Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Studierende der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

# Klausurfragen der Bio Data Science

#### **Hochschule Osnabrück**

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

15. November 2023

#### Inhalte der Klausur nach Modul

Die folgende Einordnung der Themenkomplexe zu den Modulen dient zur Orientierung. Einzelne Klausuren können und werden davon abweichen. Die Angaben hier sind daher ohne Gewähr.

#### Mathematik & Statistik

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum t-Test
- 1 Frage zur einfaktoriellen ANOVA
- 0 1 Frage(n) zur R Programmierung
- 3 4 Fragen zur Mathematik

#### Statistik

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zum t-Test
- 1 Frage zur einfaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zur linearen Regression beinhaltend Korrelation und R<sup>2</sup>
- 1 Frage zum  $\chi^2$ -Test oder Nicht-Parametrik oder diagnostischen Testen
- 1 Frage zur R Programmierung

#### Angewandte Statistik für Bioverfahrenstechnik

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zum t-Test
- 1 Frage zur einfaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zur linearen Regression beinhaltend Korrelation und R<sup>2</sup>
- 1 Frage zum  $\chi^2$ -Test oder Nicht-Parametrik oder diagnostischen Testen
- 1 Frage zur R Programmierung

#### Angewandte Statistik und Versuchswesen

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zu statistischen Verteilungen
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zur zweifaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zur linearen Regression beinhaltend Korrelation und  $R^2$
- 1 Frage zu multiplen Gruppenvergleichen
- 1 Frage zur R Programmierung

#### Biostatistik

- 1 Frage zu der deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zu der zweifaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zu der multiplen Regression
- 1 Frage zu der R Programmierung
- 2 Fragen abhängig von der Vertiefung (Pflanze- oder Nutztierwissenschaften)

### Erlaubte Hilfsmittel für die Klausur

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten also ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung keine digitalen Ausdrucke.
- You can answer the questions in English without any consequences.

## **Ergebnis der Klausur**

\_\_\_\_\_ von 20 Punkten sind aus dem Multiple Choice Teil erreicht.

\_\_\_\_\_ von 64 Punkten sind aus dem Rechen- und Textteil erreicht.

\_\_\_\_\_ von 84 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
80.5 - 84.0	1,0
76.0 - 80.0	1,3
72.0 - 75.5	1,7
67.5 - 71.5	2,0
63.5 - 67.0	2,3
59.5 - 63.0	2,7
55.0 - 59.0	3,0
51.0 - 54.5	3,3
46.5 - 50.5	3,7
42.0 - 46.0	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von \_\_\_\_\_.

## **Multiple Choice Aufgaben**

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.
- Es werden nur Antworten berücksichtigt, die in dieser Tabelle angekreuzt sind!

	A	В	С	D	E	✓
1 Aufgabe						
2 Aufgabe						
3 Aufgabe						
4 Aufgabe						
5 Aufgabe						
6 Aufgabe						
7 Aufgabe						
8 Aufgabe						
9 Aufgabe						
10 Aufgabe						

• Es sind \_\_\_\_ von 20 Punkten erreicht worden.

## **Rechen- und Textaufgaben**

• Die Tabelle wird vom Dozenten ausgefüllt.

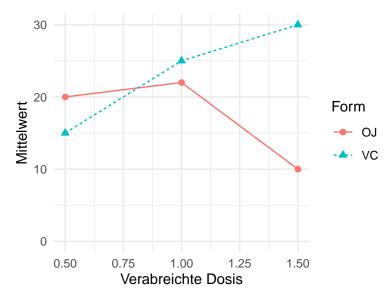
Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	10	10	8	10	6	9	11

• Es sind \_\_\_\_ von 64 Punkten erreicht worden.

	naben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.89, 0.21, 0.34, 0.001 und 0.03. Sie adjusen die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 4.45, 1.05, 1.7, 0.005 und 0.15. Die adjustierten p-Werte werden zu einem $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
В□	Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 0.005 und 0.15. Die adjustierten p-Werte werden zu einem $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
<b>C</b> 🗆	Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 1, 1, 0.005 und 0.15. Die adjustierten p-Werte werden zu einem $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
D 🗆	Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.178, 0.042, 0.068, 2e-04 und 0.006. Die adjustierten p-Werte werden zu einem $\alpha$ -Niveau von 5% verglichen.
E	Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.178, 0.042, 0.068, 2e-04 und 0.006. Die adjustierten p-Werte werden zu einem $\alpha$ -Niveau von 1% verglichen.
2 /	Aufgabe (2 Punkte)
Der vers	Aufgabe (2 Punkte) Datensatz PlantGrowth enthält das Gewicht von Pflanzen, die unter einer Kontrolle und zwei chiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Nach der Berechnung einer einfaktorin ANOVA ergibt sich ein $\eta^2=0.23$ . Welche Aussage ist richtig?
Der vers eller	Datensatz PlantGrowth enthält das Gewicht von Pflanzen, die unter einer Kontrolle und zwei chiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Nach der Berechnung einer einfaktori-
Der vers eller	Datensatz PlantGrowth enthält das Gewicht von Pflanzen, die unter einer Kontrolle und zwei chiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Nach der Berechnung einer einfaktorin ANOVA ergibt sich ein $\eta^2=0.23$ . Welche Aussage ist richtig?
Der vers eller	Datensatz PlantGrowth enthält das Gewicht von Pflanzen, die unter einer Kontrolle und zwei chiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Nach der Berechnung einer einfaktorin ANOVA ergibt sich ein $\eta^2=0.23$ . Welche Aussage ist richtig?  Die Berechnung von $\eta^2$ ist ein Wert für die Interaktion.  Das $\eta^2$ ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein $\eta^2$ von 0 bedeutet
Der vers eller  A   B   C	Datensatz PlantGrowth enthält das Gewicht von Pflanzen, die unter einer Kontrolle und zwei chiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Nach der Berechnung einer einfaktorin ANOVA ergibt sich ein $\eta^2=0.23$ . Welche Aussage ist richtig?  Die Berechnung von $\eta^2$ ist ein Wert für die Interaktion.  Das $\eta^2$ ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein $\eta^2$ von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.  Das $\eta^2$ beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt

3 Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an 60 Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden mit Orangensaft (OJ) oder Ascorbinsäure (VC) erhielt.



Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?

- **A** ☐ Eine starke Interaktion ist zu erwarten. Die Geraden schneiden sich und die Abstände sind nicht gleichbleibend.
- **B** □ Eine leichte Interaktion ist zu erwarten. Die Geraen schneiden sich noch nicht, aber die Abstände unterscheiden sich stark.
- **C** ☐ Keine Interaktion ist zu erwatzen. Die Geraden der Verabreichungsmethode laufen parallel und mit ähnlichen Abständen.
- **D** ☐ Eine starke Interaktion liegt vor. Die Geraden laufen parallel und schneiden sich nicht.
- **E** □ Keine Interaktion liegt vor. Die Geraden scheiden sich und laufen nicht parallel.

4 Aufgabe (2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- ▲ ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- C ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- D ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- **E** □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.

5 Aufgabe (2 Punkte) Sie haben das abstrakte Modell  $Y \sim X$  mit X als Faktor mit zwei Leveln vorliegen. Welche Aussage

über $s_1^2 \neq s_2^2$ ist richtig?	
f A igsquare Es handelt sich um ein balanciertes Design.	
<b>B</b> □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design	
<b>C</b> □ Es handelt sich um abhängige Beobachtungen.	
<b>D</b> ☐ Es liegt Varianzhetrogenität vor.	
<b>E</b> □ Es liegt Varianzhomogenität vor.	
6 Aufgabe (2	Punkte)
Die Mindestanzahl an Beobachtungen für eine Zelle der Vierfeldertafel bei der Nu Chi-Quadrat-Testes ist	ıtzung eines
<b>A</b> □ 1 Beobachtung	
<b>B</b> □ 0 Beobachtungen	
C □ 2 Beobachtungen	
<b>D</b> □ 5 Beobachtungen	
<b>E</b> □ 10 Beobachtungen	
7 Aufgabe (2	Punkte)
Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten nach Spearman ist richtig?	
<b>A</b> ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome malverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.	Y nicht nor-
<b>B</b> □ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn der Korrelation ten zwischen -1 und 1 liegt. Dann sind die Residuen normalverteilt.	nskoeffizien-
C ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome` teilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.	Y normalver-
$f D$ $\Box$ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome malverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.	Y nicht nor-
<b>E</b> ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome `teilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.	Y normalver-
8 Aufgabe (2	Punkte)
Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung von $y$ mit 11, 13, 15, 10 und	d 7.
<b>A</b> □ Es ergibt sich 10.2 +/- 4.6	
<b>B</b> □ Es ergibt sich 12.2 +/- 1.515	
C ☐ Es ergibt sich 11.2 +/- 9.2	
<b>D</b> ☐ Es ergibt sich 11.2 +/- 3.03	
<b>E</b> □ Es ergibt sich 11.2 +/- 1.515	

9 Aufgabe (2 Punkte) Berechnen Sie den Median, das 1<sup>st</sup> Quartile sowie das 3<sup>rd</sup> Quartile von y mit 21, 26, 14, 20, 22, 12, 14, 22, 25, 12 und 51. **A** □ Es ergibt sich 21 +/- 14 **B** ☐ Es ergibt sich 21 +/- 25 C ☐ Es ergibt sich 22 +/- 14 **D** ☐ Es ergibt sich 21 [14, 25] **E** □ Es ergibt sich 22 [15, 26] 10 Aufgabe (2 Punkte) Welche Aussage über Cook's d und Cohen's d ist richtig? A 

Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden und Cohen's d um einen standardisierten Effektschätzer für Gruppenvergeliche zu erhalten. **B** Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden und Cohen's d um einen nicht standardisierten Effektschätzer für Gruppenvergeliche zu erhalten. C Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden. Cohen's d findet auch Outlier, ist aber ein veraltetetes Konzept in der Statistik. **D** Wir nutzen Cohen's d um Outlier in den Daten zu finden und Cook's d um einen standardisierten Effektschätzer für Gruppenvergeliche zu erhalten. **E** ☐ Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden und Cohen's d um standardisierte Outlier für Gruppenvergeliche zu erhalten. 11 Aufgabe (2 Punkte) Die empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für ein Histogramm sind... **A** □ 1 Beobachtung. **B**  $\square$  mindestens 20 Beobachtungen. **C D** 5 und mehr Beobachtungen. **D** 2-5 Beobachtungen. **E** □ 10 Beobachtungen.

12 Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Experiment die Daten D erhoben haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert  $\bar{y}$  und der Median  $\tilde{y}$  unterscheiden sich. Welche Aussage ist richtig?

**A** □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.

**B** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.

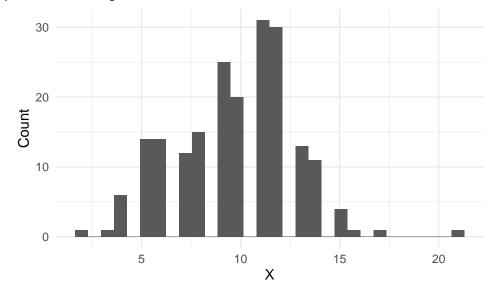
- **C** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.
- **D** □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- **E** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.

Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der  $CO_2$ -Konzentration  $[\mu g]$  im Wasser auf das Wachstum von Wasserlinsen [kg] erhalten Sie einen  $\beta_1$  Koeffizienten von 0.00001 und einen hoch signifikanten p-Wert mit  $2.3 \cdot 10^{-9}$ . Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- $\mathbf{A} \square$  Die Einheit der  $CO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der  $CO_2$ -Konzentration um 1 führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit muss besser gewählt werden.
- **B**  $\square$  Das Gewicht und die  $CO_2$ -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der  $\beta_1$  Koeffizient sehr klein.
- **C**  $\square$  Die Einheit der  $CO_2$ -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der  $CO_2$ -Konzentration hängen zusammen.
- **D**  $\square$  Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatsitik und damit auch der p-Wert kleiner.
- **E**  $\square$  Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der p-Wert sehr klein.

## 14 Aufgabe (2 Punkte)

In dem folgenden Histogramm von n = 200 Pflanzen ist welche Verteilung mit welchen korrekten Verteilungsparametern dargestellt?



- **A** □ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung mit Binom(10).
- **B**  $\square$  Eine Standardnormalverteilung mit N(0,1).

<b>c</b> □	Es handelt sich um eine Poisson-Verteilung mit Pois(10).
<b>D</b> 🗆	Eine rechtsschiefe, multivariate Normalverteilung.
E 🗆	Es handelt sich um eine Normalverteilung mit N(10, 5).
15	Aufgabe (2 Punkte)
Poss	schätzen zwei lineare Regressionsmodelle zur Analyse von Zähldaten. Modell 1 mit einer ion Verteilung und Modell 2 mit einer Quasi-Poisson Verteilung. Welche Aussage zu einer hätzen Overdispersion von 3.32 ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Bei einer geschätzen Overdispersion höher als 1.5 ist von Overdispersion in den Daten auszugehen. Daher wird die Varianz systematisch unterschätzt, was zu kleineren p-Werten führt. Daher gibt es mehr signifikante Ergebnisse als es in Wirklichkeit gibt. Daher ist das Modell 2 die bessere Wahl.
В□	Das vergleichen von verschiedenen Modellen muss erst über ein AIC Kriterium erfolgen. Die Abschätzung über die Overdispersion ist nicht notwendig. Die Varianzen werden später in einer ANOVA adjustiert. Die Confounder Adjustierung.
<b>c</b> 🗆	Bei einer geschätzen Overdispersion höher als 1.5 ist von Overdispersion in den Daten auszugehen. Daher wird die Varianz systematisch unterschätzt, was zu höheren p-Werten führt. Daher gibt es weniger signifikante Ergebnisse als es in Wirklichkeit gibt. Daher ist das Modell 1 die bessere Wahl.
D 🗆	Bei einer geschätzen Overdispersion höher als 1.5 ist von keiner Overdispersion in den Daten auszugehen. Dennoch sind die p-Werte zu klein, dass diese p-Werte natürlich entstanden sein könnten. Die p-Werte müssen adjustiert werden.
E	Bei einer geschätzen Overdispersion höher als 1.5 ist von Overdispersion in den Daten auszugehen. Daher wird die Varianz systematisch überschätzt, was zu höheren p-Werten führt. Daher gibt es mehr signifikante Ergebnisse als es in Wirklichkeit gibt. Daher ist das Modell 1 die bessere Wahl
16	Aufgabe (2 Punkte)
	nem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau daher im statistischen Sinne
<b>A</b> 🗆	Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.
В□	Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
<b>C</b> 🗆	Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
D 🗆	Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und sommit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.
E	Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutliche eine ähnliche Varianzstruktur.

17 Aufgabe (2 Punkte)

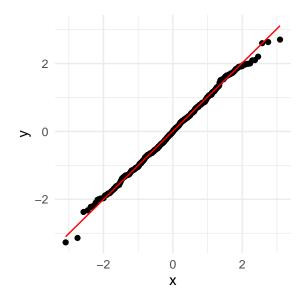
Sie haben das Medell V. - V verliegen und wellen nun ein kausales Medell rechnen Welche Aus

	haben das Modell $Y \sim X$ vorliegen und wollen nun ein kausales Modell rechnen. Welche Aussist richtig?
<b>A</b> 🗆	Ein kausales Modell möchte die Zusammenhänge von X auf Y modellieren. Hierbei geht es um die Effekte von X auf Y. Man sagt, wenn X um 1 ansteigt ändert sich Y um einen Betrag $\beta$ .
В□	Ein kausales Modell basiert auf einem Traingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
<b>C</b> 🗆	Ein kausales Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das $\mathbb{R}^2$ berechnet werden.
D 🗆	Ein kausales Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
E	Ein kausales Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über $\beta_i$ können hier nicht festgestellt werden.
18	Aufgabe (2 Punkte)
finde	ühren ein Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Kühen durch. Bei 6 Tieren en Sie eine Erkrankung der Klauen vor und 8 Tiere sind gesund. Welche Aussage über den sratio Effektschätzer ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Es ergibt sich ein Odds ratio von 1.33, da es sich um ein Anteil handelt.
В□	Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.75, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
<b>c</b> □	Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.43, da es sich um ein Anteil handelt.
D 🗆	Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.75, da es sich um ein Anteil handelt.
E□	Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.43, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
19	Aufgabe (2 Punkte)
Welc	he Aussage über die parametrische Statistik ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Die parametrische Statistik basiert auf dem Schätzen von Parametern aus einer festgelegten Verteilung. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
В□	Die parametrische Statistik basiert auf Rängen. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
<b>C</b> 🗆	Die nicht-parametrische Statistik ist ein Vorgänger der parametrischen Statistik und wurde wegen dem Mangel an Effektschätzern nicht mehr ab 1960 genutzt.
D 🗆	Die parametrische Statistik basiert auf dem Schätzen von Parametern aus einer a priori festgelegten Verteilung. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
E	Die parametrische Statistik basiert auf Rängen. Daher wird jeder Zahl ein Rang zugeteilt. Nur auf den Rängen wird die Auswertung gerechnet. Daher gibt es auch keinen direkt zu interpretierenden Effektschätzer.

	Randomisierung von Beobachtungen bzw. Samples zu den Versuchseinheiten ist bedeutend er Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
В□	Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
<b>C</b> 🗆	Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
D 🗆	Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte.
E	Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich.
21	Aufgabe (2 Punkte)
sche	n Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englir Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in $\mathbf{R}$ auswerten wollen. Welcher folgende id ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
В□	Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
<b>c</b> 🗆	Im Allgemeinen haben Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen, die in der deutschen Sprache vorkommen. Eine Nutzung der englischen Sprache umgeht dieses Problem auf einfache Art.
D 🗆	Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in $\P$ in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
Ε□	Die Spracherkennung von 😱 ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
22	Aufgabe (2 Punkte)
	ler explorativen Datenanalyse (EDA) in R gibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, Circle of life genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA?
<b>A</b> 🗆	Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
В□	Wir lesen als erstes die Daten über read_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
<b>C</b> 🗆	Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. Über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.

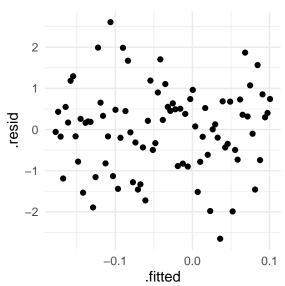
E 🗆	Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.
D 🗆	Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
<b>c</b> □	Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
В□	Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen polygonale Regressionen rechnen.
<b>A</b> 🗆	Das GLM erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das Y bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.
Welc	the Aussage über das generalisierte lineare Modell (GLM) ist richtig?
24	Aufgabe (2 Punkte)
E	Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(\bar{y}, s^2)$ .
<b>D</b> 🗆	Die Residuen folgen einer Poissonverteilung mit Pois(0).
<b>c</b> □	Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(0, s^2)$ .
В□	Die Residuen sind binomialverteilt.
<b>A</b> 🗆	Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(0,1)$ .
	ner linearen Regression werden die $\epsilon$ oder Residuen geschätzt. Welcher Verteilung folgen die duen bei einer optimalen Modellierung?
23	Aufgabe (2 Punkte)
E	Wir lesen als erstes die Daten über read_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen.
	gyptot() flui flocii ilistalleren. Dalli flaben wir die Abbildungen als *.pilg vorllegen.
D□	Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als *.png vorliegen.

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **B** Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- **C** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.

Sie rechnen eine linearen Regression und erhalten folgenden Residual Plot. Welche Aussage ist richtig?



<b>A</b> 🗆	Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
В□	Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.
<b>c</b> 🗆	Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.
D 🗆	Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen.
E	Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen.
27	Aufgabe (2 Punkte)
Welc	the Aussage zum mathematische Ausdruck $Pr(D H_0)$ ist richtig?
<b>A</b> 🗆	$Pr(D H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit die Daten D zu beobachten wenn die Nullhypothese wahr ist.
В□	$Pr(D H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit $1-Pr(H_A)$
<b>c</b> □	Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.
D□	Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
E	Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternative-hypothese überdeckt.
28	Aufgabe (2 Punkte)
Das	Falsifikationsprinzip besagt
	Falsifikationsprinzip besagt dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
<b>A</b> 🗆	
A 🗆 B 🗆	dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
A 🗆 B 🗆 C 🗆	<ul> <li> dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.</li> <li> dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.</li> <li> dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissen-</li> </ul>
A	dass Modelle meist falsch sind und selten richtig dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
A	dass Modelle meist falsch sind und selten richtig dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
A   B   C   D   D   E   D   D   D   D   D   D   D	dass Modelle meist falsch sind und selten richtig dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
A   B   C   D   D   D   D   D   C   Grür	<ul> <li> dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.</li> <li> dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.</li> <li> dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.</li> <li> dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.</li> <li> dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.</li> </ul> Aufgabe <ul> <li>(2 Punkte)</li> </ul> Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau α genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden
A   B   C   D   D   Der Grür	<ul> <li> dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.</li> <li> dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.</li> <li> dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.</li> <li> dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.</li> <li> dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.</li> </ul> Aufgabe <ul> <li>(2 Punkte)</li> <li>Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau α genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden nicht diese Festlegeung auf 5% ist richtig?</li> <li>Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet.</li> </ul>

D 🗆	Die Festlegung von $\alpha=5\%$ ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von $\alpha$ wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.
E	Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde $\alpha=5\%$ festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
30	Aufgabe (2 Punkte)
Welc	che Aussage über die Power ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.
В□	Es gilt $\alpha + \beta = 1$ und somit liegt $\beta$ meist bei 95%.
<b>c</b> □	Die Power $1-\beta$ wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die $H_0$ bei 20%.
<b>D</b> 🗆	Die Power $1-\beta$ wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die $H_A$ mit 80% "bewiesen wird".
E	Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die $H_A$ abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
31	Aufgabe (2 Punkte)
	n statistischen Testen wird signal mit noise zur Teststatistik T verrechnet. Welche der Formel schnet korrekt die Teststatistik T?
<b>A</b> 🗆	Es gilt $T = signal \cdot noise$
В□	Es gilt $T = \frac{signal}{noise}$
<b>c</b> 🗆	Es gilt $T = \frac{signal}{noise^2}$
D 🗆	Es gilt $T = \frac{noise}{signal}$
E	Es gilt $T = (signal \cdot noise)^2$
32	Aufgabe (2 Punkte)
	er Theorie zur statistischen Testentscheidung kann " $H_0$ ablehnen obwohl die $H_0$ gilt" in welche Eige Analogie gesetzt werden?
<b>A</b> 🗆	In die Analogie eines Rauchmelders: Fire without alarm, dem $eta$ -Fehler.
В□	In die Analogie eines Rauchmelders: Alarm with fire.

**E**  $\square$  In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire*, dem  $\alpha$ -Fehler.

	echnen eine simple Poisson Regression. Welche Aussage bestreffend der Konfidenzintervalle ir die Poisson Regression richtig?
<b>A</b> 🗆	Wenn die Relevanzschwelle mit enthalten ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
В□	Wenn die Konfidenzintervalle den p-Wert der Regression enthalten, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
<b>c</b> □	Wenn die 0 im Konfidenzinterval enthalten ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
D 🗆	Wenn die 1 im Konfidenzinterval enthalten ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. $\ $
E	Wenn die 0 im Konfidenzinterval enthalten ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
34	Aufgabe (2 Punkte)
nun	er Bio Data Science wird häufig mit sehr großen Datensätzen gerechnet. Historisch ergibt sich ein Problem bei der Auswertung der Daten und deren Bewertung hinsichtlich der Signifikanz. he Aussage ist richtig?
<b>A</b> 🗆	Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gänigige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
В□	Aktuell werden immer grössere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.
<b>C</b> 🗆	Aktuell werden immer grössere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
D 🗆	Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
E	Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n $>$ 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
35	Aufgabe (2 Punkte)
	the statistische Masszahl erlaubt es <i>Relevanz</i> mit <i>Signifikanz</i> zuverbinden? Welche Aussage chtig?
<b>A</b> 🗆	Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
В□	Das Konfidenzintervall. Durch die Visualizierung des Konfidenzintervals kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzinterval auch eine Entscheidung über die Signifikanz.
<b>C</b> 🗆	Der p-Wert. Durch den Vergleich mit $\alpha$ lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der $\beta$ -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
D 🗆	Die Teststatistik. Durch den Vergleich von $T_c$ zu $T_k$ ist es möglich die $H_0$ abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem $T_c$ -Wert.
E	Das $\Delta$ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da $\Delta$ antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes $\Delta$ ein sehr kleinen p-Wert.

36 Aufgabe (2 Punkte) Welche Aussage über den p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  gleich 5% ist richtig? A Wir vergleichen die Effekte des p-Wertes mit den Effekten der Signifiaknzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese. **B**  $\square$  Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die  $H_0$  gilt. **C**  $\square$  Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die  $H_0$  gilt. **D** Wir machen eine Aussage über die indivduelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese  $H_0$ . **E**  $\square$  Wir vergleichen mit dem p-Wert und dem Signifikanzniveau  $\alpha$  Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die  $H_0$  gilt. 37 Aufgabe (2 Punkte) Welche Aussage über den t-Test ist richtig? **A**  $\square$  Der t-Test testet generell zu einem erhöhten  $\alpha$ -Niveau von 20%. **B** Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern **C** □ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen **D** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen. **E** ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden. 38 Aufgabe (2 Punkte) Welche Aussage über den Welch t-Test ist richtig?

- **A** □ Der Welch t-Test vergleicht die Varianz von zwei Gruppen.
- B Der Welch t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität.
- C □ Der Welch t-Test ist ein Post-hoc Test der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich der Varianz.
- **D** ☐ Der Welch t-Test ist die veraltete Form des Student t-Test und wird somit nicht mehr verwendet.
- E Der Welch t-Test wird angewendet, wenn Varianzheterogenität zwischen den beiden zu vergleichenden Gruppen vorliegt.

Nach einem Experiment mit fünf Weizensorten ergibt eine ANOVA (p=0.041) einen signifikanten Unterschied für den Ertrag. Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Weizensorten durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der  $\alpha$ -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert  $p_{3-2}=0.053$ . Welche Aussage ist richtig?

<b>A</b> 🗆	Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
В□	Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
<b>C</b> 🗆	Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepenz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
D 🗆	Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
E 🗆	Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.
40	Aufgabe (2 Punkte)
. •	/Language (= 1 anikto)
	he Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?
Weld	
Weld	he Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?  Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz
Weld	he Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?  Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.  Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind
Weld  B   C	che Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?  Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.  Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhäängigkeit nicht mehr vorliegen haben.  Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür

der anderen Beobachtungen.

# **Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse**

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 15 Deskriptive Statistik
- Kapitel 16 Visualisierung von Daten
- Kapitel 18 Verteilung von Daten

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen  $y = \{16, 22, 20, 18, 15, 16, 16\}$ . Berechnen Sie folgende deskriptive Maßzahlen.

- 1. Den Mittelwert (2 Punkte)
- 2. Die Range oder Spannweite (2 Punkte)
- 3. Den Median (2 Punkte)
- 4. Den Interquartileabstand (2 Punkte)
- 5. Das 1st Quartile (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen  $y = \{10, 6, 15, 14, 15, 18\}$ .

- 1. Visualisieren Sie den Mittelwert von y in der untenstehenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Y und X-Achse entsprechend! (2 Punkte)
- 3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte  $y_i$  zum Mittelwert  $\bar{y}$  quadriert. Warum muss der Abstand,  $y_i \bar{y}$ , in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! (2 Punkte)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Gewächshausexperiment mit drei Genotypen (AA, AB und BB) als Behandlung ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Frischgewicht (freshmatter) von Kartoffel.

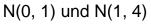
treatment	freshmatter
AB	37.4
BB	33.0
AA	43.5
AB	35.1
AA	43.6
AB	35.8
AB	35.3
BB	24.2
AA	43.6
AB	37.8
AA	38.9
BB	27.0
AA	45.0
BB	35.8

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Kartoffel! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
- 2. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Kartoffel erwarten würden, wie sehen dann die Barplots aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

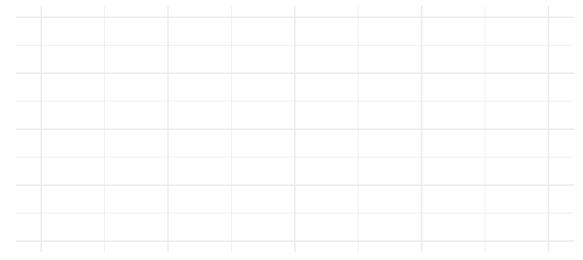


- 1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! **(6 Punkte)**
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! (1 Punkt)
- 3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! (2 Punkte)





#### Pois(1) und Pois(20)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Skizieren Sie 2 Normalverteilungen in einer Abbildung mit  $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2$  und  $s_1 \neq s_2$ ! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! (2 Punkte)
- 4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment zählen Sie folgende Anzahl an Läsionen auf den Blättern von Sonnenblumen nach einer durchgestandenen Infektion.

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment zählen Sie folgende Trockengewichte von Sonnenblumen nach einer durchgestandenen Infektion.

$$8.2, 12.1, 9.7, 12.7, 9.9, 9.4, 12.2, 10.2, 12.7, 11.3, 10.5, 9.4, 11.9, 8.9, 9.5$$

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment mit zwei Genotypen (AA und BB) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (drymatter) von Maiss.

treatment	freshmatter
BB	34.7
AA	44.0
BB	38.4
AA	24.8
BB	37.2
BB	34.1
AA	41.0
BB	29.7
AA	14.5
AA	46.3
AA	26.6
BB	36.5
AA	34.4
AA	35.4
AA	41.5
AA	11.1
BB	40.1
BB	41.6
BB	35.8
BB	45.7
AA	22.0

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Maiss! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(6 Punkte)**
- 2. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 **Punkte**)
- 3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Maiss erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit mehreren Düngestufen stellt sich die Frage, ob die Düngestufe low im Bezug auf das Trockengewicht von Lauch normalverteilt sei. Sie erhalten folgende Datentabelle.

fertilizer	drymatter
low	17
low	23
low	19
low	13
low	16
low	17
low	14
low	10
low	12
low	15
low	16

- 1. Zeichnen Sie eine passende Abbildung in der Sie visuell überprüfen können, ob eine Normalverteilung des Trockengewichts vorliegt! (4 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen und ergänzen Sie die statistischen Maßzahlen. (3 Punkte)
- 3. Entscheiden Sie, ob eine Normalverteilung vorliegt. Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (2 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen! (2 Punkte)
- 3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (1 Punkt)
- 4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in  $\pm 2s$  unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie die statistischen Maßzahlen zu einer Verteilung und einem Boxplot! (2 Punkte)

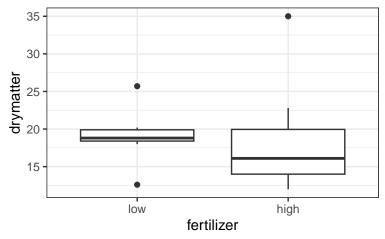




Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment mit zwei Düngestufen für den Ertrag von Kichererbsen ergibt sich folgende Abbildung.



1. Tragen Sie in die untenstehende Tabelle die gängigen Maßzahlen des Boxplots und die abgeschätzen Werte aus den obigen Boxplots ein! (4 Punkte)

Statistische Maßzahl	Abgeschä low	tzter Wert high

- 2. Ergänzen Sie den Mittelwert für beide Level des Düngers in die Abbildung der Boxplots! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie in der untenstehenden Tabelle die p-Werte für den Shapiro-Wilk-Test auf Normalverteilung und den Levene-Test auf Varianzhomogenität. Beachten Sie die unterschiedliche, angenommene Fallzahl  $n_q$  der beiden Level des Düngers! (3 Punkte)

Fallzahl	Shapiro-Wilk-Test	Levene-Test
$n_g = 5$		
$n_g = 20$		
$n_g > 50$		



Nach einer Bonitur von Kartoffel mit einer Kontrolle und drei Pestiziden (ctrl, pestKill, roundUp und zeroX) ergibt sich die folgende Datentabelle mit den Boniturnoten (grade).

pesticide	grade
ctrl	6
zeroX	4
ctrl	7
ctrl	7
roundUp	7
pestKill	4
roundUp	6
roundUp	6
zeroX	2
roundUp	8
pestKill	4
ctrl	5
pestKill	4
zeroX	2
zeroX	3

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Dotplots für die vier Pestizidlevel! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
- 2. Ergänzen Sie die Dotplots mit der gängigen statistischen Maßzahl! (1 Punkt)
- 3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Pestizidlevel erwarten würden, wie sehen dann die Dotplots aus? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *OutEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem jeweiligen beobachteten Infektionsstatus bei Spargel.

pesticide	infected
OutEx	no
RoundUp	yes
RoundUp	no
RoundUp	yes
OutEx	yes
RoundUp	yes
RoundUp	yes
OutEx	yes
OutEx	yes
RoundUp	no
RoundUp	no
OutEx	no
OutEx	yes
OutEx	yes
OutEx	yes
RoundUp	yes
RoundUp	yes
OutEx	yes

- 1. Stellen Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang zwischen dem Pestizid und dem Infektionsstatus dar! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie den zugehörigen Mosaic-Plot. Berechnen Sie das Verhältnis pro Spalte! (2 Punkte)
- 3. Wenn das Pestizid keine Auswirkung auf den Infektionsstatus hätte, wie sehe dann der Mosaic-Plot aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Feldexperiment für die Bodendurchlässigkeit wurde der Niederschlag pro Parzelle sowie der durchschnittliche Ertrag gemessen. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

water	drymatter
16	17
15	21
13	20
12	2
13	24

- 1. Erstellen Sie den Scatter-Plot für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
- 2. Zeichnen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn kein Effekt von dem Niederschlag auf das Trockengewicht vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? (2 Punkt)

## **Statistisches Testen**

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 3 Falsifikationsprinzip
- Kapitel 19 Die Testentscheidung
- Kapitel 20 Die Testtheorie



1. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! (3 Punkte)

- 2. Was ist der Unterschied zwischen  $\mu$  und  $\sigma$  und  $\bar{y}$  und s im Kontext der Stichprobe und Grundgesamtheit? (2 **Punkte**)
- 3. Warum müssen wir überhaupt zwischen einer Stichprobe und einer Grundgesamtheit unterscheiden? (1 Punkt)



Geben ist folgende 2x2 Kreuztabelle.



- 1. Tragen Sie folgende Fachbegriffe korrekt in die 2x2 Kreuztabelle ein! (4 Punkte)
  - (Unbekannte) Wahrheit
  - H<sub>0</sub> wahr
  - H<sub>0</sub> falsch
  - H<sub>0</sub> abgelehnt
  - H<sub>0</sub> beibehalten
  - Testentscheidung
  - α-Fehler
  - β-Fehler
  - Richtige Entscheidung
  - 5%
  - 20%
- 2. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\alpha$ -Fehler? (1 Punkt)
- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der  $\beta$ -Fehler? (1 Punkt)
- 4. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem  $\alpha$  von 5% in einem halben Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)



Im folgenden ist eine t-Verteilung abgebildet. Ergänzen Sie die Abbildung wie folgt.

- 1. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau  $\alpha$  in die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie einen nicht signifikant p-Wert in die Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 4. Ergänzen Sie "A = 0.95"! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie  $T_{\alpha=5\%}$  in die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Zeichnen Sie  $-T_{calc}$  in die Abbildung! (1 Punkt)

#### t Distribution





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Trockengewicht nach Düngergabe zu einer unbehandelten Kontrolle.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
  - (a) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95%-Konfidenzintervall
  - (b) Ein signifikantes, nicht relevantes 95%-Konfidenzintervall
  - (c) Ein 95%-Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest der 95%-Konfidenzintervalle
  - (d) Ein signifikantes, relevantes 90%-Konfidenzintervall.
  - (e) Ein signifikantes, relevantes 95%-Konfidenzintervall
  - (f) Ein 95%-Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest 95%-der Konfidenzintervalle



Gegeben ist die vereinfachte Formel für den Student t-Test mit der gepoolten Standardabweichung  $s_p$  und gleicher Gruppengrösse  $n_g$  der beiden Gruppen.

$$T_{calc} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{\frac{2}{n_g}}}$$

1. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Masszahl  $\Delta$ , s und n auf die Teststistik  $T_{calc}$ , den p-Wert  $Pr(D|H_0)$  sowie dem Konfidenzintervall  $KI_{1-\alpha}$ ? Füllen Sie hierzu die untenstehende Tabelle aus! **(6 Punkte)** 

	$T_{calc}$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-lpha}$		$T_{calc}$	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-lpha}$
Δ↑				Δ↓			
<i>s</i> ↑				s ↓			
<i>n</i> ↑				n ↓			

- 2. Visualisieren Sie anhand von Densityplots einer Normalverteilung folgende Änderung in den Daten.
  - a) In einer Abbildung für den Fall  $\Delta \uparrow$ . Beschriften Sie  $\Delta \uparrow$  in der Abbildung! (2 Punkte)
  - b) In einer Abbildung für den Fall  $s \uparrow$ . Beschriften Sie  $s \uparrow$  in der Abbildung! (2 Punkte)



Sie haben folgende Aussage gegeben.

#### **Bin ich im Sommer?**

- 1. Erklären Sie den Gedankengang der Testtheorie sowie des Falsifikationsprinzips an der Aussage! (4 Punkte)
- 2. Erklären Sie Ihre Entscheidung zu der Aussage! (3 Punkte)
- 3. Schätzen Sie den p-Wert zu der Aussage ab! (1 Punkt)

#### **Der t-Test**

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

• Kapitel 22 - Der t-Test

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *GoneEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Weizen.

pesticide	drymatter
GoneEx	19
GoneEx	16
GoneEx	19
RoundUp	18
GoneEx	18
RoundUp	15
RoundUp	19
RoundUp	17
GoneEx	16
GoneEx	15
RoundUp	15
<u>"</u>	<u> </u>

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines Student t-Tests für den Vergleich der beiden Pestizide! (5 **Punkte**)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=2.04$  und dem berechneten  $T_{calc}$  eine Aussage zur Nullhypothese! (2 Punkte)
- 5. Wenn Sie einen Unterschied zwischen den beiden Pestiziden erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik  $T_{calc}$ ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment mit zwei Futtermitteln (*FatDown* und *ProGain*) an Puten ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewichtszunahmen nach fünf Wochen Mast.

feed	weight
FatDown	12
FatDown	18
FatDown	15
FatDown	18
FatDown	21
ProGain	13
ProGain	14
ProGain	13
ProGain	16
ProGain	14
FatDown	18
FatDown	17

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines Welch t-Tests für den Vergleich der beiden Futtermittel! (4 **Punkte**)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=1.78$  und dem berechneten  $T_{calc}$  eine Aussage zur Nullhypothese! **(1 Punkt)**
- 5. Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall unter der Verwendung von  $s_p$  und der gemittelten Fallzahl über die beiden Gruppen! (3 **Punkte**)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punk)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Gewicht von Küken wurde *vor* der Behandlung mit STARTex und 1 Woche *nach* der Behandlung gemessen. Es ergibt sich die folgende Datentabelle.

animal_id	before	after
1	11	17
2	16	24
3	9	20
4	14	21
5	13	9
6	14	18
7	19	26

- 1. Formulieren Sie die Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik  $T_{calc}$  eines gepaarten t-Tests für den Vergleich der beiden Zeitpunkte! (4 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit  $T_{\alpha=5\%}=2.04$  und dem berechneten  $T_{calc}$  eine Aussage zur Nullhypothese! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den p-Wert aus Ihrem berechneten  $T_{calc}$  ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 **Punkte**)



```
##
## Two Sample t-test
##
## data: freshmatter by N
## t = 2.9825, df = 14, p-value = 0.009888
## alternative hypothesis: true difference in means between group high and group low is no
## 95 percent confidence interval:
## 1.511446 9.250459
## sample estimates:
## mean in group mid mean in group trt2
## 19.66667 14.28571
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie eine Abbildung in der Sie  $T_{calc}$ ,  $Pr(D|H_0)$ , A=0.95, sowie  $T_{\alpha=5\%}=|2.14|$  einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend! (2 Punkte)



```
##
## Two Sample t-test
##
## data: weight by group
## t = -2.6935, df = 14, p-value = 0.01748
## alternative hypothesis: true difference in means between group high and group low is no
## 95 percent confidence interval:
## -6.5578260 -0.7437613
## sample estimates:
## mean in group mid mean in group trt1
## 14.77778 18.42857
```

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)



```
##
## Two Sample t-test
##
## data: weight by group
## t = 0.52272, df = 12, p-value = 0.6107
## alternative hypothesis: true difference in means between group high and group low is no
## 95 percent confidence interval:
## -3.168237 5.168237
## sample estimates:
## mean in group high mean in group trt1
## 19.14286 18.14286
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)



```
##
## Paired t-test
##
## data: pigweight by group
## t = -4.0544, df = 6, p-value = 0.006693
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -9.162951 -2.265620
## sample estimates:
## mean difference
## -5.714286
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie den sich ergebenden Datensatz mit n=4 Beobachtungen! Die Daten müssen nicht die Mittelwertsdifferenz d erfüllen! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

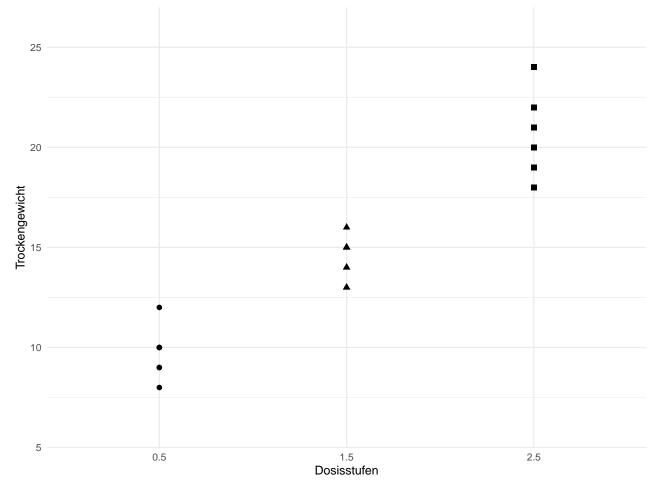
# Die ANOVA

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

• Kapitel 23 - Die ANOVA



In einem Experiment wurde der Ertrag von Erbsen unter drei verschiedenen Pestizid-Dosen 0.5 g/l, 1.5 g/l und 2.5 g/l gemessen. Unten stehenden sehen Sie die Visualisierung des Datensatzes.



- 1. Zeichnen Sie folgende statistischen Masszahlen in die Abildung ein! Beschriften Sie die statistischen Maßzahlen! **(6 Punkte)** 
  - Total (grand) mean:  $\beta_0$
  - Mittelwerte der Dosen:  $\bar{y}_{0.5}$ ,  $\bar{y}_{1.5}$  und  $\bar{y}_{2.5}$
  - Effekt der einzelnen Level der Dosen:  $\beta_{0.5}$ ,  $\beta_{1.5}$ , und  $\beta_{2.5}$
  - ullet Residuen oder Fehler:  $\epsilon$
- 2. Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied zwischen den Dosisstufen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz plant\_growth\_tbl enthält das Gewicht der Kohlköpfe (weight), die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden – dem Faktor group mit den Faktorstufen ctrl, trt1, trt2.

- 1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus mit den gegebenen Informationen von Df und Sum Sq! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von  $F_{\alpha=5\%}=3.44$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
group	2	94.28			
Residuals	22	39.08			

- 3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich auf den obigen Fragetext bei Ihrer Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie einen Student t-Test mit für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit  $T_{\alpha=5\%}=2.03$ . Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 **Punkte**)

group	n	mean	sd
ctrl	9	16.44	1.13
trt1	7	19.14	0.69
trt2	9	21.00	1.80

5. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Der Datensatz  $crop\_tbl$  enthält das Outcome freshmatter für ein Experiment mit Maispflanzen, welches unter drei verschiedenen Düngerbedingungen erzielt wurden. Die Düngerbedingungen sind in dem Faktor trt mit den Faktorstufen low, B und high codiert. Sie erhalten folgenden Output in  $\square$ .

- 1. Stellen Sie die statistische  $H_0$  und  $H_A$  Hypothese für die obige einfaktorielle ANOVA auf! (2 **Punkte**)
- 2. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkt)
- 3. Berechen Sie den Effektschätzer  $\eta^2$ . Was sagt Ihnen der Wert von  $\eta^2$  aus? (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)



Sie haben ein Experiment mit drei Behandlungen (A, B und C) und vier Blöcken (I, II, III und IV) durchgeführt. Insgesamt haben Sie die Wuchshöhe von zwölf Sonnenblumen bestimmt. Im Folgenden sehen Sie die Wuchshöhen in [cm] aus dem Experiment.

## [1] 114 133 119 100 102 123 129 152 128 147 149 156

Erstellen Sie vier Zeichnungen des experimentellen Designs und beachten Sie folgende Angaben zu der Quelle der erklärten Varianz.

- 1. Ordnen Sie die Pflanzen so in den vier Blöcken und drei Behandlungen an,
  - (1) dass die Blöcke kaum Varianz erklären. (1 Punkt)
  - (2) dass die Blöcke viel Varianz erklären. (1 Punkt)
  - (3) dass die Behandlungen kaum Varianz erklären. (1 Punkt)
  - (4) dass die Behandlungen viel Varianz erklären. (1 Punkt)
- 2. Wenn Sie ein geplantes Experiment durchführen, wie viel Varianz soll dann von den Blöcken und den Behandlungen jeweils erklärt werden? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Der Datensatz tooth\_tbl enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an verschiedenen Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von 4 Vitamin-C-Dosen dose über eine von 1 Verabreichungsmethoden supp erhielt. Die Zahnlänge wurde als normalverteiltes Outcome gemessen.

- 1. Füllen Sie die unterstehende zweifaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus mit den gegebenen Informationen von Df und Sum Sq! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von den  $F_{\alpha=5\%}$ -Werten mit  $F_{supp}=4.26$  und  $F_{dose}=3.40$  sowie  $F_{supp:dose}=5.23$  ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
supp	0	107.56			
dose	3	129.92			
supp:dose	0	NA			
Residuals	NA	NA			

- 3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich dabei einmal auf den Faktor *supp* und einmal auf den Faktor *dose*! (2 Punkte)
- 4. Was sagt der Term *supp:dose* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis des abgeschätzten p-Wertes! **(2 Punkte)**



Der Datensatz <code>pig\_gain\_weight\_tbl</code> enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung vom Vitamin Selen auf das Wachstum bei Mastschweinen. Der Versuch wurde an 20 Mastschweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Selen-Dosen <code>dose</code> (0.5 ng/Tag, 3 ng/Tag und 10 ng/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden <code>form</code> erhielt (Wasser oder Festnahrung). Sie erhalten folgende Ausgabe in  $\mathbb{R}$ .

- 1. Stellen Sie die statistische  $H_0$  und  $H_A$  Hypothese für die obige zweifaktorielle ANOVA für den Faktor *form* auf! **(2 Punkte)**
- 2. Interpretieren Sie das Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA. Gehen Sie im besonderen auf den Term dose: form ein! (2 Punkte)
- 3. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (4 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend der R Ausgabe! (2 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik  $F_{calc}$  und in dem Student t-Test die T-Statistik  $T_{calc}$ .

$$F_{calc} = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$$
  $T_{calc} = rac{ar{y}_1 - ar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$ 

- 1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der  $F_{calc}$  Statistik und  $T_{calc}$  Statistik! (2 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante  $F_{calc}$  Statistik sowie eine signifikante  $F_{calc}$  Statistik anhand von  $MS_{treatment}$  und  $MS_{error}$ ! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! (2 Punkte)
- 4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ . Der Faktor  $f_1$  hat drei Level. Der Faktor  $f_2$  hat dagegen nur zwei Level.

- 1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine schwache und keine Interaktion zwischen den Faktoren  $f_1$  und  $f_2$ ! (2 **Punkte**)
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! (2 Punkte)
- 3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? Benennen Sie zwei mögliche Vorgehen! (2 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor  $f_1$  mit drei Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit  $F_{calc}=1.2$ . Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem ersten und zweiten Level geben müsste. Die IQR-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

- 1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie die Berechnung von  $F_{calc}$  am obigen Beispiel! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! (3 Punkte)

# Der $\mathcal{X}^2$ -Test & Der diagnostische Test

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 28 Der  $\mathcal{X}^2$ -Test
- Kapitel 29 Der diagnostische Test

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment ergibt sich die folgende 2x2 Datentabelle mit einem Pestizid (ja/nein) der Marke RoundUp, dargestellt in den Zeilen, und dem infizierten Pflanzenstatus (ja/nein) von Kohl, dargesellt in den Spalten. Insgesamt wurden n=124 Pflanzen untersucht.

	Erkrankt (ja)	Erkrankt (nein)	
Pestizid (ja)	24	21	
Pestizid (nein)	27	52	

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die Randsummen! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test auf der 2x2 Tafel! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem  $\mathcal{X}_{\alpha=5\%}^2=3.841!$  Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie die  $\mathcal{X}^2$ -Verteilung, wenn die  $H_0$  wahr ist! Ergänzen Sie  $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$  und  $\mathcal{X}^2_{calc}$  in der Abbildung! **(2 Punkte)**
- 6. Berechnen Sie den Effektschätzer *Cramers V*! Interpretieren Sie den Effektschätzer! **(2 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Gegeben sind folgende Randsummen in einer 2x2 Kreuztabelle aus einem Experiment mit n = 147 Sauen. In dem Experiment wurde gemessen, ob eine Sau nach einer Behandlung mit einem Medikament (ja/nein) mehr als 30 Ferkel pro Jahr bekommen konnte (ja/nein).

	>30 Ferkel (ja)	≤30 Ferkel (nein)	
Medikament (ja)			84
Medikament (nein)			63
	102	45	147

- 1. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle in dem Sinne, dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
- 2. Erklären und Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests mit

$$\mathcal{X}^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}.$$

Sie können dies an einem Beispiel erklären! (2 Punkte)

- 3. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des "normalen" Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)
- 4. Warum hat die obige Vierfeldertafel einen Freiheitsgrad von df = 1? (1 Punkt)



Nach einem Experiment erhalten Sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus Ihren erhobenen Daten.

```
## Infiziert
## Gruppe yes no
## Kontrolle 13 3
## UV-bestrahlt 2 18
```

Aus der 2x2 Kreuztabelle erhalten Sie folgende R Ausgabe der Funktion fisher.test().

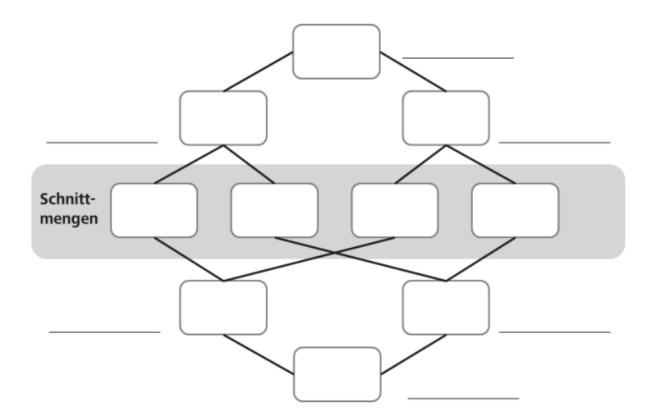
```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: mat
## p-value = 2.233e-05
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 4.536135 449.040288
## sample estimates:
## odds ratio
## 32.98967
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (2 Punkte)
- 2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! **(2 Punkte)**



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 4% angenommen. In 75% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 4000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

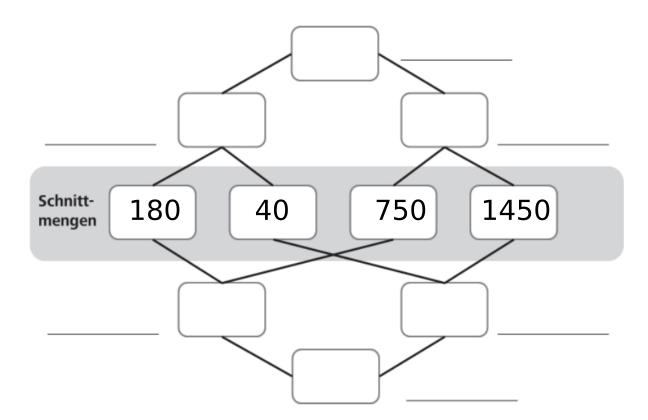
- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (8 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$  aus? (1 Punkt)





Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $Pr(K^+|T^+)$ ! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! (4 Punkte)





Beim diagnostischen Testen erhalten Sie *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)*. Erklären Sie den Zusammenhang wir folgt.

- 1. Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie *TP*, *TN*, *FP* und *FN* in einer Abbildung. Beschriften Sie die Abbildung und die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
- 3. Erklären Sie an einem numerischen Beispiel und der Abbildung die Berechnung der Prävalenz! (2 Punkte)
- 4. Erklären Sie an einem Schaubild den Unterschied zwischen Inzidenz und Prävalenz! (2 Punkte)

# **Simple lineare Regression**

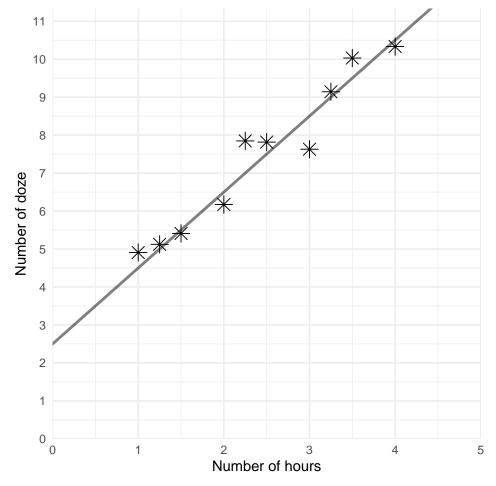
Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 32 Simple lineare Regression
- Kapitel 33 Maßzahlen der Modelgüte
- Kapitel 34 Korrelation

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einer Studie zur "Arbeitssicherheit auf dem Feld" wurde gemessen wie viele Stunden auf einem Feld gefahren wurden und wie oft der Fahrer dabei drohte einzunicken. Es ergab sich folgende Abbildung.



- 1. Erstellen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung in der Form  $y \sim \beta_0 + \beta_1 \cdot x!$  (2 **Punkte**)
- 2. Beschriften Sie die Gerade mit den Parametern der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein Zusammenhang zwischen der Anzahl an gefahrenen Runden und der Müdigkeit vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Gerade aussehen? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Stallexperiment mit n=60 Ferkeln wurde der Gewichtszuwachs in kg unter ansteigender Lichteinstrahlung in nm gemessen. Sie erhalten den  $\bigcirc$  Output der Funktion tidy() einer simplen Gaussian linearen Regression sieben Wochen nach der ersten Messung.

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	26.12	1.77		
light	0.91	0.18		

- 1. Berechnen Sie die t Statistik für (Intercept) und light! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie den p-Wert für (*Intercept*) und *light* mit  $T_{\alpha=5\%}=1.96$  ab. Was sagt Ihnen der p-Wert aus? Begründen Sie Ihre Antwort! (**3 Punkte**)
- 3. Zeichnen Sie die Gerade aus der obigen Tabelle in ein Koordinatenkreuz! (1 Punkt)
- 4. Beschriften Sie die Abbildung und die Gerade mit den statistischen Kenngrößen! (2 Punkte)
- 5. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (2 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht  $kg/m^2$  (*drymatter*) und Wassergabe  $l/m^2$  (*water*) bei Erdbeerpflanzen zu bestimmen. Sie erhalten folgende  $\mathbf{R}$  Ausgabe.

```
##
## Call:
## lm(formula = weight ~ water, data = data_tbl)
## Residuals:
##
      Min
               1Q Median
                               30
## -8.0000 -1.8214 -0.4286 1.8214 10.0000
## Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 19.000
                        1.652 11.504 1.61e-08
## waterB
                 6.429
                            2.497
                                    2.574
                                             0.022
##
## Residual standard error: 4.955 on 14 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.3213, Adjusted R-squared: 0.2728
## F-statistic: 6.628 on 1 and 14 DF, p-value: 0.02204
```

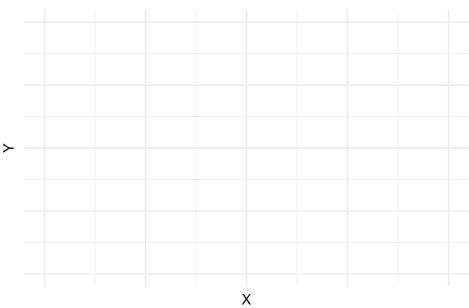
- 1. Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome *water* erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 2. Wie groß ist der Effekt der Wassergabe? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.3213 aus? (2 Punkte)
- 5. Schreiben Sie das Ergebnis der R Ausgabe in einen Satz nieder, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! (2 Punkte)



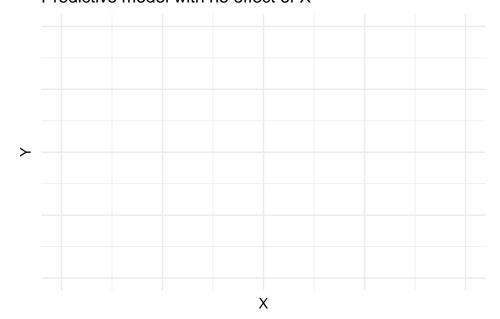
1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen ein kausales und ein prädiktives Modell mit n = 9 Beobachtungen! (4 Punkte)

- 2. Beachten Sie bei der Erstellung der Skizze, ob ein Effekt von X vorliegt oder nicht! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Abbildung mit "Trainingsdaten" und "Testdaten"! (2 Punkte)





Predictive model with no effect of X





Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

- 1. Zeichnen Sie für die angegebene  $\rho$ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die angegebenen  $R^2$ -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade. (3 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $R^2$ -Werte über das jeweilige Modell? (3 Punkte)

Pearsons 
$$\rho = -0.75$$

$$R^2 = 1$$

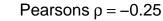
10.0

7.5

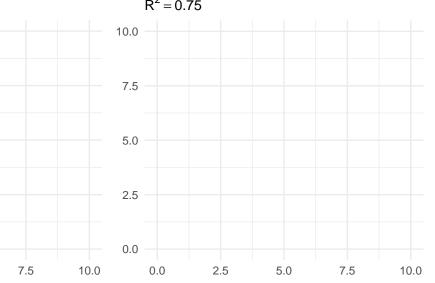
5.0

2.5

0.0





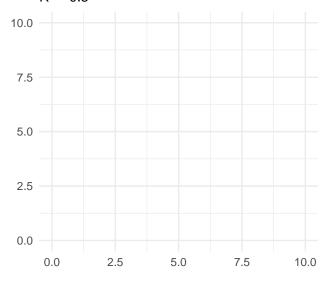


Pearsons  $\rho = 0.5$ 

2.5

$$R^2 = 0.5$$

0.0

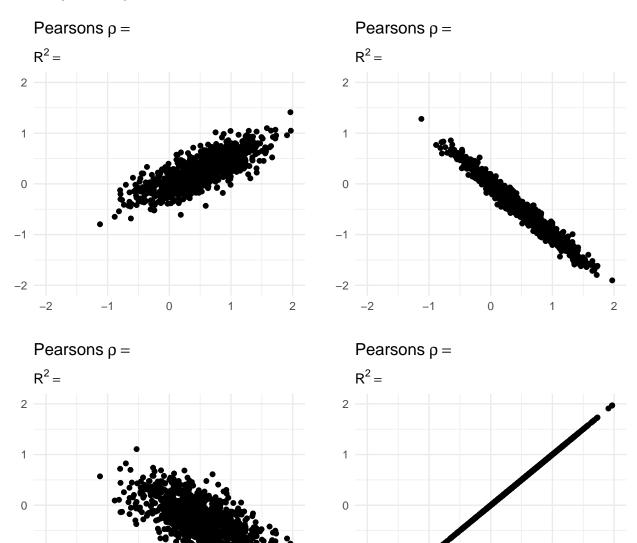


5.0



Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

- 1. Schätzen Sie die  $\rho$ -Werte in der entsprechenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die  $R^2$ -Werte in der entsprechenden Punktewolke um die Gerade! (4 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die  $\mathbb{R}^2$ -Werte über das jeweilige Modell? (1 Punkt)



-2

-2

0

2

2

0

-1

-2

-2



Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion cor.test().

```
##
## Spearman's correlation
##
## data: drymatter and water
## t = 3.9547, df = 8, p-value = 0.004208
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## 0.3766414 0.9542901
## sample estimates:
## cor
## 0.8133801
```

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! Erklären Sie eine der Eigenschaften an einem Beispiel! (3 Punkte)
- 3. Sind die Variablen drymatter and water normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (3 Punkte)



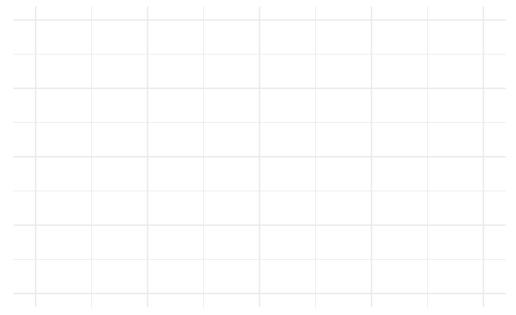
1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Abbildung, die sich nach der Überschrift ergibt! **(4 Punkte)** 

2. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)

Residual plot with 2 outlier fullfiling the normality assumption.



Residual plot violating the normality assumption.





1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Abbildung, die sich nach der Überschrift ergibt! **(4 Punkte)** 

2. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (3 Punkte)

QQ plot fullfiling the normality assumption.



QQ plot violating the normality assumption.





Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m² (*drymatter*) und Wassergabe I/m² (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

drymatter	water	.fitted	.resid
19.5	5.1	18.9	
22.4	6.8	21.3	
28.6	12.3	29.3	
15.9	3.4	16.3	
25.7	8.6	23.9	
40.3	19.6	39.9	
26.5	10.8	27.2	
29.6	11.8	28.6	
33.9	16.2	35.1	
24.5	9.2	24.8	
15.7	4.1	17.4	
	19.5 22.4 28.6 15.9 25.7 40.3 26.5 29.6 33.9 24.5	19.5 5.1 22.4 6.8 28.6 12.3 15.9 3.4 25.7 8.6 40.3 19.6 26.5 10.8 29.6 11.8 33.9 16.2 24.5 9.2	19.5       5.1       18.9         22.4       6.8       21.3         28.6       12.3       29.3         15.9       3.4       16.3         25.7       8.6       23.9         40.3       19.6       39.9         26.5       10.8       27.2         29.6       11.8       28.6         33.9       16.2       35.1         24.5       9.2       24.8

- 1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte . resid in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! (4 Punkte)
- 3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

## **Multiple lineare Regression**

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 35 Multiple lineare Regression
- Kapitel 40 Gaussian Regression
- Kapitel 41 Poisson Regression
- Kapitel 43 Logistische Regression
- Kapitel 44 Lineare gemischte Modelle



1. Zeichen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbilungen die Zeile des Regressionskreuzes der Binomialverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! (6 Punkte)

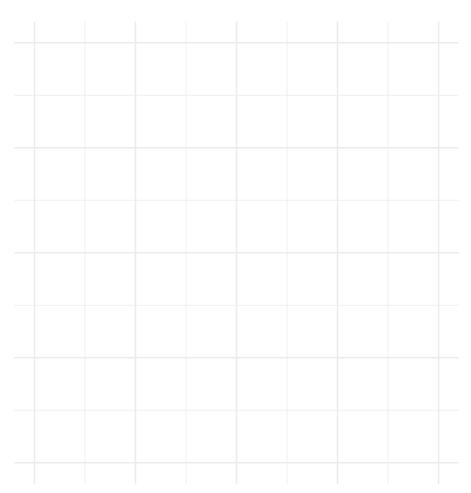
- 2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen Zahlenraum nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)





Ein Feldexperiment wurde mit n=200 Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen (x) wurden erhoben: height, dry und N. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality\_score und dead.

- 1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie Poisson gehört! (1 Punkt)
- 2. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  $\mathbb{R}$  in der Funktion glm() üblich ist *ohne Interaktionsterm*! (3 Punkte)
- 3. Schreiben Sie das Modell in der Form  $y \sim x$  wie es in  $\mathbf{Q}$  üblich ist und ergänzen Sie einen Interaktionsterm nach Wahl! **(1 Punkt)**
- 4. Zeichen Sie eine *schwache* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**





Maispflanzen sollen auf die ertragssteigerende Wirkung von verschiedenen Einflussfaktoren untersucht werden. Gemessen wurde als Outcome die Trockenmasse in kg/m². Dafür wurde für jede Maispflanze gemessen wieviel Wasser (I/m²) die Pflanze erhalten hat oder ob die Pflanze ein neuartiges Lichtregime (0 =alt, 1 =neu) erhalten hatte. Zusätzlich wurde die Anzahl an Nematoden im Boden bestimmt sowie der Eisen- und Phosphorgehalt ( $\mu$ g/kg) des Bodens. Es ergibt sich folgender Auszug aus den Daten.

water	light	Р	Fe	drymatter	nematodes
8.82	0	9.73	102.30	74.25	10
10.31	0	9.50	94.09	63.32	10
10.92	0	11.10	103.84	66.30	6
11.13	0	12.28	100.44	67.34	11

Sie rechnen nun eine Gaussian lineare Regression auf den Daten und erhalten folgenden 😱 Output.

```
##
## Call:
## lm(formula = reformulate(response = "drymatter", termlabels = wanted_vec),
      data = data_tbl)
##
##
## Residuals:
     Min
               10 Median
                               30
                                      Max
## -7.4408 -2.3285 -0.0387 1.9604 9.4791
## Coefficients:
##
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 79.8533
                           3.1346 25.475 < 2e-16
## P
               -0.4810
                           0.2165 -2.221 0.02833
## water
               -0.6923
                           0.2158 -3.208 0.00174
                0.1355
                           0.1048
                                   1.293 0.19866
## nematodes
## Residual standard error: 3.317 on 113 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.1269, Adjusted R-squared: 0.1037
## F-statistic: 5.476 on 3 and 113 DF, p-value: 0.001502
```

- 1. Sind die Residuals approximativ Normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)
- 2. Welche der Einflussfaktoren sind signifikant? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die Spalte *estimate* im Bezug auf den Ertrag in Trockenmasse der Maispflanzen! (3 Punkte)



In verschiedenen Flüßen (*stream*) wurde die Anzahl an Knochenhechten (*longnose*) gezählt. Daneben wurden noch andere Eigenschaften der entspechenden Flüsse gemessen. Es ergibt sich folgender Auszug aus den Daten.

stream	longnose	no3	so4	do2	maxdepth
DEEP_RUN	5	1.30	21.68	7.7	57
SOUTH_BR_CASSELMAN_R	2	0.64	21.16	7.6	46
LITTLE_HUNTING_CR	18	0.51	7.41	9.5	58

Sie rechnen nun eine Poisson lineare Regression auf den Daten und erhalten folgenden 😱 Output.

```
##
## Call:
## glm(formula = reformulate(response = "longnose", termlabels = wanted_vec),
##
       family = quasipoisson, data = data_tbl)
##
## Deviance Residuals:
## Min 1Q Median 3Q Max
## -8.5841 -4.5303 -2.6730 0.8483 17.4053
##
## Coefficients:
##
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 0.903048 1.572951
                                    0.574 0.56852
                         0.098205
                                    1.216 0.22963
               0.119463
## no3
## so4
              -0.013067
                         0.031324 -0.417 0.67839
## do2
               0.148994 0.158357
                                    0.941 0.35139
## maxdepth
              0.015374 0.004979
                                    3.088 0.00331
## (Dispersion parameter for quasipoisson family taken to be 43.39951)
      Null deviance: 2284.6 on 53 degrees of freedom
## Residual deviance: 1659.4 on 49 degrees of freedom
## AIC: NA
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

- 1. Erklären Sie warum eine Quasipoisson-Regression gerechnet wurde! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Effekt der alternativen Verwendung einer Poisson-Regression auf den obigen Routput! (2 Punkte)
- 3. Können Sie die *Estimate* der einzelnen Einflussvariablen direkt interpretieren? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
- 4. Interpretieren Sie den Effekt von do2 auf die Anzahl an Knochenhechten! Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)



Auf einer Erdbeerplantage treten unerwartet häufig infizierte Erdbeerpflanzen auf. In einem Versuch sollen verschiedende Einflussfaktoren auf den Infektionsstatus betrachtet werden. Dafür wurde für jede Erdbeerpflanze gemessen, wieviel Wasser die Pflanze erhalten hat oder ob die Pflanze ein neuartiges Lichtregime erhalten hatte. Zusätzlich wurde die Anzahl an Nematoden im Boden bestimmt. Es ergibt sich folgender Auszug aus den Daten.

infected	water	light	nematodes
0	11.72	0	1
1	12.21	0	1
0	10.63	0	3
1	9.77	0	3

Sie rechnen nun eine logistische lineare Regression auf den Daten und erhalten folgenden 😱 Output.

```
## # A tibble: 3 x 4
## term std.error statistic p.value
##
    <chr>
                   <dbl>
                            <dbl>
                                   <dbl>
## 1 (Intercept)
                                   0.0329
                   0.454
                           -2.13
                   0.498
## 2 light
                            0.592 0.554
## 3 nematodes
                   0.176
                            1.52
                                   0.129
```

- 1. Die Spalte *estimate* wurde gelöscht. Berechnen Sie die Werte der Spalte *estimate* aus den Qutput! (2 Punkte)
- 2. Welche Einflussfaktoren sind protektiv, welche ein Risiko? Berechnen Sie hierfür zunächst das OR aus der Spalte *estimate*! **(4 Punkte)**
- 3. Interpretieren Sie die Spalte *estimate* im Bezug auf den Infektionsstatus der Erdbeerpflanzen! (2 Punkte)
- 4. Was ist der Unterschied zwischen einem OR und einem RR? Geben Sie ein numerisches Beispiel! (2 Punkte)



In einem Experiment zur Steigerung der Milchleistung (gain) in dl/h von Kühen wurden zwei Arten von Musik in den Ställen gespielt. Zum einen ruhige Musik (calm) und eher flotte Musik (pop). Die Messungen wurden an jeder Kuh (subject) wiederholt durchgeführt. Darüber hinaus wurden verschiedene Ställe (barn) mit der Musik bespielt.

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: gain ~ attitude + (1 | subject) + (1 | barn)
     Data: data_tbl
##
## REML criterion at convergence: 797.4
##
## Scaled residuals:
      Min 10 Median
                                      Max
## -2.2789 -0.5417 -0.1469 0.5930 3.4147
## Random effects:
## Groups Name
                        Variance Std.Dev.
## barn
             (Intercept) 231.3
                                 15.21
## subject (Intercept) 4003.7
                                 63.27
                                  26.08
## Residual
                         680.1
## Number of obs: 83, groups: barn, 7; subject, 6
## Fixed effects:
              Estimate Std. Error t value
##
## (Intercept)
                202.97
                             26.77
                                    7.583
## attitudepop
                -20.39
                             5.73 -3.559
##
## Correlation of Fixed Effects:
               (Intr)
## attitudepop -0.106
```

- 1. Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome *gain* erfüllt? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Wie groß ist der Effekt der Musikart attitude? Liegt ein signifikanter Effekt vor? Schätzen Sie den p-Wert mit einem kritischen t-Wert von  $T_k = 1.96$  ab. Begründen und visualisieren Sie Ihre Antwort und Entscheidung! (3 Punkte)
- 3. Was ist der Unterschied zwischen einem "random" und "fixed" Effekt. Gehen Sie in der Begründung Ihrer Antwort auf dieses konkrete Beispiel ein! (3 Punkte)
- 4. Wie groß ist die Varianz, die durch die zufälligen Effekte erklärt wird? (1 Punkt)
- 5. Schreiben Sie das Ergebnis der R Ausgabe in einen Satz nieder, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! (2 Punkte)

# **Nicht parametrische Tests**

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 25 Der Wilcoxon-Mann-Whitney-Test
- Kapitel 26 Der Kruskal-Wallis-Test

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

Vorher	Nachher	Differenz	Vorzeichen	Rang	Positiv Rang	Negativ Rang
12	12					
12	13					
11	13					
10	14					
10	11					
10	8					
9	11					
12	11					
12	14					
8	15					
13	14					
8	13					
11	11					
8	12					
12	13					

- 1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! (4 Punkte)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik W mit  $W = \min(T_-; T_+)$  und berechnen Sie den erwarteten

Wert 
$$\mu_W = \frac{n_{!0} \cdot (n_{!0} + 1)}{4}!$$
 (2 Punkte)

- 3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit  $z = \frac{W \mu_W}{14.309}!$  (2 Punkte)
- 4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von  $z_{\alpha=5\%}=1.96$  ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r=|\frac{z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittelere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

Treatment	Count
RootsGoneX	13.1
Kontrolle	11.8
Kontrolle	10.7
RootsGoneX	12.2
Kontrolle	11.3
RootsGoneX	15.9
Kontrolle	11.4
RootsGoneX	14.4
Kontrolle	10.5
RootsGoneX	14.4
Kontrolle	10.7
Kontrolle	11.3

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür  $U_c$  mit  $U_c = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1!$  (4 Punkte)

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $U_c$  durch  $z=\frac{U_c-\frac{n_1n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$  und dem kritischen Wert von  $z_{\alpha=5\%}=1.96$ . Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)** 

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit  $r=|\frac{Z}{\sqrt{n}}|$  und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanilleplanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosporlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

Treatment	Count	Rang Kontrolle	Rang Dosis 20	Rang Dosis 40
Kontrolle Dosis 40 Kontrolle Dosis 20 Dosis 40	3.5 12.9 6.3 7.7 10.3			
Dosis 20 Kontrolle Dosis 40 Kontrolle Kontrolle	10.1 5.6 14.6 9.0 6.2			
Dosis 20 Kontrolle Dosis 40 Kontrolle Dosis 40	11.0 0.2 15.0 3.7 13.0			
Dosis 20 Dosis 20	11.9 11.3			

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür 
$$H_c$$
 mit  $H_c = \frac{12}{n(n+1)} \left( \frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) - 3(n+1)!$  (6 Punkte)

- 2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von  $H_c$  durch den kritischen Wert von  $H_{\alpha=5\%} = 5.99!$  (1 **Punkt**)
- 3. Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? (1 Punkt)
- 4. Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? (1 Punkt)
- 5. Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! (1 Punkt)

# **Multiple Gruppenvergleiche**

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 20.3 Adjustierung für multiple Vergleiche
- Kapitel 31.7 Compact letter display



In einem Experiment zur Dosiswirkung wurden verschiedene Dosisstufen mit einer Kontrollgruppe vergleichen. Es wurden vier t-Test für den Mittelwertsvergleich gerechnet und es ergab sich folgende Tabelle mit den rohen p-Werten.

Vergleich	Raw p-val	Adjusted p-val	Reject H <sub>0</sub>
dose 10 - ctrl	0.060		
dose 15 - ctrl	0.001		
dose 20 - ctrl	0.760		
dose 40 - ctrl	0.020		

- 1. Füllen Sie die Spalte "adjustierte p-Werte" mit den adjustierten p-Werten nach Bonferoni aus! (4 Punkte)
- 2. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese weiter abglehnt werden kann. Tragen Sie Ihre Entscheidung in die obige Tabelle ein. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie warum die p-Werte bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 Punkte)



In einem Experiment für den Zuckergehalt von Erdbeeren in g/kg mit vier Dosisstufen (ctrl, low, mid und high) erhalten Sie folgende Matrix als  $\bigcirc$  Ausgabe mit den rohen, unadjustierten p-Werten.

```
## ctrl high low mid

## ctrl 1.0000000 0.0005292 0.0117776 0.0000108

## high 0.0005292 1.0000000 0.2463039 0.1843191

## low 0.0117776 0.2463039 1.0000000 0.0162215

## mid 0.0000108 0.1843191 0.0162215 1.0000000
```

Im Weiteren erhalten Sie folgende Informationen über die Fallzahl n, den Mittelwert mean und die Standardabweichung sd in den jeweiligen Dosisstufen.

trt	n	mean	sd
ctrl	9	5.01	1.58
high	9	8.46	1.64
low	9	7.40	1.96
mid	9	9.68	2.32

- 1. Zeichnen Sie in eine Abbildung, die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 2. Adjustieren Sie die rohen p-Werte nach Bonferroni. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)



In einem Experiment für den Zuckergehalt von Erdbeeren in g/kg mit fünf Dosisstufen (A, B, C, D und E) erhalten Sie folgendes *Compact letter display (CLD)* als  $\P$  Ausgabe aus den rohen, unadjustierten p-Werten.

- 1. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
- 2. Zeichnen Sie eine Abbildung, der sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)

### **R Programmierung**

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

• Kapitel 9ff. Programmieren in R

In der Klausur zu dem Modul **Mathematik & Statistik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Statistik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Angewandte Statistik für Bioverfahrenstechnik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Angewandte Statistik und Versuchswesen** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Biostatistik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.



Bearbeiten Sie folgenden Aufgaben mit Bezug zu 😱!

- 1. Erklären Sie den Pipe-Operator am Beispiel der Berechnung des Mittelwertes mit der Funktion mean und den Zahlen 9, 13, 3, 9 und 5! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen einer Funktion und einem Objekt in R an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie den Vorteil der Verwendung der Funktion p\_load() an einem Beispiel. Was ist das alternative Vorgehen zu der Verwendung der Funktion? (2 Punkte)
- 4. Erklären Sie die Verwendung des Operators :: am Beispiel der Funktion select() und p\_load()! (2 Punkte)



Bearbeiten Sie folgenden Aufgaben mit Bezug zu 😱!

- 1. Erklären Sie den Pfeil-Operator am Beispiel eines Zahlenvektors mit der Funktion c() und den Zahlen 11, 13, 11, 6 und 9! (2 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Nutzen des R Paketes conflicted am Beispiel der Funktion select()! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie den Unterschied zwischen einer library und einem package in R an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 4. Erklären Sie den Unterschied zwischen "mean", mean und mean()! (2 Punkte)





Sie wollen eine explorative Datenananalyse auf dem folgenden, in  $\mathbb{R}$  schon geladenen, Datensatz leaf\_tbl durchführen.

```
leaf_tbl
## # A tibble: 10 x 3
## treatment block leaf
         <dbl> <int> <dbl>
## 1
              1
                    1
                         10
## 2
              1
                    2
                         10
##
                    3
                         7
   3
              1
##
   4
              1
                    4
                         10
   5
              1
                    5
##
                         11
              2
                    1
##
   6
                         11
##
   7
              2
                    2
                         9
## 8
              2
                    3
                         10
              2
## 9
                    4
                         12
              2
## 10
                    5
                          8
```

- 1. Welche R Pakete benötigen Sie für die explorative Datenanalyse? (2 Punkte)
- 2. Skizzieren Sie den Code für die Erstellung eines Boxplots unter der Verwendung des Pipe-Operators! (4 Punkte)
- 3. Nehmen Sie an, dass Sie die Funktion as\_factor() verwenden. Wozu benötigen Sie die Funktion? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Erläutern Sie Ihr weiteres Vorgehen nachdem Sie eine explorative Datenanalyse durchgeführt haben! (2 Punkte)





Sie wollen einen multiplen, paarweisen Gruppenvergleich auf dem folgenden, in  $\mathbb{R}$  schon geladenen, Datensatz leaf\_tbl durchführen.

```
leaf_tbl
## # A tibble: 25 x 3
     treatment block leaf
                <fct> <dbl>
      <fct>
   1 1
                1
                          10
## 2 1
                2
                          13
   3 1
                3
                           8
##
   4 1
##
                4
                           8
   5 1
                5
                          14
##
##
   6 2
                1
                          11
##
   7 2
                2
                          11
## 8 2
                3
                          7
## 9 2
                4
                          10
## 10 2
                5
                          12
## # i 15 more rows
```

- 1. Welche R Pakete benötigen Sie für den multipen Vergleich? (2 Punkte)
- 2. Skizzieren Sie den Rode für die Erstellung einer Berechnung eines multiplen Vergleiches unter der Verwendung des Pipe-Operators! Nutzen Sie hierfür folgende Funktionen in der passenden Reihenfolge: emmeans(), cld(), lm(), anova(), ggplot()! (4 Punkte)
- 3. Erklären Sie den Unterschied zwischen der Funktion contrast() und cld()! (2 Punkte)





Sie wollen einen Datensatz aus Excel in Raden. In Ihrem Experiment haben Sie die Dünger A bis D sowie die Blöcke I bis IV vorliegen. Sie messen die Outcomes drymatter, P und freshmatter an zwei verschiedenen Messterminen.

- 1. Welches R Paket benötigen Sie für das Einlesen einer Excel Datei? (1 Punkt)
- 2. Skizzieren Sie den sich ergebenden Datensatz als Datentabelle im Long-Format, so dass Sie die Daten erfolgreich Rladen können! (3 Punkte)
- 3. Skizzieren Sie den R Code, den Sie benötigen um die Daten aus Excel in R zu laden!
  Nutzen Sie hierfür die Funktion pivot\_longer() aus dem R Paket tidyr! (3 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie die Anwendung der Funktion mutate()! Begründen Sie die Anwendung! (2 Punkte)

## Mathematik

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den Skript Mathematik und den entsprechenden Kapiteln.

In der Klausur zu dem Modul **Mathematik & Statistik** werden drei Aufgaben aus den folgenden Aufgaben zur Mathematik ausgewählt.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Herodot – der Schimmel aus Ivenack** Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 0.9mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 13m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser der Eiche im Jahr 1840 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? (3 Punkte)
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm, eine Breite von 85cm sowie eine Länge von 250cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in  $m^3$ , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (2 Punkte)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mühsam* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in cm! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! (3 Punkte)
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 20*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 180 Sonnenblumen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 10cm und eine Höhe von 7cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 310 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf vier Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Tischfläche in  $m^2$  gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge?** So hört man häufiger höfliche Gänse in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Gänse-Halter:innen aber nicht<sup>1</sup>. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Gänse für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
  $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$ 

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- $A_i$  dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- $r_i$  dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- $R_i$  dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- *i* dem Verhalten: (1) wingflapping, (2) standing, (3) preening und (4) sitting.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für  $r_i$ ,  $R_i$  und  $PB_i$  für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
wingflapping	42cm; 29cm; 3.5%	29cm; 25cm; 8.9%	27cm; 25cm; 3.5%
standing	43cm; 23cm; 25.4%	33cm; 23cm; 54.1%	38cm; 34cm; 24.1%
preening	27cm; 23cm; 3.6%	27cm; 31cm; 6.3%	37cm; 28cm; 6.3%
sitting	38cm; 32cm; 0.8%	37cm; 24cm; 1%	25cm; 25cm; 0.8%

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 **Punkte**)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte  $r_i$ ,  $R_i$  und  $A_i$  für zwei nebeneinander agierender Gänse für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 **Punkte**)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Gänse in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called  $\omega$  and is calculated with  $\omega = \frac{A}{0.9069}$ ." Veranschaulichen Sie die Fläche  $\omega$  in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Welche Fläche  $\alpha$  nimmt eine Gans ein? Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Gänsefläche getroffen? (2 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Nelken von den Molukken** In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 40 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 110 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 245 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (3 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (2 Punkte)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält  $6000\mu g/100mg$  Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 110mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 18 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Event Horizon – Am Rande des Universums** Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von  $2 \times 10^{27}$ kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 4000m kollabiert, wird die Sonne 45% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse  $m_f$  und der Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens  $E_{kin}$  und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs  $E_{grav}$  gegeben.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- $m_f$ , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- $m_s$ , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- $r_s$ , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit  $5.974 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  an! (2 Punkte)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach  $v_f$  anhand der Einheiten! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von  $2.7 \times 10^8 m/s$  aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse  $m_s$  und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit  $v_f$  in einer Abbildung dar! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie in diesem Zusammenhang den Begriff Singularität! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Das Fermi Paradoxon** Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt vier Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von  $6.3587 \times 10^4 km/h$  los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 250 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum vier Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 4.24 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt  $10^{11}$  Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von  $2.9 \times 10^8 m/s$  an.

- 1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (3 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von  $4.5 \times 10^9$  Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle  $10^8$  Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie in einer Abbildung den Zusammenhang zwischen Zeit t und Raum r. Ergänzen Sie den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_t$  und  $\vec{v}_r$  einer ruhenden Sonde, einer mit 50% Lichtgeschwindigkeit und mit 99% Lichtgeschwindigkeit fliegender Sonde! (1 Punkt)
- 6. Warum ist die Lichtgeschwindigkeit die maximale mögliche Geschwindigkeit? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Solar- & Biogasanlagen** Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Schweinestall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_{\rm V}$  von 6m. Die hintere Seite des Schweinestall hat eine Höhe  $h_{\rm D}$  von 8.5m. Der Schweinestall hat eine Tiefe t von 13m und eine Breite b von 30m.

- 1. Skizzieren Sie den Schweinestall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen  $h_v$ ,  $h_b$ , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Schweinestall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1.8m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 5t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 25% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei  $-80^{\circ}$ C eine Dichte von  $200kg/m^3$ . Bei  $-100^{\circ}$ C hat Methan eine Dichte von  $300kg/m^3$ . Sie betrieben Ihre Anlage bei  $-90^{\circ}$ C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter  $m^3$  Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe  $h_{max}$  für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Pyramiden bauen** Es stehen die mecklemburgischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 73 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 60 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 38 Königsellen. Eine Königselle misst 52.4cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 38 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in m ergibt sich?? (1 Punkt)
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 6cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m<sup>3</sup>! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 2 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Knieschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 75% aus. In eine Schubkarre passen 100 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 10°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die mecklemburgische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Finanzbeamter*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die mecklemburgische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 8° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen** Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 17km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die abwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GCABIJQ	4.5   4.0   Klein
В	GCAKJJY	2.0   2.0   Normal
С	GCC0TEV	5.0   1.5   Mikro
D	GCWXMOM	1.5   5.0   Mikro
Е	GCKG2HX	1.0   4.5   Mikro

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{AC}$  ist 6km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$  mit 5.5km bekannt. Der Entfernungsvektor  $\overrightarrow{BE}$  ist das 2.1-fache des Entfernungsvektor  $\overrightarrow{CB}$ . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 20° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 50° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort D Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in *km* legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Terrainchallenge zurück? **(4 Punkte)**
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.2 + 0.18 \cdot Schwierigkeit$$

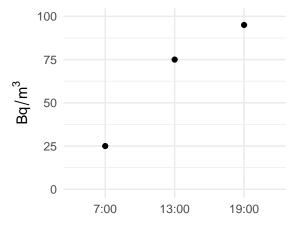
beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Terrainchallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 5m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 6.7m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Die atmende Wand und Brot aus Luft** Sie wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Keller bestimmen und lüften daher nicht. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 19:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in  $Bq/m^3$ . Es ergibt sich folgende Abbildung.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von  $380Bq/m^3$  in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.7d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von  $380Bq/m^3$  auf unter  $110Bq/m^3$  gefallen ist? (4 Punkte)

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	78.1	28.1	
Sauerstoff	19.5	16.2	
Kohlenstoffdioxid	0.029	12.1	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Für die Umwandlung von Stickstoff  $N_2$  mit Wasserstoff  $H_2$  zu Ammoniak  $NH_3$  gilt folgende Reaktionsgleichung:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter  $m^3$  Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Finsternis** Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei IKEA die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon<sup>2</sup> in die Hände gefallen. Nun sind Sie eine Magierin der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 998 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
  $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ 

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- ν, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit 9.81 $\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Blei*tropfen* mit einem Gewicht von 30mg zu gleichförmigen Blei*kugeln* bei einer Geschwindigkeit von 12m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 12m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.5mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 2.1mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die  $6.1 \times 10^4$  Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von  $12.63g/cm^3$ .

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die  $6.1 \times 10^4$  produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in  $cm^2$  ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 900 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 0.5cm Abstand haben müssen? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Armee der Kaninchen** Leider hat es mit Ihrer Faultierpension in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1875 ungefähr 22 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!<sup>3</sup>

Unter australischen Bedingungen liegt die Zahl der Jungen eines Kaninchenweibchens pro Jahr bei ca. 11 Jungtieren. Trotz fehlender Fressfeinde liegt die Mortalität der Säuglinge bei ca. 35%. Gehen Sie unter australischen Bedingungen von einem Wurf pro Weibchen und Jahr aus.

- 1. Wie viele Milliarden Kaninchen würden bei einem ungebremsten Wachstum *im zwölften Jahr* geboren? (2 Punkte)
- 2. Die durchschnittliche, australische Lebenserwartung eines Kaninchens liegt bei 9 Jahren. Wie viele Kaninchen bevölkern bei einem ungebremsten Wachstum den australischen Kontinent bevor die ersten, australischen Kaninchen an Altersschwäche sterben würden? (2 Punkte)

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das Wachstum der Kaninchenpopulation.

$$f(t) = 10^{10} - 10^9 \cdot 2^{-0.1 \cdot t + 3.4}$$

3. Wie viele Milliarden Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 9 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV), transmittiert von Stechmücken, töten 98.5% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 60% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Süden von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4200km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3700km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 11.5km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 11\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 40\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1100 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Uckermark. Unendliche Weiten.** Wir schreiben das Jahr 2023. Dies sind die Abenteuer des Schafs Frida und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur!* Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit  $0.4 \times$ , Februar mit  $0.75 \times$  und März mit  $1.05 \times$ . Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2022	0.4
01. Feb 2022	1.5
01. Mrz 2022	3.5
01. Apr 2022	6.1

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  und  $f_3(t)$  aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$  und  $F_3(t)$  für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 200°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2022 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* (4 Punkte)

Auf dem Weg zu Ihrer Boskoopplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit 180N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 210N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem 30° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.2t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn  $F = m \cdot a$  gilt? (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In der Kartonagenfabrik Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte Doppelt gewellte, 8-mal-gefaltete, 0.5mm, 30-cm-Karton durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von  $30 \, \text{cm}$  und eine Breite von  $21 \, \text{cm}$ . Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge x falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blatt*rohlings in *cm*<sup>2</sup>? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 100m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 100m Zaun bestimmen!

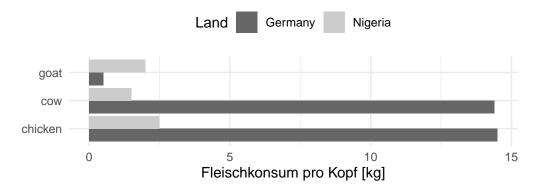
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



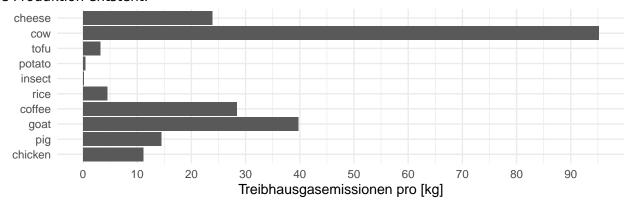
**Ein Pfund Insekten, bitte!** Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen $^4$ . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2021 leben ca.  $8.2 \times 10^7$  Menschen in Deutschland und ca.  $1.84 \times 10^8$  Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2021 in Deutschland und Nigeria einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 in einer aussagekräftigen Tabelle dar! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren d.h. ins Verhältnis setzen! (1 Punkt)

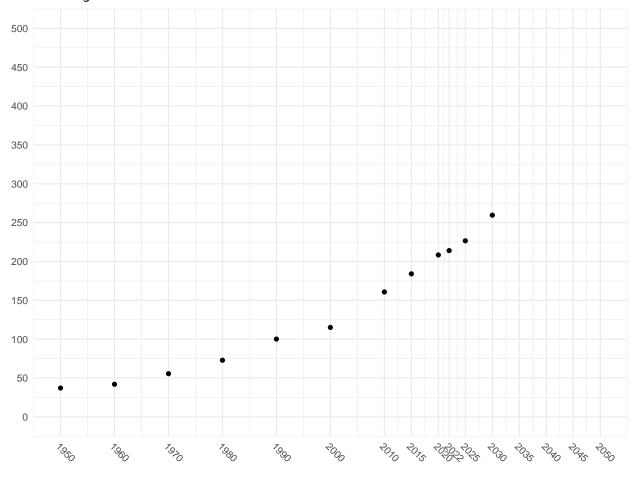
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO<sub>2</sub>-Emission nach Lebensmittel abgebildet, die durch die Produktion entsteht.



3. Ergänzen Sie Ihre erstellte Tabelle die Treibhausgasemissionen an  $CO_2$ , die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2021 entstehen! (1 Punkte)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
  - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (2 Punkte)
  - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 80%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2021! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2021, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 **Punkt**)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an  $CO_2$  in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Höhlen & Drachen** Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einer Ihrer Freundinnen einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 4 sechseitige Würfel (4d6) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 6 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 2 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei vierseitigen Würfeln (2d4) als Schaden oder das Schwert mit einem achtseitigen Würfel plus 7 (1d8+7) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.6, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.75. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  mit einen  $\Omega=100$ . Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 **Punkte**)
- 5. Bestimmen Sie  $Pr(A \cap B)$ ! (1 Punkt)
- 6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Retrocheck im TV** "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. outbid). Mit Ihnen bilden Elke und Frida das Team der drei Kandidaten.

Name	P(win)	P(outbid)
Elke	0.4	0.11
Frida	0.3	0.043

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.076 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? (1 Punkt)

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit Catwoman um das große Geld. Das Glücksrad hat 20 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 8 Feldern gewinnen Sie 4000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 5000EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit** Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem HNO-Arzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihre Partnerin über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.5% angenommen. In 95% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 3% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein ( $K^+$ ), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben ( $T^+$ )? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von  $n = 4 \times 10^4$  Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen<sup>5</sup>.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! **(2 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zuder AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (2 Punkte)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives* (TP), True Negatives (TN), False Positives (FP) und False Negatives (FN) auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- 5. Tragen Sie *TP*, *TN*, *FP* und *FN* in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 7. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: *Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33* 

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



**Network-Marketing oder Schneeballschlacht!** Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen<sup>6</sup>. Das Jahr 2021 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Direct Finanzanlagen Left/Right (D-FL/R). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 24 Prozent von 310 Millionen Euro im Jahr 2020. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut D-FL/R habe das Unternehmen  $3.3 \times 10^5$  aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma D-FL/R im Jahr 2021! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2021 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer Provision von 25%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 150EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 40%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3.5%, 2.5% und 2%. Im Schnitt wirbt jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wiederum fünf Partner für sich selber an. Sie wollen 2500EUR im Monat passiv erwirtschaften.

5. Wie viele Partner müssen Sie dafür auf der 2 Stufe anwerben?

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	0 (Sie selber)	50	10
2	3	150	3
3	9	450	9
4	9	450	9

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Ergänzen Sie die logischen Operatoren in 😱 in die untenstehende Tabelle! (2 Punkte)

Ausdruck	Operator
ODER	
KLEINER GLEICH	
KLEINER	
UNGLEICH	

- 2. Visualisieren Sie folgende logische Aussagen zu der Menge A und der Menge B als Mengendiagramme bzw. Venndiagramme! (2 Punkte)
  - B ist Teilmenge von A
  - A tritt ein, aber B tritt nicht ein
  - Entweder A tritt ein oder B tritt ein oder keins von beiden
  - A tritt ein oder B tritt ein
- 3. Ergänzen Sie zu den Venndiagrammen die mathematische Notation! (2 Punkte)
- 4. Erstellen Sie die numeric R Ausgabe für die Suche nach der Zeichenfolge GT in folgenden DNA Sequenzen! (2 Punkte)
  - ACTGGTAA
  - ATATACAC
  - AAATTTAT
  - ATGTGTAT
- 5. Geben ist das R Objekt A beinhaltend die Zahl 6. Erklären Sie den Unterschied zwischen dem Ausdruck A == 6 und dem Ausdruck A != 6 in R ! Wie lautet die Ausgabe von R in beiden Fällen? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben den Vektor  $A = \{16, -8, 7\}$  und den Vektor  $B = \{-6, -2, -1\}$  gegeben.

- 1. Addieren Sie die Vektoren A und B! (1 Punkt)
- 2. Transponieren Sie den Vektor A! (1 Punkt)
- 3. Multiplizieren Sie den Vektor B mit 10! (1 Punkt)
- 4. Erstellen Sie eine Diagonalmatrix mit  $m \times n$  Dimensionen! Legen Sie m und n vorher sinnvoll fest! (1 **Punkt**)
- 5. Übersetzen Sie folgendes linearen Gleichungssystem bestehend aus drei Gleichungen in die Matrixschreibweise! (2 Punkte)

```
## [1] "5x1 + 6x2 + 2x3 = 3"

## [1] "2x1 + 7x2 + 10x3 = 1"

## [1] "5x1 + 7x2 + 9x3 = 1"
```

6. Multiplizieren Sie folgende gegebene Matrix mit dem Vektor A! (2 Punkte)

7. Skizzieren Sie den entsprechenden 🕝 Code für die Matrixmultiplikation! (2 Punkte)

## Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

Im Rahmen der Klausur zu dem Modul "Biostatistik" werden auch Fragen nur für die Studierenden des Schwerpunktes Nutztierwissenschaften gestellt. Im Folgenden daher eine lose Sammlung von möglichen Fragen zu diesem Themenkomplex.

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

132 Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_j + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var<sub>i</sub>: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- $EKA_i$ : fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j:  $EKA \le 25$  Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V<sub>k</sub>: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ij} L)$ : lineare Kovariable Laktationsnummer
- eiikl: zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

133 Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.