihr manchmal zu forsch. Ihr schwant aber, dass alleine das Studium sehr schwer werden wird. Das Abitur war schon so ein Lernhorror, das möchte sie nicht nochmal. Alex sieht sie da als Vorbild.





Sommer, Sonne, Natur. Das ist es was Steffen mag. Raus in die Komune und die Natur genießen. Leider hat Steffen noch andere Bedürfnisse, die ein Einkommen benötigen. Da Studierte mehr verdienen, würde dann in Teilzeit auch mehr rausspringen. Wenn er dann privat was anbauen kann, dann spart er gleich doppelt. Leider sind viele seiner Kommilitonen total verkrampfte Karrieristen. Es geht nur ums Äußere. Dabei verliert sich Steffen gerne im Prozess. Das hat auch seinen Schulabschluss etwas verzögert. Steffen lässt sich eben Zeit.

Wille war es, die es Tina hierher gebracht hat und Wille wird es sein, die Tina dann auch zum Abschluß treibt. Nach einem Rückschlag muss Tina jetzt einige Module wiederholen, damit sie dann auch fertig wird. Ab und zu ist sie schwach gewesen und das hat dann Zeit gekostet. Das Tina es dann manchmal übertreibt, weiß sie nur zu gut, aber irgendwie muss die Kontrolle ja erhalten bleiben? Insbesondere, wenn sie mal wieder die Nacht durchgefeiert hat, verachtet Tina sich. Dann baut Nilufar sie dann bei einem Tee wieder auf.





Für Yuki war es nicht einfach. Teilweise war die Krankheit sehr hinderlich, dann war es Yuki selber. Dann muss man auch wieder auf die Beine kommen und es dauert eben seine Zeit. Aber immerhin hat Yuki es jetzt den Abschluss gekriegt und hat einen Studienplatz. Jetzt heißt es in den Rhythmus kommen und schauen, was noch so passiert. Immerhin hat Yuki schon eine kleine Gruppe gefunden, in der Yuki dann Hilfe findet. Ist aber auch sehr unübersichtlich so ein Studium. Steffen ist immer super entspannt.

### **Erlaubte Hilfsmittel**

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

# **Endnote**

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 75 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

\_\_\_\_\_ von 95 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
91.0 - 95.0	1,0
86.0 - 90.5	1,3
81.5 - 85.5	1,7
76.5 - 81.0	2,0
72.0 - 76.0	2,3
67.5 - 71.5	2,7
62.5 - 67.0	3,0
58.0 - 62.0	3,3
53.0 - 57.5	3,7
47.5 - 52.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

# **Multiple Choice Aufgaben**

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	В	С	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

• Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

# **Rechen- und Textaufgaben**

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	10	10	9	10	12	12	12

• Es sind \_\_\_\_ von 75 Punkten erreicht worden.

## **Multiple Choice Aufgaben**

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

#### **ANOVA**

1. Aufgabe (2 Punkte)

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.12$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Das  $n^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **B**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **C**  $\square$  Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.
- **D**  $\square$  Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- **E**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Das  $\eta^2$  ist damit mit dem  $R^2$  aus der linearen Regression zu vergleichen.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Lauch zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.25$ . Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Mit dem  $\eta^2$  lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein  $\eta^2$ -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- **B**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 25% der Varianz durch die Behandlungsgruppen erklärt.
- ${f C}$   $\square$  Es werden 25% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- ${f D}$   ${f \Box}$  Es werden 75% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.
- **E**  $\square$  Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 25% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 75%.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- **A** □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- **B** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- C □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

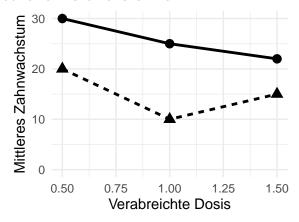
- D □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **E** □ Wenn die F-Statistik kleiner als der kritische Wert ist kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist der Quotient der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.

Die ANOVA ist ein statistisches Verfahren welches häufig in den Auswertungen von Experimenten in den Agrarwissenschaften angewendet wird. Dabei wird die ANOVA als ein erstes statistischen Werkzeug für die Übersicht über die Daten benutzt. Eine ANOVA testet dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **C**  $\square$  ... den Unterschied zwischen der Varianz durch verschiedene Behandlungsguppen unter der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, kann kein Effekt  $\eta^2$  bestimmt werden.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen mehreren Varianzen aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen der globalen Varianz und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin E auf das Zahnwachstum bei Schweine. Der Versuch wurde an 76 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?



- **A** □ Keine Interaktion liegt vor  $(p \le 0.05)$ .
- **B**  $\square$  Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist groß.
- **C**  $\square$  Eine positive Interaktion liegt vor ( $\rho \le -0.5$ )
- **D**  $\square$  Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor  $(p \le 0.05)$
- **E**  $\square$  Die Koeffizienten sind positiv ( $\beta_0 > 0$ ;  $\beta_1 > 0$ ).

# **Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse**

6. Aufgabe (2 Punkt	:e)
Gegeben ist $y$ mit 4, 14, 11, 13 und 12. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.	
<b>A</b> □ Es ergibt sich 11.8 +/- 1.98	
<b>B</b> □ Sie erhalten 10.8 +/- 1.98	
C □ Es berechnet sich 10.8 +/- 15.7	
<b>D</b> □ Es berechnet sich 11.8 +/- 15.7	
<b>E</b> □ Es ergibt sich 10.8 +/- 3.96	
7. Aufgabe (2 Punkt	:e)
Berechnen Sie den Median, das $1^{st}$ Quartile sowie das $3^{rd}$ Quartile von $y$ mit 22, 26, 24, 24, 14, 20, 24, 16, 26 und 63.	28
<b>A</b> □ Es ergibt sich 24 [20; 26]	
<b>B</b> □ Sie erhalten 24 [18; 24]	
C □ Es berechnet sich 26 [21; 27]	
<b>D</b> □ Es ergibt sich 24 +/- 20	
<b>E</b> □ Sie erhalten 24 +/- 26	
8. Aufgabe (2 Punkt	:e)
Mit einem Dotplot können Sie sehr gut die Verteilung von Daten visualisieren. Die empfohlene Mindestanz an Beobachtungen ist dabei?	ah
<b>A</b> □ erhalten, sollten wir mindestens zwanzig Beobachtungen haben.	
<b>B</b> □ 1 Beobachtung.	
<b>C</b> □ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.	
<b>D</b> □ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung.	
<b>E</b> □ Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen.	
9. Aufgabe (2 Punkt	:e)
Um die Varianz zu berechnen müssen wir folgende Rechenoperationen durchführen.	
<b>A</b> □ Den Median berechen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurziehen.	ze
<b>B</b> □ Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und du die Fallzahl teilen.	rch
C ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Die quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl. Als letzten Sch	

**D** □ Den Mittelwert berechen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren

**E** □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.

ziehen wir die quadratische Wurzel.

Der Boxplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Boxplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- **A** □ Den Median und die Standardabweichung.
- **B** □ Der Boxplot stellt den Median und die Quartile dar.
- **C** □ Der Boxplot stellt die Mittelwerte und die Standardabweichung dar.
- **D** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.
- **E** □ Der Boxplot stellt die Mittelwerte und die Varianz dar.

11. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit zuMaiss finden Sie aufeinmal seltsame Daten. Jedenfalls kommt Ihnen das so vor. Daher berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich nicht. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Wenn sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **B** □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.
- C □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- **D** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.
- **E** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Um zu Überprüfen, ob die Daten die Annahme einer Normalverteilung genügen, können wir folgende Visualisierung nutzen. Dabei kommt dann auch die entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Normalverteilung zur Anwendung.

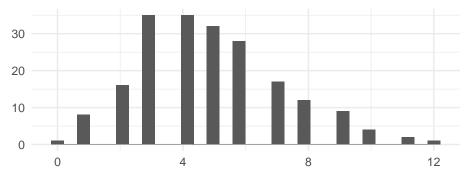
- **A** □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Dotplot und schauen, ob die Dots und damit die Varianz für jede Behandlung gleich groß sind.
- **B** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Normalverteilung ausgehen.
- **C** □ Nach dem Einlesen der Daten nutzen wir einen Boxplot um zu schauen, ob alle Boxen über alle Behandlungen in etwa gleich groß sind. Damit ist dann auch das IQR in allen Behandlungen in etwa gleich.
- D □ Nach der Erstellung eines Boxplots schauen wir, ob der Median in der Mitte der Box liegt. Dabei ist der Median als dicke Linie dargestellt und die Box ist das IQR.
- **E** □ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnurr audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Normalverteilung.

13. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen in Ihrer Abschlussarbeit über eine explorative Datenanalyse überprüfen, ob Ihr gemessener Endpunkt einer Normalverteilung folgt. Welche drei Abbildungen eignen sich insbesondere für die Überprüfung?

- **A** □ Histogramm, Scatterplot, Boxplot
- **B** □ Violinplot, Scatterplot, Barplot
- C ☐ Boxplot, Densityplot, Violinplot
- **D** ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- **E** □ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot

Bevor Sie in Ihrer Abschlussarbeit einen statistischen Test rechnen, wollen Sie einmal betrachten, welcher Verteilung Ihre n = 208 geernteten Pflanzen folgen. Welche Verteilung ist abgebildet?



- **A** □ Eine Standardnormalverteilung.
- **B** □ Wir haben eine Normalverteilung vorliegen.
- **C** □ Wir haben eine Gammaverteilung vorliegen.
- **D** □ Wir haben eine Poisson-Verteilung vorliegen.
- **E** □ Eine multivariate Normalverteilung.

## **Lineare Regression & Korrelation**

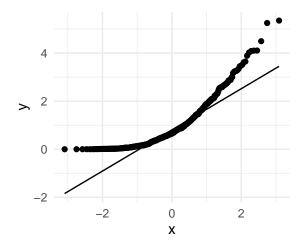
15. Aufgabe (2 Punkte)

Im Allgemeinen gibt es zwei mögliche Ziele für ein Regressionsmodell. Wir können eine Vorhersagemodell oder ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist für ein kausales Modell richtig?

- **A** □ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen *X* und *Y* wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann nicht der gesamte Datensatz genutzt werden. Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt.
- **B** □ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Modellieren des Trainingsmodells benötigt. Der Testdatensatz dient rein zur Visualisierung. Dies gilt vor allem für ein kausales Modell.
- **C** □ Ein kausales Modell basiert auf einem Traingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
- **D** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von *X* auf *Y* zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen *X* auf den gemessenen Endpunkt *Y* aus?
- **E**  $\square$  Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von X auf Y zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen Y auf die gemessenen Endpunkte  $X = x_1, ..., x_p$  aus?

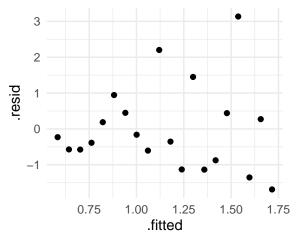
16. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot um die Annahme der normalverteilten Residuen zu überprüfen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Wir betrachten die Punkte. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig verteilt liegen, dann gehen wir von normalen Residuen aus.
- **B** □ Wir betrachten die Gerade, die durch die einzelnen Punkte laufen sollte. Wenn die 95% der Punkte von der Geraden getroffen werden, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus.
- C □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **D** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade in dem IQR, also dem ersten und dritten Quartile. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.
- **B**  $\square$  Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen und wir können damit auf die Signifkanz von  $x_1, ..., x_p$  schließen.
- C □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.

- **D** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Ein klares Muster ist zu erkennen und/oder einige Outlier sind zu beobachten.
- **E** □ Wir betrachten die Nulllinie und alle Punkte sollten ohne Muster gleichmäßig um die Nulllinie liegen. Da dies der Fal ist, gehen wir von keinen Ausreißern aus.

Sie berechnen in Ihgrer Abschlussarbeit den Korrelationskoeffizienten  $\rho$ . Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig?

- **A**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen x und y bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.
- **B**  $\square$  Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.
- **C**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- **D**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- **E**  $\square$  Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen x und y bei einem Wert von 0. Einen maximalen negativen Zusammenhang bei -1 und somit auch einen maximalen positiven Zusammenhang bei 1. Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist einheitslos.

19. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben ein Feldexperiment mit Erbsen durchgeführt und wollen nun in einer simplen linearen Regression den Einfluss der  $PO_2$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf das Trockengewicht in [kg] untersuchen. Sie erhalten einen  $\beta_{PO_2}$  Koeffizienten von  $6.9 \times 10^{-7}$  und einen p-Wert mit 0.00051. Welche Aussage zu der Signifikanz und dem Effekt ist richtig?

- **A**  $\square$  Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu groß gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu großen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt  $\beta_{PO_2}$  sehr klein wirken, da der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- **B**  $\square$  Das Gewicht und die  $PO_2$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_{PO_2}$  Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.
- $\mathbf{C} \square$  Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatsitik und damit auch der p-Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu krigen.
- **D**  $\square$  Die Einheit der  $PO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der  $PO_2$ -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- **E**  $\square$  Die Einheit der  $PO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der  $PO_2$ -Konzentration um 1 Einheit führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg von  $\beta_{PO_2}$  im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit  $[\mu g]$  muss besser gewählt werden.

20. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie Ihr Experiment abgeschlossen haben, stehen Sie vor der Frage wie Sie Ihre Daten modellieren sollen. In der Beispielauswertung von Ihrem Betreuenden finden Sie die Funktion lm() in  $\mathbf{R}$ . Welche Aussage ist richtig?

**A** □ Die Funktion lm() in wird klassischerweise für die lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable *X* ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich.

- B □ Neben der klassichen Verwendung der Funktion lm() in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerisht umgewandelt werden. Dann kann das R Paket {emmeans} genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.
   C □ Die Funktion lm() berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenalayse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion lm() schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- $\mathbf{D} \square$  Die Funktion  $\mathbb{Im}()$  in  $\mathbb{R}$  wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.
- **E**  $\square$  Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Die Funktion lm() kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.

Wenn Ihr gemessener Endpunkt nicht einer Normalverteilung folgt, so können Sie dennoch Ihre Daten modellieren. Hierzu nutzen Sie dann das *generalisierte lineare Modell (GLM)*. Welche Aussage ist richtig?

- A □ In ♠ ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in ♠ auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- **B** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- C □ In ist mit dem generalisierten linearen Modell (GLM) eine Modellierung implementiert, die neben der klassischen Normalverteilung auch die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann.
- D □ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.
- **E**  $\square$  Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das X bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.

#### **Vermischte Themen**

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Somit kann von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen werden
- **B** □ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **C** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- **D** □ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **E** □ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.

Sie wollen Ihren Datensatz in Reinlesen und stehen nun vor einem Problem. Sie stellen fest, dass die Hilfeseiten alle in englischer Sprache verfasst sind. Warum mag die Nutzung von Deutsch problematisch sein?

- **A** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von ℚ untersagt.
- **B** □ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in **Q** in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- **C** □ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
- D □ Die R Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn R hat wie alle Programmiersprachen Probelem mit Umlauten und Sonderzeichen.
- **E** □ Die Spracherkennung von **Q** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.

24. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie Ihr Feldexperiment als Vorversuch für Ihre Abschlussarbeit abgeschlossen haben, wollen Sie in einer explorativen Datenanalyse (EDA) in Reinmal schauen, ob Sie überhaupt Effekte der Behandlung vorliegen haben. Welche Reihenfolge von Schritten müssen Sie in Rurchführen, damit Sie eine EDA rechnen können?

- A ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in müssen wir als erstes die Daten über read\_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Spalten richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit Kategorien in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.
- **B** □ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in ♠ müssen wir als erstes die Daten über read\_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.
- C □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- **D** □ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.
- **E** □ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als \*.png vorliegen.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das abstrakte Modell  $Y \sim X$  mit X als Faktor mit zwei Leveln vorliegen. Welche Aussage über  $n_1 = n_2$  ist richtig?

- **A** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **B** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor.
- **C** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **D** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.
- **E** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.

Die Leistung von Sauen soll auf einem Zuchtbetrieb gesteigert werden. Dafür werden die Ferkel verschiedener Sauen gemessen. Die Ferkel einer Muttersaue sind daher...

- A 

  Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- **B** □ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und sommit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.
- **C** □ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- **D** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- **E** □ Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutliche eine ähnliche Varianzstruktur.

27. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Odds ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Ziegen in 6 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 7 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- A □ Das Verhältnis von Chancen Odds ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.86.
- **B** □ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Odds ratio von 2.17.
- C ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.46, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der Kranken.
- D □ Das Verhältnis der Chancen Odds ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.46. Wir sind an der Chance krank zu sein interessiert.
- **E** □ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Odds ratio von 0.46.

28. Aufgabe (2 Punkte)

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergbnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gänigige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- **B** □ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
- C ☐ Eine große Fallzahl führt zu mehr signifikanten Ergebnissen auch bei kleinen Effekten. Daher werden fast alle Vergleich esignifikant, wenn die Fallzahl nur groß genug wird.
- **D** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- **E**  $\square$  Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.

### **Multiple Gruppenvergleiche**

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.21, 0.02, 0.42, 0.89 und 0.34. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.1, 1, 1 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
- **B**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.042, 0.004, 0.084, 0.178 und 0.068. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **C**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.042, 0.004, 0.084, 0.178 und 0.068. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
- **D**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1.05, 0.1, 2.1, 4.45 und 1.7. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- **E**  $\square$  Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.1, 1, 1 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem *α*-Niveau von 5% verglichen.

30. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein *CLD* erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Compact letter detection. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt.
- **B** Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- **C** □ Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- D ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- **E** □ Compact letter display. Das CLD ist umstritten, da es die Gleichheit der Behandlungen durch gleiche Buchstaben darstellt. Dadurch ist das CLD nicht mehr sauber auf einer Linie mit dem statistischen Testen. Wir lehnen die Nullhypothese ab und zeigen keine Gleichheit im statistischen Testen.

31. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Bachelorarbeit müssen Sie einen Feldversuch auswerten. Nachdem Sie die zweifaktorielle ANOVA gerechnet haben und keine signifikante Interaktion vorliegt, wollen Sie jetzt einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür am besten?

- **A** □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- **B** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- **C** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- D □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- **E** □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.

In den Humanwissenschaften werden multiple Vergleiche häufig anders behandelt als in den Agrarwissenschaften. In beiden Bereichen tritt jedoch das gleiche Phänomen bei multiplen Testen auf. Wie muss mit dem Phänomen umgegangen werden und wie ist es benannt?

- **A**  $\square$  Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\beta$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Powerniveau liegt nicht mehr bei 80% sondern sehr viel niedriger.
- **B**  $\square$  Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\alpha$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
- ${f C}$   $\square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer eta-Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- **D**  $\square$  Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer  $\alpha$ Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der  $\alpha$ -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- **E**  $\square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer α-Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist.

33. Aufgabe (2 Punkte)

In einem Feldversuch haben Sie einen Behandlungsfaktor mit mehreren Leveln vorliegen. Sie rechnen einen multiplen Vergleich. Vorher hatten Sie eine einfaktorielle ANOVA mit einem signifikanten Ergebnis vorliegen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- ${\bf B} \ \square$  Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied  $\Delta$  aus einem t-Test, nicht adjusiert werden.
- ${f C}$  Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt  $\Delta$  nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen k multipliziert. Dies geschiet analog zu den p-Werten.
- **D**  $\square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die Δ-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Δ-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die Δ-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- $\mathbf{E} \square$  Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung ( $\Delta$ -Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen.

#### **Statistische Testtheorie**

34. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben den mathematischen Ausdruck  $Pr(D|H_0)$  vorliegen, welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
- $\mathbf{B} \square Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit die Daten D zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- $\mathbf{C} \square Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.

- **D** □ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativehypothese überdeckt.
- $\mathbf{E} \square Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

Das statistische Testen basiert auf dem Falsifikationsprinzip. Es besagt,

- **A** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird.
- **B** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **C** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- **D** □ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- **E** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein noch schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

36. Aufgabe (2 Punkte)

Das Signifikanzniveau  $\alpha$  wird auch Fehler 1. Art genannt und liegt bei 5%. Warum wurde der Grenzwert von 5% als Signifikanzschwelle gewählt?

- **A** □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- **B**  $\square$  Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist  $\alpha=5\%$  eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- **C**  $\square$  Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde  $\alpha = 5\%$  festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- **D**  $\square$  Als Kulturkonstante hat  $\alpha = 5\%$  den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- **E**  $\square$  In der Wissenschaft gibt es neben der Naturkonstante, die sich aus der Beobachtung der Welt ergibt, noch die Kulturkonstante, die von einer Gruppe Menschen selbstgewählt wird. Dabei ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante und wurde somit eher zufällig gewählt.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das *"signal"* mit dem *"noise"* aus den Daten D zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

**A** □ Es gilt 
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

**B** 
$$\square$$
 Es gilt  $T_D = signal \cdot noise$ 

**C** □ Es gilt 
$$T_D = \frac{noise}{signal}$$

**D** 
$$\square$$
 Es gilt  $T_D = (signal \cdot noise)^2$ 

**E** 
$$\square$$
 Es gilt  $T_D = \frac{signal}{noise}$ 

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann folgende Aussage in welche richtige Analogie gesetzt werden?

H<sub>0</sub> beibehalten obwohl die H<sub>0</sub> falsch ist

- **A** □ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- **B**  $\square$  *Fire without alarm,* dem  $\beta$ -Fehler als Analogie eines Rauchmelders.
- **C**  $\square$  Dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie eines Rauchmelder: *Alarm without fire*.
- **D**  $\square$  *Alarm with fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie von Feuer.
- **E** □ In die Analogie eines brennenden Hauses ohne Rauchmelder: *House without noise*.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Sie sollen in Ihrer Abschlussarbeit die Relevanz und die Signifikanz in einer statistischen Maßzahl vereinen. Welche Aussage ist richtig?

- **A**  $\square$  Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der  $\alpha$ -Schwelle zu definieren.
- **B** □ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- C □ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualizierung des Konfidenzintervals eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.
- **D**  $\square$  Der p-Wert. Durch den Vergleich mit  $\alpha$  lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der  $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- **E** □ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualizierung des Konfidenzintervals kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzinterval auch eine Entscheidung über die Signifikanz.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben ein Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem p-Wert ist richtig?

- **A**  $\square$  Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt.
- **B**  $\square$  Wir schauen, ob der *p*-Wert größer ist als das Signifikanzniveau  $\alpha$  und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die  $H_A$  gilt.
- ${f C}$   $\square$  Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$ , wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- **D** □ Wir vergleichen die Effekte des *p*-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- **E**  $\square$  Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt.

Um die Testtheorie besser zu verstehen, mag es manchmal sinnvoll sein ein Beispiel aus dem Alltag zu wählen. Die Ergebnisse der Analyse durch einen statistischen Test können auch in grobe Analogie zur Wettervorhersage gebracht werden. Welche Aussage trifft am ehesten zu?

- **A** □ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- **B** In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- **C** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- **D** □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- **E** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergeben.

42. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Forschungsarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie eine ANOVA als statistischen Test. Erhalten Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test?

- **A** □ Ja, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- **B** □ Nein, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- **C** □ Weder eine Ausssage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.
- **D** □ Ja, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten dann eine Aussage zum Individuum.
- **E** □ Ja, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.

43. Aufgabe (2 Punkte)

In der statistischen Testtheorie gibt es den Begriff *Power*. Was sagt der statistische Begriff *Power* aus?

- **A**  $\square$  Es gilt  $\alpha + \beta = 1$  und somit liegt  $\beta$  meist bei 95%.
- **B**  $\square$  Die Power  $1-\beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.
- **C**  $\square$  Die Power  $1-\beta$  wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 80% bewiesen wird.
- **D**  $\square$  Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die  $H_A$  abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- **E** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.

44. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den Effekt eines statistischen Tests ist richtig?

**A** □ Der Forschende muss am Ende wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil einer Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Anteilen.

- **B** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- C □ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Eregbnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experimnts vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- **D** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die mathematisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- **E** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des 95%-Konfidenzintervalls gegen die Nullhypothese ist richtig?

- $\mathbf{A} \square$  Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- **B**  $\square$  Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **C**  $\square$  Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- **D**  $\square$  Ist  $Pr(D|H_0)$  kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- **E**  $\square$  Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Sie im Allgemeinen einen statistischen Test rechnen, dann kommen Sie um eine statistische Hypothese *H* nicht herum. Welche Aussage über statistische Hypothesen ist richtig?

- **A**  $\square$  Mit der Nullhypothese  $H_0$  und der Alternativehypothese  $H_A$  oder  $H_1$  gibt es zwei Hypothesen.
- **B**  $\square$  Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden  $H_{pro}$  und  $H_{contra}$  bezeichnet.
- C ☐ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- **D**  $\square$  Die Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$  sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- **E**  $\square$  Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.

### Statistische Tests für Gruppenvergleiche

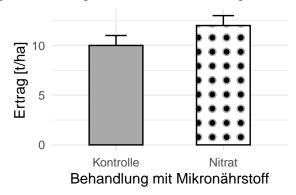
47. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einem Feldexperiment wollen Sie zwei Gruppen mit einem Welch t-Test vergleichen. Welche Aussage ist auch für den Student t-Test richtig?

**A** □ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern

- **B** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.
- C □ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- **D** □ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **E** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte in den Gruppen signifikant unterscheiden.

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Nitrat auf den Ertrag in t/ha von Mango im Vergleich zu einer Kontrolle entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde in 9 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage ist im Bezug auf einen t-Test ist richtig?



- **A** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 0.2.
- **B** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- C □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 2. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **D** □ Der Test deutet auf ein signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei 2.
- **E** □ Der Test deutet auf keinen signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei 2.

49. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- **A** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.
- **B** □ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhäängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- C □ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.
- **D** □ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz *d* dient dann zur Differenzbildung.
- **E** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.

In Ihrer Abschlussarbeit passen die Ergebnisse einer ANOVA und eines multiplen Vergleiches nicht zusammen. Nach einem Experiment mit drei Maissorten ergibt eine ANOVA (p = 0.049). Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2} = 0.053$ . Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Hier kommt der Effekt der stiegenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf mehr Fallzahl testet als die einzelnen paarweisen t-Tests, kann die ANOVA leichter einen signifikanten Unterscheid nachweisen. Die p-Werte sind immer etwas kleiner als bei den t-Tests.
- **B** □ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.
- C ☐ Hier kommt der Effekt der stiegenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterscheid nachweisen.
- **D** ☐ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
- **E** □ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.

# Teil I.

# **Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse**

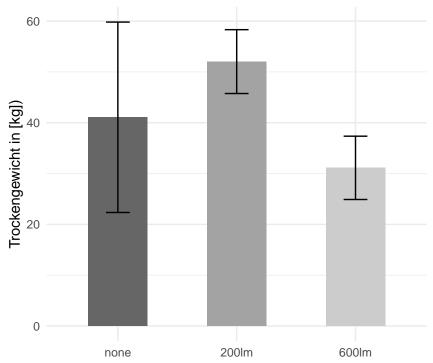
51. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen des Barplots** Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Jonas nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Stricken. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Jonas denkt gerne über Stricken nach. Das ist in soweit doof, da nach seiner Betreuerin erstmal ein Barplot nachgebaut werden soll, bevor es mit seinem Projektbericht losgeht. Dann hat er schonmal den R Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Na dann mal los. Jonas schafft sich die nötige Stimmung. Jonas streichelt liebevoll das Meerschweinchen. Der Kopf ist in seinem Schloß vergraben um den Klang von Iron Maiden zu dämpfen. In der Behandlung für Erbsen werden verschiedene Lichtstufen (none, 200lm und 600lm) sein. Erfasst wird als Messwert (Y) Trockengewicht. Jonas soll dann drymatter in seiner Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Barplots in  $\mathbf{Q}$  nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz im Rüblichen Format, aus dem die drei Barplots möglicherweise erstellt wurden! (2 Punkte)
- 4. Kann Jonas einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Barplots** Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Nilufar nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Besser wäre was anderes gewesen. Hip Hop. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Nilufar denkt gerne über Hip Hop nach. Das ist in soweit doof, da nach ihrer Betreuerin nun Barplots aus ihren Daten gebaut werden sollen, bevor es mit dem statistischen Testen weitergeht. Na dann mal los. Nilufar schafft sich die nötige Stimmung. Nilufar nickt im Takt von Deichkind und bemerkt dabei gar nicht was das Huhn schon wieder anstellt. Die Behandlung für Maiss waren verschiedene Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*). Erfasst wurde von Nilufar als Outcome (*Y*) *Ertrag*. Nilufar hat dann *yield* in ihrer Exceldatei eintragen. Aber auch irgendwie egal. Einfach mal raus um zu Kicken. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Nilufar.

treatment	yield
AB	23.4
AB	26.1
BB	50.8
BB	44.0
AA	47.0
AA	47.3
AA	52.3
AA	51.2
AB	37.2
BB	43.5
AA	67.5

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

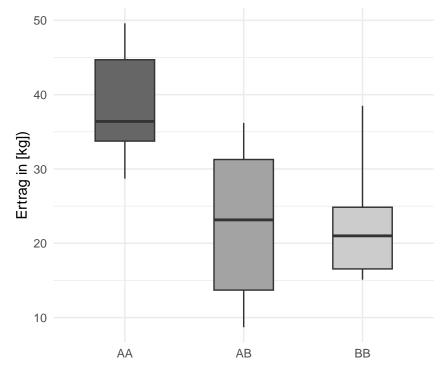
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Nilufar keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen des Boxplots** Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Mark ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Mark soll in seiner Abschlussarbeit Erdbeeren untersuchen. Die Behandlung in seiner Abschlussarbeit werden verschiedene Genotypen (*AA*, *AB* und *BB*) sein. Erheben wird Mark als Endpunkt (*Y*) *Ertrag* benannt als *yield* in seiner Exceldatei. Von seinem Betreuer erhält er nun folgende Abbildung von Boxplots, die er erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor er mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Aber nur in passender Atmospäre! Hm, lecker Marzipankugeln und dazu dann im Hintergrund Columbo laufen lassen.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Boxplots in  $\mathbf{R}$  nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Mark einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Boxplots** Wenn der Perfektionismus nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Paula! Aber so.. Deshalb gilt anschauen, was andere vor einem gemacht haben. Für Paula ist es eine Möglichkeit schneller ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Paula viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Boxplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Paula soll nun in ihrer Hausarbeit Erbsen untersuchen. Die Behandlung in ihrer Hausarbeit sind verschiedene Substrattypen (*torf* und 70*p*30*n*). Erhoben wurden von Paula als Endpunkt (*Y*) *Proteingehalt* benannt als *protein* in ihrer Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält sie von ihrem Betreuer den Auftrag die erhobenen Daten als Boxplots darzustellen. Dann kann Paula auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte. Darüber hinaus kann Paula anhand Boxplots eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen. Na dann mal los. Paula schafft sich die nötige Stimmung. Paula streichelt liebevoll die Ratte. Der Kopf ist in ihrem Schloß vergraben um den Klang von White Lies zu dämpfen.

treatment	drymatter
70p30n	29.5
torf	37.6
70p30n	21.4
torf	26.1
torf	29.2
70p30n	23.9
70p30n	18.5
torf	20.0
torf	25.8
torf	26.4
torf	18.6
70p30n	25.6
70p30n	24.8
torf	28.1
70p30n	25.2
70p30n	14.6
torf	22.9
torf	29.9

Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Erbsen! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt zwischen den Behandlungen von Erbsen erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kategoriale Daten In einem Gespräch mit ihrem Betreuer wird Nilufar gebeten seine Daten aus einem Stallexperiment mit Milchvieh in einem Histogramm darzustellen. 'Hm...', Takis Blue Heat und Deichkind. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Nilufar. In ihrem Experiment hat er die dunklen Pigmentstörungen erst fotographiert und dann ausgezählt. Laut ihrem Betreuer soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die dunklen Pigmentstörungen zu bestimmen. Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Wenn die Erwartung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Nilufar! Aber so.. Wenn Deichkind ertönt, dann sucht das Huhn schleunigst Schutz unter dem Sofa. Nilufar schüttelt den Kopf.

Die dunklen Pigmentstörungen: 1, 8, 6, 6, 6, 7, 6, 5, 1, 4, 5, 5, 1, 4, 5, 0, 2, 5, 5, 2, 3, 2, 4, 7, 2, 3, 2, 2, 6, 3, 3, 4, 2, 5, 6, 3

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die Wahrscheinlichkeit mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance mehr als die Anzahl 5 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung des Histogramm für kontinuierliche Daten Steffen schmeißt noch eine Handvoll Oreos in seinen Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von Taylor Swift. Steffen betrachtet die folgenden Daten nach einem Versuch in einer Klimakammer mit Erdbeeren. In dem Experiment wurden die mittleren Läsionen auf den Blättern gezählt. Nach der Meinung seiner Betreuerin muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die mittleren Läsionen auf den Blättern folgen. Dazu soll Steffen ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über das Outcome (Y). Es wäre einfacher, wenn da nicht noch was wäre. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Romantik gewesen. Ein leidiges Lied. Wenn Taylor Swift ertönt, dann sucht die Schlange schleunigst Schutz unter dem Sofa. Steffen schüttelt den Kopf.

Die mittleren Läsionen auf den Blättern: 12.6, 10.2, 12.6, 6.6, 9.8, 6.3, 7.9, 8.5, 8.5, 12.1, 12.1, 8.9, 10, 9.6, 10.3, 8.4, 7.8, 8.9, 12.1, 10.4, 12.7, 9.9

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Scatterplots** Tina liest laut: 'Wenn zwei kontinuierliche Variablen vorliegen, können diese in einer exploartiven Datenanalyse...'. Tina stoppt. Tina schmeißt noch eine Handvoll Katjes in ihren Rachen. Im Hintergrund klirrt leise der Spiegel zum Sound von Tocotronic. Was waren noch gleich kontinuierliche Variablen? In ihrer Abschlussarbeit hatte sie ein Kreuzungsexperiment im Emsland durchgeführt. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen Gewichtszuwachs in der 1LW und mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] im groben Kontext von Hühnern. Nun stellt sich die Frage für sie, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Dafür war eine explorative Datenanalyse gut! Tina und die Wut, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Dann was anderes. Wenn Indiana Jones läuft, dann ist die Spinne nicht mehr da. Aber jetzt braucht sie mal Entspannung!

Mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml]	Gewichtszuwachs in der 1LW
20.4	13.4
19.6	13.0
17.0	12.8
19.3	9.3
22.4	16.4
20.3	12.2
20.6	13.6
20.0	8.2
20.6	14.4
20.1	15.2

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Mosaicplots** Zwei kategoriale Variablen darzustellen ist nicht so einfach. Alex hatte erst über einen Mittelwert nachgedacht, dann aber die Idee verworfen. Wäre da nicht noch was anderes. Eine echte Herausforderung für ihn war schon immer die Gefälligkeit gewesen. Ein leidiges Lied. Dabei hatte er sich in ein Freilandversuch im Emsland zum einen die Behandlung KI-gesteuert [ja/nein] und zum anderen die Messung Proteingehalt im Zielbereich [ja/nein] im Kontext von Erbsen angeschaut. Jetzt möchte seine Betreuerin erstmal die langen Tabellen mit ja/nein in einer explorativen Datenanalyse zusammengefasst bekommen. Sonst geht es bei seiner Abschlussarbeit nicht weiter. Was super nervig ist. Um zu Laufen geht Alex dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

KI-gesteuert	Proteingehalt im Zielbereich
nein	nein
ja	ja
nein	nein
ja	ja
ja	ja
ja	ja
nein	nein
ja	nein
nein	nein
ja	ja
ja	ja
ja	ja

KI-gesteuert	Proteingehalt im Zielbereich
ja	nein
nein	nein
nein	nein
ja	ja
ja	ja
nein	nein
nein	ja
ja	ja
nein	nein
ja	ja
nein	nein
ja	nein
nein	nein
ja	ja
ja	ja

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

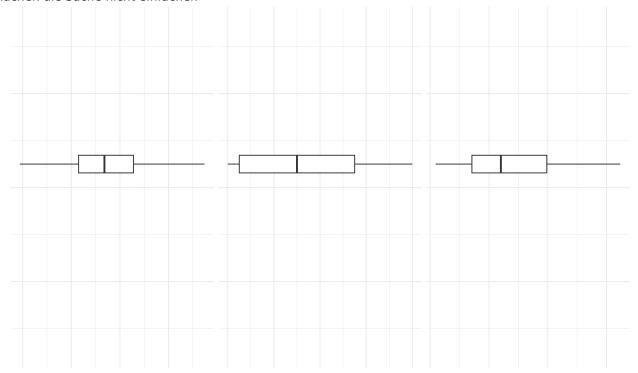
- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung von Verteilungen** 'Ich glaube, dass es sich hier wieder um so ein kryptisches Lernziel handelt, was nicht so gleich klar ist.', meint Jessica und streichelt sanft die Hündin. Das Tier versucht dem strammen Griff zu entkommen, gibt aber auf. Alex sieht sich sehr genau die drei liegenden Boxplots an. 'Du weißt doch wie es heißt, *Frei ist, wer missfallen kann.*1', merkt Jessica nickend an. Das Ziel ist es zu verstehen, wie eine Verteilung anhand eines Boxplots bewertet werden kann. Jessica und der Mangel machen die Sache nicht einfacher.



Jetzt brauchen Jessica und Alex Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung anhand von Boxplots um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Zeichnen Sie über die Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wie viel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\bar{y}\pm 1s$  und  $\bar{y}\pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Oschmann, A. (2024) Mädchen stärken: Stärken fördern, Selbstwert erhöhen und liebevoll durch Krisen begleiten. Goldegg Verlag

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung der Normalverteilung** Tina und die Wut machen die Sache mit dem Studium nicht einfacher. Immerhin ist noch Alex zur Hilfe mit dabei. Alex hat Katjes mitgebracht und Tocotronic aufgedreht. Das ist immerhin eine Ablenkung. Nicht so gut wie Astronomie, aber immerhin etwas. Jetzt sollen die beiden diese komische Aufgabe lösen. Es geht um verschiedene Normalverteilungen. Anscheinend hängen Normalverteilungen vom Mittelwert  $\bar{y}$  und der Standardabweichung s ab. 'Wozu brauchen wir nochmal Normalverteilungen?', entfährt es Tina. Durch das Mampfen von Alex versteht sie kein Wort der Antwort. Alex lächelt.

Jetzt brauchen Tina und Alex Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie vier Normalverteilungen mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$  und  $s_1 \neq s_2 \neq s_3 \neq s_4$ ! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. In welchen Bereich fallen 68% bzw. 95% der Beobachtungen in einer Normalverteilung? Ergänzen Sie die Bereiche in einer Normalverteilung! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie unter einer der Normalverteilungen den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Visualisierung der Normalverteilung und der Poissonverteilung 'Was sollen wir hier dann noch zeichnen?!', entfährt es Yuki und schaut dabei Nilufar an. 'Wir sollen eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\bar{y}_1=2$  und einer Standardabweichung von  $s_1=9$  zeichnen. Sowie eine weitere Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\bar{y}_2=4$  und einer Standardabweichung von  $s_2=9$ . Keine Ahnung wie das geht. Darunter sollen dann noch eine Poissonverteilung mit einem Mittelwert von  $\lambda_1=3$  sowie einer weiteren Poissonverteilung mit einem Mittelwert von  $\lambda_2=15$  gezeichnet werden.', meint Nilufar sichtlich genervt und mampft noch ein paar Takis Blue Heat. Im Hintergrund spielt leise Deichkind. 'Wirre Geschichte...', merkt Yuki nickend an. Die beiden schauen angestrengt auf die leeren Flächen für die Abbildungen. Nilufar und die Faulheit machen die Suche nach der Lösung nicht einfacher.



Jetzt brauchen Yuki und Nilufar Ihre Hilfe bei der Abschätzung einer Verteilung um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Skizzieren Sie die zwei Normalverteilungen und zwei Poissonverteilungen! (4 Punkte)
- 2. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung in den jeweiligen Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie unter einer Normalverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 4. Ergänzen Sie unter einer Poissonverteilung den entsprechenden Boxplot! (1 Punkt)
- 5. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Normalverteilung folgt! (1 Punkt)
- 6. Geben Sie ein Beispiel für ein Outcome y, welches einer Poissonverteilung folgt! (1 Punkt)

### Teil II.

# Statistisches Testen & statistische Testtheorie

62. Aufgabe (9 Punkte)





**Grundgesamtheit und experimentelle Stichprobe** 'Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*). ', liest Jessica laut aus dem Skript vor. Jonas war kurz eingenickt und wird mit einem Stoß geweckt. 'Reiz dich zusammen und iss noch ein paar Schokobons das hilft mir immer. Alleine komme ich hier nicht weiter.', tadelt Jessica Jonas etwas zu forsch. 'War ne lange Nacht', mault Jonas. Beide sollen in ihrer Abschlussarbeit einen statistischen Test interpretieren und versuchen die Grundlagen zu wiederholen. Jonas war auf einem Konzert von Iron Maiden.

Leider kennen sich Jessica und Jonas mit der Grundgesamtheit und der Stuchprobe überhaupt nicht aus. Daher sind Sie gefragt!

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)





**Das Nullritual - Die statistische Testtheorie** 'Mission Impossible ist der beste Film, den es gibt.', meint Jonas. Paula entgegnet, ' Ich empfehle ja immer allen Jagd auf roter Oktober.'Die beiden sind im Zoo und diskutieren, ob Pinguine Knie haben. Eigentlich wollten beide nochmal die statistische Testheorie durchgehen, sind dann aber auf abenteuerlichen Wege im Zoo gelandet. Jonas starrt wie hypnotisiert auf einen strullenden Elefanten und stopt die Zeit.<sup>2</sup> 'Du bist so peinlich.', entfährt es Paula und schmeißt sich noch ein paar überteuerte Smarties rein.

Leider kennen sich Jonas und Paula mit statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Visualisierung als Kreuztabelle.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

H<sub>0</sub> falsch H<sub>0</sub> wahr Testentscheidung 20%

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Yang, P. J., et al. (2014). Duration of urination does not change with body size. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(33), 11932-11937.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



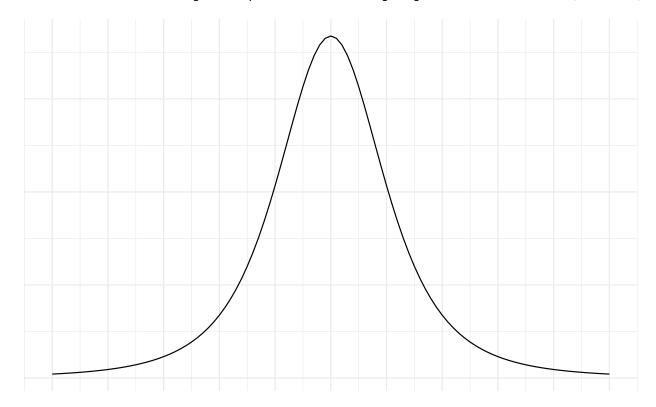


**Visualisierung der Teststatistik**  $T_D$  **und dem p-Wert** 'Wir sollen die Teststatistik  $T_D$  umd dem p-Wert visualisieren, da mit einer Visualisierung vieles verständlicher wird!', ruft Tina um Tocotronic zu übertönen. 'Ich weiß nicht, was das jetzt helfen soll. Können wir nicht einfach schauen, ob der p-Wert kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% ist? Und gut ist?', merkt Jessica an, was aber im Refrain von Tocotronic untergeht. Tina nickt im Beat. 'Wir haben hier eine t-verteilung unter der Annahme der Nullhypothese!', singt sie.

Leider kennen sich Tina und Jessica mit der Visualisierung der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert überhaupt nicht aus und brauchen dahr Ihre Hilfe!

Beachten Sie, dass im Folgenden <u>keine numerisch korrekte Darstellung</u> verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "A = 95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie  $-T_D$  in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen nicht signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)







**Visualisierung des 95% Konfidenzintervalls** 'So, was haben wir gemacht? Wir haben einen t-test für den Vergleich der Mittelwerte gerechnet.', meint Jessica. Yuki schaut fragend. 'Hatten wir nicht alles zu einer Kontrolle verglichen? Das war doch so!', ruft Yuki laut aus. 'Wir haben doch Messwert *Pilzbefall nach Fungizid* erhoben.', stellt Jessica fest. Jetzt haben beide das Problem, die möglichen 95% Konfidenzintervalle zu interpretieren.

Leider kennen sich Jessica und Yuki mit der Visualisierung des 95% Konfidenzintervall überhaupt nicht aus.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
  - (a) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (b) Ein signifikantes, relevantes 99% Konfidenzintervall.
  - (c) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (d) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (e) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (f) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl** An einem kalten Dezembermorgen haben sich Jonas und Jessica zum Lernen verabredet. Eine große Kanne Tee und Berge von Snickers warten darauf gegessen zu werden. Jonas liest laut vor:

Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?

Jessica hebt die Augenbraue. 'Irgendwie sagt mir die Aufgabe jetzt mal so gar nichts. Was soll da gemacht werden?', merkt Jessica an und ergänzt: 'Schauen wir doch erstmal zur Entspannung Herr der Ringe, den Film habe ich extra nochmal mitgebracht.' Jonas ist der Idee nicht abgeneigt und auch das Meerschweinchen kommt unter dem Sofa hervor um mitzuschauen.

Leider kennen sich Jonas und Jessica mit dem Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl überhaupt nicht aus.

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-lpha}$
Δ↑				Δ↓			
<i>s</i> ↑				s ↓			
<i>n</i> ↑				n ↓			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 90%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

#### Teil III.

# Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

67. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des Student t-Test oder Welch t-Test** Der t-Test. Yuki erschaudert. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Faulheit gewesen. Ein leidiges Lied. Ein mächtiges Werkzeug ist der t-Test in den Händen desjenigen, der ein normalverteiltes Outcome (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Yuki überhaupt aus? Aus den Boxen wummert London Grammar und ihr Mund ist verklebt von Reese's Peanut Butter Cups. 'Herrlich', denkt Yuki. Yuki hat einen Leistungssteigerungsversuch mit Fleischrindern durchgeführt um eine neue technische Versuchsanlage zu testen. Bei dem Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_1 = n_2 = 3$ ) wurde die Behandlung Lüftungssystem (keins und vorhanden) an den Fleischrindern getestet und dabei wurde geschaut, ob der Versuch überhaupt technisch klappen könnte. Gemessen hat Yuki dann als Messwert Fettgehalt [%/kg]. Warum der Versuch im Teuteburgerwald für ihren Projektbericht stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Fettgehalt [%/kg]?

treatment	weight
ctrl	16.4
ctrl	15.7
dose	13.5
dose	9.9
ctrl	14.2
dose	16.9

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Student t-Test Der Teuteburgerwald, unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer von Paula, die mit ihrer 1 Frau starken Besatzung 12 Wochen lang unterwegs ist, um neue Welten zu erforschen, neues Leben und neue Zivilisationen. 'Oder nennen wir es Ödnis und Verzweiflung', denkt Paula. Für ihrer Hausarbeit ist Paula ins Nichts gezogen. Paula und der Perfektionismus, eine unendliche Geschichte mit kniffeligen Wendungen. Was macht sie nun? Paula hat einen Leistungssteigerungsversuch mit Hühnern durchgeführt. Die Behandlung Lüftungssystem (keins und vorhanden) wurde an Hühnern getestet. Gemessen hat sie dann als einen normalverteilten Endpunkt (Y) Schlachtgewicht [kg]. Jetzt soll sie ihrer Betreuerin nach testen, ob die Behandlung Lüftungssystem (keins und vorhanden) ein signifikantes Ergebnis liefert. Hm..., was entspannendes wäre gut. 'Hm...', Smarties und White Lies. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Paula.

Lüftungssystem	Schlachtgewicht
vorhanden	42.2
keins	31.5
vorhanden	45.8
keins	31.1
keins	38.0
keins	27.8
vorhanden	40.0
vorhanden	42.0
vorhanden	42.1
keins	33.7
keins	22.4
vorhanden	36.5
vorhanden	41.6
keins	44.2
vorhanden	50.8
vorhanden	38.0
keins	29.8
keins	38.0
vorhanden	31.4
keins	21.4

Leider kennt sich Paula mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie *keinen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann der Effekt? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Paula über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des Welch t-Test** Der t-Test. Mark erschaudert. Wenn die Unsicherheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Mark! Aber so.. Ein mächtiges Werkzeug ist der t-Test in den Händen desjenigen, der ein normalverteiltes Outcome (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Mark überhaupt aus? 'Hm...', Marzipankugeln und Andrea Berg. Das ist und bleibt die beste Kombination zum Nachdenken für Mark. Mark hat ein Feldexperiment mit Spargel durchgeführt. Dabei wurde die Behandlung Bewässerungstypen (*low* und *high*) an den Spargel getestet. Gemessen hat Mark dann als Messwert Proteingehalt [g/kg]. Warum der Versuch im Emsland für seiner Hausarbeit stattfinden musste, ist ihm bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Proteingehalt [g/kg]?

Bewässerungstypen	Proteingehalt
high	48.8
low	31.2
low	22.4
low	17.7
low	26.1
low	21.8
high	56.1
low	20.3
low	15.1
high	46.4
low	36.7
high	36.5
low	27.6
low	26.6
low	22.1
high	38.7
high	44.9
high	45.7
high	51.0

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 90% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Mark über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des gepaarten t-Test** Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einer Abschlussarbeit. Deshalb arbeiten Jonas und Alex gemeinsam an einer Abschlussarbeit. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Jonas und Alex haben sich Hühnern angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Bestandsdichte (*hoch* und *niedrig*) und Gewichtszuwachs in der 1LW. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Es würde auch besser funktionieren, wenn Jonas nicht die Erschöpfung im Weg stehen würde und Alex nicht das Problem hätte die Gefälligkeit zu händeln. Gott sei Dank haben beide genug Snickers und Gummibärchen auf dem Tisch aufgetürmt.

ID	treatment	freshmatter
4	niedrig	42.3
2	hoch	34.0
4	hoch	30.0
7	niedrig	32.1
6	hoch	38.6
5	niedrig	41.2
3	niedrig	39.0
7	hoch	36.0
5	hoch	39.2
3	hoch	28.7
6	niedrig	53.6
1	hoch	32.0
1	niedrig	42.7
2	niedrig	49.1

Leider kennen sich Jonas und Alex mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- Schätzen Sie den p-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 Punkte)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Jonas über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **R** - die Teststatistik und der p-Wert 'Wir sind uns relativ sicher, dass unser Messwert Proteingehalt [g/kg] ist!', ruft Yuki wild gestikulierend. Yuki wäre mehr präsent, wenn es die Faulheit nicht gäbe. Als würde sowas die Ausgabe von **R** interessieren. Yuki und Steffen sind in einem Cafè mit Paula um sich Hilfe von ihr in **R** zu holen. Während Paula Kirschstreuselkuchen und Smarties mampft, versuchen die Yuki und Steffen ihren Versuch in der Uckermark mit Spargel in einem Feldexperiment zu erklären. Paula hofft insgeheim, dass die **R** Ausgabe des t-Tests ihr mehr Informationen liefert. Eigentlich würde sie dann doch lieber raus um zu Fechten vielleicht mit Steffen?

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Proteingehalt by Substrattypen
## t = -0.81764, df = 18, p-value = 0.4243
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -14.562877 6.403281
## sample estimates:
## mean in group torf mean in group 70p30n
## 21.61111 25.69091
```

Helfen Sie Paula bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Yuki und Steffen nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ , A=0.95, sowie  $T_{\alpha=5\%}=|2.1|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **R** - das 95% Konifidenzintervall 'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Paula sichtlich stolz. Ein paar Mal hat sie schon der Perfektionismus gehindert weiterzumachen. 'Nach Meinung des Betreuers soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Jessica und Nilufar sind bei Paula um sich in **R** helfen zu lassen. Im Hintergrund wummert White Lies. Nilufar streichelt zur Beruhigung die Ratte von Paula. Die beiden waren 1 Monate im Teuteburgerwald um einen Versuch mit Milchvieh in einem Stallexperiment durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Protein/Fettrate [%/kg] zu bestimmen. Paula überlegt, ob sie die beiden nicht noch auf den Film *Jagd auf roter Oktober* einlädt oder dann doch lieber raus geht um zu Fechten? Vielleicht will ja Nilufar mit. Besser als der Film.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Lüftungssystem
## t = 0.4485, df = 15, p-value = 0.6602
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -5.852744 8.972189
## sample estimates:
## mean in group keins mean in group vorhanden
## 46.1222 44.56250
```

Helfen Sie Paula bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jessica und Nilufar nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie den Effekt des 95% Konifidenzintervalls! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des t-Tests in **R** - die Visualisierung 'Wir waren im Oldenburger Land um Brokkoli in einem Versuch in einer Klimakammer zu messen.', Steffen legt das Dokument auf den Tisch und schaut Jonas und Nilufar fragend an. Beide schauen fragend zurück. Gäbe es die Erwartung nicht, dann wäre es für Nilufar irgendwie einfacher hier zu helfen. Echt unangenehm. Die beiden sind zu Steffen gekommen, da sie sich nicht mit **R** auskennen und daher Hilfe bei der Interpretation des t-Tests brauchen. Im Hintergrund wummert Taylor Swift und leere Oreos Packungen stappeln sich auf dem Boden. 'Kein Problem', sagt Steffen und streichelt langsam die Schlange. 'Aber worum es in dem Versuch geht, lässt sich nur aus dem Text in seiner Hand erahnen.' merkt er an. Vielleicht hilft da ja die Ausgabe des t-Tests in R weiter. Draußen geht blutrot die Sonne unter.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Proteingehalt by Düngestufen
## t = -2.0443, df = 16, p-value = 0.05774
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -15.2666936  0.2770833
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 23.99091  31.48571
```

Helfen Sie Steffen bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Nilufar nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation des gepaarten t-Tests in R Yuki und Jonas haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. Wenn die Faulheit nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Yuki! Aber so.. In einer Hausarbeit sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Düngung (vorher und nachher) und Frischegewicht [kg/ha] gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Brokkoli. Hier muss dann wohl auf ein normalverteiltes Outcome (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in R aus. Aber wenigtens haben beide eine Menge an Reese's Peanut Butter Cups.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Frischegewicht by Düngung
## t = -2.1329, df = 8, p-value = 0.0655
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -13.7356867  0.5356867
## sample estimates:
## mean difference
## -6.6
```

Jetzt brauchen Yuki und Jonas Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in **Q** um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie den Effekt des gepaarten t-Tests! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

#### Teil IV.

### Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

75. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung der einfaktoriellen ANOVA** 'Als erstes visualiseren wir unsere Daten und dann können wir schon abschätzen, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant werden würde?', Nilufar schaut Alex fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Die beiden hatten sich auf einem Konzert von Abba kennengelernt. Alex tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Wendland um ein Stallexperiment mit Zandern durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (*keins*, *storm* und *thunder*) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gibt. Später wird noch Alien geguckt. Alex befürwortet das!

Lüftungssystem	Protein/Fettrate
thunder	45
keins	46
storm	30
thunder	45
keins	44
thunder	45
keins	47
thunder	45
storm	28
storm	29
thunder	46
thunder	45
storm	31
keins	44
thunder	45
keins	46
storm	30
storm	30

Leider kennen sich Nilufar und Alex mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus.

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
  - Globale Mittelwert:  $\beta_0$  (1 Punkt)
  - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$  (1 Punkt)
  - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$  und  $\beta_{2.5}$  (1 Punkt)
  - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Ergebnistabelle der einfaktoriellen ANOVA** 'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Yuki schaut Steffen fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Da hilft die Schlange von Steffen auch nur bedingt. Steffen tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Wendland um ein Stallexperiment mit Lamas durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Elterlinie (*ctrl*, *Standard*, *Yray* und *Xray*) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gibt. Nachher wollen sich beide noch mit dem Hobby Klemmbausteine von Steffen beschäftigen. Kennt Yuki noch nicht, klingt aber interessant.

Leider kennen sich Yuki und Steffen mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe, die Schlange reicht als Hilfe nicht aus!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Elterlinie	3	3725.31			
error	19				
Total	22	4343.83			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%}=3.13$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Die einfaktoriellen ANOVA und der Student t-Test** 'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Mark schaut Nilufar fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Nilufar schmeißt sich noch ein paar Takis Blue Heat in den Rachen. Beide tuen sich sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Beide waren im Wendland um ein Stallexperiment mit Milchvieh durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (*keins, storm, tornado* und *thunder*) und dem Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW gibt. Später wollen die beiden dann noch raus um zu Kicken.

Leider kennen sich Mark und Nilufar mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lüftungssystem	3	4056.69			
Error	25	802.34			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%}=2.99$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%}=2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Lüftungssystem	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
keins	9	1.22	5.24
storm	5	34.60	9.56
tornado	8	12.38	4.78
thunder	7	3.43	3.10

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Die einfaktorielle ANOVA in**  Mark schaut entnervt auf und klappt den Laptop zu. Mark dreht Andrea Berg auf, so dass sich die Nachbarn beschweren werden. Nun möchte sein Betreuer seinem Projektbericht erstmal eine ANOVA sehen und *dann* die Ergebnisse präsentiert bekommen bevor es überhaupt mit der Abschlussarbeit weitergeht. Dabei war er extra im Wendland um einen Leistungssteigerungsversuch mit Puten durchzuführen. Und dort was es wirklich nicht schön geschweige denn spannend wie bei seinen Kommilitonen, die in Almería waren. Hätte er es vorher gewusst, dann hätte er die Abschlussarbeit bei wem anders geschrieben. Aber gut, jetzt als die ANOVA in .

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Ergebnistabelle der zweifaktoriellen ANOVA** Mark steht im Wendland. Und das ist noch langweiliger als es sich anhört. Wäre es nur so spannend wie bei seinen Kommilitonen, die in Almería waren. Ödnis wohin man nur blickt. Oder eben Lamas. Der Hamster duchbohrt ihn mit leeren Blick. 'Woher zum Teufel!', entfährt es ihm. Aber da ist es schon weg. Ja, darum geht es in seiner Hausarbeit. Und wäre das nicht noch alles genug, ist sein Experiment auch noch als ein Kreuzungsexperiment komplex geraten. Es wurde der Messwert Protein/Fettrate [%/kg] mit dem Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) sowie der Behandlung Elterlinie (ctrl, und Xray) untersucht. 'Hmpf', denkt Mark und ruft 'Und jetzt!?' in die Leere. Und eigentlich wollte Mark doch noch seinem Hobby nachgehen! Am Ende dann doch besser Geocaching. Wunderbar. Eine echte Ablenkung für Mark.

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Genotypen	3	145.37			
Elterlinie	1	4.42			
Genotypen:Elterlinie	3	160.95			
Error	18	171.38			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$\emph{F}_{lpha=5\%}$
Genotypen	4.26
Elterlinie	3.40
Genotypen:Elterlinie	5.23

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Genotypen: Elterlinie aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Die zweifaktorielle ANOVA in** Es ist schon kurz nach fünf und Jessica wird langsam nervös. Jessica wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen. Stattdessen versucht ihr Betreuer die Ausgabe der zweifaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Jessica hatte im Wendland einen Leistungssteigerungsversuch mit Hühnern durchgeführt. Es gab dabei zwei Behandlungen. Einmal Elterlinie (*ctrl*, *Standard*, *Yray* und *Xray*) sowie als zweite Behandlung Lüftungssystem (*keins* und *thunder*). Gemessen wurde der Messwert (*Y*) Fettgehalt [%/kg]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Eigentlich wollte Jessica nachher noch zum Sport. Um Rad zu fahren geht Jessica dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

Leider kennt sich Jessica mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (5 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test** Nilufar schaut konzentriert auf die Formeln der ANOVA und des t-Tests. In ihrem Experiment wurde als Messwert Frischegewicht [kg/ha] bestimmt. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer die Erwartung gewesen. Ein leidiges Lied. Dann wäre es nicht noch komplizierter. In einen Versuch in einer Klimakammer wurden Erbsen mit der Behandlung Substrattypen (torf, 40p60n, 30p20n und 70p30n) sowie der Behandlung Bewässerungstypen (ctrl, und high) untersucht. Beide Verfahren müssen etwas miteinander zu tun haben und ihr Betreuer möchte das jetzt auch noch verstehen. Im Hintergrund läuft leise Star Trek auf ihrem Second Screen. Immerhin hat sie die beiden Formeln vorliegen.

#### **Gegebene Formeln**

$$F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_D = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

Leider kennen sich Nilufar mit dem Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem t-Test nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Welche statistische Maßzahl testet der t-Test, welche die ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen der  $F_D$  Statistik und  $T_D$  Statistik! (2 Punkte)
- 3. Visualisieren Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang von MStreatment und MSerror! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die erstellte 2x2 Tafel mit signifikant und nicht signifikant! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Nennen Sie das numerische Minimum der F-Statistik F<sub>D</sub>! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn die F-Statistik  $F_D$  minimal ist, welche Aussage erhalten Sie über die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Interaktion in der zweifaktoriellen ANOVA** Es ist schon kurz nach fünf und Jessica wird langsam nervös. Jessica wollte heute Abend noch ihre E-Sport Qualifikation schauen und dann zum Sport. Stattdessen versucht ihr Betreuer die Ausgabe der zweifaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Es liegt anscheinend eine signifikante Interaktion vor? Jessica hatte im Wendland ein Freilandversuch mit Brokkoli durchgeführt. Es gab dabei zwei Behandlungen. Einmal Lichtstufen (none, 200lm, 400lm und 600lm) sowie als zweite Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl, und tornado). Gemessen wurde der Messwert (Y) Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein! Eigentlich wollte Jessica nachher noch zum Sport. Einfach mal raus um Rad zu fahren. Ohne Ziel und Uhr. Das ist was für Jessica.

Leider kennen sich Jessica und ihr Betreuer mit der zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Geschweige denn mit der Interpretation einer Interaktion. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe, sonst wird es heute Abend mit seinem Hobby Warhammer nichts mehr!

- 1. Visualisieren Sie folgende mögliche Interaktionen zwischen den Behandlungen! Beschriften Sie die Abbildung! (4 Punkte)
  - a) Keine Interaktion liegt vor.
  - b) Eine schwache Interaktion liegt vor.
  - c) Eine starke Interaktion liegt vor.
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den verschiedenen Interaktionen! (2 Punkte)
- 3. Welche statistische Maßzahl betrachten Sie für die Bewertung der Interaktion? (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die notwendigen Funktionen in R für eine Post-hoc Analyse! (2 Punkte)
- 5. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen? Berücksichtigen Sie auch die Funktion emmeans ()! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zusammenhang zwischen der ANOVA und dem Post-hoc-Test** In ein Gewächshausexperiment wurden die Daten D von Kartoffeln mit der Behandlung Lichtstufen (none, 200lm, 400lm und 600lm) untersucht. Es wurde als Messwert Proteingehalt [g/kg] bestimmt. Jetzt starrt Steffen mit auf die Rausgabe einer einfaktoriellen ANOVA. Anscheinend gibt es ein Problem mit der Annahme der Normalverteilung und der Varianzhomogenität der ANOVA in den Daten. 'Wir haben jetzt bei der ANOVA einen p-Wert mit 0.052 raus sowie eine F-Statistik  $F_D$  mit 1.51 berechnet. Nach den Boxplots müsste sich eigentlich ein Unterschied zwischen none und 200lm ergeben. Der Unterschied ist in {emmeans} auch signifikant mit einem p-Wert von 0.049. Wie kann das sein?', meint Steffen ungläubig. Leider starrt seine Betreuerin in der gleichen Art Steffen zurück an. Steffen hat schon genug Probleme. Wenn die Romantik nicht wäre, dann wäre es einfacher. Das wird ein langer Nachmmittag, denkt er sich und kreuselt seinen Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihm überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um der Projektbericht. Steffen hätte doch nichts mit Kartoffeln machen sollen. Kartoffeln – was soll das auch bedeutendes sein? Hoffentlich kommt er noch zum Konzert von Taylor Swift. Nervös krault er die Schlange.

#### Gegebene Formeln

$$MS_{treatment} = \frac{SS_{treatment}}{df_{treatment}}$$
  $MS_{error} = \frac{SS_{error}}{df_{error}}$   $F_D = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$ 

Leider kennen sich Steffen und seine Betreuerin mit der Interpretation einer ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe und die Zeit wird knapp.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Was bedeutet eine signifkante ANOVA für die beobachteten Daten D? (1 Punkt)
- 4. Visualisieren Sie den Unterschied zwischen Varianzhomogenität und Varianzheterogenität anhand der Daten D! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie für die Daten *D* die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität der ANOVA unter zu Hilfenahme von Boxplots! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
- 6. Welche Auswirkung hat die Verletzung der Annahme der Varianzhomogenität für die Teststatistik  $F_D$  der ANOVA? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Erklären Sie abschließend die Diskrepanz zwischen den Ergebnis der ANOVA und dem paarweisen Gruppenvergleich in {emmeans}! (2 Punkte)

#### Teil V.

## **Multiple Gruppenvergleiche**

84. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Adjustierung multipler Vergleiche** Steffen und Jessica untersuchen gemeinsam in ihrer Abschlussarbeit den Messwert Frischegewicht [kg/ha] in Erbsen. Es ist einiges schiefgelaufen, wie es immer so passiert. Hauptsächlich waren es Hunde, auch wenn man erstmal bei dem Messwert nicht unbedingt an Hunde denken würde. Aber das ist eine andere Geschichte. Jetzt wollen Steffen und Jessica ihre Ergebnisse nochmal mit einer Studie von Almar et al. (2012) vergleichen und schauen, ob was ähnliches rauskommt. Angeschaut wurde sich als Behandlung Bewässerungstypen (none, ctrl, low, mid und high). Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Almar et al. (2012).

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.0012		
0.3400		
0.0300		
0.7600		
0.0800		

Leider kennen sich Steffen und Jessica mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau  $\alpha$  adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus  $\alpha$  vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Compact Letter Displays (CLD)** Steffen betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von seiner Betreuerin. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihm etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte er dann schon nachbauen. Das macht ihn dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Steffen betrachtet ein Poster das sich mit Brokkoli beschäftigt. Substrattypen (*kompost*, *torf*, 40*p*60*n*, 30*p*20*n* und 70*p*30*n*) und Proteingehalt [g/kg] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird er daraus nicht.

Behandlung	Compact letter display
kompost	а
torf	a
40p60n	a
30p20n	b
70p30n	b

Leider kennen sich Steffen mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand von t-Tests** Jonas betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von sein Betreuer. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihm etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte er dann schon nachbauen. Das macht ihn dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Jonas betrachtet ein Poster das sich mit Kartoffeln beschäftigt. Lüftungssysteme (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*) und Frischegewicht [kg/ha] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird er daraus nicht. Als erstes müsse müsse man die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren, liest Jonas im Methodenteil und ist dann noch verwirrter als vorher schon.

Lüftungssysteme	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	7	15.86	2.89
storm	9	5.04	2.62
thunder	9	13.97	2.76
tornado	7	9.94	1.49

Leider kennen sich Jonas mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Jonas und Jessica! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Berechnung des Compact Letter Displays (CLD) anhand der Matrix der p-Werte 'Okay, dann nochmal für mich. Ich habe jetzt alles in DataTab gemacht, aber das Wichtigste, was gemacht werden soll, nämlich das CLD, das kann ich nicht in DataTab machen?', Jonas muss sich echt beherrschen. Immerhin betreut seine Betreuerin ja erst nicht seit gestern Abschlussarbeiten und wusste ja was gemacht werden soll! Jonas hatte sich zwei Variablen mit Genotypen (00, AA, AB und BB) und Proteingehalt [g/kg] in einen Versuch in einer Klimakammer mit Erdbeeren angeschaut. Jetzt möchte er eigentlich fertig werden und nicht nochmal alles neu in rud {emmeans} machen. Deshalb soll jetzt das CLD per Hand aus der Matrix der p-Wert abgeleitet werden. 'Ich glaube ich wechsel nochmal das Thema...', denkt Jonas, verwirft dann aber den Gedanken.

	00	AA	AB	ВВ
00	1.0000000	0.8792513	0.3743625	0.8507874
AA	0.8792513	1.0000000	0.4579362	0.9776333
AB	0.3743625	0.4579362	1.0000000	0.4506122
BB	0.8507874	0.9776333	0.4506122	1.0000000

Leider kennen sich Jonas mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Jonas und Jessica! (2 Punkte)

#### Teil VI.

## Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

88. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Den Chi-Quadrat-Test berechnen** 'Der  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet.', liest Jessica in ihrer Mitschrift. So richtig helfen tut ihr das jetzt eherlichweise dann doch nicht. Dann noch schnell David Bowie auf das Ohr und los gehts. Jessica hatte sich in ein Gewächshausexperiment n=140 Beobachtungen von Erbsen angeschaut. Dabei hat er als Behandlung *Herbizideinsatz* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Frischegewicht über Zielwert* [ja/nein] ermittelt. Am Ende möchte dann ihre Betreuerin gerne einen  $\chi^2$ -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Eigentlich wollte Jessica nachher noch zum Sport. Um Rad zu fahren geht Jessica dann später nochmal raus. Echte Entspannung.

 56	19	
13	52	

Leider kennt sich Jessica mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\mathcal{X}_{\alpha=5\%}^2=3.841!$  Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die  $\mathcal{X}^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$  und  $\mathcal{X}^2_D$  in der Abbildung! **(2 Punkte)**
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Der Chi-Quadrat-Test konzeptionell verstehen** Am Ende hätte Paula dann doch einen normalverteilten Endpunkt in ihrer Hausarbeit nehmen sollen. Dann noch schnell Smarties zur Stärkung und los gehts. Vor ihr liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in  $\P$  so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft sie das was bei den Daten rausgekommen ist. Gezählt hat Paula einiges mit n=150 Beobachtungen von Erdbeeren. Zum einen hat sie als Behandlung Pestizideinsatz [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Trockengewicht "uber Zielwert "u

		71
		79
91	59	150

Leider kennt sich Paula mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Der Chi-Quadrat-Test in**  $\P$  Am Ende war es für Yuki in ihrer Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doof, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Dann noch schnell Matrix starten und los gehts mit der Kraft von Reese's Peanut Butter Cups. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihr Betreuer gerne einen  $\mathcal{X}^2$ -Test auf einer  $2x^2$ -Kreuztabelle berechnet bekommen. Yuki hatte sich in ein Gewächshausexperiment n=150 Beobachtungen von Erbsen angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung Pestizideinsatz [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Chlorophyllgehalt Chlorophyllgeh

Dann rechnete Yuki den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in  $\mathbb{R}$  und erhielt folgende  $\mathbb{R}$  Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: Chlorophyllgehalt unter Zielwert
## p-value = 0.005898
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 1.462677 32.500828
## sample estimates:
## odds ratio
## 6.352594
```

Leider kennt sich Yuki mit der Berechnung eines  $\mathcal{X}^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

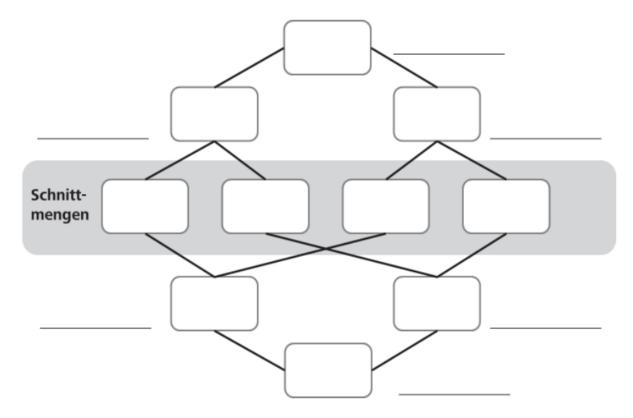
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das Odds ratio im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Den diagnostische Test am Doppelbaum berechnen** Alex liest laut vor. 'Die Prävalenz von Klauenseuche bei Maiss wird mit 2% angenommen. In 75% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Pflanze erkrankt ist. In 7.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Pflanze <u>nicht</u> erkrankt ist und somit gesund ist. Wir führen einen Test auf Kräuselkrankheit an 1000 Maiss mit einem diagnostischen Test durch.' Tina klappt die Kinnlade runter. In der Stille duddelt Abba. Alex schaut kompetent und schmeißt sich mit offenen Mund Katjes an den Kopf vorbei.



Leider kennen sich Alex und Tina mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

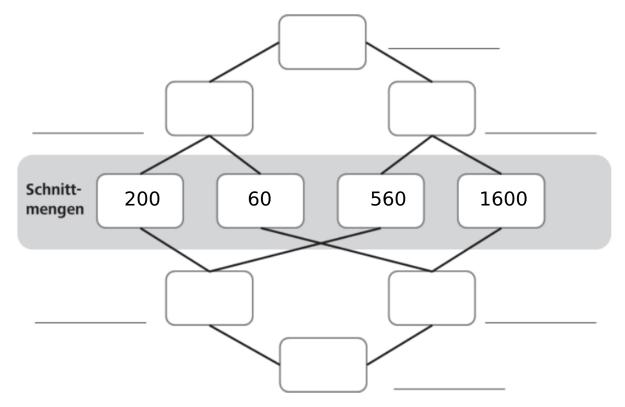
- 1. Beschriften Sie die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (2 Punkte)
- 2. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 3. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 5. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Der diagnostische Test und statistische Maßzahlen** 'Was ist denn das?', entfährt es Nilufar. 'Hm... ich glaube es handelt sich um einen Doppelbaum, den wir beim diagnostischen Testen brauchen.', meint Steffen und dreht Star Trek auf dem Second Screen etwas leiser. Was jetzt beide von einem diagnostischen Test haben, ist ihnen auch nicht klar. Es ist ja schon alles komplex genug und die Erwartung von Nilufar macht es heute auch nicht mehr einfacher. 'Es geht um Mehltau an Spargel.', stellt Steffen fest. Eigentlich wollte Steffen eher los um zu Ringen. Das wird aber wohl nichts mehr.



Leider kennen sich Nilufar und Steffen mit dem diagnostischen Testen überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Beschriften Sie den Doppelbaum! (2 Punkte)
- 2. Füllen Sie freien Felder des Doppelbaums aus! (4 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)

#### Teil VII.

## **Lineare Regression & Korrelation**

93. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung der linearen Regression** 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Jessica. 'Ich sehe nur eine Zahlen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Tina. Jessica atmet schwer ein. Die beiden hatten ein Freilandversuch in der Uckermark mit Brokkoli durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche UV Einstrahlung [UV/d] und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen.

Durchschnittliche UV Einstrahlung [UV/d]	Frischegewicht [kg/ha]
15.0	28.1
12.2	24.2
11.6	23.4
11.8	27.5
16.2	32.7
15.7	31.2
13.1	19.6
14.2	26.0
16.4	31.1

Leider kennen sich Jessica und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression 'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Nilufar. 'Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Paula. Nilufar atmet schwer ein und starrt auf die Rausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten ein Kreuzungsexperiment im Teuteburgerwald mit Fleischrindern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Tagestemperatur [C/d] und Schlachtgewicht [kg]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in Regmacht, aber wie soll das jetzt gehen?

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	-0.40	3.04		
Durchschnittliche Tagestemperatur	0.76	0.30		

Leider kennen sich Nilufar und Paula mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in 😱 überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung der lm()-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (1 Punkt)
- 5. Ergänzen Sie die t Statistik in der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 6. Ergänzen Sie den p-Wert in der lm()-Ausgabe mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96!$  (2 Punkte)
- 7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (1 Punkt)
- 8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer linearen Regression in R 'Hä? Was ist denn das? Das wird ja immer wilder! Hatten wir das als Aufgabe eine lineare Regression zu rechnen? Wir bauen aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung und interpretieren diese dann?', fragt Yuki. Tina schaut fragend zurück. 'Keine Ahnung... das ist jetzt jedenfalls keine Abbildung von irgendwas sondern eine Rausgabe mit ganz wilden Bezeichnungen...', antwortet Tina leicht angespannt. Die beiden hatten ein Stallexperiment im Wendland mit Zandern durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Bewegungsscore [Movement/h] und Schlachtgewicht [kg]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. Eigentlich..., denn mit der Rausgabe haben beide jetzt ein Problem.

```
## Call:
## Schlachtgewicht ~ Durchschnittlicher_Bewegungsscore
##
## Residuals:
                10 Median
                                30
##
       Min
                                       Max
## -2.9162 -1.0436 -0.2169 0.6903 5.0458
##
## Coefficients:
##
                                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                                                  1.6800
                                                          1.279
                                                                     0.208
## Durchschnittlicher_Bewegungsscore
                                       0.1095
                                                  0.1637
                                                           0.669
                                                                     0.507
## Residual standard error: 1.633 on 42 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.01054, Adjusted R-squared: -0.01302
## F-statistic: 0.4473 on 1 and 42 DF, p-value: 0.5073
```

Leider kennen sich Yuki und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die p-Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! (2 Punkte)
- 5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Interpretation der Ergebnisse einer Korrelationsanalyse in Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen...', denkt Paula. 'Ich sehe nur Kauderwelsch und keine Punkte. Ich glaube das war jetzt doch eine Korrelation, die ich rechnen sollte. Und warum überhaupt? War das unsere Fragestellung?', denkt sich Paula. Paula atmet schwer ein und starrt auf die Ausgabe der Funktion cor.test(). Das hilft alles nur begrenzt. Wenn Jagd auf roter Oktober läuft, dann ist die Ratte nicht mehr da. Aber jetzt braucht sie mal Entspannung! Paula hatte ein Kreuzungsexperiment in der Uckermark mit Puten durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Tagestemperatur [C/d] und Fettgehalt [%/kg]. Jetzt will die Betreuung von ihr die Interpretierung der Daten in Form einer Korrelation berechnet bekommen. Das hat Paula in emench, aber wie soll das jetzt gehen? Das mit der Interpretation? Wenn der Perfektionismus nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Paula! Aber so..

```
##
## Pearson's correlation
##
## data: Durchschnittliche Tagestemperatur and Fettgehalt
## t = -2.3675, df = 8, p-value = 0.04543
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.90552930 -0.02051628
## sample estimates:
## cor
## -0.6418514
```

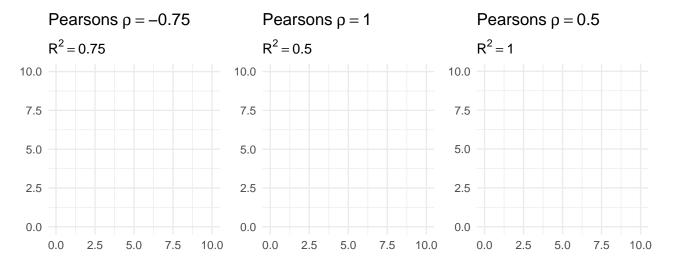
Leider kennt sich Paula mit der Korrelationsanalyse in 😱 überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

You Tube

'Hm..., drei leere Abbildungen. Was soll ich da hetzt machen?', fragt sich Mark. Mark kennt sich nur begrenzt bis gar nicht mit der linearen Regresion und Korrelation aus. Dafür mit etwas anderem. Geocaching. Ein wunderbares Hobby um sich drin zu verlieren und Abstand zu bekommen. Mark denkt gerne über Geocaching nach. Aber das hilft hier auch nur so halb, die Aufgabe zu lösen und mehr über den Korrelationskoeffizienten zu erfahren.



**Visualisierung der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Leider kennt sich Mark mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

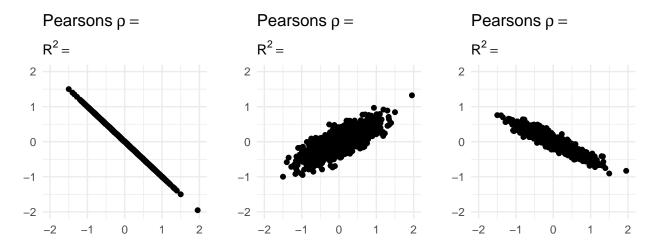
- 1. Zeichnen Sie für die ρ-Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade! (3 Punkte)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie die  $R^2$ -Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 5. Warum müssen Sie ein  $R^2$ -Wert berechnen, wenn Sie die einfachere Möglichkeit der visuellen Überprüfung haben? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Schätzen der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes** Der Bildschirm strahlt blau in das Gesicht von Paula. Es ist schon spät. Und das hat einen Grund. Hm, lecker Smarties und dazu dann im Hintergrund Jagd auf roter Oktober laufen lassen. . Paula überlegt, aber ihre Gedaken sind etwas zäh. 'Was soll das hier alles bedeuten?', fragt sich Paula. Irgendwie ist ihr nicht klar wie sie  $\rho$ -Werte oder  $R^2$ -Werte abschätzen soll. Alles nicht so einfach. Eine echte Herausforderung für sie war schon immer der Perfektionismus gewesen. Ein leidiges Lied.



Leider kennt sich Paula mit der Korrelationsanalyse und der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Schätzen Sie die ρ-Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in den Abbildungen! (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die  $R^2$ -Werte für die jeweilige Gerade! (2 Punkte)
- 4. Was ist der optimale  $R^2$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Was ist der optimale  $\rho$ -Wert im Kontext einer wissenschaftlichen Fragestellung? Begründen Sie Ihre Antwort an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Aussage "Correlation does not imply causation!" an einem Beispiel! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Modellgüte der linearen Regression 'Oh! Residuen. Die waren wichtig um zu wissen, ob eine Modellierung funktioniert hat! Da schauen wir uns dann mit der Funktion augment() die Werte der einzelnen Residuen an. Oder gleich den Residuenplot...da sehen wir dann... ja was eigentlich?', verkündet Jonas stolz. Leider hat Jonas vergessen wie der R Code für den Residuenplot geht. Jonas hatte anderes im Kopf. Hm, lecker Snickers und dazu dann im Hintergrund Mission Impossible laufen lassen. Aber sowas hilft ihm natürlich hier nicht. Da schmeißt sich Jonas noch ein paar Snickers in den Mund und kaut los.

Chlorophyllgehalt	Durchschnittlicher Niederschlag	ŷ	$\epsilon$
34.9	18.2	35.9	
26.4	9.2	23.8	
23.2	9.4	24.2	
27.7	11.1	26.4	
24.0	8.3	22.6	
10.8	3.1	15.7	
20.0	5.3	18.7	
30.8	14.6	31.1	
20.4	5.7	19.2	
23.8	9.8	24.7	
25.2	8.8	23.2	
27.9	13.6	29.7	

Leider kennt sich Jonas mit der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Werte der Residuen  $\epsilon$  in der obigen Tabelle! (2 Punkte)
- 3. Zeichnen Sie den Boxplot der Residuen  $\epsilon$ . Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie den Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie die Eigenschaft eines statistischen Modells, welche mit dem Residualplot überprüft wird! Begründen Sie Ihre Antwort anhand einer Visualisierung! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Visualisierung des Regressionskreuzes** Jonas hat ein Gewächshausexperiment mit Maiss duchgeführt. Soweit so gut. Dann war er bei seiner Betreuerin. Leider war der Schritt nicht so hilfreich. Wenn die Erschöpfung nicht wäre, ja dann wäre wohl vieles möglich für Jonas! Aber so.. Aber es muss ja weitergehen. Jonas hatte dann in seiner Abschlusarbeit einfach zu viele Endpunkte gemessen und ist jetzt vollkommen durcheinander, welche Analyse er nun wie rechnen soll. Naja, dann heißt es jetzt eben Iron Maiden aufdrehen und darüber nachdenken, was hier eigentlich gemacht wurde. Jonas fängt einfach an und nimmt den ersten Endpunkt Frischegewicht [kg/ha]. Dann kann er sich voran arbeiten. Später dann noch raus um zu Schwimmen um mal zu entspannen und vielleicht ist Yuki auch da. Wäre toll.

Leider kennt sich Jonas mit dem Kontext der linearen Regression überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Auswertung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichen Sie die Zeile des Regressionskreuzes für den Endpunkt mit <u>drei</u> Feldern! Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Ergänzen Sie die entsprechenden statistische Methoden zur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Nullhypothese für die statistische Methode in jedem Feld! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie die entsprechenden Funktionen in Rzur Analyse in jedem Feld! (2 Punkte)
- 6. Welchen Effekt erhalten Sie in jedem Feld? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)

#### Teil VIII.

## **Experimentelles Design**

101. Aufgabe (16 Punkte)





**Einfache experimentelle Designs** Neuer Versuch neues Glück! Yuki und Jessica sind bei Mark um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  $\ \mathbf{R}$  zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Columbo. Daher hat der Hamster schon lange reißaus genommen. In dem neuen Versuch geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (*keins, storm, tornado* und *thunder*) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] in Fleischrindern. Der Versuch soll in einem Kreuzungsexperiment im Wendland durchgeführt werden. Immerhin ist der Messswert normalverteilt, was einges einfacher macht. Was es nicht so einfacher macht ist, dass Yuki noch als zusätzliche Herausforderung etwas anderes umtreibt: die Faulheit. Im ersten Schritt überlegt Mark ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Complete randomized design (CRD)*. Ob es das jetzt einfacher macht?

Leider kennen sich Mark, Yuki und Jessica mit dem *Complete randomized design (CRD)* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in R! (3 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Fortgeschrittene experimentelle Designs Alex und Jonas sind bei Mark um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  $\mathbb{R}$  zu holen. Im Hintergrund läuft viel zu laut Andrea Berg. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) sowie Elterlinie (ctrl, und Xray) sowie vier Blöcken und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] in Schweinen. Der Versuch soll in einem Leistungssteigerungsversuch in der Uckermark durchgeführt werden. Nach der Dozentin ist der Messwert Protein/Fettrate [%/kg] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Mark ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein Split plot design oder auch Spaltanlage mit Berücksichtigung einer Interaktion. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Jonas schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter. Alle mampfen Marzipankugeln.

Leider kennen sich Mark, Alex und Jonas mit dem *Split plot design oder auch Spaltanlage* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! (2 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in 😱! (2 Punkte)
- 5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in 😱 ! (4 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! (2 Punkte)
- 7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! (3 Punkte)
- 8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

#### Teil IX.

# Programmieren in R

103. Aufgabe (9 Punkte)





**Grundlegende Kenntnisse der Programierung in** Steffen muss seinem Projektbericht mit arbeiten. Deshalb sitzt er jetzt mit Ihnen zusammen und hat einige Fragen zu den Grundlagen in an Sie! Na dann wollen Sie mal helfen. Immerhin will sein Betreuer, dass genutzt wird.

Steffen: Ich verstehe den Zuweisungs-Operator nicht. Wie sieht der aus und was macht der? Gebe mal ein Beispiel! (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Was ist der Unterschied zwischen dem RStudio und R? (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Was ist der Unterschied zwischen library() und Packages und warum brauche ich sowas in  $\mathbb{R}$ ? (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Hä? Warum ändert sich nichts an meinen Daten? In R sehe ich doch die Änderungen aber irgendwie speicher R meine Änderungen meines Datensatzes ab. Was ist da los? (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Ich verstehe den Pipe-Operator nicht. Wie sieht der aus und was macht der? Gebe mal ein Beispiel! (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Wir brauchen recht häufig die Tilde (~) in R. Wo wird die nochmal angewandt und genutzt? (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Ich habe die Namen der beiden Rakete vergessen, die wir eigentlich immer laden. Wie heißen die noch gleich? (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Was war eigentlich nochmal ein Vorteil von der Nutzng von 😱? (1 Punkt)

Sie antworten:

Steffen: Teilweise brauche ich das Konzept des Faktors in 😱. Was ist ein Faktor? (1 Punkt)

Sie antworten:





Fortgeschrittene Kenntnisse der Programierung in R 'Hm...am Ende ist dann Reigentlich gar nicht so schwer, wenn ich Hilfe habe.', meint Nilufar stolz und lacht Sie an. Nur leider kennt sie sich überhaupt nicht mit Raus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen. Sonst wird es für Nilufar dann in ihrer Hausarbeit nichts mit der Auswertung und Abgabe. Das kann auch keine Lösung für Nilufar und Sie sein. Immerhin haben Sie schon so viel gelernt.

Nilufar fragt: Warum wurde jetzt nach dem Laden der Daten die Funktion mutate() genutzt? (1 Punkt) Sie antworten:

Nilufar fragt: Es gibt ja nur ein richtiges Format für die Eingabe eines Datums. Wie lautet das Format? (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar fragt: Nach der EDA zu urteilen, habe ich Varianzheterogenität zwischen den Gruppen vorliegen. Wie kann ich da die Funktion emmeans () umstellen. (1 Punkt)

Sie antworten:

Nilufar fragt: Ich möchte ein CLD erstellen. Welche Funktionen muss ich in welcher Reihenfolge nutzen? (2 Punkte)

Sie antworten:

Nilufar fragt: Welche Funktionen brauche ich in welcher Reihenfolge um eine ANOVA zu rechnen? (1 Punkt) Sie antworten:

Nilufar fragt: Okay, und für was brauche ich nochmal die R Pakete  $\{emmeans\}$ ,  $\{ggplot\}$  und  $\{readxl\}$ ? (2 **Punkte**)

Sie antworten:

Nilufar fragt: Was muss ich bei der Benennung von Spalten in Excel beachten? (1 Punkt) Sie antworten:

## Teil X.

## **Forschendes Lernen**

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

In der Prüfung erhalten Sie einen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung. Für die Einarbeitung in die Veröffentlichung ist in der Prüfung ausdrücklich keine Zeit vorgesehen.

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. Scientia Horticulturae, 304, 111320. [Link]
- Petersen, F., Demann, J., Restemeyer, D., Olfs, H. W., Westendarp, H., Appenroth, K. J., & Ulbrich, A. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. Plants, 11(8), 1010. [Link]
- Selle, P. H., Cadogan, D. J., Li, X., & Bryden, W. L. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. Animal Feed Science and Technology, 156(3-4), 57-74. [Link]
- Wu, G., Knabe, D. A., & Kim, S. W. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. The Journal of Nutrition, 134(10), 2783S-2790S. [Link]

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

In der Prüfung erhalten Sie <u>keinen Auszug</u> aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgesetzt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen gemacht.

• bar

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung** Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte seine Betreuerin, dass Jonas einmal die wissenschaftliche Veröffentlichung *Petersen, F., et al. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Jonas hätte dann schon eine Vorlage. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn. Im Hintergrund spielt viel zu leise Iron Maiden. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit seinem Hobby Stricken. Das Meerschweinchen schaut mitleidig.* 

Leider kennt sich Jonas mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)<sup>3</sup> (4 Punkte)
- 2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in 😱 üblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! (1 Punkt)
- 5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! (1 Punkt)
- 8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in **R** für eine ausgewählte Abbildung! **(2 Punkte)**
- 9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wisenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





**Zerforschen eines wissenschaftlichen Datensatzes** Unter einem langen Schnaufen starrt Tina auf den wissenschaftlichen Datensatz *data2* in ihrem Laptop. 'Worum geht es denn eigentlich in diesem Datensatz?', fragt sie sich kopfschüttelnd und mampft noch ein paar Katjes. Tina soll die Datentabelle nutzen um das eigene Experiment zu planen und eine Blaupause zu haben. Als eine Vorlage sozusagen, die sie nur noch ausfüllen muss. Daher möchte ihre Betreuerin, dass sie einmal die Daten sinnvoll zusammenfasst. Das sollte dann doch etwas aufwendiger werden. Das wird dann vermutlich heute Abend nichts mehr mit Indiana Jones

Leider kennt sich Tina mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! (2 Punkte)
- 2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! (2 Punkte)
- 5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in Rüblichen Schreibweise! (2 Punkte)
- 8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifkanz für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! (2 Punkte)
- 10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! (2 Punkte)

### Teil XI.

## **Mathematik**

107. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>4</sup>.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 0.8mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 12m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in m der Eiche im Jahr 1805 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? (2 Punkte)
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 185cm, eine Breite von 80cm sowie eine Länge von 250cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $m^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (2 Punkte)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mühsam* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 20*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 200 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 10cm und eine Höhe von 10cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 270 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf drei Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Tischfläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Hühnerstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_{\rm V}$  von 5.5m. Die hintere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe  $h_{\rm D}$  von 9.5m. Der Hühnerstall hat eine Tiefe t von 13m und eine Breite t von 30m.

- 1. Skizzieren Sie den Hühnerstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_V$ ,  $h_D$ , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! (2 **Punkte**)
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Hühnerstall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1.5m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 15t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 20% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^{\circ}$ C eine Dichte von  $240kg/m^3$ . Bei  $-100^{\circ}$ C hat Methan eine Dichte von  $300kg/m^3$ . Sie betrieben Ihre Anlage bei  $-90^{\circ}$ C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Rewe über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>5</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange?

- 1. Wenn 3 Blaubeerschalen 4.77 Euro kosten, wie viel kosten 5 Schalen? (2 Punkte)
- 2. Wenn Sie die 5 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 1.79 EUR können Sie sich dann noch für 100 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Rewe über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 190l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 90 125g.
- Ein Kilo Salat benötigt 120l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 300 490g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 1050l Wasser. Eine Avocado wiegt 140 400g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 830l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3 3.8g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (3 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2021 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $7.9 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge steigerte sich um 6.8%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 22.1% auf  $2.1 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Tonnen Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2020 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur ein Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 55 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine und 8 - 17 Liter pro Spülmaschinenlauf.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)** 

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_P = 1.7 \times 10e - 15$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10e - 11$ 

**Die Dampfnudelerde** "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 69 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>6</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von  $9.65 \, \text{m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.2742 \times 10^4 \, \text{km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.44 \, \text{g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden afrikanischen Elefanten liegt bei 5t bis 7t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 69 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\overrightarrow{F_G}$  damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 69 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\overrightarrow{F_G}$  auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 69 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 0.99 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.48 \times 10^8$  km angegeben. Der massebehaftete Sonnenwind besteht aus 81% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.01g/mol, 11% Heliumkernen mit 4.11g/mol sowie 8% weiteren Atomkernen mit 145.31g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$  pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 6cm $^{-3}$  pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Puten in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Puten-Halter:innen nicht<sup>7</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Puten für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
  $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$ 

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- ullet  $r_i$  dem Radius Pute plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) wingflapping, (2) sitting, (3) preening und (4) foraging incl. scratching.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
wingflapping	30cm; 17cm; 50.1%	44cm; 30cm; 50.1%	31cm; 16cm; 64.1%
sitting	35cm; 23cm; 0.2%	28cm; 24cm; 0.6%	28cm; 36cm; 0.9%
preening	37cm; 26cm; 8.1%	33cm; 25cm; 3.6%	41cm; 28cm; 5.1%
foraging incl. scratching	25cm; 25cm; 1.2%	30cm; 18cm; 1.2%	37cm; 25cm; 1.2%

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Puten für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Puten in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ ." Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $\alpha$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 45 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 60 Tagen zu beklagen; nach 100 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 237 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 90 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[…] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $4000\mu g/100mg$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 105mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *kg* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 20 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{27}$ kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 5000m kollabiert, wird die Sonne 40% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben<sup>8</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r<sub>s</sub>, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit  $6.674 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 m/s$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! (2 Punkte)
- 6. Eine Kirchenglocke und eine Feder stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>9</sup>

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt vier Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.0523 \times 10^4 km/h$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 500 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum vier Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 5.16 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 m/s$  an.

- 1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von  $4.1 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $8 \times 10^7$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die oldenburgischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 71 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 55 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 33 Königsellen. Eine Königselle misst 52.2cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 33 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 6cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 5 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 70% aus. In eine Schubkarre passen 95 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- Berechnen Sie die L\u00e4nge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 14°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die oldenburgische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Chefredaktuer*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die oldenburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 8° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 18km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die abwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrainund Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung<sup>10</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GCSM7RW	4.0   5.0   Mikro
В	GCYXLZT	2.0   2.5   Klein
С	GCOVQBM	4.5   4.0   Klein
D	GCYVT3U	5.0   1.5   Mikro
Е	GCGPUBP	1.5   1.0   Normal

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AB}$  ist 3km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 4.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 1.2-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 30° nördlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 35° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E nördlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort D Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in *km* legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Schwierigkeitschallenge zurück? **(5 Punkte)**
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.15 + 0.13 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 5m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 6.7m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

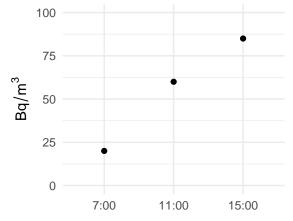
<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 15:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>11</sup>.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $400Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.5d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 135d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $400Bq/m^3$  auf unter  $90Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)** 

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	78.1	27.9	
Sauerstoff	21.3	16.5	
Kohlenstoffdioxid	0.029	12.1	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>12</sup>:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

 $<sup>^{11}</sup>$ Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>13</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 559 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
  $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ 

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 40mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 10m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 10m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.5mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 1.8mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die  $1.2 \times 10^6$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $12.63 g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die  $1.2 \times 10^6$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 700 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.4cm Abstand haben müssen? **(1 Punkt)** 

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrer Faultierpension in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1875 ungefähr 26 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>14</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 10^{10} - 1.2 \times 10^9 \cdot 2.3^{-0.2 \cdot t + 2.7}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 18 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 14 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 2.2 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 16 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 98.5% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 60% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4200km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3500km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 8.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 12\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 900 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Uckermark. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer der Kuh Fridolin und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit 0.6×, Februar mit 0.75× und März mit 1.1×. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.3
01. Feb 2023	1.1
01. Mrz 2023	3.5
01. Apr 2023	5.8

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 190°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Pink Lady Plantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit 230N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 210N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem 50° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.2t schweren Trecker jeweils aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**In der Kartonagenfabrik** Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 8-mal-gefaltete, 0.7mm, 40-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 40cm und eine Breite von 23cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge x falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*<sup>2</sup>? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 100m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 100m Zaun bestimmen!

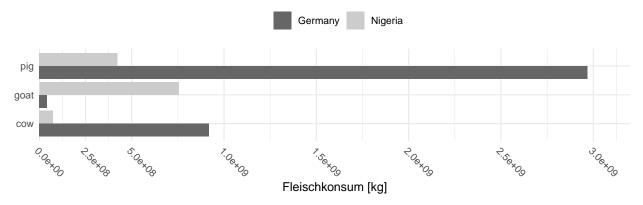
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



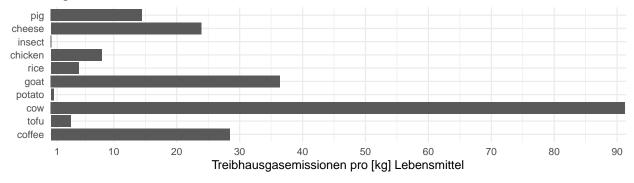
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen $^{15}$ . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2020 leben ca.  $8.2 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.84 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2020 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

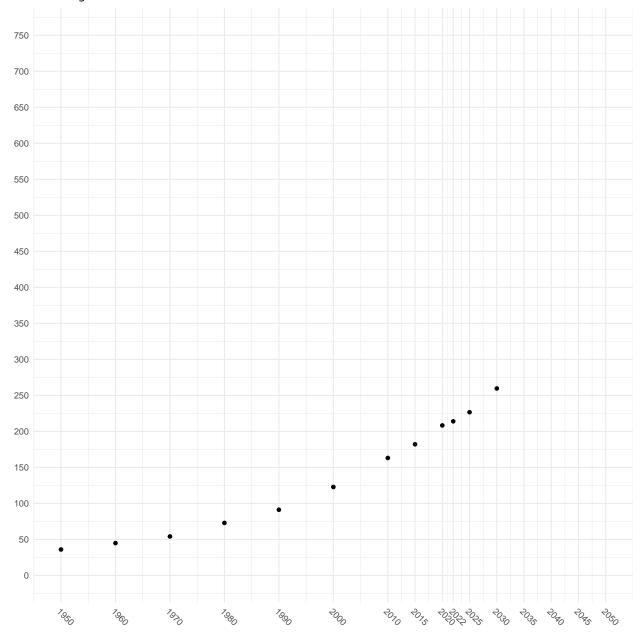
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2020! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2020, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Augenarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihre Partnerin über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.01% angenommen. In 90% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 2.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein  $(K^+)$ , wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben  $(T^+)$ ? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 2 \times 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>16</sup>.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen<sup>17</sup>.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Direct Finanzanlagen Left/Right (D-FL/R). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 15 Prozent von 310 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut D-FL/R habe das Unternehmen  $3.8 \times 10^5$  aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma D-FL/R im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 25%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 50EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 20%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3%, 2% und 1.5%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum fünf Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt fünf Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 1800EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei D-FL/R Einheiten des Produkts für 1500EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 4.7% p.a. über 36 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- 8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 4 sechseitige Würfel (4d6) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 6 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 2 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln (2d6) als Schaden oder das Schwert mit einem vierseitigen Würfel plus 2 (1d4+2) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.6, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.9. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einen  $\Omega=100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! (1 Punkt)
- Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Thorsten und Elke das Team der drei Kandidaten.

Name	P(win)	P(outbid)
Thorsten	0.1	0.02
Elke	0.3	0.12

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.076 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit Catwoman um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 10 Feldern gewinnen Sie 4000EUR sonst 2000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 6000EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

## Teil XII.

# Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

128. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

129. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var<sub>i</sub>: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_i$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \le 25$  Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V<sub>k</sub>: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

130. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.