

Nicht bestanden: ☐

**Vorname:** \_\_\_\_\_

**Matrikelnummer:** \_\_\_\_\_

**Endnote:** \_\_\_\_\_

**Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)**

# Klausurfragen Bio Data Science

**für Pflichtmodule**

**im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.**

**(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)**

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz  
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur  
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



*„The test of a student is not how much he knows,  
but how much he wants to know.“  
— Alice W. Rollins*

### Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- **Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!**
- *You can answer the questions in English without any consequences.*

### Endnote

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 76 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.  
\_\_\_\_\_ von 96 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
91.5 - 96.0	1,0
87.0 - 91.0	1,3
82.0 - 86.5	1,7
77.5 - 81.5	2,0
72.5 - 77.0	2,3
67.5 - 72.0	2,7
63.0 - 67.0	3,0
58.0 - 62.5	3,3
53.5 - 57.5	3,7
48.0 - 53.0	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

## Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	B	C	D	E	✓
<b>Aufgabe 1</b>						
<b>Aufgabe 2</b>						
<b>Aufgabe 3</b>						
<b>Aufgabe 4</b>						
<b>Aufgabe 5</b>						
<b>Aufgabe 6</b>						
<b>Aufgabe 7</b>						
<b>Aufgabe 8</b>						
<b>Aufgabe 9</b>						
<b>Aufgabe 10</b>						

- Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

## Rechen- und Textaufgaben

<b>Aufgabe</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>Punkte</b>	8	12	12	8	12	12	12

- Es sind \_\_\_\_ von 76 Punkten erreicht worden.

## Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben **unterliegen dem Zufall**. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit **verschiedene Textvarianten**. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

### ANOVA

#### 1. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.52$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das  $\eta^2$  ist damit mit dem  $R^2$  aus der linearen Regression zu vergleichen und beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- B** ☐ Die Berechnung von  $\eta^2$  ist ein Wert für die Interaktion.
- C** ☐ Das  $\eta^2$  ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein  $\eta^2$  von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- D** ☐ Das  $\eta^2$  ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- E** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.

#### 2. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Lauch zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein  $\eta^2 = 0.18$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 18% der Varianz durch die Behandlungsgruppen erklärt.
- B** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 18% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 82%.
- C** ☐ Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- D** ☐ Es werden 18% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das  $\eta^2$  beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- E** ☐ Mit dem  $\eta^2$  lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein  $\eta^2$ -Wert von 1 zu bevorzugen ist.

#### 3. Aufgabe

(2 Punkte)


Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- A** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- B** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- C** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

- D** ☐ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- E** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

#### 4. Aufgabe

(2 Punkte)

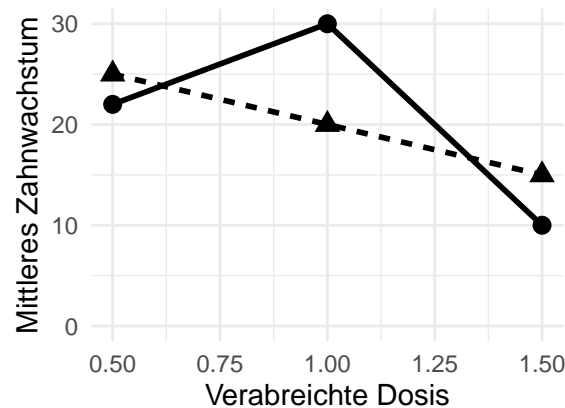
Wenn Sie mehr als zwei Gruppen als Behandlungen vorliegen haben, dann kann ein einfacher t-Test nicht für den globalen Vergleich genutzt werden. Sie entscheiden sich für eine ANOVA in . Die ANOVA analysiert dabei...

- A** ☐ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- B** ☐ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- C** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz durch verschiedene Behandlungsgruppen unter der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, kann kein Effekt  $\eta^2$  bestimmt werden.
- D** ☐ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen oder der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss sich zwischen einem der beiden Varianzquellen entschieden werden.
- E** ☐ ... den Unterschied zwischen der globalen Varianz und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

#### 5. Aufgabe

(2 Punkte)

Ein Versuch wurde an 68 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung von Vitamin D auf das Zahnwachstum bei Schweine. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie eine zweifaktorielle ANOVA rechnen?



- A** ☐ Die Koeffizienten sind negativ ( $\beta_0 < 0; \beta_1 < 0$ ).
- B** ☐ Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist groß.
- C** ☐ Eine negative Interaktion liegt vor ( $p \geq 0.5$ ).
- D** ☐ Keine Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ ).
- E** ☐ Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ( $p \leq 0.05$ )

## Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

### 6. Aufgabe

(2 Punkte)

Gegeben ist  $y$  mit 16, 11, 9, 7 und 6. Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung.

- A ☐ Es ergibt sich  $8.8 \pm 7.85$
- B ☐ Es berechnet sich  $10.8 \pm 15.7$
- C ☐ Es berechnet sich  $9.8 \pm 15.7$
- D ☐ Es ergibt sich  $10.8 \pm 1.98$
- E ☐ Es ergibt sich  $9.8 \pm 3.96$

### 7. Aufgabe

(2 Punkte)

Gegeben ist  $y$  mit 23, 28, 26, 10, 18, 28, 8, 17, 14, 20 und 42. Berechnen Sie den Median, das 1<sup>st</sup> Quartile sowie das 3<sup>rd</sup> Quartile.

- A ☐ Sie erhalten  $20 \pm 28$
- B ☐ Es ergibt sich  $20 \pm 14$
- C ☐ Sie erhalten 20 [12; 26]
- D ☐ Es berechnet sich 20 [14; 28]
- E ☐ Es berechnet sich 21 [15; 27]

### 8. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie überlegen Ihre Daten mit einem Histogramm zu visualisieren. Was ist die minimale Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe ?

- A ☐ Histogramm
- B ☐ 10 Beobachtungen.
- C ☐ 1 Beobachtung.
- D ☐ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
- E ☐ Wir sollten zwei bis fünf Beobachtungen mindestens pro Gruppe vorliegen haben.

### 9. Aufgabe


(2 Punkte)

Die Standardabweichung ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehen um die Standardabweichung zu berechnen?

- A ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
- B ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren
- C ☐ Den Median berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.
- D ☐ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
- E ☐ Den Mittelwert berechnen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.

## 10. Aufgabe

(2 Punkte)

Nachdem Sie eine ANOVA und die paarweisen t-Tests über das  Paket {emmeans} durchgeführt haben, müssen Sie Ihre Daten nochmal zur Überprüfung visualisieren. Sie entscheiden sich für den Boxplot. Welche statistischen Maßzahlen stellt der Boxplot dar?

- A** ☐ Den Median und die Standardabweichung.
- B** ☐ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.
- C** ☐ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Varianz.
- D** ☐ Der Boxplot stellt den Median und die Quartile dar.
- E** ☐ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Standardabweichung.

## 11. Aufgabe

(2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Brokoli durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich nicht. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- B** ☐ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- C** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- D** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- E** ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.

## 12. Aufgabe

(2 Punkte)

Ihre Betreuung der Abschlussarbeit fragt überraschend in der letzten Besprechung, ob Ihre Messwerte einer Normalverteilung genügen. Sonst könnten Sie ja gar nicht einen t-Test rechnen. Da Ihnen die Zeit wegrennt, entscheiden Sie sich für eine schnelle Visualisierung im Anhang. Welche Visualisierung nutzen Sie und welche Regel kommt zur Abschätzung einer Normalverteilung zur Anwendung?

- A** ☐ Einen Violinplot. Der Bauch der Violine muss hierbei einen höheren Wert annehmen als der Steg der Violine. Dann kann die Annahme einer Normalverteilung angenommen werden.
- B** ☐ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnur aufreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Normalverteilung.
- C** ☐ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Boxplot und schauen, ob die Box und damit das IQR für jede Behandlung gleich groß ist.
- D** ☐ In einer explorativen Datenanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Normalverteilung ausgehen.
- E** ☐ Nach der Erstellung eines Boxplots schauen wir, ob der Median in der Mitte der Box liegt. Dabei ist der Median als dicke Linie dargestellt und die Box ist das IQR.

### 13. Aufgabe

(2 Punkte)

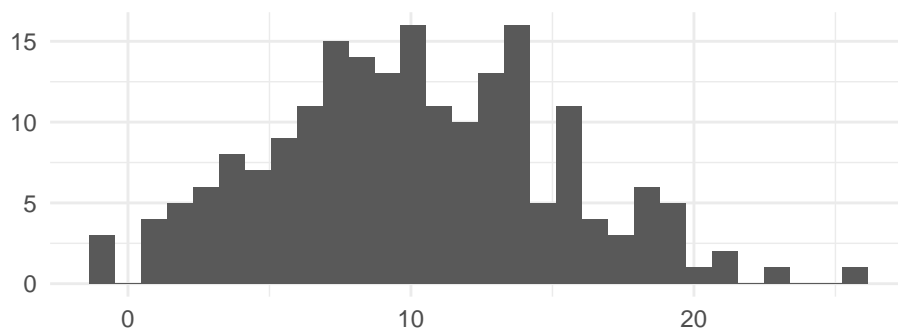
Nach der Durchführung Ihres Feldexperiments wollen Sie eine ANOVA rechnen. Dafür muss aber Ihr Messwert zumindestens approximativ einer Normalverteilung folgen. Welche der drei Abbildungen erlaubt Ihnen abzuschätzen, ob Sie eine Normalverteilung in Ihrem Endpunkt vorliegen haben?

- A ☐ Violinplot, Boxplot, Densityplot
- B ☐ Barplot, Mosaicplot, Violinplot
- C ☐ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- D ☐ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot
- E ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot

### 14. Aufgabe

(2 Punkte)

Bevor Sie in Ihrer Abschlussarbeit einen statistischen Test rechnen, wollen Sie einmal betrachten, welcher Verteilung Ihre  $n = 168$  geernteten Pflanzen folgen. Welche Verteilung ist abgebildet?



- A ☐ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung.
- B ☐ Es handelt sich um eine Normalverteilung.
- C ☐ Wir haben eine Poisson-Verteilung vorliegen.
- D ☐ Eine Standardnormalverteilung.
- E ☐ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.

## Lineare Regression & Korrelation

### 15. Aufgabe

(2 Punkte)

Im Allgemeinen gibt es zwei mögliche Ziele für ein Regressionsmodell. Wir können ein Vorhersagemodell oder ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist für ein kausales Modell richtig?

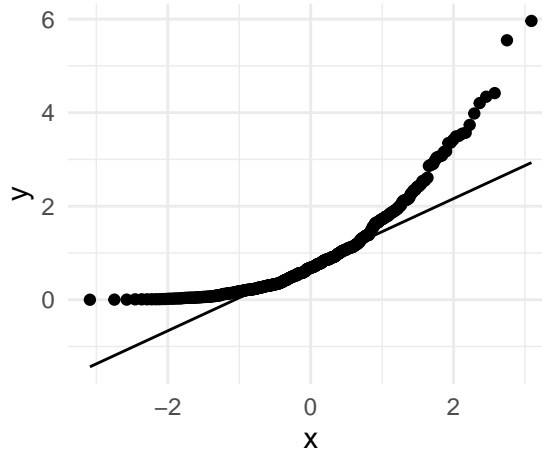
- A ☐ Ein kausales Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über  $\beta_i$  können hier nicht festgestellt werden.
- B ☐ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Trainingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 1/10 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- C ☐ Ein kausales Modell basiert auf einem Trainingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
- D ☐ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von  $X$  auf  $Y$  zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen  $X$  auf den gemessenen Endpunkt  $Y$  aus?
- E ☐ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$  wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann nicht der gesamte Datensatz genutzt werden. Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt.



## 16. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einer Regressions sollten die Residuen normalverteilt sein. Was bei einer simplen Regression noch relativ einfach visuell in einem Scatterplot zu überprüfen ist. Für komplexere Modell liefert der QQ-Plot die notwendigen Informationen über die Normalverteilung. Welche Aussage ist richtig?

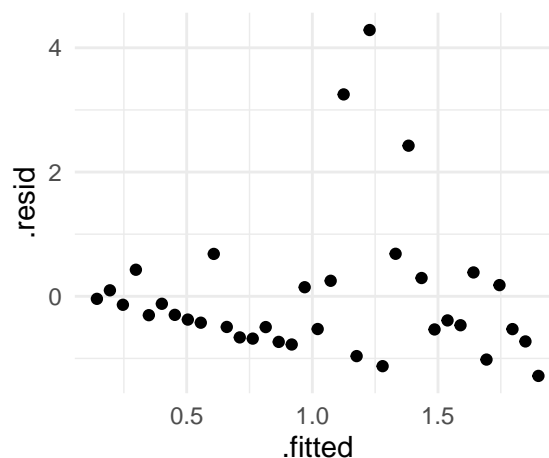


- A** ☐ Wir betrachten die Gerade, die durch die einzelnen Punkte laufen sollte. Wenn die 95% der Punkte von der Geraden getroffen werden, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus.
- B** ☐ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade in dem IQR, also dem ersten und dritten Quartile. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- D** ☐ Wir betrachten die Gerade. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig um die Gerade verteilt liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Dies ist hier nicht der Fall. Wir haben keine normalverteilten Residuen vorliegen.
- E** ☐ Wir betrachten die Punkte auf der Geraden. Wenn die Punkte einigermaßen auf der Geraden liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Wir können hier von normalverteilten Residuen ausgehen.

## 17. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



- A** ☐ Wenn wir die Nulllinie betrachten so liegen die Punkte nicht gleichmäßig über und unter der Nulllinie. Unser Modell erfüllt nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von 0 und einer Streuung von  $s^2$ .
- B** ☐ Wenn die Punkte gleichmäßig in dem positiven wie auch negativen Bereich ohne ein klares Muster liegen, dann hat unsere Modellierung geklappt. Wir können mit dem Modell weitermachen.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- D** ☐ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem positiven Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.

## 18. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie berechnen in Ihrer Abschlussarbeit den Korrelationskoeffizienten  $\rho$ . Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist richtig?

- A** ☐ Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.
- B** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  zeigt keinen Zusammenhang zwischen zwei Variablen  $x$  und  $y$  bei einem Wert von 0. Einen negativen Zusammenhang Richtung -1 und somit auch einen positiven Zusammenhang Richtung 1. Je größer die Zahl allgemein, desto stärker der Effekt.
- C** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- D** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos und kann als standardisierte Steigung verstanden werden.
- E** ☐ Der Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten  $\rho$  einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.

## 19. Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der  $NO_3$ -Konzentration in  $[\mu g]$  im Wasser auf den absoluten Proteingehalt von Erbsen in  $[kg]$  erhalten Sie einen  $\beta_{NO_3}$  Koeffizienten von  $7.4 \times 10^{-6}$  und einen hoch signifikanten  $p$ -Wert mit 0.00032. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- A** ☐ Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable  $X$  zu groß gewählt, so dass der Anstieg von 1 Einheit in  $X$  zu einer zu großen Änderung in  $y$  führt. Daher kann der Effekt  $\beta_{NO_3}$  sehr klein wirken, da der  $p$ -Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- B** ☐ Die Einheit der  $NO_3$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen  $p$ -Wert. Der  $p$ -Wert und die Einheit von der  $NO_3$ -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- C** ☐ Die Einheit der  $NO_3$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der  $NO_3$ -Konzentration um 1 Einheit führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg von  $\beta_{NO_3}$  im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit  $[\mu g]$  muss besser gewählt werden.
- D** ☐ Das Gewicht und die  $NO_3$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_{NO_3}$  Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum  $p$ -Wert.
- E** ☐ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatistik und damit auch der  $p$ -Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu kriegen.

## 20. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie wollen nach der explorativen Datenanalyse (EDA) Ihre Daten in der Abschlussarbeit auswerten. Nach einiger Recherche finden Sie heraus, dass Sie zuerst die Daten mit der Funktion `lm()` in **R** modellieren müssen. Welche Anwendung folgt drauf?

- A** ☐ Ist die Einflussvariable  $X$  numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich.
- B** ☐ Neben der klassischen Verwendung der Funktion `lm()` in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerisch umgewandelt werden. Dann kann das R Paket `{emmeans}` genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.
- C** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in `{emmeans}` gerechnet werden. In der Funktion `lm()` werden die Gruppenvarianzen bestimmt.
- D** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable  $X$  numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.
- E** ☐ Die Funktion `lm()` in **R** wird klassischerweise für die lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable  $X$  ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit `{emmeans}` ist möglich.

## 21. Aufgabe

(2 Punkte)

Wenn Ihr gemessener Endpunkt nicht einer Normalverteilung folgt, so können Sie dennoch Ihre Daten modellieren. Hierzu nutzen Sie dann das *generalisierte lineare Modell (GLM)*. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ In **R** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die neben der klassischen Normalverteilung auch die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann.
- B** ☐ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das  $X$  bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.
- C** ☐ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- D** ☐ In **R** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in **R** auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- E** ☐ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selbstständig die Verteilungsfamilie für  $Y$  wählt.

## Vermischte Themen

## 22. Aufgabe

(2 Punkte)


Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?







- A** ☐ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- B** ☐ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- C** ☐ Durch eine Randomisierung können wir nicht von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- D** ☐ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Somit kann von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen werden

- E** ☐ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.

### 23. Aufgabe


(2 Punkte)


Sie wollen Ihren Datensatz in  einlesen und stehen nun vor einem Problem. Sie stellen fest, dass die Hilfeseiten alle in englischer Sprache verfasst sind. Warum mag die Nutzung von Deutsch problematisch sein?

- A** ☐  Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn  daher in Deutsch zu bedienen.
- B** ☐ Die Spracherkennung von  ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- C** ☐ Die  Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn  hat wie alle Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen.
- D** ☐ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- E** ☐ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in  in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.

### 24. Aufgabe

(2 Punkte)

Bei der explorativen Datenanalyse (EDA) in  gibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, auch *exitCircle of life* genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA?

- A** ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in  müssen wir als erstes die Daten über `read_excel()` einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über `mutate()` transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion `ggplot()` für die eigentliche EDA.
- B** ☐ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: `read_excel()` -> `mutate()` -> `ggplot()`. Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass die Faktoren richtig erstellt werden.
- C** ☐ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket `tidyverse` nutzen, da dieses Paket veraltet ist. Über die Funktion `library(tidyverse)` entfernen wir das Paket von der Analyse.
- D** ☐ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: `read_excel()` -> `mutate()` -> `ggplot()`. Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden.
- E** ☐ Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.

### 25. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben das abstrakte Modell  $Y \sim X$  mit  $X$  als Faktor mit zwei Levels vorliegen. Welche Aussage über  $s_1^2 \neq s_2^2$  ist richtig?

- A** ☐ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- B** ☐ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- C** ☐ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.
- D** ☐ Es liegt Varianzheterogenität vor.
- E** ☐ Es handelt sich um ein balanciertes Design.

## 26. Aufgabe

(2 Punkte)

Im Rahmen Ihrer Abschlussarbeit werten Sie ein Experiment mit Ferkel aus. Es geht um die Leistungssteigerung der Ferkelproduktion. Sie messen jeweils die Gewichtszunahme der Ferkel. Die Ferkel einer Muttersau sind dabei...

- A** ☐ Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.
- B** ☐ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgemein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- C** ☐ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander unabhängig.
- D** ☐ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- E** ☐ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander abhängig.

## 27. Aufgabe

(2 Punkte)

Neben der Mittelwertsdifferenz als Effektschätzer bei normalverteilten Endpunkten wird auch häufig der Effektschätzer Odds ratio bei binären Endpunkten verwendet. Welche Aussage über den Effektschätzer Odds ratio ist im folgenden Beispiel zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Schweinen richtig? Dabei sind 3 Tiere krank und 8 Tiere sind gesund.

- A** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.38, da es sich um ein Anteil handelt.
- B** ☐ Das Verhältnis der Chancen Odds ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.27. Wir sind an der Chance krank zu sein interessiert.
- C** ☐ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Odds ratio von 0.38.
- D** ☐ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Odds ratio von 3.67.
- E** ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.27, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der Kranken.

## 28. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergebnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gängige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- B** ☐ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.
- C** ☐ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- D** ☐ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- E** ☐ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.

## Multiple Gruppenvergleiche

### 29. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.21, 0.42, 0.03, 0.001, 0.34 und 0.02. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.035, 0.07, 0.005, 2e-04, 0.0567 und 0.0033. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- B** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.18, 0.006, 1 und 0.12. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 0.83% verglichen.
- C** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.18, 0.006, 1 und 0.12. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
- D** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.035, 0.07, 0.005, 2e-04, 0.0567 und 0.0033. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 0.83% verglichen.
- E** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1.26, 2.52, 0.18, 0.006, 2.04 und 0.12. Die adjustierten p-Werte werden zu einem  $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.

### 30. Aufgabe

(2 Punkte)

Auf wissenschaftlichen Postern finden Sie unter Abbildungen häufig die Abkürzung *CLD*. Für welchen statistischen Fachbegriff steht die Abkürzung und wie interpretieren Sie ein *CLD*?

- A** ☐ Compact letter display. Das CLD ist umstritten, da es die Gleichheit der Behandlungen durch gleiche Buchstaben darstellt. Dadurch ist das CLD nicht mehr sauber auf einer Linie mit dem statistischen Testen. Wir lehnen die Nullhypothese ab und zeigen keine Gleichheit im statistischen Testen.
- B** ☐ Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- C** ☐ Compact letter detection. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt.
- D** ☐ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- E** ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.

### 31. Aufgabe

(2 Punkte)

Der multiple Vergleich als Posthoc-Test nach einer ANOVA ist in den Agrarwissenschaften heutzutage Standard. Welches R Paket wird häufig für den multiplen Vergleich genutzt? Welche Beschreibung der Eigenschaften ist korrekt?

- A** ☐ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.
- B** ☐ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- C** ☐ Das R Paket {lm}. Das Paket {lm} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- D** ☐ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- E** ☐ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpretation der statistischen Auswertung durchführen.

### 32. Aufgabe

(2 Punkte)

Bei einem Posthoc-Test kann es zu einer überraschenden Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie lautet der Fachbegriff und wie kann mit der überraschenden Besonderheit umgegangen werden?

- A** ☐ Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die  $\alpha$ -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
- B** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.
- C** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\alpha$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekannteste Verfahren ist.
- D** ☐ Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer  $\alpha$ -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der  $\alpha$ -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\beta$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.

### 33. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen mehrere t-Tests für einen multiplen Vergleich nachdem eine einfaktorielle ANOVA sich als signifikant herausgestellt hat. Welche Aussage im Bezug auf den Effekt ist richtig?

- A** ☐ Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied  $\Delta$  aus einem t-Test, nicht adjustiert werden.
- B** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\Delta$ -Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die  $\Delta$ -Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der  $\Delta$ -Werte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist. Die  $\Delta$ -Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- C** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer  $\Delta$ -Inflation kommen. Das globale Effektniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die Effekte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Effekte nach Bonferroni das bekannteste Verfahren ist.
- D** ☐ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- E** ☐ Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung ( $\Delta$ -Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen.

## Statistische Testtheorie

### 34. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage zum mathematische Ausdruck  $Pr(D|H_0)$  ist richtig?

- A** ☐  $Pr(D|H_0)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T_D$  aus den Daten  $D$  zu beobachten, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- B** ☐ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- C** ☐  $Pr(D|H_0)$  stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik  $T$  zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

- D** ☐  $Pr(D|H_0)$  ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten  $D$  zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.
- E** ☐ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativhypothese überdeckt.

### 35. Aufgabe

(2 Punkte)

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- A** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- B** ☐ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
- C** ☐ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- D** ☐ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- E** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

### 36. Aufgabe

(2 Punkte)

Das Signifikanzniveau  $\alpha$  wird auch Fehler 1. Art genannt und liegt bei 5%. Warum wurde der Grenzwert von 5% als Signifikanzschwelle gewählt?

- A** ☐ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.
- B** ☐ Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde  $\alpha$  in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist  $\alpha = 5\%$  eine Kulturkonstante mit einem Rang einer Naturkonstante.
- C** ☐ Als Kulturkonstante hat  $\alpha = 5\%$  den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- D** ☐ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- E** ☐ Die Festlegung von  $\alpha = 5\%$  ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von  $\alpha$  wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.

### 37. Aufgabe

(2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das „*signal*“ mit dem „*noise*“ aus den Daten  $D$  zu einer Teststatistik  $T_D$  verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik  $T_D$ ?

- A** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}}$
- B** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{signal}}{\text{noise}^2}$
- C** ☐ Es gilt  $T_D = \frac{\text{noise}}{\text{signal}}$
- D** ☐ Es gilt  $T_D = (\text{signal} \cdot \text{noise})^2$
- E** ☐ Es gilt  $T_D = \text{signal} \cdot \text{noise}$



### 38. Aufgabe

(2 Punkte)

Eine Analogie kann helfen einen Sachverhalt besser zu verstehen. Wie kann folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie gesetzt werden?

*$H_0$  beibehalten obwohl die  $H_0$  falsch ist*

- A ☐ *Alarm with fire*, dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie von Feuer.
- B ☐ *Fire without alarm*, dem  $\beta$ -Fehler als Analogie von Rauch im Haus.
- C ☐ Dem  $\beta$ -Fehler mit der Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*.
- D ☐ Dem  $\alpha$ -Fehler in der Analogie eines Rauchmelder: *Alarm without fire*.
- E ☐ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.

### 39. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie lesen eine wissenschaftliche Arbeit, die damit wirbt, dass Effekte und Signifikanz nicht separat dargestellt sind, sondern in einer statistischen Maßzahl zusammen. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzintervall inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualisierung des Konfidenzintervalls eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.
- B ☐ Das  $\Delta$ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da  $\Delta$  antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes  $\Delta$  ein sehr kleinen p-Wert.
- C ☐ Die Teststatistik. Durch den Vergleich von  $T_c$  zu  $T_k$  ist es möglich die  $H_0$  abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem  $T_c$ -Wert.
- D ☐ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- E ☐ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualisierung des Konfidenzintervalls kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzintervall auch eine Entscheidung über die Signifikanz.

### 40. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% ist richtig?

- A ☐ Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen  $H_0$  und  $H_A$ , wenn die  $H_0$  gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten verglichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- B ☐ Wir vergleichen die Effekte des p-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- C ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt.
- D ☐ Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt.
- E ☐ Wir machen eine Aussage über die individuelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese  $H_0$ . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.

#### 41. Aufgabe

(2 Punkte)

Um die Testtheorie besser zu verstehen, mag es manchmal sinnvoll sein ein Beispiel aus dem Alltag zu wählen. Die Ergebnisse der Analyse durch einen statistischen Test können auch in grobe Analogie zur Wettervorhersage gebracht werden. Welche Aussage trifft am ehesten zu?

- A** ☐ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.
- B** ☐ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten  $D$  wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- C** ☐ In der Analogie der Wahrscheinlichkeit für Regen: ein statistischer Test erlaubt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis abzuschätzen. Die Stärke des Effektes können wir nicht bestimmen.
- D** ☐ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- E** ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.

#### 42. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Forschungsarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie eine ANOVA als statistischen Test. Erhalten Sie eine valide Aussage aus einem statistischen Test?

- A** ☐ Ja, es ist möglich ein untersuchtes Individuum mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann eine Aussage zum Individuum.
- B** ☐ Nein, es ist nicht möglich ein untersuchtes Individuum mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann leider keine Aussage zum Individuum.
- C** ☐ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.
- D** ☐ Ja, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- E** ☐ Ja, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.

#### 43. Aufgabe

(2 Punkte)

In der statistischen Testtheorie gibt es den Begriff *Power*. Was sagt der statistische Begriff *Power* aus?

- A** ☐ Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die  $H_A$  abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- B** ☐ Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die  $H_A$  mit 20% *bewiesen wird*. Die Power ist  $1 - \beta$  mit  $\beta$  gleich 80% gesetzt.
- C** ☐ Die Power wird nicht berechnet sondern ist eine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $H_A$  *bewiesen wird*
- D** ☐ Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $H_0$  *bewiesen wird*
- E** ☐ Die Power  $1 - \beta$  wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die  $H_0$  bei 20%.

#### 44. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit sollen Sie neben den p-Werten auch die Effekte mit angeben. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistischen Tests.
- B** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Modernen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- C** ☐ Der Forschende muss am Ende wissen, ob das Ergebnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil einer Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Anteilen.
- D** ☐ Der Forschende muss am Anfang wissen, ob das Ergebnis eines Experiments relevant für seine Forschung ist. Dafür kann der Effekt eines statistischen Tests genutzt werden oder auch der Prähoc-Test. Damit beschreibt der Effekt den biologischen interpretierbaren Teil eines Experiments vor der Durchführung. Zum Beispiel der Unterschied zwischen zwei Mittelwerten.
- E** ☐ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.

#### 45. Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des p-Wertes gegen die Nullhypothese ist richtig?

- A** ☐ Anhand des p-Wertes lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- B** ☐ Ist  $Pr(D|H_0)$  kleiner als das Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- C** ☐ Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- D** ☐ Ist  $T_D$  höher als der kritische Wert  $T_{\alpha=5\%}$  dann wird die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt.
- E** ☐ Anhand des p-Wertes lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau  $\alpha$  dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

#### 46. Aufgabe

(2 Punkte)

Ein statistischer Test benötigt für die richtige Durchführung Hypothesen  $H$ , sonst ist der Test nicht zu interpretieren. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaar gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativhypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- B** ☐ Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Nullhypothese  $H_0$  und der Alternativhypothese  $H_A$  oder  $H_1$ .
- C** ☐ Mit der Nullhypothese  $H_A$  und der Alternativhypothese  $H_0$  gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.
- D** ☐ Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden  $H_{pro}$  und  $H_{contra}$  bezeichnet.
- E** ☐ Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus  $k$  Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese  $H_0$  und die Alternativhypothese  $H_A$  verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.

## Statistische Tests für Gruppenvergleiche

### 47. Aufgabe

(2 Punkte)

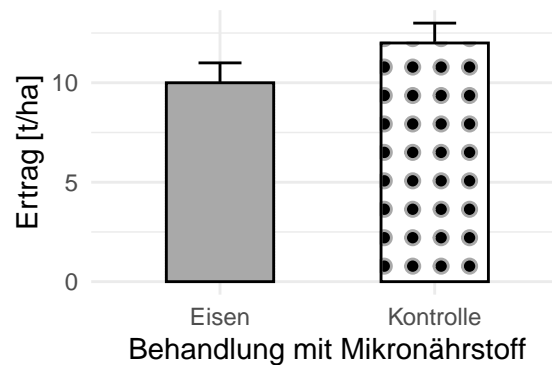
In Ihrer Abschlussarbeit rechnen Sie einen Student t-Test. Welche Aussage ist auch für den Welch t-Test richtig?

- A** ☐ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.
- B** ☐ Der t-Test testet generell zu einem erhöhten  $\alpha$ -Niveau von 20%.
- C** ☐ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- D** ☐ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte in den Gruppen signifikant unterscheiden.
- E** ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen

### 48. Aufgabe

(2 Punkte)

Ein Versuch wurde in 14 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Eisen auf den Ertrag in t/ha von Mais im Vergleich zu einer Kontrolle. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie einen t-Test rechnen?



- A** ☐ Der Effekt und die Signifikanz lassen sich nicht aus Barplots abschätzen. Höchstens der Effekt als relativer Unterschied zwischen der Höhe der Barplots. Standard ist der mediane Unterschied aus Boxplots.
- B** ☐ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -2.
- C** ☐ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -2. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- D** ☐ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -2.
- E** ☐ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -0.2.

### 49. Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen einen gepaarten t-Test, da Ihre Beobachtungen verbunden sind. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** ☐ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.
- B** ☐ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz  $d$  dient dann zur Differenzbildung.
- C** ☐ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.

- D** ☐ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.
- E** ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.

## 50. Aufgabe

(2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit passen die Ergebnisse einer ANOVA und eines multiplen Vergleiches nicht zusammen. Nach einem Experiment mit drei Maissorten ergibt eine ANOVA ( $p = 0.045$ ). Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2} = 0.053$ . Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Hier kommt der Effekt der steigenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterschied nachweisen.
- B** ☐ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet nicht auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests gewinnen immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl dazu. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.
- C** ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepanz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- D** ☐ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
- E** ☐ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verknüpft sind.

## Teil I.


# Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

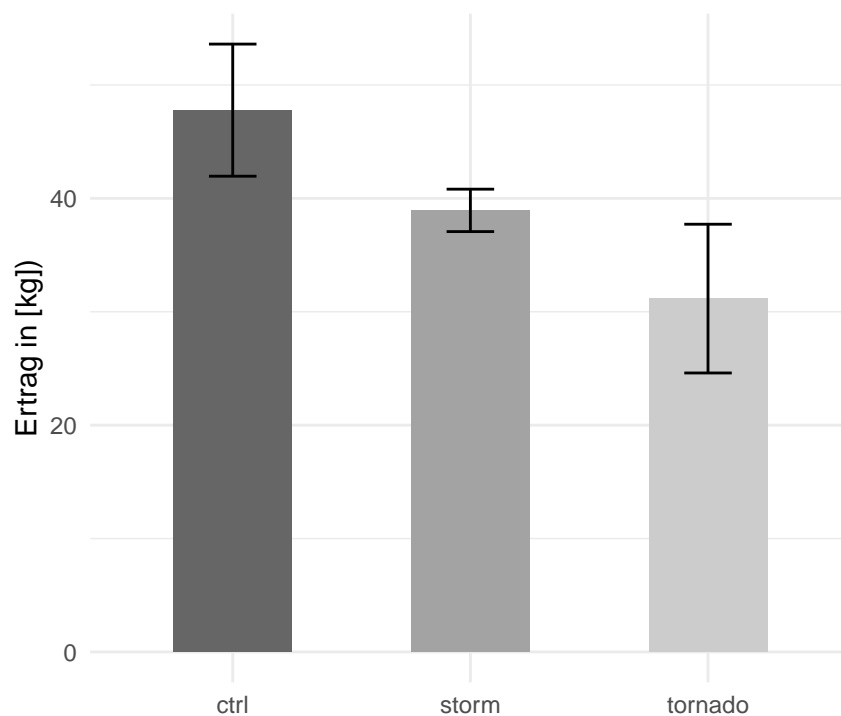
### 51. Aufgabe


(8 Punkte)


Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Tina nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach ihrer Betreuer erstmal ein Barplot nachgebaut werden soll, bevor es mit ihrer Abschlussarbeit losgeht. Dann hat sie schonmal den  Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Die Behandlung für Maiss werden verschiedene Lüftungssysteme und Folientunnel (*ctrl*, *storm* und *tornado*) sein. Erfasst wird als Endpunkt (Y) *Ertrag*. Tina soll dann *yield* in ihrer Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Barplots in  nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im  üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Kann Tina einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 52. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Alex viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Barplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Alex soll nun in seiner Hausarbeit Maiss untersuchen. Die Behandlung in seiner Hausarbeit sind verschiedene Genotypen (AA, AB und BB). Erhoben wurden von Alex als Messwert (Y) *Trockengewicht* benannt als *drymatter* in seiner Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält er von seiner Betreuerin den Auftrag die erhobenen Daten als Barplots darzustellen. Dann kann Alex auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte.

treatment	drymatter
BB	50.5
AB	48.3
AB	44.4
AA	60.0
AB	21.1
BB	40.9
AA	61.5
AB	45.7
BB	42.8
AA	42.2
BB	62.2
AA	38.6
BB	44.2

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!


1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
3. Beschriften Sie *einen* Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Alex *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots! **(1 Punkt)**

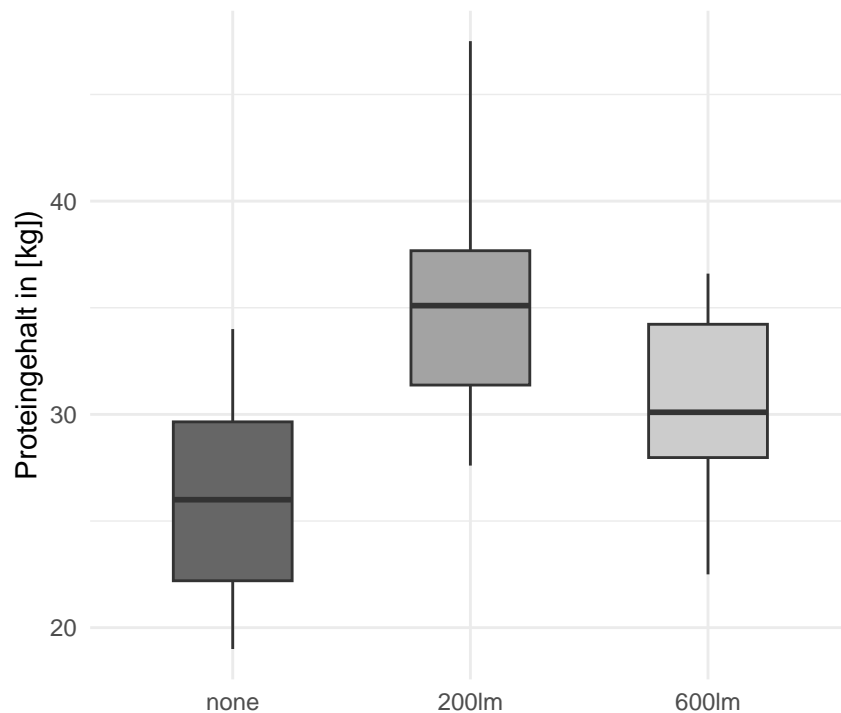
### 53. Aufgabe


(9 Punkte)


Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Jonas nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Boxplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach seinem Betreuer erstmal ein Boxplot nachgebaut werden soll, bevor es mit seinem Projektbericht losgeht. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von  $Y$  treffen. Dann hat er schonmal den  Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Die Behandlung für Kartoffeln werden verschiedene Lichtstufen (*none*, *200lm* und *600lm*) sein. Erfasst wird als Outcome ( $Y$ ) *Proteingehalt*. Jonas soll dann *protein* in seiner Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Boxplots in  nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im  üblichen Format! **(2 Punkte)**
4. Kann Jonas einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 54. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Alex steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seinem Betreuer geht, soll er in einem Feldexperiment Maiss auswerten. Soweit eigentlich alles passend. Die Behandlung waren verschiedene Lichtstufen (*none* und *600lm*). In seiner Exceldatei hat er den Endpunkt (Y) *Proteingehalt* als *protein* aufgenommen. Nun soll Alex die Daten einmal als Boxplots in einer Präsentation visualisieren, damit seinem Betreuer wieder klar wird, was er eigentlich nochmal gemacht hat und was für ein Ergebnis in einem statistischen Test zu erwarten wäre. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen.

treatment	drymatter
none	45.2
600lm	33.2
600lm	33.8
600lm	33.3
600lm	33.4
none	40.9
600lm	36.9
none	39.7
600lm	28.1
none	43.4
600lm	27.8
600lm	39.7
none	49.2
600lm	30.6
none	49.0
none	44.8
600lm	35.5

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine *gerade* Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots! **(1 Punkt)**

## 55. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In ihrer Abschlussarbeit möchte Paula gerne die Daten aus einem Gewächshausexperiment mit Erdbeeren in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihr dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über den Messwert ( $Y$ ) zu treffen. In seinem Experiment hat Paula die Knötchen gezählt.

Die Knötchen: 6, 8, 3, 3, 0, 6, 6, 1, 2, 2, 4, 8, 2, 2, 4, 8, 5, 4, 3, 2, 4, 4, 3, 4, 2, 3, 6, 3, 5, 9, 5, 1, 5, 1, 4, 6

Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie aus den Daten die *Chance* mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! **(1 Punkt)**

## 56. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Gespräch mit seinem Betreuer wird Mark gebeten seine Daten aus einem Gewächshausexperiment mit Erdbeeren in einem Histogramm darzustellen. In seinem Experiment hat er die mittleren Läsionen auf den Blättern erst fotografiert und dann ausgezählt. Laut seinem Betreuer soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die mittleren Läsionen auf den Blättern zu bestimmen.

Die mittleren Läsionen auf den Blättern: 9.4, 9.4, 8.3, 7.1, 11.7, 10.5, 10.5, 8.9, 10.8, 8.6, 9.2, 10, 8.5, 9.2, 10.4, 7.4, 14.3, 8.8, 11.7, 10, 9.6, 9.1

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

## 57. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nilufar liest laut: 'Wenn zwei kontinuierliche Variablen vorliegen, können diese in einer explorativen Datenanalyse...'. Nilufar stoppt. Was waren noch gleich kontinuierliche Variablen? In ihrer Abschlussarbeit hatte sie ein Gewächshausexperiment in der Uckermark durchgeführt. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen Trockengewicht [kg/ha] und durchschnittlicher Regenwurmdichte [Anzahl/l] im groben Kontext von Erdbeeren. Nun stellt sich die Frage für sie, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Dafür war eine explorative Datenanalyse gut!

Durchschnittlicher Regenwurmdichte [Anzahl/l]	Trockengewicht [kg/ha]
22.1	39.5
25.7	44.3
37.5	55.8
20.1	36.0
15.2	29.9
32.5	52.5
20.3	38.4
17.4	33.5
27.6	46.0
22.9	39.8

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! **(3 Punkte)**
4. Wenn *kein* Effekt von  $x$  auf  $y$  vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

## 58. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In ein Feldexperiment im Wendland hatte Jonas sich zum einen die Behandlung KI-gesteuert [ja/nein] und zum anderen die Messung Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] im Kontext von Erdbeeren angeschaut. Nun steht Jonas vor dem Problem, dass er zwei kategoriale Variablen in seiner Hausarbeit gemessen hat. Da sein Betreuer erstmal die langen Tabellen mit ja/nein in einer explorativen Datenanalyse zusammengefasst und präsentiert bekommen möchte bevor es überhaupt weitergeht, muss er jetzt eine Lösung finden.

KI-gesteuert	Frischegewicht über Zielwert	KI-gesteuert	Frischegewicht über Zielwert
nein	ja	ja	ja
ja	ja	ja	ja
ja	ja	nein	ja
ja	ja	nein	ja
nein	nein	ja	ja
ja	ja	nein	ja
ja	ja	nein	ja
nein	nein	nein	ja
ja	ja	nein	nein
ja	ja	nein	nein
ja	ja	ja	ja
nein	nein	ja	ja
ja	ja	nein	ja
ja	ja	nein	ja
nein	nein	ja	ja
nein	ja	ja	ja
nein	ja	ja	ja

Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! **(3 Punkte)**
2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(3 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
4. Wenn *ein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? **(2 Punkt)**

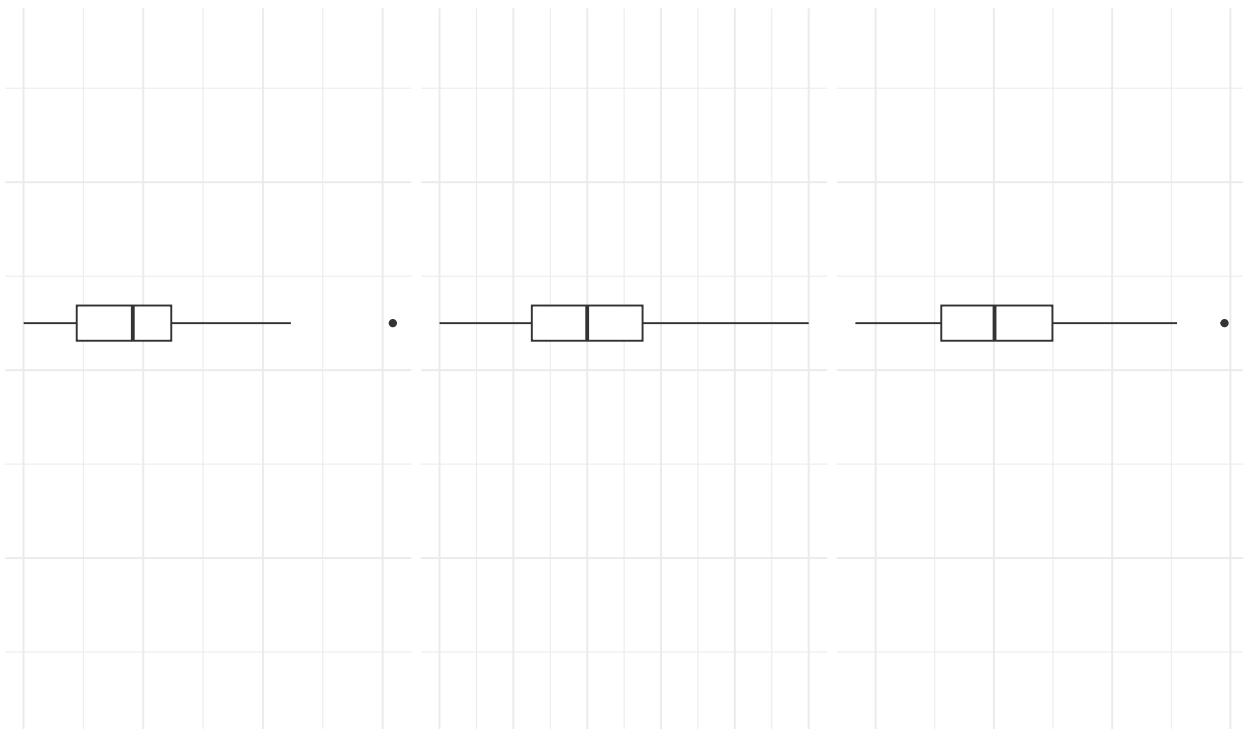
## 59. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! **(3 Punkte)**
3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**
4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! **(2 Punkte)**



## 60. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie 4 Normalverteilungen *in einer Abbildung* mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$  und  $s_1 \neq s_2 \neq s_3 \neq s_4$ ! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! **(2 Punkte)**
4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 61. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! **(6 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! **(1 Punkt)**
3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! **(2 Punkte)**

$N(0, 1)$  und  $N(2, 0.25)$



$Pois(25)$  und  $Pois(1)$





## 62. Aufgabe

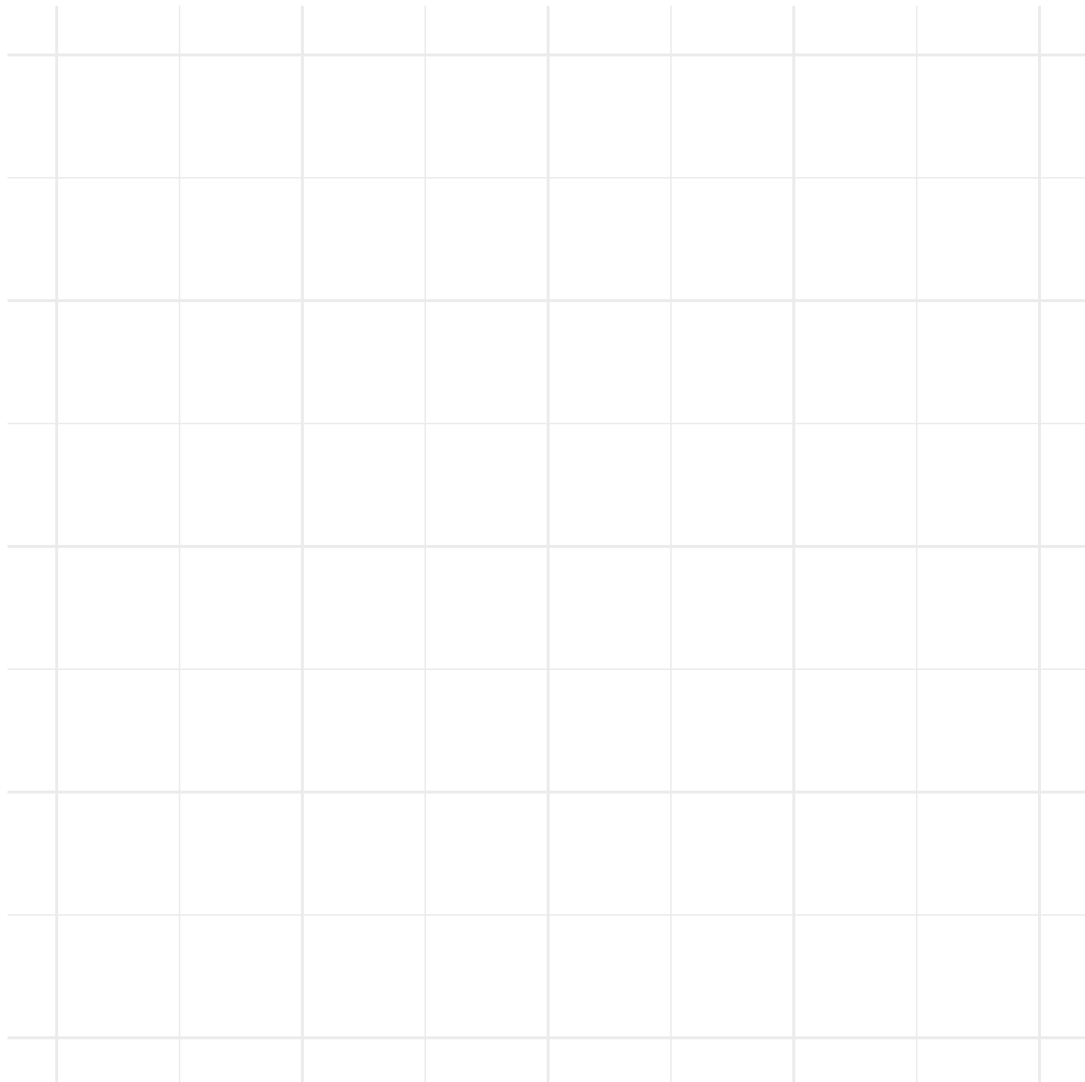
(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe  $y$  vorliegen  $y = \{15, 17, 15, 16, 18\}$ .

1. Visualisieren Sie den Mittelwert von  $y$  in der untenstehenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die  $Y$  und  $X$ -Achse entsprechend! **(2 Punkte)**
3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte  $y_i$  zum Mittelwert  $\bar{y}$  quadriert. Warum muss der Abstand,  $y_i - \bar{y}$ , in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! **(2 Punkte)**



## Teil II.

# Statistisches Testen & statistische Testtheorie

### 63. Aufgabe

(9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! **(3 Punkte)**
2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**
3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von  $Pr(D|H_0)$ ! *Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable „Modul“ aus den Gummibärchendaten!* **(3 Punkte)**

## 64. Aufgabe

(9 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! **(3 Punkte)**

$H_0$  abgelehnt    $H_0$  beibehalten    $\beta$ -Fehler    $H_0$  wahr

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! **(2 Punkte)**

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? **(1 Punkt)**
4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? **(1 Punkt)**
5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem Monat Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 65. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Annahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie „ $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ “! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie „95%“! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Zeichnen Sie  $-T_D$  in die Abbildung! **(1 Punkt)**
7. Zeichnen Sie einen nicht signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 66. Aufgabe

(10 Punkte)



Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Trockengewicht nach Düngergabe zu einer unbehandelten Kontrolle.

1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! **(6 Punkte)**
  - (a) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (b) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
  - (c) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
  - (d) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
  - (e) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz  $s_p$  in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
  - (f) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall



## 67. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts  $\Delta$ , der Streuung  $s$  und der Fallzahl  $n$  auf die Teststatistik  $T_D$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ?

1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatistik  $T_D$  und dem p-Wert  $Pr(D|H_0)$  für sich verändernde  $T_D$ -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei  $T_D$ -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		$T_D$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
$\Delta \uparrow$				$\Delta \downarrow$			
$s \uparrow$				$s \downarrow$			
$n \uparrow$				$n \downarrow$			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

## Teil III.

# Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

### 68. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Steffen ist im Emsland für einen Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ( $n_1 = n_2 = 3$ ) mit Erdbeeren. Allein diese Tatsache ist für ihn eine Erzählung wert. Für seinen Projektbericht musste er ein Freilandversuch mit Erdbeeren durchführen und das sollte laut seinem Betreuer an diesem Ort besonders gut gelingen, da man hier gut neue technische Anlagen und Behandlungen fernab der Bevölkerung testen könne. Zeugen gibt es hier jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn seine Behandlung Düngestufen (*ctrl* und *high*) und der Messwert Frischegewicht [kg/ha] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß er, dass sein Messwert einer Normalverteilung folgt.

treatment	weight
ctrl	10.8
dose	17.0
ctrl	21.2
dose	14.9
ctrl	14.8
dose	18.7

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! **(3 Punkte)**
3. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! **(1 Punkt)**
5. Formulieren Sie eine Antwort an Steffen über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 69. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Der t-Test testet ein normalverteiltes Outcome (Y).’, liest Tina laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Laut ihrer Betreuerin ist zwar ihr Messwert Trockengewicht [kg/ha] normalverteilt, aber wie rechnet sie jetzt einen t-Test? Für ihre Abschlussarbeit musste sie ein Gewächshausexperiment mit Erdbeeren im Teuteburgerwald durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen. Jetzt soll sie auch noch testen, ob die Behandlung Lichtstufen (*none* und *600lm*) ein signifikantes Ergebnis liefert.

Lichtstufen	Trockengewicht
none	26.8
600lm	46.2
none	18.5
none	26.3
600lm	32.4
600lm	14.1
none	20.9
600lm	18.0
none	28.9
600lm	22.4
600lm	14.3
none	26.4
none	18.8
600lm	31.9
none	29.9
600lm	36.7
none	22.7
none	23.0
600lm	33.2
none	23.1

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Student t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! **(1 Punkt)**
6. Wenn Sie *einen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik  $T_D$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Tina über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**



## 70. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Emsland, unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer von Tina, die mit ihrer 1 Frau starken Besatzung 12 Wochen lang unterwegs ist, um neue Welten zu erforschen, neues Leben und neue Zivilisationen. 'Oder nennen wir es Ödnis und Verzweiflung', denkt Tina. Für ihre Abschlussarbeit ist Tina ins Nichts gezogen. Was macht sie nun? Tina hat ein Freilandversuch mit Erdbeeren durchgeführt. Die Behandlung Lichtstufen (*none* und *600lm*) wurde an Erdbeeren getestet. Gemessen hat sie dann als einen normalverteilten Endpunkt (*Y*) Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt soll sie ihrem Betreuer nach testen, ob die Behandlung Lichtstufen (*none* und *600lm*) ein signifikantes Ergebnis liefert.

Lichtstufen	Chlorophyllgehalt
600lm	18.7
none	22.8
600lm	27.8
none	22.4
600lm	24.8
none	41.8
600lm	26.8
600lm	26.2
none	35.0
600lm	20.1
none	38.3
600lm	29.9
none	37.1
600lm	25.4
600lm	22.7
600lm	26.0
none	33.1

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines Welch t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? **(2 Punkte)**
6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! **(1 Punkt)**
7. Formulieren Sie eine Antwort an Tina über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 71. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Alles voll mit Erdbeeren. Das haben Mark und Jessica gemeinsam in einer Hausarbeit gemacht! Worum ging es aber konkret? Beide haben als einen normalverteilten Endpunkt ( $Y$ ) Trockengewicht [kg/ha] von Erdbeeren bestimmt. Die Daten haben beide zusammen in einem Gewächshausexperiment erhoben. In dem Experiment ging es um eine vorher/nachher Untersuchung an den gleichen Erdbeeren. Als Behandlung wurde Ausgeizen (*ctrl* und *28d*) eingesetzt. Nach der Meinung des Betreuers muss hier ein gepaarter t-Test gerechnet werden.

ID	treatment	freshmatter
1	ctrl	20.0
6	28d	45.1
8	ctrl	29.5
6	ctrl	26.8
3	28d	44.8
2	28d	44.9
8	28d	46.7
10	ctrl	22.5
5	ctrl	22.1
5	28d	50.8
7	ctrl	28.3
9	28d	44.9
4	ctrl	22.4
9	ctrl	23.4
4	28d	47.6
1	28d	48.9
7	28d	37.8
3	ctrl	34.7
2	ctrl	25.6

Leider kennen sich Mark und Jessica mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_D$  eines gepaarten t-Tests! **(3 Punkte)**
4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.84$  eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den  $p$ -Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**
6. Formulieren Sie eine Antwort an Mark über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! **(2 Punkte)**

## 72. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Wir waren in der Uckermark um Erdbeeren in einem Freilandversuch zu messen.’, Jonas legt das Dokument auf den Tisch und schaut Yuki und Paula fragend an. Beide schauen fragend zurück. Die beiden sind zu ihm gekommen, da sie sich nicht mit **R** auskennen und daher Hilfe bei der Interpretation des t-Tests brauchen. Kein Problem. Aber worum es in dem Versuch geht, lässt sich nur aus dem Text in seiner Hand errahnen. Vielleicht hilft da ja die Ausgabe des t-Tests in R weiter.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Proteingehalt by Genotypen
## t = -0.42467, df = 17, p-value = 0.6764
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -8.864007 5.893553
## sample estimates:
## mean in group AA mean in group BB
## 44.48750 45.97273
```

Helfen Sie Jonas bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Yuki und Paula nicht weiter.



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_D$ ,  $Pr(D|H_0)$ ,  $A = 0.95$ , sowie  $T_{\alpha=5\%} = |2.11|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**

### 73. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Jonas und Mark sind bei Yuki um sich Hilfe in  zu holen. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit  sind sich aber unsicher bei der Interpretierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. In einem Projektbericht haben sie zusammen Erdbeeren untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Düngestufen (*ctrl* und *high*) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg]. Der Versuch wurde in einem Freilandversuch im Teutoburgerwald durchgeführt. Nach des Betreuers ist der Messwert Proteingehalt [g/kg] normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifelt...

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Proteingehalt by Düngestufen
## t = 1.9774, df = 17, p-value = 0.06444
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -0.437687 13.512687
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 41.7375 35.2000
```

Helfen Sie Yuki bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Mark nicht weiter.



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**

## 74. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Mark und Jessica sind bei Steffen um sich Hilfe in  zu holen. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit  sind sich aber unsicher bei der Interpretierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. In einer Abschlussarbeit haben sie zusammen Erdbeeren untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Lichtstufen (*none* und *600lm*) und dem Messwert Frischgewicht [kg/ha]. Der Versuch wurde in einem Feldexperiment im Oldenburger Land durchgeführt. Nach des Betreuers ist der Messwert Frischgewicht [kg/ha] normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifelt...

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Frischgewicht by Lichtstufen
## t = 2.6624, df = 16, p-value = 0.01703
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
##  1.358431 11.974903
## sample estimates:
## mean in group none mean in group 600lm
##           37.56667           30.90000
```

Helfen Sie Steffen bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Mark und Jessica nicht weiter.


1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! **(1 Punkt)**

## 75. Aufgabe


(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einer Abschlussarbeit. Deshalb arbeiten Yuki und Jonas gemeinsam an einer Abschlussarbeit. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Yuki und Jonas haben sich Erdbeeren angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Düngung (*vorher* und *nachher*) und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in  aus.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Frischegewicht by Düngung
## t = 5.6775, df = 8, p-value = 0.0004663
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
##  7.660497 18.139503
## sample estimates:
## mean difference
##                12.9
```

Jetzt brauchen Yuki und Jonas Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in  um ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## Teil IV.

# Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

### 76. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wir können jetzt anhand der Visualisierung sehen, ob da schon was signifikant ist?’, Yuki hebt die Augenbraue. ‘Ja, können wir. Dafür müssen wir aber erstmal in {ggplot} uns die Daten anschauen. Oder wir zeichnen es flott mit der Hand. Geht auch.’, meint Mark dazu. Yuki hatte sich in ein Freilandversuch verschiedene Erdbeeren angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Bewässerungstypen (*low*, *mid* und *high*) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt.

Bewässerungstypen	Chlorophyllgehalt
mid	31
mid	30
low	31
low	30
mid	31
high	25
low	30
high	22
high	24
low	30
low	31
mid	29
mid	31
mid	30
mid	32
high	24
high	24
low	30

Leider kennen sich Yuki und Mark mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
  - Globale Mittelwert:  $\beta_0$  **(1 Punkt)**
  - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$  **(1 Punkt)**
  - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$  und  $\beta_{2.5}$  **(1 Punkt)**
  - Residuen oder Fehler:  $\epsilon$  **(1 Punkt)**
4. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! **(2 Punkte)**

## 77. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Mark schaut Yuki fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Yuki tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Oldenburger Land um einen Versuch in einer Klimakammer mit Erdbeeren durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Düngestufen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt.

Leider kennen sich Mark und Yuki mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! **(3 Punkte)**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Düngestufen</b>	3	2816.19			
<b>error</b>	19	1165.46			
<b>Total</b>	22				

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 3.13$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**



## 78. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Mark schaut Nilufar fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Nilufar tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Beide waren im Oldenburger Land um ein Feldexperiment mit Erdbeeren durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) und dem Messwert Frischgewicht [kg/ha] gibt.

Leider kennen sich Mark und Nilufar mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! **(3 Punkte)**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Bewässerungstypen</b>	3	50.44			
<b>Error</b>	17	150.8			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit  $F_{\alpha=5\%} = 3.2$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie *einen* Student t-Test für den *vermutlich* signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%} = 2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! **(3 Punkte)**

Bewässerungstypen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	5	6.8	3.49
low	5	2.8	1.79
mid	5	6.4	4.28
high	6	6.0	1.79


7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 79. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Jonas schaut entnervt auf und klappt den Laptop zu. Nun möchte sein Betreuer seiner Hausarbeit erstmal eine ANOVA sehen und *dann* die Ergebnisse präsentiert bekommen bevor es überhaupt mit der Abschlussarbeit weitergeht. Dabei war er extra im Oldenburger Land um ein Gewächshausexperiment mit Erdbeeren durchzuführen. Und dort was es wirklich nicht schön geschweige denn spannend wie bei seinen Kommilitonen, die in Almería waren. Hätte er es vorher gewusst, dann hätte er die Abschlussarbeit bei wem anders geschrieben. Aber gut, jetzt als die ANOVA in .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Frischegewicht
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## Lichtstufen  3  84.133  28.0444   5.5562 0.004398
## Residuals   26 131.233   5.0474
```

Leider kennen sich Jonas mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? **(2 Punkte)**
5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(3 Punkte)**

## 80. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Steffen steht im Oldenburger Land. Und das ist noch langweiliger als es sich anhört. Wäre es nur so spannend wie bei seinen Kommilitonen, die in Almería waren. Ödnis wohin man nur blickt. Oder eben Erdbeeren. Ja, darum geht es in seiner Abschlussarbeit. Und wäre das nicht noch alles genug, ist sein Experiment auch noch als ein Feldexperiment komplex geraten. Es wurde der Messwert Proteingehalt [g/kg] mit dem Behandlung Substrattypen (*torf*, *40p60n*, *30p20n* und *70p30n*) sowie der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, und *high*) untersucht. 'Hmpf', denkt Steffen und ruft 'Und jetzt!?' in die Leere.

Leider kennen sich Steffen mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
<b>Substrattypen</b>	3	97.75			
<b>Bewässerungstypen</b>	1	307.91			
<b>Substrattypen:Bewässerungstypen</b>	3	72.18			
<b>Error</b>	18	395.73			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$F_{\alpha=5\%}$
<b>Substrattypen</b>	4.26
<b>Bewässerungstypen</b>	3.40
<b>Substrattypen:Bewässerungstypen</b>	5.23


5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
6. Was sagt der Term *Substrattypen:Bewässerungstypen* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

## 81. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einen Versuch in einer Klimakammer wurden Erdbeeren mit der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) sowie der Behandlung Substrattypen (*torf*, *70p30n*) untersucht. Es wurde als Messwert Trockengewicht [kg/ha] bestimmt. Jetzt starrt Tina mit auf die  Ausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt ihre Betreuerin in der gleichen Art Tina zurück an. Das wird ein langer Nachmittag, denkt sie sich und kreuselt ihren Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihr überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um die Projektbericht. Tina hätte doch nichts mit Erdbeeren machen sollen. Erdbeeren – was soll das auch bedeutendes sein?

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Trockengewicht
##
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
## Bewässerungstypen	2	277.44	138.720	7.0888	0.005364
## Substrattypen	1	71.37	71.368	3.6470	0.072238
## Bewässerungstypen:Substrattypen	2	275.31	137.655	7.0344	0.005530
## Residuals	18	352.24	19.569		

Leider kennen sich Tina mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(3 Punkte)**
4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**

## 82. Aufgabe

(8 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik  $F_{calc}$  und in dem Student t-Test die T-Statistik  $T_{calc}$ .

$$F_{calc} = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_{calc} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der  $F_{calc}$  Statistik und  $T_{calc}$  Statistik! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante  $F_{calc}$  Statistik sowie eine signifikante  $F_{calc}$  Statistik anhand von  $MS_{treatment}$  und  $MS_{error}$ ! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! **(2 Punkte)**
4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

### 83. Aufgabe

(8 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ . Der Faktor  $f_1$  hat drei Level. Der Faktor  $f_2$  hat dagegen nur zwei Level.

1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine schwache und eine starke Interaktion zwischen den Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ! **(4 Punkte)**
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! **(2 Punkte)**
3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? **(2 Punkte)**

## 84. Aufgabe

(9 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor  $f_1$  mit vier Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit  $F_{calc} = 1.2$ . Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem zweiten und dritten Level geben müsste. Die *IQR*-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Visualisieren Sie die Berechnung von  $F_{calc}$  am obigen Beispiel! **(3 Punkte)**
3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! **(3 Punkte)**

## Teil V.

# Multiple Gruppenvergleiche

### 85. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Mark und Tina untersuchen gemeinsam in ihrer Abschlussarbeit den Messwert Proteingehalt [g/kg] in Erdbeeren. Es ist einiges schiefgelaufen, wie es immer so passiert. Hauptsächlich waren es Katzen, auch wenn man erstmal bei dem Messwert nicht unbedingt an Katzen denken würde. Aber das ist eine andere Geschichte. Jetzt wollen Mark und Tina ihre Ergebnisse nochmal mit einer Studie von Meyer et al. (2021) vergleichen und schauen, ob was ähnliches rauskommt. Angeschaut wurde sich als Behandlung Genotypen (00, AA, AB und BB). Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen  $p$ -Werte für die Vergleiche zu Meyer et al. (2021).

Rohen $p$ -Werte	Adjustierte $p$ -Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.0700		
0.0800		
0.0012		
0.0020		

Leider kennen sich Mark und Tina mit der Adjustierung von  $p$ -Werten und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Füllen Sie die Spalte *Adjustierte  $p$ -Werte* nach der Bonferoni-Methode aus! **(2 Punkte)**
4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der  $p$ -Werte das Signifikanzniveau  $\alpha$  adjustieren? **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie warum die  $p$ -Werte oder das Signifikanzniveau  $\alpha$  bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! **(2 Punkte)**
7. Würden Sie die Adjustierung der  $p$ -Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus  $\alpha$  vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**



## 86. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Mark betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von seinem Betreuer. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihm etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte er dann schon nachbauen. Das macht ihn dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Mark betrachtet ein Poster das sich mit Erdbeeren beschäftigt. Genotypen (00, AA, AB und BB) und Frischegewicht [kg/ha] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird er daraus nicht.

Behandlung	Compact letter display
00	a
AA	b
AB	c
BB	ab

Leider kennen sich Mark mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich anhand des *Compact letter display (CLD)* ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den Barplots! **(1 Punkt)**
5. Erklären Sie *einen* Vorteil und *einen* Nachteil des *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**
6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

## 87. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Steffen betrachtet in sich gekehrt die Poster vor dem Büro von seine Betreuerin. Viele der explorativen Abbildungen sagen ihm etwas. Die Barplots und die Boxplots könnte er dann schon nachbauen. Das macht ihn dann zuversichtlich die Abschlussarbeit auch hinzukriegen. Etwas komischer sind die seltsamen Buchstaben über den Barplots. Steffen betrachtet ein Poster das sich mit Erdbeeren beschäftigt. Substrattypen (*kompost*, *torf*, *40p60n* und *70p30n*) und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] wurden dort bestimmt. So richtig schlau, wird er daraus nicht. Als erstes müsse müsse man die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren, liest Steffen im Methodenteil und ist dann noch verwirrter als vorher schon.

Substrattypen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
kompost	8	14.59	3.18
torf	8	10.06	1.29
40p60n	7	4.81	3.41
70p30n	7	14.43	2.68

Leider kennen sich Steffen mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Matrix der  $p$ -Werte anhand von Student t-Tests! **(4 Punkte)**
5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
6. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)* für Steffen und Tina! **(1 Punkt)**

## 88. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Oh, nee!', ruft Yuki aus und rollt entnervt mit ihren Augen. Yuki hatte ihre gesamte Analyse in SPSS gerechnet. Das war ja auch alles in Ordnung. Abbildungen haben geklappt und auch die statistischen Tests gingen dann irgendwie doch. Aber das CLD nicht. Yuki findet einfach keine Möglichkeit ein CLD in SPSS zu erhalten. Aber ihre Betreuerin möchte unbedingt ein CLD. Sonst wird es mit der Abgabe nichts. Dabei hatte sie schon wirklich eine Menge gemacht! Yuki hatte sich zwei Variablen mit Lichtstufen (*none*, *200lm*, *400lm* und *800lm*) und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] in einen Versuch in einer Klimakammer mit Erdbeeren angeschaut. Wo kriegt sie jetzt ein CLD her? Dann eben per Hand aus der Matrix der *p*-Wert. Yuki stöhnt...

	none	200lm	400lm	800lm
none	1.0000000	0.0276991	0.2216880	0.2839284
200lm	0.0276991	1.0000000	0.3052977	0.1993737
400lm	0.2216880	0.3052977	1.0000000	0.8259603
800lm	0.2839284	0.1993737	0.8259603	1.0000000

Leider kennen sich Yuki mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! **(1 Punkt)**
3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der *p*-Werte ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)*! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
5. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)* für Yuki und Tina! **(2 Punkte)**

## Teil VI.

# Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

### 89. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tina hat sich ein Herz gefasst und war für ihrer Abschlussarbeit in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der sie viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Tina ist schon eine ganze Zeit im Büro, da ihre Betreuerin möchte, dass sie jetzt auf ihren Daten mit  $n = 136$  Beobachtungen von Erdbeeren einen  $\chi^2$ -Test rechnet. Das ginge, da sie als Behandlung *KI-gesteuert* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Chlorophyllgehalt* unter Zielwert [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage.

	38	19	
	27	52	

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! **(2 Punkte)**
5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\chi^2_{\alpha=5\%} = 3.841$ ! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die  $\chi^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\chi^2_{\alpha=5\%}$  und  $\chi^2_D$  in der Abbildung! **(2 Punkte)**
7. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V*! Interpretieren Sie den Effektschätzer! **(2 Punkte)**

## 90. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tina hat sich ein Herz gefasst und war für ihrem Projektbericht in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der sie viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Tina ist schon eine ganze Zeit im Büro, da ihr Betreuer möchte, dass sie jetzt auf ihren Daten mit  $n = 169$  Beobachtungen von Erdbeeren einen  $\chi^2$ -Test rechnet. Das ginge, da sie als Behandlung *KI-gesteuert* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Frischegewicht über Zielwert* [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage.

			99
			70
	98	71	169

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! **(1 Punkt)**
3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? **(2 Punkte)**

## 91. Aufgabe



(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nilufar hat sich ein Herz gefasst und war für ihrer Hausarbeit in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der sie viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Nilufar ist schon eine ganze Zeit im Büro, da ihre Betreuerin möchte, dass sie jetzt auf ihren Daten mit  $n = 169$  Beobachtungen von Erdbeeren einen  $\chi^2$ -Test rechnet. Das ginge, da sie als Behandlung *Herbizideinsatz* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Trockengewicht über Zielwert* [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage. Nach ihrem Experiment erhielt sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus ihren erhobenen Daten.

```
##                               Herbizideinsatz
## Trockengewicht über Zielwert ja  nein
##                               ja   17   5
##                               nein  4   12
```

Dann rechnete Nilufar den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in  und erhielt folgende  Ausgabe der Funktion `fisher.test()`.

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: Trockengewicht über Zielwert
## p-value = 0.002568
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
##  1.85845 61.14631
## sample estimates:
## odds ratio
##  9.451509
```

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines  $\chi^2$ -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! **(1 Punkt)**
6. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**

## 92. Aufgabe

(11 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 2% angenommen. In 80% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 2000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! **(8 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? **(1 Punkt)**



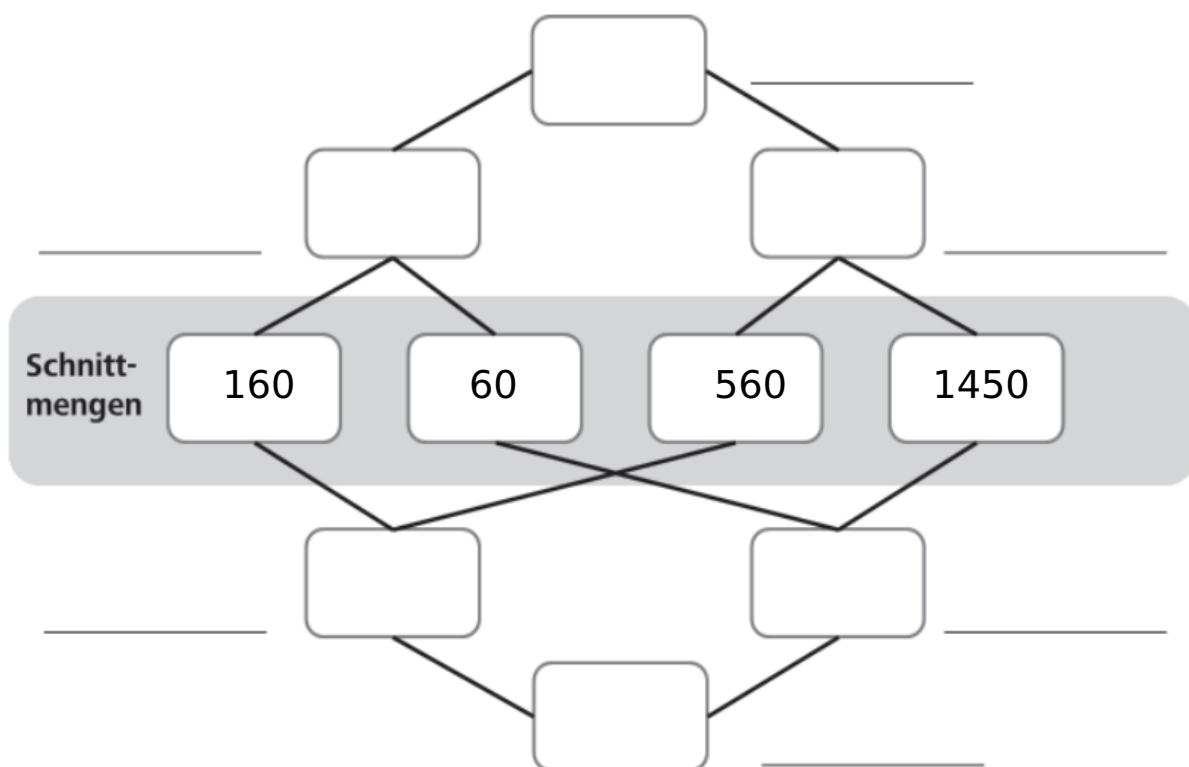
### 93. Aufgabe

(12 Punkte)



Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! **(4 Punkte)**





## Teil VII.

# Lineare Regression & Korrelation

### 94. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Hä? Hatten wir das als Aufgabe nicht schon mal, das wir aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung bauen sollten?’, fragt Nilufar. Steffen schaut fragend zurück. ‘Kann mich wie immer an nichts erinnern. Können wir trotzdem jetzt erstmal die Daten auswerten? Columbo?’, antwortet Steffen leicht angespannt. Die beiden hatten ein Feldexperiment im Oldenburger Land mit Erdbeeren durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Regenwurmdichte [Anzahl/l] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*

Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]	Durchschnittlicher Regenwurmdichte [Anzahl/l]
24.6	27.1
25.8	21.7
26.9	23.9
21.3	22.4
28.3	25.3
22.3	15.4
18.2	19.3
22.5	21.8
22.8	24.1
14.1	15.0

Leider kennen sich Nilufar und Steffen mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
5. Liegt ein Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$  vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? *Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden!* **(1 Punkt)**

## 95. Aufgabe


(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!’, ruft Nilufar. ‘Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?’, fragt Yuki. Nilufar atmet schwer ein und starrt auf die  Ausgabe der Funktion `lm()`. Die beiden hatten ein Feldexperiment im Oldenburger Land mit Erdbeeren durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Niederschlag [ml/w] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in  gemacht, aber wie soll das jetzt gehen?

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	1.16	2.76		
Durchschnittlicher Niederschlag	1.06	0.27		

Leider kennen sich Nilufar und Yuki mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!



1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Erstellen Sie eine Visualisierung der `lm()`-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der `lm()`-Ausgabe! **(2 Punkte)**
4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! **(1 Punkt)**
5. Ergänzen Sie die t Statistik in der `lm()`-Ausgabe! **(2 Punkte)**
6. Ergänzen Sie den p-Wert in der `lm()`-Ausgabe mit  $T_{\alpha=5\%} = 1.96$ ! **(2 Punkte)**
7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(1 Punkt)**
8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(1 Punkt)**

## 96. Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



‘Hä? Was ist denn das? Das wird ja immer wilder! Hatten wir das als Aufgabe eine lineare Regression zu rechnen? Wir bauen aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung und interpretieren diese dann?’, fragt Yuki. Tina schaut fragend zurück. ‘Keine Ahnung... das ist jetzt jedenfalls keine Abbildung von irgendwas sondern eine  Ausgabe mit ganz wilden Bezeichnungen...’, antwortet Tina leicht angespannt. Die beiden hatten einen Versuch in einer Klimakammer im Wendland mit Erdbeeren durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Niederschlag [ml/w] und Proteingehalt [g/kg]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. *Eigentlich...*, denn mit der  Ausgabe haben beide jetzt ein Problem.

```
##
## Call:
## lm(formula = "Proteingehalt ~ Durchschnittlicher_Niederschlag", data = data)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.6243 -0.8788  0.0943  0.8187  2.7362
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      2.65225     2.23564   1.186   0.243
## Durchschnittlicher_Niederschlag  0.05924     0.21900   0.270   0.788
##
## Residual standard error: 1.509 on 35 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.002086, Adjusted R-squared:  -0.02643
## F-statistic: 0.07317 on 1 and 35 DF,  p-value: 0.7884
```

Leider kennen sich Yuki und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in  überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? **(2 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die  $p$ -Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! **(2 Punkte)**
5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie *kurz* den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.05 aus? **(2 Punkte)**

## 97. Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



'Ich glaube ich bringe da was durcheinander. Ich möchte eine Gerade durch die Punkte zeichnen oder doch eine Korrelation berechnen?', merkt Steffen laut an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in R'. Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in meinem Versuch. Ich wollte doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Steffen sich sichtlich übernächtigt selber. Die Nacht war zu lang und überhaupt. Steffen hatte ein Freilandversuch im Oldenburger Land mit Erdbeeren durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Anteil an Ton [%/l] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will er erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der R Ausgabe möglich sein.

```
##  
## Pearson's correlation  
##  
## data: Durchschnittlicher Anteil an Ton [%/l] and Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]  
## t = 2.2741, df = 8, p-value = 0.05255  
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
## -0.004999918 0.900827807  
## sample estimates:  
## cor  
## 0.626599
```

Leider kennt sich Steffen mit der Korrelationsanalyse in R überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Erstellen Sie eine Visualisierung für den Korrelationskoeffizienten! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! **(2 Punkte)**
5. Interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**

## 98. Aufgabe

(9 Punkte)

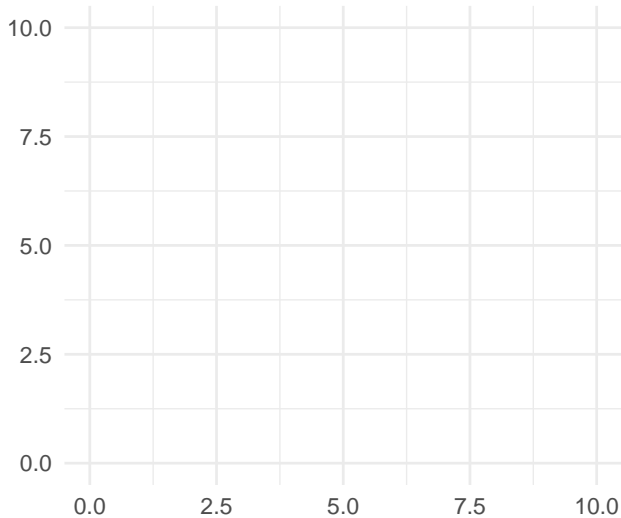


In den folgenden Abbildungen sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

1. Zeichnen Sie für die angegebene  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie für die angegebenen  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktwolke um die Gerade. **(3 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(3 Punkte)**

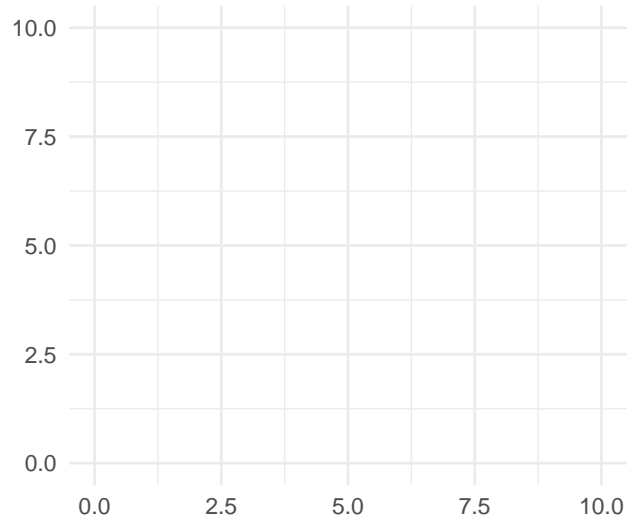
Pearsons  $\rho = 0$

$R^2 = 0.75$



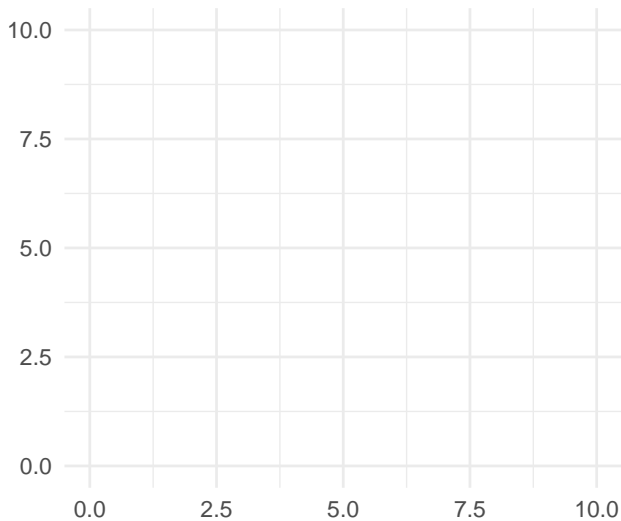
Pearsons  $\rho = -0.75$

$R^2 = 0.5$



Pearsons  $\rho = -0.5$

$R^2 = 1$



## 99. Aufgabe

(9 Punkte)

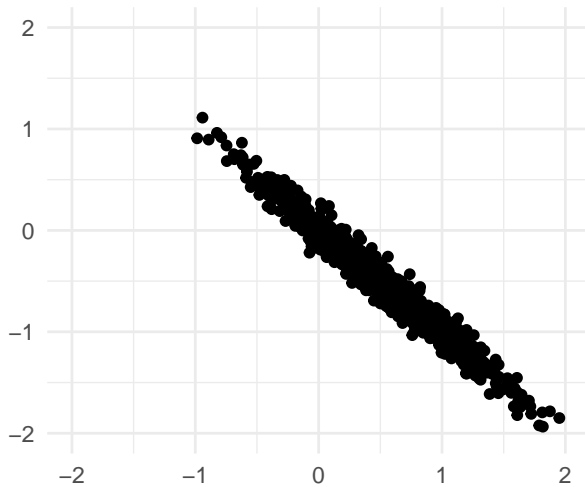


In den folgenden Abbildungen sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in der entsprechenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in der entsprechenden Punktwolke um die Gerade! **(4 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? **(1 Punkt)**

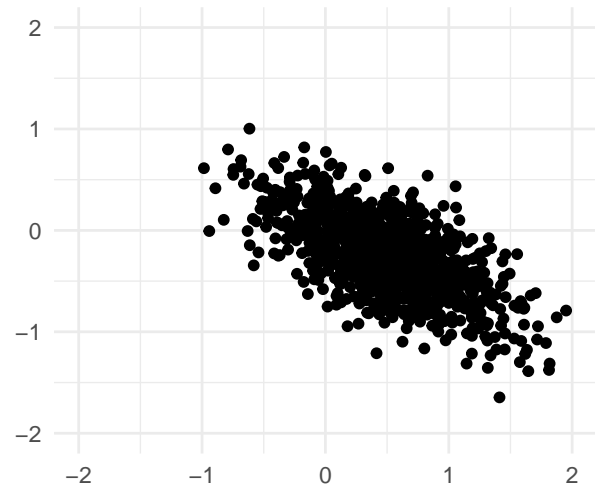
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



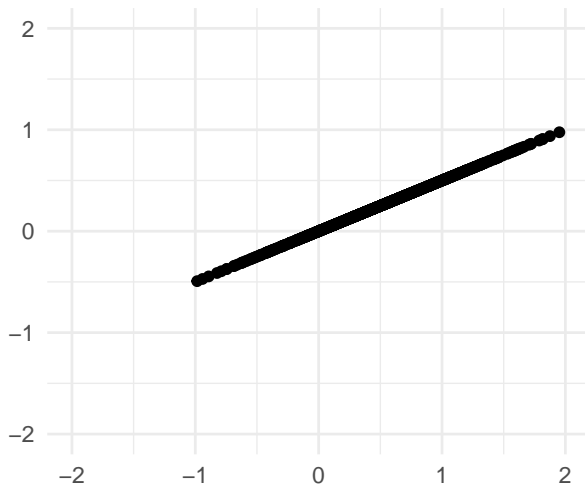
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



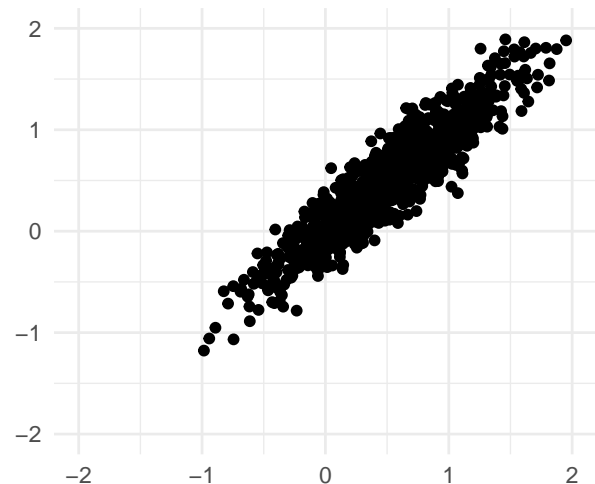
Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



Pearsons  $\rho =$

$R^2 =$



## 100. Aufgabe

(10 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $\text{kg/m}^2$  (*drymatter*) und Wassergabe  $\text{l/m}^2$  (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

.id	drymatter	water	.fitted	.resid
1	31.5	15.3	30.3	
2	25.7	11.1	26.2	
3	24.9	6.3	21.6	
4	25.9	9.1	24.3	
5	23.1	10.1	25.3	
6	26.5	10.3	25.5	
7	20.6	7.7	23.0	
8	22.5	9.0	24.2	
9	22.9	8.1	23.3	

1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte *.resid* in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

## 101. Aufgabe

(12 Punkte)



1. Zeichnen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbildungen die Zeile des Regressionskreuzes der Normalverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! **(6 Punkte)**
2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen *Zahlenraum* nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**






## 102. Aufgabe

(9 Punkte)



Ein Feldexperiment wurde mit  $n = 200$  Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen ( $x$ ) wurden erhoben: dry, weight und P. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality\_score und dead.

1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie *Gaussian* gehört! **(1 Punkt)**
2. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  in der Funktion `glm()` üblich ist *ohne Interaktionsterm*! **(3 Punkte)**
3. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  üblich ist und ergänzen Sie *einen* Interaktionsterm nach Wahl! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie eine *schwache* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**




## Teil VIII.

# Experimentelles Design




### 103. Aufgabe

(16 Punkte)



Paula und Yuki sind bei Alex um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  zu holen. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) sowie Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl*, und *tornado*) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] in Erdbeeren. Der Versuch soll in einem Freilandversuch im Wendland durchgeführt werden. Nach der Dozentin ist der Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Alex ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Complete randomized design* (CRD) mit nur einem der beiden Faktoren. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Yuki schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter.


Leider kennen sich Alex, Paula und Yuki mit dem *Complete randomized design* (CRD) überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(1 Punkt)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in ! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in ! **(3 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleichs! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**




## 104. Aufgabe

(10 Punkte)



Nilufar und Yuki sind bei Mark um sich Hilfe für eine Versuchsplanung in  zu holen. Dabei geht es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Lichtstufen (*none*, *200lm*, *400lm* und *600lm*) sowie Substrattypen (*torf*, *70p30n*) sowie drei Blöcken und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] in Erdbeeren. Der Versuch soll in einem Feldexperiment in der Uckermark durchgeführt werden. Nach dem Dozenten ist der Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] normalverteilt. Die beiden entschieden sich für ein faktorielles Versuchsdesign. Im ersten Schritt überlegt Mark ein komplexeres experimentelles Design zu probieren. Daher entscheiden sich alle drei für ein *Randomized complete block design* mit Berücksichtigung einer Interaktion. Das sollte für den anfang erstmal reichen. 'Und jetzt, was machen wir jetzt?', Yuki schaut die anderen beiden mit großen Augen an. Die zucken mit der Schulter.

Leider kennen sich Mark, Nilufar und Yuki mit dem *Randomized complete block design* überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die Drei bei der Erstellung Ihre Hilfe!

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die statistische Hypothesenpaare! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das faktorielle Versuchsdesign! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Datentabelle für das faktorielle Versuchsdesign in ! **(2 Punkte)**
5. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise für eine ANOVA! Skizzieren Sie die notwendige Funktionen in ! **(4 Punkte)**
6. Skizzieren Sie die weitere Datenanalyse hinsichtlich eines multiplen Gruppenvergleiches! **(2 Punkte)**
7. Skizzieren Sie eine mögliche Abbildung im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! Beschriften Sie die Abbildung! **(3 Punkte)**
8. Ergänzen Sie zu der Abbildung ein mögliches Ergebnis des multiplen Gruppenvergleiches! Welche Annahme hinsichtlich der Modellierung haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**



## Teil IX.

# Programmieren in R

### 105. Aufgabe

(9 Punkte)



'Hm.  ist eigentlich gar nicht so schwer, wenn man die Grundlagen kann.', meint Alex ganz zuversichtlich. Nur leider kennt er sich überhaupt nicht mit  aus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen.

Alex: *In R hat sich doch mein Datensatz geändert. Warum ist er jetzt wieder so wie vorher, wenn ich den Datensatz wieder aufrufe? Was mache ich falsch?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex: *Ich sehe überall dieses `c()`. Was ist denn deren Nutzen?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex: *Der Zuweisungs-Operator wird sehr häufig genutzt. Wie sieht der aus und wie funktioniert der an einem Beispiel?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex: *Wie war nochmal der Name der Funktion in dem wir in R Daten intern abspeichern? Was waren da nochmal die Vorteile?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex: *Jetzt sehe ich wieder diese Tilde (`~`) in R. Wo brauchen wir diese denn nochmal?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex: *Warum gibt es eigentlich das RStudio und R? Wie unterscheiden sich beide voneinander?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex: *Es gibt ja in R unter anderem `library()` und `Packages`. Was ist der Unterschied und wozu brauche ich die?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex: *Teilweise brauche ich das Konzept des Faktors in . Was ist ein Faktor?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:



Alex: *Ich habe gehört, dass es Vorteile gibt  zu nutzen. Nenne mir mal einen Vorteil!* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

## 106. Aufgabe

(9 Punkte)



'Hm...am Ende ist dann  eigentlich gar nicht so schwer, wenn ich Hilfe habe.', meint Alex stolz und lacht Sie an. Nur leider kennt er sich überhaupt nicht mit  aus! Das heißt, Sie müssen hier einmal Rede und Antwort stehen und helfen. Sonst wird es für Alex dann in seiner Abschlussarbeit nichts mit der Auswertung und Abgabe. Das kann auch keine Lösung für Alex und Sie sein. Immerhin haben Sie schon so viel gelernt.

Alex fragt: *Wenn ich zwei Faktoren  $f_1$  und  $f_2$  habe, wie spezifiziere ich nochmal eine Interaktion in einem Modell?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex fragt: *Viele Abbildungen gehen ja auch in Excel, aber `{ggplot}` ist schon besser. Wie verbindet `{ggplot}` eigentlich nochmal die einzelnen Ebenen?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex fragt: *Man kann doch die Funktion `emmeans()` von Varianzhomogenität auf Varianzheterogenität umstellen. Wie ging das noch gleich?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex fragt: *Ich möchte in der Funktion `emmeans()` den Faktor  $f_1$  getrennt in jedem Level des Faktors  $f_2$  auswerten. Was muss ich da in der Funktion `emmeans()` angeben?* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex fragt: *Okay, und für was brauche ich nochmal die R Pakete `{emmeans}`, `{ggplot}` und `{readxl}`?* **(2 Punkte)**

Sie antworten:

Alex fragt: *Oh, wie baue ich mir nochmal die Daten in R? Wie heißt das Dateiformat? Gerne einmal mit Beispiel!* **(1 Punkt)**

Sie antworten:

Alex fragt: *Wenn ich Daten in R mit Gruppen eingelesen habe, welche Funktion nutze ich dann meistens als erstes und warum muss ich das machen? Was muss ich da machen?* **(2 Punkte)**

Sie antworten:

## Teil X.

# Forschendes Lernen

Das forschende Lernen basiert zum einen auf den folgenden wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der folgenden Veröffentlichungen vorausgesetzt.

*In der Prüfung erhalten Sie einen Auszug der wissenschaftlichen Veröffentlichung. Für die Einarbeitung in die Veröffentlichung ist in der Prüfung ausdrücklich keine Zeit vorgesehen.*

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. *Scientia Horticulturae*, 304, 111320. [[Link](#)]
- Petersen, F., Demann, J., Restemeyer, D., Ols, H. W., Westendarp, H., Appenroth, K. J., & Ulbrich, A. (2022). Influence of light intensity and spectrum on duckweed growth and proteins in a small-scale, re-circulating indoor vertical farm. *Plants*, 11(8), 1010. [[Link](#)]
- Selle, P. H., Cadogan, D. J., Li, X., & Bryden, W. L. (2010). Implications of sorghum in broiler chicken nutrition. *Animal Feed Science and Technology*, 156(3-4), 57-74. [[Link](#)]
- Wu, G., Knabe, D. A., & Kim, S. W. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs. *The Journal of Nutrition*, 134(10), 2783S-2790S. [[Link](#)]

Das forschende Lernen basiert zum anderen auf den folgenden wissenschaftlichen Datensätzen und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar. Die Datensätze werden über ILIAS bereitgestellt.

*In der Prüfung erhalten Sie keinen Auszug aus den wissenschaftlichen Daten. Die Datensätze werden als bekannt in der Prüfung vorgelegt. Sie haben sich vorab Notizen und Anmerkungen gemacht.*

- bar

## 107. Aufgabe



(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Vor dem Start der eigenen Arbeit möchte sein Betreuer, dass Jonas einmal die wissenschaftliche Veröffentlichung *Wu, G., et al. (2004). Arginine nutrition in neonatal pigs* sinnvoll zusammenfasst. Dann würde die eigene Arbeit auch leichter von der Hand gehen und Jonas hätte dann schon eine Vorlage. 'Das ist jetzt aber umfangreicher als gedacht!', schnauft er und runzelt die Stirn.

Leider kennt sich Jonas mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie die wissenschaftliche Veröffentlichung schon im Detail und können sofort helfen.

1. Erläutern Sie die wissenschaftliche Fragestellung der wissenschaftlichen Veröffentlichung anhand des OCAR Prinzips nach Schimel (2012)<sup>1</sup> **(4 Punkte)**
2. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! Wie lautet der primäre Endpunkt? **(2 Punkte)**
3. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise! **(2 Punkte)**
4. Nennen Sie eine Auswahl an bedeutenden statistischen Maßzahlen in der wissenschaftlichen Veröffentlichung! **(1 Punkt)**
5. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Signifikanz für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
6. Interpretieren Sie die Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung hinsichtlich der Effektstärke für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
7. Diskutieren Sie die ökonomische Relevanz der Hauptaussage der wissenschaftlichen Veröffentlichung im Bezug auf Signifikanz und Effektstärke für den primären Endpunkt! **(1 Punkt)**
8. Skizzieren Sie für den primären Endpunkt den sich ergebenden Datensatz in  für eine ausgewählte Abbildung! **(2 Punkte)**
9. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
10. Schätzen Sie die benötigte Fallzahl für ein zukünftiges Experiment anhand der Ergebnisse in der wissenschaftlichen Veröffentlichung für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**

<sup>1</sup>Schimel, J. (2012). Writing science: how to write papers that get cited and proposals that get funded. OUP USA.

## 108. Aufgabe


(20 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Unter einem langen Schnaufen starrt Yuki auf den wissenschaftlichen Datensatz *data1* in ihrem Laptop. 'Worum geht es denn eigentlich in diesem Datensatz?', fragt sie kopfschüttelnd. Yuki soll die Datentabelle nutzen um das eigene Experiment zu planen und eine Blaupause zu haben. Als eine Vorlage sozusagen, die sie nur noch ausfüllen muss. Daher möchte ihre Betreuerin, dass sie einmal die Daten sinnvoll zusammenfasst. Das sollte dann doch etwas aufwendiger werden.

Leider kennt sich Yuki mit der Analyse eines wissenschaftlichen Datensatzes überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Auswertung Ihre Hilfe! Glücklicherweise kennen Sie den wissenschaftlichen Datensatz aus Ihren eigenen Analysen schon im Detail und können sofort helfen.

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung des Datensatzes in Form einer PowerPoint Folie! **(2 Punkte)**
2. Nennen Sie zwei Besonderheiten des Datensatzes! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Nennen Sie die untersuchten Endpunkte in dem Datensatz! Wie lautet der primäre Endpunkt für die Auswertung? **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die großen Analysebereiche der Statistik! Beschriften Sie die Abbildungen! **(2 Punkte)**
5. In welchen der großen Analysebereiche der Statistik fällt die Auswertung des primären Endpunktes? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
6. Skizzieren Sie eine ikonische Abbildung für den primären Endpunkt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**
7. Erstellen Sie das statistische Modell in der in  üblichen Schreibweise! **(2 Punkte)**
8. Skizzieren Sie die Datenanalyse hinsichtlich der Signifikanz für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
9. Skizzieren Sie die Berechnung der Effektstärke für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**
10. Skizzieren Sie einen möglichen Versuchsplan für den primären Endpunkt! **(2 Punkte)**



## Teil XI.

# Mathematik

### 109. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte<sup>2</sup>.

*Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"*

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von  $1\text{mm}$  pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von  $12.5\text{m}$  in Bruthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser in  $m$  der Eiche im Jahr 1815 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von  $195\text{cm}$ , eine Breite von  $75\text{cm}$  sowie eine Länge von  $250\text{cm}$ .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $\text{m}^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in  $\text{cm}$ ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von  $20\text{cm}$  bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

<sup>2</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: [Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald](#)

## 110. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Von Töpfen auf Tischen** In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 160 Sonnenblumen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 9cm und eine Höhe von 10cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 280 EUR.

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *vier* Tischen im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Welche *Tischfläche* in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? **(3 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter  $l$ , die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! **(1 Punkt)**

## 111. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Rinderstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Rinderstall hat eine Höhe  $h_v$  von  $7m$ . Die hintere Seite des Rinderstall hat eine Höhe  $h_b$  von  $9.5m$ . Der Rinderstall hat eine Tiefe  $t$  von  $12m$  und eine Breite  $b$  von  $30m$ .

1. Skizzieren Sie den Rinderstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_v$ ,  $h_b$ , die Tiefe  $t$  und die Breite  $b$  des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Rinderstall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius  $r$  von  $1m$ . Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal  $14t$  aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 25% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^\circ C$  eine Dichte von  $220kg/m^3$ . Bei  $-100^\circ C$  hat Methan eine Dichte von  $290kg/m^3$ . Sie betreiben Ihre Anlage bei  $-95^\circ C$ .

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  in  $m$  für den gefüllten Methantank mit dem Radius  $r$ , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

## 112. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

**Aligatorenbirnen und Blaubeeren** “Sind Sie ein Riesenfaultier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?”, spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Studenten im Karohemd. “Wieso?”, entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Rewe über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile<sup>3</sup>. Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Studenten im Karohemd?

1. Wenn 6 Blaubeerschalen 11.34 Euro kosten, wie viel kosten 7 Schalen? **(2 Punkte)**
2. Wenn Sie die 7 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 2.59 EUR können Sie sich dann noch für 50 EUR leisten? **(1 Punkt)**

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Rewe über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 160l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 90 - 115g.
  - Ein Kilo Salat benötigt 130l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 310 - 510g.
  - Ein Kilo Avocado benötigt 950l Wasser. Eine Avocado wiegt 140 - 400g.
  - Ein Kilo Blaubeeren benötigt 830l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.1 - 3.5g.
3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! **(3 Punkte)**

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2023 blieben die Erträge von Blaubeeren mit  $9 \times 10^4$ t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 7.2%. Die Exporte für Avocados stiegen in dem gleichen Zeitraum um 17.3% auf  $2 \times 10^5$ t.

4. Wie viele Liter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2022 exportiert? **(2 Punkte)**

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur ein Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 55 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine und 10 - 15 Liter pro Minute Duschen.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? **(1 Punkt)**

Das alles hätten Sie nicht von einem Studenten im Karohemd erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Datenquelle* im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

<sup>3</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: “Bis zum letzten Tropfen” in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und “Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?” in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

### 113. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton  $r_p = 1.7 \times 10^{-15}$  • Wasserstoff  $r_H = 5.3 \times 10^{-11}$

**Die Dampfnudelerde** “Was für einen Unsinn!“, rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 67 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde *heutzutage* so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.-18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen<sup>4</sup>.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung  $g$  der Erde *heutzutage* einen Wert von  $9.65 \text{ m/s}^2$  an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von  $1.1956 \times 10^4 \text{ km}$  und eine mittlere Dichte  $\rho$  von  $5.21 \text{ g/cm}^3$ . Das Gewicht von einem heute lebenden Waldelefanten mit 2.7t liegt bei 6t und das Gewicht von einem Tyrannosaurus rex (T. rex) bei 4.5t bis 8t.

1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 67 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  damals und heute erfahren hätten? *Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!*
  - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 67 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  auf Elefant und Dinosaurier! **(1 Punkt)**
  - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! **(2 Punkte)**
  - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 67 Millionen Jahren! **(2 Punkte)**
2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! **(1 Punkt)**

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.03 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit  $1.48 \times 10^8 \text{ km}$  angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 85% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von  $1.01 \text{ g/mol}$ , 9% Heliumkernen mit  $4.32 \text{ g/mol}$  sowie 6% weiteren Atomkernen mit  $152.01 \text{ g/mol}$ . Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen  $0.4$  bis  $100$  Teilchen  $\text{cm}^{-3}$  pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von  $7 \text{ cm}^{-3}$  pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! **(2 Punkte)**

<sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

## 114. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Enten in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Enten-Halter:innen nicht<sup>5</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Enten für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^n (A_i \times PB_i) \quad A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$$

mit

- $SA$  dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten  $i$ .
- $A_i$  dem benötigten Platz für ein Verhalten  $i$ .
- $PB_i$  dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens  $i$ .
- $r_i$  dem Radius Ente plus dem benötigten Radius für das Verhalten  $i$ .
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten  $i$ .
- $i$  dem Verhalten: (1) wing/leg stretching, (2) drinking/eating, (3) foraging incl. scratching und (4) standing.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten  $i$  aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jacobs et al. (2019)
wing/leg stretching	33cm; 25cm; 12.1%	36cm; 29cm; 12.1%	36cm; 26cm; 10.1%
drinking/eating	33cm; 20cm; 0.8%	41cm; 27cm; 0.2%	38cm; 19cm; 0.8%
foraging incl. scratching	25cm; 21cm; 5.1%	32cm; 33cm; 6.1%	27cm; 30cm; 3.2%
standing	41cm; 27cm; 12.8%	37cm; 22cm; 18.1%	35cm; 22cm; 12.3%

1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für  $r$ ,  $R$  und  $PB$  aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! **(3 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz  $A$  für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot  $SA$  für alle betrachteten Verhalten! **(1 Punkt)**
4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierende Enten für ein Verhalten  $i$ . Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! **(2 Punkte)**
5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Enten in der Fläche  $A$ : „Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area  $A$ , we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ .“ Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche  $a$ , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? **(2 Punkte)**

<sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: [EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. \(2023\) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.](#)

## 115. Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung „Europa und das Meer“ im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 50 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 72 Tagen zu beklagen; nach 115 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 245 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Was ist die Besonderheit der Überlebenszeitkurve? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(1 Punkt)**

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht „[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.“ Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skorbut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $8000\mu\text{g}/150\text{mg}$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei  $105\text{mg}$  pro Tag für Männer.

3. Berechnen Sie die notwendige Menge in  $t$  an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 24 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

## 116. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ . Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 4000m kollabiert, wird die Sonne 20% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Gravitationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben<sup>6</sup>.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- $r_s$ , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- $G$ , gleich der Gravitationskonstante mit  $6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 (\text{kg} \cdot \text{s}^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! **(1 Punkt)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! **(1 Punkt)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 \text{ m/s}$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius  $r$  des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! **(2 Punkte)**
6. Eine Kirchenglocke und ein Handtuch stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzen Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

<sup>6</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: [Event Horizon – Am Rande des Universums](#)



## 117. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: „Where is everybody?“. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?<sup>7</sup>

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt *drei* Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.3587 \times 10^4 \text{ km/h}$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 1000 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum *drei* Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 4.24 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  an.

1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit *einem einzigen Vervielfältigungsschritt* die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annäherungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! **(2 Punkte)**
4. Bei einem vermuteten Alter der Erde von  $4.6 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $10^8$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! **(2 Punkte)**

---

<sup>7</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: [Fermi-Paradoxon](#)

## 118. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die mecklemburgischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 74 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 55 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 44 Königsellen. Eine Königselle misst 52.2cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 44 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in  $m$  ergibt sich? **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 7cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in  $m^3$ ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 3 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 75% aus. In eine Schubkarre passen 110 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von  $14^\circ$ ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die mecklemburgische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Finanzbeamter*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die mecklemburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um  $5^\circ$  ändert! **(2 Punkte)**

## 119. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 15km/h, geleitet von modernster Satellitentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die aufwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung<sup>8</sup>.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
A	GCTBEZG	2.0   1.5   Mikro
B	GCZ3F8W	4.0   3.5   Klein
C	GCTDHYS	4.5   1.0   Mikro
D	GCBIL4C	5.0   2.0   Normal
E	GC3IBHY	3.5   3.0   Mikro

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AC}$  ist 5km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 6.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 2.1-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 40° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 35° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort C Ihre Cachertour.

1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der aufwärts Schwierigkeitschallenge zurück? **(5 Punkte)**
3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für *jeden einzelnen* Cache wird durch die Funktion

$$\text{Suchzeit} = 0.2 + 0.18 \cdot \text{Schwierigkeit}$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die aufwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? **(3 Punkte)**

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 5m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 6.6m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? **(2 Punkte)**

<sup>8</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: [Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche](#).

## 120. Aufgabe

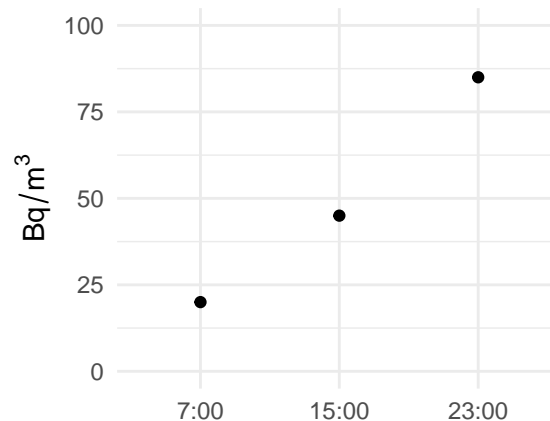
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Stichworte:** Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 23:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung<sup>9</sup>.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $300 Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? **(2 Punkte)**

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 4.1d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

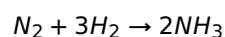
2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $300 Bq/m^3$  auf unter  $120 Bq/m^3$  gefallen ist? **(4 Punkte)**

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	77.1	28.1	
Sauerstoff	20.45	16.5	
Kohlenstoffdioxid	0.045	11.8	

3. Rechnen Sie die Volumenprozent (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! **(1 Punkt)**

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung<sup>10</sup>:



Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm  $kg$  können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? **(2 Punkte)**
5. Wieviel Ammoniak in  $mol$  erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? **(1 Punkt)**

<sup>9</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Atmende Wand](#)

<sup>10</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: [Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft](#)

## 121. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei IKEA die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>11</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 29 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Henry dem Roten. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

mit

- $m$ , gleich der Masse [kg] des Objekts
- $h$ , gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- $v$ , gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- $g$ , gleich der Erdbeschleunigung mit  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von  $30mg$  zu gleichförmigen Bleikugeln bei einer Geschwindigkeit von  $13m/s$  bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von  $13m/s$  bilden? **(3 Punkte)**

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! **(2 Punkte)**
3. Sie messen eine Länge des Tropfens von  $3.5mm$ . Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von  $2mm$ . Welchen Durchmesser in  $mm$  haben Ihre produzierten Bleikugeln? **(3 Punkte)**

Sie haben jetzt die  $6.1 \times 10^4$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $15.1g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm  $kg$  sind die  $6.1 \times 10^4$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? **(1 Punkt)**

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 900 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall  $1.2cm$  Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

<sup>11</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

## 122. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrer Surfschule in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht so die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: „Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!“. Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1875 ungefähr 26 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>12</sup>

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.1 \times 10^{10} - 10^9 \cdot 2.1^{-0.2 \cdot t + 4.1}$$

1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion *annäherungsweise* in einer Abbildung! **(1 Punkt)**
2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 12 Jahren auf dem australischen Kontinent? **(1 Punkt)**

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 18 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfaktor von 1.6 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 10 Jahren Wachstum zu durchseuchen? **(1 Punkt)**

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.9% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 50% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? **(2 Punkte)**

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Süden von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4200km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3600km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 7.3km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? *Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze!* **(2 Punkte)**

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 11\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1200 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? **(1 Punkt)**

<sup>12</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: [Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...](#)

## 123. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Uckermark. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Esels Frida und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur*! Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von  $200^\circ$  kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.6\times$ , Februar mit  $0.7\times$  und März mit  $1.05\times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.1
01. Feb 2023	1.1
01. Mrz 2023	3.5
01. Apr 2023	6.1

1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! **(1 Punkt)**
3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! **(1 Punkt)**
4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von  $200^\circ\text{C}$  zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Jonagoldplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Rentner abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit  $230\text{N}$ . Die elektrifizierten Rentner bringen eine Kraft von  $140\text{N}$  auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem  $50^\circ$  Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? **(2 Punkte)**
7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den  $1.3\text{t}$  schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? **(1 Punkt)**

## 124. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**In der Kartonagenfabrik** Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte *Doppelt gewellte, 6-mal-gefaltete, 0.6mm, 60-cm-Karton* durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 60cm und eine Breite von 21cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge  $x$  falzen.

1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton**blatt**rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben **(1 Punkt)**
2. Berechnen Sie die Falztiefe  $x$  für ein maximales Volumen des flachen Kartons! **(3 Punkte)**
3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe  $x$ ? **(1 Punkt)**
4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel**blatt**rohlings in  $cm^2$ ? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 110m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 110m Zaun bestimmen!

5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? **(2 Punkte)**
6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! **(1 Punkt)**



## 125. Aufgabe

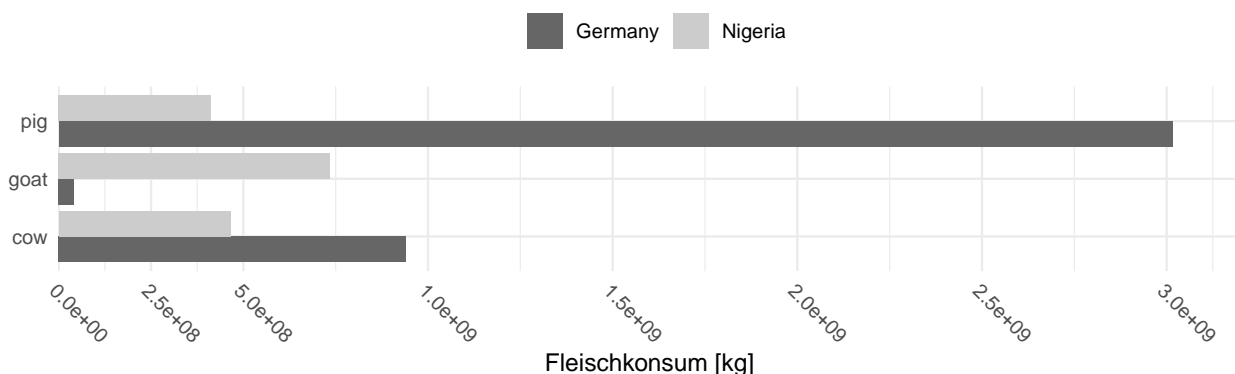
(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



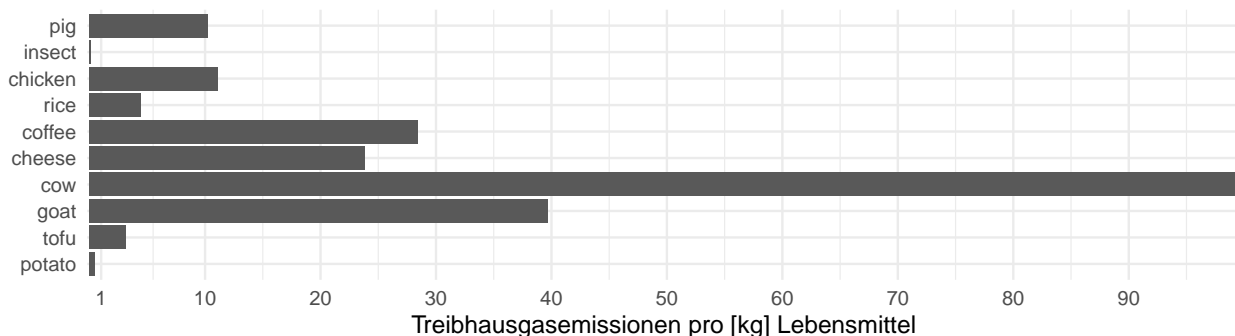
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen<sup>13</sup>. Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2020 leben ca.  $8.4 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.79 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2020 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! **(1 Punkt)**

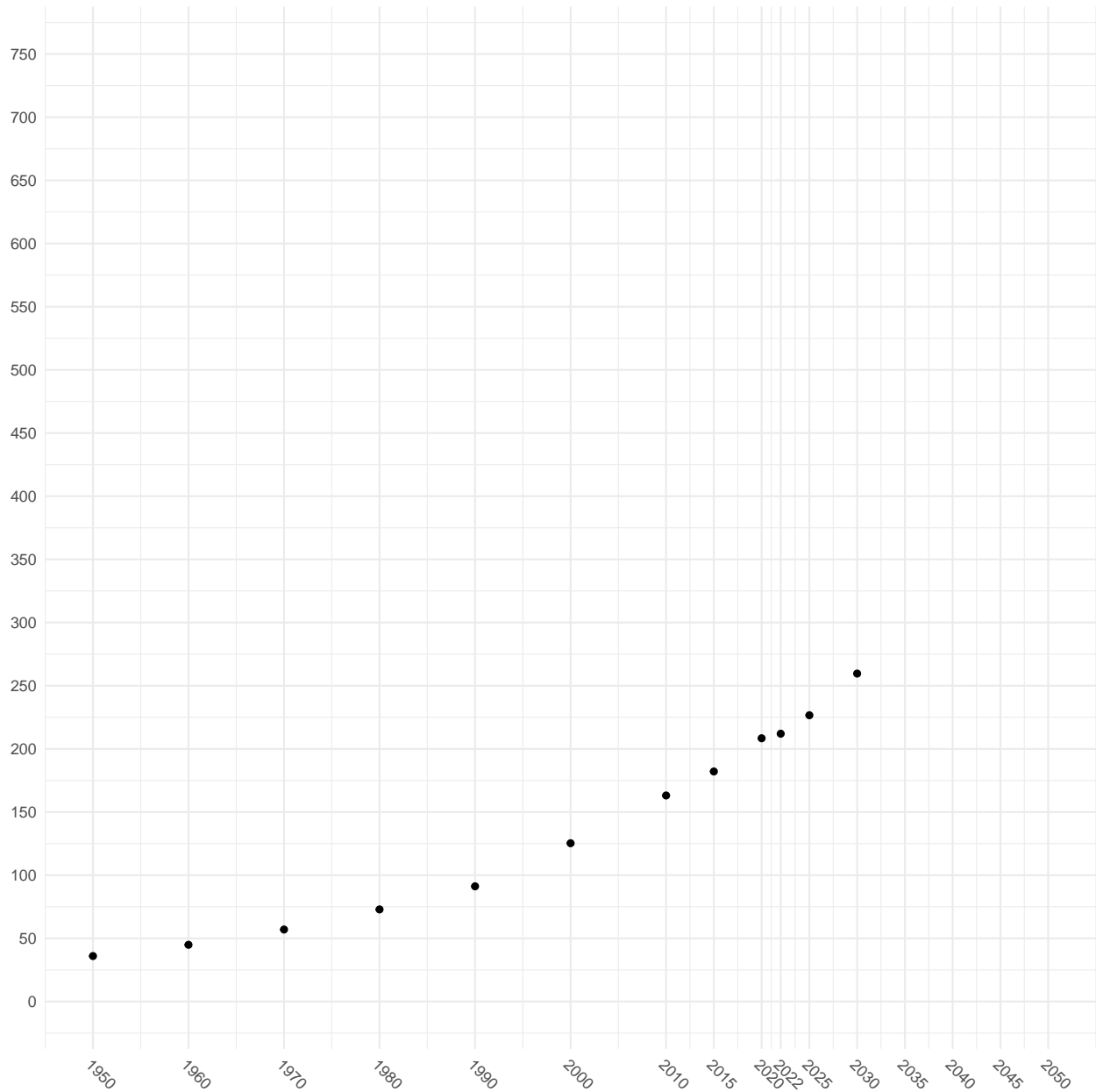
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO<sub>2</sub> pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! **(2 Punkte)**

<sup>13</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: [Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?](#)

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 80%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2020! **(1 Punkt)**
6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2020, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $\text{CO}_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! **(1 Punkt)**

## 126. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem HNO-Arzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihr Partner über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.1% angenommen. In 96% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 0.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>14</sup>.

1. Welche Wahrscheinlichkeit  $Pr$  wollen Sie berechnen? **(1 Punkt)**
2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! **(1 Punkt)**
4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen  $n$  aus! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $Pr$ ! **(1 Punkt)**

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

6. Tragen Sie  $TP$ ,  $TN$ ,  $FP$  und  $FN$  in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(1 Punkt)**
7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! **(2 Punkte)**
8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten  $Pr$  dar! **(2 Punkte)**

<sup>14</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

## 127. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des „passiven Einkommens“ abtauchen<sup>15</sup>.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Up/Down Systems and Networking (UD-SysNet). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 18 Prozent von 280 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut UDSysNet habe das Unternehmen  $3.8 \times 10^5$  aktive Partner.

1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma UDSysNet im Jahr 2022! **(1 Punkt)**
2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? **(1 Punkt)**
3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 35%? **(1 Punkt)**

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 200EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 30%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 2%, 1% und 0.5%. Jeder Ihrer angeworbenen „Partner“ wirbt wiederum vier Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt fünf Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 2500EUR im Monat *passiv* – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! **(2 Punkte)**

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! **(3 Punkte)**

Sie mussten zum Einstieg bei UDSysNet Einheiten des Produkts für 6000EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 5.1% p.a. über 36 Monate finanzieren.

6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! **(2 Punkte)**
7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? **(1 Punkt)**
8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? **(1 Punkt)**

<sup>15</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: [Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt](#) und der Artikel: [Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden](#)

## 128. Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einer Ihrer Freundinnen einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 7 zwölfseitige Würfel ( $7d12$ ) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 12 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *genau* 5 Erfolge zu erzielen! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! **(1 Punkt)**

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln ( $2d6$ ) als Schaden oder das Schwert mit einem zwölfseitigen Würfel plus 6 ( $1d12+6$ ) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(1 Punkt)**

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $A$ , der Rettungswurf ist erfolgreich, ist  $Pr(A) = 0.65$ , die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $B$ , der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist  $Pr(B) = 0.9$ . Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgreichen Zauber funktioniert hat.

4. Erstellen Sie eine  $2 \times 2$  Kreuztabelle mit den Ereignissen  $A$  und  $B$  sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einem  $\Omega = 100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse  $A$  und  $B$ ! **(2 Punkte)**
5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! **(1 Punkt)**
6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der  $2 \times 2$  Kreuztabelle! **(2 Punkte)**
7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit  $Pr(A|B)$ , dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

## 129. Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** „Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!“, ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffeemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Annegret und Elke das Team der drei Kandidaten.

Name	$P(\text{win})$	$P(\text{outbid})$
Annegret	0.4	0.05
Elke	0.2	0.076

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? **(1 Punkt)**
2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit  $P(\text{outbid})$  bei 0.11 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem einäugigen Piraten um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 10 Feldern gewinnen Sie 4000EUR sonst 1500EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse **(2 Punkte)**
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 5500EUR? **(1 Punkt)**

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei „Geh aufs Ganze!“ mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! **(1 Punkt)**
7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(1 Punkt)**
8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! **(2 Punkte)**
9. Lösen Sie nun das „Ziegenproblem“! Berechnen Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(2 Punkte)**

## Teil XII.

# Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

### 130. Aufgabe

(6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

### 131. Aufgabe

(8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_j + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- $Y_{ijkl}$ : l-te Beobachtung
- $\mu$ : Populationsmittel
- $Var_i$ : fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_j$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \leq 25$  Monate,  $EKA > 25$  Monate)
- $VarEKA_{ij}$ : fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- $V_k$ : zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} - L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- $e_{ijkl}$ : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

### 132. Aufgabe

(6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.