

Checkbox für die Version vom 5. Februar 2023

Die gesamte Klausur beinhaltet aktuell in Summe **108** Fragen.
Davon sind **40** Multiple Choice Fragen sowie **68** Rechen- und Textaufgaben.

Inhalte der Klausur nach Modul

Mathematik & Statistik

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum t-Test
- 1 Frage zur einfaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zur R Programmierung
- 3 Fragen zur Mathematik

Statistik

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zum t-Test
- 1 Frage zur einfaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zur linearen Regression beinhaltend Korrelation und R^2
- 1 Frage zum χ^2 -Test oder Nicht-Parametrik oder diagnostischen Testen
- 1 Frage zur R Programmierung

Angewandte Statistik für Bioverfahrenstechnik

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zum t-Test
- 1 Frage zur einfaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zur linearen Regression beinhaltend Korrelation und R^2
- 1 Frage zum χ^2 -Test oder Nicht-Parametrik oder diagnostischen Testen
- 1 Frage zur R Programmierung

Angewandte Statistik und Versuchswesen

- 1 Frage zur deskriptiven Statistik
- 1 Frage zu statistischen Verteilungen
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zur zweifaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zur linearen Regression beinhaltend Korrelation und R^2
- 1 Frage zu multiplen Gruppenvergleichen
- 1 Frage zur R Programmierung

Biostatistik

- 1 Frage zu der deskriptiven Statistik
- 1 Frage zum statistischen Testen
- 1 Frage zu der zweifaktoriellen ANOVA
- 1 Frage zu der multiplen Regression
- 1 Frage zu der R Programmierung
- 2 Fragen abhängig von der Vertiefung (Pflanze oder Nutztier)

Name: _____

Nicht bestanden: ☐

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Endnote: _____

Klausurfragen der Bio Data Science

Hochschule Osnabrück

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa
Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur
j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Version vom 5. Februar 2023

Erlaubte Hilfsmittel für die Klausur

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten - also ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung - keine digitalen Ausdrucke.

Ergebnis der Klausur

_____ von 20 Punkten sind aus dem Multiple Choice Teil erreicht.
_____ von 66 Punkten sind aus dem Rechen- und Textteil erreicht.
_____ von 86 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

| Punkte | Note |
|---------------|-------------|
| 82.0 - 86.0 | 1,0 |
| 78.0 - 81.5 | 1,3 |
| 73.5 - 77.5 | 1,7 |
| 69.5 - 73.0 | 2,0 |
| 65.0 - 69.0 | 2,3 |
| 60.5 - 64.5 | 2,7 |
| 56.5 - 60.0 | 3,0 |
| 52.0 - 56.0 | 3,3 |
| 48.0 - 51.5 | 3,7 |
| 43.0 - 47.5 | 4,0 |

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multiple Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- **Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.**
- Es werden nur Antworten berücksichtigt, die in dieser Tabelle angekreuzt sind!

| | A | B | C | D | E | ✓ |
|------------|---|---|---|---|---|---|
| 1 Aufgabe | | | | | | |
| 2 Aufgabe | | | | | | |
| 3 Aufgabe | | | | | | |
| 4 Aufgabe | | | | | | |
| 5 Aufgabe | | | | | | |
| 6 Aufgabe | | | | | | |
| 7 Aufgabe | | | | | | |
| 8 Aufgabe | | | | | | |
| 9 Aufgabe | | | | | | |
| 10 Aufgabe | | | | | | |

- Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

- Die Tabelle wird vom Dozenten ausgefüllt.

| Aufgabe | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|
| Punkte | 9 | 13 | 12 | 7 | 9 | 7 | 9 |

- Es sind ____ von 66 Punkten erreicht worden.

Multiple Choice Aufgaben

- Es wird nie mehr als vierzig Multiple Choice Fragen geben.
- Im Laufe der Zeit werden einzelne Fragen durch andere Fragen *ersetzt*, bitte beachten Sie diesen Sachstand, wenn Sie eine *Wiederholungsklausur* im nächsten Semester schreiben.

1 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.89, 0.21, 0.001 und 0.02. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.84, 0.004 und 0.08. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- B** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.84, 0.004 und 0.08. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- C** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.2225, 0.0525, 3e-04 und 0.005. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- D** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.2225, 0.0525, 3e-04 und 0.005. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- E** ☐ Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 3.56, 0.84, 0.004 und 0.08. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.

2 Aufgabe

(2 Punkte)

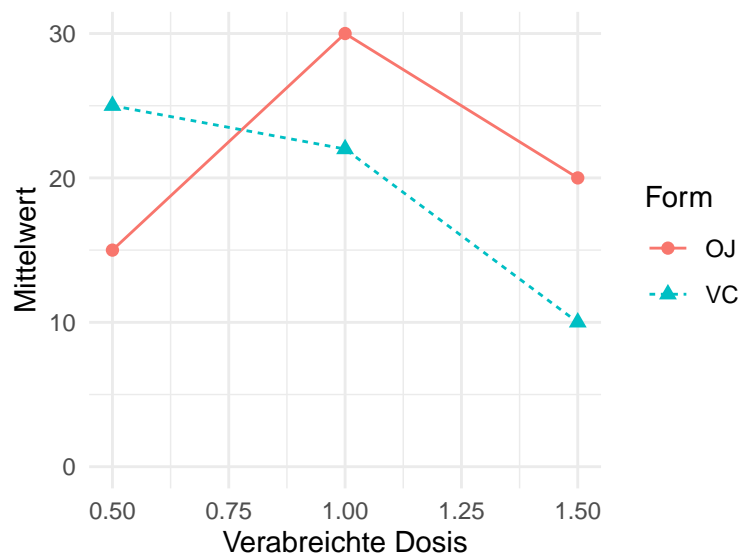
Der Datensatz PlantGrowth enthält das Gewicht von Pflanzen, die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.24$. Welche Aussage ist richtig?

- A** ☐ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- B** ☐ Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- C** ☐ Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- D** ☐ Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- E** ☐ Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Das η^2 ist damit mit dem R^2 aus der linearen Regression zu vergleichen.

3 Aufgabe

(2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an 60 Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden mit Orangensaft (OJ) oder Ascorbinsäure (VC) erhielt.



Welche Aussage ist richtig im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA?

- A** ☐ Eine leichte Interaktion ist zu erwarten. Die Geraden schneiden sich noch nicht, aber die Abstände unterscheiden sich stark.
- B** ☐ Eine starke Interaktion liegt vor. Die Geraden laufen parallel und schneiden sich nicht.
- C** ☐ Keine Interaktion liegt vor. Die Geraden scheiden sich und laufen nicht parallel.
- D** ☐ Keine Interaktion ist zu erwarten. Die Geraden der Verabreichungsmethode laufen parallel und mit ähnlichen Abständen.
- E** ☐ Eine starke Interaktion ist zu erwarten. Die Geraden schneiden sich und die Abstände sind nicht gleichbleibend.

4 Aufgabe

(2 Punkte)

Eine einfaktorielle ANOVA berechnet eine Teststatistik um zu die Nullhypothese abzulehnen. Welche Aussage über die Teststatistik der ANOVA ist richtig?

- A** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- B** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- C** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- D** ☐ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- E** ☐ Die ANOVA berechnet die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.

5 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben das abstrakte Modell $Y \sim X$ mit X als Faktor mit zwei Levels vorliegen. Welche Aussage über $s_1^2 = s_2^2$ ist richtig?

- A ☐ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- B ☐ Es handelt sich um abhängige Beobachtungen.
- C ☐ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- D ☐ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design
- E ☐ Es liegt Varianzheterogenität vor.

6 Aufgabe

(2 Punkte)

Die Mindestanzahl an Beobachtungen für eine Zelle der Vierfeldertafel bei der Nutzung eines Chi-Quadrat-Testes ist...

- A ☐ 10 Beobachtungen
- B ☐ 0 Beobachtungen
- C ☐ 5 Beobachtungen
- D ☐ 1 Beobachtung
- E ☐ 2 Beobachtungen

7 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten nach Spearman ist richtig?

- A ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y nicht normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.
- B ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y nicht normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.
- C ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn der Korrelationskoeffizienten zwischen -1 und 1 liegt. Dann sind die Residuen normalverteilt.
- D ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen 0 und 1.
- E ☐ Der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wird genutzt, wenn das Outcome Y normalverteilt ist. Der Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1.

8 Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung von y mit 11, 10, 16, 6 und 4.

- A ☐ Es ergibt sich 8.4 ± 10.9
- B ☐ Es ergibt sich 9.4 ± 2.335
- C ☐ Es ergibt sich 9.4 ± 21.8
- D ☐ Es ergibt sich 9.4 ± 4.67
- E ☐ Es ergibt sich 10.4 ± 2.335

9 Aufgabe

(2 Punkte)

Berechnen Sie den Median, das 1st Quartile sowie das 3rd Quartile von y mit 29, 19, 25, 22, 21, 14, 22, 38, 6, 16 und 51.

- A ☐ Es ergibt sich 24 [17, 30]
- B ☐ Es ergibt sich 24 +/- 16
- C ☐ Es ergibt sich 22 +/- 29
- D ☐ Es ergibt sich 22 [16, 29]
- E ☐ Es ergibt sich 22 +/- 16

10 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über Cook's d und Cohen's d ist richtig?

- A ☐ Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden und Cohen's d um standardisierte Outlier für Gruppenvergeliche zu erhalten.
- B ☐ Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden. Cohen's d findet auch Outlier, ist aber ein veraltetes Konzept in der Statistik.
- C ☐ Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden und Cohen's d um einen nicht standardisierten Effektschätzer für Gruppenvergeliche zu erhalten.
- D ☐ Wir nutzen Cohen's d um Outlier in den Daten zu finden und Cook's d um einen standardisierten Effektschätzer für Gruppenvergeliche zu erhalten.
- E ☐ Wir nutzen Cook's d um Outlier in den Daten zu finden und Cohen's d um einen standardisierten Effektschätzer für Gruppenvergeliche zu erhalten.

11 Aufgabe

(2 Punkte)

Die empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für einen Boxplot sind...

- A ☐ 2-5 Beobachtungen.
- B ☐ 10 Beobachtungen.
- C ☐ 1 Beobachtung.
- D ☐ mindestens 20 Beobachtungen.
- E ☐ 5 und mehr Beobachtungen.

12 Aufgabe

(2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Experiment die Daten D erhoben haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert \bar{y} und der Median \tilde{y} unterscheiden sich nicht. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.
- B ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.

- C** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verwenden den Datensatz so wie er ist.
- D** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.
- E** ☐ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.

13 Aufgabe

(2 Punkte)

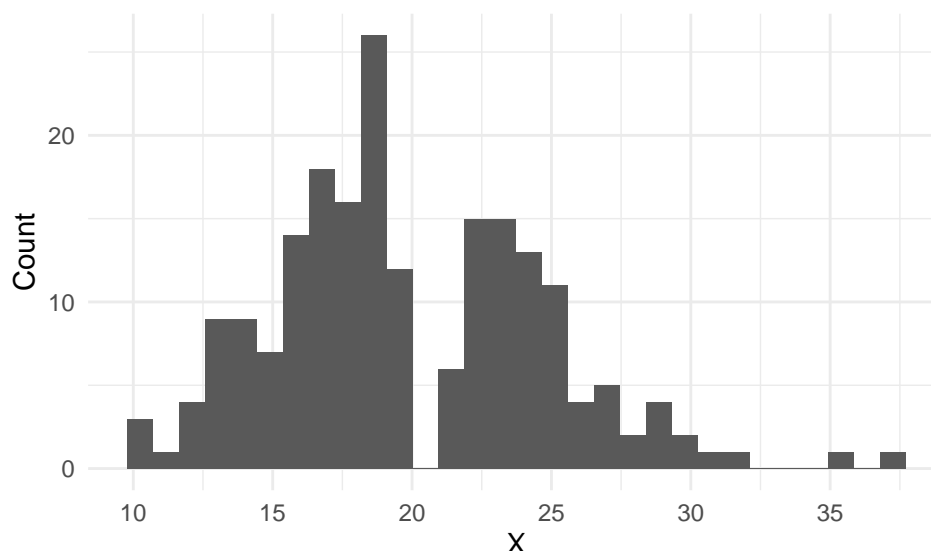
Nach einer simplen linearen Regression zur Untersuchung vom Einfluss der CO_2 -Konzentration [μg] im Wasser auf das Wachstum von Wasserlinsen [kg] erhalten Sie einen β_1 Koeffizienten von 0.00001 und einen hoch signifikanten p -Wert mit $2.3 \cdot 10^{-9}$. Warum sehen Sie so einen kleinen Effekt bei einer so deutlichen Signifikanz?

- A** ☐ Die Einheit der CO_2 -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p -Wert. Der p -Wert und die Einheit von der CO_2 -Konzentration hängen zusammen.
- B** ☐ Das Gewicht und die CO_2 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der β_1 Koeffizient sehr klein.
- C** ☐ Die Einheit der CO_2 -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der CO_2 -Konzentration um 1 führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit muss besser gewählt werden.
- D** ☐ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatistik und damit auch der p -Wert kleiner.
- E** ☐ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der p -Wert sehr klein.

14 Aufgabe

(2 Punkte)

In dem folgenden Histogramm von $n = 200$ Pflanzen ist welche Verteilung mit welchen korrekten Verteilungsparametern dargestellt?



- A** ☐ Eine Standardnormalverteilung mit $N(0,1)$.
- B** ☐ Es handelt sich um eine Binomial-Verteilung mit $\text{Binom}(10)$.

- C** ☐ Es handelt sich um eine Poisson-Verteilung mit $\text{Pois}(20)$.
- D** ☐ Es handelt sich um eine Normalverteilung mit $N(20, 5)$.
- E** ☐ Eine rechtsschiefe, multivariate Normalverteilung.

15 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie schätzen zwei lineare Regressionsmodelle zur Analyse von Zähldaten. Modell 1 mit einer Poisson Verteilung und Modell 2 mit einer Quasi-Poisson Verteilung. Welche Aussage zu einer geschätzten Overdispersion von 2.15 ist richtig?

- A** ☐ Bei einer geschätzten Overdispersion höher als 1.5 ist von keiner Overdispersion in den Daten auszugehen. Dennoch sind die p-Werte zu klein, dass diese p-Werte natürlich entstanden sein könnten. Die p-Werte müssen adjustiert werden.
- B** ☐ Bei einer geschätzten Overdispersion höher als 1.5 ist von Overdispersion in den Daten auszugehen. Daher wird die Varianz systematisch überschätzt, was zu höheren p-Werten führt. Daher gibt es mehr signifikante Ergebnisse als es in Wirklichkeit gibt. Daher ist das Modell 1 die bessere Wahl
- C** ☐ Bei einer geschätzten Overdispersion höher als 1.5 ist von Overdispersion in den Daten auszugehen. Daher wird die Varianz systematisch unterschätzt, was zu kleineren p-Werten führt. Daher gibt es mehr signifikante Ergebnisse als es in Wirklichkeit gibt. Daher ist das Modell 2 die bessere Wahl.
- D** ☐ Das vergleichen von verschiedenen Modellen muss erst über ein AIC Kriterium erfolgen. Die Abschätzung über die Overdispersion ist nicht notwendig. Die Varianzen werden später in einer ANOVA adjustiert. Die Confounder Adjustierung.
- E** ☐ Bei einer geschätzten Overdispersion höher als 1.5 ist von Overdispersion in den Daten auszugehen. Daher wird die Varianz systematisch unterschätzt, was zu höheren p-Werten führt. Daher gibt es weniger signifikante Ergebnisse als es in Wirklichkeit gibt. Daher ist das Modell 1 die bessere Wahl.

16 Aufgabe

(2 Punkte)

In einem Zuchtexperiment messen wir die Ferkel verschiedener Sauen. Die Ferkel einer Muttersau sind daher im statistischen Sinne...

- A** ☐ Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutlich eine ähnliche Varianzstruktur.
- B** ☐ Untereinander stark korreliert. Die Ferkel sind von einer Mutter und somit miteinander korreliert. Dies wird in der Statistik jedoch meist nicht modelliert.
- C** ☐ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- D** ☐ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- E** ☐ Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.

17 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie haben das Modell $Y \sim X$ vorliegen und wollen nun ein prädiktives Modell rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Ein prädiktives Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- B ☐ Ein prädiktives Modell basiert auf einem Trainingsdatensatz und einem Testdatensatz. Auf dem Trainingsdatensatz wird das Modell trainiert und auf dem Testdatensatz validiert.
- C ☐ Ein prädiktives Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das R^2 berechnet werden.
- D ☐ Ein prädiktives Modell möchte die Zusammenhänge von X auf Y modellieren. Hierbei geht es um die Effekte von X auf Y. Man sagt, wenn X um 1 ansteigt ändert sich Y um einen Betrag β .
- E ☐ Ein prädiktives Modell wird auf einem Trainingsdatensatz trainiert und anschliessend über eine explorative Datenanalyse validiert. Signifikanzen über β_i können hier nicht festgestellt werden.

18 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie führen ein Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Kühen durch. Bei 3 Tieren finden Sie eine Erkrankung der Klauen vor und 12 Tiere sind gesund. Welche Aussage über den Risk ratio Effektschätzer ist richtig?

- A ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.25, da es sich um ein Anteil handelt.
- B ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.2, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- C ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.25, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- D ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.2, da es sich um ein Anteil handelt.
- E ☐ Es ergibt sich ein Risk ratio von 4, da es sich um ein Anteil handelt.

19 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die parametrische Statistik ist richtig?

- A ☐ Die parametrische Statistik basiert auf Rängen. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
- B ☐ Die nicht-parametrische Statistik ist ein Vorgänger der parametrischen Statistik und wurde wegen dem Mangel an Effektschätzern nicht mehr ab 1960 genutzt.
- C ☐ Die parametrische Statistik basiert auf dem Schätzen von Parametern aus einer festgelegten Verteilung. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
- D ☐ Die parametrische Statistik basiert auf dem Schätzen von Parametern aus einer a priori festgelegten Verteilung. Daher gibt es auch direkt zu interpretierenden Effektschätzer.
- E ☐ Die parametrische Statistik basiert auf Rängen. Daher wird jeder Zahl ein Rang zugeteilt. Nur auf den Rängen wird die Auswertung gerechnet. Daher gibt es auch keinen direkt zu interpretierenden Effektschätzer.

20 Aufgabe

(2 Punkte)



Die Randomisierung von Beobachtungen bzw. Samples zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A ☐ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- B ☐ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich.
- C ☐ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- D ☐ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- E ☐ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte.

21 Aufgabe

(2 Punkte)

Wenn Sie einen Datensatz erstellen, dann ist es ratsam die Spalten und die Einträge in englischer Sprache zu verfassen, wenn Sie später die Daten in  auswerten wollen. Welcher folgende Grund ist richtig?

- A ☐ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in  in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.
- B ☐ Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug.
- C ☐ Im Allgemeinen haben Programmiersprachen Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen, die in der deutschen Sprache vorkommen. Eine Nutzung der englischen Sprache umgeht dieses Problem auf einfache Art.
- D ☐ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- E ☐ Die Spracherkennung von  ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.

22 Aufgabe

(2 Punkte)

Bei der explorativen Datenanalyse (EDA) in  gibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, auch *Circle of life* genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA?

- A ☐ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket `tidyverse` nutzen, da dieses Paket veraltet ist. Über die Funktion `library(tidyverse)` entfernen wir das Paket von der Analyse.
- B ☐ Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen.
- C ☐ Wir lesen die Daten über eine generische Funktion `read()` ein und müssen dann die Funktion `ggplot()` nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als `*.png` vorliegen.

- D** ☐ Wir lesen als erstes die Daten über `read_excel()` ein, transformieren die Spalten über `mutate()` in die richtige Form und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
- E** ☐ Wir transformieren die Spalten über `mutate()` in ein `tibble` und können dann über `ggplot()` uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.

23 Aufgabe

(2 Punkte)

In einer linearen Regression werden die ϵ oder Residuen geschätzt. Welcher Verteilung folgen die Residuen bei einer optimalen Modellierung?

- A** ☐ Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(\bar{y}, s^2)$.
- B** ☐ Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(0, s^2)$.
- C** ☐ Die Residuen sind normalverteilt mit $\mathcal{N}(0, 1)$.
- D** ☐ Die Residuen sind binomialverteilt.
- E** ☐ Die Residuen folgen einer Poissonverteilung mit $\text{Pois}(0)$.

24 Aufgabe

(2 Punkte)

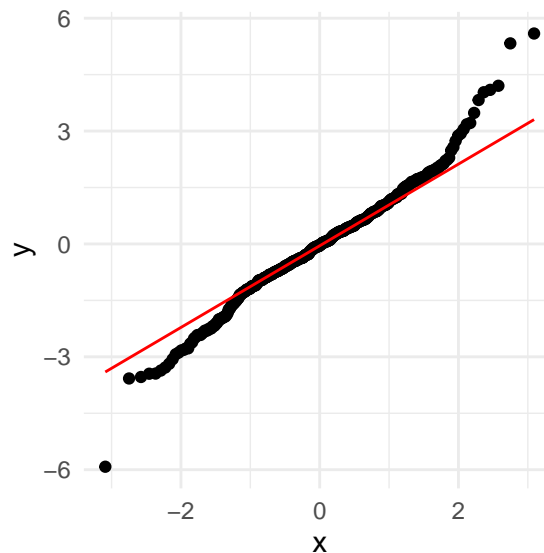
Welche Aussage über das *generalisierte lineare Modell (GLM)* ist richtig?

- A** ☐ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen polygonale Regressionen rechnen.
- B** ☐ Das GLM erlaubt auch weitere Verteilungsfamilien für das Y bzw. das Outcome in einer linearen Regression zu wählen.
- C** ☐ Das GLM ist ein faktisch maschineller Lernalgorithmus, der selbstständig die Verteilungsfamilie für Y wählt.
- D** ☐ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- E** ☐ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.

25 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot. Welche Aussage ist richtig?

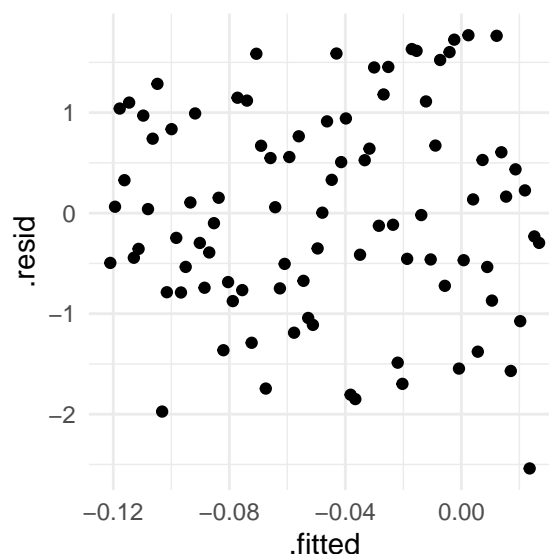


- A** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.
- D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.

26 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen eine linearen Regression und erhalten folgenden Residual Plot. Welche Aussage ist richtig?



- A** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Es ist ein Muster zu erkennen.

- B** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen.
- C** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.
- D** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Es ist kein Muster zu erkennen.
- E** ☐ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelt Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.

27 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage zum mathematische Ausdruck $Pr(D|H_0)$ ist richtig?

- A** ☐ Die Inverse der Wahrscheinlichkeit unter der die Nullhypothese nicht mehr die Alternativhypothese überdeckt.
- B** ☐ $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativhypothese und somit $1 - Pr(H_A)$
- C** ☐ $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit die Daten D zu beobachten wenn die Nullhypothese wahr ist.
- D** ☐ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- E** ☐ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.

28 Aufgabe

(2 Punkte)

Das Falsifikationsprinzip besagt...

- A** ☐ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- B** ☐ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
- C** ☐ ... dass Annahmen an statistische Modelle meist falsch sind.
- D** ☐ ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- E** ☐ ... dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

29 Aufgabe

(2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau α genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegung auf 5% ist richtig?

- A** ☐ Die Festlegung von $\alpha = 5\%$ ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von α wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.
- B** ☐ Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde $\alpha = 5\%$ festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistische Modelle heute immer wieder ignoriert.
- C** ☐ Der Wert ergab sich aus einer Auswertung von 1042 wissenschaftlichen Veröffentlichungen zwischen 1914 und 1948. Der Wert 5% wurde in 28% der Veröffentlichungen genutzt. Daher legte man sich auf diese Zahl fest.

- D** ☐ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- E** ☐ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.

30 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über die Power ist richtig?

- A** ☐ Es gilt $\alpha + \beta = 1$ und somit liegt β meist bei 95%.
- B** ☐ Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die H_A abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- C** ☐ Die Power $1 - \beta$ wird auf 80% gesetzt. Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 80% "bewiesen wird".
- D** ☐ Die Power $1 - \beta$ wird auf 80% gesetzt. Damit liegt die Wahrscheinlichkeit für die H_0 bei 20%.
- E** ☐ Die Power ist nicht in der aktuellen Testtheorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.

31 Aufgabe

(2 Punkte)

Beim statistischen Testen wird *signal* mit *noise* zur Teststatistik T verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T ?

- A** ☐ Es gilt $T = \text{signal} \cdot \text{noise}$
- B** ☐ Es gilt $T = \frac{\text{noise}}{\text{signal}}$
- C** ☐ Es gilt $T = \frac{\text{signal}}{\text{noise}}$
- D** ☐ Es gilt $T = (\text{signal} \cdot \text{noise})^2$
- E** ☐ Es gilt $T = \frac{\text{signal}}{\text{noise}^2}$

32 Aufgabe

(2 Punkte)

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann „ H_0 beibehalten obwohl die H_0 falsch ist“ in welche richtige Analogie gesetzt werden?

- A** ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm with fire*.
- B** ☐ In die Analogie eines brennenden Hauses ohne Rauchmelder: *House without noise*.
- C** ☐ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- D** ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*, dem β -Fehler.
- E** ☐ In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire*, dem α -Fehler.

33 Aufgabe

(2 Punkte)

Sie rechnen eine simple Gaussian Regression. Welche Aussage betreffend der Konfidenzintervalle ist für die Gaussian Regression richtig?

- A ☐ Wenn die Konfidenzintervalle den p-Wert der Regression enthalten, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- B ☐ Wenn die Relevanzschwelle mit enthalten ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- C ☐ Wenn die 1 im Konfidenzintervall enthalten ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- D ☐ Wenn die 0 im Konfidenzintervall enthalten ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- E ☐ Wenn die 0 im Konfidenzintervall enthalten ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

34 Aufgabe

(2 Punkte)

In der Bio Data Science wird häufig mit sehr großen Datensätzen gerechnet. Historisch ergibt sich nun ein Problem bei der Auswertung der Daten und deren Bewertung hinsichtlich der Signifikanz. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Aktuell werden immer grössere Datensätze erhoben. Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch auch zu mehr signifikanten Ergebnissen, selbst wenn die eigentlichen Effekte nicht relevant sind.
- B ☐ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gängige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.
- C ☐ Aktuell werden immer grössere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- D ☐ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fallzahl ($n > 10000$) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- E ☐ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.

35 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche statistische Masszahl erlaubt es *Relevanz* mit *Signifikanz* zuverbinden? Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Die Teststatistik. Durch den Vergleich von T_c zu T_k ist es möglich die H_0 abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem T_c -Wert.
- B ☐ Der p-Wert. Durch den Vergleich mit α lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der β -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- C ☐ Das Δ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da Δ antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes Δ ein sehr kleinen p-Wert.
- D ☐ Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- E ☐ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualisierung des Konfidenzintervalls kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzintervall auch eine Entscheidung über die Signifikanz.

36 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den p -Wert und dem Signifikanzniveau α gleich 5% ist richtig?

- A ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- B ☐ Wir machen eine Aussage über die individuelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 .
- C ☐ Wir vergleichen die Effekte des p -Wertes mit den Effekten der Signifikanzschwelle unter der Annahme der Nullhypothese.
- D ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- E ☐ Wir vergleichen mit dem p -Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die Flächen unter der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt.

37 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den t-Test ist richtig?

- A ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen.
- B ☐ Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.
- C ☐ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- D ☐ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- E ☐ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen

38 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den Welch t-Test ist richtig?

- A ☐ Der Welch t-Test ist ein Post-hoc Test der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich der Varianz.
- B ☐ Der Welch t-Test vergleicht die Varianz von zwei Gruppen.
- C ☐ Der Welch t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität.
- D ☐ Der Welch t-Test ist die veraltete Form des Student t-Test und wird somit nicht mehr verwendet.
- E ☐ Der Welch t-Test wird angewendet, wenn Varianzheterogenität zwischen den beiden zu vergleichenden Gruppen vorliegt.

39 Aufgabe

(2 Punkte)

Nach einem Experiment mit fünf Weizensorten ergibt eine ANOVA ($p = 0.041$) einen signifikanten Unterschied für den Ertrag. Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Weizensorten durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α -Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert $p_{3-2} = 0.053$. Welche Aussage ist richtig?

- A ☐ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
- B ☐ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
- C ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepanz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- D ☐ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- E ☐ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.

40 Aufgabe

(2 Punkte)

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- A ☐ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz d dient dann zur Differenzbildung.
- B ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.
- C ☐ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.
- D ☐ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhängigkeit nicht mehr vorliegen haben.
- E ☐ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 15 - Deskriptive Statistik](#)
- [Kapitel 16 - Visualisierung von Daten](#)
- [Kapitel 18 - Verteilung von Daten](#)

41 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen $y = \{13, 14, 13, 15, 13, 17, 16, 16, 16, 17, 13\}$. Berechnen Sie folgende deskriptive Maßzahlen. Geben Sie Formeln und Rechenwege mit an!

1. Die Varianz **(2 Punkte)**
2. Die Standardabweichung **(2 Punkte)**
3. Den Mittelwert **(2 Punkte)**
4. Den Interquartileabstand **(2 Punkte)**
5. Den Median **(2 Punkte)**

42 Aufgabe

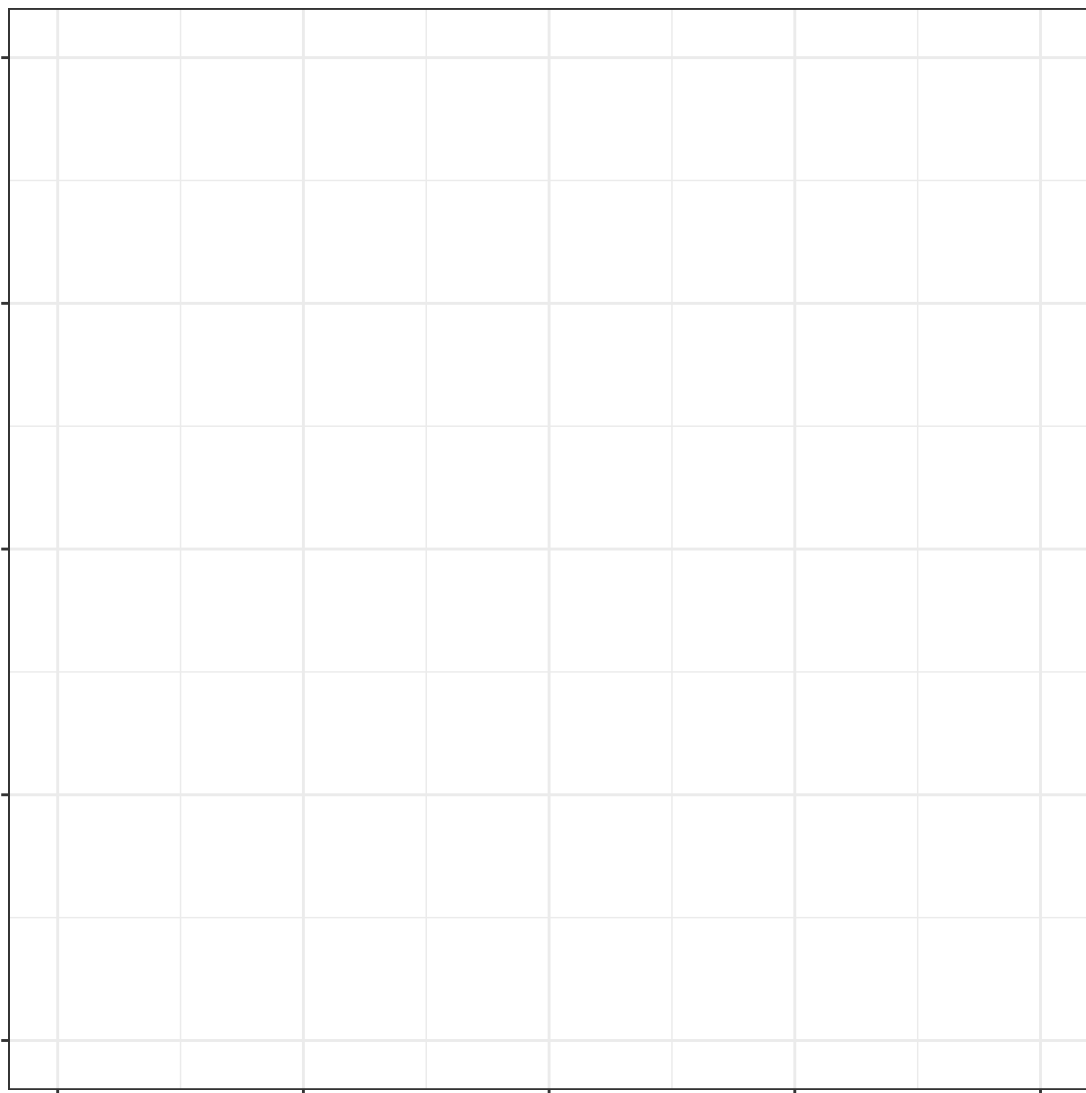
(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen $y = \{13, 16, 14, 14, 14\}$.

1. Visualisieren Sie den Mittelwert von y in der untenstehenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Y und X -Achse entsprechend! **(2 Punkte)**
3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte y_i zum Mittelwert \bar{y} quadriert. Warum muss der Abstand, $y_i - \bar{y}$, in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! **(2 Punkte)**



43 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Gewächshausexperiment mit drei Bewässerungstypen (*low*, *mid* und *high*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Frischgewicht (*freshmatter*).

| water_type | freshmatter |
|------------|-------------|
| low | 25 |
| mid | 32 |
| high | 19 |
| high | 17 |
| high | 21 |
| mid | 28 |
| low | 28 |
| low | 34 |
| mid | 29 |
| high | 19 |
| mid | 23 |
| low | 30 |
| low | 28 |

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Bewässerungstypen! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen der Bewässerungstypen erwarten würden, wie sehen dann die Barplots aus? **(1 Punkt)**

44 Aufgabe

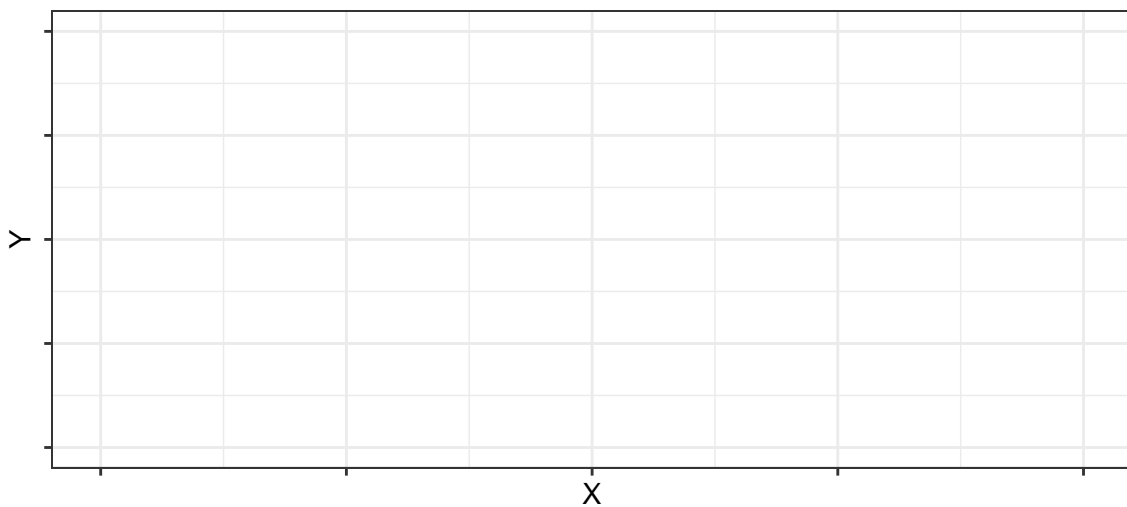
(6 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

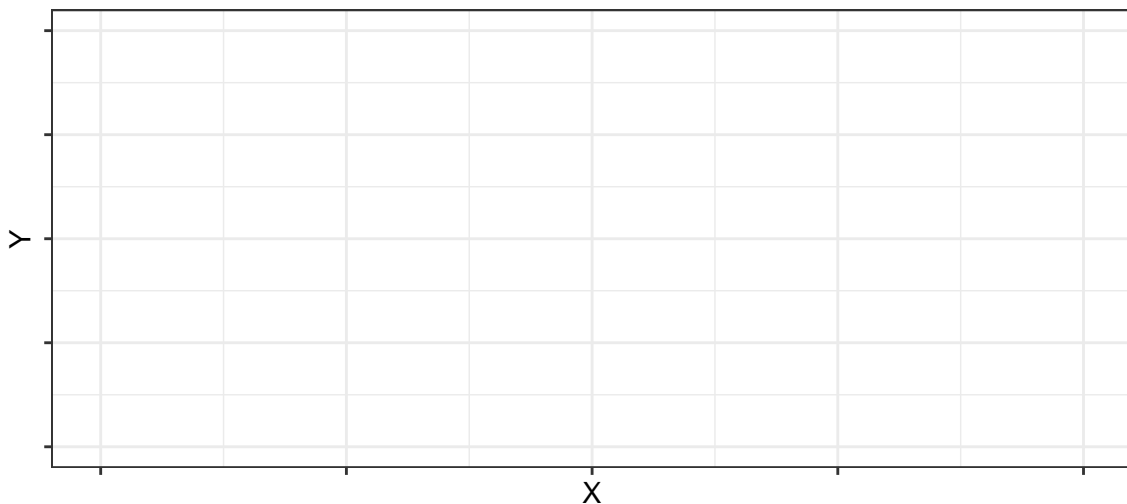


1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! **(4 Punkte)**
2. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in der ersten Abbildung! **(2 Punkte)**

$N(4, 2)$ und $N(3, 2)$



$\text{Pois}(15)$



45 Aufgabe

(6 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Skizzieren Sie 2 Normalverteilungen *in einer Abbildung* mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2$ und $s_1 = s_2$! **(2 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! **(2 Punkte)**
3. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

46 Aufgabe

(6 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment zählen Sie folgende Anzahl an Läsionen auf den Blättern von Sonnenblumen nach einer durchgestandenen Infektion.

3, 2, 8, 5, 2, 6, 3, 2, 7, 3, 3, 4

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

47 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment zählen Sie folgende Trockengewichte von Sonnenblumen nach einer durchgestandenen Infektion.

9.3, 10.6, 11.3, 13.8, 6.8, 8.7, 9.9, 9, 6.5, 8.6, 11.8, 8.9, 7.7, 6.7, 7.6

1. Zeichnen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! **(3 Punkte)**
2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! **(1 Punkt)**

48 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Düngestufen (A und B) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*).

| trt | drymatter |
|-----|-----------|
| A | 12.3 |
| A | 20.8 |
| B | 14.7 |
| B | 16.1 |
| B | 8.3 |
| A | 21.9 |
| B | 11.8 |
| A | 17.5 |
| A | 12.9 |
| B | 10.1 |
| B | 14.4 |
| A | 11.9 |
| A | 20.7 |
| B | 17.4 |

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Düngestufen A und B! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(6 Punkte)**
2. Beschriften Sie *einen* der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! **(2 Punkte)**
3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Düngestufen erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? **(1 Punkt)**

49 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit mehreren Düngestufen stellt sich die Frage, ob die Düngestufe *low* im Bezug auf das Trockengewicht normalverteilt sei. Sie erhalten folgende Datentabelle.

| fertilizer | drymatter |
|------------|-----------|
| low | 17 |
| low | 13 |
| low | 18 |
| low | 19 |
| low | 12 |
| low | 17 |
| low | 15 |
| low | 11 |
| low | 13 |
| low | 15 |
| low | 19 |

1. Zeichnen Sie eine passende Abbildung in der Sie visuell überprüfen können, ob eine Normalverteilung des Trockengewichts vorliegt! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen und ergänzen Sie die statistischen Maßzahlen. **(3 Punkte)**
3. Entscheiden Sie, ob eine Normalverteilung vorliegt. Begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**

50 Aufgabe

(4 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Zeichnen Sie über den untenstehenden Boxplot die entsprechende zugehörige Verteilung! **(2 Punkte)**
2. Zeichnen Sie unter den untenstehenden Boxplot die entsprechende zugehörige Beobachtungen! **(2 Punkte)**



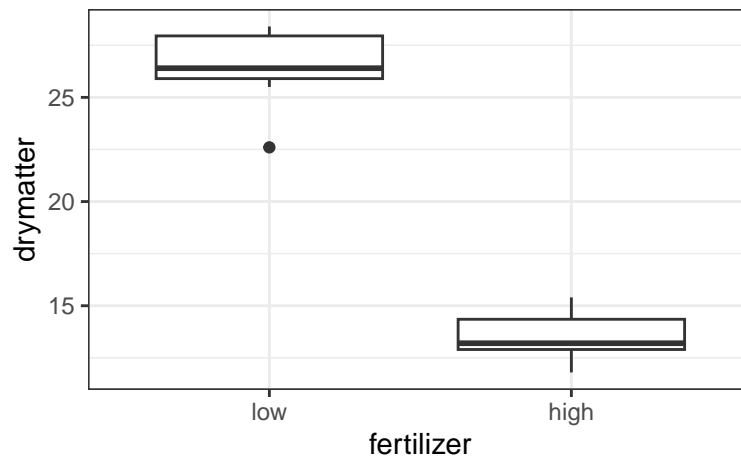
51 Aufgabe

(9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Experiment mit zwei Düngestufen für den Ertrag von Kichererbsen ergibt sich folgende Abbildung.



- Tragen Sie in die untenstehende Tabelle die gängigen Maßzahlen des Boxplots und die abgeschätzten Werte aus den obigen Boxplots ein! **(4 Punkte)**

| Statistische Maßzahl | Abgeschätzter Wert | |
|----------------------|--------------------|------|
| | low | high |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

- Ergänzen Sie den Mittelwert für beide Level des Düngers in die Abbildung der Boxplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
- Ergänzen Sie in der untenstehenden Tabelle die p -Werte für den Shapiro-Wilk-Test auf Normalverteilung und den Levene-Test auf Varianzhomogenität. Beachten Sie die unterschiedliche, angenommene Fallzahl n_g der beiden Level des Düngers! **(3 Punkte)**

| Fallzahl | Shapiro-Wilk-Test | Levene-Test |
|------------|-------------------|-------------|
| $n_g = 5$ | | |
| $n_g = 20$ | | |
| $n_g > 50$ | | |

52 Aufgabe

(6 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Bonitur von Schnittlauch mit einer Kontrolle und drei Pestiziden (ctrl, pestKill, roundUp, zeroX) ergibt sich die folgende Datentabelle mit den Boniturnoten (*grade*).

| pesticide | grade |
|-----------|-------|
| roundUp | 3 |
| roundUp | 2 |
| zeroX | 1 |
| ctrl | 6 |
| pestKill | 3 |
| ctrl | 7 |
| zeroX | 1 |
| pestKill | 3 |
| pestKill | 2 |
| ctrl | 6 |
| roundUp | 3 |
| zeroX | 1 |
| zeroX | 1 |
| pestKill | 5 |

1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Dotplots für die vier Pestizidlevel! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Ergänzen Sie die Dotplots mit der gängigen statistischen Maßzahl. **(1 Punkt)**
3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Pestizidlevel erwarten würden, wie sehen dann die Dotplots aus? **(1 Punkt)**

53 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Feldexperiment mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *OutEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem jeweiligen beobachteten Infektionsstatus.

| pesticide | infected |
|-----------|----------|
| RoundUp | no |
| OutEx | yes |
| RoundUp | no |
| OutEx | no |
| RoundUp | no |
| RoundUp | no |
| RoundUp | yes |
| RoundUp | no |
| OutEx | yes |
| OutEx | yes |
| RoundUp | no |
| RoundUp | no |
| OutEx | no |
| OutEx | yes |
| OutEx | yes |
| OutEx | yes |
| OutEx | no |
| RoundUp | no |

1. Stellen Sie in einer 2x2 Tafel den Zusammenhang zwischen dem Pestizid und dem Infektionsstatus dar! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie den zugehörigen Mosaic-Plot. Berechnen Sie das Verhältnis pro Spalte! **(2 Punkte)**
3. Wenn das Pestizid keine Auswirkung auf den Infektionsstatus hätte, wie sehe dann der Mosaic-Plot aus? **(2 Punkte)**

54 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Feldexperiment für die Bodendurchlässigkeit wurde der Niederschlag pro Parzelle sowie der durchschnittliche Ertrag gemessen. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

| water | drymatter |
|-------|-----------|
| 25 | 15 |
| 26 | 18 |
| 30 | 20 |
| 27 | 23 |
| 23 | 23 |
| 22 | 20 |
| 27 | 21 |
| 23 | 28 |
| 29 | 22 |

1. Erstellen Sie den Scatter-Plot für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie eine Gerade durch die Punkte! **(1 Punkt)**
3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! **(3 Punkte)**
4. Wenn kein Effekt von dem Niederschlag auf das Trockengewicht vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Statistisches Testen

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- Kapitel 3 - Falsifikationsprinzip
- Kapitel 19 - Die Testentscheidung
- Kapitel 20 - Die Testtheorie

55 Aufgabe

(6 Punkte)



1. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! **(3 Punkte)**
2. Was ist der Unterschied zwischen μ und σ und \bar{y} und s im Kontext der Stichprobe und Grundgesamtheit? **(2 Punkte)**
3. Warum müssen wir überhaupt zwischen einer Stichprobe und einer Grundgesamtheit unterscheiden? **(1 Punkt)**

56 Aufgabe

(8 Punkte)



Geben ist folgende 2x2 Kreuztabelle.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

1. Tragen Sie folgende Fachbegriffe korrekt in die 2x2 Kreuztabelle ein! **(4 Punkte)**

- (Unbekannte) Wahrheit
- H_0 wahr
- H_0 falsch
- H_0 abgelehnt
- H_0 beibehalten
- Testentscheidung
- α -Fehler
- β -Fehler
- Richtige Entscheidung
- 5%
- 20%

2. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? **(1 Punkt)**

3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? **(1 Punkt)**

4. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

57 Aufgabe

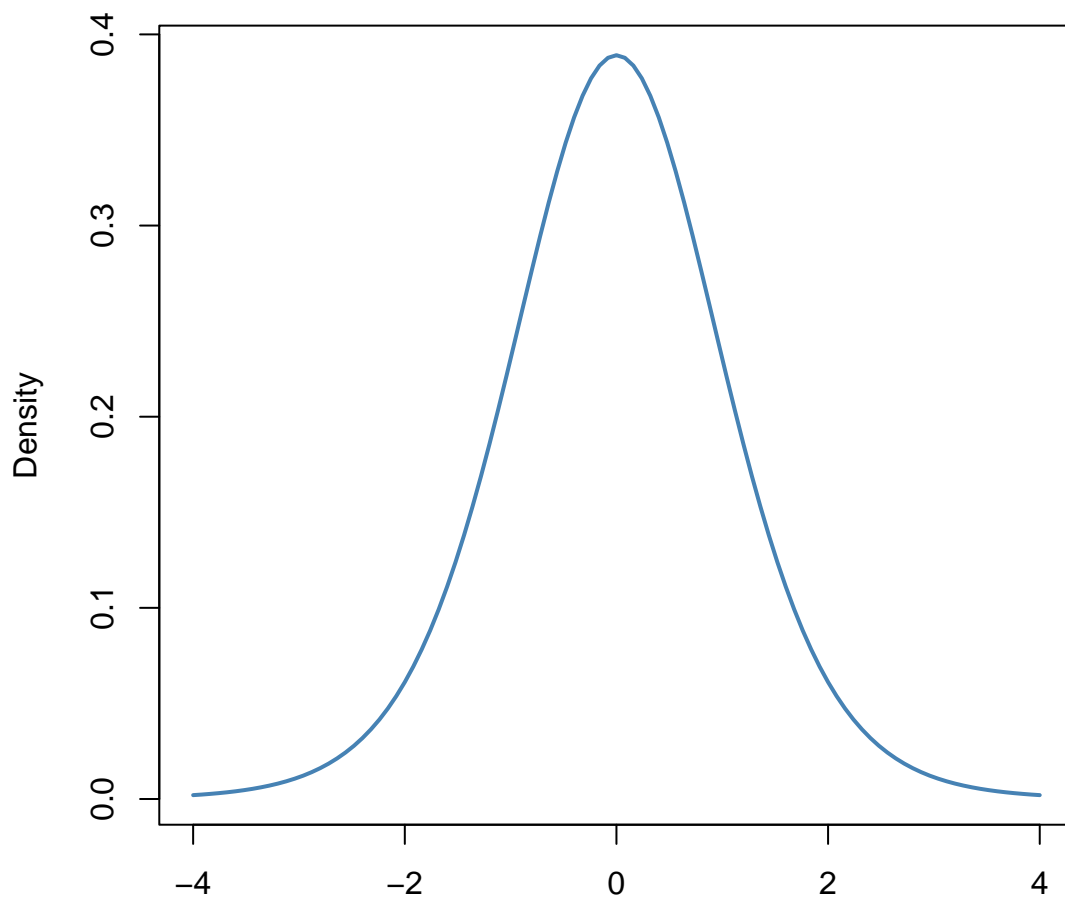
(8 Punkte)



Im folgenden ist eine t-Verteilung abgebildet. Ergänzen Sie die Abbildung wie folgt.

1. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! **(2 Punkte)**
2. Zeichnen Sie einen nicht signifikant p-Wert in die Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie „ $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ “! **(1 Punkt)**
4. Ergänzen Sie „ $A = 0.95$ “! **(1 Punkt)**
5. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! **(1 Punkt)**
6. Zeichnen Sie $+T_{calc}$ in die Abbildung! **(1 Punkt)**

t Distribution



58 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Befall mit Parasiten.

1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Ergänzen Sie eine *in den Kontext passende* Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! **(6 Punkte)**
 - (a) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95%-Konfidenzintervall
 - (b) Ein signifikantes, relevantes 90%-Konfidenzintervall.
 - (c) Ein 95%-Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest 95%-der Konfidenzintervalle
 - (d) Ein 95%-Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest der 95%-Konfidenzintervalle
 - (e) Ein signifikantes, relevantes 95%-Konfidenzintervall
 - (f) Ein signifikantes, nicht relevantes 95%-Konfidenzintervall



59 Aufgabe

(6 Punkte)



Gegeben ist die vereinfachte Formel für den Zweistichproben t-Test mit der gepoolten Standardabweichung s_p und gleicher Gruppengrösse n_g der beiden Sample.

$$T = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{\frac{2}{n_g}}}$$

Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Masszahl auf den T-Wert und damit auf die *vermutliche* Signifikanz? Füllen Sie hierzu die untenstehende Tabelle aus! **(6 Punkte)**

| | T Statistik | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ | | T Statistik | $Pr(D H_0)$ | $KI_{1-\alpha}$ |
|-------------------|-------------|-------------|-----------------|---------------------|-------------|-------------|-----------------|
| $\Delta \uparrow$ | | | | $\Delta \downarrow$ | | | |
| $s \uparrow$ | | | | $s \downarrow$ | | | |
| $n \uparrow$ | | | | $n \downarrow$ | | | |

60 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie haben folgende Aussage gegeben.

Bin ich im Herbst?

1. Erklären Sie den Gedankengang der Testtheorie sowie des Falsifikationsprinzips an der Aussage! **(4 Punkte)**
2. Erklären Sie Ihre Entscheidung zu der Aussage! **(3 Punkte)**
3. Schätzen Sie den p-Wert zu der Aussage ab! **(1 Punkt)**

Der t-Test

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 22 - Der t-Test](#)

61 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment mit zwei Pestiziden (*RoundUp* und *GoneEx*) ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Trockengewicht (*drymatter*) von Weizen.

| pesticide | drymatter |
|-----------|-----------|
| GoneEx | 19 |
| GoneEx | 18 |
| GoneEx | 19 |
| RoundUp | 19 |
| RoundUp | 17 |
| RoundUp | 17 |
| RoundUp | 16 |
| GoneEx | 16 |
| GoneEx | 13 |
| RoundUp | 16 |
| RoundUp | 22 |
| GoneEx | 17 |
| RoundUp | 17 |
| GoneEx | 18 |

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines Student t-Tests für den Vergleich der beiden Pestizide! **(5 Punkte)**
4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 2.04$ und dem berechneten T_{calc} eine Aussage zur Nullhypothese! **(2 Punkte)**
5. Wenn Sie keinen Unterschied zwischen den beiden Pestiziden erwarten würden, wie große wäre dann die Teststatistik T_{calc} ? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

62 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment mit zwei Futtermitteln (*FatDown* und *ProGain*) an Puten ergibt sich die folgende Datentabelle mit dem gemessenen Gewichtszunahmen nach fünf Wochen Mast.

| feed | weight |
|---------|--------|
| FatDown | 19 |
| FatDown | 19 |
| ProGain | 22 |
| ProGain | 24 |
| ProGain | 21 |
| ProGain | 20 |
| FatDown | 17 |
| FatDown | 21 |
| FatDown | 20 |
| FatDown | 25 |
| ProGain | 20 |

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines Welch t-Tests für den Vergleich der beiden Futtermittel! **(4 Punkte)**
4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=1\%} = 2.72$ und dem berechneten T_{calc} eine Aussage zur Nullhypothese! **(1 Punkt)**
5. Berechnen Sie das 99% Konfidentintervall! **(3 Punkte)**
6. Nennen Sie statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! **(1 Punkt)**

63 Aufgabe

(11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Gewicht von Küken wurde *vor* der Behandlung mit STARTex und 1 Woche *nach* der Behandlung gemessen. Es ergibt sich die folgende Datentabelle.

| animal_id | before | after |
|-----------|--------|-------|
| 1 | 11 | 29 |
| 2 | 23 | 21 |
| 3 | 10 | 26 |
| 4 | 19 | 26 |
| 5 | 23 | 24 |
| 6 | 19 | 24 |
| 7 | 13 | 28 |
| 8 | 19 | 27 |
| 9 | 11 | 22 |

1. Formulieren Sie die Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_{calc} eines gepaarten t-Tests für den Vergleich der beiden Zeitpunkte! **(4 Punkte)**
4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 2.04$ und dem berechneten T_{calc} eine Aussage zur Nullhypothese! **(2 Punkte)**
5. Schätzen Sie den p -Werte aus Ihrem berechneten T_{calc} ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! **(2 Punkte)**

64 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: drymatter by Fe  
## t = -3.198, df = 8, p-value = 0.01265  
## alternative hypothesis: true difference in means between group high and group low is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
## -5.1632236 -0.8367764  
## sample estimates:  
## mean in group ctrl mean in group trt1  
## 18.8 21.8
```

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_{calc} , $Pr(D|H_0)$, $A = 0.95$, sowie $T_{\alpha=5\%} = |2.31|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung entsprechend! **(2 Punkte)**

65 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: drymatter by Fe  
## t = -2.922, df = 8, p-value = 0.01923  
## alternative hypothesis: true difference in means between group high and group low is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
## -10.377288 -1.222712  
## sample estimates:  
## mean in group ctrl mean in group trt1  
## 13.2 19.0
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! **(2 Punkte)**
4. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! **(2 Punkte)**

66 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##
##  Welch t-Test
##
## data:  freshmatter by N
## t = -1.1841, df = 14, p-value = 0.2561
## alternative hypothesis: true difference in means between group high and group low is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -6.336682  1.828745
## sample estimates:
## mean in group high mean in group trt2
##           15.88889           18.14286
```

1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie die sich ergebenden Boxplots! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**

67 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `t.test()`.

```
##  
## Paired t-test  
##  
## data: drymatter by Fe  
## t = -0.17782, df = 4, p-value = 0.8675  
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
## -6.645459 5.845459  
## sample estimates:  
## mean difference  
## -0.4
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(2 Punkte)**
2. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Skizzieren Sie den sich ergebenden Datensatz mit $n = 4$ Beobachtungen! Die Daten müssen *nicht* die Mittelwertsdifferenz d erfüllen! **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

Die ANOVA

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

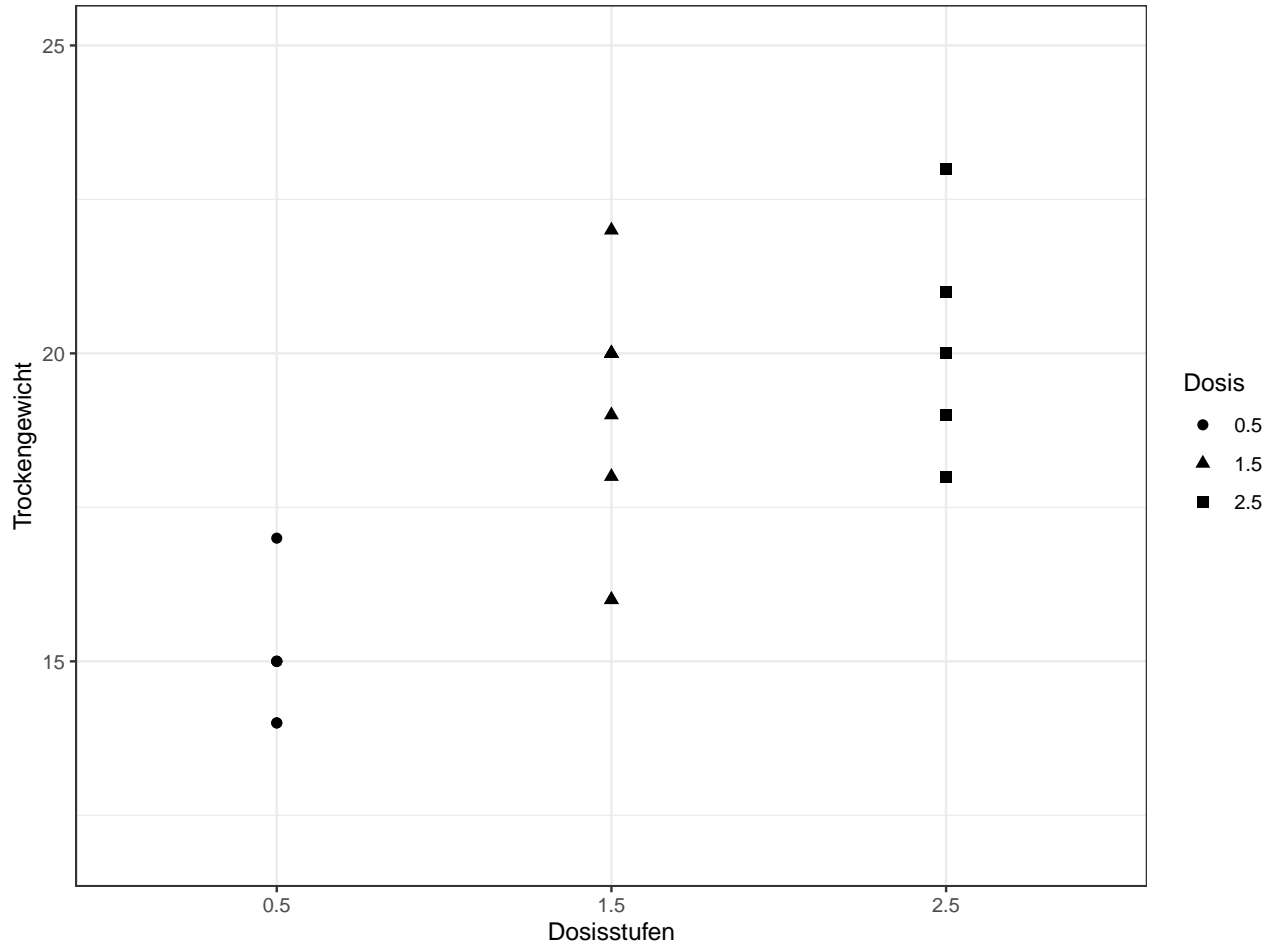
- [Kapitel 23 - Die ANOVA](#)

68 Aufgabe

(8 Punkte)



In einem Experiment wurde der Ertrag von Erbsen unter drei verschiedenen Pestizid-Dosen 0.5 g/l, 1.5 g/l und 2.5 g/l gemessen. Unten stehenden sehen Sie die Visualisierung des Datensatzes.



- Zeichnen Sie folgende statistischen Masszahlen in die Abbildung ein! Beschriften Sie die statistischen Maßzahlen! **(6 Punkte)**
 - Total (grand) mean: β_0
 - Mittelwerte der Dosen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$
 - Effekt der einzelnen Level der Dosen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$, und $\beta_{2.5}$
 - Residuen oder Fehler: ϵ
- Liegt ein *vermutlicher* signifikanter Unterschied zwischen den Dosisstufen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

69 Aufgabe

(13 Punkte)



Der Datensatz `plant_growth_tbl` enthält das Gewicht der Kohlköpfe (*weight*), die unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen erzielt wurden – dem Faktor *group* mit den Faktorstufen *ctrl*, *trt1*, *trt2*.

1. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus mit den gegebenen Informationen von Df und Sum Sq! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von $F_{\alpha=5\%} = 3.49$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| group | 2 | 3.5 | | | |
| Residuals | 20 | 23.37 | | | |

3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich auf den obigen Fragetext bei Ihrer Antwort! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie *einen* Student t-Test mit für den *vermutlich* signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%} = 2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! **(3 Punkte)**


| group | n | mean | sd |
|-------|---|-------|------|
| ctrl | 7 | 18.71 | 0.95 |
| trt1 | 7 | 19.57 | 0.98 |
| trt2 | 9 | 19.56 | 1.24 |

5. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

70 Aufgabe

(9 Punkte)



Der Datensatz *crop_tbl* enthält das Trockengewicht der Maispflanzen (*drymatter*), die unter drei verschiedenen Düngerbedingungen erzielt wurden. Die Düngerbedingungen sind in dem Faktor *trt* mit den Faktorstufen *ctrl*, *mid* und *high* codiert. Sie erhalten folgenden Output in .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: drymatter
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## trt         2 134.012   67.006   34.489 3.292e-07
## Residuals  20  38.857    1.943
```

1. Stellen Sie die statistische H_0 und H_A Hypothese für die obige einfaktorielle ANOVA auf! **(2 Punkte)**
2. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! **(2 Punkt)**
3. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? **(2 Punkte)**
4. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(3 Punkte)**

71 Aufgabe

(6 Punkte)



Sie haben ein Experiment mit drei Behandlungen (A, B und C) und vier Blöcken (I, II, III und IV) durchgeführt. Insgesamt haben Sie die Wuchshöhe von zwölf Sonnenblumen bestimmt. Im Folgenden sehen Sie die Wuchshöhen in [cm] aus dem Experiment.

| ## | [1] | 119 | 109 | 132 | 95 | 98 | 86 | 147 | 126 | 151 | 161 | 144 | 142 |
|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

Erstellen Sie vier Zeichnungen des experimentellen Designs und beachten Sie folgende Angaben zu der Quelle der erklärten Varianz.

1. Ordnen Sie die Pflanzen so in den vier Blöcken und drei Behandlungen an,
 - (1) dass die Blöcke *kaum* Varianz erklären. **(1 Punkt)**
 - (2) dass die Blöcke *viel* Varianz erklären. **(1 Punkt)**
 - (3) dass die Behandlungen *kaum* Varianz erklären. **(1 Punkt)**
 - (4) dass die Behandlungen *viel* Varianz erklären. **(1 Punkt)**
2. Wenn Sie ein geplantes Experiment durchführen, wie viel Varianz soll dann von den Blöcken und den Behandlungen jeweils erklärt werden? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

72 Aufgabe

(12 Punkte)



Der Datensatz *tooth_tbl* enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Meerschweinchen. Der Versuch wurde an verschiedenen Schweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von 3 Vitamin-C-Dosen *dose* über eine von 3 Verabreichungsmethoden *supp* erhielt. Die Zahnlänge wurde als normalverteiltes Outcome gemessen.

1. Füllen Sie die unterstehende zweifaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus mit den gegebenen Informationen von Df und Sum Sq! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit der Information von den kritischen F-Werten mit $F_{supp} = 4.09$ und $F_{dose} = 3.24$ sowie $F_{supp:dose} = 3.24$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**


| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| supp | 1 | 45.45 | | | |
| dose | 2 | 415.45 | | | |
| supp:dose | 2 | 31.24 | | | |
| Residuals | 39 | 572.63 | | | |

3. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA im Bezug auf die möglichen Unterschiede zwischen den Gruppen? Beziehen Sie sich dabei einmal auf den Faktor *supp* und einmal auf den Faktor *dose*! **(2 Punkte)**
4. Was sagt der Term *supp:dose* aus? Interpretieren Sie das Ergebnis des abgeschätzten p-Wertes! **(2 Punkte)**

73 Aufgabe

(8 Punkte)



Der Datensatz *pig_gain_weight_tbl* enthält Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung vom Vitamin Selen auf das Wachstum bei Mastschweinen. Der Versuch wurde an 45 Mastschweinen durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Selen-Dosen *dose* (0.5 ng/Tag, 1 ng/Tag und 5 ng/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden *form* erhielt (Wasser oder Festnahrung). Sie erhalten folgenden Output in .

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: gain
##      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## dose      2 330.58  165.290  14.2076 0.0001984
## form      1  77.78   77.780   6.6856 0.0186532
## dose:form  2  27.22   13.611   1.1699 0.3329118
## Residuals 18 209.41   11.634
```

1. Stellen Sie die statistische H_0 und H_A Hypothese für die obige zweifaktorielle ANOVA für den Faktor *form* auf! **(2 Punkte)**
2. Interpretieren Sie das Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA. Gehen Sie im besonderen auf den Term *dose : form* ein! **(2 Punkte)**
3. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(4 Punkte)**

74 Aufgabe

(8 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik F_{calc} und in dem Student t-Test die T-Statistik T_{calc} .

$$F_{calc} = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad T_{calc} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$$

1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der F_{calc} Statistik und T_{calc} Statistik! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante F_{calc} Statistik sowie eine signifikante F_{calc} Statistik anhand von $MS_{treatment}$ und MS_{error} ! Beschriften Sie die Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! **(2 Punkte)**
4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

75 Aufgabe

(6 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren f_1 und f_2 . Der Faktor f_1 hat drei Level. Der Faktor f_2 hat dagegen nur zwei Level.

1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine mittlere und eine keine Interaktion zwischen den Faktoren f_1 und f_2 ! **(2 Punkte)**
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! **(2 Punkte)**
3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? **(2 Punkte)**

76 Aufgabe

(7 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor f_1 mit drei Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit $F_{calc} = 1.2$. Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem dritten und ersten Level geben müsste. Die IQR-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie die Berechnung von F_{calc} am obigen Beispiel! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! **(3 Punkte)**

Der χ^2 -Test & Der diagnostische Test

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 28 - Der \$\chi^2\$ -Test](#)
- [Kapitel 29 - Der diagnostische Test](#)

77 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einem Experiment ergibt sich die folgende 2x2 Datentabelle mit einem Pestizid (ja/nein), dargestellt in den Zeilen. Im Weiteren mit dem infizierten Pflanzenstatus (ja/nein) in den Spalten. Insgesamt wurden $n = 114$ Pflanzen untersucht.

| | Erkrankt (ja) | Erkrankt (nein) | |
|-----------------|---------------|-----------------|--|
| Pestizid (ja) | 38 | 11 | |
| Pestizid (nein) | 27 | 38 | |
| | | | |

1. Ergänzen Sie die Tabelle um die Randsummen! **(1 Punkt)**
2. Formulieren Sie die Fragestellung! **(1 Punkt)**
3. Formulieren Sie das Hypothesenpaar! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test auf der 2x2 Tafel. Geben Sie Formeln und Rechenweg mit an! **(4 Punkte)**
5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\chi^2_{\alpha=5\%} = 3.841$! **(1 Punkt)**
6. Skizzieren Sie eine 2x2 Tabelle mit $n = 26$ Pflanzen in dem *vermutlich* die Nullhypothese nicht abgelehnt werden kann! **(1 Punkt)**

78 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Gegeben sind folgende Randsummen in einer 2x2 Kreuztabelle aus einem Experiment mit $n = 135$ Sauen. In dem Experiment wurde gemessen, ob eine Sau nach einer Behandlung mit einem Medikament (ja/nein) mehr als 30 Ferkel pro Jahr bekommen konnte (ja/nein).

| | >30 Ferkel (ja) | ≤30 Ferkel (nein) | |
|-------------------|-----------------|-------------------|-----|
| Medikament (ja) | | | 54 |
| Medikament (nein) | | | 81 |
| | 77 | 58 | 135 |

1. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle in dem Sinne, dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
2. Erklären und Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests mit

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}.$$

Sie können dies an einem Beispiel erklären! **(2 Punkte)**

3. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des „normalen“ Chi-Quadrat-Tests anwenden? **(2 Punkte)**
4. Warum hat die obige Vierfeldertafel einen Freiheitsgrad von $df = 1$? **(1 Punkt)**

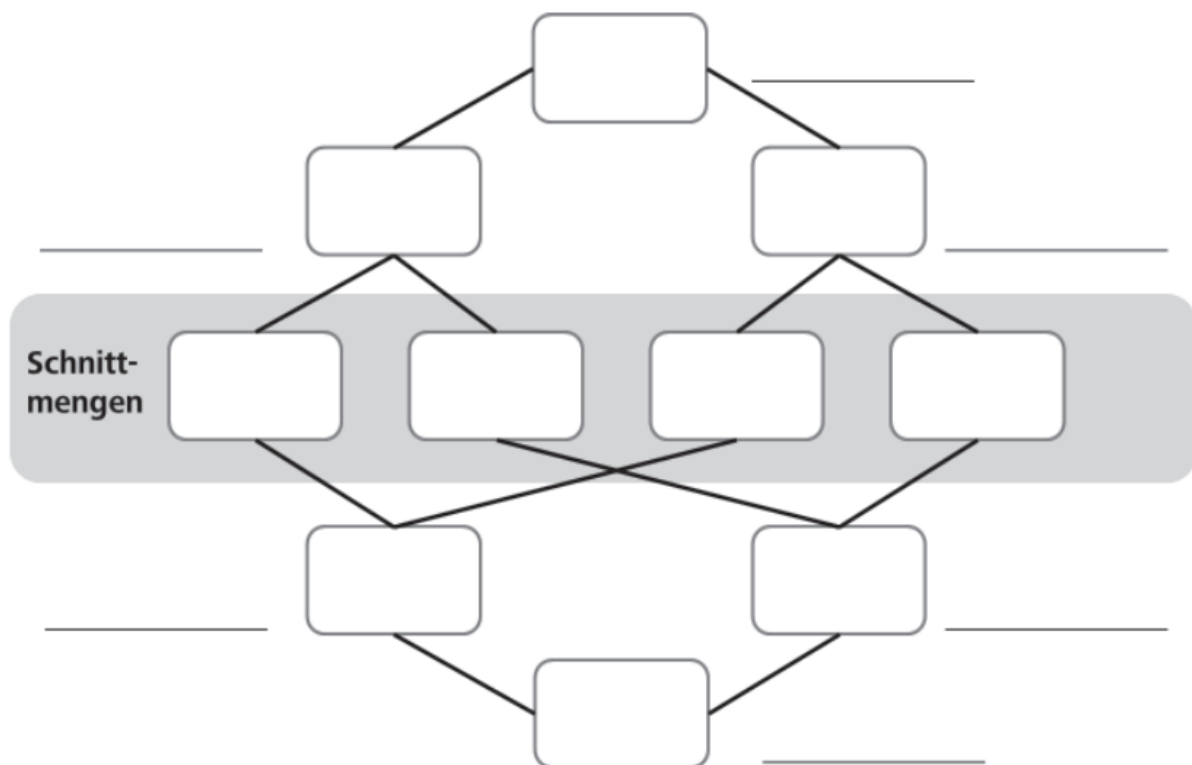
79 Aufgabe

(11 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 4% angenommen. In 85% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 2000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! **(8 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! **(2 Punkte)**
3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? **(1 Punkt)**



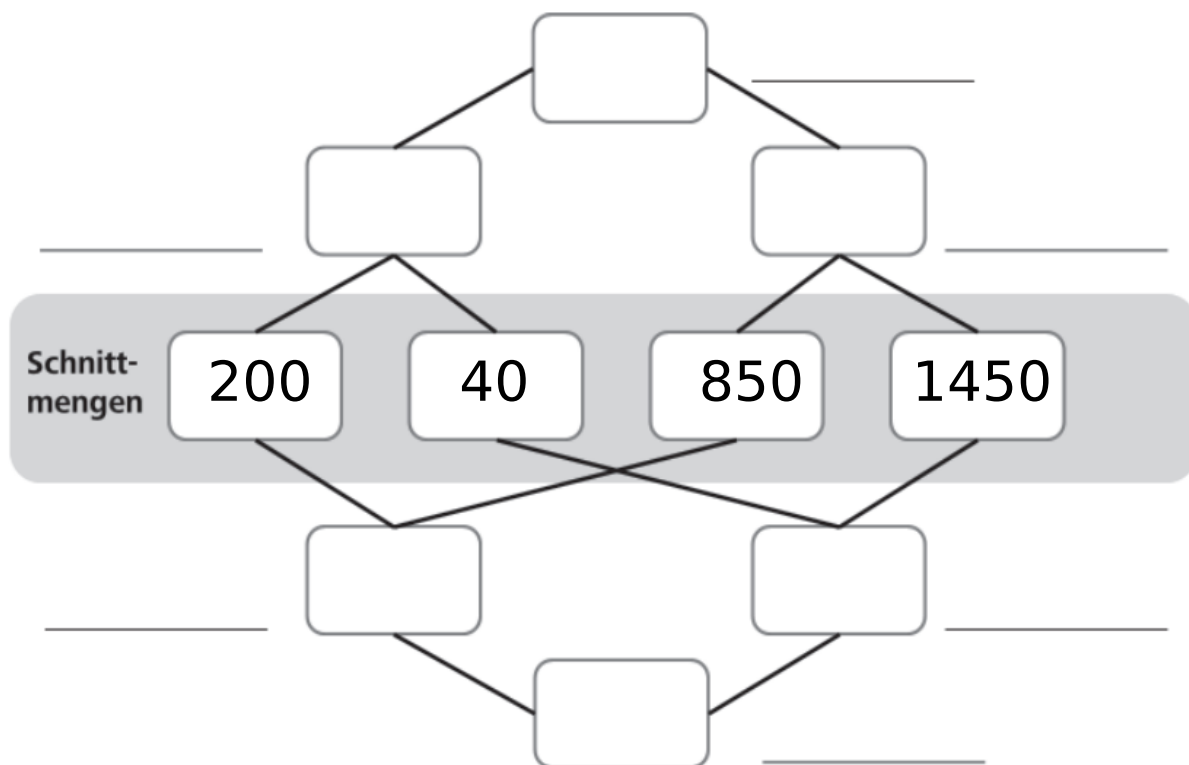
80 Aufgabe

(12 Punkte)



Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! **(4 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! **(2 Punkte)**
4. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! **(4 Punkte)**



81 Aufgabe

(10 Punkte)



Beim diagnostischen Testen erhalten Sie *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)*. Erklären Sie den Zusammenhang wie folgt.

1. Tragen Sie *TP*, *TN*, *FP* und *FN* in eine 2x2 Kreuztabelle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! **(2 Punkte)**
2. Visualisieren Sie *TP*, *TN*, *FP* und *FN* in einer Abbildung. Beschriften Sie die Abbildung und die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
3. Erklären Sie an einem numerischen Beispiel und der Abbildung die Berechnung der Prävalenz! **(2 Punkte)**
4. Erklären Sie an einem Schaubild den Unterschied zwischen Inzidenz und Prävalenz! **(2 Punkte)**

Simple linear Regression

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 32 - Simple lineare Regression](#)
- [Kapitel 33 - Maßzahlen der Modelgüte](#)
- [Kapitel 34 - Korrelation](#)

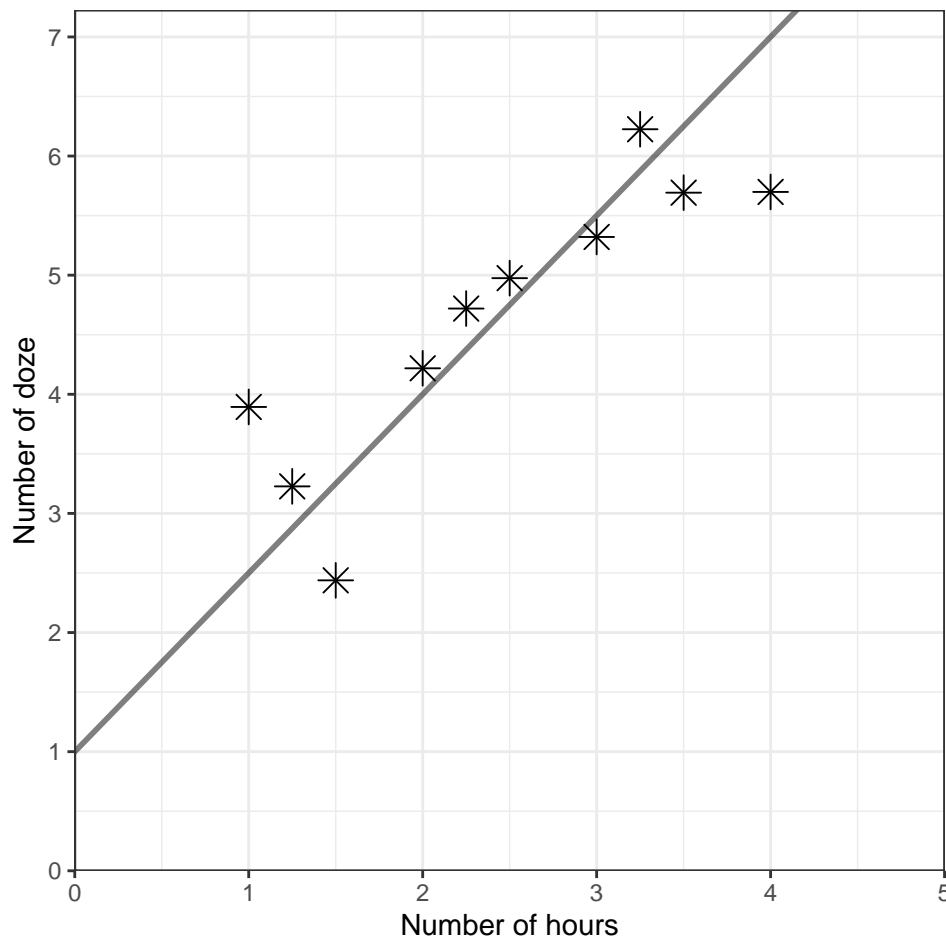
82 Aufgabe

(7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einer Studie zur „Arbeitssicherheit auf dem Feld“ wurde gemessen wie viele Stunden auf einem Feld gefahren wurden und wie oft der Fahrer dabei drohte einzunicken. Es ergab sich folgende Abbildung.




1. Erstellen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung in der Form $y \sim \beta_0 + \beta_1 \cdot x$! **(2 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Gerade mit den Parametern der linearen Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**
3. Liegt ein Zusammenhang zwischen der Anzahl an gefahrenen Runden und der Müdigkeit vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Gerade aussehen? **(1 Punkt)**

83 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Stallexperiment mit $n = 40$ Ferkeln wurde der Gewichtszuwachs unter bestimmten Lichtverhältnissen gemessen. Sie erhalten den  Output der Funktion `tidy()` einer simplen Gaussian linearen Regression sieben Wochen nach der ersten Messung.

| term | estimate | std.error | t statistic | p-value |
|-------------|----------|-----------|-------------|---------|
| (Intercept) | 22.89 | 2.06 | | |
| light | 0.67 | 0.20 | | |

1. Berechnen Sie die t Statistik für *(Intercept)* und *light*! **(2 Punkte)**
2. Schätzen Sie den p-Wert für *(Intercept)* und *light* mit $T_{\alpha=5\%} = 1.96$ ab. Was sagt Ihnen der p-Wert aus? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
3. Zeichnen Sie die Gerade aus der obigen Tabelle in ein Koordinatenkreuz! **(1 Punkt)**
4. Beschriften Sie die Abbildung und die Gerade mit den statistischen Kenngrößen! **(2 Punkte)**
5. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! **(2 Punkte)**


84 Aufgabe

(6 Punkte)



Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion `lm()` nach einem Experiment mit zwei Behandlungen (A und B) sowie dem Ertragsgewicht von Weizen.

```
##
## Call:
## lm(formula = weight ~ trt, data = data_tbl)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.2857 -1.7714  0.0571  1.4786  5.7143
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    14.286      1.046   13.654  8.6e-08
## trtB             3.314      1.621    2.045  0.0681
##
## Residual standard error: 2.768 on 10 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2948, Adjusted R-squared:  0.2243
## F-statistic: 4.181 on 1 and 10 DF, p-value: 0.06811
```

1. Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome *rsp* erfüllt? Begründen Sie die Antwort! **(2 Punkte)**
2. Wie groß ist der Effekt des *Trt*? Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Schreiben Sie das Ergebnis der  Ausgabe in einen Satz nieder, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! **(2 Punkte)**

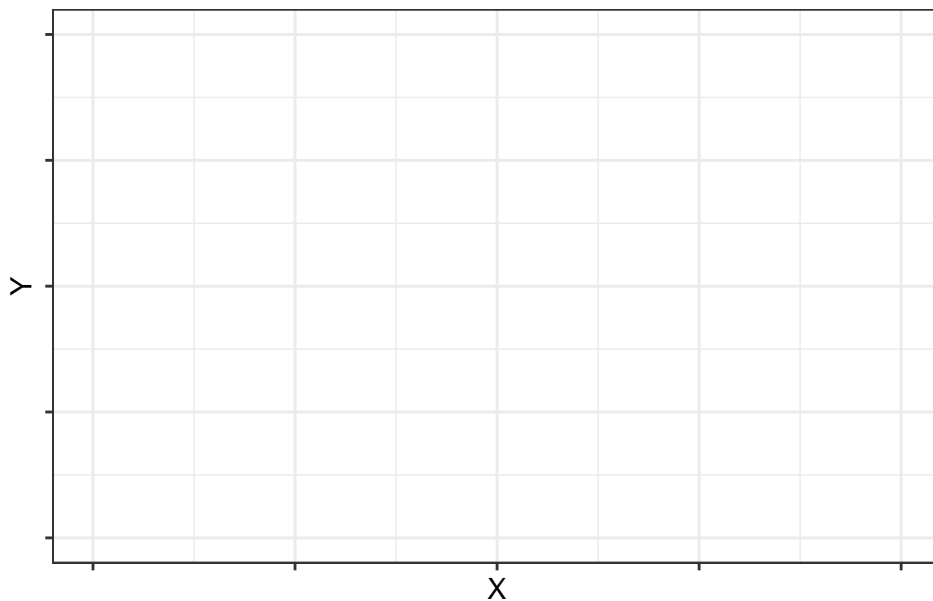
85 Aufgabe

(8 Punkte)

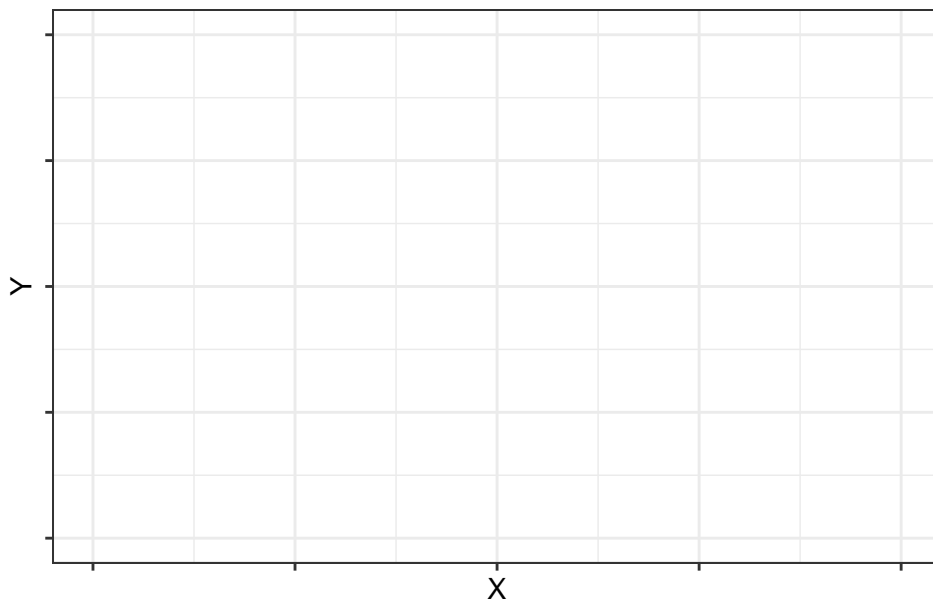


1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen ein kausales und ein prädiktives Modell mit $n = 5$ Beobachtungen! **(4 Punkte)**
2. Beachten Sie bei der Erstellung der Skizze, ob ein Effekt von X vorliegt oder nicht! **(2 Punkte)**
3. Beschriften Sie die Abbildung mit „Trainingsdaten“ und „Testdaten“! **(2 Punkte)**

Causal model with no effect of X



Predictive model with no effect of X



86 Aufgabe

(9 Punkte)

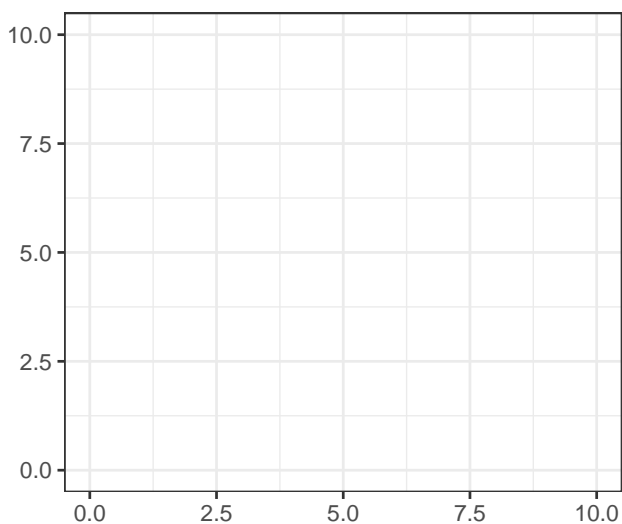


Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

1. Zeichnen Sie für die angegebene ρ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie für die angegebenen R^2 -Werte die entsprechende Punktwolke um die Gerade. **(3 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R^2 -Werte über das jeweilige Modell? **(3 Punkte)**

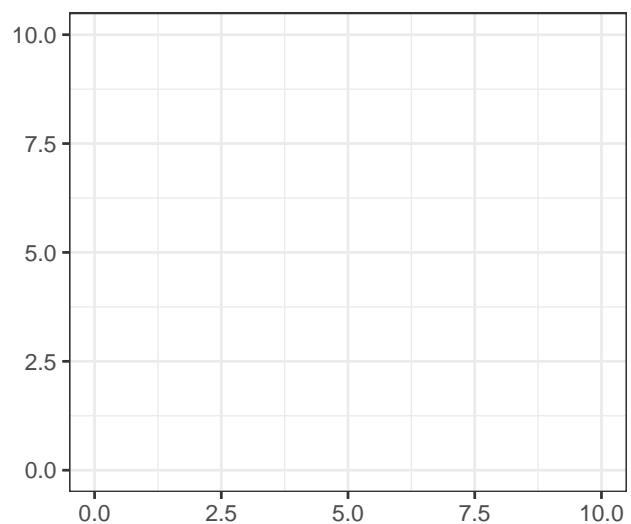
Pearsons $\rho = 0$

$R^2 = 0.75$



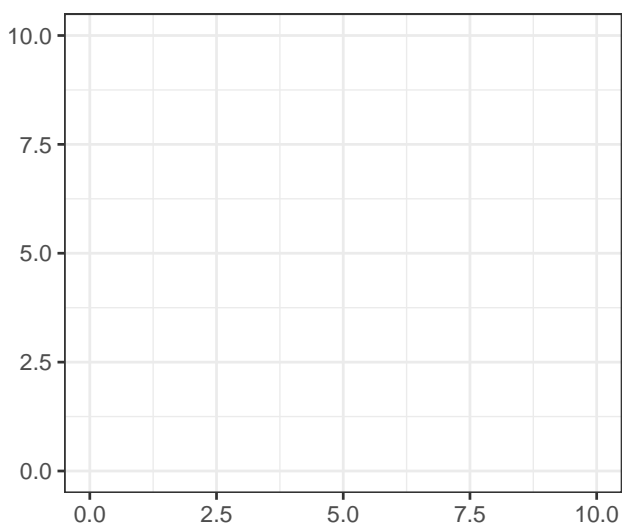
Pearsons $\rho = -0.75$

$R^2 = 0.25$



Pearsons $\rho = 0.5$

$R^2 = 0.5$



87 Aufgabe

(9 Punkte)

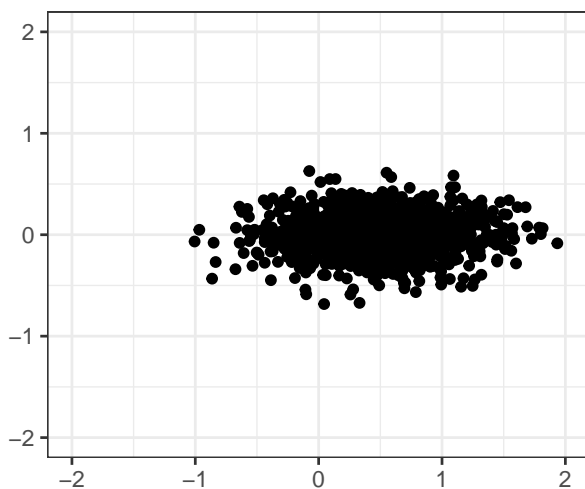


Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

1. Schätzen Sie die ρ -Werte in der entsprechenden Abbildung! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie die R^2 -Werte in der entsprechenden Punktwolke um die Gerade! **(4 Punkte)**
3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R^2 -Werte über das jeweilige Modell? **(1 Punkt)**

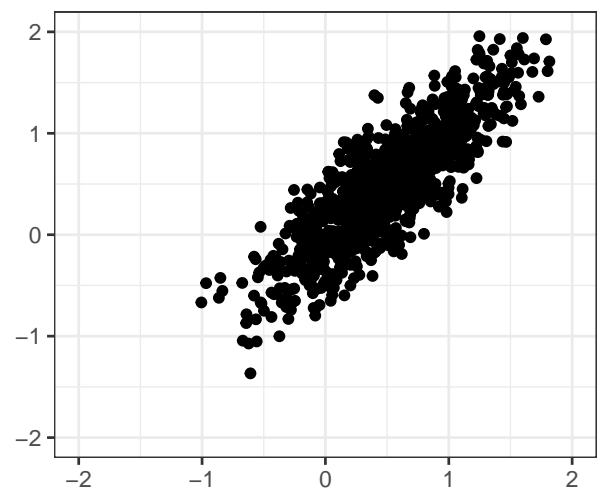
Pearsons $\rho =$

$R^2 =$



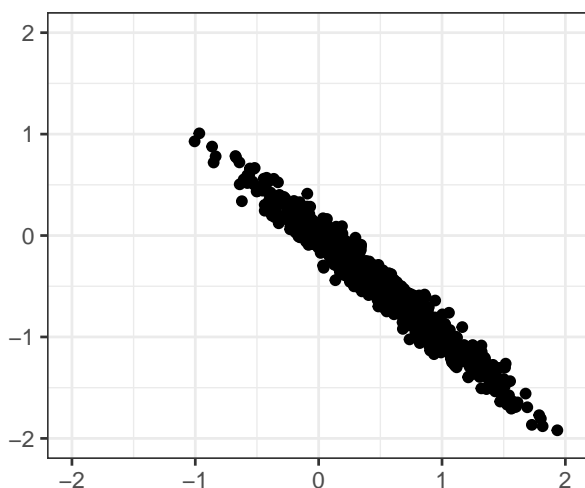
Pearsons $\rho =$

$R^2 =$



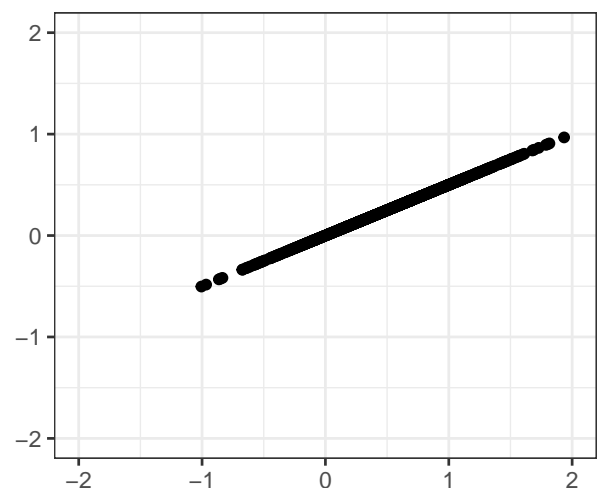
Pearsons $\rho =$

$R^2 =$



Pearsons $\rho =$

$R^2 =$



88 Aufgabe

(12 Punkte)



Sie erhalten folgende  Ausgabe der Funktion `cor.test()`.

```
##  
## Pearson's correlation  
##  
## data: height and food  
## t = 1.1775, df = 8, p-value = 0.2728  
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
## -0.3235875 0.8164061  
## sample estimates:  
## cor  
## 0.384345
```

1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! **(1 Punkt)**
2. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! Erklären Sie *eine* der Eigenschaften an einem Beispiel! **(3 Punkte)**
3. Sind die Variablen `height` and `food` normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
5. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! **(3 Punkte)**

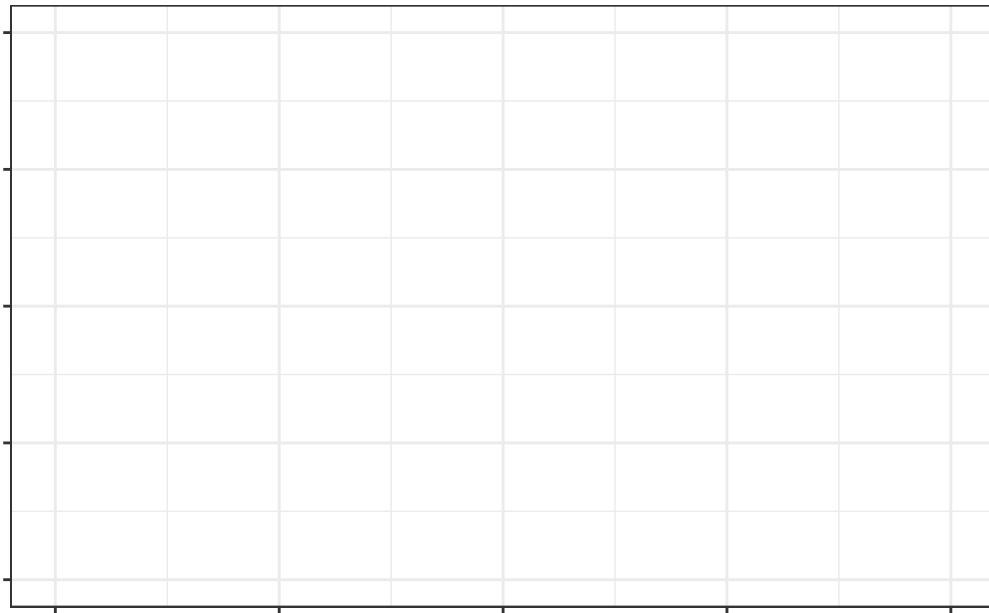
89 Aufgabe

(6 Punkte)

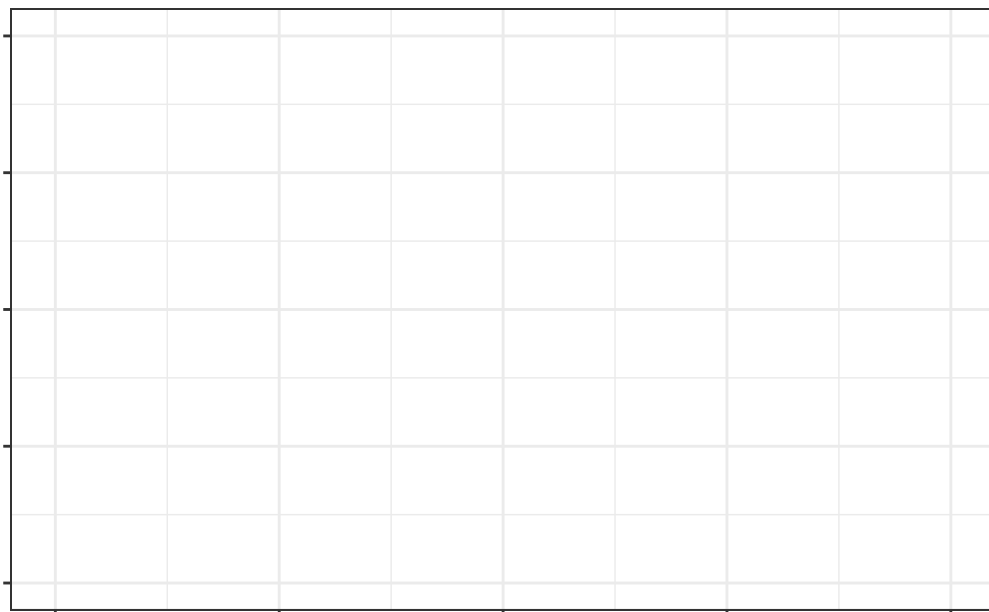


1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Abbildung, die sich nach der Überschrift ergibt! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(2 Punkte)**

Residual plot with 2 outlier fullfiling the normality assumption.



Residual plot violating the normality assumption.



90 Aufgabe

(7 Punkte)



1. Skizzieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Abbildung, die sich nach der Überschrift ergibt! **(4 Punkte)**
2. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(3 Punkte)**

QQ plot fullfiling the normality assumption.



QQ plot violating the normality assumption.



91 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m^2 (*drymatter*) und Wassergabe l/m^2 (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

| .id | drymatter | water | .fitted | .resid |
|-----|-----------|-------|---------|--------|
| 1 | 28.8 | 10.2 | 24.8 | |
| 2 | 17.3 | 6.0 | 19.3 | |
| 3 | 28.6 | 14.4 | 30.4 | |
| 4 | 25.4 | 11.5 | 26.5 | |
| 5 | 21.2 | 7.6 | 21.4 | |
| 6 | 21.7 | 7.2 | 20.9 | |
| 7 | 30.3 | 12.5 | 27.9 | |
| 8 | 23.3 | 11.7 | 26.8 | |
| 9 | 21.1 | 6.3 | 19.7 | |
| 10 | 29.4 | 11.7 | 26.8 | |
| 11 | 13.6 | 2.5 | 14.7 | |
| 12 | 15.7 | 3.4 | 15.9 | |
| 13 | 29.9 | 15.2 | 31.3 | |

1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte `.resid` in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! **(4 Punkte)**
2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

Multiple lineare Regression

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

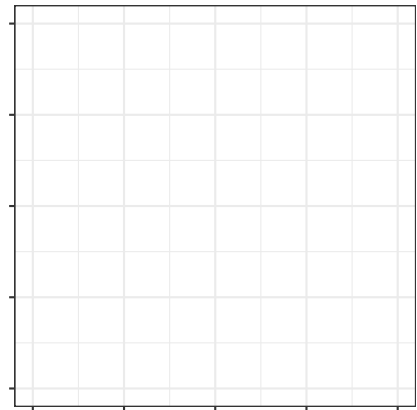
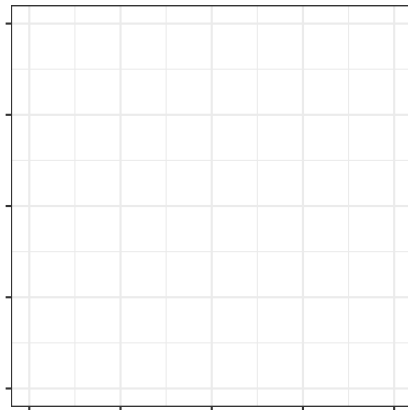
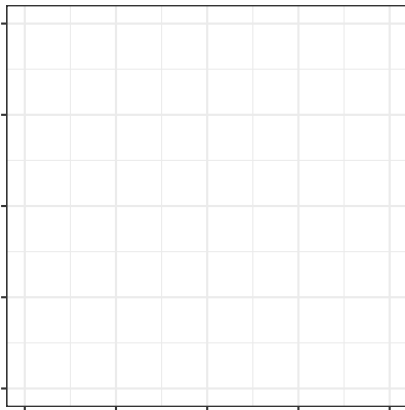
- [Kapitel 35 - Multiple lineare Regression](#)
- [Kapitel 40 - Gaussian Regression](#)
- [Kapitel 41 - Poisson Regression](#)
- [Kapitel 43 - Logistische Regression](#)
- [Kapitel 44 - Lineare gemischte Modelle](#)

92 Aufgabe

(12 Punkte)



1. Zeichnen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbildungen die Zeile des Regressionskreuzes der Binomialverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! **(6 Punkte)**
2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! **(2 Punkte)**
3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**
4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen *Zahlenraum* nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! **(2 Punkte)**





93 Aufgabe

(9 Punkte)



Ein Feldexperiment wurde mit $n = 200$ Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen (x) wurden erhoben: N, variety und region. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality_score und dead.

1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie *Gaussian* gehört! **(1 Punkt)**
2. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in  in der Funktion `glm()` üblich ist *ohne Interaktionsterm*! **(3 Punkte)**
3. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in  üblich ist und ergänzen Sie *einen* Interaktionsterm nach Wahl! **(1 Punkt)**
4. Zeichnen Sie eine *starke* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**




94 Aufgabe

(9 Punkte)



Maispflanzen sollen auf die ertragssteigernde Wirkung von verschiedenen Einflussfaktoren untersucht werden. Gemessen wurde als Outcome die Trockenmasse in kg/m^2 . Dafür wurde für jede Maispflanze gemessen wieviel Wasser (l/m^2) die Pflanze erhalten hat oder ob die Pflanze ein neuartiges Lichtregime (0 = alt, 1 = neu) erhalten hatte. Zusätzlich wurde die Anzahl an Nematoden im Boden bestimmt sowie der Eisen- und Phosphorgehalt ($\mu\text{g/kg}$) des Bodens. Es ergibt sich folgender Auszug aus den Daten.

| water | light | P | Fe | drymatter | nematodes |
|-------|-------|-------|--------|-----------|-----------|
| 10.41 | 0 | 9.94 | 97.01 | 69.41 | 13 |
| 11.60 | 0 | 9.65 | 102.88 | 73.99 | 8 |
| 9.66 | 0 | 10.61 | 103.47 | 73.55 | 13 |
| 8.67 | 1 | 11.74 | 103.59 | 72.45 | 11 |

Sie rechnen nun eine Gaussian lineare Regression auf den Daten und erhalten folgenden  Output.

```
##
## Call:
## lm(formula = reformulate(response = "drymatter", termlabels = wanted_vec),
##     data = data_tbl)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -6.1448 -1.3031  0.4065  1.4023  4.9429
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  3.62260     6.92338   0.523   0.602
## Fe           0.65679     0.06750   9.730 5.13e-16
## light        -0.11698     0.47141  -0.248   0.805
## water         0.05869     0.14559   0.403   0.688
##
## Residual standard error: 2.135 on 97 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4975, Adjusted R-squared:  0.482
## F-statistic: 32.02 on 3 and 97 DF, p-value: 1.798e-14
```

1. Sind die Residuals approximativ Normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
2. Welche der Einflussfaktoren sind signifikant? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die Spalte *estimate* im Bezug auf den Ertrag in Trockenmasse der Maispflanzen! **(3 Punkte)**


95 Aufgabe

(10 Punkte)




In verschiedenen Flüssen (*stream*) wurde die Anzahl an Knochenhechten (*longnose*) gezählt. Daneben wurden noch andere Eigenschaften der entsprechenden Flüsse gemessen. Es ergibt sich folgender Auszug aus den Daten.

| stream | longnose | temp | maxdepth | do2 | so4 |
|-------------------|----------|------|----------|-----|-------|
| SOUTH_BR_PATAPSCO | 26 | 18.6 | 60 | 7.9 | 8.84 |
| LIBERTY_RES | 12 | 20.2 | 62 | 8.3 | 5.82 |
| BASIN_RUN | 13 | 15.3 | 80 | 9.6 | 16.75 |

Sie rechnen nun eine Poisson lineare Regression auf den Daten und erhalten folgenden  Output.

```
##
## Call:
## glm(formula = reformulate(response = "longnose", termlabels = wanted_vec),
##      family = quasipoisson, data = data_tbl)
##
## Deviance Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -10.083   -3.795   -1.369    1.642   12.768
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -2.402245   1.596195  -1.505   0.1387
## temp         0.152310   0.044300   3.438   0.0012
## maxdepth     0.017143   0.003785   4.529 3.81e-05
## do2          0.224665   0.115584   1.944   0.0577
## so4         -0.028804   0.024656  -1.168   0.2484
##
## (Dispersion parameter for quasipoisson family taken to be 28.09398)
##
##      Null deviance: 2175.3  on 53  degrees of freedom
## Residual deviance: 1290.9  on 49  degrees of freedom
## AIC: NA
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

1. Erklären Sie warum eine Quasipoisson-Regression gerechnet wurde! **(2 Punkte)**
2. Erklären Sie den Effekt der alternativen Verwendung einer Poisson-Regression auf den obigen  Output! **(2 Punkte)**
3. Können Sie die *Estimate* der einzelnen Einflussvariablen direkt interpretieren? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Interpretieren Sie den Effekt von *do2* auf die Anzahl an Knochenhechten! Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**

96 Aufgabe

(10 Punkte)




Auf einer Erdbeerplantage treten unerwartet häufig infizierte Erdbeerpflanzen auf. In einem Versuch sollen verschiedene Einflussfaktoren auf den Infektionsstatus betrachtet werden. Dafür wurde für jede Erdbeerpflanze gemessen, wieviel Wasser die Pflanze erhalten hat oder ob die Pflanze ein neuartiges Lichtregime erhalten hatte. Zusätzlich wurde die Anzahl an Nematoden im Boden bestimmt. Es ergibt sich folgender Auszug aus den Daten.

| | infected | water | light | nematodes |
|---|----------|-------|-------|-----------|
| 1 | | 9.42 | 0 | 1 |
| 0 | | 10.76 | 0 | 2 |
| 1 | | 11.66 | 1 | 0 |
| 1 | | 11.88 | 0 | 2 |

Sie rechnen nun eine logistische lineare Regression auf den Daten und erhalten folgenden  Output.

```
## # A tibble: 3 x 4
##   term          std.error statistic p.value
##   <chr>          <dbl>      <dbl>   <dbl>
## 1 (Intercept)    1.90        0.526   0.599
## 2 water          0.184       -0.557   0.577
## 3 nematodes      0.180       -0.484   0.628
```

1. Die Spalte *estimate* wurde gelöscht. Berechnen Sie die Werte der Spalte *estimate* aus den  Output! **(2 Punkte)**
2. Welche Einflussfaktoren sind protektiv, welche ein Risiko? Berechnen Sie hierfür zunächst das OR aus der Spalte *estimate*! **(4 Punkte)**
3. Interpretieren Sie die Spalte *estimate* im Bezug auf den Infektionsstatus der Erdbeerpflanzen! **(2 Punkte)**
4. Was ist der Unterschied zwischen einem OR und einem RR? Geben Sie ein numerisches Beispiel! **(2 Punkte)**

97 Aufgabe

(11 Punkte)



In einem Experiment zur Steigerung der Milchleistung (*gain*) in *dl/h* von Kühen wurden zwei Arten von Musik in den Ställen gespielt. Zum einen ruhige Musik (*calm*) und eher flotte Musik (*pop*). Die Messungen wurden an jeder Kuh (*subject*) wiederholt durchgeführt. Darüber hinaus wurden verschiedene Ställe (*barn*) mit der Musik bespielt.

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: gain ~ attitude + (1 | subject) + (1 | barn)
## Data: data_tbl
##
## REML criterion at convergence: 794.2
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.0432 -0.6138 -0.0671  0.6167  3.3100
##
## Random effects:
## Groups      Name                Variance Std.Dev.
## barn      (Intercept)          180.9    13.45
## subject   (Intercept)      4062.3    63.74
## Residual                    660.3    25.70
## Number of obs: 83, groups: barn, 7; subject, 6
##
## Fixed effects:
##              Estimate Std. Error t value
## (Intercept)  202.994     26.807    7.572
## attitudepop  -21.097      5.646   -3.737
##
## Correlation of Fixed Effects:
##              (Intr)
## attitudepop -0.104
```

1. Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome *gain* erfüllt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
2. Wie groß ist der Effekt der Musikart *attitude*? Liegt ein signifikanter Effekt vor? Schätzen Sie den p-Wert mit einem kritischen t-Wert von $T_k = 1.96$ ab. Begründen und visualisieren Sie Ihre Antwort und Entscheidung! **(3 Punkte)**
3. Was ist der Unterschied zwischen einem „random“ und „fixed“ Effekt. Gehen Sie in der Begründung Ihrer Antwort auf dieses konkrete Beispiel ein! **(3 Punkte)**
4. Wie groß ist die Varianz, die durch die zufälligen Effekte erklärt wird? **(1 Punkt)**
5. Schreiben Sie das Ergebnis der  Ausgabe in einen Satz nieder, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! **(2 Punkte)**

Nicht parametrische Tests

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 25 - Der Wilcoxon-Mann-Whitney-Test](#)
- [Kapitel 26 - Der Kruskal-Wallis-Test](#)

98 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

| Vorher | Nachher | Differenz | Vorzeichen | Rang | Positiv Rang | Negativ Rang |
|--------|---------|-----------|------------|------|--------------|--------------|
| 5 | 12 | | | | | |
| 11 | 14 | | | | | |
| 9 | 12 | | | | | |
| 10 | 14 | | | | | |
| 7 | 13 | | | | | |
| 8 | 11 | | | | | |
| 12 | 12 | | | | | |
| 8 | 10 | | | | | |
| 7 | 11 | | | | | |
| 10 | 14 | | | | | |
| 13 | 10 | | | | | |
| 12 | 12 | | | | | |
| 11 | 14 | | | | | |
| 11 | 15 | | | | | |
| 9 | 12 | | | | | |

1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! **(4 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die Teststatistik W mit $W = \min(T_-; T_+)$ und berechnen Sie den erwarteten

$$\text{Wert } \mu_W = \frac{n!_0 \cdot (n!_0 + 1)}{4}! \quad \textbf{(2 Punkte)}$$

3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit $z = \frac{W - \mu_W}{14.309}$! **(2 Punkte)**
4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von $z_{\alpha=5\%} = 1.96$ ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! **(2 Punkte)**

99 Aufgabe

(8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittlere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

| Treatment | Count |
|------------|-------|
| RootsGoneX | 13.8 |
| Kontrolle | 6.4 |
| Kontrolle | 8.2 |
| RootsGoneX | 13.8 |
| Kontrolle | 8.9 |
| RootsGoneX | 14.3 |
| Kontrolle | 5.1 |
| RootsGoneX | 15.1 |
| Kontrolle | 6.8 |
| Kontrolle | 5.1 |

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür U_c mit $U_c = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$! **(4 Punkte)**

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von U_c durch $z = \frac{U_c - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$ und dem kritischen Wert von $z_{\alpha=5\%} = 1.96$. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! **(2 Punkte)**

100 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanillepflanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosphatlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

| Treatment | Count | Rang Kontrolle | Rang Dosis 20 | Rang Dosis 40 |
|-----------|-------|----------------|---------------|---------------|
| Kontrolle | 8.1 | | | |
| Dosis 20 | 12.0 | | | |
| Kontrolle | 8.9 | | | |
| Dosis 40 | 16.7 | | | |
| Dosis 20 | 12.4 | | | |
| Dosis 40 | 11.2 | | | |
| Kontrolle | 9.2 | | | |
| Kontrolle | 8.5 | | | |
| Dosis 40 | 13.9 | | | |
| Dosis 20 | 11.5 | | | |
| Dosis 40 | 12.6 | | | |
| Dosis 40 | 13.7 | | | |
| Dosis 20 | 10.9 | | | |
| Kontrolle | 5.7 | | | |
| Dosis 20 | 12.1 | | | |

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- Bestimmen Sie hierfür H_c mit $H_c = \frac{12}{n(n+1)} \left(\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) - 3(n+1)$! **(6 Punkte)**
- Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von H_c durch den kritischen Wert von $H_{\alpha=5\%} = 5.99$! **(1 Punkt)**
- Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? **(1 Punkt)**
- Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? **(1 Punkt)**
- Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! **(1 Punkt)**

Multiple Gruppenvergleiche

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- [Kapitel 20.3 Adjustierung für multiple Vergleiche](#)
- [Kapitel 31.7 Compact letter display](#)

101 Aufgabe

(8 Punkte)



In einem Experiment zur Dosiswirkung wurden verschiedene Dosisstufen mit einer Kontrollgruppe verglichen. Es wurden vier t-Test für den Mittelwertsvergleich gerechnet und es ergab sich folgende Tabelle mit den rohen p-Werten.


| Vergleich | Raw p-val | Adjusted p-val | Reject H_0 |
|----------------|-----------|----------------|--------------|
| dose 10 - ctrl | 0.060 | | |
| dose 15 - ctrl | 0.012 | | |
| dose 20 - ctrl | 0.001 | | |
| dose 40 - ctrl | 0.340 | | |

1. Füllen Sie die Spalte „adjustierte p-Werte“ mit den adjustierten p-Werten nach Bonferoni aus! **(4 Punkte)**
2. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese weiter abgelehnt werden kann. Tragen Sie Ihre Entscheidung in die obige Tabelle ein. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie warum die p-Werte bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! **(2 Punkte)**

102 Aufgabe

(9 Punkte)



In einem Experiment mit vier Dosisstufen (ctrl, low, mid und high) erhalten Sie folgende Matrix als  Ausgabe mit den rohen, unadjustierten p -Werten.

```
##          ctrl          high          low          mid
## ctrl 1.00e+00 0.0000561 0.0000036 0.0000003
## high 5.61e-05 1.0000000 0.3530948 0.0830381
## low  3.60e-06 0.3530948 1.0000000 0.4032972
## mid  3.00e-07 0.0830381 0.4032972 1.0000000
```

Im Weiteren erhalten Sie folgende Informationen über die Fallzahl n , den Mittelwert $mean$ und die Standardabweichung sd in den jeweiligen Dosisstufen.


| trt | n | mean | sd |
|------|---|-------|------|
| ctrl | 9 | 12.87 | 2.29 |
| high | 9 | 8.63 | 1.36 |
| low | 9 | 7.76 | 1.49 |
| mid | 9 | 6.99 | 2.40 |

1. Zeichnen Sie in eine Abbildung, die sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
2. Adjustieren Sie die rohen p -Werte nach Bonferroni. Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
3. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu der Abbildung! **(2 Punkte)**
4. Interpretieren Sie das *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**

103 Aufgabe

(8 Punkte)



In einem Experiment mit fünf Dosisstufen (A, B, C, D und E) erhalten Sie folgendes *Compact letter display (CLD)* als  Ausgabe aus den rohen, unadjustierten p -Werten.

```
##   A   B   C   D   E
## "a" "a" "b" "a" "a"
```

1. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen p -Werten, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
2. Zeichnen Sie eine Abbildung, der sich ergebenden Barplots! **(2 Punkte)**
3. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu der Abbildung! **(1 Punkt)**
4. Erklären Sie *einen* Vorteil und *einen* Nachteil des *Compact letter display (CLD)*! **(2 Punkte)**

R Programmierung

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den folgenden Kapiteln aus dem Skript Bio Data Science.

- **Kapitel 9ff. Programmieren in R**

In der Klausur zu dem Modul **Mathematik & Statistik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Statistik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Angewandte Statistik für Bioverfahrenstechnik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Angewandte Statistik und Versuchswesen** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

In der Klausur zu dem Modul **Biostatistik** wird *eine Aufgabe* aus den folgenden Aufgaben zur R Programmierung ausgewählt.

104 Aufgabe

(8 Punkte)



Bearbeiten Sie folgenden Aufgaben mit Bezug zu  !

1. Erklären Sie den Pipe-Operator am Beispiel der Berechnung des Mittelwertes mit der Funktion `mean` und den Zahlen 7, 11, 10, 9 und 12! **(2 Punkte)**
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen einer Funktion und einem Objekt in R an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie den Vorteil der Verwendung der Funktion `p_load()` an einem Beispiel. Was ist das alternative Vorgehen zu der Verwendung der Funktion? **(2 Punkte)**
4. Erklären Sie die Verwendung des Operators `::` am Beispiel der Funktion `select()` und `p_load()`! **(2 Punkte)**

105 Aufgabe

(8 Punkte)



Bearbeiten Sie folgenden Aufgaben mit Bezug zu  !

1. Erklären Sie den Pfeil-Operator am Beispiel eines Zahlenvektors mit der Funktion `c()` und den Zahlen 10, 15, 15, 7 und 8! **(2 Punkte)**
2. Erklären Sie den Nutzen des R Paketes `conflicted` am Beispiel der Funktion `select()`! **(2 Punkte)**
3. Erklären Sie den Unterschied zwischen einer `library` und einem `package` in R an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
4. Erklären Sie den Unterschied zwischen `"mean"`, `mean` und `mean()`! **(2 Punkte)**

106 Aufgabe

(10 Punkte)



Sie wollen eine explorative Datenanalyse auf dem folgenden, in R schon geladenen, Datensatz `leaf_tbl` durchführen.

```
leaf_tbl

## # A tibble: 10 x 3
##   treatment block  leaf
##   <dbl> <int> <dbl>
## 1       1     1     12
## 2       1     2      6
## 3       1     3     10
## 4       1     4     10
## 5       1     5     12
## 6       2     1     10
## 7       2     2     12
## 8       2     3     11
## 9       2     4     11
## 10      2     5     12
```

1. Welche R Pakete benötigen Sie für die explorative Datenanalyse? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie den R Code für die Erstellung eines Boxplots unter der Verwendung des Pipe-Operators! **(4 Punkte)**
3. Nehmen Sie an, dass Sie die Funktion `as_factor()` verwenden. Wozu benötigen Sie die Funktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
4. Erläutern Sie Ihr weiteres Vorgehen nachdem Sie eine explorative Datenanalyse durchgeführt haben! **(2 Punkte)**

107 Aufgabe

(8 Punkte)



Sie wollen einen multiplen, paarweisen Gruppenvergleich auf dem folgenden, in R schon geladenen, Datensatz `leaf_tbl` durchführen.

```
leaf_tbl


## # A tibble: 25 x 3
##   treatment block  leaf
##   <fct>      <fct> <dbl>
## 1 1      1      1      14
## 2 1      2      2       9
## 3 1      3      3      11
## 4 1      4      4      10
## 5 1      5      5      12
## 6 2      1      1      13
## 7 2      2      2       8
## 8 2      3      3      10
## 9 2      4      4      12
## 10 2     5      5       5
## # ... with 15 more rows
```






1. Welche R Pakete benötigen Sie für den multiplen Vergleich? **(2 Punkte)**
2. Skizzieren Sie den R Code für die Erstellung einer Berechnung eines multiplen Vergleiches unter der Verwendung des Pipe-Operators! Nutzen Sie hierfür folgende Funktionen in der passenden Reihenfolge: `emmeans()`, `cld()`, `lm()`, `anova()`, `ggplot()`! **(4 Punkte)**
3. Erklären Sie den Unterschied zwischen der Funktion `contrast()` und `cld()`! **(2 Punkte)**

108 Aufgabe

(9 Punkte)



Sie wollen einen Datensatz aus Excel in  laden. In Ihrem Experiment haben Sie die Dünger A bis D sowie die Blöcke I bis IV vorliegen. Sie messen die Outcomes pigs, P und drymatter an vier verschiedenen Messterminen.

1. Welches  Paket benötigen Sie für das Einlesen einer Excel Datei? **(1 Punkt)**
2. Skizzieren Sie den sich ergebenden Datensatz als Datentabelle im Long-Format, so dass Sie die Daten erfolgreich  laden können! **(3 Punkte)**
3. Skizzieren Sie den  Code, den Sie benötigen um die Daten aus Excel in  zu laden! Nutzen Sie hierfür die Funktion `pivot_longer()` aus dem  Paket `tidyr`! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Anwendung der Funktion `mutate()`! Begründen Sie die Anwendung! **(2 Punkte)**

Mathematik

Mehr Informationen zu den Aufgaben in den [Skript Mathematik](#) und den entsprechenden Kapiteln.

In der Klausur zu dem Modul **Mathematik & Statistik** werden *zwei bis drei Aufgaben* aus den folgenden Aufgaben zur Mathematik ausgewählt.

109 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verrät sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 0.9mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 10.5m in Bruthöhe hatte.

1. Wie groß war der Durchmesser der Eiche im Jahr 1805 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(3 Punkte)**
2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! **(2 Punkte)**

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm , eine Breite von 85cm sowie eine Länge von 230cm .

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! **(2 Punkte)**

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mühsam* um die eigene Achse drehen konnte.

4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in cm ! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(3 Punkte)**
5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 10cm bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

110 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 80 Sonnenblumen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Radius von 5cm und eine Höhe von 8cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 280 EUR.

1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf *einem* Tisch im Gewächshaus! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die benötigten Töpfe, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! **(1 Punkt)**
3. Welche Fläche in m^2 gegeben der Anzahl an Töpfen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? **(3 Punkte)**
4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf und die Kosten für Ihre Pflanzung! Gehen Sie von einem Zylinder aus! **(2 Punkte)**
5. Nach dem Befüllen der Töpfe haben Sie noch Torf übrig. Erklären Sie den Sachstand! Wie gehen Sie zukünftig vor? **(2 Punkte)**

111 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nelken von den Molukken In der Ausstellung „Europa und das Meer“ im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 50 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 65 Tagen zu beklagen; nach 115 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 218 Mann.

1. Stellen Sie den Verlauf der Skorbuterkrankung auf einem Schiff der Flotte dar! Beschriften Sie die Achsen! **(4 Punkte)**
2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 100 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! **(1 Punkt)**

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht „[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war.“ Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skorbut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält $6000\mu\text{g}/100\text{g}$ Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 105mg pro Tag für Männer.

3. Berechnen Sie die notwendige Menge an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 18 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! **(2 Punkte)**

112 Aufgabe

(12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Event Horizon – Am Rande des Universums Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{28} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 3000 m kollabiert, wird die Sonne 45% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Gravitationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} gegeben.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- m_f , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s , gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s , gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G , gleich der Gravitationskonstante mit $6.674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! **(2 Punkte)**
2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! **(2 Punkte)**
3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! **(2 Punkte)**
4. Die Lichtgeschwindigkeit ist mit $2.9e + 08 \text{ m/s}$ angegeben. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar! **(2 Punkte)**
6. Erklären Sie in diesem Zusammenhang den Begriff *Ereignishorizont*! **(2 Punkte)**

113 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Fermi Paradoxon Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: „Where is everybody?“. Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt *drei* Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $6.2587 \times 10^4 \text{ km/h}$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 1000 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum *drei* Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 7.81 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 2×10^{11} Sterne in der Milchstraße. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt $2.9 \times 10^8 \text{ m/s}$.

1. Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer jedes Schrittes! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation benötigt, um die ganze Milchstraße zu besuchen! **(3 Punkte)**
3. Bei einem vermuteten Alter der Erde von 4.5×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 1.2×10^8 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! **(2 Punkte)**
4. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde die Menschheit schon von der Außerirdischen besucht, wenn wir von einem Zivilisationsbeginn der Menschheit von vor 1.2×10^4 Jahren ausgehen? **(1 Punkt)**
5. Skizzieren Sie in einer Abbildung den Zusammenhang zwischen Zeit t und Raum r . Ergänzen Sie den Geschwindigkeitsvektor \vec{v}_t und \vec{v}_r einer ruhenden Sonde, einer mit 50% Lichtgeschwindigkeit und mit 99% Lichtgeschwindigkeit fliegender Sonde! **(1 Punkt)**
6. Warum ist die Lichtgeschwindigkeit die maximale mögliche Geschwindigkeit? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Abbildung! **(1 Punkt)**

114 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Höhlen & Drachen Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 7 vierseitige Würfel ($7d4$) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 4 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *genau* 6 Erfolge zu erzielen! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! **(1 Punkt)**

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei achtseitigen Würfeln ($2d8$) als Schaden oder das Schwert mit einem zwölfseitigen Würfel plus 4 ($1d12+4$) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! **(1 Punkt)**

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A , der Rettungswurf ist erfolgreich, ist $Pr(A) = 0.7$, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B , der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist $Pr(B) = 0.7$. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgreichen Zauber funktioniert hat.

4. Erstellen Sie eine 2×2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einem $\Omega = 100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B ! **(2 Punkte)**
5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! **(1 Punkt)**
6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2×2 Kreuztabelle! **(2 Punkte)**
7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit $Pr(A|B)$, dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! **(1 Punkt)**

115 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Schweinestall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Schweinestall hat eine Höhe h_v von $5m$. Die hintere Seite des Schweinestall hat eine Höhe h_b von $8m$. Der Schweinestall hat eine Tiefe t von $14m$ und eine Breite b von $50m$.

1. Skizzieren Sie den Schweinestall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_v , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Schweinestall! **(3 Punkte)**

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von $1m$. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal $10t$ aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 10% ein. In flüssiger Form hat Methan bei $-80^\circ C$ eine Dichte von $220kg/m^3$. Bei $-100^\circ C$ hat Methan eine Dichte von $290kg/m^3$. Sie betreiben Ihre Anlage bei $-95^\circ C$.

3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! **(2 Punkte)**
5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} für den gefüllten Methantank mit dem Radius r , bevor das Fundament wegbricht! **(2 Punkte)**

116 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Pyramiden bauen Es stehen die niedersächsischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 71 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 53 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge einer Pyramide beträgt 40 Königsellen. Eine Königselle misst 52.2cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

1. Die Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge von 40 Königsellen haben. Wie hoch wird die Königspyramide sein? **(1 Punkt)**
2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 4cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! **(2 Punkte)**

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 4 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 90% aus. In eine Schubkarre passen 90 Liter.

3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? **(1 Punkt)**
4. Berechnen Sie die Länge der Rampe mit einem Anstellwinkel von 9° ! **(2 Punkte)**
5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die niedersächsische Landschaft? **(2 Punkte)**

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Chefredakteur*) mit, das die Pyramide zu steil sei und somit nicht in die niedersächsische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 5° ändert! **(2 Punkte)**

117 Aufgabe





(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



1. Ergänzen Sie die logischen Operatoren in  in die untenstehende Tabelle! (2 Punkte)

| Ausdruck | Operator |
|-----------------|----------|
| GROESSER | |
| GROESSER GLEICH | |
| UND | |
| NICHT | |

2. Visualisieren Sie folgende logische Aussagen zu der Menge A und der Menge B als Mengendiagramme bzw. Venndiagramme! (2 Punkte)
- A tritt nicht ein
 - A tritt ein oder B tritt ein
 - A tritt ein und B tritt ein
 - Entweder A tritt ein oder B tritt ein oder keins von beiden
3. Ergänzen Sie zu den Venndiagrammen die mathematische Notation! (2 Punkte)
4. Erstellen Sie die numeric  Ausgabe für die Suche nach der Zeichenfolge CC in folgenden DNA Sequenzen! (2 Punkte)
- ACTGGTAA
 - ATGTGTAT
 - ATATACAC
 - ACACACAC
5. Geben ist das  Objekt A beinhaltend die Zahl 12. Erklären Sie den Unterschied zwischen dem Ausdruck $A == 12$ und dem Ausdruck $A != 12$ in ! Wie lautet die Ausgabe von  in beiden Fällen? (2 Punkte)

118 Aufgabe

(10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben den Vektor $A = \{8, 8, 6\}$ und den Vektor $B = \{3, 3, -5\}$ gegeben.

1. Addieren Sie die Vektoren A und B ! **(1 Punkt)**
2. Transponieren Sie den Vektor A ! **(1 Punkt)**
3. Multiplizieren Sie den Vektor B mit 10! **(1 Punkt)**
4. Erstellen Sie eine Diagonalmatrix mit $m \times n$ Dimensionen! Legen Sie m und n vorher sinnvoll fest! **(1 Punkt)**
5. Übersetzen Sie folgendes lineares Gleichungssystem bestehend aus drei Gleichungen in die Matrixschreibweise! **(2 Punkte)**

```
## [1] "4x1 + 6x2 + 9x3 = 2"
## [1] "5x1 + 8x2 + 10x3 = 3"
## [1] "2x1 + 6x2 + 10x3 = 3"
```

6. Multiplizieren Sie folgende gegebene Matrix mit dem Vektor A ! **(2 Punkte)**

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    6    2    5
## [2,]    4    1    6
## [3,]    8    6    6
## [4,]    6    5    6
```

7. Skizzieren Sie den entsprechenden  Code für die Matrixmultiplikation! **(2 Punkte)**

