| Name: | Nicht bestanden: □ |
|-----------------|--------------------|
| Vorname: | |
| Matrikelnummer: | Endnote: |

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 71 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 91 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

| Punkte | Note |
|-------------|------|
| 87.0 - 91.0 | 1,0 |
| 82.5 - 86.5 | 1,3 |
| 78.0 - 82.0 | 1,7 |
| 73.5 - 77.5 | 2,0 |
| 69.0 - 73.0 | 2,3 |
| 64.5 - 68.5 | 2,7 |
| 60.0 - 64.0 | 3,0 |
| 55.5 - 59.5 | 3,3 |
| 51.0 - 55.0 | 3,7 |
| 45.5 - 50.5 | 4,0 |

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

| | A | В | С | D | E | ✓ |
|------------|---|---|---|---|---|---|
| Aufgabe 1 | | | | | | |
| Aufgabe 2 | | | | | | |
| Aufgabe 3 | | | | | | |
| Aufgabe 4 | | | | | | |
| Aufgabe 5 | | | | | | |
| Aufgabe 6 | | | | | | |
| Aufgabe 7 | | | | | | |
| Aufgabe 8 | | | | | | |
| Aufgabe 9 | | | | | | |
| Aufgabe 10 | | | | | | |

• Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

| Aufgabe | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|
| Punkte | 9 | 10 | 9 | 11 | 12 | 10 | 10 |

• Es sind ____ von 71 Punkten erreicht worden.

Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

ANOVA

1. Aufgabe (2 Punkte)

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.12$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- **B** \square Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **C** \square Das η^2 ist damit mit dem R^2 aus der linearen Regression zu vergleichen und beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- **D** \square Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- **E** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Maiss zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.22$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Es werden 22% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- **B** \square Es werden 78% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.
- **C** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **D** \square Mit dem η^2 lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein η^2 -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- **E** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 22% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 78%.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA und erhalten eine Teststatistik. Nun müssen Sie diese Teststatistik interpretieren. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** □ Wenn die F-Statistik kleiner als der kritische Wert ist kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist der Quotient der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- C □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

D □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

E □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.

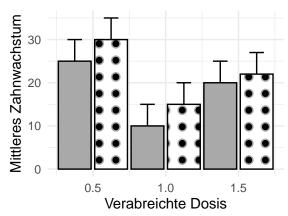
4. Aufgabe (2 Punkte)

Die ANOVA ist ein statistisches Verfahren welches häufig in den Auswertungen von Experimenten in den Agrarwissenschaften angewendet wird. Dabei wird die ANOVA als ein erstes statistischen Werkzeug für die Übersicht über die Daten benutzt. Eine ANOVA testet dabei...

- ▲ □ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss ein Posthoc-Test angeschlossen werden.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- C □ ... den Unterschied zwischen der F-Statistik anhand der Varianz der Gruppen. Wenn die F-Statistik exakt 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsguppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein PosthocTest ausgeschlossen werden.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Schweine. Der Versuch wurde an 63 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?



- **A** \square Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$)
- **B** \square Eine positive Interaktion liegt vor ($\rho \le -0.5$)
- **C** \square Eine Korrelation liegt vor ($p \le 0.05$).
- **D** \square Keine Korrelation liegt vor ($p \ge 0.05$).
- **E** \square Keine Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$).

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

| 6. Aufgabe (2 Punkte |
|---|
| Wie lautet der Mittelwert und Standardabweichung von y mit 13, 8, 9, 11 und 13. |
| A □ Es berechnet sich 11.8 +/- 5.2 |
| B □ Sie erhalten 10.8 +/- 1.14 |
| C □ Es berechnet sich 10.8 +/- 5.2 |
| D ☐ Sie erhalten 10.8 +/- 2.28 |
| E □ Es ergibt sich 11.8 +/- 1.14 |
| 7. Aufgabe (2 Punkte |
| Berechnen Sie den Median, das 1^{st} Quartile sowie das 3^{rd} Quartile von y mit 28, 21, 25, 11, 27, 21, 12, 20, 25, 6 und 42. |
| A □ Es berechnet sich 22 [13; 26] |
| B □ Es ergibt sich 21 [12; 27] |
| C □ Sie erhalten 21 [10; 25] |
| D □ Es ergibt sich 22 +/- 12 |
| E □ Sie erhalten 21 +/- 27 |
| 8. Aufgabe (2 Punkte |
| Mit einem Histogramm können Sie sehr gut die Verteilung von Daten visualisieren. Die empfohlene Minde stanzahl an Beobachtungen ist dabei? |
| A □ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben. |
| B □ Die opimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein könner |
| C □ Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen. |
| D □ 1 Beobachtung. |
| E □ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung. |
| 9. Aufgabe (2 Punkte |
| Die Varianz ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehe um die Varianz zu berechnen? |
| A □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände z dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl. |
| B □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren. |
| C □ Den Mittelwert berechen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren |
| D □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände z dem Mittelwert. Abschließend subtrahieren wir die Fallzahl. |

E □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl. Nicht zu vergessen, am Ende dann noch die

Wurzel zu ziehen.

In Ihrer Abschlußarbeit wolllen Sie Ihre Daten für den Ertrag in einem Boxplot darstellen. Sie nutzen den Boxplot auch, da der Boxplot zu den meist genutzten Visualiserungen von Daten gehört. Welche statistischen Maßzahlen stellt der Boxplot dar?

- **A** □ Den Median und die Standardabweichung.
- **B** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.
- **C** □ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.
- **D** □ Den Mittelwert und die Standardabweichung.
- **E** □ Durch die Abbildung des Boxplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Quartile.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Brokoli durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert \bar{y} und der Median \tilde{y} unterscheiden sich nicht. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- **B** □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn keine Outlier in den Daten vorliegen.
- **C** □ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.
- **D** ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **E** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Um zu Überprüfen, ob die Daten die Annahme einer Varianzhomogenität genügen, können wir folgende Visualisierung nutzen. Dabei kommt dann auch die entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität zur Anwendung.

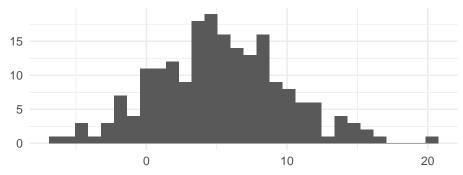
- **A** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- **B** □ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnurr audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Varianzhomogenität.
- **C** □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Dotplot und schauen, ob die Dots und damit die Varianz für jede Behandlung gleich groß sind.
- **D** □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Boxplot und schauen, ob die Box und damit das IQR für jede Behandlung gleich groß ist.
- **E** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Boxplot. Dabei sollte der Median als dicke Linie in der Mitte der Box liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.

Nach der Durchführung Ihres Feldexperiments wollen Sie eine ANOVA rechnen. Dafür muss aber Ihr Messwert zumindestens approximativ einer Normalverteilung folgen. Welche der drei Abbildungen erlaubt Ihnen abzuschätzen, ob Sie eine Normalverteilung in Ihrem Endpunkt vorliegen haben?

- **A** □ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot
- **B** □ Boxplot, Densityplot, Violinplot
- **C** □ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- **D** □ Violinplot, Scatterplot, Barplot
- **E** □ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot

14. Aufgabe (2 Punkte)

Bevor Sie in Ihrer Abschlussarbeit einen statistischen Test rechnen, wollen Sie einmal betrachten, welcher Verteilung Ihre n = 196 geernteten Pflanzen folgen. Welche Verteilung ist abgebildet?



- **A** □ Dem Histogramm entnehmen wir eine Possion-Verteilung.
- **B** □ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.
- **C** □ Wir haben eine Gammaverteilung vorliegen.
- **D** □ Eine Standardnormalverteilung.
- **E** □ Wir haben eine Normalverteilung vorliegen.

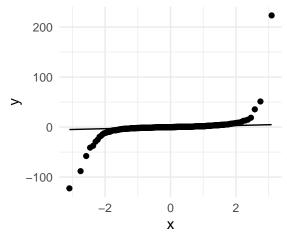
Lineare Regression & Korrelation

15. Aufgabe (2 Punkte)

Im Allgemeinen gibt es zwei mögliche Ziele für ein Regressionsmodell. Wir können eine Vorhersagemodell oder ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist für ein kausales Modell richtig?

- **A** □ Ein kausales Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- **B** □ Ein kausales Modell basiert auf einem Traingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
- **C** \square Ein kausales Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über β_i können hier nicht festgestellt werden.
- **D** □ Wir modellieren den Zusammenhang zwischen *X* und *Y* wenn ein kausales Modell rerechnet wird. Dabei kann der gesamte Datensatz genutzt werden. Eine Aufteilung wie in einem prädiktiven Modell ist nicht notwendig.
- **E** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Traingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 1/10 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.

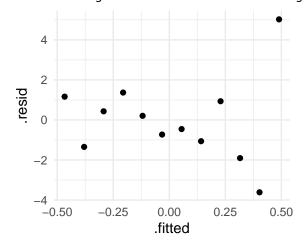
Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot um die Annahme der normalverteilten Residuen zu überprüfen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Wir betrachten die Gerade. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig um die Gerade verteilt liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Dies ist hier nicht der Fall. Wir haben keine normalverteilten Residuen vorliegen.
- **B** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **D** □ Wir betrachten insbesondere die beiden Enden der Gerade. Der Rest ist mehr oder minder egal, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **E** □ Wir betrachten die Punkte. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig verteilt liegen, dann gehen wir von normalen Residuen aus.

17. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einer Regressions sollten die Residuen (.resid) gleichmäßig um die Gerade verortet sein. Was bei einer simplen Regression noch relativ einfach visuell in einem Scatterplot zu überprüfen ist. Für komplexere Modell liefert der Residual Plot die notwendigen Informationen. Welche Aussage ist richtig?



A □ Wir betrachten die Nulllinie und alle Punkte sollten ohne Muster gleichmäßig um die Nulllinie liegen. Da dies der Fal ist, gehen wir von keinen Ausreißern aus.

- **B** \square Wenn wir die Nulllinie betrachten so liegen die Punkte nicht gleichmäßig über und unter der Nulllinie. Unser Modell erfüllt nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von 0 und einer Streuung von s^2 .
- **C** \square Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen und wir können damit auf die Signifkanz von $x_1, ..., x_p$ schließen.
- D □ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem positiven Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.

In den Humanwissenschaften wird der Korrelationskoeffizienten ρ sehr häufig verwendet. Daher ist es auch wichtig für andere Forschende den Korrelationskoeffizienten ρ zu verstehen. Welche Aussazu zu dem Korrelationskoeffizienten ρ ist richtig?

- **A** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.
- **B** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden.
- **C** \square Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.
- **D** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- **E** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen -1 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos.

19. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der NO_3 -Konzentration in $[\mu g]$ im Wasser auf das Wachstum von Brokkoli in [kg] erhalten Sie einen β_{NO_3} Koeffizienten von 6.9×10^{-7} und einen hoch signifikanten p-Wert mit 0.00051. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- **A** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu klein gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu kleinen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{NO_3} sehr klein wirken, aber auf einer anderen Einheit sehr viel größer sein. Der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt.
- **B** \square Wenn der Effekt β_{NO_3} winzig ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in X führt ja zu einer Änderung von β_{NO_3} in x. Wir müssen daher die Einheit von y entsprechend anpassen.
- ${f C} \ \square$ Das Gewicht und die NO_3 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der eta_{NO_3} Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.
- **D** \square Die Einheit der NO_3 -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der NO_3 -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- **E** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu groß gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu großen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{NO_3} sehr klein wirken, da der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.

Nachdem Sie Ihr Experiment abgeschlossen haben, stehen Sie vor der Frage wie Sie Ihre Daten modellieren sollen. In der Beispielauswertung von Ihrem Betreuenden finden Sie die Funktion lm() in \mathbb{R} . Welche Aussage ist richtig?

- $\mathbf{A} \square$ Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich.
- **B** \square Die Funktion lm() in \P wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.
- **C** □ Ist die Einflussvariable *X* ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Die Funktion lm() kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.
- **D** \square Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Dennoch muss zuerst ein lineares Modell mit der Funktion lm() in \mathbf{R} gerechnet werden.
- **E** □ Die Funktion lm() in ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenvarianzen bestimmt.

21. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über das generalisierte lineare Modell (GLM) ist richtig?

- **A** □ Dank dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* können auch andere Verteilungsfamilien außer die Normalverteilung mit einer linearen Regression modelliert werden. Dafür werden alle Verteilungen in eine Normalverteilung überführt und anschließend standardisiert.
- **B** □ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.
- **C** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- f D \Box Das generalisierte lineare Modell (GLM) erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das X bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.
- **E** □ Das *generalisierte lineare Modell (GLM)* erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das Y bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.

Vermischte Themen

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- **B** □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- $\mathbf{C} \square$ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Somit kann von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen werden
- **D** □ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **E** □ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in Rauswerten wollen. Welcher Aussage ist richtig?

- **A** □ Im Allgemeinen haben Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen, die in der deutschen Sprache vorkommen. Eine Nutzung der englischen Sprache umgeht dieses Problem auf einfache Art.
- **B** □ **R** Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn **R** daher in Deutsch zu bedienen.
- **C** □ Die Spracherkennung von **Q** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- **D** ☐ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.

24. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie zu Beginn eine explorativen Datenanalyse (EDA) in Rechnen. Dafür gibt es eine generelle Abfolge von Prozessschritten. Welche ist hierbei die richtige Reihenfolge?

- **A** □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden.
- **B** □ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als *.png vorliegen.
- C □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- **D** □ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.
- **E** □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass die Faktoren richtig erstellt werden.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben das abstrakte Modell $Y \sim X$ mit X als Faktor mit zwei Leveln vorliegen. Welche Aussage über $n_1 < n_2$ ist richtig?

- **A** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor.
- **B** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **C** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.
- **D** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **E** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.

26. Aufgabe (2 Punkte)

In einem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher im statistischen Sinne...

- **A** □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander abhängig.
- **B** □ Die Ferkel stammen von der gleichen Sau und sind somit untereinander unabhängig.

- C □ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- **D** □ Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.
- **E** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Risk ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Ziegen in 3 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 12 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das Verhältnis der Chancen Risk ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.2. Wir sind an der Chance krank zu sein interessiert.
- **B** □ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.2.
- **C** □ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.25.
- **D** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 4, da es sich um ein Anteil handelt.
- **E** □ Der Anteil der Kranken wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.2.

28. Aufgabe (2 Punkte)

Historisch gesehen ergibt sich ein Problem, wenn Sie mit sehr großen Datensätzen, wie in der Bio Data Sience üblich, rechnen. Warum ist es ein Problem, wenn Ihre Datensätze sehr groß werden hinsichtlich der Bewertung anhand der Signifikanz?

- **A** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.
- ${\bf B} \ \square$ Riesige Datensätz haben mehr Fallzahl was zur α -Inflation führt. Durch eine Adjustoerung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- **C** □ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- **D** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- **E** \square Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.

Multiple Gruppenvergleiche

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.89, 0.001, 0.03, 0.34 und 0.21. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 4.45, 0.005, 0.15, 1.7 und 1.05. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **B** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.178, 2e-04, 0.006, 0.068 und 0.042. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1% verglichen.

- C □ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.178, 2e-04, 0.006. 0.068 und 0.042. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen. D □ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.005, 0.15, 1 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen. **E** □ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.005, 0.15, 1 und 1. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1% verglichen. (2 Punkte) 30. Aufgabe Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein CLD erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt? A

 Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der
- Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- **B** Compact letter display. Das CLD ist umstritten, da es die Gleichheit der Behandlungen durch gleiche Buchstaben darstellt. Dadurch ist das CLD nicht mehr sauber auf einer Linie mit dem statistischen Testen. Wir lehnen die Nullhypothese ab und zeigen keine Gleichheit im statistischen Testen.
- C ☐ Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- D 🗆 Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- E 🗆 Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.

In Ihrer Bachelorarbeit müssen Sie einen Feldversuch auswerten. Nachdem Sie die zweifaktorielle ANOVA gerechnet haben und keine signifikante Interaktion vorliegt, wollen Sie jetzt einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür am besten?

- **A** □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- **B** □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- C 🗆 Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- D □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- **E** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.

32. Aufgabe (2 Punkte)

Bei einem Posthoc-Test kann es zu einer überraschenden Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie lautet der Fachbegriff und wie kann mit der überraschenden Besonderheit umgegangen werden?

A \square Beim multiplen Testen kann es zu einer α -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist. **B** □ Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel niedriger, bei ca. 1%. Es kommt zu einer α -Hyperinflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden. C □ Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Es kommt zu einer α -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden. **D** \square Beim multiplen Testen kann es zu einer β -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. **E** \square Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer α -Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der α -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden. 33. Aufgabe (2 Punkte) Sie rechnen mehrere t-Tests für einen multiplen Vergleich nachdem eine einfaktorielle ANOVA sich als signifikant herausgestellt hat. Welche Aussage im Bezug auf den Effekt ist richtig? A

Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypo-B 🗆 Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten. C □ Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Inflation kommen. Das globale Effektniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die Effekte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Effekte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. D □ Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied Δ aus einem t-Test, nicht adjusiert werden. **E** □ Beim multiplen Testen kann es zu einer Effektüberschätzung (Δ-Inflation) kommen. Daher müssen die Effekte angepasst werden. Dies geschieht nicht händisch sondern intern in den angewendeten Algorithmen. Statistische Testtheorie (2 Punkte) 34. Aufgabe Sie haben den mathematischen Ausdruck $Pr(D|H_0)$ vorliegen, welche Aussage ist richtig? **A** \square $Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Daten D und somit die Teststatistik T_D zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese wahr ist. $\mathbf{B} \square Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

C □ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.

E \square $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit $1 - Pr(H_A)$

 $\mathbf{D} \square Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn

diese wahr ist.

Das statistische Testen basiert auf dem Falsifikationsprinzip. Es besagt,

- **A** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- **B** □ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- **C** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein weniger minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Falsifikationsprinzip nach Karl Popper.
- **D** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **E** □ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.

36. Aufgabe (2 Punkte)

In fast allen wissenschaftlichen Disziplinen liegt der Grenzwert für das Signifikanzniveau α bei 5%. Wieso wurde dieser Konsens über die Signifikanzschwelle in dieser Form getroffen?

- **A** □ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.
- **B** □ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- ${f C}$ In der Wissenschaft gibt es neben der Naturkonstante, die sich aus der Beobachtung der Welt ergibt, noch die Kulturkonstante, die von einer Gruppe Menschen selbstgewählt wird. Dabei ist $\alpha=5\%$ eine Kulturkonstante und wurde somit eher zufällig gewählt.
- **D** \square Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde α in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist $\alpha=5\%$ eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- **E** \square Als Kulturkonstante hat $\alpha = 5\%$ den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D ?

- \blacksquare Es gilt $T_D = (signal \cdot noise)^2$
- **B** \square Es gilt $T_D = signal \cdot noise$
- **C** □ Es gilt $T_D = \frac{signal}{noise}$
- **D** □ Es gilt $T_D = \frac{noise}{signal}$
- **E** \square Es gilt $T_D = \frac{signal}{noise^2}$

Sie versuchen folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie zu setzen. Welche Analogie ist richtig?

H₀ beibehalten obwohl die H₀ falsch ist

- **A** □ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- **B** \square Dem β -Fehler mit der Analogie eines brennenden Hauses: *Fire without alarm*.
- **C** \square Dem α -Fehler in der Analogie eines Rauchmelder: *Alarm without fire*.
- **D** \square *Fire without alarm*, dem β -Fehler als Analogie eines Rauchmelders.
- **E** \square *Fire without alarm*, dem β -Fehler als Analogie von Rauch im Haus.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Sie lesen eine wissenschaftliche Arbeit, die damit wirbt, dass Effekte und Signifikanz nicht separat dargestellt sind, sondern in einer statistischen Maßzahl zusammen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualizierung des Konfidenzintervals kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzinterval auch eine Entscheidung über die Signifikanz.
- **B** □ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- **C** \square Der p-Wert. Durch den Vergleich mit α lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der β -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- **D** \square Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der α -Schwelle zu definieren.
- **E** □ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualizierung des Konfidenzintervals eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den p-Wert und dem Signifikanzniveau α gleich 5% ist richtig?

- **A** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- **B** \square Wir machen eine Aussage über die indivduelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.
- **C** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- **D** □ Wir vergleichen die Effekte des *p*-Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. Dabei gilt, dass wir die Nullhypothese nur ablehnen können anhand des Falsifikationsprinzips.
- **E** \square Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt.

Die Ergebnisse der einer statistischen Analyse können in die Analogie einer Wettervorhersage gebracht werden. Welche Analogie für die Ergebnisse eines statistischen Tests trifft am besten zu?

- **A** □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- **B** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- C ☐ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- **D** □ In der Analogie der Wahrscheinlichkeit für Regen: ein statistischer Test erlaubt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis abzuschätzen. Die Stärke des Effektes können wir nicht bestimmen.
- **E** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten *D* wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.

42. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie eine Aussage über ein untersuchtes Individuum treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage treffen?

- **A** □ Ja, wir können ein untersuchtes Individuum nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.
- **B** □ Ja, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten dann eine Aussage zum Individuum.
- **C** □ Nein, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- **D** □ Nein, ein untersuchtes Individuum können wir mit einem statistischen Test nicht auswerten. Wir erhalten keine Aussage zum Individuum.
- **E** □ Ja, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.

43. Aufgabe (2 Punkte)

In der statistischen Testtheorie gibt es den Begriff *Power*. Was sagt der statistische Begriff *Power* aus?

- **A** \square Die Power $1-\beta$ wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 80% bewiesen wird.
- **B** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1.
- $\mathbf{C} \square$ Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die H_A abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- **D** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 20% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 80% gesetzt.
- **E** \square Es gilt $\alpha + \beta = 1$ und somit liegt β meist bei 95%.

Sie rechnen einen statistischen Test und erhalten neben dem p-Wert noch einen Effekt wiedergegeben. Welche Aussage zum Effekt ist richtig?

- **A** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die mathematisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- **B** \square Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- C □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- D □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Zum Beispiel den mittleren Unterschied zwischen zwei Gruppen aus einem t-Test. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Relevanz verbunden. Die Entscheidung über die Relevanz trifft der Forschende unabhängig von der Signifikanz eines statistischen Tests.
- **E** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt den Output oder die Wiedergabe eines Tests in einem Computer.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des p-Wertes gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A** \square Anhand des p-Wertes lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** \square Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **D** \square Anhand des p-Wertes lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **E** \square Ist $Pr(D|H_0)$ kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Ein statistischer Test benötigt für die richtige Durchführung Hypothesen H, sonst ist der Test nicht zu interpretieren. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Es gibt ein Hypothesenset bestehend aus k Hypothesen. Meistens wird die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_A verwendet. Wegen des Falsifikationsprinzips ist es wichtig, die bekannte falsche und unbekannte richtige Hypothese mit in das Set zu nehmen.
- **B** \square Es gibt bedingt durch das das Falsifikationsprinzip ein Set von k Nullhypothesen, die iterative gegen k-1 Alternativhypothesen getestet werden.
- $\mathbf{C} \square$ Die Hypothesen H_0 und H_A sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- **D** \square Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Nullhypothese H_0 und der Alternativehypothese H_A oder H_1 .
- **E** \square Mit der Nullhypothese H_A und der Alternativehypothese H_0 gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.

Statistische Tests für Gruppenvergleiche

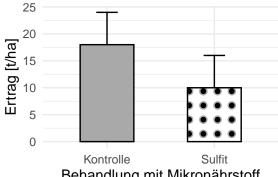
47. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test im Allgmeinen ist richtig? Berücksichtigen Sie den Welch t-Test wie auch den Student t-Test!

- A ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- **B** \square Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.
- C □ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **D** ☐ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- **E** □ Der t-Test vergleicht zwei Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.

48. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Sulfit auf den Ertrag in t/ha von Papaya im Vergleich zu einer Kontrolle. Der Versuch wurde in 8 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage im Bezug auf eine statistische Auswertung ist richtig?



Behandlung mit Mikronährstoff

- **A** □ Der Test deutet auf ein signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei -8.
- **B** Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -8. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **C** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -0.8.
- D □ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -8 unter einer groben Abschätzung. Wir müssen aber eine ANOVA rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **E** □ Der Test deutet auf keinen signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei -8.

49. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- **A** □ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.
- **B** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.
- C □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.

- **D** □ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhäängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- **E** □ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz *d* dient dann zur Differenzbildung.

Nach einem Experiment mit drei Weizensorten ergibt eine ANOVA (p=0.048) einen signifikanten Unterschied für den Ertrag. Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Weizensorten durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert $p_{3-2}=0.053$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- **B** Hier kommt der Effekt der stiegenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterscheid nachweisen.
- **C** □ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.
- **D** □ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepenz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- **E** □ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.

Teil I.

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

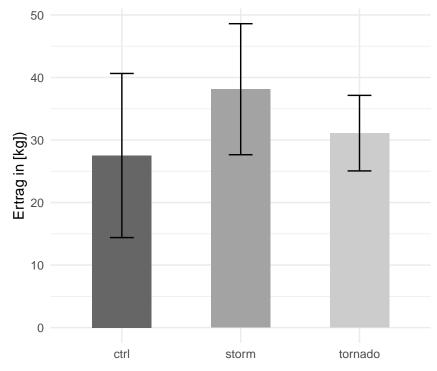
51. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Yuki soll in ihrem Projektbericht Kartoffeln untersuchen. Die Behandlung in ihrem Projektbericht werden verschiedene Lüftungssysteme und Folientunnel (ctrl, storm und tornado) sein. Erheben wird Yuki als Endpunkt (Y) Ertrag benannt als yield in ihrer Exceldatei. Von ihrer Betreuerin erhält sie nun folgende Abbildung von Barplots, die sie erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor sie mit dem eigentlichen Versuch beginnt.



Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Barplots in \mathbf{R} nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Yuki einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Alex steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach seinem Betreuer geht, soll er in einem einer Klimakammer Erbsen auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Die Behandlung waren verschiedene Lichtstufen (none, 200lm und 600lm). In seiner Exceldatei hat er den Outcome (Y) Frischegewicht als freshmatter aufgenommen. Nun soll Alex die Daten eimal als Barplots in einer Präsentation visualisieren, damit seinem Betreuer wieder klar wird, was er eigentlich nochmal gemacht hat und was für ein Ergbnis in einem statistischen Test zu erwarten wäre.

| treatment | freshmatter |
|-----------|-------------|
| 200lm | 41.7 |
| 600lm | 31.2 |
| none | 37.9 |
| 200lm | 41.1 |
| none | 24.8 |
| none | 21.6 |
| 200lm | 39.1 |
| 600lm | 40.1 |
| 600lm | 41.0 |
| 600lm | 28.8 |
| 600lm | 30.4 |

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

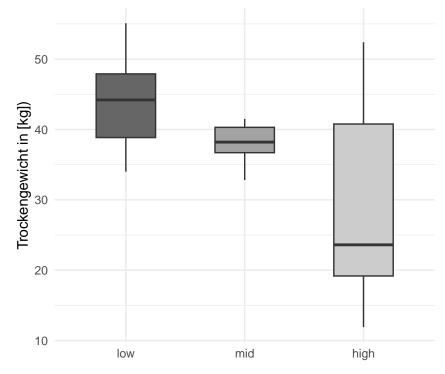
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Erbsen! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Alex *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Erbsen erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Nilufar soll in ihrer Abschlussarbeit Brokoli untersuchen. Die Behandlung in ihrer Abschlussarbeit werden verschiedene Bewässerungstypen (low, mid und high) sein. Erheben wird Nilufar als Outcome (Y) Trockengewicht benannt als drymatter in ihrer Exceldatei. Von ihrem Betreuer erhält sie nun folgende Abbildung von Boxplots, die sie erstmal zur Übung nachbauen soll, bevor sie mit dem eigentlichen Versuch beginnt. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von Y treffen.



Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Boxplots in \mathbf{R} nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Nilufar einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jessica steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach ihrem Betreuer geht, soll sie in einem einem Gewächshausexperiment Kartoffeln auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Die Behandlung waren verschiedene Düngestufen (*ctrl* und *high*). In ihrer Exceldatei hat sie den Messwert (Y) *Proteingehalt* als *protein* aufgenommen. Nun soll Jessica die Daten eimal als Boxplots in einer Präsentation visualisieren, damit ihrem Betreuer wieder klar wird, was sie eigentlich nochmal gemacht hat und was für ein Ergbnis in einem statistischen Test zu erwarten wäre. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen.

| treatment | drymatter |
|-----------|-----------|
| high | 47.2 |
| high | 50.0 |
| high | 36.5 |
| high | 47.8 |
| high | 36.1 |
| high | 47.0 |
| ctrl | 21.0 |
| high | 33.0 |
| ctrl | 21.8 |
| high | 41.7 |
| ctrl | 20.5 |
| ctrl | 19.5 |
| ctrl | 11.0 |
| ctrl | 14.5 |
| ctrl | 9.9 |
| ctrl | 20.2 |
| ctrl | 30.3 |
| | |

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Kartoffeln! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Kartoffeln erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Yuki betrachtet die folgenden Daten nach einem Freilandversuch mit Kartoffeln. In dem Experiment wurden die seltsamen Verdickungen gezählt. Nach der Meinung seinem Betreuer muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die seltsamen Verdickungen folgen. Dazu soll Yuki ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über den Messwert (Y).

Die seltsamen Verdickungen: 4, 4, 7, 3, 6, 7, 4, 3, 5, 10, 1, 2, 5, 1, 5, 4, 6, 2, 2, 2, 4, 1, 5, 2, 3, 2, 7, 7, 4, 4, 6, 5, 6, 4, 3, 4

Leider kennt sich Yuki mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die Wahrscheinlichkeit mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jessica betrachtet die folgenden Daten nach einem Versuch in einer Klimakammer mit Kartoffeln. In dem Experiment wurden die mittleren Mehltauspots gezählt. Nach der Meinung ihrer Betreuerin muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die mittleren Mehltauspots folgen. Dazu soll Jessica ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über den Messwert (Y).

Die mittleren Mehltauspots: 15.1, 11.9, 11.8, 12.3, 8.4, 9.2, 9.9, 9.3, 11, 9.6, 10.5, 7.4, 6.5, 16.4, 9.8, 8.8, 15.4, 13.3, 12, 9.3, 8.6, 12.3

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar möchte gerne den Zusammenhang zwischen durchschnittliche UV Einstrahlung [UV/d] und Proteingehalt [g/kg] im Kontext von Kartoffeln herausfinden. Hierfür hat Nilufar ein Gewächshausexperiment im Wendland durchgeführt. Nach einigen unvorgesehenen Ereignissen hat sie es geschafft folgende Datentabelle zu erstellen. Nun stellt sich die Frage für sie, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Deshalb möchte Nilufar als erstes eine explorative Datenanalyse durchführen.

| Proteingehalt [g/kg] | Durchschnittliche UV Einstrahlung [UV/d] |
|----------------------|--|
| 25.7 | 36.9 |
| 27.6 | 39.3 |
| 27.8 | 41.8 |
| 22.7 | 35.9 |
| 22.4 | 35.5 |
| 24.6 | 34.9 |
| 28.6 | 40.4 |
| 22.7 | 31.2 |
| 22.3 | 26.6 |

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *ein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff!', denkt sich Jonas. Jetzt hat er doch tatsächlich zwei kategoriale Variablen in seinem Projektbericht gemessen. Zum einen die Behandlung Herbizideinsatz [ja/nein] und zum anderen die Messung Proteingehalt im Zielbereich [ja/nein] im Kontext von Kartoffeln. Hierfür hat er ein Gewächshausexperiment im Emsland durchgeführt. Jetzt möchte Jonas die Daten einmal in einer explorativen Datenanalyse darstellen. Danach kann er dann über den passenden statistischen Test nachdenken. Dabei unterstützt seine Betreuerin diesen Ansatz bevor es in der Datenanalyse weiter geht.

| Herbizideinsatz | Proteingehalt Zielbereich | im |
|--------------------------------|------------------------------------|----|
| ja ja ja nein nein | nein ja ja ja nein | |
| ja ja ja ja nein | nein ja nein nein nein | |
| ja ja nein nein ja | ja ja ja ja nein | |
| ja | ja | |

| Herbizideinsatz | Proteingehalt Zielbereich | im |
|------------------------------------|----------------------------------|----|
| nein ja ja nein nein | nein ja ja nein nein | |
| nein nein ja nein nein | ja ja ja nein nein | |
| nein ja ja ja ja | ja ja nein ja ja | |
| nein | ja | |

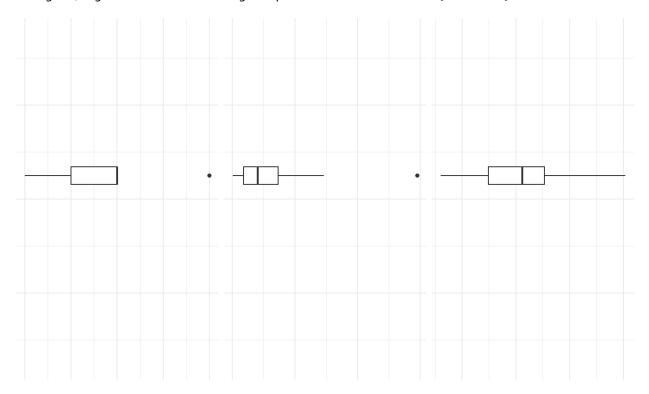
Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn *ein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in ±2s unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

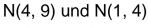


- 1. Skizieren Sie 4 Normalverteilungen in einer Abbildung mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$ und $s_1 \neq s_2 \neq s_3 \neq s_4$! (3 **Punkte**)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! (2 Punkte)
- 4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! (6 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! (1 Punkt)
- 3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! (2 Punkte)





Pois(2) und Pois(20)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen $y = \{15, 17, 28, 18, 14, 14\}$.

- 1. Visualisieren Sie den Mittelwert von y in der untenstehenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Y und X-Achse entsprechend! (2 Punkte)
- 3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte y_i zum Mittelwert \bar{y} quadriert. Warum muss der Abstand, $y_i \bar{y}$, in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! (2 Punkte)



Teil II.

Statistisches Testen & statistische Testtheorie

63. Aufgabe (9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von $Pr(D|H_0)$! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

20% Testentscheidung Richtige Entscheidung (Unbekannte) Wahrheit

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem halben Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Anahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie $-T_D$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen nicht signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Trockengewicht nach Düngergabe zu einer unbehandelten Kontrolle.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
 - (a) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
 - (b) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
 - (c) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
 - (d) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (e) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (f) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts Δ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik T_D , den p-Wert $Pr(D|H_0)$ sowie dem Konfidenzintervall $KI_{1-\alpha}$?

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik T_D und dem p-Wert $Pr(D|H_0)$ für sich verändernde T_D -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei T_D -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

| | T_D | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ | | T_D | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ |
|------------|-------|-------------|-----------------|-----|-------|-------------|-----------------|
| Δ↑ | | | | Δ↓ | | | |
| <i>s</i> ↑ | | | | s ↓ | | | |
| | | | | n ↓ | | | |

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 90%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

Teil III.

Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

68. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jessica ist im Teuteburgerwald für einen Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ($n_1 = n_2 = 3$) mit Kartoffeln. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Für ihrer Hausarbeit musste sie einen Versuch in einer Klimakammer mit Kartoffeln durchführen und das sollte laut ihrem Betreuer an diesem Ort besonders gut gelingen, da man hier gut neue technische Anlagen und Behandlungen fernab der Bevölkerung testen könne. Zeugen gibt es hier jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl und tornado) und der Messwert Frischegewicht [kg/ha] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt.

| treatment | weight |
|-----------|--------|
| ctrl | 15.9 |
| dose | 21.9 |
| dose | 16.3 |
| dose | 18.0 |
| ctrl | 10.9 |
| ctrl | 6.4 |

Leider kennt sich Jessica mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.64$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Jessica über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der t-Test. Tina erschaudert. Ein mächtiges Werkzeug in den Händen desjenigen, der einen normalverteilten Messwert (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Tina überhaupt aus? Tina hat ein Gewächshausexperiment mit Kartoffeln durchgeführt. Dabei wurde die Behandlung Düngestufen (*ctrl* und *high*) an den Kartoffeln getestet. Gemessen hat Tina dann als Messwert Trockengewicht [kg/ha]. Warum der Versuch im Emsland für ihre Abschlussarbeit stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Trockengewicht [kg/ha]?

| Düngestufen | Trockengewicht |
|--------------|----------------|
| high | 48.3 |
| high | 51.0 |
| ctrl | 28.5 |
| high high | 42.0 32.5 |
| _ | |
| ctrl | 42.2 |
| high | 40.4 |
| ctrl ctrl | 33.8 41.5 |
| high | 41.5 42.9 |
| _ | |
| ctrl | 38.7 |
| ctrl ctrl | 41.0 36.7 |
| high | 35.5 |
| ctrl | 34.0 |
| ctrl | 40.2 |
| high | 40.2 54.3 |
| high | 34.7 |

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik T_D ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Tina über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Paula ist in der Uckermark für einen Versuch mit Kartoffeln. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Für ihre Abschlussarbeit musste sie einen Versuch in einer Klimakammer mit Kartoffeln durchführen und das sollte laut ihrem Betreuer an diesem Nichtort besonders gut gelingen. Ablenkung gibt es jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Genotypen (AA und BB) und der Messwert Frischegewicht [kg/ha] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt.

| Genotypen | Frischegewicht |
|-----------|----------------|
| AA | 47.4 |
| AA | 44.2 |
| BB | 49.9 |
| BB | 44.2 |
| AA | 43.3 |
| ВВ | 44.7 |
| BB | 42.3 |
| AA | 44.9 |
| BB | 45.4 |
| BB | 46.8 |
| AA | 54.9 |
| BB | 47.5 |
| AA | 44.0 |
| AA | 38.6 |
| AA | 51.0 |
| AA | 42.7 |
| AA | 45.4 |
| BB | 38.3 |
| BB | 42.2 |
| AA | 42.4 |

Leider kennt sich Paula mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Paula über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einem Projektbericht. Deshalb arbeiten Yuki und Steffen gemeinsam an einem Projektbericht. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Yuki und Steffen haben sich Kartoffeln angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Ausgeizen (*ctrl* und 28*d*) und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen.

| ID | treatment | freshmatter |
|----|-----------|-------------|
| 10 | 28d | 55.5 |
| 10 | ctrl | 25.3 |
| 9 | ctrl | 22.4 |
| 8 | 28d | 48.4 |
| 2 | 28d | 45.0 |
| 9 | 28d | 34.0 |
| 5 | ctrl | 24.2 |
| 7 | 28d | 53.6 |
| 6 | ctrl | 33.7 |
| 6 | 28d | 47.0 |
| 2 | ctrl | 31.6 |
| 7 | ctrl | 28.5 |
| 3 | 28d | 45.8 |
| 5 | 28d | 45.6 |
| 1 | 28d | 46.4 |
| 8 | ctrl | 28.4 |
| 4 | 28d | 46.3 |
| 3 | ctrl | 33.4 |
| 4 | ctrl | 20.9 |
| _1 | ctrl | 29.4 |

Leider kennen sich Yuki und Steffen mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.04$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den *p*-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 **Punkte**)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Yuki über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jessica und Jonas sind bei Paula um sich Hilfe in \mathbf{R} zu holen. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit \mathbf{R} sind sich aber unsicher bei der Interpetierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. In einem Projektbericht haben sie zusammen Kartoffeln untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl und tornado) und dem Messwert Trockengewicht [kg/ha]. Der Versuch wurde in einem Versuch in einer Klimakammer im Emsland durchgeführt. Nach des Betreuers ist der Messwert Trockengewicht [kg/ha] normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifel...

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Trockengewicht by Lüftungssystemen
## t = -3.4749, df = 17, p-value = 0.002898
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -16.905600 -4.132178
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group tornado
## 25.87000 36.38889
```

Helfen Sie Paula bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jessica und Jonas nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D , $Pr(D|H_0)$, A=0.95, sowie $T_{\alpha=5\%}=|2.11|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Rist schon ein tolles Programm, wenn man mit dem Ding umgehen kann. Super umgehen kann damit Alex. Deshalb sind auch Steffen und Jessica bei ihm um sich bei einem gemeinsamen Projekt helfen zu lassen. Beide arbeiten gemeinsam an einer Abschlussarbeit. In dem zu beschreibenden Versuch geht es im Emsland um einem Feldexperiment mit Kartoffeln. Dabei ging darum herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl* und *tornado*) und dem Messwert Trockengewicht [kg/ha] gibt. Da der Messwert Trockengewicht [kg/ha] normalverteilt ist kann ein t-Test gerechnet werden.

```
##
## Two Sample t-test
##
data: Trockengewicht by Lüftungssystemen
## t = 1.9217, df = 16, p-value = 0.07264
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -0.7128455 14.5362221
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group tornado
## 47.95714 41.04545
```

Helfen Sie Alex bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Steffen und Jessica nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Jessica sichtlich stolz. 'Nach Meinung des Betreuers soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Paula an. Paula und Paula sind bei Jessica um sich in Rhelfen zu lassen. Die beiden waren 2 Monate im Wendland um einen Versuch mit Kartoffeln in einem Freilandversuch durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Proteingehalt [g/kg] zu bestimmen.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Proteingehalt by Lichtstufen
## t = 3.1677, df = 15, p-value = 0.006371
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 3.67302 18.78254
## sample estimates:
## mean in group none mean in group 600lm
## 35.35000 24.12222
```

Helfen Sie Jessica bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Paula und Paula nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar und Mark haben sich dazu entschieden zusammenzuarbeiten. Das sollte alles etwas einfacher machen. Jeder hat zwar ein getrenntes Themenfeld aber den Hauptversuch machen beide gemeinsam. Das hat sich schonmal als gut Idee soweit herausgestellt. In einer Hausarbeit sollen beide herausfinden, ob es einen Zusammenhang zwischen Ausgeizen (ctrl und 28d) und Trockengewicht [kg/ha] gibt. Die Besonderheit ist hierbei, dass die Messungen an der gleichen Beobachtung stattfinden. Beide messen also zweimal an den gleichen Kartoffeln. Hier muss dann wohl auf einen normalverteilten Messwert (Y) ein gepaarter t-Test gerechnet werden. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in Raus.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Trockengewicht by Ausgeizen
## t = -1.4326, df = 8, p-value = 0.1899
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -11.714516    2.736738
## sample estimates:
## mean difference
## -4.488889
```

Jetzt brauchen Nilufar und Mark Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in Rum ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Teil IV.

Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

76. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wir können jetzt anhand der Visualisuierung sehen, ob da schon was signifikant ist?', Tina hebt die Augenbraue. 'Ja, können wir. Dafür müssen wir aber erstmal in {ggplot} uns die Daten anschauen. Oder wir zeichnen es flott mit der Hand. Geht auch.', meint Paula dazu. Tina hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer verschiedene Kartoffeln angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl, storm und tornado) und dem Messwert Frischegewicht [kg/ha] gibt.

| Lüftungssystemen | Frischegewicht |
|------------------|----------------|
| storm | 38 |
| storm | 41 |
| tornado | 47 |
| storm | 40 |
| ctrl | 30 |
| ctrl | 30 |
| tornado | 46 |
| tornado | 47 |
| ctrl | 30 |
| tornado | 45 |
| tornado | 46 |
| tornado | 43 |
| ctrl | 30 |
| ctrl | 31 |
| ctrl | 29 |
| storm | 42 |
| tornado | 49 |
| ctrl | 29 |
| storm | 41 |

Leider kennen sich Tina und Paula mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
 - Globale Mittelwert: β₀ (1 Punkt)
 - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$ und $\beta_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Jonas hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Jessica dazu. Jonas hatte sich in ein Freilandversuch verschiedene Kartoffeln angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Bewässerungstypen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg] gibt.

Leider kennen sich Jonas und Jessica mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-------------------|----|---------|---------|---------|--------|
| Bewässerungstypen | 3 | 2994.13 | | | |
| error | 24 | 880.3 | | | |
| Total | 27 | | | | |

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.01$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Jonas schaut Paula fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Paula tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Beide waren im Oldenburger Land um ein Gewächshausexperiment mit Kartoffeln durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Düngestufen (*ctrl*, *low*, *mid* und *high*) und dem Messwert Trockengewicht [kg/ha] gibt.

Leider kennen sich Jonas und Paula mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-------------|----|--------|---------|---------|--------|
| Düngestufen | 3 | 355.14 | | | |
| Error | 29 | 446.19 | | | |

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=2.93$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%}=2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

| Düngestufen | Fallzahl (n) | Mittelwert | Standardabweichung |
|-------------|--------------|------------|--------------------|
| ctrl | 5 | 4.40 | 2.30 |
| low | 10 | 4.70 | 3.40 |
| mid | 9 | 3.89 | 3.14 |
| high | 9 | 11.67 | 5.50 |

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA und R. Nicht so einfach... Was sagt mir jetzt die Ausgabe der ANOVA und wo sehe ich, ob da was signifikant ist?', denkt Alex und hebt die Augenbraue. Alex hatte sich ein Freilandversuch mit Kartoffeln angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssysteme (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg] gibt. Nun möchte sein Betreuer seiner Abschlussarbeit erstmal eine ANOVA sehen und die Ergebnisse präsentiert bekommen.

Leider kennen sich Alex mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In ein Freilandversuch wurden Kartoffeln mit dem Behandlung Bewässerungstypen (ctrl, low, mid und high) sowie der Behandlung Genotypen (AA, und BB) untersucht. Es wurde als Messwert Frischegewicht [kg/ha] bestimmt. Jessica ahnte schon, dass es komplexer wird, als sie mit ihrer Hausarbeit angefangen hat. Das es jetzt aber so kompliziert wird, hätte sie jetzt aber auch nicht gedacht. Jessica kratzt sich am Kopf. Eventuell muss sie dann doch nochmal Hilfe in der statistischen Beratung holen. Jetzt versucht sie es aber erstmal selber.

Leider kennen sich Jessica mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-----------------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| Bewässerungstypen | 3 | 189.86 | | | |
| Genotypen | 1 | 65.42 | | | |
| Bewässerungstypen:Genotypen | 3 | 428.02 | | | |
| Error | 18 | 226.06 | | | |

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

| | $\emph{F}_{lpha=5\%}$ |
|-----------------------------|-----------------------|
| Bewässerungstypen | 4.26 |
| Genotypen | 3.40 |
| Bewässerungstypen:Genotypen | 5.23 |

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Bewässerungstypen:Genotypen aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In ein Freilandversuch wurden Kartoffeln mit der Behandlung Düngestufen (ctrl, low, mid und high) sowie der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl, und tornado) untersucht. Es wurde als Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] bestimmt. Jetzt starrt Tina mit auf die Ausgabe einer zweifaktoriellen ANOVA. Leider starrt ihre Betreuerin in der gleichen Art Tina zurück an. Das wird ein langer Nachmmittag, denkt sie sich und kreuselt ihren Mund. 'Und was machen wir jetzt?' entfährt es ihr überrascht entnervt. Immerhin war geht es ja um ihre Abschlussarbeit. Tina hätte doch nichts mit Kartoffeln machen sollen. Kartoffeln – was soll das auch bedeutendes sein?

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Chlorophyllgehalt
##
## Düngestufen
## Düngestufen
## Lüftungssystemen
## Düngestufen:Lüftungssystemen
## Düngestufen:Lüftungssystemen
## Residuals
## Residuals
## 293.966
## 1.331
```

Leider kennen sich Tina mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik F_{calc} und in dem Student t-Test die T-Statistik T_{calc} .

$$F_{calc} = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$$
 $T_{calc} = rac{ar{y}_1 - ar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$

- 1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der F_{calc} Statistik und T_{calc} Statistik! (2 **Punkte**)
- 2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante F_{calc} Statistik sowie eine signifikante F_{calc} Statistik anhand von $MS_{treatment}$ und MS_{error} ! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! (2 Punkte)
- 4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren f_1 und f_2 . Der Faktor f_1 hat drei Level. Der Faktor f_2 hat dagegen nur zwei Level.

- 1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine schwache und keine Interaktion zwischen den Faktoren f_1 und f_2 ! (4 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! (2 Punkte)
- 3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? (2 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor f_1 mit vier Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit $F_{calc}=1.2$. Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem dritten und ersten Level geben müsste. Die IQR-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

- 1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie die Berechnung von F_{calc} am obigen Beispiel! (3 Punkte)
- 3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! (3 Punkte)

Teil V.

Multiple Gruppenvergleiche

85. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Moment, die haben ja das Gleiche gemacht wie wir!', ruft Steffen laut aus. Mark schaut etwas verwundert. 'Das glaube ich eher nicht. Lass uns mal unsere Daten mit den Ergebnissen von Meyer et al. (2021) vergleichen.', antwortet Mark. In ein Gewächshausexperiment mit Kartoffeln wurde die Behandlung Substrattypen (kompost, torf, 40p60n, 30p20n und 70p30n) auf den Messwert Proteingehalt [g/kg] untersucht. Jetzt müssen die beiden mal schauen, ob sie wirklich was Neues gefunden haben oder ob die Ergebnisse alle die gleichen sind wie schon bei Meyer et al. (2021). Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Meyer et al. (2021).

| Rohen p-Werte | Adjustierte p-Werte | Nullhypothese ablehnen? |
|---------------|---------------------|-------------------------|
| 0.001 | | |
| 0.080 | | |
| 0.002 | | |
| 0.020 | | |
| 0.060 | | |

Leider kennen sich Steffen und Mark mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau α überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau α adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau α bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus α vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar sitzt schon etwas länger bei ihrem Betreuer. So langsam macht Nilufar sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Nilufar hatte in ihrem Projektbericht ein Freilandversuch durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Nilufar will fertig werden. Hat sie sich doch mit Genotypen (00, AA, AB und BB) und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] schon eine Menge angeschaut. Nilufar beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss...

| Behandlung | Compact letter display |
|------------|------------------------|
| 00 | а |
| AA | b |
| AB | a |
| BB | a |

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Paula sitzt schon etwas länger bei ihre Betreuerin. So langsam macht Paula sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Paula hatte in ihre Abschlussarbeit ein Gewächshausexperiment durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Paula will fertig werden. Hat sie sich doch mit Substrattypen (kompost, torf, 40p60n, 30p20n und 70p30n) und Frischegewicht [kg/ha] schon eine Menge angeschaut. Paula beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss... 'Wir müssen als erstes die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren!', hört Paula noch aus der Ferne bevor sie einnickt.

| Substrattypen | Fallzahl (n) | Mittelwert | Standardabweichung |
|---------------|--------------|------------|--------------------|
| kompost | 7 | 10.20 | 1.41 |
| torf | 8 | 5.91 | 2.38 |
| 40p60n | 7 | 9.29 | 3.16 |
| 30p20n | 8 | 2.46 | 2.98 |
| 70p30n | 7 | 15.23 | 3.02 |

Leider kennen sich Paula mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Paula und Mark! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Oh, nee!', ruft Nilufar aus und rollt entnervt mit ihren Augen. Nilufar hatte ihre gesamte Analyse in SPSS gerechnet. Das war ja auch alles in Ordnung. Abbilungen haben geklappt und auch die statistischen Tests gingen dann irgendwie doch. Aber das CLD nicht. Nilufar findet einfach keine Möglichkeit ein CLD in SPSS zu erhalten. Aber ihre Betreuerin möchte unbedingt ein CLD. Sonst wird es mit der Abgabe nichts. Dabei hatte sie schon wirklich eine Menge gemacht! Nilufar hatte sich zwei Variablen mit Genotypen (00, AA, AB und BB) und Proteingehalt [g/kg] in ein Gewächshausexperiment mit Kartoffeln angeschaut. Wo kriegt sie jetzt ein CLD her? Dann eben per Hand aus der Matrix der p-Wert. Nilufar stöhnt...

| | 00 | AA | АВ | ВВ |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 00 | 1.0000000 | 0.0018299 | 0.0047943 | 0.3999168 |
| AA | 0.0018299 | 1.0000000 | 0.7673577 | 0.0127027 |
| AB | 0.0047943 | 0.7673577 | 1.0000000 | 0.0293738 |
| BB | 0.3999168 | 0.0127027 | 0.0293738 | 1.0000000 |

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Nilufar und Mark! (2 Punkte)

Teil VI.

Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

89. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende war es für Nilufar in ihrem Projektbericht dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihre Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Nilufar hatte sich in ein Feldexperiment n=156 Beobachtungen von Kartoffeln angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung Pestizideinsatz [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Proteingehalt im Zielbereich [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Nilufar mal schauen, wie sie das jetzt rechnet.

| 56 | 21 | |
|----|----|--|
| 27 | 52 | |
| | | |

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$ Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die \mathcal{X}^2 -Verteilung, wenn die H_0 wahr ist! Ergänzen Sie $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$ und \mathcal{X}^2_D in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jonas hat sich ein Herz gefasst und war für seinem Projektbericht in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der er viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Jonas ist schon eine ganze Zeit im Büro, da seine Betreuerin möchte, dass er jetzt auf seinen Daten mit n=140 Beobachtungen von Kartoffeln einen \mathcal{X}^2 -Test rechnet. Das ginge, da er als Behandlung Mechanische Bearbeitung [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage.

| | | 70 |
|----|----|-----|
| | | 70 |
| 74 | 66 | 140 |

Leider kennt sich Jonas mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende hätte Mark dann doch einen normalverteilten Endpunkt in seinem Projektbericht nehmen sollen. Vor ihm liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in \mathbb{R} so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft er das was bei den Daten rausgekommen ist. Gezählt hat Mark einiges mit n=140 Beobachtungen von Kartoffeln. Zum einen hat er als Behandlung Mechanische Bearbeitung [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] ermittelt. Nun möchte seine Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Nach seinem Experiment erhielt er folgende 2x2 Kreuztabelle aus seinen erhobenen Daten.

Dann rechnete Mark den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in \mathbb{R} und erhielt folgende \mathbb{R} Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
data: Frischegewicht über Zielwert
## p-value = 0.1811
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 0.07075797 1.67575062
## sample estimates:
## 0.3611682
```

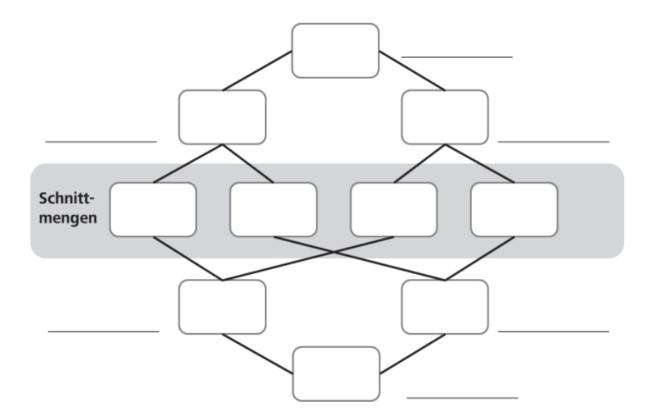
Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das Odds ratio im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 4% angenommen. In 80% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 1000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

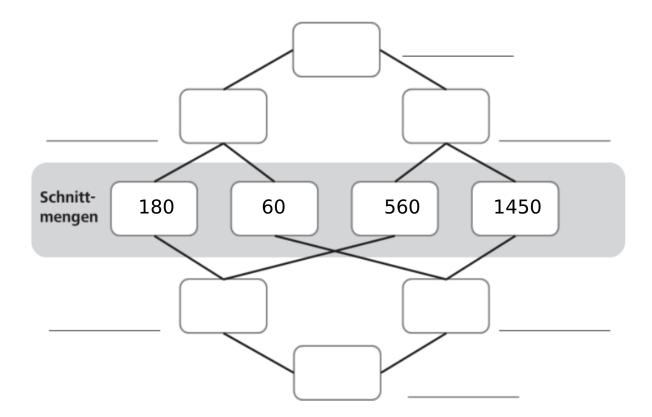
- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (8 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? (1 Punkt)





Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! (4 Punkte)



Teil VII.

Nicht parametrische Tests

94. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

| Vorher | Nachher | Differenz | Vorzeichen | Rang | Positiv Rang | Negativ Rang |
|--------|---------|-----------|------------|------|--------------|--------------|
| 13 | 13 | | | | | |
| 11 | 14 | | | | | |
| 7 | 11 | | | | | |
| 9 | 14 | | | | | |
| 9 | 13 | | | | | |
| 6 | 14 | | | | | |
| 10 | 14 | | | | | |
| 9 | 11 | | | | | |
| 12 | 15 | | | | | |
| 7 | 9 | | | | | |
| 13 | 13 | | | | | |
| 11 | 10 | | | | | |
| 7 | 14 | | | | | |
| 8 | 11 | | | | | |
| 11 | 12 | | | | | |

- 1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! (4 Punkte)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik W_D mit $W_D = \min(T_-; T_+)$ und berechnen Sie den erwarteten Wert

$$\mu_W = \frac{n_{!0} \cdot (n_{!0} + 1)}{4}!$$
 (2 Punkte)

- 3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit $z = \frac{W_D \mu_W}{14.309}!$ (2 Punkte)
- 4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von $z_{\alpha=5\%}=1.96$ ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittelere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

| Treatment | Count |
|------------|-------|
| RootsGoneX | 13.1 |
| RootsGoneX | 15.5 |
| Kontrolle | -1.1 |
| Kontrolle | -0.9 |
| RootsGoneX | 13.8 |
| Kontrolle | 1.9 |
| Kontrolle | -0.4 |
| RootsGoneX | 12.8 |
| RootsGoneX | 12.4 |
| Kontrolle | 1.6 |
| | |

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür U_D mit $U_D = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1!$ (4 Punkte)

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von
$$U_D$$
 durch $z=\frac{U_D-\frac{n_1n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$ und dem kritischen Wert von $z_{\alpha=5\%}=1.96$. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanilleplanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosporlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

| Treatment | Count | Rang Kontrolle | Rang Dosis 20 | Rang Dosis 40 |
|--|------------------------------------|----------------|---------------|---------------|
| Dosis 40 Dosis 40 Dosis 20 Kontrolle Dosis 40 | 11.9 10.5 8.1 2.4 13.3 | | | |
| Dosis 20 Dosis 40 Kontrolle Dosis 20 Dosis 40 | 11.8 11.8 3.3 9.7 11.6 | | | |
| Dosis 20 Kontrolle Dosis 20 Kontrolle Dosis 20 | 10.6 3.5 10.9 2.1 10.8 | | | |
| Kontrolle Dosis 40 Kontrolle Kontrolle | 3.8 12.3 2.9 3.7 | | | |

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- 1. Bestimmen Sie hierfür H_D mit $H_D = \frac{12}{n(n+1)} \left(\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) 3(n+1)!$ (6 Punkte)
- 2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von H_D durch den kritischen Wert von $H_{\alpha=5\%}=5.99!$ (1 **Punkt**)
- 3. Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? (1 Punkt)
- 4. Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? (1 Punkt)
- 5. Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! (1 Punkt)

Teil VIII.

Lineare Regression & Korrelation

97. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Paula. 'Ich sehe nur eine Zahlen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Jessica. Paula atmet schwer ein. Die beiden hatten einen Versuch in einer Klimakammer im Oldenburger Land mit Kartoffeln durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlichen Anteil an Ton [%/I] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen.

| Durchschnittlichen Anteil an Ton [%/l] | Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] |
|--|---|
| 26.1 | 19.8 |
| 20.8 | 12.8 |
| 34.6 | 20.8 |
| 21.0 | 11.2 |
| 12.5 | 9.8 |
| 8.7 | 6.1 |
| 15.9 | 8.5 |
| 27.0 | 15.3 |
| 30.7 | 15.3 |
| 25.5 | 15.3 |
| 19.3 | 10.1 |
| 24.7 | 16.2 |

Leider kennen sich Paula und Jessica mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! (2 Punkte)
- Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Steffen. 'Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Nilufar. Steffen atmet schwer ein und starrt auf die Rausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten ein Feldexperiment im Emsland mit Kartoffeln durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche UV-Einstrahlung [UV/d] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in Regression gerechnet bekommen.

| term | estimate | std.error | t statistic | p-value |
|-----------------------------------|----------|-----------|-------------|---------|
| (Intercept) | 4.23 | 2.43 | | |
| Durchschnittliche UV-Einstrahlung | 1.77 | 0.24 | | |

Leider kennen sich Steffen und Nilufar mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in \mathbb{R} überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung der lm()-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (1 Punkt)
- 5. Ergänzen Sie die t Statistik in der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 6. Ergänzen Sie den p-Wert in der lm()-Ausgabe mit $T_{\alpha=5\%}=1.96!$ (2 Punkte)
- 7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (1 Punkt)
- 8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Hä? Was ist denn das? Das wird ja immer wilder! Hatten wir das als Aufgabe eine lineare Regression zu rechnen? Wir bauen aus kontinuierlichen Daten eine Abbildung und interpretieren diese dann?', fragt Mark. Alex schaut fragend zurück. 'Keine Ahnung... das ist jetzt jedenfalls keine Abbildung von irgendwas sondern eine Ausgabe mit ganz wilden Bezeichnungen...', antwortet Alex leicht angespannt. Die beiden hatten ein Gewächshausexperiment im Oldenburger Land mit Kartoffeln durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittliche Regenwurmdichte [Anzahl/I] und Proteingehalt [g/kg]. Jetzt haben die beiden eigentlich alles zusammen. Eigentlich..., denn mit der Ausgabe haben beide jetzt ein Problem.

```
## Call:
## Proteingehalt ~ Durchschnittliche_Regenwurmdichte
## Residuals:
                10 Median
                                30
##
       Min
                                       Max
## -2.6906 -0.8404 0.2267 0.7648 2.9941
## Coefficients:
                                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept)
                                       3.7103
                                                  2.0635
                                                          1.798
                                                                    0.083
## Durchschnittliche_Regenwurmdichte
                                       2.3231
                                                  0.2061 11.272 6.43e-12
## Residual standard error: 1.381 on 28 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.8194, Adjusted R-squared: 0.813
## F-statistic: 127.1 on 1 and 28 DF, p-value: 6.429e-12
```

Leider kennen sich Mark und Alex mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die p-Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! (2 Punkte)
- 5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.82 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Ich glaube du bringst da was durcheinander. Wir nutzen zwar auch für die ANOVA die Funktion lm() aber hier wollen wir, glaube ich, eine Gerade durch die Punkte zeichnen.', merkt Jonas an. 'Ich sehe keine Punkte... das ist doch eine Ausgabe in R. Überhaupt, darum geht es doch gar nicht in unserem Versuch. Wir wollen doch keine Gerade zeichnen?.', antwortet Alex sichtlich übernächtigt. 'Doch wir müssen nur die Koeffizienten der linearen Regression erst richtig interpretieren und vor unserem geistigen Auge erscheint eine Gerade!', spricht Jonas sehr deutlich und langsam. Die beiden hatten ein Gewächshausexperiment im Wendland mit Kartoffeln durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Anteil an Ton [%/I] und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt wollen sie erstmal schauen, ob es einen Zusammenhang gibt und das soll mit der Rausgabe möglich sein.

```
##
## Spearman's correlation
##
## data: drymatter and water
## t = -11.157, df = 8, p-value = 3.727e-06
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.9929478 -0.8717728
## sample estimates:
## cor
## -0.9693381
```

Leider kennt sich Jonas mit der Korrelationsanalyse in \mathbf{R} überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 6. Sind die Variablen drymatter and water normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)



Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

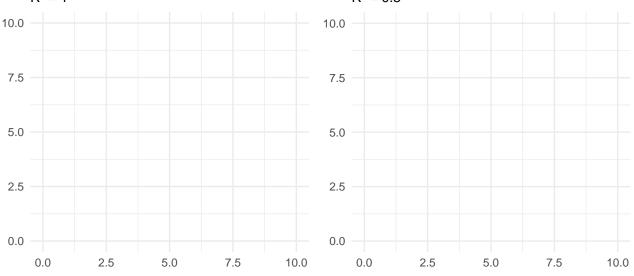
- 1. Zeichnen Sie für die angegebene ρ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die angegebenen R^2 -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade. (3 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R²-Werte über das jeweilige Modell? (3 **Punkte**)

Pearsons $\rho = 0.5$



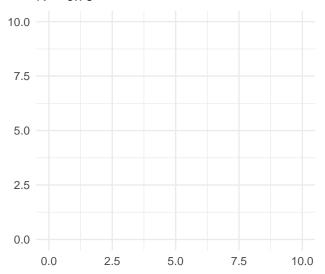






Pearsons $\rho = 1$

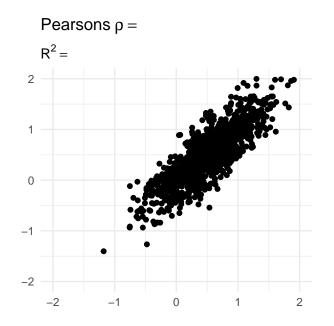
$$R^2 = 0.75$$

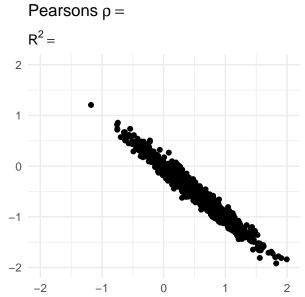


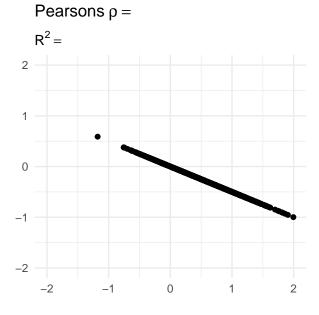


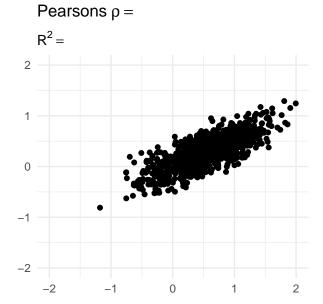
Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

- 1. Schätzen Sie die ρ -Werte in der entsprechenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R^2 -Werte in der entsprechenden Punktewolke um die Gerade! (4 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R^2 -Werte über das jeweilige Modell? (1 **Punkt**)











Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m^2 (*drymatter*) und Wassergabe l/m^2 (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

| .id | drymatter | water | .fitted | .resid |
|-----|-----------|-------|---------|--------|
| 1 | 20.6 | 8.9 | 22.8 | |
| 2 | 29.4 | 12.6 | 28.5 | |
| 3 | 22.6 | 8.5 | 22.3 | |
| 4 | 34.2 | 16.3 | 34.3 | |
| 5 | 24.8 | 11.1 | 26.2 | |
| 6 | 32.5 | 14.6 | 31.6 | |
| 7 | 36.3 | 16.1 | 34.0 | |
| 8 | 16.3 | 5.2 | 17.2 | |
| 9 | 21.4 | 7.8 | 21.2 | |
| 10 | 17.9 | 7.6 | 20.9 | |
| 11 | 36.0 | 18.4 | 37.5 | |
| 12 | 15.4 | 3.3 | 14.3 | |
| 13 | 24.0 | 7.1 | 20.1 | |

- 1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte .resid in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Zeichen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbilungen die Zeile des Regressionskreuzes der Poissonverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! (6 Punkte)

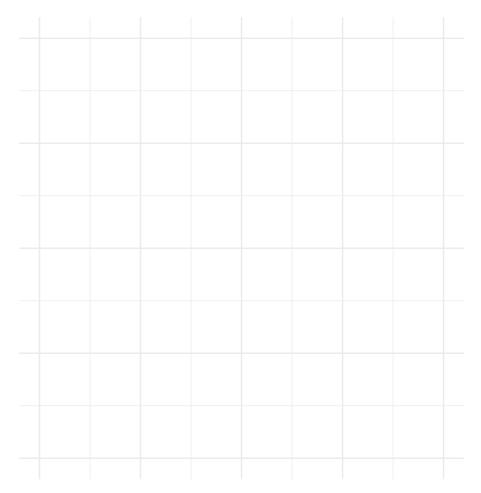
- 2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen Zahlenraum nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)





Ein Feldexperiment wurde mit n=200 Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen (x) wurden erhoben: dosage, P und fertilizier. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality score und dead.

- 1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie Gaussian gehört! (1 Punkt)
- 2. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} in der Funktion glm() üblich ist *ohne Interaktionsterm*! (3 Punkte)
- 3. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} üblich ist und ergänzen Sie einen Interaktionsterm nach Wahl! (1 Punkt)
- 4. Zeichen Sie eine *starke* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**



Teil IX.

Experimentelles Design

106. Aufgabe (10 Punkte)



Nach einem erfolgreichen Pilotversuch zur Wirksamkeit von Belüftungen bei Kartoffeln in einem Freilandversuch wollen Sie nun den Versuch eine Nummer größer anlegen. Dafür entscheiden Sie sich für ein faktorielles Versuchsdesign. In Ihrem Hauptversuch stellt die Wirksamkeit von Belüftungen den ersten Faktor mit insgesamt 3 Leveln dar. Der zweite Faktor mit der Sorte beinhaltet 4 Level.

Im ersten Schritt überlegen Sie ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Sie entscheiden sich für das *Complete randomized design (CRD)*.

- 1. Skizieren Sie das Complete randomized design (CRD) für Ihren Versuch! (4 Punkte)
- 2. Skizieren Sie eine Datentabelle für den Versuch mit drei Wiederholungen! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie eine Abbilung mit Barplots und einem angenommenen normalverteilten Outcome! (4 Punkte)

Teil X.

Forschendes Lernen

Die folgenden Aufgaben basieren auf den wissenschaftlichen Veröffentlichungen von X, Y, Z und W. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der vier Veröffentlichungen vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar.

• Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. Scientia Horticulturae, 304, 111320. [Link]

Folgende vier Datensätze und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die folgenden Aufgaben nehmen Teilaspekte der Datenanalyse auf. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar.

• bar

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Hä?

[1] "foo"

Leider kennt sich Mark mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 6. Sind die Variablen drymatter and water normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Hä?

[1] "foo"

Leider kennt sich Alex mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 6. Sind die Variablen drymatter and water normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

Teil XI.

Mathematik

109. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte¹.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 12m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in *m* der Eiche im Jahr 1820 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 180cm, eine Breite von 80cm sowie eine Länge von 240cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (1 Punkt)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *bequem* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 20*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 120 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8.5cm und eine Höhe von 7cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 290 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf vier Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Pflanztopffläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Schweinestall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Schweinestall hat eine Höhe $h_{\rm V}$ von 5.5m. Die hintere Seite des Schweinestall hat eine Höhe $h_{\rm b}$ von 8.5m. Der Schweinestall hat eine Tiefe t von 13m und eine Breite b von 50m.

- 1. Skizzieren Sie den Schweinestall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_V , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Schweinestall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 10t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 10% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80°C eine Dichte von $240kg/m^3$. Bei -100°C hat Methan eine Dichte von $290kg/m^3$. Sie betrieben Ihre Anlage bei -90°C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

Aligatorenbirnen und Blaubeeren "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einer ältern Dame mit aufgespannten Regenschirm. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Aldi über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile². Tja, die Deutschen und Südamerika

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einer ältern Dame mit aufgespannten Regenschirm?

- 1. Wenn 4 Blaubeerschalen 7.96 Euro kosten, wie viel kosten 6 Schalen? (1 Punkt)
- 2. Wenn Sie die 6 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 2.89 EUR können Sie sich dann noch für 50 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Aldi über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 160l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 100 125g.
- Ein Kilo Salat benötigt 100l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 320 510g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 1100l Wasser. Eine Avocado wiegt 140 380g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 820l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3 3.8g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (2 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2024 blieben die Erträge von Blaubeeren mit 7.9×10^4 t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 6.8%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 23.8% auf 2.3×10^5 t.

4. Wie viele Liter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2023 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur zwei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 52 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 10 - 15 Liter pro Minute Duschen und 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einer ältern Dame mit aufgespannten Regenschirm erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! (1 Punkt)

²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton $r_P = 1.7 \times 10e - 15$ • Wasserstoff $r_H = 5.3 \times 10e - 11$

Die Dampfnudelerde "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 67 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen³.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von $9.65 \, \text{m/s}^2$ an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von $1.235 \times 10^4 \, \text{km}$ und eine mittlere Dichte ρ von $5.86 \, \text{g/cm}^3$. Das Gewicht von einem heute lebenden asiatischen Elefanten liegt bei 3t bis 5t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 67 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
 - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 67 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
 - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
 - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 67 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 0.99 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit 1.48×10^8 km angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 87% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.05g/mol, 10% Heliumkernen mit 4.32g/mol sowie 3% weiteren Atomkernen mit 152.01g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$ pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 5cm $^{-3}$ pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge? So hört man häufiger höfliche Hühner in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Hühner-Halter:innen nicht⁴. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Hühner für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
 $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- A_i dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Huhn plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- Ri dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) foraging incl. scratching, (2) dustbathing, (3) walking und (4) drinking/eating.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i , R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

| | Aldridge et al. (2021) | Baxter et al. (2022) | Jabcobs et al. (2019) |
|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
| foraging incl. scratching | 36cm; 24cm; 4.3% | 36cm; 25cm; 5.2% | 39cm; 29cm; 1.8% |
| dustbathing | 35cm; 22cm; 0.6% | 32cm; 23cm; 0.4% | 34cm; 15cm; 0.4% |
| walking | 43cm; 29cm; 1.2% | 38cm; 24cm; 0.5% | 35cm; 22cm; 8.1% |
| drinking/eating | 35cm; 27cm; 16.4% | 29cm; 21cm; 18.1% | 36cm; 30cm; 12.8% |

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte r_i , R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Hühner für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Hühner in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$." Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche α , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nelken von den Molukken In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 40 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 100 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 237 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält $4000\mu g/10mg$ Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 110mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in kg an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 18 Tage über den Pazifik! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Event Horizon – Am Rande des Universums Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{29} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 4000m kollabiert, wird die Sonne 20% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} gegeben⁵.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- m_f, gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit $5.974 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.9 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar! (2 **Punkte**)
- 6. Ein Auto und ein Handtuch stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Fermi Paradoxon Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?⁶

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt zwei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $6.1198 \times 10^4 km/h$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 750 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum zwei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 7.81 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 2×10^{11} Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von $2.7 \times 10^8 m/s$ an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von 4.6×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 9×10^7 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Pyramiden bauen Es stehen die mecklemburgischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 73 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 60 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 38 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 38 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 6cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 5 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Knieschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 90% aus. In eine Schubkarre passen 95 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 9°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die mecklemburgische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Versicherungsverteter*) mit, das die Pyramide zu steil sei und somit nicht in die mecklemburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 5° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 16km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die aufwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrainund Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung⁷.

| Ort | Cache | Wertung (S T G) |
|-----|----------------|--------------------|
| Α | GCMYF6U | 1.5 2.5 Klein |
| В | GCNO17X | 1.0 3.0 Mikro |
| С | GCWEQFS | 3.5 4.5 Mikro |
| D | GCDJJNG | 3.0 3.5 Normal |
| Е | GCYDVIB | 5.0 2.0 Normal |

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{AC} ist 5km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} mit 6.5km bekannt. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{BE} ist das 2.1-fache des Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 25° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 55° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort C Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der aufwärts Schwierigkeitschallenge zurück? (5
 Punkte)
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.15 + 0.18 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die aufwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 6m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 8.1m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

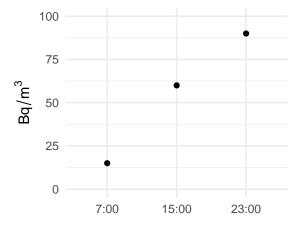
⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

Die atmende Wand und Brot aus Luft Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 23:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung⁸.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $280Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.7d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 135d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $280Bq/m^3$ auf unter $80Bq/m^3$ gefallen ist? (4 **Punkte**)

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

| | Vol-% | M [g/mol] | ppm |
|-------------------|-------|-----------|-----|
| Stickstoff | 78.1 | 27.9 | |
| Sauerstoff | 20.45 | 15.8 | |
| Kohlenstoffdioxid | 0.045 | 12.5 | |

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung⁹:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

⁸Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

⁹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Finsternis Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei Kaufland die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon¹⁰ in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 1126 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
 $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit $9.81\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 40mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 12m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 12m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 2.8mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 2mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die 1.2×10^6 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $12.63g/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 1.2×10^6 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 700 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.4cm Abstand haben müssen? **(1 Punkt)**

 $^{^{10}}$ Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Kaninchen Leider hat es mit Ihrer Surfschule in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht so die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 28 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!¹¹

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 8 \times 10^9 - 1.2 \times 10^9 \cdot 1.9^{-0.15 \cdot t + 3.1}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 9 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 14 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.6 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 7 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 98.5% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 70% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Osten von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4100km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3800km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 8.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? *Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze!* (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 9\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 40\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1200 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

¹¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Lüneburger Heide. Unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Hängebauchschweins Fridolin und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur!* Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit $0.4\times$, Februar mit $0.8\times$ und März mit $1.2\times$. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

| Datum | C° |
|--------------|-----|
| 01. Jan 2023 | 0.4 |
| 01. Feb 2023 | 1.1 |
| 01. Mrz 2023 | 3.5 |
| 01. Apr 2023 | 5.8 |

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ und $f_3(t)$ aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F_1(t)$, $F_2(t)$ und $F_3(t)$ für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! (1 **Punkt**)
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 190°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Boskoopplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit 230N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 210N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem 30° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.2t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn $F = m \cdot a$ gilt? **(1 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In der Kartonagenfabrik Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte Doppelt gewellte, 5-mal-gefaltete, 0.6mm, 60-cm-Karton durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 60cm und eine Breite von 21cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge \boldsymbol{x} falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*²? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 100m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 100m Zaun bestimmen!

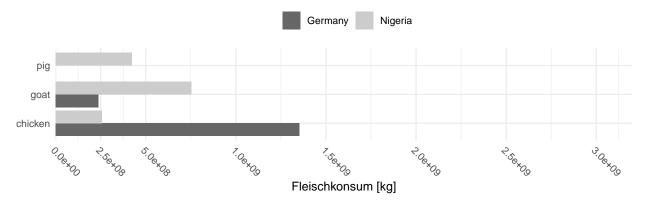
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



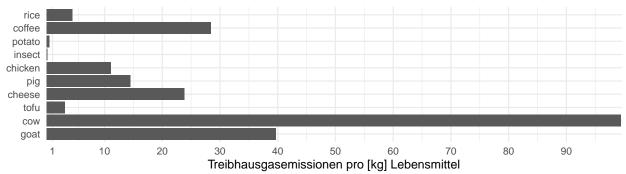
Ein Pfund Insekten, bitte! Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen 12 . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2021 leben ca. 8.2×10^7 Menschen in Deutschland und ca. 1.84×10^8 Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2021 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 pro Kopf in einer aussagekräftigen Tabelle dar! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

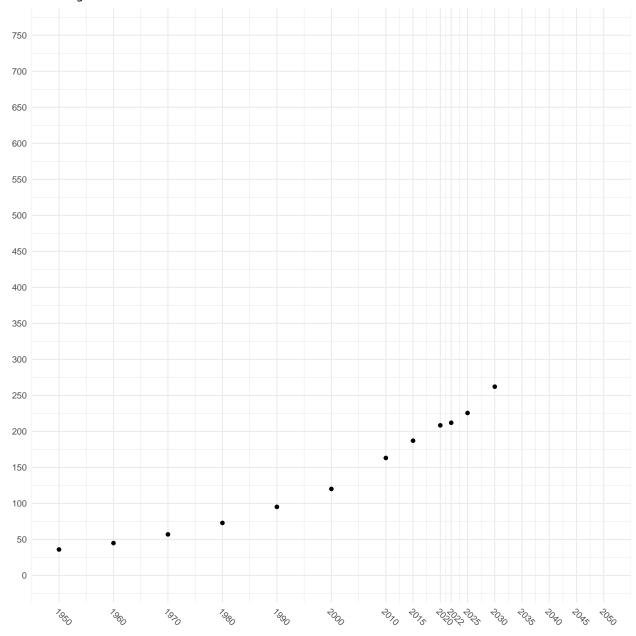
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO₂-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO_2 pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

¹²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
 - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
 - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2021! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2021, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Hausarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihr Partner über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.1% angenommen. In 90% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 4% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein (K^+), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben (T^+)? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von $n=3\times 10^4$ Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen¹³.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

¹³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Network-Marketing oder Schneeballschlacht! Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen¹⁴.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Healthy Herbs Manufacture International (HeHeMan). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 18 Prozent von 275 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut HeHeMan habe das Unternehmen 3.8×10^5 aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma HeHeMan im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 20%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 75EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 30%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 2%, 1% und 0.5%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum drei Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt zwei Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 1800EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

| Stufe | Anzahl Partner | Umsatz/Stufe | Provision |
|-------|----------------|--------------|-----------|
| 1 | Sie selber | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei HeHeMan Einheiten des Produkts für 2625EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 5.5% p.a. über 48 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- 8. Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

¹⁴Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Höhlen & Drachen Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einer Ihrer Freundinnen einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 6 zwölfseitige Würfel (6d12) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 12 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 4 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln (2d6) als Schaden oder das Schwert mit einem achtseitigen Würfel plus 2 (1d8+2) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.7, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.9. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einen $\Omega=100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! (1 Punkt)
- 6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Retrocheck im TV "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Günther und Frida das Team der drei Kandidaten.

| Name | P(win) | P(outbid) |
|---------|--------|-----------|
| Günther | 0.2 | 0.05 |
| Frida | 0.4 | 0.02 |

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.12 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem Typen in einem Tentakelkostüm um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 10 Feldern gewinnen Sie 5000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 6000EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

Teil XII.

Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

130. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

131. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var_i: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA_i: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V_k: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$: lineare Kovariable Laktationsnummer
- e_{ijkl} : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

132. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.