Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 72 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 92 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
88.0 - 92.0	1,0
83.5 - 87.5	1,3
78.5 - 83.0	1,7
74.0 - 78.0	2,0
69.5 - 73.5	2,3
65.0 - 69.0	2,7
60.5 - 64.5	3,0
55.5 - 60.0	3,3
51.0 - 55.0	3,7
46.0 - 50.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	В	С	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

• Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	11	10	9	12	10	10	10

• Es sind ____ von 72 Punkten erreicht worden.

Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Textvarianten. Die Semeantik mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

ANOVA

1. Aufgabe (2 Punkte)

Aus einem Feldversuch ergibt sich die Notwendigkeit der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA. Es ergibt sich ein $\eta^2 = 0.78$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- **B** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.
- **C** \square Das η^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **D** \square Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- **E** \square Das η^2 wird genutzt um zu erfahren welchen Anteil der Varianz die Behandlungsbedingungen erklären.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Erbsen zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.25$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **B** \square Es werden 25% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.
- **C** \square Es werden 25% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- **D** \square Mit dem η^2 lässt sich auf die Qualität der Randomisierung und damit der Strukturgleichheit zwischen der Grundgesamtheit und der Stichprobe schließen. Es gilt dabei die Regel, dass ein η^2 -Wert von 1 zu bevorzugen ist.
- **E** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 25% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 75%.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- **A** □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 0 annähert kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **B** □ Wenn die F-Statistik kleiner als der kritische Wert ist kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist der Quotient der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- C □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

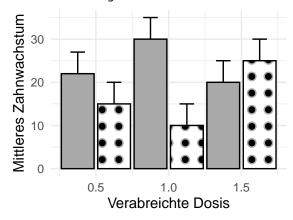
- **D** □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.
- **E** □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik indem den Mittelwertsunterschied der Gruppen simultan durch die Standardabweichung der Gruppen teilt. Wenn die T-Statistik höher als 1.96 ist, kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

Viele statistische Verfahren nutzen eine Teststatistik um eine Aussage über den Zusammenhang zwischen der Grundgesamthat und der Stichprobe abzubilden. Ein statistisches Testwerkzeug ist hierbei die ANOVA. Die ANOVA rechnet dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz über alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, muss ein Posthoc-Test angeschlossen werden.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsguppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein PosthocTest ausgeschlossen werden.
- **C** □ ... den Unterschied zwischen mehreren Varianzen aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **D** □ ... den Unterschied zwischen der Mittelwerte und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

5. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Schweine entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde an 73 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Welche Aussage ist im Bezug auf eine zweifaktorielle ANOVA richtig?



- **A** \square Eine positive Interaktion liegt vor ($\rho \le -0.5$)
- **B** \square Keine Interaktion liegt vor $(p \le 0.05)$.
- **C** \square Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$)
- **D** \square Das Bestimmtheitsmaß R^2 ist klein.
- **E** \square Eine negative Interaktion liegt vor ($\rho \ge 0.5$).

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

6. Aufgabe (2 Punkte)
Wie lautet der Mittelwert und Standardabweichung von y mit 11, 7, 9, 9 und 15.
A □ Sie erhalten 10.2 +/- 3.03
B □ Es ergibt sich 11.2 +/- 1.515
C □ Es berechnet sich 10.2 +/- 9.2
D □ Es berechnet sich 11.2 +/- 9.2
E □ Sie erhalten 10.2 +/- 1.74
7. Aufgabe (2 Punkte)
Wie lautet der Median, das 1^{st} Quartile sowie das 3^{rd} Quartile von y mit 10, 22, 34, 22, 25, 32 und 51.
A □ Es ergibt sich 25 +/- 22
B □ Es berechnet sich 26 [23; 33]
C □ Es berechnet sich 28 [23; 35]
D ☐ Sie erhalten 25 [20; 32]
E □ Es ergibt sich 25 [22; 34]
8. Aufgabe (2 Punkte)
Die empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für die Visualisierung mit einem Boxplot sind
A □ Die opimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein können.
B □ Die untere Grenze liegt bei einer Beobachtung.
${f C} \; \square \;$ Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
D □ Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen.
E □ 1 Beobachtung.
9. Aufgabe (2 Punkte)
Die Varianz ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehen um die Varianz zu berechnen?
${\bf A} \ \square$ Den Median berechen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.
B □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl.
C □ Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die absoluten Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
D □ Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
E □ Als erstes berechnen wir den Mittelwert. Dann bilden wir die Summe der quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Abschließend teilen wir durch die Fallzahl. Nicht zu vergessen, am Ende dann noch die

Wurzel zu ziehen.

Der Barplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Barplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

- **A** □ Durch die Abbildung des Barplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.
- **B** □ Durch die Abbildung des Barplot erhalten wir die Informationen über die Mittelwerte und die Varianz.
- **C** □ Den Median und die Quartile.
- **D** □ Den Median und die Standardabweichung.
- **E** □ Der Barplot stellt die Mittelwerte und die Standardabweichung dar.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Der Mittelwert \bar{y} und der Median \tilde{y} unterscheiden sich in Ihren Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Erbsen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- **B** □ Der Mittelwert und der Median sollten sich unterscheiden sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.
- C □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor. Wir untersuchen den Datensatz nach auffälligen Beobachtungen.
- D □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.
- **E** □ Da sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, ist der Datensatz nicht zu verwenden. Mittelwert und Median müssen gleich sein.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen eine ANOVA im Anschluss an Ihr Feldexperiment rechnen. Dafür muss Ihr gemessener Endpunkt die Annahme einer Varianzhomogenität genügen. Zur Überprüfung können Sie folgende Visualisierung nutzen. Welche entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität kommt zur Anwendung?

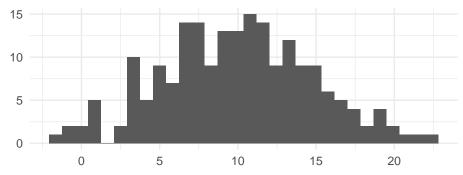
- **A** □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.
- **B** □ Nach dem Einlesen der Daten nutzen wir einen Barplot um zu schauen, ob alle Mittelwerte über alle Behandlungen in etwa gleich groß sind. Damit ist dann auch die Varianz in allen Behandlungen in etwa gleich.
- C □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Boxplot und schauen, ob die Box und damit das IQR für jede Behandlung gleich groß ist.
- **D** □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Dotplot und schauen, ob die Dots und damit die Varianz für jede Behandlung gleich groß sind.
- **E** □ Einen Boxplot. Der Median, dargestellt als Linie, muss in der Mitte des IQR, dargestellt durch die Box, liegen.

Nach der Durchführung Ihres Feldexperiments wollen Sie eine ANOVA rechnen. Dafür muss aber Ihr Messwert zumindestens approximativ einer Normalverteilung folgen. Welche der drei Abbildungen erlaubt Ihnen abzuschätzen, ob Sie eine Normalverteilung in Ihrem Endpunkt vorliegen haben?

- **A** □ Densityplot, Boxplot, Violinplot
- **B** □ Boxplot, Violinplot, Mosaicplot
- C ☐ Histogramm, Scatterplot, Boxplot
- **D** □ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- **E** □ Scatterplot, Mosaicplot, Boxplot

14. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben n = 183 Pflanzen geerntet und wollen sich nun die Verteilung der Pflanzen einmal in einem Histogramm anschauen. Welche Verteilung ist dargestellt?



- A □ Eine Standardnormalverteilung.
- **B** □ Wir haben eine Poisson-Verteilung vorliegen.
- **C** □ Wir haben eine Gammaverteilung vorliegen.
- **D** □ Es handelt sich um eine Normalverteilung.
- **E** □ Eine multivariate Normalverteilung.

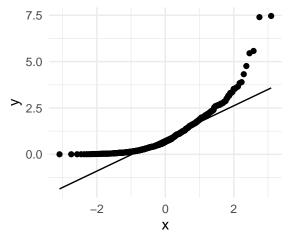
Lineare Regression & Korrelation

15. Aufgabe (2 Punkte)

Im Allgemeinen gibt es zwei mögliche Ziele für ein Regressionsmodell. Wir können eine Vorhersagemodell oder ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist für ein prädiktives Modell richtig?

- **A** □ Ein prädiktives Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- **B** □ Wenn ein prädiktives Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von X auf Y zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen X auf den gemessenen Endpunkt Y aus?
- $\mathbf{C} \square$ Ein prädiktives Modell schliesst grundsätzlich lineare Modell aus. Es muss ein Graph gefunden werden, der alle Punkte beinhaltet. Erst dann kann das R^2 berechnet werden.
- **D** □ Wenn ein prädiktives Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Traingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 2/3 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- **E** □ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Modellieren des Trainingsmodells benötigt. Der Testdatensatz dient rein zur Visualisierung. Dies gilt vor allem für ein prädiktives Modell.

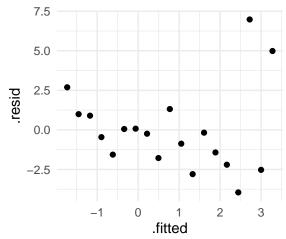
Nach einer Regressions sollten die Residuen normalverteilt sein. Was bei einer simplen Regression noch relativ einfach visuell in einem Scatterplot zu überprüfen ist. Für komplexere Modell liefert der QQ-Plot die notwendigen Informationen über die Normalverteilung. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Wir betrachten die Gerade. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig um die Gerade verteilt liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Dies ist hier nicht der Fall. Wir haben keine normalverteilten Residuen vorliegen.
- **B** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- C □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade in dem IQR, also dem ersten und dritten Quartile. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt.
- **D** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden.

17. Aufgabe (2 Punkte)

Nach der Modellierung einer Regression stellt sich die Frage, ob die Residuen (.resid) gleichmäßig um die gefitte Gerade liegen. Sie können folgende Abbildung für die visuelle Überprüfung der Residuen nutzen. Welche Aussage ist richtig?



A □ Wir betrachten die Nulllinie und alle Punkte sollten ohne Muster gleichmäßig um die Nulllinie liegen. Da dies der Fal ist, gehen wir von keinen Ausreißern aus.

- **B** □ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem positiven Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.
- C □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Ein klares Muster ist zu erkennen und/oder einige Outlier sind zu beobachten.
- D □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Diagonalen. Damit ist das Modell erfolgreich geschätzt worden.

Welche Aussage über den Korrelationskoeffizienten ρ ist richtig?

- **A** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.
- **B** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen -1 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos.
- **C** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- ${f D}$ ${f \Box}$ Der Korrelationskoeffizienten ho liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ho als standardisierte Steigung zu verstehen, wenn eine Standardisierung durchgeführt wurde. Diese Adjustierung nach Fischer muss am Anschluß der Berechnung der Korrelation durchgeführt werden.
- **E** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden.

19. Aufgabe (2 Punkte)

In einer lineren Regression kann es vorkommen, dass der Effekt repräsentiert durch den β Koeffizienten nicht so richtig von der Größenordnung zu dem p-Wert passen will. So liefert eine Untersuchung des Einflusses von der CO_2 -Konzentration in $[\mu g]$ im Wasser auf das Wachstum in [kg] an Erbsen folgende Effekte und p-Werte: 1e-04 als p-Wert und einen β_{CO_2} Koeffizienten von 6.9×10^{-7} . Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Die Einheit der CO_2 -Konzentration ist zu klein gewählt. Dadurch sehen wir den sehr kleinen p-Wert. Der p-Wert und die Einheit von der CO_2 -Konzentration hängen antiproportional zusammen.
- **B** \square Das Gewicht und die CO_2 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der β_{CO_2} Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.
- **C** \square Die Einheit der CO_2 -Konzentration ist zu klein gewählt. Die Erhöhung der CO_2 -Konzentration um 1 Einheit führt nur zu einem sehr winzigen Anstieg von β_{CO_2} im Gewicht der Wasserlinsen. Die Einheit $[\mu g]$ muss besser gewählt werden.
- D □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der p-Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum p-Wert passen.
- **E** \square Wenn der Effekt β_{CO_2} winzig ist, dann kann es an einer falsch gewählten Einheit liegen. Der Anstieg von einer Einheit in X führt ja zu einer Änderung von β_{CO_2} in x. Wir müssen daher die Einheit von y entsprechend anpassen.

Neben der klassischen Regression kann die Funktion lm() in Rauch für welche andere Art von Anwendung genutzt werden?

- A □ Neben der klassichen Verwendung der Funktion lm() in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerishc umgewandelt werden. Dann kann das R Paket {emmeans} genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.
- **B** □ Die Funktion lm() berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenalayse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion lm() schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.
- C □ Die Funktion lm() in R wird klassischerweise für die nicht-lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X numerisch so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt.
- D □ Die Funktion lm() in wird klassischerweise für die lineare Regression genutzt. Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich.
- **E** □ Die Funktion lm() in ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenvarianzen bestimmt.

21. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über das generalisierte lineare Modell (GLM) ist richtig?

- **A** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- **B** In **R** ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in **R** auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.
- ${f C} \square$ Das generalisierte lineare Modell (GLM) erlaubt auch weitere Verteilungsgruppen für das X bzw. die Einflussvariablen in einer linearen Regression zu wählen.
- D □ Dank dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* können auch andere Verteilungsfamilien außer die Normalverteilung mit einer linearen Regression modelliert werden. Dafür werden alle Verteilungen in eine Normalverteilung überführt und anschließend standardisiert.
- **E** □ In ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die neben der klassischen Normalverteilung auch die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann.

Vermischte Themen

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Durch eine Randomisierung können wir von Strukturgleichheit zwischen der Stichprobe und der Grundgesamtheit ausgehen.
- **B** □ Randomisierung war bis 1952 bedeutend, wurde dann aber in Folge besserer Rechnerleistung nicht mehr verwendet. Aktuelle Statistik nutzt keine Randomisierung mehr.
- **C** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- **D** □ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.
- **E** □ Randomisierung bringt starke Unstrukturiertheit in das Experiment und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.

Sie wollen Ihren Datensatz in Reinlesen und stehen nun vor einem Problem. Sie stellen fest, dass die Hilfeseiten alle in englischer Sprache verfasst sind. Warum mag die Nutzung von Deutsch problematisch sein?

- **A** □ Es gibt keinen Grund nicht auch deutsche Wörter zu verwenden. Es ist ein Stilmittel.
- **B** □ Die Spracherkennung von **?** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen.
- **C** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Daher ist die Nutzung in Deutsch in den AGBs von 😱 untersagt.
- D □ Die R Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn R hat wie alle Programmiersprachen Probelem mit Umlauten und Sonderzeichen.
- **E** □ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden.

24. Aufgabe (2 Punkte)

Bei der explorativen Datenanalyse (EDA) in Rigibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, auch extitCircle of life genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA?

- **A** □ Wir lesen als erstes die Daten über read_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben.
- **B** □ Wir lesen die Daten ein und mutieren die Daten. Dabei ist wichtig, dass wir nicht das Paket tidyverse nutzen, da dieses Paket veraltet ist. über die Funktion library(tidyverse) entfernen wir das Paket von der Analyse.
- C □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben.
- **D** ☐ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in müssen wir als erstes die Daten über read_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Zeilen richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit kontinuierlichen Werten in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.
- **E** □ Für eine explorativen Datenanalyse (EDA) in müssen wir als erstes die Daten über read_excel() einlesen. Danach müssen wir schauen, dass wir die Spalten richtig über mutate() transformiert haben. Insbesondere müssen Variablen mit Kategorien in einen Faktor umgewandelt werden. Am Ende nutzen wir die Funktion ggplot() für die eigentlich EDA.

25. Aufgabe (2 Punkte)

Gegeben ist das Modell $Y \sim X$. Welche Aussage über $n_1 < n_2$ ist richtig?

- **A** □ Es liegt Varianzhomogenität vor.
- **B** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design.
- **C** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.
- **D** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen.
- **E** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor.

Im Rahmen Ihrer Abschlussarbeit werten Sie ein Experiment mit Ferkel aus. Es geht um die Leistungssteigerung der Ferkelproduktion. Sie messen jeweils die Gewichtszunahme der Ferkel. Die Ferkel einer Muttersau sind dabei...

- **A** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.
- **B** □ Untereinander abhängig, wenn die Mütter ebenfalls miteinander verwandt sind. Erst die Abhängigkeit 2. Grades wird in der Statistik modelliert.
- **C** □ Je nach Stallanlage kommt eine andere Analyse in Betracht. Eine allgemeine Aussage über Ferkel und Sauen lässt sich statistisch nicht treffen.
- **D** Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- **E** □ Untereinander abhängig. Die Ferkel stammen von einem Muttertier und haben vermutliche eine ähnliche Varianzstruktur.

27. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie wollen Sie den Effektschätzer Risk ratio berechnen. Sie finden in Ihrem Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Kühen in 4 Tieren Erkrankung der Klauen vor. 12 Tiere sind gesund. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das Verhältnis von Chancen Risk ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.33.
- **B** □ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Risk ratio von 0.25.
- **C** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.25, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- D □ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Risk ratio von 4.
- **E** □ Es ergibt sich ein Risk ratio von 0.25, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der Kranken.

28. Aufgabe (2 Punkte)

Sie werten in Ihrer Abschlussarbeit einen sehr großen Datensatz aus einer öffentlichen Datenbank aus. Nun stellen Sie fest, dass Sie ein Problem mit der Bewertung Ihrer Ergbnisse anhand der Signifikanz bekommen. Wie Sie herausfinden, scheint dies ein häufiges Problem in der Bio Data Science zu sein. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- **B** □ Eine große Fallzahl führt zu mehr signifikanten Ergebnissen auch bei kleinen Effekten. Daher werden fast alle Vergleich esignifikant, wenn die Fallzahl nur groß genug wird.
- $\mathbf{C} \square$ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- **D** □ Big Data ist ein Problem der parametrischen Statistik. Parameter lassen sich nur auf kleinen Datensätzen berechnen, da es sich sonst nicht mehr um eine Stichprobe im engen Sinne der Statistik handelt.
- **E** □ Aktuell werden zu grosse Datensätze für die gänigige Statistik gemessen. Daher wendet man maschinelle Lernverfahren für kausale Modelle an. Hier ist die Relevanz gleich Signifikanz.

Multiple Gruppenvergleiche

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.42, 0.21, 0.89 und 0.02. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.84, 1 und 0.08. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- **B** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.84, 1 und 0.08. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **C** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.105, 0.0525, 0.2225 und 0.005. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1.25% verglichen.
- **D** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.105, 0.0525, 0.2225 und 0.005. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **E** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1.68, 0.84, 3.56 und 0.08. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.

30. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein *CLD* erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Compound letter display. Gleichheit in dem Outcomes wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Teilweise ist die Interpretation des Verbunds (eng. compound) herausfordernd, da wir ja nach dem Unterschied suchen.
- **B** □ Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.
- **C** □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben bedeuten, dass sich die Behandlungen unterscheiden. Daher ist das CLD sehr unintuitiv. Es wäre besser, wenn gleiche Buchstaben Gleichheit anzeigen würden. Dies ist aber leider in der statistischen Testtheorie nicht möglich.
- D ☐ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- **E** □ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.

31. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Bachelorarbeit müssen Sie einen Feldversuch auswerten. Nachdem Sie die zweifaktorielle ANOVA gerechnet haben und keine signifikante Interaktion vorliegt, wollen Sie jetzt einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür am besten?

- **A** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- **B** □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.
- C □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- D □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.

E □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem {emmeans} Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.

32. Aufgabe (2 Punkte)

Bei einem Posthoc-Test kann es zu einer überraschenden Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie lautet der Fachbegriff und wie kann mit der überraschenden Besonderheit umgegangen werden?

- **A** \square Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel niedriger, bei ca. 1%. Es kommt zu einer α -Hyperinflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- **B** \square Beim multiplen Testen kann es zu einer α -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist.
- ${f C}$ ${f \square}$ Beim multiplen Testen kann es zu einer ${f lpha}$ -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- \mathbf{D} \square Beim multiplen Testen kann es zu einer β -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- **E** □ Beim multiplen Testen kann es zu Varianzheterogenität kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Das Verfahren nach Welch, bekannt aus dem t-Test, ist hier häufig anzuwenden.

33. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Bachelorarbeit werten Sie einen einfaktoriellen Versuch aus. Dafür rechnen Sie in Runächst eine ANOVA und schließen dann dann einen multiplen vergleich mit t-Tests an. Welche Aussage über die Effekte in Ihrem versuch ist richtig?

- $\mathbf{A} \square$ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
- **B** \square Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ adjustiert werden im Gegensatz zu den p-Werten.
- C □ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.
- **D** \square Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ-Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die Δ-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Δ-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die Δ-Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- $\mathbf{E} \square$ Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied Δ aus einem t-Test, nicht adjusiert werden.

Statistische Testtheorie

34. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben den mathematischen Ausdruck $Pr(D|H_0)$ vorliegen, welche Aussage ist richtig?

A □ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.

- **B** \square $Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Daten D und somit die Teststatistik T_D zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- $\mathbf{C} \square Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.
- **D** □ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- **E** \square $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit der Alternativehypothese und somit $1 Pr(H_A)$

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt,

- **A** □ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
- **B** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- **C** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **D** ... dass in der Wissenschaft immer etwas falsch sein muss. Sonst gebe es keinen Fortschritt.
- **E** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein weniger minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Falsifikationsprinzip nach Karl Popper.

36. Aufgabe (2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau α genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegeung auf 5% als Signifikanzschwelle ist richtig?

- **A** \square Die Festlegung von $\alpha = 5\%$ ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von α wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.
- **B** □ Auf einer Statistikkonferenz in Genf im Jahre 1942 wurde dieser Cut-Off nach langen Diskussionen festgelegt. Bis heute ist der Cut Off aber umstritten, da wegen dem 2. Weltkrieg viele Wissenschaftler nicht teilnehmen konnten.
- ${f C}$ Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde α in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist $\alpha=5\%$ eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.
- **D** \square Als Kulturkonstante hat $\alpha = 5\%$ den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- **E** □ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D ?

A □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

B □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise}$$

C \square Es gilt $T_D = signal \cdot noise$

D □ Es gilt
$$T_D = \frac{noise}{signal}$$

E \square Es gilt $T_D = (signal \cdot noise)^2$

Sie versuchen folgende Aussage richtig in die Analogie der statistischen Testtheorie zu setzen. Welche Analogie ist richtig?

H₀ beibehalten obwohl die H₀ falsch ist

- **A** □ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- **B** \square *Fire without alarm,* dem β -Fehler als Analogie eines Rauchmelders.
- **C** \square *Alarm with fire*, dem α -Fehler in der Analogie von Feuer.
- **D** \square *Fire without alarm*, dem β -Fehler als Analogie von Rauch im Haus.
- **E** \square In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire*, dem α -Fehler.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Sie lesen eine wissenschaftliche Arbeit, die damit wirbt, dass Effekte und Signifikanz nicht separat dargestellt sind, sondern in einer statistischen Maßzahl zusammen. Welche Aussage ist richtig?

- A 🗆 Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- **B** \square Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und drei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der Signifikanzschwelle und der α -Schwelle zu definieren.
- C ☐ Einem Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval bringt durch eine Visualisierung und zwei Intervallgrenzen die Möglichkeit mit, eine Relevanzschwelle neben der definierten Signifikanzschwelle zu definieren.
- f D \Box Das Δ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da Δ antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes Δ ein sehr kleinen p-Wert.
- **E** □ Über das Konfidenzintervall. Das Konfidenzinterval inkludiert eine Entscheidung über die Relevanz und zusätzlich kann über die Visualizierung des Konfidenzintervals eine Signifikanzschwelle vom Forschenden definiert werden.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den p-Wert und dem Signifikanzniveau α gleich 5% ist richtig?

- **A** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und der Kurve der Teststatistik, wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.
- **B** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- **C** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α absolute Werte auf einem Zahlenstrahl und damit den Unterschied der Teststatistiken, wenn die H_0 gilt.
- **D** \square Wir machen eine Aussage über die indivduelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.
- **E** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen H_0 und H_A , wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.

Um die Testtheorie besser zu verstehen, mag es manchmal sinnvoll sein ein Beispiel aus dem Alltag zu wählen. Die Ergebnisse der Analyse durch einen statistischen Test können auch in grobe Analogie zur Wettervorhersage gebracht werden. Welche Aussage trifft am ehesten zu?

- **A** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergeben.
- **B** □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- **C** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit in einem bestimmten Gebiet: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einem Experiment mit den Daten *D* wieder und lässt sich kaum verallgemeinern.
- **D** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- **E** □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.

42. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie eine Aussage über die untersuchte Population treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage treffen?

- **A** □ Nein, wir können die untersuchte Population nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zur Population. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.
- **B** □ Nein, die untersuchte Population können wir mit einem statistischen Test nicht auswerten. Wir erhalten keine Aussage zur Population.
- **C** □ Ja, die untersuchte Population können wir mit einem statistischen Test auswerten. Wir erhalten dann eine Aussage zur Population.
- **D** □ Ja, wir erhalten nur eine Aussage zu zwei Individuen. Ein statistischer Test liefert Informationen zu einem Individuum im Vergleich zu einem anderen Individuum.
- **E** □ Ja, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.

43. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben die Power berechnet. Was sagt Ihnen dieser statistische Begriff aus?

- **A** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.
- **B** \square Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die H_A abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- **C** \square Es gilt $\alpha + \beta = 1$ und somit liegt β meist bei 95%.
- **D** \square Die Power wird berechnet und ist keine Eigenschaft des Tests. Die Power wird auf 80% gesetzt und beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit H_0 bewiesen wird
- **E** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 80% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 20% gesetzt.

In Ihrer Abschlussarbeit sollen Sie neben den p-Werten auch die Effekte mit angeben. Welche Aussage ist richtig?

- ${\bf A} \ \square$ Durch den Effekt erfahren wir die biologisch interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Relevanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- **B** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- **C** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die mathematisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- D □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- **E** \square Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des p-Wertes gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A** \square Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **B** \square Ist T_D höher als der kritische Wert $T_{\alpha=5\%}$ dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- ${\bf C} \square$ Anhand des p-Wertes lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- **D** \square Ist $Pr(D|H_0)$ kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **E** \square Anhand des p-Wertes lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

46. Aufgabe (2 Punkte)

Ein statistischer Test benötigt für die richtige Durchführung Hypothesen H, sonst ist der Test nicht zu interpretieren. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Es gibt bedingt durch das das Falsifikationsprinzip ein Set von k Nullhypothesen, die iterative gegen k-1 Alternativhypothesen getestet werden.
- **B** \square Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden H_{pro} und H_{contra} bezeichnet.
- $\mathbb{C} \square$ Mit der Nullhypothese H_0 und der Alternativehypothese H_A oder H_1 gibt es zwei Hypothesen.
- **D** ☐ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- **E** \square Mit der Nullhypothese H_A und der Alternativehypothese H_0 gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.

Statistische Tests für Gruppenvergleiche

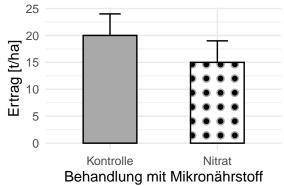
47. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einem Feldexperiment wollen Sie zwei Gruppen mit einem Welch t-Test vergleichen. Welche Aussage ist auch für den Student t-Test richtig?

- **A** □ Der t-Test vergleicht die Varianzen von mindestens zwei oder mehr Gruppen
- **B** Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte in den Gruppen signifikant unterscheiden.
- **C** □ Der t-Test vergleicht zwei oder mehr Gruppen indem die Mittelwerte miteinander verglichen werden.
- **D** ☐ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- **E** \square Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.

48. Aufgabe (2 Punkte)

Die folgende Abbildung enthält die Daten aus einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Nitrat auf den Ertrag in t/ha von Weizen im Vergleich zu einer Kontrolle. Der Versuch wurde in 12 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage im Bezug auf eine statistische Auswertung ist richtig?



- **A** □ Nach Betrachtung des Barplots liegt kein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt kann nicht bei einem t-Test aus Barplots bestimmt werden.
- **B** □ Die Barplots deuten auf ein signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -5.
- C □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei -5. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **D** ☐ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei -0.5.
- **E** □ Der Test deutet auf keinen signifikanten Unterschied hin. Der Effekt liegt vermutlich bei -5.

49. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über den gepaarten t-Test für verbundene Stichproben ist richtig?

- **A** □ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.
- **B** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.
- **C** □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.

- D □ Abhängige Beobachtungen müssen gesondert in einem gepaarten t-Test modelliert werden. Wenn wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze gemessen wird, dann bilden wir den Quotienten zwischen den beiden Zeitpunkten. Auf den Quotienten rechnen wir den gepaarten t-Test.
- **E** □ Der gepaarte t-Test wird genutzt, wenn die Differenzen der Beobachtungen verbunden sind und wir dadurch die Unabhäängigkeit nicht mehr vorliegen haben.

Sie führen paarweise t-Tests für alle Vergleiche der verschiedenen Rapssorten in Ihrem Experiment durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α -Schwelle. Ihr Experiment beinhaltet vier Rapssorten und eine ANOVA ergibt p=0.048 für den Ertrag. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert $p_{3-2}=0.051$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Die adjustierten p-Werte deuten in die richtige Richtung. Zusammen mit den nicht signifikanten rohen p-Werten ist von einem Fehler in der ANOVA auszugehen.
- **B** □ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Es wäre besser die ANOVA auf der gleichen Fallzahl wie die einzelnen t-Tests zu rechnen.
- C □ Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl. Die einzelnen t-Tests immer nur auf einer kleineren Subgruppe. Da mit weniger Fallzahl weniger signifikante Ergebnisse zu erwarten sind, kann eine Diskrepenz zwischen der ANOVA und den paarweisen t-Tests auftreten.
- **D** □ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
- **E** □ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verschränkt sind.

Teil I.

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

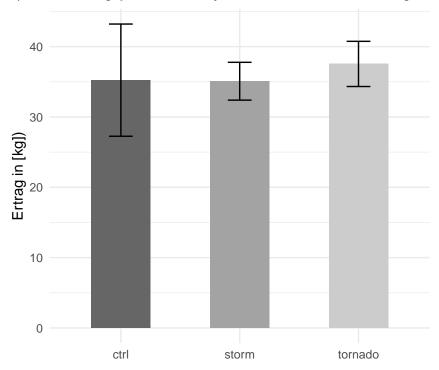
51. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Jonas nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach seiner Betreuer erstmal ein Barplot nachgebaut werden soll, bevor es mit seiner Abschlussarbeit losgeht. Dann hat er schonmal den R Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Die Behandlung für Lauch werden verschiedene Lüftungssysteme und Folientunnel (*ctrl*, *storm* und *tornado*) sein. Erfasst wird als Endpunkt (Y) *Ertrag*. Jonas soll dann *yield* in seiner Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Jonas mit der Erstellung von Barplots in \mathbf{R} nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Jonas einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Alex viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Barplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Alex soll nun in seiner Abschlussarbeit Lauch untersuchen. Die Behandlung in seiner Abschlussarbeit sind verschiedene Genotypen (AA, AB und BB). Erhoben wurden von Alex als Messwert (Y) Frischegewicht benannt als freshmatter in seiner Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält er von seiner Betreuerin den Auftrag die erhobenen Daten als Barplots darzustellen. Dann kann Alex auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte.

treatment	freshmatter
AB	27.8
AA	47.2
AA	48.8
AA	44.2
BB	33.6
AB	26.6
BB	29.2
BB	51.0
AB	24.0
AB	33.5
BB	32.7
BB	36.0

Leider kennt sich Alex mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

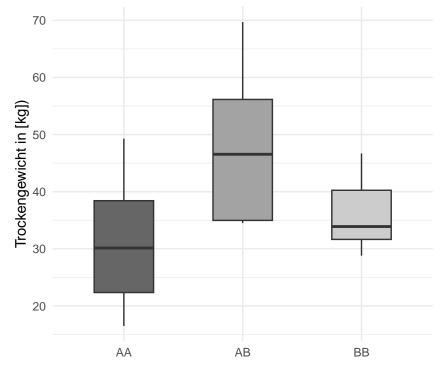
- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Lauch! Beschriften Sie die Achsen entsprechend!**(4 Punkte)**
- 3. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Alex *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Lauch erwarten würde, wie sehen dann die Barplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jessica steht vor einem ersten Problem, denn wenn es nach ihrem Betreuer geht, soll sie in einem einem Feldexperiment Erbsen auswertet. Soweit eigentlich alles passend. Die Behandlung werden verschiedene Genotypen (AA, AB und BB) sein. In ihrer Exceldatei wird sie den Outcome (Y) Trockengewicht als drymatter aufnehmen. Vorab soll Jessica aber eimal die folgenden Boxplots ihrem Betreuer nachbauen, damit sie den Rode schonmal für später vorliegen hat. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen. Damit geht das Problem schon los.



Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Boxplots in \mathbf{R} nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Kann Jessica einen Unterschied zwischen den Behandlungen erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Jessica viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Boxplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Jessica soll nun in ihrer Hausarbeit Lauch untersuchen. Die Behandlung in ihrer Hausarbeit sind verschiedene Düngestufen (*ctrl* und *high*). Erhoben wurden von Jessica als Messwert (*Y*) *Proteingehalt* benannt als *protein* in ihrer Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält sie von ihrer Betreuerin den Auftrag die erhobenen Daten als Boxplots darzustellen. Dann kann Jessica auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte. Darüber hinaus kann Jessica anhand Boxplots eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen.

treatment	drymatter
high	38.9
ctrl	42.3
high	50.0
high	39.0
high	38.3
ctrl	38.5
ctrl	33.7
ctrl	34.8
ctrl	28.1
ctrl	36.9
ctrl	30.4
high	28.2
ctrl	36.7
high	38.7
high	45.9

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Lauch! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Lauch erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots!* (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Mark betrachtet die folgenden Daten nach einem Freilandversuch mit Erbsen. In dem Experiment wurden die Knötchen gezählt. Nach der Meinung seinem Betreuer muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die Knötchen folgen. Dazu soll Mark ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über den Endpunkt (Y).

Die Knötchen: 5, 3, 3, 2, 8, 4, 6, 5, 5, 7, 2, 6, 5, 8, 4, 4, 7, 1, 7, 4, 3, 3, 0, 7, 3, 1, 5, 3, 3, 4

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die Wahrscheinlichkeit mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In einem Gespräch mit ihrem Betreuer wird Jessica gebeten seine Daten aus einem Gewächshausexperiment mit Erbsen in einem Histogramm darzustellen. In ihrem Experiment hat er die mittleren Mehltauspots erst fotographiert und dann ausgezählt. Laut ihrem Betreuer soll das Histogramm helfen, die Verteilung der die mittleren Mehltauspots zu bestimmen.

Die mittleren Mehltauspots: 9.3, 8.2, 10.2, 10.2, 9.5, 10.6, 9.5, 7.8, 9.3, 11.6, 10.7, 9.4, 10.3, 10.5, 8, 7.3, 6.9, 12.8, 9.7, 11.2, 8.6, 10.6, 9.5, 11.5, 10.2, 10.5, 11.3, 7.2

Leider kennt sich Jessica mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Mark möchte gerne den Zusammenhang zwischen durchschnittlichen Anteil an Ton [%/l] und Frischegewicht [kg/ha] im Kontext von Erbsen herausfinden. Hierfür hat Mark einen Versuch in einer Klimakammer im Wendland durchgeführt. Nach einigen unvorgesehenen Ereignissen hat er es geschafft folgende Datentabelle zu erstellen. Nun stellt sich die Frage für ihn, ob es überhaupt einen Zusammenhang zwischen den gemessenen Variablen gibt. Deshalb möchte Mark als erstes eine explorative Datenanalyse durchführen.

Durchschnittlichen Anteil an Ton [%/l]	Frischegewicht [kg/ha]
14.2	18.3
12.9	19.8
18.5	25.1
17.2	21.4
13.3	16.2
11.4	13.6
18.1	20.2
12.4	17.8
21.2	23.4
10.5	13.8
15.6	18.6
12.3	16.5

Leider kennt sich Mark mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *ein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In einen Versuch in einer Klimakammer im Oldenburger Land hatte Alex sich zum einen die Behandlung Mechanische Bearbeitung [ja/nein] und zum anderen die Messung Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] im Kontext von Erbsen angeschaut. Nun steht Alex vor dem Problem, dass er zwei kategoriale Variablen in seiner Abschlussarbeit gemessen hat. Da sein Betreuer erstmal die langen Tabellen mit ja/nein in einer explorativen Datenanalyse zusammengefasst und präsentiert bekommen möchte bevor es überhaupt weitergeht, muss er jetzt eine Lösung finden.

Mechanische Be-	Frischegewicht
arbeitung	über Zielwert
nein	nein
ja	nein
nein	nein
nein	ja
ja	nein
nein	ja
nein	nein
nein	nein
ja	ja
nein	nein
nein	nein
nein	ja
ja	nein
ja	nein

Mechanische Be-	Frischegewicht
arbeitung	über Zielwert
ja	nein
nein	nein
ja	nein
nein	ja
nein	ja
ja	nein
nein	nein
ja	ja
ja	nein
ja	nein
ja	nein
nein	nein
ja	nein
ja	ja

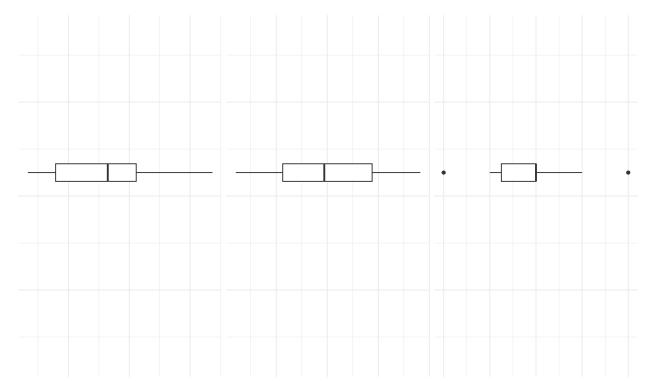
Leider kennt sich Alex mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in $\pm 1s$ unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Skizieren Sie 2 Normalverteilungen in einer Abbildung mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2$ und $s_1 = s_2$! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! (2 Punkte)
- 4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

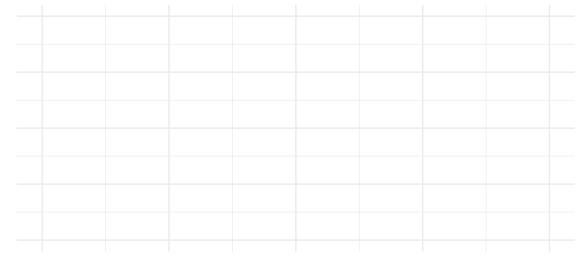


- 1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! (6 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! (1 Punkt)
- 3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! (2 Punkte)





Pois(1) und Pois(20)

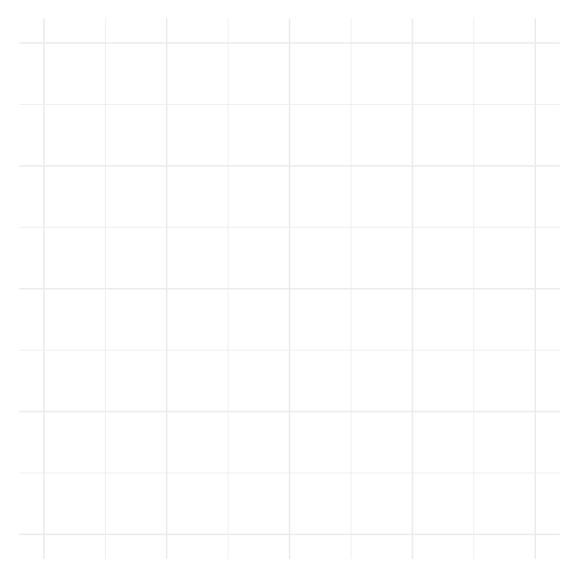


Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen $y = \{17, 16, 14, 14, 16\}$.

- 1. Visualisieren Sie den Mittelwert von y in der untenstehenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Y und X-Achse entsprechend! (2 Punkte)
- 3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte y_i zum Mittelwert \bar{y} quadriert. Warum muss der Abstand, $y_i \bar{y}$, in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! (2 Punkte)



Teil II.

Statistisches Testen & statistische Testtheorie

63. Aufgabe (9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von $Pr(D|H_0)$! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

 Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

H₀ abgelehnt 20% 5% Testentscheidung

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

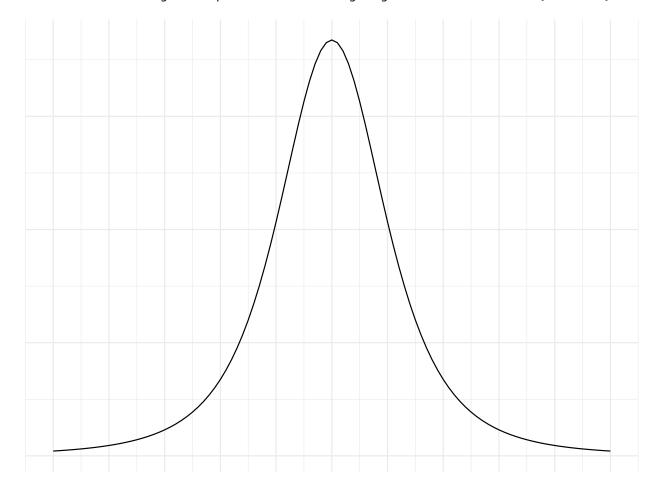
- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Anahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "A = 95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie $-T_D$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Befall mit Parasiten zu einer unbehandelten Kontrolle.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
 - (a) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (b) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle
 - (c) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
 - (d) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Fallzahl n in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
 - (e) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (f) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts Δ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik T_D , den p-Wert $Pr(D|H_0)$ sowie dem Konfidenzintervall $KI_{1-\alpha}$?

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik T_D und dem p-Wert $Pr(D|H_0)$ für sich verändernde T_D -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei T_D -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- 2. Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in *einem* Wort oder Symbol beschreiben! **(4 Punkte)**

		T_D	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		T_D	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
Δ	1				Δ↓			
S	1				s ↓			
n	1				n ↓			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 99%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

Teil III.

Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

68. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Tina ist im Wendland für einen Pilotexperiment mit sehr geringer Fallzahl ($n_1=n_2=3$) mit Erbsen. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Für ihren Projektbericht musste sie einen Versuch in einer Klimakammer mit Erbsen durchführen und das sollte laut ihrer Betreuerin an diesem Ort besonders gut gelingen, da man hier gut neue technische Anlagen und Behandlungen fernab der Bevölkerung testen könne. Zeugen gibt es hier jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl und tornado) und der Messwert Proteingehalt [g/kg] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt.

treatment	weight
ctrl	15.0
dose	12.0
ctrl	15.9
dose	31.1
ctrl	13.4
dose	28.5

Leider kennt sich Tina mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Tina über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar ist im Wendland für einen Versuch mit Erbsen. Allein diese Tatsache ist für sie eine Erzählung wert. Für ihre Abschlussarbeit musste sie ein Freilandversuch mit Erbsen durchführen und das sollte laut ihrer Betreuerin an diesem Nichtort besonders gut gelingen. Ablenkung gibt es jedenfalls keine. Gar keine. Alleine sein hilft jetzt aber nur bedingt, denn ihre Behandlung Substrattypen (*torf* und 70*p*30*n*) und der Messwert Frischegewicht [kg/ha] sollen mit einem t-Test ausgewertet werden. Immerhin weiß sie, dass ihr Messwert einer Normalverteilung folgt.

Substrattypen	Frischegewicht
70p30n torf	38.8 2.0
torf	37.5
torf	14.3
70p30n	36.9
70p30n	45.5
torf torf	20.3 19.3
torf	28.9
torf	10.9
70p30n	40.5
torf	16.4
torf 70p30n	21.2 16.7
70p30n	32.2
70p30n	26.0
torf torf	36.9 21.8

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie *keinen* Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik T_D ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der t-Test. Jessica erschaudert. Ein mächtiges Werkzeug in den Händen desjenigen, der ein normalverteiltes Outcome (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Jessica überhaupt aus? Jessica hat einen Versuch in einer Klimakammer mit Erbsen durchgeführt. Dabei wurde die Behandlung Genotypen (AA und BB) an den Erbsen getestet. Gemessen hat Jessica dann als Messwert Proteingehalt [g/kg]. Warum der Versuch im Wendland für ihrer Hausarbeit stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Proteingehalt [g/kg]?

Genotypen	Proteingehalt
BB	48.6
AA	3.4
AA	28.2
BB	45.9
AA	17.6
ВВ	45.7
BB	48.2
BB	50.1
AA	7.8
ВВ	52.7
ВВ	53.9
BB	51.3
AA	32.2
BB	47.0
AA	7.4
AA	26.7
BB	29.2

Leider kennt sich Jessica mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%} = 1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 90% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Jessica über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Alles voll mit Erbsen. Das haben Steffen und Nilufar gemeinsam in einem Projektbericht gemacht! Worum ging es aber konkret? Beide haben als ein normalverteiltes Outcome (Y) Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] von Erbsen bestimmt. Die Daten haben beide zusammen in einem Gewächshausexperiment erhoben. In dem Experiment ging es um eine vorher/nachher Untersuchung an den gleichen Erbsen. Als Behandlung wurde Ausgeizen (*ctrl* und 28*d*) eingesetzt. Nach der Meinung des Betreuers muss hier ein gepaarter t-Test gerechnet werden.

ID	treatment	freshmatter
8	28d	42.0
5	28d	47.3
4	28d	34.1
7	28d	47.8
3	28d	46.8
1	28d	40.8
11	28d	41.6
4	ctrl	31.2
6	28d	47.5
5	ctrl	19.4
3	ctrl	24.2
2	28d	44.6
6	ctrl	28.4
10	28d	44.0
9	28d	45.5
7	ctrl	24.2
1	ctrl	31.9
2	ctrl	23.5
8	ctrl	18.2

Leider kennen sich Steffen und Nilufar mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.04$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- Schätzen Sie den p-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 Punkte)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Steffen über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wir waren in der Uckermark um Erbsen in einem Versuch in einer Klimakammer zu messen.', Steffen legt das Dokument auf den Tisch und schaut Jessica und Yuki fragend an. Beide schauen fragend zurück. Die beiden sind zu ihm gekommen, da sie sich nicht mit auskennen und daher Hilfe bei der Interpretation des t-Tests brauchen. Kein Problem. Aber worum es in dem Versuch geht, lässt sich nur aus dem Text in seiner Hand erahnen. Vielleicht hilft da ja die Ausgabe des t-Tests in R weiter.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Chlorophyllgehalt by Lichtstufen
## t = 2.7728, df = 19, p-value = 0.01212
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## 2.495099 17.859446
## sample estimates:
## mean in group none mean in group 600lm
## 39.62727 29.45000
```

Helfen Sie Steffen bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jessica und Yuki nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D , $Pr(D|H_0)$, A=0.95, sowie $T_{\alpha=5\%}=|2.09|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Tina und Steffen sind bei Yuki um sich Hilfe in zu holen. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit sind sich aber unsicher bei der Interpetierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. In einem Projektbericht haben sie zusammen Erbsen untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Düngestufen (*ctrl* und *high*) und dem Messwert Frischegewicht [kg/ha]. Der Versuch wurde in einem Gewächshausexperiment in der Uckermark durchgeführt. Nach der Betreuerin ist der Messwert Frischegewicht [kg/ha] normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifel...

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Frischegewicht by Düngestufen
## t = -0.14094, df = 17, p-value = 0.8896
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -10.815449    9.460903
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 28.45000    29.12727
```

Helfen Sie Yuki bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Tina und Steffen nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Almería. Spanien. Sonne und Strand. Jonas und Tina haben ihren gemeinsamen Auslandsaufenthalt sichtlich genossen. Dann hatte sich auch noch angeboten ihre Abschlussarbeit gemeinsam in Almería durchzuführen. Nur muss jetzt alles in Regerechnet werden, da Reinternational der Standard in der Datenauswertung ist und die Betreuer in Spanien nur können. Während beide Yuki Oliven füttern, hoffen sie mehr Informationen von ihr über ihm seltsamen Ausgabe des t-Tests. Immerhin erinnern beide sich an die Behandlung Düngestufen (ctrl und high) und das es um Erbsen ging.

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Frischegewicht by Düngestufen
## t = 0.034989, df = 16, p-value = 0.9725
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -9.931329 10.264662
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group high
## 26.75556 26.58889
```

Helfen Sie Yuki bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Tina nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einer Hausarbeit. Deshalb arbeiten Tina und Mark gemeinsam an einer Hausarbeit. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Tina und Mark haben sich Erbsen angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Düngung (vorher und nachher) und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in \mathbb{R} aus.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Chlorophyllgehalt by Düngung
## t = 0.43743, df = 8, p-value = 0.6734
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -9.587496 14.076385
## sample estimates:
## mean difference
## 2.244444
```

Jetzt brauchen Tina und Mark Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in Rum ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Teil IV.

Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

76. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wir können jetzt anhand der Visualisuierung sehen, ob da schon was signifikant ist?', Alex hebt die Augenbraue. 'Ja, können wir. Dafür müssen wir aber erstmal in {ggplot} uns die Daten anschauen. Oder wir zeichnen es flott mit der Hand. Geht auch.', meint Yuki dazu. Alex hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer verschiedene Erbsen angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Substrattypen (torf, 40p60n und 70p30n) und dem Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gibt.

Substrattypen	Chlorophyllgehalt
torf	36
70p30n	36
70p30n	32
70p30n	36
40p60n	30
torf	35
torf	35
40p60n	28
70p30n	35
torf	36
70p30n	34
40p60n	30
40p60n	30
40p60n	31
torf	35
torf	35
70p30n	35

Leider kennen sich Alex und Yuki mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
 - Globale Mittelwert: β₀ (1 Punkt)
 - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$ und $\beta_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Jonas schaut Paula fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Paula tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Beide waren im Oldenburger Land um ein Freilandversuch mit Erbsen durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lichtstufen (none, 200lm, 400lm und 600lm) und dem Messwert Proteingehalt [g/kg] gibt.

Leider kennen sich Jonas und Paula mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lichtstufen	3	378.87			
error	21	222.89			
Total	24				

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.07$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt extitgenau die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Mark hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Yuki dazu. Mark hatte sich in ein Freilandversuch verschiedene Erbsen angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (*ctrl*, *storm*, *thunder* und *tornado*) und dem Messwert Frischegewicht [kg/ha] gibt. Nun möchte erstmal seine Betreuerin eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag.

Leider kennen sich Mark und Yuki mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lüftungssystemen	3	6620.21			
Error	26	839.16			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=2.98$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%}=2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Lüftungssystemen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	10	2.40	2.12
storm	9	2.56	5.73
thunder	6	32.33	9.67
tornado	5	34.40	4.16

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Tina schaut entnervt auf und klappt den Laptop zu. Nun möchte ihre Betreuerin ihrem Projektbericht erstmal eine ANOVA sehen und *dann* die Ergebnisse präsentiert bekommen bevor es überhaupt mit der Abschlussarbeit weitergeht. Dabei war sie extra im Oldenburger Land um ein Gewächshausexperiment mit Erbsen durchzuführen. Und dort was es wirklich nicht schön geschweige denn spannend wie bei ihren Kommilitonen, die in Almería waren. Hätte sie es vorher gewusst, dann hätte sie die Abschlussarbeit bei wem anders geschrieben. Aber gut, jetzt als die ANOVA in \bigcirc

Leider kennen sich Tina mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Steffen steht im Oldenburger Land. Und das ist noch langweiliger als es sich anhört. Wäre es nur so spannend wie bei seinen Kommilitonen, die in Almería waren. Ödnis wohin man nur blickt. Oder eben Erbsen. Ja, darum geht es in seiner Hausarbeit. Und wäre das nicht noch alles genug, ist sein Experiment auch noch als ein Feldexperiment komplex geraten. Es wurde der Messwert Proteingehalt [g/kg] mit dem Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) sowie der Behandlung Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl, und tornado) untersucht. 'Hmpf', denkt Steffen und ruft 'Und jetzt!?' in die Leere.

Leider kennen sich Steffen mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Genotypen	3	110.31			
Lüftungssystemen	1	36.59			
Genotypen:Lüftungssystemen	3	191.82			
Error	18	303			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$\emph{F}_{\alpha=5\%}$
Genotypen	4.26
Lüftungssystemen	3.40
Genotypen:Lüftungssystemen	5.23

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Genotypen:Lüftungssystemen aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Es ist schon kurz nach fünf und Nilufar wird langsam nervös. Nilufar wollte heute Abend noch seine E-Sport Qualifikation schauen. Stattdessen versucht ihr Betreuer die Ausgabe der zweifaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Nilufar hatte im Oldenburger Land ein Gewächshausexperiment mit Erbsen durchgeführt. Es gab dabei zwei Behandlungen. Einmal Düngestufen (ctrl, low, mid und high) sowie als zweite Behandlung Substrattypen (torf, 70p30n). Gemessen wurde der Messwert (Y) Trockengewicht [kg/ha]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein!

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Trockengewicht
##
                             Df Sum Sq Mean Sq F value
                                                          Pr(>F)
## Düngestufen
                              2 453.33 226.665 15.4461 0.0001242
## Substrattypen
                              1
                                  0.01
                                         0.011
                                                0.0007 0.9787229
## Düngestufen:Substrattypen 2 260.82 130.412
                                                8.8869 0.0020671
                             18 264.14 14.675
## Residuals
```

Leider kennen sich Nilufar mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! **(5 Punkte)**



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik F_{calc} und in dem Student t-Test die T-Statistik T_{calc} .

$$F_{calc} = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$$
 $T_{calc} = rac{ar{y}_1 - ar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$

- 1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der F_{calc} Statistik und T_{calc} Statistik! (2 **Punkte**)
- 2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante F_{calc} Statistik sowie eine signifikante F_{calc} Statistik anhand von $MS_{treatment}$ und MS_{error} ! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! (2 Punkte)
- 4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren f_1 und f_2 . Der Faktor f_1 hat drei Level. Der Faktor f_2 hat dagegen nur zwei Level.

- 1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine schwache und keine Interaktion zwischen den Faktoren f_1 und f_2 ! (4 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! (2 Punkte)
- 3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? (2 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor f_1 mit drei Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit $F_{calc}=1.2$. Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem dritten und ersten Level geben müsste. Die IQR-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

- 1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie die Berechnung von F_{calc} am obigen Beispiel! (3 Punkte)
- 3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! (3 Punkte)

Teil V.

Multiple Gruppenvergleiche

85. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In ein Gewächshausexperiment mit Erbsen wurde die Behandlung Lichtstufen (none, 200lm, 400lm, 600lm, 700lm und 800lm) gegen die Ergebnisse einer früheren Studie von Almar et al. (2012) verglichen. Im Rahmen des Experiments haben Jessica und Alex verschiedene Student t-Tests für den Mittelwertsvergleich für den Messwert Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD] gerechnet. Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Almar et al. (2012). Jetzt sollen die beiden einmal schauen, was in den Daten so drin ist.

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.2300		
0.0300		
0.0012		
0.0800		
0.3400		
0.0200		

Leider kennen sich Jessica und Alex mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau α überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau α adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau α bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus α vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Tina hatte in ihrer Abschlussarbeit ein Freilandversuch durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat sie sich mit Erbsen beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Tina das Thema dann doch nicht. Hat sie sich doch mit Lüftungssysteme (ctrl, storm, thunder und tornado) und Frischegewicht [kg/ha] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach ihrem Betreuer soll sie nun ein CLD bestimmen. Weder weiß sie was ein CLD ist, noch war ihr erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig...

Behandlung	Compact letter display
ctrl	а
storm	b
thunder	a
tornado	b

Leider kennen sich Tina mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar hatte in ihre Abschlussarbeit ein Feldexperiment durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat sie sich mit Erbsen beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Nilufar das Thema dann doch nicht. Hat sie sich doch mit Lichtstufen (none, 200lm, 400lm, 600lm, 700lm und 800lm) und Proteingehalt [g/kg] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach ihre Betreuerin soll sie nun ein CLD bestimmen. Weder weiß sie was ein CLD ist, noch war ihr erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig... Als erstes solle sie die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren. Was immer das jetzt bringen soll.

Lichtstufen	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
none	8	5.51	1.49
200lm	9	10.32	3.35
400lm	8	16.08	3.58
600lm	9	14.77	1.62
700lm	7	15.10	1.63
800lm	8	6.80	1.76

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Nilufar und Alex! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Oh, nee!', ruft Paula aus und rollt entnervt mit ihren Augen. Paula hatte ihre gesamte Analyse in SPSS gerechnet. Das war ja auch alles in Ordnung. Abbilungen haben geklappt und auch die statistischen Tests gingen dann irgendwie doch. Aber das CLD nicht. Paula findet einfach keine Möglichkeit ein CLD in SPSS zu erhalten. Aber ihr Betreuer möchte unbedingt ein CLD. Sonst wird es mit der Abgabe nichts. Dabei hatte sie schon wirklich eine Menge gemacht! Paula hatte sich zwei Variablen mit Düngestufen (ctrl, low, mid und high) und Frischegewicht [kg/ha] in ein Gewächshausexperiment mit Erbsen angeschaut. Wo kriegt sie jetzt ein CLD her? Dann eben per Hand aus der Matrix der p-Wert. Paula stöhnt...

	ctrl	low	mid	high
ctrl	1.0000000	0.6745198	0.0106689	0.0241311
low	0.6745198	1.0000000	0.0423305	0.0770663
mid	0.0106689	0.0423305	1.0000000	0.8303704
high	0.0241311	0.0770663	0.8303704	1.0000000

Leider kennen sich Paula mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Paula und Alex! (2 Punkte)

Teil VI.

Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

89. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Mark hat sich ein Herz gefasst und war für seinem Projektbericht in die Niederlande gegangen. Das war eine super Zeit in der er viel gelernt hat. Klar gab es auch die ein oder andere Besonderheit, aber das gehört hier eher nicht hin. Mark ist schon eine ganze Zeit im Büro, da sein Betreuer möchte, dass er jetzt auf seinen Daten mit n=122 Beobachtungen von Erbsen einen \mathcal{X}^2 -Test rechnet. Das ginge, da er als Behandlung Herbizideinsatz [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Proteingehalt im Zielbereich [ja/nein] ermittelt hat. Wie genau, das ist jetzt eine andere Frage.

38	19	
27	38	

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$ Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die \mathcal{X}^2 -Verteilung, wenn die H_0 wahr ist! Ergänzen Sie $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$ und \mathcal{X}^2_D in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende war es für Steffen in seiner Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte sein Betreuer gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer $2x^2$ -Kreuztabelle berechnet bekommen. Steffen hatte sich in ein Freilandversuch n=133 Beobachtungen von Erbsen angeschaut. Dabei hat er als Behandlung Mechanische Bearbeitung [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Chlorophyllgehalt unter Zielwert [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Steffen mal schauen, wie er das jetzt rechnet.

		65
		68
86	47	133

Leider kennt sich Steffen mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *ein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! **(2 Punkte)**
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende war es für Alex in seiner Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte seine Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer $2x^2$ -Kreuztabelle berechnet bekommen. Alex hatte sich in einen Versuch in einer Klimakammer n=133 Beobachtungen von Erbsen angeschaut. Dabei hat er als Behandlung Pestizideinsatz [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable Frischegewicht über Zielwert [ja/nein] ermittelt. Jetzt muss Alex mal schauen, wie er das jetzt rechnet. Nach seinem Experiment erhielt er folgende $2x^2$ Kreuztabelle aus seinen erhobenen Daten.

Dann rechnete Alex den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in \mathbb{R} und erhielt folgende \mathbb{R} Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: Frischegewicht über Zielwert
## p-value = 0.002568
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 1.85845 61.14631
## sample estimates:
## odds ratio
## 9.451509
```

Leider kennt sich Alex mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 3% angenommen. In 85% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 2000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

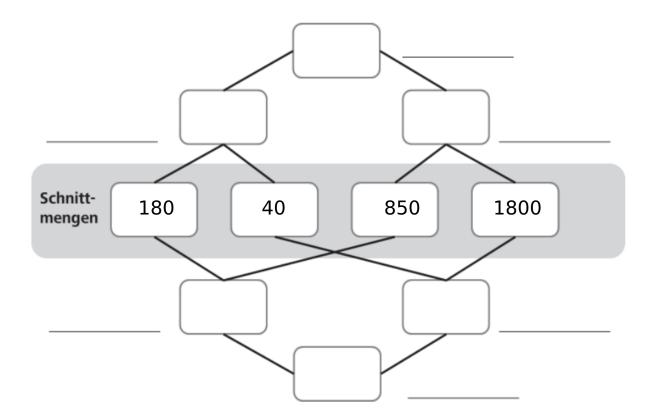
- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (8 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? (1 Punkt)





Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! (4 Punkte)



Teil VII.

Nicht parametrische Tests

94. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

Vorher	Nachher	Differenz	Vorzeichen	Rang	Positiv Rang	Negativ Rang
9	13					
10	11					
9	11					
7	12					
10	12					
11	15					
12	11					
8	11					
6	15					
12	9					
12	13					
10	11					
8	13					
9	14					
10	9					

- 1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! (4 Punkte)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik W_D mit $W_D = \min(T_-; T_+)$ und berechnen Sie den erwarteten Wert

$$\mu_W = \frac{n_{!0} \cdot (n_{!0} + 1)}{4}!$$
 (2 Punkte)

- 3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit $z = \frac{W_D \mu_W}{17.607}!$ (2 Punkte)
- 4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von $z_{\alpha=5\%}=1.96$ ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

95. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittelere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (Lupinus polyphyllus) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

Treatment	Count
Kontrolle	8.4
RootsGoneX	10.8
RootsGoneX	14.2
Kontrolle	6.7
RootsGoneX	13.3
Kontrolle	8.7
RootsGoneX	13.1
Kontrolle	8.6
Kontrolle	7.9
RootsGoneX	14.1
Kontrolle	6.6
Kontrolle	8.3

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür U_D mit $U_D = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1!$ (4 Punkte)

2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von U_D durch $z=\frac{U_D-\frac{n_1n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$ und dem kritischen Wert von $z_{\alpha=5\%}=1.96$. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

3. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanilleplanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosporlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

Treatment	Count	Rang Kontrolle	Rang Dosis 20	Rang Dosis 40
Dosis 40 Kontrolle Dosis 20 Dosis 40 Kontrolle	10.6 0.9 11.2 10.2 5.3			
Kontrolle Dosis 40 Kontrolle Dosis 40 Dosis 20	2.8 11.2 4.5 6.9 12.4			
Kontrolle Dosis 20 Dosis 40 Kontrolle Dosis 40	3.1 12.2 10.7 3.5 12.8			
Dosis 20 Dosis 20 Dosis 20 Dosis 40 Kontrolle	12.6 11.6 12.0 10.6 3.5			

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- 1. Bestimmen Sie hierfür H_D mit $H_D = \frac{12}{n(n+1)} \left(\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) 3(n+1)!$ (6 Punkte)
- 2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von H_D durch den kritischen Wert von $H_{\alpha=5\%}=5.99!$ (1 **Punkt**)
- 3. Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? (1 Punkt)
- 4. Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? (1 Punkt)
- 5. Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! (1 Punkt)

Teil VIII.

Lineare Regression & Korrelation

97. Aufgabe (10 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Nilufar. 'Ich sehe nur eine Zahlen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Mark. Nilufar atmet schwer ein. Die beiden hatten einen Versuch in einer Klimakammer im Wendland mit Erbsen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlichen Anteil an Ton [%/I] und Frischegewicht [kg/ha]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen.

Frischegewicht [kg/ha]	Durchschnittlichen Anteil an Ton [%/l]
14.9	24.0
21.4	36.8
23.7	40.3
22.8	41.0
28.8	45.2
12.2	27.4
19.9	34.1
19.7	32.4
22.0	34.9
18.8	30.7
21.1	35.6
22.4	35.2

Leider kennen sich Nilufar und Mark mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Schätzen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung ab! (2 Punkte)
- Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 5. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Yuki. 'Ich sehe nur zwei Zeilen und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen?', fragt Tina. Yuki atmet schwer ein und starrt auf die Rausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten ein Freilandversuch im Emsland mit Erbsen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durchschnittlicher Anteil an Ton [%/I] und Trockengewicht [kg/ha]. Jetzt will die Betreuung von den beiden einmal die Visualisierung der Daten und auch gleich noch die lineare Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in Regmacht, aber wie soll das jetzt gehen?

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	-2.20	2.28		
Durchschnittlicher Anteil	0.44	0.23		

Leider kennen sich Yuki und Tina mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Erstellen Sie eine Visualisierung der lm()-Ausgabe. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Visualisierung mit den statistischen Maßzahlen der der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 4. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (1 Punkt)
- 5. Ergänzen Sie die t Statistik in der lm()-Ausgabe! (2 Punkte)
- 6. Ergänzen Sie den p-Wert in der lm()-Ausgabe mit $T_{\alpha=5\%}=1.96!$ (2 Punkte)
- 7. Interpretieren Sie den p-Wert im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (1 Punkt)
- 8. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





```
##
## Call:
## Proteingehalt ~ Durschnittlicher_Niederschlag
##
## Residuals:
                10 Median
##
      Min
                                30
                                       Max
## -1.7046 -0.8386 -0.0271 0.8388
                                   2.2346
##
## Coefficients:
##
                                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                                   4.6346
                                              1.6925
                                                     2.738
                                                               0.0117
## Durschnittlicher_Niederschlag
                                   2.2870
                                              0.1675 13.657 1.61e-12
##
## Residual standard error: 1.069 on 23 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.8902, Adjusted R-squared: 0.8854
## F-statistic: 186.5 on 1 and 23 DF, p-value: 1.605e-12
```

Leider kennen sich Alex und Jessica mit der linearen Regression für kontinuierliche Daten in Rüberhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Wie groß ist der Effekt im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung? (2 Punkte)
- 3. Interpretieren Sie die p-Werte im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie die Verteilung der Residuen! (2 Punkte)
- 5. Ist die Annahme der Normalverteilung erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.89 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Wichtig ist es, dass wir jetzt eine Gerade durch die Punkte zeichnen!', ruft Jessica. 'Ich sehe nur Kauderwelsch und keine Punkte. Wie soll ich da denn jetzt eine Gerade durchzeichnen? Und warum überhaupt? War das unsere Fragestellung?', fragt Jessica. Jessica atmet schwer ein und starrt auf die Rausgabe der Funktion lm(). Die beiden hatten ein Feldexperiment in der Uckermark mit Erbsen durchgeführt. Dabei wurden die beiden folgenden Variablen gemessen: durschnittlicher Niederschlag [ml/w] und Chlorophyllgehalt (SPAD-502Plus) [SPAD]. Jetzt will die Betreuung von den beiden die Interpretierung der Daten in Form einer linearen Regression gerechnet bekommen. Das haben beide in Regmacht, aber wie soll das jetzt gehen? Das mit der Interpretation?

```
##
## Kendall's correlation
##
## data: weight and fertilizer
## t = 1.0646, df = 8, p-value = 0.3181
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.3564122  0.8036461
## sample estimates:
## cor
## 0.3522645
```

Leider kennt sich Jessica mit der Korrelationsanalyse in \mathbb{R} überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 6. Sind die Variablen weight and fertilizer normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)



Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

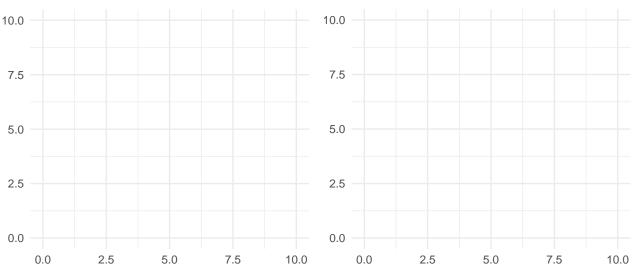
- 1. Zeichnen Sie für die angegebene ρ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die angegebenen R^2 -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade. (3 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R²-Werte über das jeweilige Modell? (3 **Punkte**)

Pearsons $\rho = 0.25$

$$R^2 = 0.25$$

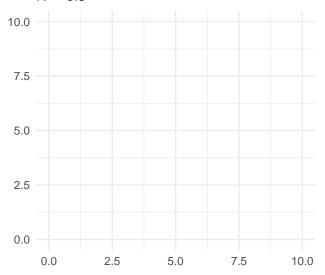
Pearsons $\rho = -0.75$

$$R^2 = 1$$



Pearsons $\rho = 1$

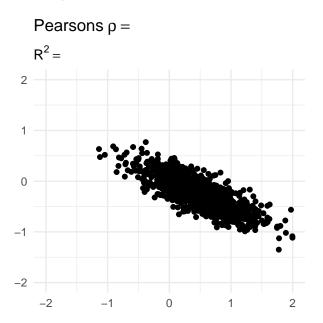
$$R^2 = 0.5$$

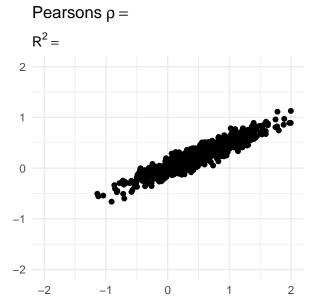


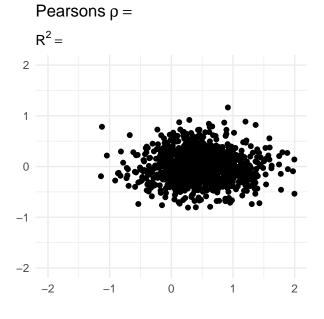


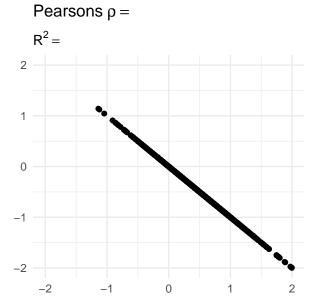
Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

- 1. Schätzen Sie die ρ -Werte in der entsprechenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R^2 -Werte in der entsprechenden Punktewolke um die Gerade! (4 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R^2 -Werte über das jeweilige Modell? (1 **Punkt**)











Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m^2 (*drymatter*) und Wassergabe l/m^2 (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

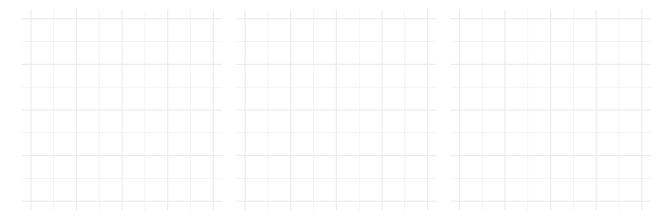
.id	drymatter	water	.fitted	.resid
				.i C3iu
1	19.0	4.3	17.2	
2	18.6	5.9	19.5	
3	22.2	8.9	23.8	
4	16.6	5.4	18.8	
5	27.8	10.3	25.8	
6	32.3	12.2	28.5	
7	16.7	5.8	19.4	
8	29.2	14.0	31.0	
9	28.1	12.8	29.3	
10	30.1	12.6	29.1	
11	21.0	9.0	23.9	
12	21.6	5.9	19.6	
13	20.4	4.8	18.0	

- 1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte .resid in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



 Zeichen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbilungen die Zeile des Regressionskreuzes der Binomialverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! (6 Punkte)

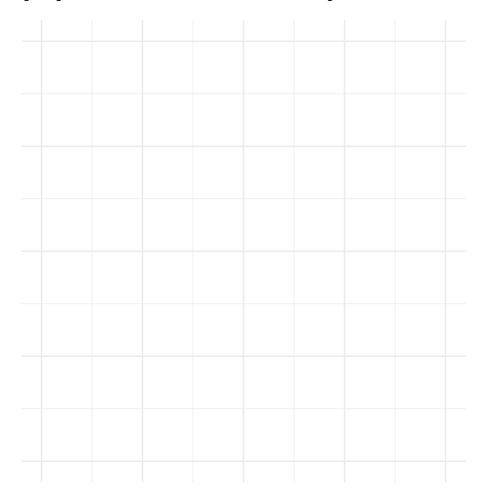
- 2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen Zahlenraum nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)





Ein Feldexperiment wurde mit n=200 Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen (x) wurden erhoben: variety, N und fertilizier. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality score und dead.

- 1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie Gaussian gehört! (1 Punkt)
- 2. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} in der Funktion glm() üblich ist *ohne Interaktionsterm*! (3 Punkte)
- 3. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} üblich ist und ergänzen Sie einen Interaktionsterm nach Wahl! (1 Punkt)
- 4. Zeichen Sie eine *starke* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**



Teil IX.

Experimentelles Design

106. Aufgabe (10 Punkte)



Nach einem erfolgreichen Pilotversuch zur Wirksamkeit von P-Düngern bei Erdbeeren in einem Freilandversuch wollen Sie nun den Versuch eine Nummer größer anlegen. Dafür entscheiden Sie sich für ein faktorielles Versuchsdesign. In Ihrem Hauptversuch stellt die Wirksamkeit von P-Düngern den ersten Faktor mit insgesamt 3 Leveln dar. Der zweite Faktor mit dem Hitzestress beinhaltet 4 Level.

Im ersten Schritt überlegen Sie ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Sie entscheiden sich für das Latin square design.

- 1. Skizieren Sie das Latin square design für Ihren Versuch! (4 Punkte)
- 2. Skizieren Sie eine Datentabelle für den Versuch mit zwei Wiederholungen! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie eine Abbilung mit Barplots und einem angenommenen normalverteilten Outcome! (4 Punkte)

Teil X.

Programmieren in R

107. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





[1]"

textitWas ist eigentlich der Unterschied zwischen einem Objekt, einer Funktion und einem Wort in

Rlogo?

Sie:"

Teil XI.

Forschendes Lernen

Die folgenden Aufgaben basieren auf den wissenschaftlichen Veröffentlichungen von X, Y, Z und W. Für die Prüfung wird die vertiefende Kenntnis der vier Veröffentlichungen vorausgesetzt. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar.

- Sánchez, M., Velásquez, Y., González, M., & Cuevas, J. (2022). Hoverfly pollination enhances yield and fruit quality in mango under protected cultivation. Scientia Horticulturae, 304, 111320. [Link]
- Salinas, I., Hueso, J. J., Força Baroni, D., & Cuevas, J. (2023). Plant growth, yield, and fruit size improvements in 'Alicia' papaya multiplied by grafting. Plants, 12(5), 1189. [Link]

Folgende vier Datensätze und deren vertiefende Analyse werden als bekannt vorausgesetzt. Die folgenden Aufgaben nehmen Teilaspekte der Datenanalyse auf. Die Teilaufgaben der Aufgaben stellen nur eine zufällige Auswahl an möglichen Fragen dar.

• bar

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Hä?

[1] "foo"

Leider kennt sich Paula mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 6. Sind die Variablen weight and fertilizer normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Hä?

[1] "foo"

Leider kennt sich Paula mit dem Lesen einer wissenschaftlichen Veröffentlichung mit Fokus auf die Statistik überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! (2 Punkte)
- 4. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie die Teststatistik und den p-Wert! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 6. Sind die Variablen weight and fertilizer normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

Teil XII.

Mathematik

110. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte¹.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1.2mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 12m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in *m* der Eiche im Jahr 1810 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 185cm, eine Breite von 85cm sowie eine Länge von 240cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (1 Punkt)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche *mühsam* um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 25*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 160 Sonnenblumen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Sonnenblumen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Sonnenblumen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 8cm und eine Höhe von 8cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 310 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf vier Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Tischfläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Hühnerstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe h_{ν} von 5m. Die hintere Seite des Hühnerstall hat eine Höhe h_b von 9.5m. Der Hühnerstall hat eine Tiefe t von 12m und eine Breite b von 30m.

- 1. Skizzieren Sie den Hühnerstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_V , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Hühnerstall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1.2m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 14t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 20% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80° C eine Dichte von $200kg/m^3$. Bei -100° C hat Methan eine Dichte von $270kg/m^3$. Sie betrieben Ihre Anlage bei -95° C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

Aligatorenbirnen und Blaubeeren "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Studienrat mit Stock. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Edeka über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile². Tja, die Deutschen und Südamerika.

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Studienrat mit Stock?

- 1. Wenn 6 Blaubeerschalen 10.74 Euro kosten, wie viel kosten 10 Schalen? (1 Punkt)
- 2. Wenn Sie die 10 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 2.89 EUR können Sie sich dann noch für 50 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Edeka über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 1701 Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 100 120g.
- Ein Kilo Salat benötigt 130l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 310 520g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 1100l Wasser. Eine Avocado wiegt 130 400g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 880l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.2 3.5g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (2 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2021 blieben die Erträge von Blaubeeren mit 9×10^4 t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge steigerte sich um 6.1%. Die Exporte für Avocados fielen in dem gleichen Zeitraum um 21.2% auf 2.3×10^5 t.

4. Wie viele Liter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2020 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur drei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 50 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 3 - 12 Liter pro Minute Händewaschen und 10 - 15 Liter pro Minute Duschen.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einem Studienrat mit Stock erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton $r_P = 1.7 \times 10e - 15$ • Wasserstoff $r_H = 5.3 \times 10e - 11$

Die Dampfnudelerde "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 69 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen³.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von 9.81m/s^2 an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von $1.2742 \times 10^4 \text{km}$ und eine mittlere Dichte ρ von 5.44g/cm^3 . Das Gewicht von einem heute lebenden afrikanischen Elefanten liegt bei 5t bis 7t und das Gewicht von einem Triceratops bei 6t bis 12t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 69 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
 - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 69 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
 - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
 - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 69 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.03 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit 1.55×10^8 km angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 84% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.01g/mol, 10% Heliumkernen mit 4.01g/mol sowie 6% weiteren Atomkernen mit 152.01g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm⁻³ pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 8cm^{-3} pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge? So hört man häufiger höfliche Puten in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Puten-Halter:innen nicht⁴. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Puten für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
 $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Pute plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- Ri dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- *i* dem Verhalten: (1) standing, (2) sitting, (3) preening und (4) drinking/eating.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i , R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
standing	36cm; 23cm; 3.5%	32cm; 26cm; 4.5%	36cm; 24cm; 10.1%
sitting preening	33cm; 32cm; 64.1% 33cm; 16cm; 6.3%	30cm; 22cm; 54.1% 41cm: 28cm: 5.2%	36cm; 15cm; 25.4% 38cm: 20cm: 5.1%
drinking/eating	33cm; 19cm; 12.8%	39cm; 27cm; 14.2%	26cm; 32cm; 18.1%

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte r_i , R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Puten für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Puten in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$." Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche α , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nelken von den Molukken In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 40 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 60 Tagen zu beklagen; nach 105 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 222 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 90 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[…] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält $6000\mu g/150mg$ Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 115mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *t* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 22 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Event Horizon – Am Rande des Universums Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{27} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 5000m kollabiert, wird die Sonne 40% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} gegeben⁵.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \qquad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- ullet m_f , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- *G*, gleich der Gravitationskonstante mit $6.165 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.7 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar! (2 **Punkte**)
- 6. Ein Flugzeug und eine Feder stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Fermi Paradoxon Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?⁶

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt zwei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $6.2587 \times 10^4 km/h$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 1000 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum zwei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 4.24 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 1.5×10^{11} Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von $2.9 \times 10^8 m/s$ an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten drei Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von 4.1×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 9×10^7 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Pyramiden bauen Es stehen die niedersächsichen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 73 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 54 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 44 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 44 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 4cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 3 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 90% aus. In eine Schubkarre passen 95 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 9°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die niedersächsiche Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Mittelständler*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die niedersächsiche Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 6° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 18km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die abwärts Schwierigkeitschallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Schwierigkeitswertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrainund Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung⁷.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GC5EFKB	5.0 3.0 Klein
В	GCJ4BPT	2.0 2.0 Normal
С	GCEVAOH	3.0 4.0 Klein
D	GCT6NPK	4.5 3.5 Normal
Е	GCBOVX9	4.0 5.0 Klein

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{AC} ist 3km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} mit 6.5km bekannt. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{BE} ist das 1.3-fache des Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 40° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 35° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort E Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in *km* legen Sie bei der Bewältigung der abwärts Schwierigkeitschallenge zurück? **(5 Punkte)**
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.1 + 0.18 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die abwärts Schwierigkeitschallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 5m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 6.6m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

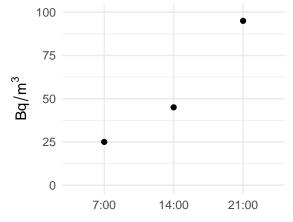
⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

Die atmende Wand und Brot aus Luft Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 21:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung⁸.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $280Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 2.8d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 143d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $280Bq/m^3$ auf unter $90Bq/m^3$ gefallen ist? (4 Punkte)

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	78.1	28.4	
Sauerstoff	19.5	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.035	12.1	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung⁹:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

⁸Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

⁹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Finsternis Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei IKEA die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon¹⁰ in die Hände gefallen. Nun sind Sie ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 1129 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Fürsten Arthur. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
 $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- ν, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit $9.81\frac{m}{c^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 30mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 14m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 14m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.2mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 1.7mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die 2.3×10^5 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $12.63q/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 2.3×10^5 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1200 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 0.8cm Abstand haben müssen? (**1 Punkt**)

 $^{^{10}}$ Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Kaninchen Leider hat es mit Ihrer Faultierpension in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 28 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!¹¹

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.1 \times 10^{10} - 9 \times 10^8 \cdot 2.2^{-0.3 \cdot t + 3.1}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 18 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 16 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.6 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 16 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.9% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 30% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Westen von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4300km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3600km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 8.8km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? *Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze!* (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 9\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 800 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

¹¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Lüneburger Heide. Unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Hängebauchschweins Frida und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur!* Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit $0.4\times$, Februar mit $0.7\times$ und März mit $1.2\times$. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.4
01. Feb 2023	1.2
01. Mrz 2023	3.1
01. Apr 2023	5.8

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ und $f_3(t)$ aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F_1(t)$, $F_2(t)$ und $F_3(t)$ für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! (1 **Punkt**)
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 190°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Pink Lady Plantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Frida und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Frida mit 180N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 190N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Frida lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Frida und die Rentner mit einem 30° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.3t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn $F = m \cdot a$ gilt? **(1 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In der Kartonagenfabrik Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte Doppelt gewellte, 6-mal-gefaltete, 0.5mm, 30-cm-Karton durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 30cm und eine Breite von 21cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge \boldsymbol{x} falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*²? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 90m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 90m Zaun bestimmen!

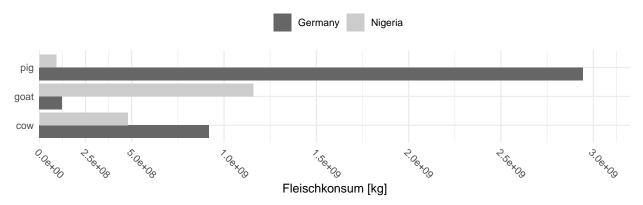
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



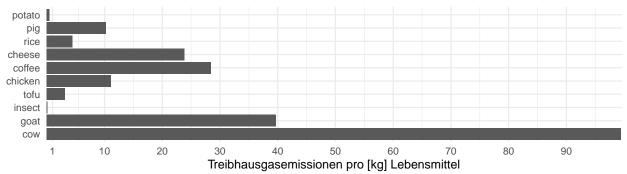
Ein Pfund Insekten, bitte! Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen 12 . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2023 leben ca. 8.2×10^7 Menschen in Deutschland und ca. 1.84×10^8 Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2023 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2023 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

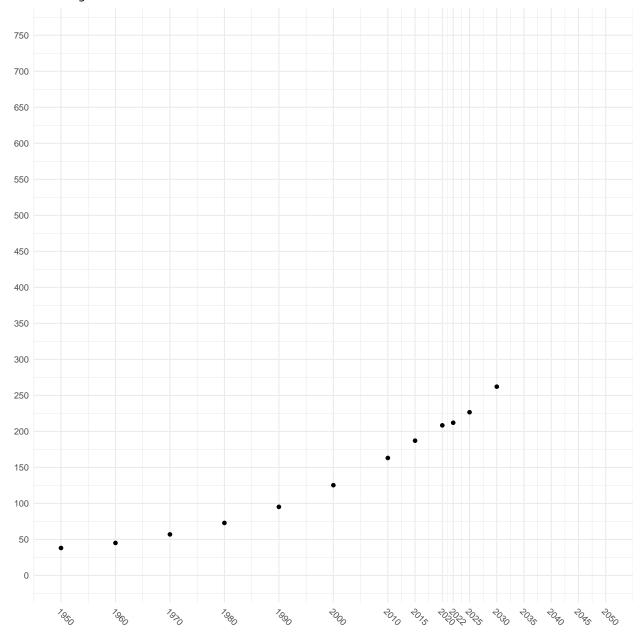
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO₂-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO_2 pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2023 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

¹²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
 - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
 - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 70%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2023! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2023, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Augenarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihr Partner über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.1% angenommen. In 96% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 0.5% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein (K^+), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben (T^+)? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von $n=4\times10^4$ Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen¹³.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

¹³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Network-Marketing oder Schneeballschlacht! Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen¹⁴.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Up/Down Systems and Networking (UD-SysNet). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 24 Prozent von 290 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut UDSysNet habe das Unternehmen 3.6×10^5 aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma UDSysNet im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 40%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 50EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 30%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 3%, 2% und 1.5%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum vier Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt vier Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 1800EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei UDSysNet Einheiten des Produkts für 2000EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 6.2% p.a. über 48 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1
 Punkt)

¹⁴Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Höhlen & Drachen Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 5 sechseitige Würfel (5d6) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 6 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 4 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei sechseitigen Würfeln (2d6) als Schaden oder das Schwert mit einem zwölfseitigen Würfel plus 7 (1d12+7) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.65, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.7. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 40 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einen $\Omega=100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! (1 Punkt)
- 6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Retrocheck im TV "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Annegret und Thorsten das Team der drei Kandidaten.

Name	P(win)	P(outbid)
Annegret	0.2	0.11
Thorsten	0.1	0.08

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.043 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem Typen in einem Tentakelkostüm um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 8 Feldern gewinnen Sie 4000EUR sonst 1000EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 5000EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

Teil XIII.

Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

131. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

132. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var_i: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA_i: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V_k: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$: lineare Kovariable Laktationsnummer
- e_{ijkl} : zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

133. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.