Name:	Nicht bestanden: □
Vorname:	
Matrikelnummer:	Endnote:

Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL)

Klausurfragen Bio Data Science

für Pflichtmodule

im 1. & 2. Semester B.Sc./M.Sc.

(Prüfungsleistung der Wahlpflichtmodule ist eine Portfolioprüfung)

Prüfer: Prof. Dr. Jochen Kruppa-Scheetz Fakultät für Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur j.kruppa@hs-osnabrueck.de

Wintersemester 2024/25



"The test of a student is not how much he knows, but how much he wants to know." — Alice W. Rollins

1

Erlaubte Hilfsmittel

- Normaler Taschenrechner ohne Möglichkeit der Kommunikation mit anderen Geräten! Ausdrücklich kein Handy!
- Eine DIN A4-Seite als beidseitig, selbstgeschriebene, handschriftliche Formelsammlung. Keine digitalen Ausdrucke!
- Die Verwendung eines roten Farbstiftes ist nicht gestattet! Korrekturfarbe!
- You can answer the questions in English without any consequences.

Endnote

_____ von 20 Punkten sind aus den Multiple Choice Aufgaben erreicht.

_____ von 66 Punkten sind aus den Rechen- und Textaufgaben erreicht.

_____ von 86 Punkten in Summe.

Es wird folgender Notenschlüssel angewendet.

Punkte	Note
82.0 - 86.0	1,0
78.0 - 81.5	1,3
73.5 - 77.5	1,7
69.5 - 73.0	2,0
65.0 - 69.0	2,3
60.5 - 64.5	2,7
56.5 - 60.0	3,0
52.0 - 56.0	3,3
48.0 - 51.5	3,7
43.0 - 47.5	4,0

Es ergibt sich eine Endnote von _____.

Multiple Choice Aufgaben

- Pro Multipe Choice Frage ist *genau* eine Antwort richtig.
- Übertragen Sie Ihre Kreuze in die Tabelle auf dieser Seite.

	A	В	С	D	E	✓
Aufgabe 1						
Aufgabe 2						
Aufgabe 3						
Aufgabe 4						
Aufgabe 5						
Aufgabe 6						
Aufgabe 7						
Aufgabe 8						
Aufgabe 9						
Aufgabe 10						

• Es sind ____ von 20 Punkten erreicht worden.

Rechen- und Textaufgaben

Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	8	9	10	10	9	80	12

• Es sind ____ von 66 Punkten erreicht worden.

Multiple Choice Aufgaben

Die Multiple Choice Aufgaben unterliegen dem Zufall. Die Reihenfolge der Antworten ist zufällig. Die Fragen und Antworten sind semantisch zufällig und haben somit verschiedene Textvarianten. Insbesondere die reinen Textaufgaben haben verschiedene Versionen. Der Text mag sich unterscheiden, die Inhalte sind aber gleich.

ANOVA

1. Aufgabe (2 Punkte)

Aus einem Feldversuch ergibt sich die Notwendigkeit der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA. Es ergibt sich ein $\eta^2 = 0.52$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Die Berechnung von η^2 ist ein Wert für die Interaktion.
- **B** \square Das n^2 ist die Korrelation der ANOVA. Mit der Ausnahme, dass 0 der beste Wert ist.
- **C** \square Das η^2 ist ein Wert für die Güte der ANOVA. Je kleiner desto besser. Ein η^2 von 0 bedeutet ein perfektes Modell mit keiner Abweichung. Die Varianz ist null.
- **D** \square Das η^2 ist damit mit dem R^2 aus der linearen Regression zu vergleichen und beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird.
- **E** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird. Somit der Rest an nicht erklärbarer Varianz.

2. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Feldexperiment durch um das Gewicht von Erdbeeren zu steigern. Die Pflanzen wachsen unter einer Kontrolle und zwei verschiedenen Behandlungsbedingungen. Nach der Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA ergibt sich ein $\eta^2 = 0.25$. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Behandlungsbedingungen erklärt wird. Daher werden 25% der Varianz durch die Behandlungsgruppen erklärt.
- **B** \square Es werden 75% der Varianz durch die Behandlung erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den unterschiedlichen Behandlungsbedingungen nicht erklärt wird.
- **C** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch den Forschenden entsteht. Es gilt die Regel, dass ca. 70% der Varianz eines Versuches durch die Versuchsdurchführung entstehen sollen.
- **D** \square Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der von den Umweltbedingungen erklärt wird. Daher werden 25% der Varianz durch die Umweltbedingungen erklärt. Der Anteil der Varianz durch die Behandlungsgruppen ist dann 75%.
- **E** \square Es werden 25% der Varianz durch den Versuch erklärt. Das η^2 beschreibt den Anteil der Varianz, der durch Fehler in der Versuchsdurchführung entsteht.

3. Aufgabe (2 Punkte)

Die einfaktorielle ANOVA ist ein Standardverfahren in der agrawissenschaftlichen Forschung wenn es um den Vergleich von Behandlungsgruppen geht. Welche der folgenden Aussage zu der Berechnung der Teststatistik der einfaktoriellen ANOVA ist richtig?

- **A** □ Wenn die F-Statistik höher ist als der kritische Wert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden. Die F-Statistik ist die Differenz der MS der Behandlung durch die MS des Fehlers.
- **B** □ Die F-Statistik wird berechnet indem die MS der Behandlung durch die MS des Fehlers geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich kaum von der Null unterscheidet kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.

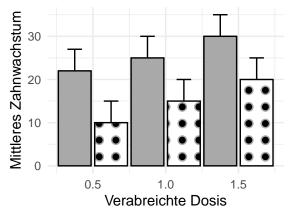
- C □ Die ANOVA berechnet die T-Statistik aus der Multiplikation der MS Behandlung mit der MS der Fehler. Wenn die F-Statistik genau 0 ist, kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- D □ Die ANOVA berechnet die F-Statistik indem die MS des Fehlers durch die MS der Behandlung geteilt werden. Wenn die F-Statistik sich der 1 annähert kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden.
- **E** □ Die ANOVA berechnt die F-Statistik aus den SS Behandlung geteilt durch die SS Fehler.

Viele statistische Verfahren nutzen eine Teststatistik um eine Aussage über den Zusammenhang zwischen der Grundgesamthat und der Stichprobe abzubilden. Ein statistisches Testwerkzeug ist hierbei die ANOVA. Die ANOVA rechnet dabei...

- **A** □ ... den Unterschied zwischen zwei paarweisen Mittelwerten aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die signifikant ist, ist daher bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **B** □ ... den Unterschied zwischen der Varianz ausgelöst durch alle Behandlungsgruppen und der Varianz aus globalen Behandlungsguppen der Kontrollen. Wenn die ANOVA nicht signifikant ist, muss ein PosthocTest ausgeschlossen werden.
- C □ ... den Unterschied zwischen der globalen Varianz und der Varianz aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.
- **D** \square ... den Unterschied zwischen der Varianz durch verschiedene Behandlungsguppen unter der Varianz über alle Behandlungsgruppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, kann kein Effekt η^2 bestimmt werden.
- **E** □ ... den Unterschied zwischen mehreren Varianzen aus verschiedenen Behandlungsguppen. Wenn die ANOVA signifikant ist, ist nicht bekannt welcher Vergleich konkret unterschiedlich ist.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Ein Versuch wurde an 68 Tieren durchgeführt, wobei jedes Tier eine von drei Vitamin-C-Dosen (0.5, 1 und 1.5 mg/Tag) über eine von zwei Verabreichungsmethoden erhielt. Die folgende Abbildung enthält die Daten aus diesem Versuch zur Bewertung der Wirkung von Vitamin C auf das Zahnwachstum bei Hasen. Welche Aussage ist richtig, wenn Sie eine zweifaktorielle ANOVA rechnen?



- **A** \square Eine mittlere bis starke Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$)
- **B** \square Eine Korrelation liegt vor ($p \le 0.05$).
- **C** \square Die Koeffizienten sind positiv ($\beta_0 > 0; \beta_1 > 0$).
- **D** \square Keine Korrelation liegt vor $(p \ge 0.05)$.
- **E** \square Keine Interaktion liegt vor ($p \le 0.05$).

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

6. /	Aufgabe (2 Punkte)
Bere	echnen Sie den Mittelwert und Standardabweichung von y mit 9, 12, 9, 18 und 10.
A 🗆	Sie erhalten 11.6 +/- 3.78
В□	Es ergibt sich 10.6 +/- 7.15
c 🗆	Es berechnet sich 11.6 +/- 14.3
D 🗆	Sie erhalten 11.6 +/- 1.89
E 🗆	Es berechnet sich 12.6 +/- 14.3
7. /	Aufgabe (2 Punkte)
	eben ist y mit 3, 38, 13, 4, 34, 20, 26, 13, 20, 27 und 42. Berechnen Sie den Median, das 1^{st} Quartile de das 3^{rd} Quartile.
A 🗆	Sie erhalten 20 [11; 32]
B 🗆	Es ergibt sich 22 +/- 13
C 🗆	Es ergibt sich 20 +/- 13
D 🗆	Sie erhalten 20 +/- 34
E 🗆	Es berechnet sich 20 [13; 34]
8. /	Aufgabe (2 Punkte)
Die 6	empfohlene Mindestanzahl an Beobachtungen für die Visualisierung mit einem Histogramm sind
A 🗆	Die untere Grenze liegt bei zwei bis fünf Beobachtungen.
B 🗆	erhalten, sollten wir mindestens zwanzig Beobachtungen haben.
C 🗆	Wir sollten eine Beobachtung mindestens pro Gruppe vorliegen haben.
D 🗆	Wir brauchen fünf oder mehr Beobachtungen.
E 🗆	Die opimale Anzahl ist größer als hundert Beobachtungen, wobei es gerne sehr viel mehr sein können.
9. /	Aufgabe (2 Punkte)
	Varianz ist eine bedeutende deskriptive Statistik für die Analyse von Daten. Wie müssen Sie vorgehen die Varianz zu berechnen?
A 🗆	Den Mittelwert berechnen und die Abstände quadrieren. Die Summe mit der Fallzahl multiplizieren.
B 🗆	Den Median berechen, dann die quadratischen Abstände zum Median aufsummieren, dann die Wurzel ziehen.
C 🗆	Den Mittelwert berechen, dann die quadratischen Abstände zum Mittelwert aufsummieren und durch die Fallzahl teilen, dann die Wurzel ziehen.
D 🗆	Wir berechnen erst den Mittelwert und dann die quadratischen Abstände zu dem Mittelwert. Diese quadratischen Abstände summieren wir auf und teilen am Ende durch die Fallzahl.
Ε□	Den Mittelwert berechen, dann die absoluten Abstände zum Mittelwert aufsummieren

Der Barplot stellt folgende statistische Maßzahlen in einer Abbildung dar. Damit gehört der Barplot zu einem der am meisten genutzten statistischen Verfahren zur Visualisierung von Daten.

A □ Den Median und die Quartile.

B □ Den Mittelwert und die Varianz.

C □ Der Barplot stellt die Mittelwerte und die Standardabweichung dar.

D □ Durch die Abbildung des Barplot erhalten wir die Informationen über den Median und die Standardabweichung.

E □ Den Mittelwert sowie den Median und die Streuung.

11. Aufgabe (2 Punkte)

Nachdem Sie in einem Feldexperiment zu Leistungssteigerung von Erbsen durchgeführt haben, berechnen Sie den Mittelwert und den Median. Der Mittelwert \bar{y} und der Median \tilde{y} unterscheiden sich nicht. Welche Aussage ist richtig?

A □ Da sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor. Wir verweden den Datensatz so wie er ist.

B □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn keine Outlier in den Daten vorliegen.

C □ Wenn sich der Mittelwert und der Median unterscheiden, liegen vermutlich keine Outlier in den Daten vor.

D ☐ Wenn sich der Mittelwert und der Median nicht unterscheiden, liegen vermutlich Outlier in den Daten vor.

E □ Der Mittelwert und der Median sollten gleich sein, wenn Outlier in den Daten vorliegen.

12. Aufgabe (2 Punkte)

Sie wollen eine ANOVA im Anschluss an Ihr Feldexperiment rechnen. Dafür muss Ihr gemessener Endpunkt die Annahme einer Varianzhomogenität genügen. Zur Überprüfung können Sie folgende Visualisierung nutzen. Welche entsprechende Regel zur Abschätzung der Annahme einer Varianzhomogenität kommt zur Anwendung?

A □ In einer explorativen Datanalyse nutzen wir den Violinplot. Dabei sollte der Bauch am Rand liegen. Dann können wir von einer Varianzhomogenität ausgehen.

B □ Einen Dotplot. Die Punkte müssen sich wie an einer Perlenschnurr audreihen. Eine Abweichung führt zur Ablehnung der Annahme einer Varianzhomogenität.

 ${f C} \ \square$ Einen Boxplot. Das IQR muss über alle Behandlungen zusammen mit den Whiskers ungefähr gleich aussehen.

D □ Wir erstellen uns für jede Behandlung einen Dotplot und schauen, ob die Dots und damit die Varianz für jede Behandlung gleich groß sind.

E □ Nach der Erstellung eines Boxplots schauen wir, ob der Median in der Mitte der Box liegt. Dabei ist der Median als dicke Linie dargestellt und die Box ist das IQR.

13. Aufgabe (2 Punkte)

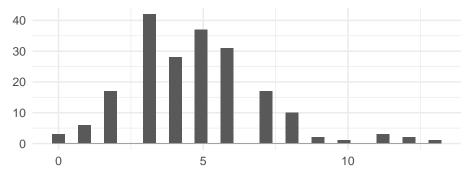
In der Statistik müssen wir häufig überprüfen, ob unser Outcome einer bestimmten Verteilung folgt. Meistens überprüfen wir, ob eine Normalverteilung vorliegt. Folgende drei Abbildungen eigenen sich im Besonderen für die Überprüfung einer Verteilungsannahme an eine Variable.

A □ Barplot, Mosaicplot, Violinplot

B □ Densityplot, Boxplot, Violinplot

- **C** □ Scatterplot, Densityplot, Barplot
- **D** ☐ Histogramm, Densityplot, Dotplot
- **E** □ Histogramm, Scatterplot, Boxplot

In dem folgenden Histogramm von n = 194 Pflanzen ist welche Verteilung abgebildet?



- **A** □ In dem Histogramm ist eine Ordinalverteilung dargestellt.
- **B** □ Eine Standardnormalverteilung.
- **C** □ Dem Histogramm entnehmen wir eine Possion-Verteilung.
- **D** □ Es handelt sich um eine Normalverteilung.
- **E** □ Eine multivariate Normalverteilung.

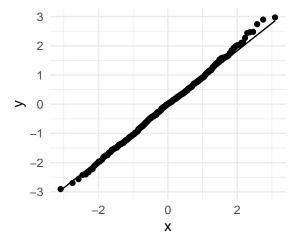
Lineare Regression & Korrelation

15. Aufgabe (2 Punkte)

Im Allgemeinen gibt es zwei mögliche Ziele für ein Regressionsmodell. Wir können eine Vorhersagemodell oder ein kausales Modell rechnen. Welche Aussage ist für ein kausales Modell richtig?

- **A** □ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Modellieren des Trainingsmodells benötigt. Der Testdatensatz dient rein zur Visualisierung. Dies gilt vor allem für ein kausales Modell.
- **B** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll, dann muss zum einen ein Traingsdatensatz sowie ein Testdatensatz definiert werden. Dabei ist der Trainingsdatensatz meist 1/10 und der Testdatensatz 1/3 der Fallzahl groß. Der Testdatensatz dient zur Validierung.
- **C** □ Ein kausales Modell benötigt mindestens eine Fallzahl von über 100 Beobachtungen und darf keine fehlenden Werte beinhalten. Die Varianzkomponenten müssen homogen sein.
- **D** □ Wenn ein kausales Modell gerechnet werden soll dann kann dies auf dem gesamten Datensatz geschehen. Das Ziel ist es einen Zusammenhang von X auf Y zu modellieren. Wie wirken sich die Einflussvariablen X auf den gemessenen Endpunkt Y aus?
- **E** □ Es wird ein Trainingsdatensatz zum Trainieren des Modells benötigt. Der Testdatensatz dient zur Validierung. Dies gilt insbesondere für ein kausales Modell.

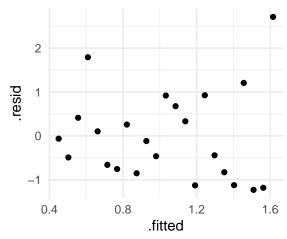
Sie rechnen in eine linearen Regression und erhalten folgenden QQ Plot um die Annahme der normalverteilten Residuen zu überprüfen. Welche Aussage ist richtig?



- **A** □ Wir betrachten die Gerade und dabei insbesondere die beiden Enden der Gerade. Hier sollten die Punkte auf der Geraden liegen, dann ist die Annahme an die Normalverteilung der Residuen erfüllt. Diese Annahme ist nicht erfüllt.
- **B** □ Wir betrachten die Punkte auf der Geraden. Wenn die Punkte einigermaßen auf der Geraden liegen, dann gehen wir von normalverteilten Residuen aus. Wir können hier von normalverteilten Residuen ausgehen.
- C ☐ Wir betrachten die Punkte. Wenn die Punkte einigermaßen gleichmäßig verteilt liegen, dann gehen wir von normalen Residuen aus.
- **D** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil auf der Geraden.
- **E** □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Die Punkte liegen zum überwiegenden Teil nicht auf der Geraden und Korrelation ist negativ.

17. Aufgabe (2 Punkte)

Nach einer Regressions sollten die Residuen (.resid) gleichmäßig um die Gerade verortet sein. Was bei einer simplen Regression noch relativ einfach visuell in einem Scatterplot zu überprüfen ist. Für komplexere Modell liefert der Residual Plot die notwendigen Informationen. Welche Aussage ist richtig?



A □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist nicht erfüllt. Vereinzelte Punkte liegen oberhalb bzw. unterhalb der Geraden um die 0 Linie weiter entfernt. Ein klares Muster ist zu erkennen.

B □ Die Punkte müssen gleichmäßig in dem negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Die Analyse ist gescheitert.
 C □ Wenn wir die Nulllinie betrachten so müssen die Punkte gleichmäßig über der Nulllinie liegen. Unser Modell erfüllt somit nicht die Annahme von normalverteilten Residuen mit einem Mittelwert von > 0 und einer Streuung von s.
 D □ Die Annahme der normalverteilten Residuen ist erfüllt. Kein Muster ist zu erkennen und keine Outlier zu beobachten.
 E □ Die Punkte müssen gleichmäßig, mit ähnlichen Abständen, in dem positiven wie auch negativen Bereich liegen. Dies ist hier klar nicht der Fall. Einzelne Ausreißer können beobachtet werden. Wir können mit dem Model so nicht rechnen und müssen erst die auffälligen Werte gesondert betrachten.
 18. Aufgabe (2 Punkte)

lationskoeffizienten ρ ist richtig? **A** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt.

- **A** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine standardisierte, statistische Maßzahl, die zwischen 0 und 1 liegt. Dabei ist Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos. Eine Signifikanz kann nicht nachgewiesen werden.
- **B** \square Korrelationskoeffizienten ρ liegt zwischen 0 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ρ einheitslos und kann als Standardisierung verstanden werden.
- ${f C} \ \square$ Der Korrelationskoeffizienten ho liegt zwischen -1 und 1. Darüber hinaus ist der Korrelationskoeffizienten ho einheitslos und kann als standardisierte Steigung verstanden werden.
- **D** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression. Dabei gibt er jedoch eine Richtung an und kann auch negativ werden.
- **E** \square Der Korrelationskoeffizienten ρ ist eine veraltete Darstellungsform von Effekten in der linearen Regression und wird wie das η^2 aus der ANOVA interpretiert. Der Korrelationskoeffizienten ρ beschreibt den Anteil an erklärter Varianz durch die Regression.

19. Aufgabe (2 Punkte)

In einer lineren Regression kann es vorkommen, dass der Effekt repräsentiert durch den β Koeffizienten nicht so richtig von der Größenordnung zu dem p-Wert passen will. So liefert eine Untersuchung des Einflusses von der CO_2 -Konzentration in $[\mu g]$ im Wasser auf das Trockengewicht in [kg] an Spitzkohl folgende Effekte und p-Werte: 0.00051 als p-Wert und einen β_{CO_2} Koeffizienten von 2.3 × 10⁻⁹. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu groß gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu großen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{CO_2} sehr klein wirken, da der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt wird.
- ${\bf B} \ \square$ Die Fallzahl ist zu klein angesetzt. Je kleiner die Fallzahl ist, desto höher ist die Teststatsitik und damit auch der p-Wert kleiner. Wir brauchen also mehr Fallzahl um den geringen Effekt noch signifikant zu krigen.
- **C** □ Die Fallzahl ist zu hoch angesetzt. Je höher die Fallzahl ist, desto kleiner ist die Teststatistik und damit ist dann auch der *p*-Wert sehr klein. Es sollte über eine Reduzierung der Fallzahl nachgedacht werden. Dann sollte der Effekt zum p-Wert passen.
- **D** \square Manchmal ist die Einheit der Einflussvariable X zu klein gewählt, so dass der Ansteig von 1 Einheit in X zu einer zu kleinen Änderung in Y führt. Daher kann der Effekt β_{CO_2} sehr klein wirken, aber auf einer anderen Einheit sehr viel größer sein. Der p-Wert wird auf einer einheitslosen Teststatistik bestimmt.
- **E** \square Das Gewicht und die CO_2 -Konzentration korrelieren sehr stark, deshalb wird der β_{CO_2} Koeffizient sehr klein. Mit einer ANOVA kann für die Korrelation korrigiert werden und der Effektschätzer passt dann zum p-Wert.

Sie wollen nach der explorativen Datenanalyse (EDA) Ihre Daten in der Abschlussarbeit auswerten. Nach einiger Rechereche finden Sie heraus, dass Sie zuerst die Daten mit der Funktion lm() in modellieren müssen. Welche Anwendung folgt drauf?

- **A** \square Ist die Einflussvariable X ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Dennoch muss zuerst ein lineares Modell mit der Funktion lm() in \mathbf{R} gerechnet werden.
- **B** □ Die Funktion lm() in ist der letzte Schritt für einen Gruppenvergleich. Vorher kann eine ANOVA oder aber ein multipler Vergleich in {emmeans} gerechnet werden. In der Funktion lm() werden die Gruppenvarianzen bestimmt.
- C □ Neben der klassichen Verwendung der Funktion lm() in der linearen Regression kann auch ein Gruppenvergleich gerechnet werden. Dafür müssen aber alle Faktoren aus den Daten entfernt und numerishc umgewandelt werden. Dann kann das R Paket {emmeans} genutzt werden um die Korrelation zu berechnen. Eine Adjustierung ist dann nicht mehr notwendig.
- **D** □ Ist die Einflussvariable *X* ein Faktor so werden die Gruppenmittelwerte geschätzt und eine anschließende ANOVA sowie multipler Gruppenvergleich mit {emmeans} ist möglich. Die Funktion lm() kann dabei eigentlich weggelassen werden, wird aber traditionell gerechnet.
- **E** □ Die Funktion lm() berechnet die Varianzstruktur für eine ANOVA. Dannach kann dann über eine explorative Datenalayse nochmal eine Signifikanz berechnet werden. Sollte vor der Verwendung der Funktion lm() schon eine EDA gerechnet worden sein, so ist die Analyse wertlos.

21. Aufgabe (2 Punkte)

Wenn Ihr gemessener Endpunkt nicht einer Normalverteilung folgt, so können Sie dennoch Ihre Daten modellieren. Hierzu nutzen Sie dann das *generalisierte lineare Modell (GLM)*. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Das GLM erlaubt auch nicht normalverteilte Residuen in der Schätzung der Regressionsgrade.
- **B** □ Das GLM ist eine allgemeine Erweiterung der linearen Regression auf die Normalverteilung.
- **C** □ Dank dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* können auch andere Verteilungsfamilien als die Normalverteilung mit einer linearen Regression modelliert werden.
- **D** □ Das GLM ist eine Vereinfachung des LM in R. Mit dem GLM lassen sich polygonale Regressionen rechnen. Somit stehen neben der Normalverteilung noch weitere Verteilungen zu Verfügung.
- **E** □ In ist mit dem *generalisierten linearen Modell (GLM)* eine Modellierung implementiert, die die Poissonverteilung für Zähldaten oder die Binomialverteilung für 0/1-Daten modellieren kann. Weitere Modellierungen sind in auch mit zusätzlich geladenen Paketen nicht möglich.

Vermischte Themen

22. Aufgabe (2 Punkte)

Die Randomisierung von Beobachtungen zu den Versuchseinheiten ist bedeutend in der Versuchsplanung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- **A** □ Strukturgleichheit ist durch Randomisierung gegeben. Leider hilft die Randomisierung noch nicht um von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen. Deshalb wurde das Falsifikationsprinzip entwickelt.
- **B** □ Randomisierung erlaubt erst die Mittelwerte zu schätzen. Ohne Randomisierung keine Mittelwerte. Ohne Mittelwerte keine Varianz und somit auch kein statistischer Test.
- **C** □ Randomisierung sorgt für Strukturgleichheit und erlaubt erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen.
- **D** □ Randomisierung erlaubt erst die Varianzen zu schätzen. Ohne eine Randomisierung ist die Berechnung von Mittelwerten und Varianzen nicht möglich. Dadurch lässt sich erst ein Experiment auswerten.

E ☐ Randomisierung ist die direkte Folge von Strukturgleichheit. Die Strukturgleichheit erlaubt es erst von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit zurückzuschliessen. 23. Aufgabe (2 Punkte) Viele wissenschaftliche Orginalquellen sind in Englisch verfasst. Jetzt finden Sie heraus, dass auch 🧣 nur in englischer Sprache funktioniert. Warum ist das so? **A** □ Die Spracherkennung von **!** ist nicht in der Lage Deutsch zu verstehen. B 🗆 🗬 Pakete sind nur in englischer Sprache verfasst. Es macht keinen Sinn 🗣 daher in Deutsch zu C 🗆 Programmiersprachen können nur englische Begriffe verarbeiten. Zusätzliche Pakete können zwar geladen werden, aber meist funktionieren diese Pakete nicht richtig. Deutsch ist International nicht bedeutend genug. **D** ☐ Alle Funktionen und auch Anwendungen sind in 😱 in englischer Sprache. Die Nutzung von deutschen Wörtern ist nicht schick und das ist zu vermeiden. **E** □ Programmiersprachen haben Probleme mit Umlauten und Sonderzeichen der deutschen Sprache. Die Nutzung von englischer Sprache umgeht dieses Problem in eleganter Art. 24. Aufgabe (2 Punkte) Bei der explorativen Datenanalyse (EDA) in 😱 gibt es eine richtige Abfolge von Prozessschritten, auch extitCircle of life genannt. Wie lautet die richtige Reihenfolge für die Erstellung einer EDA? A □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass die Faktoren richtig erstellt werden. **B** □ Wir transformieren die Spalten über mutate() in ein tibble und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Dabei beachten wir das wir keine Faktoren in den Daten haben. C □ Wir lesen als erstes die Daten über read_excel() ein, transformieren die Spalten über mutate() in die richtige Form und können dann über ggplot() uns die Abbildungen erstellen lassen. Wichtig ist, dass wir keine Faktoren sondern nur numerische Variablen vorliegen haben. D 🗆 Wir lesen die Daten über eine generische Funktion read() ein und müssen dann die Funktion ggplot() nur noch installieren. Dann haben wir die Abbildungen als *.png vorliegen. **E** □ Die Funktionsreihenfolge ist wie folgt: read_excel() -> mutate() -> ggplot(). Dabei ist bei der Transformation der Daten darauf zu achten, dass keine Faktoren erstellt werden. 25. Aufgabe (2 Punkte) Gegeben ist das Modell $Y \sim X$. Welche Aussage über $n_1 < n_2$ ist richtig? **A** □ Es liegt Varianzhetrogenität vor. **B** □ Es liegt Varianzhomogenität vor. **C** □ Es handelt sich um unabhängige Beobachtungen. **D** □ Es handelt sich um ein balanciertes Design. **E** □ Es handelt sich um ein unbalanciertes Design.

Die Leistung von Sauen soll auf einem Zuchtbetrieb gesteigert werden. Dafür werden die Ferkel verschiedener Sauen gemessen. Die Ferkel einer Muttersaue sind daher...

- **A** □ Die Ferkel stammen vom gleichen Muttertier und haben vermutlich eine ähnlichere Varianzstruktur als die Ferkel von anderen Sauen. Die Ferkel sind untereinander über die Mutter abhängig.
- **B** □ Je nach Stallanlage kommt eine andere Analyse in Betracht. Eine allgemeine Aussage über Ferkel und Sauen lässt sich statistisch nicht treffen.
- **C** □ Untereinander unabhängig. Sollten die Mütter verwandt sein, so ist die Varianzstruktur ähnlich und muss modelliert werden.
- **D** □ Untereinander unabhängig. Die Ferkel sind eigenständig und benötigen keine zusätzliche Behandlung.
- **E** □ Abhängig von der Stallanlage und des Experiments können die Ferkel abhängig oder unabhängig sein. Allgmein gilt, dass Ferkel von unterschiedlichen Sauen näher miteinander verwandt sind als Ferkel von gleichen Sauen. Das Fisher-Axiom.

27. Aufgabe (2 Punkte)

Sie führen ein Experiment zur Behandlung von Klaueninfektionen bei Rinder durch. Bei 4 Tieren finden Sie eine Erkrankung der Klauen vor und 8 Tiere sind gesund. Welche Aussage über den Effektschätzer Odds ratio ist richtig?

- **A** □ Da es sich um ein Chancenverhältnis handelt ergibt sich ein Odds ratio von 3.
- **B** □ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.33, da es sich um eine Chancenverhältnis handelt.
- C ☐ Es ergibt sich ein Odds ratio von 0.33, da es sich um ein Anteil handelt. Wir berechnen den Anteil der Kranken.
- D □ Das Verhältnis von Chancen Odds ratio ergibt ein Chancenverhältnis von 0.5.
- **E** □ Der Anteil der Gesunden wird berechnet. Da es sich um ein Anteil handelt ergibt sich ein Odds ratio von 0.33.

28. Aufgabe (2 Punkte)

In der Bio Data Science wird häufig mit sehr großen Datensätzen gerechnet. Historisch ergibt sich nun ein Problem bei der Auswertung der Daten und deren Bewertung hinsichtlich der Signifikanz. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Riesige Datensätz haben mehr Fallzahl was zur α -Inflation führt. Durch eine Adjustoerung kann dem Problem entgegengewirkt werden.
- **B** \square Mehr Fallzahl in Datensätzen bedeutet mehr signifikante Ergebnisse, da in mehr Daten auch mehr Informationen beinhaltet sind. Deshalb lohnen sich riesige Datensätze, die durch die vielen signifikanten Ergebnisse auch eine Menge an relevanten Erkenntnissen liefern.
- C ☐ Relevanz und Signifikanz haben nichts miteinander zu tun. Daher gibt es auch keinen Zusammenhang zwischen hoher Fahlzahl (n > 10000) und einem signifikanten Test. Ein Effekt ist immer relevant und somit signifikant.
- **D** □ Aktuell werden immer größere Datensätze erhoben. Dadurch wird auch die Varianz immer höher was automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen führt.
- **E** □ Eine erhöhte Fallzahl führt automatisch zu mehr signifikanten Ergebnissen auch wenn der Effekt klein ist und damit nicht relevant. Dadurch sind die Informationen zur Signifikanz in riesigen Datensätzen schwer zu verwerten, da fast alle Vergleiche signifikant sind.

Multiple Gruppenvergleiche

29. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben folgende unadjustierten p-Werte gegeben: 0.21, 0.02, 0.03, 0.34 und 0.01. Sie adjustieren die p-Werte nach Bonferroni. Welche Aussage ist richtig?

- **A** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1.05, 0.1, 0.15, 1.7 und 0.05. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **B** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.042, 0.004, 0.006, 0.068 und 0.002. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.
- **C** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.1, 0.15, 1 und 0.05. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1% verglichen.
- **D** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 0.042, 0.004, 0.006, 0.068 und 0.002. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 1% verglichen.
- **E** \square Nach der Bonferroni-Adjustierung ergeben sich die adjustierten p-Werte von 1, 0.1, 0.15, 1 und 0.05. Die adjustierten p-Werte werden zu einem α -Niveau von 5% verglichen.

30. Aufgabe (2 Punkte)

Sie rechnen einen PostHoc-Test. Nun sollen Sie ein *CLD* erstellen. Was bedeutet dieser Fachbegriff und welche folgende Beschreibung der Interpretation ist korrekt?

- **A** □ Compact line display. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Früher wurden keine Buchstaben sondern eine durchgezogene Linie verwendet. Bei mehr als drei Gruppen funktioniert die Linie aber graphisch nicht mehr.
- **B** □ Contrast letter display. Unterschiede in den Behandlungen werden durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt. Die Interpretation des CLD führt häufig in die Irre.
- C ☐ Compact letter display. Gleiche Buchstaben zeigen Gleichheit in den Behandlungen. Die Interpretation ist deshalb sehr intuitiv und einfach. Darüber hinaus ist damit das CLD auch auf einer Linie mit der Testtheorie, da wir ja auch dort die Gültigkeit der Nullhypothese nachweisen. Wir suchen ja Gleichheit.
- **D** □ Compact letter detection. Gleichheit in den Behandlungen wird durch den gleichen Buchstaben oder Symbol dargestellt.
- **E** □ Compact letter display. Teilweise ist die Interpretation des CLD schwierig, da wir ja nach Unterschieden suchen aber nur Gleichheit in den Buchstaben sehen. Die Gleichheit der Behandlungen wird durch gleiche Buchstaben dargestellt.

31. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben eine zweifaktorielle ANOVA gerechnet und wollen nach einem signifikanten Ergebnis in dem Gruppenfaktor einen Posthoc-Test rechnen. Welches R Paket nutzen Sie dafür und welche Eigenschaften des Paktes sind korrekt?

- **A** □ Das R Paket {Im}. Das Paket {Im} erstellt selbstständig Konfidenzintervalle und entsprechende p-Werte. Da wir in dem Paket nicht adjustieren müssen, ist es bei Anwendern sehr beliebt.
- **B** □ Das R Paket {emmeans} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs. Aus einem emmeans Objekt lässt sich leider kein CLD erstellen. Dennoch ist das Paket einfach zu bedienen und wird deshalb genutzt. Die Interpretation der statistischen Auswertung wird über einen Barplot abgebildet.
- C ☐ Sie nutzen das R Paket {emmeans} für die Berechnung des multipnen Gruppenvergleichs. Die Ausgabe der Funktion emmeans() erlaubt zügig über {ggplot} einen Barplot zu erstellen und dann auch das CLD zu berechnen. Sie haben alles sofort zusammen.
- D □ Das R Paket {hmisc} erlaubt die Durchführung eines multiplen Gruppenvergleichs aus verschiedenen Modellen heraus. Aus einem hmisc Objekt lässt sich recht einfach das CLD erstellen und so über Barplots eine schnelle Interpration der statistischen Auswertung durchführen.
- **E** □ Das R Paket {ggplot}. Wir erhalten hier sofort eine Visualisierung der Daten. Anhand der Visualisierung lässt sich eine explorative Datenanalyse durchführen, die gleichwertig zu einem Posthoc-Test ist.

Bei einem multiplen Vergleich oder Posthoc Test kann es zu einer Besonderheit beim statistischen Testen kommen. Wie nennt man diese Besonderheit beim statistischen Testen und wie kann man mit ihr umgehen?

- **A** \square Die Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni erlaubt es gegen die α -Inflation vorzugehen, die häufig beim multiplen Testen auftritt. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel höher. Das ist der Grund warum die p-Werte entsprechend adjustiert werden müssen.
- ${\bf B} \ \square$ Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern sehr viel niedriger, bei ca. 1%. Es kommt zu einer α -Hyperinflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.
- ${f C}$ \square Beim multiplen Testen kann es zu einer α -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Welch das bekanneste Verfahren ist.
- **D** \square Beim multiplen Testen kann es zu einer β -Inflation kommen. Das globale Signifikanzniveau liegt nicht mehr bei 20%. Daher müssen die p-Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der p-Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist.
- **E** \square Das globale Signifikanzniveau explodiert und erreicht Werte größer als Eins. Es kommt zu einer α Inflation. Dagegen kann mit der Adjustierung der α -Werte nach Bonferroni vorgegangen werden.

33. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Bachelorarbeit werten Sie einen einfaktoriellen Versuch aus. Dafür rechnen Sie in Runächst eine ANOVA und schließen dann dann einen multiplen vergleich mit t-Tests an. Welche Aussage über die Effekte in Ihrem versuch ist richtig?

- $\mathbf{A} \square$ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nach Bonferroni adjustiert werden. Dafür wird der Effekt mit der Anzahl an Vergleichen k multipliziert. Dies geschiet analog zu den p-Werten.
- ${f B} \ \square$ Wenn ein multipler Test gerechnet wird, dann muss der Effekt Δ nicht adjustiert werden. Bei einem Effekt im multiplen Testen handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nullhypothese.
- ${f C}$ \square Beim multiplen Testen kann es zu einer Δ -Deflation kommen. Das globale Relevanzniveau liegt nicht mehr bei 5% sondern weit darunter. Daher müssen die Δ -Werte entsprechend adjustiert werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, wobei das Verfahren zur Adjustierung der Δ -Werte nach Bonferroni das bekanneste Verfahren ist. Die Δ -Werte werden durch die Anzahl an Vergleichen geteilt.
- **D** □ Beim multiplen Testen muss der Effekt, wie der Mittelwertsunterschied Δ aus einem t-Test, nicht adjusiert werden.
- **E** □ Beim multiplen Testen werden die Effekte der paarweisen Vergleiche ignoriert. Der Nachteil des multiplen Testens ist ja auch, dass wir am Ende keine Effekte mehr vorliegen haben. Eine ANOVA liefert hier bessere Informationen.

Statistische Testtheorie

34. Aufgabe (2 Punkte)

Geben ist $Pr(D|H_0)$ als mathematischer Ausdruck, welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Die Wahrscheinlichkeit der Daten unter der Nullhypothese in der Grundgesamtheit.
- **B** \square $Pr(D|H_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit nicht die Daten D zu beobachten sondern die Nullhypothese, wenn diese wahr ist.
- **C** □ Die Wahrscheinlichkeit für die Nullhypothese, wenn die Daten wahr sind.

- $\mathbf{D} \square Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Daten D und somit die Teststatistik T_D zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese wahr ist.
- $\mathbf{E} \square Pr(D|H_0)$ stellt die Wahrscheinlichkeit die Teststatistik T zu beobachten dar, wenn die Nullhypothese falsch ist.

Die Testtheorie hat mehrere Säulen. Einer der Säulen ist das Falsifikationsprinzip. Das Falsifikationsprinzip besagt.

- **A** □ ... dass Modelle meist falsch sind und selten richtig.
- **B** □ ... dass Fehlerterme in statistischen Modellen nicht verifiziert werden können.
- **C** □ ... dass ein schlechtes Modell durch ein weniger schlechtes Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.
- **D** □ ... dass ein minderwertes Modell durch ein minderwertiges Modell ersetzt wird. Es gilt das Verifikationsprinzip nach Karl Popper.
- **E** □ ... dass ein schlechtes Modell durch das Falsifikationsprinzip durch ein noch schlechteres Modell ersetzt wird. Die Wissenschaft lehnt ab und verifiziert nicht.

36. Aufgabe (2 Punkte)

Der Fehler 1. Art oder auch Signifikanzniveau α genannt, liegt bei 5%. Welcher der folgenden Gründe für diese Festlegeung auf 5% als Signifikanzschwelle ist richtig?

- **A** \square Im Rahmen eines langen Disputs zwischen Neyman und Fischer wurde $\alpha = 5\%$ festgelegt. Leider werden die Randbedingungen und Voraussetzungen an statistsiche Modelle heute immer wieder ignoriert.
- **B** □ Der Begründer der modernen Statistik, R. Fischer, hat die Grenze simuliert und berechnet. Dadurch ergibt sich dieser optimale Cut-Off.
- **C** \square Die Festlegung von $\alpha = 5\%$ ist eine Kulturkonstante. Wissenschaftler benötigt eine Schwelle für eine statistische Testentscheidung, der Wert von α wurde aber historisch mehr zufällig gewählt.
- **D** \square Als Kulturkonstante hat $\alpha = 5\%$ den Rang einer Naturkonstante und wurde nach langer Diskussion in der UN im Jahre 1983 festgesetzt. Damals auch schon mit der Zustimmung der UdSSR.
- **E** \square Da Wissenschaftler eine Schwelle für die statistische Testentscheidung benötigen wurde α in einer großen Konferenz 1945 gewählt. Damit ist $\alpha=5\%$ eine Kulturkonstante mit einem Rank einer Naturkonstante.

37. Aufgabe (2 Punkte)

Betrachten wir die Teststatistik aus einem abstrakteren Blickwinkel. Beim statistischen Testen wird das "signal" mit dem "noise" aus den Daten D zu einer Teststatistik T_D verrechnet. Welche der Formel berechnet korrekt die Teststatistik T_D ?

A □ Es gilt $T_D = signal \cdot noise$

B □ Es gilt
$$T_D = \frac{signal}{noise^2}$$

C □ Es gilt
$$T_D = \frac{noise}{sianal}$$

D \square Es gilt $T_D = (signal \cdot noise)^2$

E
$$\square$$
 Es gilt $T_D = \frac{signal}{noise}$

In der Theorie zur statistischen Testentscheidung kann folgende Aussage in welche richtige Analogie gesetzt werden?

 H_0 beibehalten obwohl die H_0 falsch ist

- **A** □ In die Analogie eines Feuerwehrautos: *Car without noise*.
- **B** \square *Fire without alarm,* dem β -Fehler als Analogie von Rauch im Haus.
- **C** \square Dem β -Fehler mit der Analogie eines Rauchmelders: *Fire without alarm*.
- **D** \square In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire police*, dem α -Fehler.
- **E** \square In die Analogie eines Rauchmelders: *Alarm without fire*, dem α -Fehler.

39. Aufgabe (2 Punkte)

Sie sollen in Ihrer Abschlussarbeit die Relevanz und die Signifikanz in einer statistischen Maßzahl vereinen. Welche Aussage ist richtig?

- A

 Das OR. Als Chancenverhältnis gibt es das Verhältnis von Relevanz und Signifikanz wieder.
- **B** \square Die Teststatistik. Durch den Vergleich von T_c zu T_k ist es möglich die H_0 abzulehnen. Die Relevanz ergibt sich aus der Fläche rechts vom dem T_c -Wert.
- C □ Das Konfidenzintervall. Durch die Visualizierung des Konfidenzintervals kann eine Relevanzschwelle vom Anwender definiert werden. Zusätzlich erlaubt das Konfidenzinterval auch eine Entscheidung über die Signifikanz.
- **D** \square Der p-Wert. Durch den Vergleich mit α lässt sich über die Signifikanz entscheiden und der β -Fehler erlaubt über die Power eine Einschätzung der Relevanz.
- $\mathbf{E} \square$ Das Δ . Durch die Effektstärke haben wir einen Wert für die Relevanz, die vom Anwender bewertet werden muss. Da Δ antiproportional zum p-Wert ist, bedeutet auch ein hohes Δ ein sehr kleinen p-Wert.

40. Aufgabe (2 Punkte)

Sie haben ein Signifikanzniveau α gleich 5% vorliegen. Welche Aussage zusammen mit dem p-Wert ist richtig?

- **A** \square Wir machen eine Aussage über die indivduelle Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Nullhypothese H_0 . Der p-Wert wird mit dem Signifikanzniveau verglichen und bewertet.
- **B** \square Wir vergleichen mit dem *p*-Wert und dem Signifikanzniveau α Wahrscheinlichkeiten und damit die absoluten Werte auf einem Zahlenstrahl, wenn die H_0 gilt.
- ${f C}$ \square Wir schauen, ob der p-Wert größer ist als das Signifikanzniveau α und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die H_A gilt.
- **D** \square Wir schauen, ob der *p*-Wert kleiner ist als das Signifikanzniveau α und vergleichen somit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden als Flächen unter der Kurve der Teststaistik dargestellt, wenn die H_0 gilt.
- **E** \square Wir machen ein Aussage über die Flächen und zwischen den Kurve der Teststatistiken der Hypothesen H_0 und H_A , wenn die H_0 gilt. Dabei werden Wahrscheinlichkeiten vergleichen, die durch die Flächen unter der Kurve repräsentiert werden.

Um die Ergebnisse eines statistischen Tests und die damit verbundene Theorie besser zu verstehen, kann eine Analogie zur Wettervorhersage genutzt werden. Welche Analogie zu der Testtheorie trifft am meisten zu?

- **A** □ In der Analogie des Niederschlags oder Regenmenge: ein statistischer Test gibt die Stärke eines Effektes wieder. Zum Beispiel, wie hoch ist der Mittelwertsunterschied.
- **B** □ In der Analogie der Regenwahrscheinlichkeit: ein statistischer Test gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses wieder. Die Stärke des Effektes wird nicht wiedergeben.
- **C** □ In der Analogie der Maximaltemperatur: Was ist der maximale Unterschied zwischen zwei Gruppen. Wir erhalten hier eine Aussage über die Spannweite und den maximalen Effekt.
- D □ In der Analogie der Durchschnittstemperatur: Wie oft tritt ein Effekt durchschnittlich ein? Wir erhalten eine Wahrscheinlichkeit für die Effekte. Zum Beispiel, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Mittelwert als Durchschnitt.
- **E** □ In der Analogie der Sonnenscheindauer: Wie lange kann mit einem entsprechenden Effekt gerechnet werden? Die Wahrscheinlichkeit für den Effekt gibt der statistische Test wieder.

42. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit wollen Sie eine Aussage über die untersuchte Population treffen. Dazu nutzen Sie einen statistischen Test. Können Sie eine valide Aussage treffen?

- **A** □ Nein, wir können die untersuchte Population nicht mit einem t-Test auswerten. Wir erhalten keine Aussage zur Population. Wir können aber den Effekt als Quelle der Relevanz nutzen.
- **B** □ Ja, wir erhalten eine Aussage. Müssen aber das Individuum im Kontext der Population adjustieren.
- **C** □ Nein, es ist nicht möglich die untersuchte Population mit einem t-Test auszuwerten. Wir erhalten dann leider keine Aussage zur Population.
- **D** □ Ja, wir können die untersuchte Population mit einer ANOVA auswerten. Wir erhalten eine Aussage zur Population.
- **E** □ Weder eine Ausssage über die Population noch über das Individuum ist mit einem statistischen Test möglich. Wir erhalten eine Aussage über ein Experiment.

43. Aufgabe (2 Punkte)

In der statistischen Testtheorie gibt es den Begriff Power. Was sagt der statistische Begriff Power aus?

- **A** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 20% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 80% gesetzt.
- **B** \square Es gilt $\alpha + \beta = 1$ und somit liegt β meist bei 95%.
- **C** \square Alle statistischen Tests sind so konstruiert, dass die H_A mit 80% bewiesen wird. Die Power ist $1-\beta$ mit β gleich 20% gesetzt.
- **D** \square Die Power beschreibt die Wahrscheinlichkeit die H_A abzulehnen. Wir testen die Power jedoch nicht.
- **E** □ Die Power ist nicht in der aktuellen Testthorie mehr vertreten. Wir rechnen nur noch mit dem Fehler 1. Art.

Welche Aussage über den Effekt eines statistischen Tests ist richtig?

- **A** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die mathematisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.
- **B** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Moderen Algorithmen liefern keine Effekte mehr sondern nur noch bedingte Wahrscheinlichkeiten. Der Effekt spielt in der modernen Statistik keine Rollen mehr.
- ${f C} \ \square$ Durch den Effekt erfahren wir die statistische interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Signifikanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- **D** \square Durch den Effekt erfahren wir die biologisch interpretierbare Ausgabe eines statistischen Tests. Zum Beispiel das η^2 aus einer ANOVA. Damit können wir die Relevanz direkt mit dem Effekt verbinden. Am Ende muss der Forschende aber entscheiden, ob der Effekt entsprechend seinen Erwartungen als bedeutet zu bewerten ist.
- **E** □ Der Effekt eines statistischen Tests beschreibt die biologisch interpretierbare Ausgabe eines Tests. Damit ist der Effekt direkt mit dem Begriff der Signifikanz verbunden. Die Entscheidung über die Signifikanz trifft der Forschende unabhängig von der Relevanz eines statistsichen Tests.

45. Aufgabe (2 Punkte)

Welche Aussage über die Entscheidung anhand des 95%-Konfidenzintervalls gegen die Nullhypothese ist richtig?

- **A** \square Ist T_D höher als der kritische Wert $T_{\alpha=5\%}$ dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **B** \square Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert über oder gleich dem Signifikanzniveau α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.
- $\mathbf{C} \square$ Ist in dem 95%-Konfidenzintervall nicht die Null enthalten dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **D** \square Ist $Pr(D|H_0)$ kleiner als das Signifikanzniveau α gleich 5% dann wird die Nullhypothese H_0 abgelehnt.
- **E** \square Anhand des 95%-Konfidenzintervalls lässt sich wie folgt eine Entscheidung treffen. Liegt der Wert in dem Signifikanzniveauintervall α dann kann die Nullhypothese abgelehnt werden.

46. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit müssen Sie für die statistischen Tests im Anhang Ihrer Arbeit die Hypothesen H formulieren. Welche Aussage über Hypothesen H ist richtig

- **A** \square Mit der Nullhypothese H_0 und der Alternativehypothese H_A oder H_1 gibt es zwei Hypothesen.
- **B** □ Ein statistisches Hypothesenpaare gibt es. Zum einen die Nullhypothese und zum anderen die Alternativehypothese. Es ist aber nur notwendig die Alternative anzugeben, da die Nullhypothese nicht beim Testen benötigt wird.
- $\mathbf{C} \square$ Die Hypothesen H_0 und H_A sind rein prosarischer Natur und bilden keinen mathematischen Hintergrund ab. In der Statistik wird die wissenschaftliche Fragestellung getestet. Daher stehen auch die verständlichen Hypothesen im Mittelpunkt der biologischen Interpretation.
- $\mathbf{D} \square$ Es gibt ein statistisches Hypothesenpaar mit der Hypothese für und gegen die wissenschaftliche Fragestellung. Die Hypothesen werden H_{pro} und H_{contra} bezeichnet.
- **E** \square Mit der Nullhypothese H_A und der Alternativehypothese H_0 gibt es zwei Hypothesen, die aber selten genutzt werden.

Statistische Tests für Gruppenvergleiche

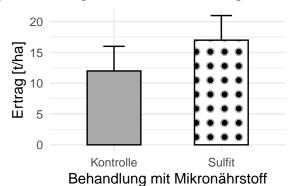
47. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit rechnen Sie einen Student t-Test. Welche Aussage ist auch für den Welch t-Test richtig?

- **A** □ Der t-Test vergleicht die Mittelwerte von zwei Gruppen unter der strikten Annahme von Varianzhomogenität. Sollte keine Varianzhomogenität vorliegen, so gibt es keine Möglichkeit den t-Test in einer Variante anzuwenden.
- **B** □ Der t-Test ist ein Vortest der ANOVA und basiert daher auf dem Vergleich von Streuungsparametern
- **C** \square Der t-Test testet generell zu einem erhöhten α -Niveau von 20%.
- **D** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte *jeweils* von Null unterscheiden.
- **E** □ Der t-Test berechnet die Differenz von zwei Mittelwerten als Effekt und gibt eine Entscheidung, ob sich die beiden Mittelwerte in den Gruppen signifikant unterscheiden.

48. Aufgabe (2 Punkte)

In einer Studie zur Bewertung der Wirkung des Mikronährstoff Sulfit auf den Ertrag in t/ha von Weizen im Vergleich zu einer Kontrolle entstand folgende Abbildung. Der Versuch wurde in 14 Parzellen pro Gruppe durchgeführt. Welche Aussage ist im Bezug auf einen t-Test ist richtig?



- **A** □ Die Barplots deuten auf einen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 5. Wir müssen aber einen Posthoc-Test rechnen um den Effekt wirklich bestimmen zu können.
- **B** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 0.5.
- C □ Die Barplots deuten auf keinen signifikanten Unterschied. Der Effekt liegt vermutlich bei 5 unter einer groben Abschätzung.
- **D** □ Der Effekt und die Signifikanz lassen sich nicht aus Barplots abschätzen. Höchtens der Effekt als relativer Unterschied zwischen der Höhe der Barplots. Standard ist der mediane Unterschied aus Boxplots.
- **E** □ Es liegt ein signifikanter Unterschied vor. Der Effekt liegt bei 5.

49. Aufgabe (2 Punkte)

In Ihrer Abschlussarbeit betrachten Sie die Effekte von einer Behandlung vor und nach der Gabe eines Vitamins. Sie müssen einen gepaarten t-Test rechnen. Welche Aussage ist richtig?

- **A** □ Beim gepaarten t-Test kombinieren wir die Vorteile des Student t-Test für Varianzhomogenität mit den Vorteilen des Welch t-Test für Varianzheterogenität. Wir bilden dafür die Differenz der Einzelbeobachtungen.
- **B** □ Der gepaarte t-Test nutzt die Varianz der Beobachtungen jeweils paarweise und bildet dafür eine verbundene Stichprobe. Dieser Datensatz *d* dient dann zur Differenzbildung.

- C □ Wenn die Beobachtungen unabhängig voneinander sind, rechnen wir einen gepaarten t-Test. Messen wir wiederholt an dem gleichen Tier oder Pflanze dann bilden wir das Produkt zwischen den zwei Messpunkten.
 D □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen abhängig voneinander sind. Wir messen jede Beobachtung nur einmal und berechnen dann die Differenz zu dem Mittel der anderen Beobachtungen.
 E □ Der gepaarte t-Test wird gerechnet, wenn die Beobachtungen nicht unabhängig voneinander sind. Wir messen wiederholt an dem gleichen Probanden oder Tier oder Pflanze. Wir bilden die Differenzen um den gepaarten t-Test rechnen zu können.
 50. Aufgabe (2 Punkte)
 In Ihrer Abschlussarbeit passen die Ergebnisse einer ANOVA und eines multiplen Vergleiches nicht zusammen. Nach einem Experiment mit fünf Maissorten ergibt eine ANOVA (p = 0.045). Sie führen anschließend die paarweisen t-Tests für alle Vergleiche durch. Nach der Adjustierung für multiples Testen ist kein p-Wert unter der α-Schwelle. Sie schauen sich auch die rohen, unadjustierten p-Werte an und finden hier als niedrigsten p-Wert p₃₋₂ = 0.053. Welche Aussage ist richtig?
- **A** □ Es gibt einen Fehler in der Varianzstruktur. Daher kann die ANOVA nicht richtig sein und paarweise t-Tests liefern das richtige Ergebnis.
- **B** □ Das Beispiel kann so nicht auftreten, da die ANOVA und die t-Tests algorithmisch miteinander verschränkt sind.
- **C** □ Der Fehler liegt in den t-Tests. Wenn eine ANOVA signifikant ist, dann muss zwangsweise auch ein t-Test signifikant sein.
- D □ Das ist kein Wunder. Die ANOVA testet auf der gesamten Fallzahl und die paarweisen t-Tests verlieren immer eine oder mehr Gruppen als Fallzahl. Mit steigender Fallzahl sind mehr signifikante Unterschiede zu erwarten. Die p-Werte unterscheiden sich numerisch auch kaum.
- **E** ☐ Hier kommt der Effekt der stiegenden Fallzahl auf die Anzahl an signifikante Ergebnisse zu tragen. Da die ANOVA auf weniger Fallzahl testet als die paarweisen t-Tests, kann die ANOVA schwerer einen signifikanten Unterscheid nachweisen.

Teil I.

Deskriptive Statistik & Explorative Datenanalyse

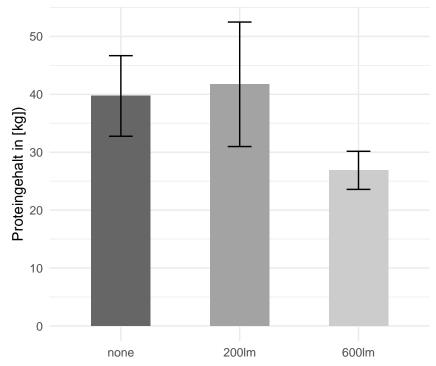
51. Aufgabe (7 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Barplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Alex nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Barplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach seiner Betreuer erstmal ein Barplot nachgebaut werden soll, bevor es mit seiner Hausarbeit losgeht. Dann hat er schonmal den Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Die Behandlung für Lauch werden verschiedene Lichtstufen (none, 200lm und 600lm) sein. Erfasst wird als Outcome (Y) Proteingehalt. Alex soll dann protein in seiner Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Alex mit der Erstellung von Barplots in \mathbb{R} nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Barplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Barplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 3. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Tina viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Barplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Tina soll nun in ihrer Abschlussarbeit Lauch untersuchen. Die Behandlung in ihrer Abschlussarbeit sind verschiedene Substrattypen (torf, 40p60n und 70p30n). Erhoben wurden von Tina als Endpunkt (Y) Frischegewicht benannt als freshmatter in ihrer Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält sie von ihrem Betreuer den Auftrag die erhobenen Daten als Barplots darzustellen. Dann kann Tina auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte.

treatment	freshmatter
40p60n	32.0
70p30n	45.7
torf	28.7
torf	26.0
70p30n	38.3
torf	33.0
40p60n	32.2
70p30n	44.7
70p30n	42.7
70p30n	49.4
40p60n	25.9
40p60n	30.8
torf	26.9
40p60n	48.7

Leider kennt sich Tina mit der Erstellung von Barplots nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

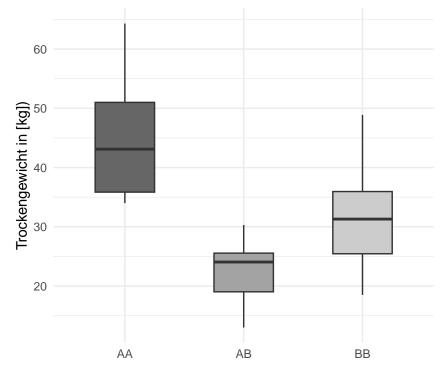
- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die Barplots für die Behandlung von Lauch! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(4 Punkte)**
- 2. Beschriften Sie einen Barplot mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Lauch erwarten würden, wie sehen dann die Barplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Barplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Boxplots sind bedeutend in der Darstellung von wissenschaftlichen Ergebnissen. Leider hat sich Mark nicht gemerkt, welche statistischen Maßzahlen für einen Boxplot erhoben werden müssen. Das ist in soweit doof, da nach seinem Betreuer erstmal ein Boxplot nachgebaut werden soll, bevor es mit seiner Abschlussarbeit losgeht. Anhand von Boxplots lässt sich eine Aussage über die Normalverteilung von Y treffen. Dann hat er schonmal den R Code vorliegen und nachher geht dann alles schneller. Die Behandlung für Brokoli werden verschiedene Genotypen (AA, AB und BB) sein. Erfasst wird als Outcome (Y) Trockengewicht. Mark soll dann drymatter in seiner Exceldatei eintragen.



Leider kennt sich Mark mit der Erstellung von Boxplots in \mathbf{R} nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Tabelle mit den statistischen Maßzahlen aus der obigen Abbildung der drei Boxplots! Beachten Sie die korrekte Darstellungsform der statistischen Maßzahlen! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie einen der Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Erstellen Sie einen beispielhaften Datensatz, aus dem die drei Boxplots *möglicherweise* erstellt wurden, im Rüblichen Format! (2 Punkte)
- 4. Erwarten Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Anschauen, was andere vor einem gemacht haben, ist eine Möglichkeit schnell ans Ziel zu gelangen. Deshalb hat sich Steffen viele Poster in der Fakultät angeschaut und ist zum Schluß gekommen, dass Boxplots eine häufig genutzte Abbildung sind. Steffen soll nun in seiner Hausarbeit Lauch untersuchen. Die Behandlung in seiner Hausarbeit sind verschiedene Lüftungssystemen und Folientunneln (ctrl und tornado). Erhoben wurden von Steffen als Endpunkt (Y) Proteingehalt benannt als protein in seiner Exceldatei. Erwartungsgemäß erhält er von seinem Betreuer den Auftrag die erhobenen Daten als Boxplots darzustellen. Dann kann Steffen auch schonmal abschätzen, was bei einem statistischen Test rauskommen könnte. Darüber hinaus kann Steffen anhand Boxplots eine Aussage über die Varianzhomogenität über die Behandlungsgruppen treffen.

treatment	drymatter
ctrl	28.6
ctrl	26.3
ctrl	22.9
ctrl	29.8
tornado	26.8
ctrl	18.8
tornado	19.4
ctrl	33.3
tornado	23.5
ctrl	31.0
tornado	20.8
tornado	30.4
tornado	17.7
tornado	22.4
ctrl	24.3
ctrl	25.9
tornado	23.9
tornado	27.9
ctrl	30.4

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung von Boxplots nicht aus. Deshalb braucht er bei der Visualisierung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichnen Sie in *einer* Abbildung die beiden Boxplots für die zwei Behandlungen von Lauch! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! **(5 Punkte)**
- 2. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie eine gerade Anzahl an Beobachtungen pro Gruppe haben? (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie einen der beiden Boxplots mit den gängigen statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie *keinen Effekt* zwischen den Behandlungen von Lauch erwarten würden, wie sehen dann die beiden Boxplots aus? *Antworten Sie mit einer Skizze der Boxplots!* (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





In ihrer Hausarbeit möchte Nilufar gerne die Daten aus einem Stallexperiment mit Puten in einem Histogramm darstellen. Das Histogramm erlaubt ihr dabei Rückschlüsse auf die Verteilung über das Outcome (Y) zu treffen. In seinem Experiment hat Nilufar die dunklen Pigmentstörungen gezählt.

Die dunklen Pigmentstörungen: 4, 4, 5, 6, 5, 2, 4, 1, 1, 3, 4, 4, 2, 3, 0, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 4, 10, 5, 3, 6, 5, 6, 4, 5

Leider kennt sich Nilufar mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie aus den Daten die *Wahrscheinlichkeit* gleich oder mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! **(1 Punkt)**
- 5. Berechnen Sie aus den Daten die Chance gleich oder mehr als die Anzahl 4 zu beobachten! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Paula betrachtet die folgenden Daten nach einem Stallexperiment mit Puten. In dem Experiment wurden die mittleren dunklen Pigmentstörungen gezählt. Nach der Meinung ihrem Betreuer muss als erstes geschaut werden, wie diese verteilt sind. Also welcher statistischen Verteilung die mittleren dunklen Pigmentstörungen folgen. Dazu soll Paula ein Histogramm verwenden. Dann hätte man auch einen guten Überblick über das Outcome (Y).

Die mittleren dunklen Pigmentstörungen: 11, 8.9, 10.3, 4.6, 11.6, 11.7, 15.1, 8.7, 11.5, 8.4, 7.2, 9.2, 8.9, 12.5, 12.5, 12.4, 11.2, 11.8, 8.2, 11.2, 9.1, 8.5, 10.4, 10, 8.3, 9.6, 10.9, 12.4

Leider kennt sich Paula mit der Erstellung von Histogrammen überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Zeichen Sie ein Histogramm um die Verteilung der Daten zu visualisieren! (3 Punkte)
- 2. Erläutern Sie Ihr Vorgehen um ein Histogramm für kontinuierliche Daten zu zeichnen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Achsen der Abbildung! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten in der Abbildung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Wenn es nach Steffen ginge, wäre er schon längst fertig mit seiner Abschlussarbeit. In seiner Abschlussarbeit hatte er einen Leistungssteigerungsversuch im Teuteburgerwald durchgeführt. Nach der Meinung seinem Betreuer sieht das jedoch etwas anders aus. Jetzt soll er doch noch eine explorative Datenanalyse für den Zusammenhang zwischen mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml] und Schlachtgewicht [kg] in Puten durchführen. Wie nervig! Da zwei kontinuierliche Variablen vorliegen, geht die explorative Datenanalyse leider nicht mit Boxplots oder Barplots.

Schlachtgewicht [kg]	Mittlerer Anzahl an weißen Blutkörperchen [LEU/ml]
14.0	21.0
12.7	18.1
15.1	24.3
17.0	24.1
15.2	22.0
12.6	20.7
15.9	25.6
12.1	16.9
14.7	24.2
12.4	20.1

Leider kennt sich Steffen mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie eine Gerade durch die Punkte! (1 Punkt)
- 3. Beschriften Sie die Gerade mit den gängigen statistischen Maßzahlen! Geben Sie die numerischen Zahlenwerte mit an! (3 Punkte)
- 4. Wenn *kein* Effekt von *x* auf *y* vorhanden wäre, wie würde die Gerade verlaufen und welche Werte würden die statistischen Maßzahlen annehmen? **(2 Punkt)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff!', denkt sich Mark. Jetzt hat er doch tatsächlich zwei kategoriale Variablen in seinem Projektbericht gemessen. Zum einen die Behandlung Außenklimakontakt [ja/nein] und zum anderen die Messung Fettgehalt erreicht [ja/nein] im Kontext von Puten. Hierfür hat er ein Stallexperiment im Teuteburgerwald durchgeführt. Jetzt möchte Mark die Daten einmal in einer explorativen Datenanalyse darstellen. Danach kann er dann über den passenden statistischen Test nachdenken. Dabei unterstützt sein Betreuer diesen Ansatz bevor es in der Datenanalyse weiter geht.

Außenklimakontakt	Fettgehalt reicht	er-
ja ja ja nein nein	ja nein nein ja ja	
ja nein ja ja nein	nein nein ja nein ja	
nein nein ja nein	ja ja nein ja	

Außenklimakontakt	Fettgehalt reicht	er-
nein nein nein ja nein	ja ja ja nein ja	
ja ja ja ja nein	ja nein nein ja ja	
nein ja nein ja	ja ja ja nein	

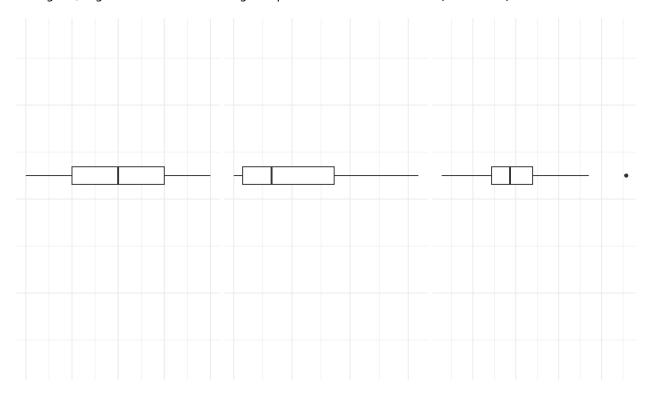
Leider kennt sich Mark mit der Erstellung einer explorativen Datenanalyse für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen in einer zusammenfassenden Tabelle dar! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (3 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Verhältnisse in der Visualisierung! Welche Annahme haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 4. Wenn ein Effekt von der Behandlung vorliegen würde, wie würde die Tabelle und die Visualisierung aussehen? (2 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



- 1. Zeichnen Sie über die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Verteilung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie unter die untenstehenden Boxplots die entsprechende zugehörige Beobachtungen als Stiche! (3 Punkte)
- 3. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in das IQR? Ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)
- 4. Wieviel Prozent der Beobachtungen fallen in ±1s unter der Annahme einer Normalverteilung? Wenn möglich, ergänzen Sie die Abbildung entsprechend um den Bereich! (2 Punkte)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

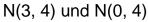


- 1. Skizieren Sie 4 Normalverteilungen in einer Abbildung mit $\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2 \neq \bar{y}_3 \neq \bar{y}_4$ und $s_1 \neq s_2 \neq s_3 \neq s_4$! (3 **Punkte**)
- 2. Beschriften Sie die Normalverteilungen mit den entsprechenden Parametern! (2 Punkte)
- 3. Ergänzen Sie die Bereiche in der 68% und 95% der Beobachtungen fallen! Beschriften Sie die Grenzen der Bereiche mit der statistischen Maßzahl! (2 Punkte)
- 4. Liegt Varianzhomogenität oder Varianzheterogenität vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!

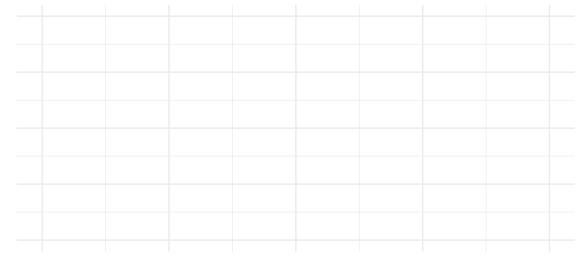


- 1. Skizieren Sie in die unten stehenden, freien Abbildungen die Verteilungen, die sich nach der Abbildungsüberschrift ergeben! (6 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Achsen der Abbildungen entsprechend! (1 Punkt)
- 3. Achten Sie auf die entsprechende Skalierung der beiden Verteilungen in den Abbildungen! (2 Punkte)





Pois(20) und Pois(3)



Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Sie haben folgende Zahlenreihe y vorliegen $y = \{16, 21, 18, 12, 26\}$.

- 1. Visualisieren Sie den Mittelwert von y in der untenstehenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Beschriften Sie die Y und X-Achse entsprechend! (2 Punkte)
- 3. Für die Berechnung der Varianz wird der Abstand der einzelnen Werte y_i zum Mittelwert \bar{y} quadriert. Warum muss der Abstand, $y_i \bar{y}$, in der Varianzformel quadriert werden? Erklären Sie den Zusammenhang unter Berücksichtigung der Abbildung! (2 Punkte)



Teil II.

Statistisches Testen & statistische Testtheorie

63. Aufgabe (9 Punkte)



Grundlage des statistischen Testen ist das Verständnis von der Grundgesamtheit (eng. *population* oder *ground truth*) und der experimentellen Stichprobe (eng. *sample*).

- 1. Nennen Sie das statistische Verfahren und zwei konkrete Beispiele zur Durchführung um von einer Grundgesamtheit auf eine Stichprobe zu gelangen! (3 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Stichprobe und Grundgesamtheit an einem Schaubild! Beschriften Sie das Schaubild entsprechend! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung die Körpergröße von Männern oder Frauen aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)
- 3. Erweitern Sie das Schaubild um die Entstehung von $Pr(D|H_0)$! Nutzen Sie hierfür als Veranschaulichung zusätzlich die Gruppierungsvariable "Modul" aus den Gummibärchendaten! (3 Punkte)



Für ein besseres Verständnis der statistischen Testtheorie, auch Null-Ritual genannt, kann eine Visualisierung als Kreuztabelle genutzt werden.

1. Tragen Sie folgende statistische Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie korrekt eine selbst erstellte Kreuztabelle ein! (3 Punkte)

20% H₀ falsch (Unbekannte) Wahrheit H₀ abgelehnt

2. Ergänzen Sie Ihre erstellte Kreuztabelle um vier weitere, passende Fachbegriffe zur statistischen Testtheorie! (2 Punkte)

Die Entscheidungsfindung durch einen statistischen Test kann auch durch die Analogie zu einem Feuermelder abgebildet werden. Dabei symbolisiert der Feuermelder den statistischen Test und es soll getestet werden, ob ein Feuer ausgebrochen ist.

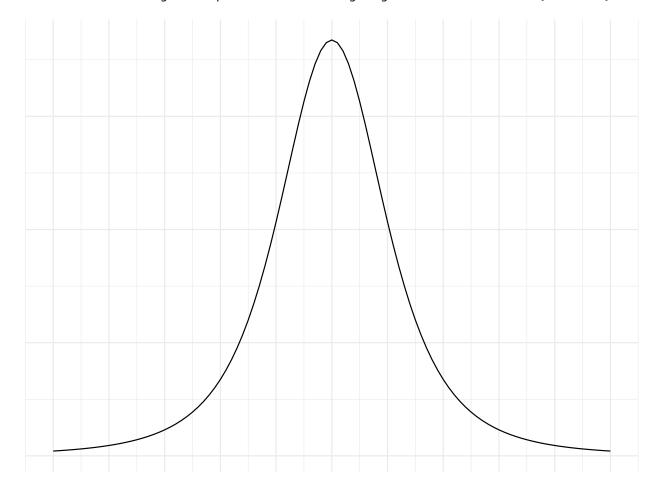
- 3. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der α -Fehler? (1 Punkt)
- 4. In der Analogie des Feuermelders, wie lautet der β -Fehler? (1 Punkt)
- 5. Wenn der Feuermelder einmal pro Tag messen würde, wie oft würde der Feuermelder mit einem α von 5% in einem Jahr Alarm schlagen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Abgebildet ist die t-Verteilung unter der Anahme der Gültigkeit der Nullhypothese. Beachten Sie, dass im Folgenden keine numerisch korrekte Darstellung verlangt wird! Es gilt Erkennbarkeit vor Genauigkeit!

- 1. Ergänzen Sie eine beschriftete x-Achse! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie " $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ "! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie "A = 95%"! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie $T_{\alpha=5\%}$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 5. Zeichnen Sie das Signifikanzniveau α in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Zeichnen Sie $-T_D$ in die Abbildung! (1 Punkt)
- 7. Zeichnen Sie einen signifikant p-Wert in die Abbildung! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)





Sie rechnen einen t-Test für Gruppenvergleiche der Mittelwerte. Sie schätzen den Unterschied zwischen dem mittleren Befall mit Parasiten zu einer unbehandelten Kontrolle.

- 1. Beschriften Sie die untenstehende Abbildung mit der Signifikanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine in den Kontext passende Relevanzschwelle! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie in die untenstehende Abbildung sechs einzelne Konfidenzintervalle (a-f) mit den jeweiligen Eigenschaften! (6 Punkte)
 - (a) Ein 95% Konfidenzintervall mit niedriger Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest 95% der Konfidenzintervalle
 - (b) Ein nicht signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (c) Ein signifikantes, relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (d) Ein signifikantes, nicht relevantes 95% Konfidenzintervall
 - (e) Ein signifikantes, relevantes 90% Konfidenzintervall.
 - (f) Ein 95% Konfidenzintervall mit höherer Varianz s_p in der Stichprobe als der Rest der 95% Konfidenzintervalle

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Beim statistischen Testen gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Effekt, der Streuung sowie der Fallzahl. Gegeben sei die Formel für den Student t-Test auf den die folgenden Überlegungen basieren sollen. Welche Auswirkung hat die Änderungen der jeweiligen statistischen Maßzahl des Effekts Δ , der Streuung s und der Fallzahl n auf die Teststistik T_D , den p-Wert $Pr(D|H_0)$ sowie dem Konfidenzintervall $KI_{1-\alpha}$?

- 1. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen der Teststatiatik T_D und dem p-Wert $Pr(D|H_0)$ für sich verändernde T_D -Werte! Geben Sie dafür ein numerisches Beispiel in dem Sie drei T_D -Werte und deren Einfluss auf den p-Wert vergleichen! (3 Punkte)
- Füllen Sie die untenstehende Tabelle aus in dem Sie die Änderung der statistischen Maßzahlen auf die Teststatistik, den p-Wert sowie das Konfidenzintervall in einem Wort oder Symbol beschreiben! (4 Punkte)

	T_D	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$		T_D	$Pr(D H_0)$	$KI_{1-\alpha}$
Δ↑				Δ↓			
<i>s</i> ↑				s ↓			
				n ↓			

3. Visualisieren Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall im Vergleich zu einem 90%-igen Konfidenzintervall! Begründen Sie Ihre Visualisierung anhand der Formel des Konfidenzintervalls des t-Tests mathematisch! (3 Punkte)

Teil III.

Der Student t-Test, Welch t-Test & gepaarter t-Test

68. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Der t-Test testet einen normalverteilten Messwert (Y).', liest Jonas laut. Das hilft jetzt auch nur bedingt weiter. Laut seiner Betreuerin ist zwar ihm Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW normalverteilt, aber wie rechnet er jetzt einen t-Test? Für seiner Hausarbeit zum Testen einer neuen technischen Anlage musste er ein Stallexperiment mit Puten im Emsland durchführen. Als wäre das nicht schon anstrengend genug gewesen bei dem anspruchsvollen Pilotprojekt mit sehr geringer Fallzahl $(n_1 = n_2 = 3)$. Jetzt soll er auch noch testen, ob die Behandlung Lüftungssystem (keins und vorhanden) ein signifikantes Ergebnis liefert.

treatment	weight
ctrl	15.7
ctrl	13.6
ctrl	12.2
dose	17.4
dose	20.0
dose	16.2

Leider kennt sich Jonas mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 3. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.84$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 5. Formulieren Sie eine Antwort an Jonas über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Die Uckermark, unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer von Jessica, die mit ihrer 1 Frau starken Besatzung 12 Wochen lang unterwegs ist, um neue Welten zu erforschen, neues Leben und neue Zivilisationen. 'Oder nennen wir es Ödnis und Verzweiflung', denkt Jessica. Für ihren Projektbericht ist Jessica ins Nichts gezogen. Was macht sie nun? Jessica hat ein Stallexperiment mit Puten durchgeführt. Die Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Erhht*) wurde an Puten getestet. Gemessen hat sie dann als einen normalverteilten Endpunkt (Y) Fettgehalt [%/kg]. Jetzt soll sie ihrer Betreuerin nach testen, ob die Behandlung Bestandsdichte (*Verordnung* und *Erhht*) ein signifikantes Ergebnis liefert.

Bestandsdichte	Fettgehalt
Erhöht	33.2
Verordnung	27.0
Verordnung	34.5
Verordnung	21.4
Verordnung	32.8
Erhöht	30.0
Erhöht	39.7
Verordnung	27.8
Erhöht	9.9
Erhöht	34.5
Erhöht	22.2
Verordnung	39.7
Verordnung	29.1
Verordnung	33.3
Erhöht	35.4
Erhöht	20.4
Verordnung	31.4
Verordnung	25.4
Verordnung	39.3

Leider kennt sich Jessica mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Student t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.04$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie den Effekt des Student t-Tests! (1 Punkt)
- 6. Wenn Sie einen Unterschied zwischen den Behandlungsgruppen erwarten würden, wie groß wäre dann die Teststatistik T_D ? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Jessica über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Der t-Test. Nilufar erschaudert. Ein mächtiges Werkzeug in den Händen desjenigen, der ein normalverteiltes Outcome (Y) hat. Aber erstmal überhaupt den t-Test rechnen können. Wie sah das Experiment von Nilufar überhaupt aus? Nilufar hat einen Leistungssteigerungsversuch mit Puten durchgeführt. Dabei wurde die Behandlung Bestandsdichte (Verordnung und Erhht) an den Puten getestet. Gemessen hat Nilufar dann als Messwert Schlachtgewicht [kg]. Warum der Versuch im Teuteburgerwald für ihren Projektbericht stattfinden musste, ist ihr bis heute ein Rätsel. Egal. Gibt es jetzt einen Zusammenhang zwischen der Behandlung und Schlachtgewicht [kg]?

Bestandsdichte	Schlachtgewicht
Erhöht	24.3
Verordnung	42.3
Erhöht	38.0
Erhöht	37.9
Erhöht	28.5
Verordnung	44.5
Verordnung	50.2
Verordnung	40.9
Verordnung	42.0
Verordnung	43.9
Erhöht	35.3
Erhöht	31.2
Verordnung	49.4
Erhöht	31.1
Erhöht	38.2
Erhöht	35.7
Erhöht	43.3
Verordnung	50.3
Erhöht	38.0
Verordnung	43.4
Verordnung	54.9
Verordnung	50.8

Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines Welch t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=2.04$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie das 99% Konfidenzintervall. Welche Annahmen haben Sie getroffen? (2 Punkte)
- 6. Nennen Sie den statistischen Grund, warum Sie sich zwischen einem Student t-Test und einem Welch t-Test entscheiden müssen! (1 Punkt)
- 7. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Alles voll mit Puten. Das haben Nilufar und Mark gemeinsam in einer Hausarbeit gemacht! Worum ging es aber konkret? Beide haben als einen normalverteilten Messwert (Y) Protein/Fettrate [%/kg] von Puten bestimmt. Die Daten haben beide zusammen in einem Leistungssteigerungsversuch erhoben. In dem Experiment ging es um eine vorher/nachher Untersuchung an den gleichen Puten. Als Behandlung wurde Bestandsdichte (hoch und niedrig) eingesetzt. Nach der Meinung des Betreuers muss hier ein gepaarter t-Test gerechnet werden.

ID	treatment	freshmatter
4	hoch niedrig	35.0 36.9
10	niedrig	42.2
9	hoch	42.8
6	niedrig	39.4
11 5	hoch niedrig	61.2 31.0
8	niedrig	36.2
1	niedrig	39.0
7	hoch	46.6
3 8	hoch hoch	53.5 64.6
6	hoch	48.4
2	hoch	49.4
7	niedrig	34.4
3 5	niedrig	38.3
5 11	hoch niedrig	52.0 32.9
2	niedrig	42.7
10	hoch	27.3
9	niedrig	50.0
_1	hoch	41.8

Leider kennen sich Nilufar und Mark mit der Berechnung eines gepaarten t-Tests überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen sie beide bei der Berechnung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Bestimmen Sie die Teststatistik T_D eines gepaarten t-Tests! (3 Punkte)
- 4. Treffen Sie mit $T_{\alpha=5\%}=1.96$ eine Aussage zur Nullhypothese! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den *p*-Wert des gepaarten t-Tests ab! Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze! (2 **Punkte**)
- 6. Formulieren Sie eine Antwort an Nilufar über das Ergebnis Ihrer statistischen Analyse! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Mit dem R Paket {emmeans} können wir gleich die Gruppenvergleiche rechnen und uns das *compact letter displac*' ausgeben lassen!', verkündet Jessica sichtlich stolz. 'Nach Meinung der Betreuerin soll es aber nur erstmal ein t-Test sein. Und die Ausgabe ist schon wirr genug.', merkt Nilufar an. Nilufar und Jonas sind bei Jessica um sich in Rhelfen zu lassen. Die beiden waren 1 Monate im Teuteburgerwald um einen Versuch mit Puten in einem Leistungssteigerungsversuch durchzuführen. Ziel war es das Outcome (Y) Fettgehalt [%/kg] zu bestimmen.

Helfen Sie Jessica bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Nilufar und Jonas nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie eine Abbildung in der Sie T_D , $Pr(D|H_0)$, A=0.95, sowie $T_{\alpha=5\%}=|2.12|$ einzeichnen! **(4 Punkte)**
- 5. Beschriften Sie die Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Jonas und Jessica sind bei Tina um sich Hilfe in \mathbf{R} zu holen. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit \mathbf{R} sind sich aber unsicher bei der Interpetierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. In einer Abschlussarbeit haben sie zusammen Puten untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (*keins* und *vorhanden*) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg]. Der Versuch wurde in einem Stallexperiment in der Uckermark durchgeführt. Nach der Betreuerin ist der Messwert Schlachtgewicht [kg] normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifel...

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Schlachtgewicht by Lüftungssystem
## t = 2.0866, df = 15, p-value = 0.0544
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -0.1075977 10.1304548
## sample estimates:
## mean in group keins mean in group vorhanden
## 37.77143 32.76000
```

Helfen Sie Tina bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Jonas und Jessica nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung und das 95% Konfidenzintervall entsprechend! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Mark und Jonas sind bei Jessica um sich Hilfe in zu holen. Die beiden hatten zwar schon erste Kontakte mit sind sich aber unsicher bei der Interpetierung der Ausgabe eines t-Tests für ihren gemeinsamen Versuch. In einem Projektbericht haben sie zusammen Puten untersucht. Dabei ging es um den Zusammenhang zwischen der Behandlung Ernährungszusatz (ctrl und fedX) und dem Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW. Der Versuch wurde in einem Leistungssteigerungsversuch im Oldenburger Land durchgeführt. Nach der Betreuerin ist der Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW normalverteilt und ein t-Test passt daher. Das wird jetzt nicht mehr angezweifel...

```
##
## Two Sample t-test
##
## data: Gewichtszuwachs by Ernährungszusatz
## t = 0.10812, df = 17, p-value = 0.9152
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -8.989164 9.960275
## sample estimates:
## mean in group ctrl mean in group fedX
## 26.85556 26.37000
```

Helfen Sie Jessica bei der Interpretation des t-Tests! Sonst geht es auch für Mark und Jonas nicht weiter.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizieren Sie die sich ergebenden Boxplot! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Skizieren Sie die sich ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie den Effekt des t-Tests! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Es gibt ja immer die Möglichkeit sich Hilfe zu holen. Das geht natürlich auch immer in einer Abschlussarbeit. Deshalb arbeiten Alex und Nilufar gemeinsam an einer Abschlussarbeit. Das macht dann auch die Analyse ihres Hauptversuches einfacher. Zwar hat jeder von ihnen noch ein Subthema, aber auch da kann man sich ja helfen. In dem Hauptversuch wurde Folgendes von den beiden gemacht. Alex und Nilufar haben sich Puten angeschaut. Dabei geht um Zusammenhang zwischen Flüssignahrung (11/d und 51/d) und Protein/Fettrate [%/kg]. Jetzt sollen beide einen gepaarten t-Test rechnen. Leider kennen sich beide nicht sehr gut in Raus.

```
##
## Paired t-test
##
## data: Protein/Fettrate by Flüssignahrung
## t = -0.35965, df = 8, p-value = 0.7284
## alternative hypothesis: true is not equal to [condensed]
## 95 percent confidence interval:
## -14.74134 10.76356
## sample estimates:
## mean difference
## -1.988889
```

Jetzt brauchen Alex und Nilufar Ihre Hilfe bei der Berechnung eines gepaarten t-Tests in Rum ihre Arbeit dann in diesem Semester noch abschließen zu können.

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konifidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie den sich ergebenden Boxplot der Differenzen! Welche Annahmen an die Daten haben Sie getroffen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Teil IV.

Die einfaktorielle & zweifaktorielle ANOVA

76. Aufgabe (11 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wir können jetzt anhand der Visualisuierung sehen, ob da schon was signifikant ist?', Jonas hebt die Augenbraue. 'Ja, können wir. Dafür müssen wir aber erstmal in {ggplot} uns die Daten anschauen. Oder wir zeichnen es flott mit der Hand. Geht auch.', meint Alex dazu. Jonas hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch verschiedene Puten angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) und dem Messwert Fettgehalt [%/kg] gibt.

Genotypen	Fettgehalt
AB	23
AB	27
BB	27
AA	38
AA	40
AA	40
AB	24
AB	26
BB	32
AA	42
ВВ	25
BB	26
BB	32
AB	28
AA	39
AB	24
AB	27

Leider kennen sich Jonas und Alex mit Darstellung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung der Datentabelle! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 2. Benennen Sie die Visualisierung mit dem korrekten, statistischen Fachbegriff! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie folgende statistischen Maßzahlen passend ein!
 - Globale Mittelwert: β₀ (1 Punkt)
 - Mittelwerte der einzelnen Behandlungsstufen: $\bar{y}_{0.5}$, $\bar{y}_{1.5}$ und $\bar{y}_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Mittelwertsdifferenz der einzelnen Behandlungsstufen: $\beta_{0.5}$, $\beta_{1.5}$ und $\beta_{2.5}$ (1 Punkt)
 - Residuen oder Fehler: ε (1 Punkt)
- 4. Liegt ein vermutlicher signifikanter Unterschied vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie die Effekte der Behandlungsstufen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA. Und wie füllen wir jetzt die Tabelle der ANOVA aus und schauen, ob da was signifikant ist?', Jonas hebt die Augenbraue. 'Das ist eine sehr gute Frage. Ich glaube man kann alles in der Tabelle relativ einfach mit wenigen Informationen berechnen.', meint Mark dazu. Jonas hatte sich in ein Stallexperiment verschiedene Puten angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Lüftungssystem (keins, storm, tornado und thunder) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] gibt.

Leider kennen sich Jonas und Mark mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lüftungssystem	3	715.14			
error	22				
Total	25	1548.35			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.05$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Berechen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Als erstes bauen wir uns aus unsere Daten die ANOVA Tabelle dann sehen wir schon, ob unser Gruppenvergleich in der ANOVA signifikant ist.', Tina schaut Mark fragend an und hofft auf eine positive Regung im Gesicht. Wird aber enttäuscht. Mark tut sich auch sehr schwer mit der einfaktoriellen ANOVA. Nun möchte erstmal ihre Betreuung der Arbeit eine ANOVA Tabelle sehen. Was immer da auch drin zu erkennen sein mag. Beide waren im Wendland um ein Stallexperiment mit Puten durchzuführen. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn* und *flOw*) und dem Messwert Protein/Fettrate [%/kg] gibt.

Leider kennen sich Tina und Mark mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen beide bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Flüssignahrung	2	4893.39			
Error	23	871.72			

- 4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle mit $F_{\alpha=5\%}=3.42$ ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer einfaktoriellen ANOVA? (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie einen Student t-Test für den vermutlich signifikantesten Gruppenvergleich anhand der untenstehenden Tabelle mit $T_{\alpha=5\%}=2.03$. Begründen Sie Ihre Auswahl! (3 Punkte)

Flüssignahrung	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	8	3.75	6.71
superIn	9	33.56	7.33
flOw	9	5.67	3.97

7. Gegebenen der ANOVA Tabelle war das Ergebnis des Student t-Tests zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Uff... die einfaktorielle ANOVA und . Nicht so einfach... Was sagt mir jetzt die Ausgabe der ANOVA und wo sehe ich, ob da was signifikant ist?', denkt Alex und hebt die Augenbraue. Alex hatte sich ein Kreuzungsexperiment mit Puten angeschaut. Dabei ging es herauszufinden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Behandlung Genotypen (AA, AB und BB) und dem Messwert Schlachtgewicht [kg] gibt. Nun möchte seine Betreuerin seiner Abschlussarbeit erstmal eine ANOVA sehen und die Ergebnisse präsentiert bekommen.

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Schlachtgewicht
## Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Genotypen 2 23.38 11.689 0.7664 0.4753
## Residuals 25 381.30 15.252
```

Leider kennen sich Alex mit Berechnung einer einfaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie den Effektschätzer η^2 . Was sagt Ihnen der Wert von η^2 aus? (2 Punkte)
- 5. Skizzieren Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (3 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Wie absolut ärgerlich. Jetzt stellt sich tatsächlich heraus, dass seiner Betreuerin keine Anhnung von der zweifaktoriellen ANOVA hat. Woher soll Alex jetzt das Wissen nehmen? Immerhin muss er ja noch mit seiner Abschlussarbeit dieses Jahr fertig werden. In einen Leistungssteigerungsversuch hatte er Puten mit der Behandlung Lüftungssystem (*keins*, *storm*, *tornado* und *thunder*) sowie der Behandlung Elterlinie (*ctrl*, und *Xray*) im Wendland untersucht. Es wurde als Messwert Schlachtgewicht [kg] bestimmt. Jetzt muss er erstmal die zweifaktorielle ANOVA verstehen.

Leider kennen sich Alex mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die unterstehende einfaktorielle ANOVA Ergebnistabelle aus! (3 Punkte)

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lüftungssystem	3	223.12			
Elterlinie	1	84.18			
Lüftungssystem:Elterlinie	3	355.84			
Error	18	404.38			

4. Schätzen Sie den p-Wert der Tabelle ab. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

	$\emph{F}_{lpha=5\%}$
Lüftungssystem	4.26
Elterlinie	3.40
Lüftungssystem:Elterlinie	5.23

- 5. Was bedeutet ein signifikantes Ergebnis in einer zweifaktoriellen ANOVA? (2 Punkte)
- 6. Was sagt der Term Lüftungssystem: Elterlinie aus? Interpretieren Sie das Ergebnis! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Es ist schon kurz nach fünf und Mark wird langsam nervös. Mark wollte heute Abend noch seine E-Sport Qualifikation schauen. Stattdessen versucht sein Betreuer die Ausgabe der zweifaktoriellen ANOVA zu visualieren und zu überprüfen, ob es mit der Visualisierung der Daten als Boxplots zusammenpasst. Mark hatte im Wendland ein Kreuzungsexperiment mit Puten durchgeführt. Es gab dabei zwei Behandlungen. Einmal Ernährungszusatz (ctrl, fedX und getIt) sowie als zweite Behandlung Flüssignahrung (ctrl und flOw). Gemessen wurde der Messwert (Y) Protein/Fettrate [%/kg]. So kompliziert kann das jetzt doch nicht sein!

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Protein/Fettrate
##
                                   Df Sum Sq Mean Sq F value
                                                                Pr(>F)
## Ernährungszusatz
                                    2 206.01 103.007
                                                      6.0582 0.009732
## Flüssignahrung
                                    1 121.10 121.097
                                                      7.1222 0.015656
                                    2 203.37 101.683
## Ernährungszusatz:Flüssignahrung
                                                      5.9804 0.010197
                                   18 306.05 17.003
## Residuals
```

Leider kennen sich Mark mit Berechnung einer zweifaktoriellen ANOVA überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (1 Punkt)
- 3. Interpretieren Sie das Ergebnis der einfaktoriellen ANOVA! (3 Punkte)
- 4. Zeichnen Sie eine Abbildung, der dem obigen Ergebnis der zweifaktoriellen ANOVA näherungsweise entspricht! (5 Punkte)



In der untenstehenden Tabelle ist die Formel für den F-Test aus der ANOVA und die Formel für den Student t-Test dargestellt. In der ANOVA berechnen Sie die F-Statistik F_{calc} und in dem Student t-Test die T-Statistik T_{calc} .

$$F_{calc} = rac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$$
 $T_{calc} = rac{ar{y}_1 - ar{y}_2}{s_p \cdot \sqrt{2/n_g}}$

- 1. Erklären Sie den konzeptionellen Zusammenhang zwischen der F_{calc} Statistik und T_{calc} Statistik! (2 **Punkte**)
- 2. Visualisieren Sie eine nicht signifikante F_{calc} Statistik sowie eine signifikante F_{calc} Statistik anhand von $MS_{treatment}$ und MS_{error} ! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Erklären Sie an der Formel des F-Tests sowie an der Abbildung warum das Minimum der F-Statistik 0 ist! (2 Punkte)
- 4. Wenn die F-Statistik 0 ist, spricht dies eher für oder gegen die Nullhypothese? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Sie rechnen eine zweifaktorielle ANOVA und erhalten einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den beiden Faktoren f_1 und f_2 . Der Faktor f_1 hat drei Level. Der Faktor f_2 hat dagegen nur zwei Level.

- 1. Visualisieren Sie in zwei getrennten Abbildungen eine schwache und keine Interaktion zwischen den Faktoren f_1 und f_2 ! (4 Punkte)
- 2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Stärken der Interaktion! (2 Punkte)
- 3. Wenn eine signifikante Interaktion in den Daten vorliegt, wie ist dann das weitere Vorgehen bei einem Posthoc-Test? (2 Punkte)



Sie rechnen eine einfaktorielle ANOVA mit einem Faktor f_1 mit vier Leveln. Nachdem Sie die einfaktorielle ANOVA gerechnet haben, erhalten Sie einen p-Wert von 0.078 und eine F Statistik mit $F_{calc}=1.2$. Als Sie sich die Boxplots der Behandlungen anschauen, stellen Sie fest, dass es eigentlich einen Mittelwertsunterschied zwischen dem ersten und zweiten Level geben müsste. Die IQR-Bereiche überlappen sich nicht und die Mediane liegen auch weit vom globalen Mittel entfernt.

- 1. Erklären Sie die Annahme der Normalverteilung und die Annahme der Varianzhomogenität für eine ANOVA an einer passenden Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Visualisieren Sie die Berechnung von F_{calc} am obigen Beispiel! (3 Punkte)
- 3. Erklären Sie das Ergebnis der obigen einfaktoriellen ANOVA unter der Berücksichtigung der Annahmen an eine ANOVA! (3 Punkte)

Teil V.

Multiple Gruppenvergleiche

85. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Moment, die haben ja das Gleiche gemacht wie wir!', ruft Steffen laut aus. Alex schaut etwas verwundert. 'Das glaube ich eher nicht. Lass uns mal unsere Daten mit den Ergebnissen von Qui et al. (2017) vergleichen.', antwortet Alex. In ein Kreuzungsexperiment mit Puten wurde die Behandlung Elterlinie (*ctrl*, *Standard*, *TOP*, *Yray*, *SLOW*, und *Xray*) auf den Messwert Gewichtszuwachs in der 1LW untersucht. Jetzt müssen die beiden mal schauen, ob sie wirklich was Neues gefunden haben oder ob die Ergebnisse alle die gleichen sind wie schon bei Qui et al. (2017). Es ergab sich dann die folgende Tabelle der rohen p-Werte für die Vergleiche zu Qui et al. (2017).

Rohen p-Werte	Adjustierte p-Werte	Nullhypothese ablehnen?
0.2300		
0.0010		
0.0012		
0.0120		
0.0600		
0.3400		

Leider kennen sich Steffen und Alex mit der Adjustierung von p-Werten und dem Signifikanzniveau α überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen die beiden bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Füllen Sie die Spalte Adjustierte p-Werte nach der Bonferoni-Methode aus! (2 Punkte)
- 4. Entscheiden Sie, ob nach der Adjustierung die Nullhypothese abgelehnt werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wie ist Ihr Vorgehen, wenn Sie anstatt der p-Werte das Signifikanzniveau α adjustieren? (2 Punkte)
- 6. Erklären Sie warum die p-Werte oder das Signifikanzniveau α bei multiplen Vergleichen adjustiert werden müssen! (2 **Punkte**)
- 7. Würden Sie die Adjustierung der p-Werte oder die Adjustierung des Signifikanzniveaus α vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar hatte in ihrer Abschlussarbeit ein Stallexperiment durchgeführt. Soweit so gut. Dabei hat sie sich mit Puten beschäftigt. Angeblich der neueste heiße Kram... aber das ist wiederum was anderes. So richtig mitgenommen hat Nilufar das Thema dann doch nicht. Hat sie sich doch mit Flüssignahrung (*ctrl*, *superIn*, *compostIn* und *flOw*) und Schlachtgewicht [kg] schon eine Menge an Daten angeschaut. Nach ihrer Betreuerin soll sie nun ein CLD bestimmen. Weder weiß sie was ein CLD ist, noch war ihr erster Gedanke mit Köln und die LGBTQ Community richtig...

Behandlung	Compact letter display
ctrl	а
superIn	a
compostIn	b
flOw	a

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand des Compact letter display (CLD) ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD) zu den Barplots! (1 Punkt)
- 5. Erklären Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Compact letter display (CLD)! (2 Punkte)
- 6. Erstellen Sie eine Matrix mit den paarweisen *p*-Werten eines Student t-Tests, die sich näherungsweise aus dem *Compact letter display (CLD)* ergeben würde! Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Nilufar sitzt schon etwas länger bei ihre Betreuerin. So langsam macht Nilufar sich Gedanken, ob sie nicht doch mal anmerken sollte, dass sie von CLD noch nie was gehört hat. Aber noch kann gelauscht werden, ein Ende ist erstmal nicht in Sicht! Nilufar hatte in ihre Hausarbeit ein Kreuzungsexperiment durchgeführt. Deshalb sitzt sie hier. Also eigentlich nein, deshalb nicht. Nilufar will fertig werden. Hat sie sich doch mit Flüssignahrung (ctrl, superIn, compostIn und flOw) und Fettgehalt [%/kg] schon eine Menge angeschaut. Nilufar beugt sich leicht nach vorne. Nein, doch keine Pause. Weiter warten auf eine Lücke im Fluss... 'Wir müssen als erstes die Gruppen nach absteigender Effektstärke sortieren!', hört Nilufar noch aus der Ferne bevor sie einnickt.

Flüssignahrung	Fallzahl (n)	Mittelwert	Standardabweichung
ctrl	7	9.80	2.18
superIn	7	6.06	3.57
compostIn	8	4.39	2.93
flOw	9	14.49	3.08

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich ergebenden Barplots! (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Matrix der p-Werte anhand von Student t-Tests! (4 Punkte)
- 5. Ergänzen Sie das *Compact letter display (CLD)* zu den gezeichneten Barplots! Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**
- 6. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Nilufar und Alex! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





'Oh, nee!', ruft Nilufar aus und rollt entnervt mit ihren Augen. Nilufar hatte ihre gesamte Analyse in Excel gerechnet. Das war ja auch alles in Ordnung. Abbilungen haben geklappt und auch die statistischen Tests gingen dann irgendwie doch. Aber das CLD nicht. Nilufar findet einfach keine Möglichkeit ein CLD in Excel zu erhalten. Aber ihr Betreuer möchte unbedingt ein CLD. Sonst wird es mit der Abgabe nichts. Dabei hatte sie schon wirklich eine Menge gemacht! Nilufar hatte sich zwei Variablen mit Elterlinie (ctrl, Standard, TOP, Yray, SLOW, und Xray) und Fettgehalt [%/kg] in einen Leistungssteigerungsversuch mit Puten angeschaut. Wo kriegt sie jetzt ein CLD her? Dann eben per Hand aus der Matrix der p-Wert. Nilufar stöhnt...

	ctrl	Standard	ТОР	Yray	SLOW	Xray
ctrl	1.0000000	0.0550204	0.3695028	0.0128521	0.4599307	0.7645957
Standard	0.0550204	1.0000000	0.0077739	0.5334738	0.0112675	0.1145946
TOP	0.3695028	0.0077739	1.0000000	0.0014943	0.8717528	0.2511702
Yray	0.0128521	0.5334738	0.0014943	1.0000000	0.0022253	0.0320010
SLOW	0.4599307	0.0112675	0.8717528	0.0022253	1.0000000	0.3180487
Xray	0.7645957	0.1145946	0.2511702	0.0320010	0.3180487	1.0000000

Leider kennen sich Nilufar mit dem *Compact letter display (CLD)* überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Formulieren Sie die statistischen Hypothesen! (1 Punkt)
- 3. Zeichnen Sie die sich anhand der Matrix der p-Werte ergebenden Barplots! (2 Punkte)
- 4. Ergänzen Sie das Compact letter display (CLD)! Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)
- 5. Interpretieren Sie das Compact letter display (CLD) für Nilufar und Alex! (2 Punkte)

Teil VI.

Der Chi-Quadrat-Test & Der diagnostische Test

89. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende hätte Mark dann doch einen normalverteilten Endpunkt in seinem Projektbericht nehmen sollen. Vor ihm liegen jetzt die Daten von zwei Variablen als Kategorien oder wie es in \P so schön heißt, als Faktoren. Aber immerhin, hofft er das was bei den Daten rausgekommen ist. Gezählt hat Mark einiges mit n=116 Beobachtungen von Puten. Zum einen hat er als Behandlung *Klimakontrolle* [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable *Schlachtgewicht im Zielbereich* [ja/nein] ermittelt. Nun möchte seine Betreuerin gerne einen χ^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen.

38	11	
23	44	

Leider kennt sich Mark mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Teststatistik eines Chi-Quadrat-Test! (2 Punkte)
- 5. Treffen Sie eine Entscheidung im Bezug zu der Nullhypothese gegeben einem $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}=3.841!$ Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 6. Skizzieren Sie die \mathcal{X}^2 -Verteilung, wenn die H_0 wahr ist! Ergänzen Sie $\mathcal{X}^2_{\alpha=5\%}$ und \mathcal{X}^2_D in der Abbildung! (2 Punkte)
- 7. Berechnen Sie den Effektschätzer Cramers V! Interpretieren Sie den Effektschätzer! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende war es für Jonas in seiner Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte seine Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer $2x^2$ -Kreuztabelle berechnet bekommen. Jonas hatte sich in ein Stallexperiment n=138 Beobachtungen von Puten angeschaut. Dabei hat er als Behandlung $\ddot{O}kologisch$ [ja/nein] bestimmt und zum anderen die Variable $Gewichtszuwachs\ erreicht\ [ja/nein]\ ermittelt.$ Jetzt muss Jonas mal schauen, wie er das jetzt rechnet.

		54
		84
82	56	138

Leider kennt sich Jonas mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht er bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Ergänzen Sie die Tabelle um die fehlenden Informationen! (1 Punkt)
- 3. Ergänzen Sie die Felder innerhalb der 2x2 Kreuztabelle, so dass *kein* signifikanter Effekt zu erwarten wäre! (2 Punkte)
- 4. Begründen Sie Ihr Vorgehen an der Formel des Chi-Quadrat-Tests. Erklären Sie Ihr Vorgehen an einem Beispiel! (2 Punkte)
- 5. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 6. Was ist die Mindestanzahl an Beobachtungen je Zelle? Wenn in einer der Zellen weniger Beobachtungen auftreten, welchen Test können Sie anstatt des Standard Chi-Quadrat-Tests anwenden? (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





Am Ende war es für Nilufar in ihrer Abschlussarbeit dann doch kein normalverteiltes Outcome. Das was jetzt etwas doff, da er sich auf eine ANOVA gefreut hatte. Prinzipiell ginge das auch irgendwie, aber nun möchte ihre Betreuerin gerne einen \mathcal{X}^2 -Test auf einer 2x2-Kreuztabelle berechnet bekommen. Nilufar hatte sich in einen Leistungssteigerungsversuch n=138 Beobachtungen von Puten angeschaut. Dabei hat sie als Behandlung $Klimakontrolle\ [ja/nein]\$ bestimmt und zum anderen die Variable $Fettgehalt\ erreicht\ [ja/nein]\$ ermittelt. Jetzt muss Nilufar mal schauen, wie sie das jetzt rechnet. Nach ihrem Experiment erhielt sie folgende 2x2 Kreuztabelle aus ihren erhobenen Daten.

```
## Klimakontrolle
## Fettgehalt erreicht ja nein
## ja 13 5
## nein 7 18
```

Dann rechnete Nilufar den Fisher-Exakt-Test auf der 2x2-Kreuztabelle in \mathbb{R} und erhielt folgende \mathbb{R} Ausgabe der Funktion fisher.test().

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: Fettgehalt erreicht
## p-value = 0.005898
## alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
## 1.462677 32.500828
## sample estimates:
## odds ratio
## 6.352594
```

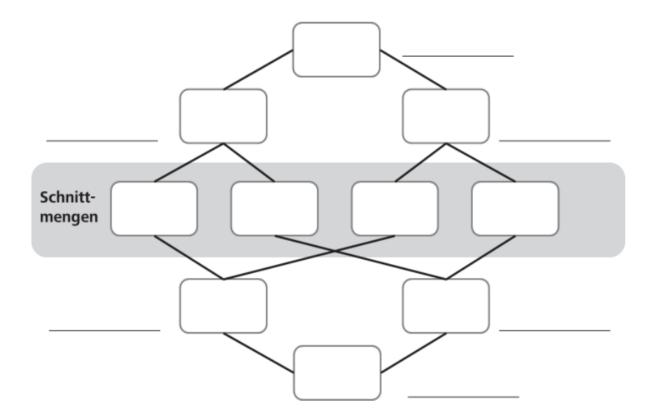
Leider kennt sich Nilufar mit der Berechnung eines \mathcal{X}^2 -Test für kategoriale Daten überhaupt nicht aus. Deshalb braucht sie bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Formulieren Sie die wissenschaftliche Fragestellung! (1 Punkt)
- 2. Visualisieren Sie den Zusammenhang zwischen den beiden kategorialen Variablen! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Skizzieren Sie das sich ergebende 95% Konfidenzintervall! (2 Punkte)
- 5. Beschriften Sie die Abbildung des 95% Konfidenzintervalls! (1 Punkt)
- 6. Interpretieren Sie das *Odds ratio* im Kontext der wissenschaftlichen Fragestellung! (2 Punkte)



Die Prävalenz von Klauenseuche bei Wollschweinen wird mit 2% angenommen. In 75% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein erkrankt ist. In 8.5% der Fälle ist ein Test positiv, wenn das Wollschwein nicht erkrankt ist und somit gesund ist. Sie werten 4000 Wollschweine mit einem diagnostischen Test auf Klauenseuche aus.

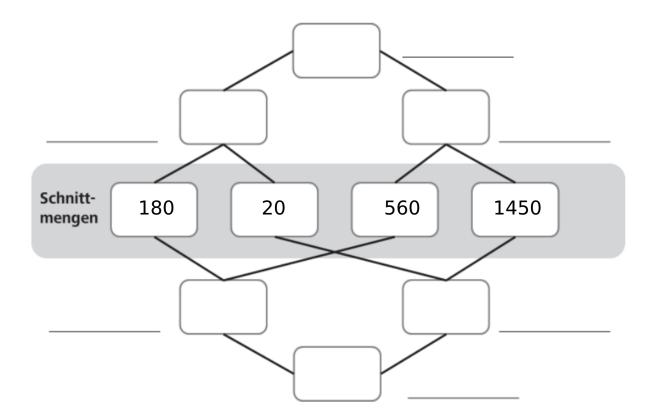
- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! Beschriften Sie auch die Äste des Doppelbaumes, mit denen Ihnen bekannten Informationen! (8 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Was sagt Ihnen die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$ aus? (1 Punkt)





Folgender diagnostischer Doppelbaum nach der Testung auf Klauenseuche bei Fleckvieh ist gegeben.

- 1. Füllen und beschriften Sie den untenstehenden Doppelbaum! (4 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $Pr(K^+|T^+)$! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Prävalenz für Klauenseuche! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die Sensifität und Spezifität des diagnostischen Tests für Klauenseuche! Erstellen Sie dafür zunächst eine 2x2 Kreuztabelle aus dem ausgefüllten Doppelbaum! (4 Punkte)



Teil VII.

Nicht parametrische Tests

94. Aufgabe (12 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Nematoden wurde vor und nach einer Behandlung mit einem bioaktiven Dünger gezählt. Es ergibt sich folgende Datentabelle.

Vorher	Nachher	Differenz	Vorzeichen	Rang	Positiv Rang	Negativ Rang
9	13					
13	14					
9	14					
10	14					
11	13					
13	10					
12	10					
11	9					
10	11					
12	11					
11	13					
8	11					
9	16					
7	13					
7	11					

- 1. Ergänzen Sie die obige Tabelle mit den notwendigen Informationen, die Sie benötigen um einen Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu rechnen! (4 Punkte)
- 2. Bestimmen Sie die Teststatistik W_D mit $W_D = \min(T_-; T_+)$ und berechnen Sie den erwarteten Wert

$$\mu_W = \frac{n_{!0} \cdot (n_{!0} + 1)}{4}!$$
 (2 Punkte)

- 3. Berechnen Sie anschließend den z-Wert mit $z = \frac{W_D \mu_W}{17.607}!$ (2 Punkte)
- 4. Liegt mit einer Signifikanzschwelle von $z_{\alpha=5\%}=1.96$ ein Unterschied zwischen den beiden Zeitpunkten vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r = |\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nach einer Behandlung mit RootsGoneX wurde die mittelere Anzahl an Wurzeln an der invasiven Lupine (*Lupinus polyphyllus*) gezählt. Es ergab sich folgender Datensatz an mittleren Wurzelanzahl.

Treatment	Count
RootsGoneX	10.1
Kontrolle	7.1
Kontrolle	6.7
RootsGoneX	14.2
RootsGoneX	12.7
RootsGoneX	13.5
Kontrolle	5.8
Kontrolle	8.5
Kontrolle	6.7

Rechnen Sie einen Mann-Whitney-U-Test auf den obigen Daten.

1. Bestimmen Sie hierfür
$$U_D$$
 mit $U_D = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1!$ (4 Punkte)

- 2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von U_D durch $z=\frac{U_D-\frac{n_1n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$ und dem kritischen Wert von $z_{\alpha=5\%}=1.96$. Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**
- 3. Berechnen Sie die Effektstärke mit $r=|\frac{z}{\sqrt{n}}|$ und interpretieren Sie die Effektstärke! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Die Anzahl an Blüten der Vanilleplanze pro Box wurde nach der Gabe von zusätzlichen Phosporlösung (Kontrolle, Dosis 20 und Dosis 40) bestimmt. Es ergeben sich folgende nach der Anzahl der Blüten geordnete Daten.

Treatment	Count	Rang Kontrolle	Rang Dosis 20	Rang Dosis 40
Dosis 20 Kontrolle Dosis 20 Kontrolle Dosis 40	11.4 8.8 11.9 10.6 13.0			
Dosis 40 Kontrolle Dosis 40 Dosis 20 Dosis 40	9.3 9.5 9.1 9.7 13.5			
Dosis 20 Dosis 40 Dosis 20 Dosis 20 Kontrolle	13.6 6.2 12.1 11.0 10.6			
Dosis 40 Kontrolle	11.7 11.1			

Rechnen Sie einen Kruskal-Wallis-Test auf den obigen Daten.

- 1. Bestimmen Sie hierfür H_D mit $H_D = \frac{12}{n(n+1)} \left(\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right) 3(n+1)!$ (6 Punkte)
- 2. Geben Sie eine Aussage über die Signifikanz von H_D durch den kritischen Wert von $H_{\alpha=5\%}=5.99!$ (1 **Punkt**)
- 3. Wie lautet die statistische Nullhypothese die Sie mit dem Kruskal-Wallis-Test überprüfen? (1 Punkt)
- 4. Was sagt ein signifikantes Ergebnis des Kruskal-Wallis-Test in Bezug auf die einzelnen Gruppenvergleiche aus? (1 Punkt)
- 5. Nennen Sie das statistische Verfahren, welches Sie als Posthoc Test nach einem signifikanten Kruskal-Wallis-Test durchführen würden! (1 Punkt)

Teil VIII.

Lineare Regression & Korrelation

97. Aufgabe (9 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!





foo

durchschnittlicher Tagestemperatur [C/d]	Gewichtszuwachs in der 1LW
28.5	42.9
18.8	31.4
28.2	48.0
14.2	27.4
13.5	24.5
23.1	39.1
29.8	43.1
16.8	32.0
21.3	38.8
22.6	37.9

Leider kennen sich Nilufar und Paula mit der Erstellung einer Datenanalyse für kontinuierliche Daten überhaupt nicht aus. Deshalb brauchen bei der Erstellung Ihre Hilfe!

- 1. Erstellen Sie eine Visualisierung für die Datentabelle. Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)
- Erstellen Sie die Regressionsgleichung aus der obigen Abbildung mit den statistischen Maßzahlen! (2 Punkte)
- 3. Beschriften Sie die Grade mit den statistischen Maßzahlen der linearen Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 4. Liegt ein Zusammenhang zwischen x und y vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Wenn kein Zusammenhang zu beobachten wäre, wie würde die Grade aussehen? Antworten Sie mit einer Skizze der Geraden! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In einem Stallexperiment mit n=40 Ferkeln wurde der Gewichtszuwachs in kg unter ansteigender Lichteinstrahlung in nm gemessen. Sie erhalten den \bigcirc Output einer simplen Gaussian linearen Regression sieben Wochen nach der ersten Messung.

term	estimate	std.error	t statistic	p-value
(Intercept)	0.59	2.30		
light	0.26	0.22		

- 1. Zeichnen Sie die Grade aus der obigen Tabelle in ein Koordinatenkreuz! (1 Punkt)
- 2. Beschriften Sie die Abbildung und die Gerade mit den statistischen Kenngrößen! (2 Punkte)
- 3. Formulieren Sie die Regressionsgleichung! (2 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die t Statistik für (Intercept) und light! (2 Punkte)
- 5. Schätzen Sie den p-Wert für (Intercept) und light mit $T_{\alpha=5\%}=1.96$ ab. Was sagt Ihnen der p-Wert aus? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m^2 (weight) und Wassergabe l/m^2 (water) bei Erdbeerpflanzen zu bestimmen. Sie erhalten folgende Rausgabe.

```
## Call:
## lm(formula = weight ~ water, data = data_tbl)
## Residuals:
     Min
               10 Median
                              30
## -4.1429 -0.4000 0.2286 0.8571 2.8571
##
## Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept) 14.4000 0.7753 18.573 4.42e-09
## waterB
             8.7429
                          1.0152 8.612 6.14e-06
##
## Residual standard error: 1.734 on 10 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.8812, Adjusted R-squared: 0.8693
## F-statistic: 74.17 on 1 and 10 DF, p-value: 6.137e-06
```

- Ist die Annahme der Normalverteilung an das Outcome water erfüllt? Begründen Sie die Antwort! (2 Punkte)
- 2. Wie groß ist der Effekt der Wassergabe? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 3. Liegt ein signifikanter Effekt vor? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Erklären Sie kurz den Begriff R-squared! Was sagt Ihnen der Wert 0.8812 aus? (2 Punkte)
- 5. Schreiben Sie das Ergebnis der Rausgabe in zwei Sätzen auf, der die Information zum Effekt und der Signifikanz enthält! (2 Punkte)



Im folgenden sehen Sie drei leere Scatterplots. Füllen Sie diese Scatterplots nach folgenden Anweisungen.

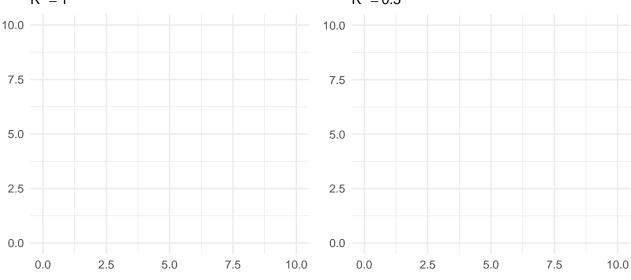
- 1. Zeichnen Sie für die angegebene ρ -Werte eine Gerade in die entsprechende Abbildung! (3 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie für die angegebenen R^2 -Werte die entsprechende Punktewolke um die Gerade. (3 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R^2 -Werte über das jeweilige Modell? (3 **Punkte**)

Pearsons $\rho = 0.25$



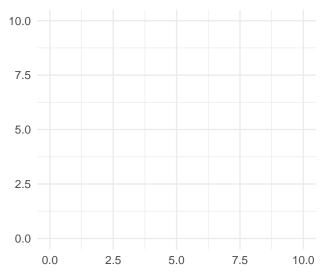


$$R^2 = 0.5$$



Pearsons $\rho = -1$

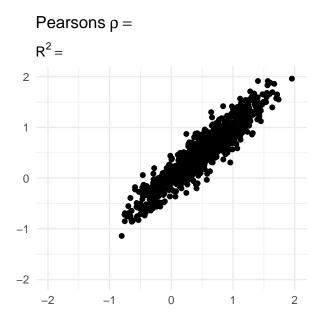
$$R^2 = 0.25$$

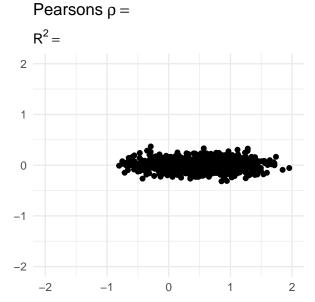


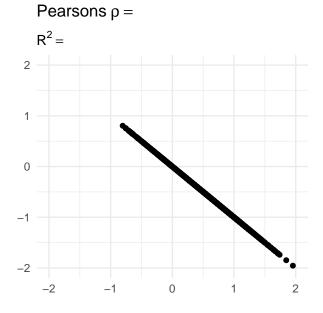


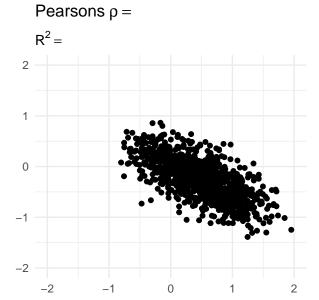
Im folgenden sehen Sie vier Scatterplots. Ergänzen Sie die Überschriften der jeweiligen Scatterplots.

- 1. Schätzen Sie die ρ -Werte in der entsprechenden Abbildung! (4 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die R^2 -Werte in der entsprechenden Punktewolke um die Gerade! (4 Punkte)
- 3. Sie rechnen ein statistisches Modell. Was sagen Ihnen die R^2 -Werte über das jeweilige Modell? (1 **Punkt**)











Sie erhalten folgende R Ausgabe der Funktion cor.test().

```
##
## Spearman's correlation
##
data: height and food
## t = 2.2141, df = 8, p-value = 0.05772
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.02162426 0.89764597
## sample estimates:
## cor
## 0.6163944
```

- 1. Formulieren Sie das statistische Hypothesenpaar! (2 Punkt)
- 2. Nennen Sie die zwei Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten! Erklären Sie *eine* der Eigenschaften an einem Beispiel! **(2 Punkte)**
- 3. Interpretieren Sie den Korrelationskoefizienten hinsichtlich des Effekts und der Signifikanz! Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 4. Visualisieren Sie das 95% Konfidenzintervall! Beschriften Sie die Abbildung! (2 Punkte)
- 5. Sind die Variablen height and food normalverteilt? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)



Sie rechnen eine lineare Regression um nach einem Feldexperiment den Zusammenhang zwischen Trockengewicht kg/m^2 (*drymatter*) und Wassergabe l/m^2 (*water*) bei Spargel zu bestimmen. Sie erhalten folgende Datentabelle.

.id	drymatter	water	.fitted	.resid
1	31.4	13.0	29.6	
2	27.7	11.8	27.9	
3	27.2	10.3	25.7	
4	26.7	10.5	26.0	
5	11.2	0.4	11.8	
6	24.4	7.5	21.9	
7	21.9	9.3	24.3	
8	38.1	20.1	39.6	
9	30.6	13.0	29.6	
10	24.4	8.3	22.9	
11	19.6	8.2	22.9	
12	21.9	8.1	22.7	
13	24.0	9.1	24.1	

- 1. Ergänzen Sie die Werte in der Spalte .resid in der obigen Tabelle. Geben Sie den Rechenweg und Formel mit an! (4 Punkte)
- 2. Zeichnen Sie den sich aus der obigen Tabelle ergebenden Residualplot. Beschriften Sie die Abbildung! **(4 Punkte)**
- 3. Gibt es auffällige Werte anhand des Residualplots? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)



Zeichen Sie in die drei untenstehenden, leeren Abbilungen die Zeile des Regressionskreuzes der Poissonverteilung. Wählen Sie die Beschriftung der y-Achse sowie der x-Achse entsprechend aus! (6 Punkte)

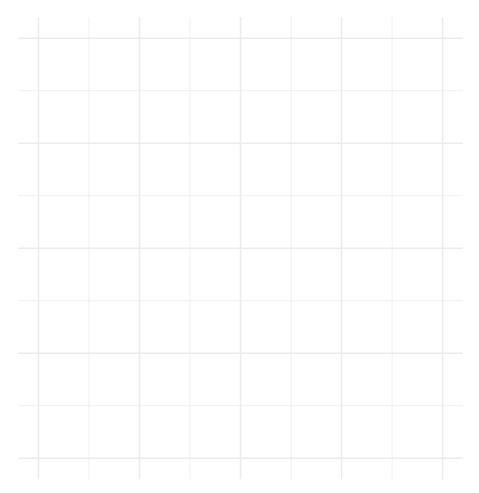
- 2. Ergänzen Sie die jeweiligen statistischen Methoden zu der Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Welchen Effektschätzer erhalten Sie aus der entsprechend linearen Regression bzw. den Gruppenvergleich? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)
- 4. Wenn Sie keinen Effekt erwarten, welchen Zahlenraum nimmt dann der Effektschätzer ein? Geben Sie ein Beispiel! (2 Punkte)





Ein Feldexperiment wurde mit n=200 Pflanzen durchgeführt. Folgende Einflussvariablen (x) wurden erhoben: region, height und center. Als mögliche Outcomevariablen stehen Ihnen nun folgende gemessene Endpunkte zu Verfügung: drymatter, yield, count, quality score und dead.

- 1. Wählen Sie ein Outcome was zu der Verteilungsfamilie Poisson gehört! (1 Punkt)
- 2. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} in der Funktion glm() üblich ist *ohne Interaktionsterm*! (3 Punkte)
- 3. Schreiben Sie das Modell in der Form $y \sim x$ wie es in \mathbb{R} üblich ist und ergänzen Sie einen Interaktionsterm nach Wahl! (1 Punkt)
- 4. Zeichen Sie eine *starke* Interaktion in die Abbildung unten für den Endpunkt *yield*. Ergänzen Sie eine aussagekräftige Legende. Wie erkennen Sie eine Interaktion? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**



Teil IX.

Experimentelles Design

106. Aufgabe (10 Punkte)



Nach einem erfolgreichen Pilotversuch zur Wirksamkeit von Lichtregimen bei Erbsen in einem Feldexperiment wollen Sie nun den Versuch eine Nummer größer anlegen. Dafür entscheiden Sie sich für ein faktorielles Versuchsdesign. In Ihrem Hauptversuch stellt die Wirksamkeit von Lichtregimen den ersten Faktor mit insgesamt 4 Leveln dar. Der zweite Faktor mit der Sorte beinhaltet 3 Level.

Im ersten Schritt überlegen Sie ein einfaches experimentelles Design zu probieren. Sie entscheiden sich für das Randomized complete block design (RCBD).

- 1. Skizieren Sie das Randomized complete block design (RCBD) für Ihren Versuch! (4 Punkte)
- 2. Skizieren Sie eine Datentabelle für den Versuch mit zwei Wiederholungen! (2 Punkte)
- 3. Skizieren Sie eine Abbilung mit Boxplots und einem angenommenen normalverteilten Outcome! (4 Punkte)

Teil X.

Mathematik

107. Aufgabe (8 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Herodot – der Schimmel aus Ivenack Während der Besetzung Mecklenburgs durch die Franzosen kamen Napoleon die Geschichten des berühmten Apfelschimmels Herodot aus Ivenack zu Gehör. Herodot lief zwar niemals Rennen, war aber eines der berühmtesten Pferde dieser Zeit. Napoleon selbst gab den Auftrag, diesen Schimmel durch die Armee nach Frankreich zu bringen. Der Legende nach sollen Arbeiter den Schimmel im hohlen Stamm einer 1000-jährigen Eiche aus Ivenack vor den Franzosen versteckt haben. Doch Herodot verriet sein Versteck durch lautes Wiehern, woraufhin die französische Armee den Schimmel beschlagnahmte und nach Frankreich führte¹.

Forschungsfrage: "Konnten die Ivenacker den Apfelschimmel Herodot vor dem Zugriff von Napoleon in der 1000-jährigen Eiche verstecken?"

Gehen Sie von einem radialen Wachstum der 1000-jährigen Eiche von 1.2mm pro Jahr aus. Es ist bekannt, dass die Eiche im Jahr 2022 einen Umfang von 14m in Brusthöhe hatte.

- 1. Wie groß war der Durchmesser in *m* der Eiche im Jahr 1820 als Herodot in der Eiche versteckt werden sollte? **(2 Punkte)**
- 2. Skizzieren Sie in einer Abbildung einen linearen Zusammenhang und einen exponentiellen Zusammenhang für das Wachstum der 1000-jährigen Eiche. Erklären Sie die Auswirkungen der Entscheidung für linear oder exponentiell auf Ihre Berechnungen! (2 Punkte)

Herodot hatte eine Schulterhöhe von 190cm, eine Breite von 80cm sowie eine Länge von 240cm.

3. Berechnen Sie das effektive Volumen von Herodot in m^3 , welches Herodot in der 1000-jährigen Eiche einnehmen würde! (1 Punkt)

Es wurde berichtet, dass sich Herodot in der 1000-jährigen Eiche $m\ddot{u}hsam$ um die eigene Achse drehen konnte.

- 4. Berechnen Sie die Dicke der Eichenwand in *cm*! Verdeutlichen Sie Ihre Berechnungen an einer aussagekräftigen Skizze für Pferd und Eiche! **(2 Punkte)**
- 5. Unter einer Dicke der Eichenwand von 25*cm* bricht die Eiche zusammen. Beantworten Sie die Forschungsfrage! Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war eine Fahrt an die Ostsee und folgender Artikel: Entdecke das erste Nationale Naturmonument Deutschlands - Ivenacker Eichen und Hutewald

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Von Töpfen auf Tischen In einem Experiment wollen Sie die Wuchshöhe von 240 Stockrosen bestimmen. Bevor Sie überhaupt mit dem Experiment beginnen können, gibt es aber ein paar Abschätzungen über die Kosten und den Aufwand zu treffen. Zum einen müssen Sie die Stockrosen einpflanzen und müssen dafür Substrat bestellen. Zum anderen müssen Sie die Stockrosen auch bewegen und in ein Gewächshaus platzieren. Die Töpfe für die Keimung haben einen Durchmesser von 9cm und eine Höhe von 9cm. Der Kubikmeterpreis für Torf liegt bei 310 EUR.

- 1. Skizzieren Sie den Versuchsplan auf drei Tischen im Gewächshaus! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die benötigte Anzahl an Pflanztöpfen, wenn Sie Randpflanzen mit berücksichtigen wollen! (1 Punkt)
- 3. Welche Pflanztopffläche in m^2 gegeben der Anzahl an Pflanztöpfen inklusive Randpflanzen benötigen Sie im Gewächshaus am Anfang der Keimungsphase? (3 Punkte)
- 4. Berechnen Sie die benötigte Menge an Torf in Liter *l*, die Sie für das Befüllen der Pflanztöpfe benötigen! Gehen Sie von *einem Zylinder* für die Pflanztöpfe aus! **(3 Punkte)**
- 5. Berechnen Sie die Kosten in EUR für Ihre Torfbestellung! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Solar- & Biogasanlagen Um die Energiekosten Ihres Betriebes zu senken, wollen Sie eine Solaranlage auf den Rinderstall montieren lassen. Sie messen Ihren Stall und finden folgende Maße wieder. Die vordere Seite des Rinderstall hat eine Höhe h_{ν} von 5m. Die hintere Seite des Rinderstall hat eine Höhe h_{b} von 11m. Der Rinderstall hat eine Tiefe t von 13m und eine Breite b von 60m.

- 1. Skizzieren Sie den Rinderstall auf dem die Solaranlage montiert werden soll! Ergänzen Sie die Angaben für die Höhen h_V , h_b , die Tiefe t und die Breite b des Stalls! **(2 Punkte)**
- 2. Berechnen Sie die Fläche der schrägen, neuen Solaranlage auf dem Rinderstall! (3 Punkte)

Ebenfalls planen Sie eine neue Biogasanlage für Ihren Betrieb. Der neue Methantank hat einen Radius r von 1m. Leider gibt es ein paar bauliche Beschränkungen auf dem Grundstück. Ihr Fundament des zylindrischen Methantanks kann nur ein Gewicht von maximal 5t aushalten bevor der Tank wegbricht. Sie rechnen eine Sicherheitstoleranz von 15% ein beinhaltend das Gewicht des Methantanks. In flüssiger Form hat Methan bei -80° C eine Dichte von $220kg/m^3$. Bei -100° C hat Methan eine Dichte von $300kg/m^3$. Sie betrieben Ihre Anlage bei -88° C.

- 3. Extrapolieren Sie die effektive Dichte des Methans in Ihrem Methantank! Welche Annahme haben Sie getroffen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie wie viel Kubikmeter m^3 Sie in den Methantank füllen können, bevor das Fundament nachgibt! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die maximale Höhe h_{max} in m für den gefüllten Methantank mit dem Radius r, bevor das Fundament wegbricht! (2 **Punkte**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Riesenfaultier • Evolution der Avocado • Bluetooth • Blauzahn • Colonia Dignidad • ODESSA • Rattenlinie • Adolf Eichmann

Aligatorenbirnen und Blaubeeren "Sind Sie ein Riesenfautier oder warum kaufen Sie so viele Aligatorenbirnen?", spricht es hinter Ihnen. Irritiert drehen Sie sich um und blicken in das puderrote Gesicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange. "Wieso?", entfährt es Ihnen und Sie bereuen sogleich die Frage. Sofort werden Sie zu einem Whiteboard voller roter Schnüre geschliffen und müssen folgenden mathematischen untermauerten Argumenten im Aldi über sich ergehen lassen. Da kommen Sie nicht mehr raus, also können Sie auch gleich mitmachen. Das Problem liegt in Chile². Tja, die Deutschen und Südamerika

Zuerst werden Ihre Fähigkeiten getestet, der Mathematik folgen zu können. Oder berechnen Sie gerade den Einkauf von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange?

- 1. Wenn 3 Blaubeerschalen 5.37 Euro kosten, wie viel kosten 7 Schalen? (1 Punkt)
- 2. Wenn Sie die 7 Blaubeerschalen gekauft haben, wie viele Aligatorbirnen zu je 1.79 EUR können Sie sich dann noch für 100 EUR leisten? (1 Punkt)

Das Whiteboard beinhaltet folgende Liste mit Informationen zum Wasserverbrauch bei der Produktion von Gemüse aus Chile. Seltsam, was man so alles in einem Aldi über Gemüse erfährt.

- Ein Kilo Strauchtomaten benötigt 160l Wasser. Eine Strauchtomate wiegt 90 130g.
- Ein Kilo Salat benötigt 140l Wasser. Ein Salatkopf wiegt 280 510g.
- Ein Kilo Avocado benötigt 950l Wasser. Eine Avocado wiegt 140 400g.
- Ein Kilo Blaubeeren benötigt 820l Wasser. Eine Blaubeere wiegt 3.1 3.5g.
- 3. Berechnen Sie den Wasserverbrauch für die Produktion für jeweils eine Strauchtomate, einem Salat, einer Avocado und einer Blaubeeren. Stellen Sie das Ergebnis als Tabelle dar! (2 Punkte)

Chile exportiert im großem Ausmaß Blaubeeren und Avocados. In dem Exportjahr 2023 blieben die Erträge von Blaubeeren mit 9×10^4 t in dem prognostizierten Rahmen. Die Menge reduzierte sich um 6.1%. Die Exporte für Avocados stiegen in dem gleichen Zeitraum um 17.3% auf 2×10^5 t.

4. Wie viele Kubikmeter Wasser hat Chile in dem Exportjahr 2022 exportiert? (2 Punkte)

Chile ist eines der wenigen Länder der Welt, die ihr Wasser komplett privatisiert haben. Derzeit sind nur drei Prozent des Wassers des Landes für den häuslichen Verbrauch vorgesehen. In den Dörfern der Anbauregionen versorgen Tankwagen die Bevölkerung jede Woche mit Wasser, es gibt etwa 50 Liter Wasser pro Kopf für den täglichen Bedarf. In *Deutschland* liegt der Verbrauch bei 35 - 115 Liter pro Waschgang einer Waschmaschine und 10 - 15 Liter pro Minute Duschen.

5. Mit der rationierten Wassermenge aus Chiles Anbaugebieten können Sie in *Deutschland* wie oft Ihren Bedarf stillen? (1 Punkt)

Das alles hätten Sie nicht von einem Mädchen mit Zöpfen und Zahnspange erwartet. Ganz schön viele Informationen wurden da zusammengetragen.

6. Nennen Sie eine *Daten*quelle im Internet, wo Sie mehr Informationen zu landwirtschaftlichen Daten oder klimatischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Daten erhalten! **(1 Punkt)**

²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe waren folgende Reportagen: "'Bis zum letzten Tropfen"' in AMNESTY – Magazin der Menschenrechte vom August 2021 und "'Wasserknappheit in Chile: Eine Folge der Privatisierung?"' in Die Welternährung dem Fachjournal der Welthungerhilfe vom April 2022.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Kardaschow-Skala • Dyson-Sphäre • Hohlerde • Entropie • Proton $r_P = 1.7 \times 10e - 15$ • Wasserstoff $r_H = 5.3 \times 10e - 11$

Die Dampfnudelerde "Was für einen Unsinn!", rufen Sie. Jetzt haben Sie kostbaren Schlaf prokrastiniert um einem Ernährungswissenschaftler auf YouTube über die Erde als Dampfnudel zu lauschen. Irgendwie passt es dann doch mit der Analogie. Übermüdet müssen Sie darüber nachdenken, warum vor 69 Millionen Jahren die Dinosaurier - so groß sie auch waren - nicht von der Schwerkraft zu Boden gerissen wurden. Hat der Dampfplauderer etwa recht und war die Schwerkraft vor Millionen von Jahren eine andere? Sind deshalb alle Lebewesen auf der Erde heutzutage so viel kleiner, weil die Schwerkraft größer ist als damals? War die Erde kleiner und hatte weniger Masse? Oder ist es nur ein Rechenfehler wie bei der Theorie der Hohlerde von Edmond Halley aus dem 17.–18. Jahrhundert? Müde reiben Sie sich die Augen. So wird es nichts mehr mit dem Schlafen, dann können Sie auch mal etwas rechnen³.

Betrachten wir die Schwerkraft oder Gewichtskraft, die auf Lebewesen damals und heute gewirkt haben soll. Nehmen Sie für die Fallbeschleunigung g der Erde heutzutage einen Wert von $9.65 \, \text{m/s}^2$ an. Im Weiteren hat die Erde einen ungefähren Durchmesser von $1.235 \times 10^4 \, \text{km}$ und eine mittlere Dichte ρ von $5.44 \, \text{g/cm}^3$. Das Gewicht von einem heute lebenden afrikanischen Elefanten liegt bei 5t bis 7t und das Gewicht von einem Tyrannosaurus rex (T. rex) bei $4.5 \, \text{t}$ bis 8t.

- 1. Welchen Durchmesser müsste die Erde vor 69 Millionen Jahren gehabt haben, wenn Dinosaurier und Elefanten die gleiche Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ damals und heute erfahren hätten? Beantworten Sie die Frage anhand der folgenden Teilaufgaben!
 - a) Berechnen Sie die Fallbeschleunigung von vor 69 Millionen Jahren unter der obigen Annahme gleich wirkender Gewichtskraft $\overrightarrow{F_G}$ auf Elefant und Dinosaurier! (1 Punkt)
 - b) Berechnen Sie Masse der heutigen Erde! (2 Punkte)
 - c) Schließen Sie über die Masse auf den Durchmesser der Erde vor 69 Millionen Jahren! (2 Punkte)
- 2. Beantworten Sie die Eingangsfrage mit 1-2 Antwortsätzen! (1 Punkt)

Die Distanz zwischen Sonne und Erde entspricht 1.05 astronomische Einheiten (AE). Die Einheit 1 AE wird mit 1.48×10^8 km angegeben. Der *massebehaftete* Sonnenwind besteht aus 81% Wasserstoffkernen mit einer molaren Masse von 1.08g/mol, 11% Heliumkernen mit 4.01g/mol sowie 8% weiteren Atomkernen mit 69.18g/mol. Die Teilchendichte bei Eintritt in die Erdatmosphäre liegt zwischen 0.4 bis 100 Teilchen cm $^{-3}$ pro Sekunde mit einer mittleren Teilchendichte von 8cm $^{-3}$ pro Sekunde.

Lösen Sie den folgenden Aufgabenteil mit einer aussagekräftigen Skizze!

- 4. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die gesamte Erde pro Sekunde treffen! (2 Punkte)
- 5. Berechnen Sie die Anzahl an massebehafteten Teilchen des Sonnenwindes, die die Sonne pro Sekunde in alle Richtungen aussendet! (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Masse, die die Erde pro Jahr durch die *massebehafteten* Teilchen des Sonnenwind zunimmt! (2 Punkte)

³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: "Skeptische Anmerkungen — Die Erde als Dampfnudel" in Der Humanistische Pressedienst

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Entschuldigung, ist das Ihre Feder in meinem Auge? So hört man häufiger höfliche Enten in Mastställen sagen. Das ist natürlich etwas ungünstig, den dann kommt es zu Picken und Kannibalismus. Denn wenn der Nachbar nervt, dann muss zu Maßnahmen gegriffen werden. Kennt jeder aus einer mittelmäßigen Wohngemeinschaft. Das wollen wir aber als vorsorgliche Enten-Halter:innen nicht⁴. Betrachten wir also einmal das Platzangebot (eng. *space allowance*, abk. *SA*) der Enten für vier Tätigkeiten und versuchen die notwendige Fläche zu optimieren. Wie immer gibt es dafür eine mathematische Formel:

$$SA = \sum_{i=1}^{n} (A_i \times PB_i)$$
 $A_i = \pi \times (r_i + R_i)^2$

mit

- SA dem benötigten Platzangebot aller aufsummierten Verhalten i.
- Ai dem benötigten Platz für ein Verhalten i.
- PBi dem Anteil des Auftretens eines Verhaltens i.
- r_i dem Radius Ente plus dem benötigten Radius für das Verhalten i.
- Ri dem notwendigen Abstand zu den Nachbarn für das Verhalten i.
- i dem Verhalten: (1) dustbathing, (2) standing, (3) foraging incl. scratching und (4) wing/leg stretching.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Werte für r_i , R_i und PB_i für ein spezifisches Verhalten i aus drei wissenschaftlichen Veröffentlichungen dargestellt.

	Aldridge et al. (2021)	Baxter et al. (2022)	Jabcobs et al. (2019)
dustbathing	27cm; 24cm; 3.5%	31cm; 19cm; 4.5%	39cm; 34cm; 10.1%
standing	41cm; 21cm; 0.6%	37cm; 27cm; 0.4%	29cm; 40cm; 0.2%
foraging incl. scratching	37cm; 20cm; 1.2%	40cm; 30cm; 2.4%	32cm; 28cm; 7.6%
wing/leg stretching	38cm; 18cm; 5.1%	34cm; 29cm; 1.2%	37cm; 33cm; 6.9%

- 1. Erstellen Sie eine zusammenfassende Tabelle mit den mittleren Werten für r, R und PB aus der obigen Tabelle 1 für die jeweiligen Verhalten! (3 Punkte)
- 2. Ergänzen Sie eine Spalte mit dem benötigten Platz A für das jeweilige Verhalten, welches sich aus den mittleren Werten ergibt! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie das benötigte Platzangebot SA für alle betrachteten Verhalten! (1 Punkt)
- 4. Skizzieren Sie die Werte r_i , R_i und A_i für zwei nebeneinander agierende Enten für ein Verhalten i. Nutzen Sie hierfür vereinfachte geometrische Formen! (2 Punkte)
- 5. Sie entnehmen der Literatur folgende Aussage zur Verteilung der Enten in der Fläche A: "Assuming, that the animals will optimally and equally distribute in an area A, we observe a small part, which is not covered. This area is called ω and is calculated with $\omega = \frac{A}{0.9069}$." Veranschaulichen Sie die Fläche ω in einer aussagekräftigen Abbildung! (1 Punkt)
- 6. Ein Tier braucht Platz für sich selbst. Berechnen Sie nun die Körperfläche α , die ein Tier einnimmt. Welche Annahmen haben Sie für die Berechnung der Körperfläche getroffen? (2 Punkte)

⁴Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftliche Artikel: EFSA Panel on Animal Health and Welfare, et al. (2023) Welfare of broilers on farm. EFSA Journal 21.2.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Nelken von den Molukken In der Ausstellung "Europa und das Meer" im Deutschen Historischen Museum in Berlin gab es folgendes Zitat über die Probleme der frühen Hochseeschifffahrt.

»Ohne ausreichende Zufuhr von Vitamin C stellen sich nach 50 Tagen die ersten Symptome ein; die ersten Toten sind nach 60 Tagen zu beklagen; nach 100 Tagen rafft die Skorbut eine ganze Schiffsbesatzung dahin«

Ferdinand Magellan stach im Jahre 1519 in See um eine Passage durch den südamerikanischen Kontinent zu finden. Zu seiner Flotte gehörten fünf Schiffe - das Flaggschiff Trinidad, die San Antonio, die Victoria, die Concepción und die Santiago - mit einer Besatzung von insgesamt 218 Mann.

- 1. Stellen Sie den Verlauf der Anzahl an Matrosen auf einem Schiff der Flotte in der Form einer Überlebenszeitkurve dar! Beschriften Sie die Achsen entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Schätzen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 95 Tagen aus Ihrer Abbildung ab! (1 Punkt)

Der Chronist an Bord der Trinidad, Antonio Pigafetta, schrieb in seinem Bericht "[...] Um nicht Hungers zu sterben, aßen wir das Leder, mit dem die große Rahe zum Schutz der Taue umwunden war." Insbesondere die Mannschaft der Concepción erlitt große Verluste durch die Skrobut bei der Überquerung des Pazifiks, da durch Erkundungsfahrten weniger Zeit blieb, um wilden Sellerie aufzunehmen. Wilder Sellerie enthält $4000\mu g/150mg$ Vitamin C. Der Bedarf liegt bei 120mg pro Tag für Männer.

- 3. Berechnen Sie die notwendige Menge in *kg* an aufzunehmenden wilden Sellerie auf die Concepción für die ununterbrochene Fahrt von drei Monate und 20 Tage über den Pazifik! **(3 Punkte)**
- 4. Skizzieren Sie die Überlebenszeitkurve für die Concepción im Vergleich zu der Überlebenszeitkurve der Trinidad! Beschriften Sie die Achsen! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Event Horizon – Am Rande des Universums Die Sonne hat eine aktuelle, angenommene Masse von 2×10^{28} kg. Wenn die Sonne nun am Ende ihrer Lebenszeit zu einem schwarzen Loch mit dem Radius von 3500m kollabiert, wird die Sonne 40% der aktuellen Masse verloren haben. Ein Lichtteilchen mit der Masse m_f und der Fluchtgeschwindigkeit v_f will dem schwarzen Loch entkommen. Sie haben folgende Formeln für die kinetische Energie des Lichtteilchens E_{kin} und der Graviationsenergie des schwarzen Lochs E_{grav} gegeben⁵.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_f v_f^2 \quad E_{grav} = \frac{G m_s m_f}{r_s}$$

mit

- ullet m_f , gleich der Masse [kg] des fliehenden Objektes
- m_s, gleich der Masse [kg] des stationären Objekts
- r_s, gleich dem Radius [m] des stationären Objekts
- G, gleich der Gravitationskonstante mit $5.974 \cdot 10^{-11} m^3 (kg \cdot s^2)^{-1}$

Im Folgenden wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, ob das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen kann.

- 1. Geben Sie die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit v_f an! (1 Punkt)
- 2. Überprüfen Sie Ihre umgestellte Formel nach v_f anhand der Einheiten! (1 Punkt)
- 3. Berechnen Sie die notwendige Fluchtgeschwindigkeit v_f des Lichtteilchens mit den angegebenen Informationen! (2 Punkte)
- 4. Gehen Sie von einer Lichtgeschwindigkeit von $2.8 \times 10^8 m/s$ aus. Kann das Lichtteilchen der Gravitation des schwarzen Lochs entkommen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)
- 5. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem sich verringernden Radius r des schwarzen Lochs bei gleichbleibender Masse m_s und der notwendigen Fluchtgeschwindigkeit v_f in einer Abbildung dar! (2 **Punkte**)
- 6. Ein Elefant und ein Lolli stürzen aus großer und gleicher Höhe in ein schwarzes Loch. Welches der beiden Objekte überschreitet zuerst den Ereignishorizont des schwarzes Loches? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

⁵Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war ein Montagnachtfilm: Event Horizon – Am Rande des Universums

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Das Fermi Paradoxon Der Kernphysiker Enrico Fermi diskutierte 1950 auf dem Weg zum Mittagessen im Los Alamos National Laboratory mit seinen Kollegen angebliche UFO-Sichtungen und fragte schließlich: "Where is everybody?". Warum seien weder Raumschiffe anderer Weltraumbewohner noch andere Spuren extraterrestrischer Technik zu beobachten? Wie lange würde eine außerirdische Zivilisation benötigen um die gesamte Milchstraße zu besuchen, wenn das maximale Reisetempo die Geschwindigkeit der Voyager 1 Sonde wäre?⁶

Wir treffen folgende Annahmen. Eine außerirdische Zivilisation schickt drei Voyager 1 ähnliche Sonden mit der Geschwindigkeit von $6.2587 \times 10^4 km/h$ los um sich auf den erreichten Planeten selbst zu replizieren. Nach 500 Jahren ist die Replikation abgeschlossen und wiederum drei Sonden werden ausgesendet. Gehen Sie von 4.24 Lichtjahren als mittlerer Abstand der Sterne in der Milchstraße aus. Es gibt 2×10^{11} Sterne in der Milchstraße. Nehmen Sie eine Lichtgeschwindigkeit von $2.8 \times 10^8 m/s$ an.

- Skizzieren Sie in einer Abbildung die ersten vier Schritte der Vervielfältigung der Sonden in der Galaxie! Beschriften Sie die Abbildung mit der Dauer und der Anzahl an Sonden für jeden Schritt der Vervielfältigung! (4 Punkte)
- Berechnen Sie die theoretische Anzahl an Vervielfältigungsschritten die benötigt werden um mit einem einzigen Vervielfältigungsschritt die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 3. Berechnen Sie die Dauer, die eine außerirdische Zivilisation annährungsweise benötigt um die gesamten Sterne der Milchstraße mit Sonden zu besuchen! (2 Punkte)
- 4. Bei einem vermutetet Alter der Erde von 4.5×10^9 Jahren, wie oft war dann eine Sonde einer außerirdischen Zivilisation schon zu Besuch? Korrigieren Sie Ihre Antwort mit dem Wissen, dass sich die Kontinentalplatten einmal alle 8×10^7 Jahre vollständig im Erdinneren umgewandelt haben! (2 Punkte)

⁶Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Wikipediaeintrag: Fermi-Paradoxon

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Pyramiden bauen Es stehen die bayrischen Pyramidentage an und Sie sind auf abenteuerlichen Wegen für den Bau der Pyramiden zuständig. Zu allem Überfluss handelt es sich auch noch eine *Reenactment* Veranstaltung. Thema der diesjährigen Pyramidentage sind die Pyramiden von Meroe, die den Königen und Königinnen des historischen Reiches von Kusch in Nubien, dem heutigen Sudan, als Grabstätten dienten. Die Pyramiden in Meroe fallen durch ihren steilen Winkel von 71 Grad im Vergleich zu den ägyptischen Pyramiden mit 51 Grad auf. Die durchschnittliche Seitenlänge der Grundfläche einer Pyramide beträgt 44 Königsellen. Eine Königselle misst 52.6cm.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Skizze der Pyramide. Bezeichnen Sie Seiten und die Winkel der Pyramide entsprechend!

- 1. Bei der Königspyramide von Meroe soll eine Seitenlänge der Grundfläche 44 Königsellen lang sein. Welche Höhe der Königspyramide in *m* ergibt sich? **(1 Punkt)**
- 2. Die Außenflächen der Pyramide soll begrünt werden. Für die Bepflanzung muss eine 6cm dicke Torfschicht auf die Pyramide aufgebracht werden. Berechnen Sie die ungefähre Menge an benötigten Torf in m^3 ! (2 Punkte)

Wie in jedem guten *Reenactment* gibt es viel Oberschicht, aber nur 2 Sklaven, die Ihnen bei dem Befüllen der Pyramide mit Schutt zu Seite stehen. Leider haben Ihre Sklaven zu allem Überfluss auch noch chronische Schulterschmerzen entwickelt, als sie von der anstehenden Aufgabe erfahren haben. Gehen Sie daher von einer Effizienz der Sklaven von 75% aus. In eine Schubkarre passen 100 Liter.

- 3. Wie oft müssen Ihre maladen Sklaven die Rampe mit der Schubkarre zur Spitze der Pyramide hochfahren um die Pyramide mit Schutt zu füllen? (1 Punkt)
- 4. Berechnen Sie die Länge der Rampe zur Spitze der Pyramide mit einem Anstellwinkel von 10°! (2 Punkte)
- 5. Wie weit reicht Ihre Rampe vom Fuß der Pyramide in die bayrische Landschaft? (2 Punkte)

Bei der Besichtigung der Pyramide teilt Ihnen der leicht übergewichtige Pharao (Nebenberuf *Finanzbeamter*) mit, das die Pyramide zu flach sei und somit nicht in die bayrische Landschaft passen würde. Sie müssen nochmal ran.

6. Die Grundfläche der Pyramide ändert sich nicht. Berechnen Sie die Änderung der Höhe in Königsellen, wenn sich der Anstellwinkel der Pyramide um 6° ändert! (2 Punkte)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Geocaching – Von Satelliten und Plastikdosen Es ist Wochenende und das Wetter ist *sweet*. Sie schwingen sich auf Ihr Cachermobil um mit 18km/h, geleitet von modernster Satellietentechnologie und einem Supercompter aus dem Jahr 2000 in Ihren Händen, Plastikdosen in der Natur und an sehenswerten Orten zu finden. Sie wollen diesmal endlich die aufwärts Terrainchallenge durchführen. Die Reihenfolge der Caches nach Terrainwertung gibt daher die von Ihnen abzufahrenden Orte vor. Die Terrain- und Schwierigkeitswertungen laufen von 1 (leichteste Wertung) bis 5 (schwierigste Wertung) in 0.5 Schritten. Folgende Informationen zu den Orten und den entsprechenden Caches stehen Ihnen für Ihre Planung der Route zu Verfügung⁷.

Ort	Cache	Wertung (S T G)
Α	GCXSEK4	1.0 3.0 Normal
В	GCUITPA	1.5 2.0 Normal
С	GCU68SU	4.5 3.5 Normal
D	GC22GPO	3.0 4.0 Klein
Е	GCMPDZ2	2.0 4.5 Klein

Im Weiteren sind Ihnen folgende Informationen zu den Entfernungen der Orte zugänglich. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{AC} ist 6km. Im Weiteren ist Ihnen der Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} mit 6.5km bekannt. Der Entfernungsvektor \overrightarrow{BE} ist das 1.3-fache des Entfernungsvektor \overrightarrow{CB} . Wenn Sie von dem Ort A den Ort C anpeilen, so liegt der Ort B ungefähr 40° südlich. Wenn Sie von dem Ort C den Ort B anpeilen, so liegt der Ort D ungefähr 45° östlich. Vom Ort B betrachtet, bilden die Orte C und D einen rechten Winkel am Ort B. Der Ort B liegt auf gerader Linie zwischen den Orten C und E. Somit liegt der Ort E südlich von B. Die Strecke zwischen A und E ist nicht passierbar. Sie starten an dem Ort D Ihre Cachertour.

- 1. Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Orte und Caches. Bezeichnen Sie die Strecken und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend! (2 Punkte)
- 2. Welche Strecke in km legen Sie bei der Bewältigung der aufwärts Terrainchallenge zurück? (5 Punkte)
- 3. Gehen Sie von einer zusätzlichen Suchzeit in Stunden für die Caches an den jeweiligen Orten zur reinen Reisezeit mit Ihrem Cachermobil aus. Die Suchzeit in Stunden für jeden einzelnen Cache wird durch die Funktion

$$Suchzeit = 0.05 + 0.25 \cdot Schwierigkeit$$

beschreiben. Wie lange in Stunden benötigen Sie um die aufwärts Terrainchallenge zu erfüllen? (3 Punkte)

4. An der höchsten Schwierigkeit müssen Sie angeln. Ihre Angel ist ausgefahren 8m lang. Erreichen Sie einen Cache in der Höhe von 9.7m? Berechnen Sie dazu Ihre maximale mögliche Angelhöhe! Welche Annahmen mussten Sie treffen um die Aufgabe zu lösen? (2 Punkte)

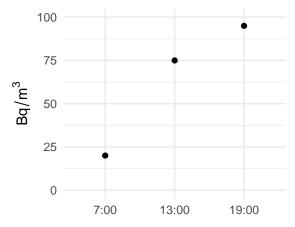
⁷Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgende Tätigkeit: Geocaching – Mach mit bei der weltweit größten Schatzsuche.

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Stichworte: Brot aus Luft • Walöl • Haber-Bosch-Verfahren • 1. Weltkrieg • 40% N im menschlichen Körper • Positivist

Die atmende Wand und Brot aus Luft Als Kellerkind vom Dorf wollen das Ausmaß der Radonbelastung in ihrem Kellerzimmer bestimmen und lüften daher nicht. Spart dann auch Energie und lüften wird sowieso überschätzt. Während einer Messperiode von 7:00 Uhr bis 19:00 bestimmen Sie dreimal automatisch die Radonbelastung in Ihrem Kellerraum in Bq/m^3 . Es ergibt sich folgende Abbildung⁸.



1. Wie lange dauert es in Stunden bis Sie eine kritische Belastung von $300Bq/m^3$ in Ihrem ungelüfteten Kellerraum erreicht haben? (2 Punkte)

Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.7d zu Polonium. Polonium wiederum zerfällt mit einer Halbwertszeit von 140d zu Blei. Nur Radon und Polonium tragen zur radioaktiven Strahlenbelastung bei.

2. Wie lange dauert es in Stunden bis Ihre kritische Radonbelastung von $300Bq/m^3$ auf unter $100Bq/m^3$ gefallen ist? (4 **Punkte**)

Folgende Tabelle enthält die Informationen zur Zusammensetzung der normalen Umgebungsluft.

	Vol-%	M [g/mol]	ppm
Stickstoff	79.7	28.1	
Sauerstoff	21.3	15.8	
Kohlenstoffdioxid	0.045	11.8	

3. Rechnen Sie die Volumenprozente (Vol-%) der Umgebungsluft in die entsprechenden ppm-Werte um und ergänzen Sie die berechneten ppm-Werte in die Tabelle! (1 Punkt)

Während Sie Ihr etwas pappiges Toastbrot mampfen kommt Ihnen die Dokumentation über Brot aus Luft in den Sinn. Sie denken darüber ein wenig nach. Für die Umwandlung von Stickstoff N_2 mit Wasserstoff H_2 zu Ammoniak NH_3 gilt folgende Reaktionsgleichung⁹:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

Ein Mol eines beliebigen Gases hat bei normalen Umweltbedingungen ein Volumen von 22.4 Liter.

- 4. Welche Masse an Ammoniak in Kilogramm kg können Sie aus einem Kubikmeter m^3 Luft unter normalen Umweltbedingungen gewinnen? (2 Punkte)
- 5. Wieviel Ammoniak in mol erhalten Sie aus einem Kubikmeter Luft? (1 Punkt)

⁸Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Atmende Wand

⁹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war folgender Artikel: Haber-Bosch-Verfahren – Brot aus Luft

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Finsternis Ihr Studentenjob war nach Ladenschluss bei IKEA die Regale einzuräumen. Dabei ist Ihnen in der Auslage der Sonderangebote das Necronomicon¹⁰ in die Hände gefallen. Nun sind Sie ein Magier der Zeichen geworden! Also eigentlich können Sie nur Mathe und das dämliche Necronomicon hat Sie in die Vergangenheit geschleudert... aber gut, was tut man nicht alles im Jahr 753 n. Chr. für den neuen Lehnsherren Henry dem Roten. Sie bauen natürlich einen Schrottkugelturm um sich den Horden der Finsternis mit genug Schrott erwehren zu können! Ihnen stehen zwei mächtige magische Formeln zur Unterstützung zu Verfügung.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
 $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

mit

- m, gleich der Masse [kg] des Objekts
- h, gleich der Höhe [m] des ruhenden Objekts
- v, gleich der Geschwindigkeit [m/s] des Objekts
- g, gleich der Erdbeschleunigung mit $9.81\frac{m}{s^2}$

Als erstes müssen Sie die Höhe des zu bauenden Schrottkugelturmes bestimmen. Hierfür ist wichtig zu wissen, dass sich die Bleitropfen mit einem Gewicht von 30mg zu gleichförmigen Bleitropfen bei einer Geschwindigkeit von 10m/s bilden.

1. Wie hoch müssen Sie den Schrottkugelturm bauen lassen, damit sich runde Bleikugeln durch die Fallgeschwindigkeit von 10m/s bilden? (3 Punkte)

Ihre erstellten Schrottkugeln sind leider zu groß und somit sind zu wenige Schrottkugeln in einer Ladung. Damit können Sie die Armee der Finsternis nicht aufhalten. Die Sachlage müssen Sie einmal mathematisch untersuchen.

- 2. Nennen Sie die beiden geometrischen Formen aus denen sich näherungsweise ein Tropfen zusammensetzt! Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Tropfens! (2 Punkte)
- 3. Sie messen eine Länge des Tropfens von 3.1mm. Die Löcher im Sieb erlauben ein Tropfendurchmesser von 1.7mm. Welchen Durchmesser in mm haben Ihre produzierten Bleikugeln? (3 Punkte)

Sie haben jetzt die 6.1×10^4 Bleikugeln zusammen. Blei hat eine Dichte von $15.1q/cm^3$.

4. Wie schwer in Kilogramm kg sind die 6.1×10^4 produzierten Bleikugeln, die Sie jetzt auf die Burgmauer transportieren müssen? (1 Punkt)

Am Ende müssen Sie noch die Produktion von dem Bleischrott im Turm optimieren.

5. Wie groß in cm^2 ist Ihr quadratisches Sieb am oberen Ende des Turms, wenn Sie pro Fall ca. 1200 Bleikugeln produzieren wollen und die Bleikugel im Fall 1.2cm Abstand haben müssen? (**1 Punkt**)

 $^{^{10}}$ Ein wirklich gefährliches Buch ist: *Du bist genug: Vom Mut, glücklich zu sein* von Fumitake Koga und Ichiro Kishimi

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Armee der Kaninchen Leider hat es mit Ihrer Koalakuschelschule in Down Under nicht geklappt. War vielleicht auch nicht *so* die beste Idee... aber dafür haben Sie eine Neue! Oder wie es Mike Tyson zugeschrieben wird: "Ich wurde nie niedergeschlagen, ich war immer am Aufstehen!". Daher machen Sie jetzt einen Großhandel mit Kaninchenfleisch und damit dem teuersten Fleisch in Australien auf. Moment, hopsen hier nicht, seit Thomas Austin im Jahr 1860 ungefähr 30 Kaninchen entlassen hat, Millionen von Kaninchen rum? Wieso ist das Kaninchenfleisch dann so exklusiv? Dem wollen wir mal mathematisch nachgehen!¹¹

Forscherinnen fand folgende Sättigungsfunktion für das jährliche Wachstum der gesamten Kaninchenpopulation im westlichen Australien.

$$f(t) = 1.1 \times 10^{10} - 9 \times 10^8 \cdot 2.2^{-0.15 \cdot t + 4.1}$$

- 1. Skizzieren Sie die Sättigungsfunktion annäherungsweise in einer Abbildung! (1 Punkt)
- 2. Wie viele Kaninchen können nach der Sättigungsfunktion maximal im westlichen Australien leben? Ergänzen Sie den Wert in Ihrer Abbildung! (2 Punkte)
- 3. Wie viele Millionen Kaninchen leben nach der Sättigungsfunktion nach 12 Jahren auf dem australischen Kontinent? (1 Punkt)

Um den Kaninchen Einhalt zu gebieten wurde das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) in 20 Kaninchen ausgebracht. Da die Kaninchen keine Maßnahmen gegen die Ausbreitung vornehmen können, verläuft die Ausbreitung mit einem wöchentlichen Wachstumsfakor von 1.4 nach folgender Formel.

$$N(t) = N(0) \cdot a^t$$

3. Wie viele Wochen benötigen die Viren um theoretisch die gesamte Kaninchenpopulation nach 10 Jahren Wachstum zu durchseuchen? (1 Punkt)

Das Myxoma Virus und das RHDV töten 99.9% der Kaninchenpopulation innerhalb weniger Wochen.

4. Wie lange in Jahren dauert es bis eine Kaninchenpopulation nach einer Viruspandemie wieder auf 60% der gesättigten Kaninchenpopulation angewachsen ist? (2 Punkte)

Thomas Austin entließ die Kaninchen im äußersten Osten von Australien. Australien hat eine West-Ost-Ausdehnung von 4400km und eine Nord-Süd-Ausdehnung von knapp 3600km. Die Kaninchen breiten sich radial mit einer Geschwindigkeit von 11.5km pro Jahr aus.

5. Wie lange dauert es in Jahren bis die Kaninchen jeden Ort in Australien erreicht haben? Lösen Sie die Aufgabe unter der Verwendung einer schematischen Skizze! (2 Punkte)

Eine jährliche Impfung gegen das Myxoma Virus und das Rabbit Haemorrhagic Disease Virus (RHDV) kosten 9\$ pro Tier und der durchführende Arzt verlangt ca. 45\$ pro Tier.

6. In Ihrem Stall leben 1000 Mastkaninchen. Mit welchen jährlichen Zusatzkosten für die Impfungen der Kaninchen müssen Sie daher kalkulieren? (1 Punkt)

¹¹Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgendes YouTube Video: Incredible Stories – Why don't they eat wild rabbits in Australia? They have millions of them! The reason is surprising...

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Lüneburger Heide. Unendliche Weiten. Wir schreiben das Jahr 2024. Dies sind die Abenteuer des Esels Fridolin und Ihnen. Grünes Gras unter Ihren Füßen und ein strammer Wind im Gesicht, egal wohin Sie schauen. Ein schmatzendes Geräusch ertönt unter Ihnen. Sie sinnieren, sollten Sie Ihre weiten Graslandschaften jetzt schon düngen? Dafür benötigen Sie die *Grünlandtemperatur!* Die Grünlandtemperatur (GLT) ist die Summe aller positiven Tagesmitteltemperaturen seit Jahresbeginn. Ab einer GLT von 200° kann mit der Stickstoffdüngung begonnen werden. Sie sehen nicht ein, Geld für einen Agrarmetrologen zu bezahlen. Also rechnen Sie mit folgenden Informationen zu Monatsmultiplikatoren des GLT-Wertes: Januar mit 0.6×, Februar mit 0.7× und März mit 1.2×. Sie haben noch im letzten Jahr folgende Temperaturen gemessen.

Datum	C°
01. Jan 2023	0.4
01. Feb 2023	1.1
01. Mrz 2023	3.5
01. Apr 2023	4.3

- 1. Erstellen Sie eine Skizze aus den Informationen aus der Temperaturtabelle! (1 Punkt)
- 2. Stellen Sie die linearen Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ und $f_3(t)$ aus der obigen Temperaturtabelle auf! (1 **Punkt**)
- 3. Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F_1(t)$, $F_2(t)$ und $F_3(t)$ für Ihre linearen Funktionen aus der obigen Temperaturtabelle! (1 **Punkt**)
- 4. Osterglocken beginnen ab einer GLT von 210°C zu blühen. An welchem Tag im 1. Quartal des Jahres 2023 war dies der Fall? *Ignorieren Sie ein eventuelles Schaltjahr in Ihrer Berechnung.* **(4 Punkte)**

Auf dem Weg zu Ihrer Jonagoldplantage wurden Sie mit Ihrem Trecker von einer Gruppe elektrifizierter Renter abgedrängt. Der Trecker muss wieder aus dem Graben! Fridolin und die elektrifizierten Rentner ziehen an zwei, separaten Seilen. Dabei zieht Fridolin mit 180N. Die elektrifizierter Renter bringen eine Kraft von 140N auf.

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze der Kraftvektoren. Bezeichnen Sie die Kraftvektoren und die Winkel Ihrer Skizze entsprechend!

- 5. Im ersten Versuch legen Sie das Seil für Fridolin lotrecht über einen Ast oberhalb des Treckers. Die Rentner ziehen in einer geraden Linie über die Böschung hinweg am anderen Seil. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 6. Im zweiten Versuch ziehen Fridolin und die Rentner mit einem 40° Winkel mit ihrem Seil an dem Trecker. Welche Kraft wird aufgebracht? (2 Punkte)
- 7. Mit welcher Beschleunigung ziehen Sie den 1.2t schweren Trecker *jeweils* aus dem Graben, wenn $F = m \cdot a$ gilt? (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



In der Kartonagenfabrik Wenn man sich zu spät anmeldet, dann ist die Exkursion nicht so toll. Also geht es mit Rektor Skinner und Mrs. Krabappel in die Kartonagenfabrik. Wie schon im vorherigen Semester... In der Kartonagenfabrik angekommen erfahren Sie, dass die Kartons zum Versand von Nägeln nicht hier zusammengebaut werden sondern das sich die Endfertigung in Flint, Michigan befindet. Unter anderem wird dort der berühmte Doppelt gewellte, 6-mal-gefaltete, 0.6mm, 60-cm-Karton durch Falzung hergestellt. Beim letzten Mal war Rektor Skinner die Stimmung zu schlecht und deshalb geht es erst nach Hause, wenn ein paar Aufgaben gelöst sind. Martin gefällt das. An dem Vorrat an Zigaretten von Mrs. Krabappel meinen Sie wenig Zuversicht zu erkennen.

Jetzt heißt es Kartons optimieren. Der nun zu optimierende, flache Karton hat eine Länge von 60cm und eine Breite von 21cm. Die Kartonagenmaschine in Flint soll dann einen quadratischen Eckenausschnitt der Länge \boldsymbol{x} falzen.

- 1. Erstellen Sie eine Skizze des Karton*blatt*rohlings! Beschriften Sie die Skizze mit den entsprechenden Längenangaben (1 Punkt)
- 2. Berechnen Sie die Falztiefe x für ein maximales Volumen des flachen Kartons! (3 Punkte)
- 3. Welches Volumen in Liter ergibt sich mit der von Ihnen berechneten Falztiefe x? (1 Punkt)
- 4. Sie wollen noch einen bündig mit dem Boden abschließenden Deckel für den Karton stanzen lassen. Wie groß ist die Fläche des Kartondeckel*blattr*ohlings in *cm*²? **(2 Punkte)**

Rektor Skinner möchte sich gerne wieder in seinem Vorgarten aufhalten und nicht die ganze Zeit von Bart mit Erdnüssen beworfen werden. Deshalb möchte er einen geräumigen Teil seines Vorgartens einzäunen. Ein Teil der Umzäunung bildet seine Vorderhauswand. Wegen Lieferschwierigkeiten stehen Rektor Skinner nur 100m Zaun zu Verfügung. Sie wollen nun die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens in Abhängigkeit der Seitenlängen bei der Verwendung von 100m Zaun bestimmen!

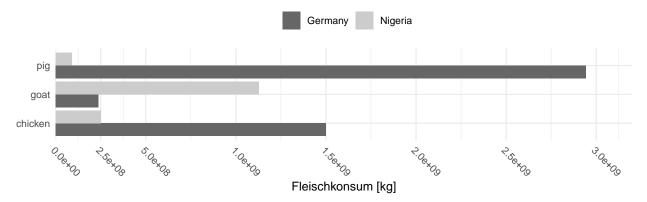
- 5. Welche Seitenlängen für den Zaun ergeben sich für die maximale Fläche des abgeschirmten Vorgartens? (2 Punkte)
- 6. Berechnen Sie die Fläche des abgeschirmten Vorgartens! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



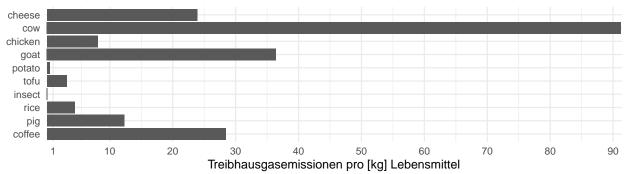
Ein Pfund Insekten, bitte! Das wird wohl häufiger gehört werden, wenn wir die Menschheit mit Proteinen ausreichend ernähren wollen 12 . Schauen wir uns dazu einmal den Vergleich Deutschland zu Nigeria an. Nigeria hat eine der am schnellsten wachsenden Bevölkerungen der Welt und wird vermutlich im Jahr 2100 zu den Top 5 der bevölkerungsreichsten Länder zählen. Im Jahr 2020 leben ca. 8.2×10^7 Menschen in Deutschland und ca. 1.79×10^8 Menschen in Nigeria. Mit den Informationen wollen wir anfangen und dann eine Prognose für den Fleischkonsum im Jahr 2050 zu treffen.

Im folgenden ist Abbildung des Fleischkonsums im Jahr 2020 in Deutschland und Nigeria in [kg] einmal dargestellt.



- 1. Stellen Sie den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 *pro Kopf* in einer aussagekräftigen Tabelle dar! **(2 Punkte)**
- 2. Ergänzen Sie in der Tabelle eine Spalte in der Sie für den Fleischkonsum in Nigeria auf Deutschland normieren, daher ins Verhältnis Nigeria/Deutschland, setzen! (1 Punkt)

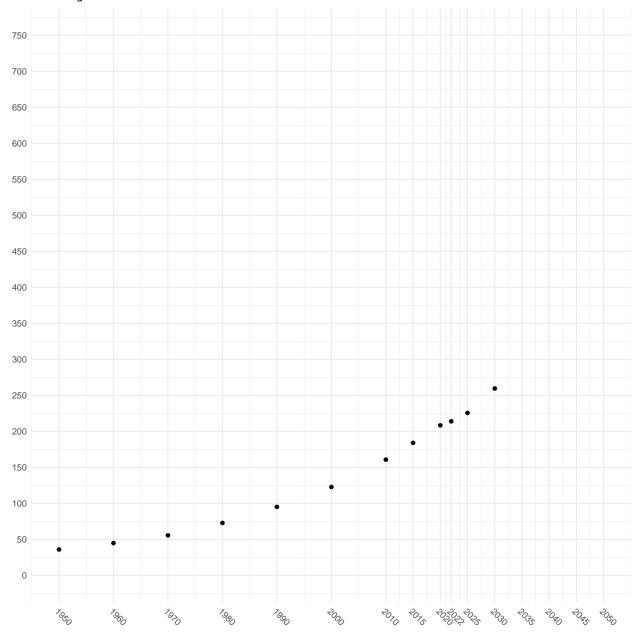
In der nächsten Abbildung finden Sie die CO₂-Emission in [kg] nach Lebensmittel, die durch die Produktion entsteht, abgebildet.



3. Stellen Sie in einer Tabelle die Treibhausgasemissionen an CO_2 pro Kopf, die durch den Fleischkonsum in Deutschland und Nigeria im Jahr 2020 entstehen, dar! Ergänzen Sie auch hier das Verhältnis Nigeria zu Deutschland! (2 Punkte)

¹²Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende Artikel aus dem Spiegel: Acht Milliarden - sind wir bald zu viele Menschen auf der Erde?

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Bevölkerungsentwicklung [Millionen] in Nigeria von 1950 bis ins Jahr 2030 fortgeführt.



- 4. Schätzen Sie graphisch die zu erwartende Bevölkerung [Millionen] in Nigeria im Jahr 2050, die sich anhand der Informationen aus der Abbildung ergibt!
 - a) Ohne Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
 - b) Unter Berücksichtigung der Covid-19-Pandemie! (1 Punkt)
- 5. Berechnen Sie den geschätzten Fleischkonsum von Nigeria im Jahr 2050 unter der Annahme 80%-iger Angleichung der Lebensbedingungen zu Deutschland im Jahr 2020! (1 Punkt)
- 6. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria im Jahr 2050 im Vergleich zum Jahr 2020, der sich durch den angeglichenen Fleischkonsum ergibt! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die prozentuale Steigerung der Treibhausgasemissionen an CO_2 in Nigeria, wenn die gesamte Proteinaufnahme durch Insekten ersetzt würde! (1 Punkt)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Tödliche Seuche AIDS – Die rätselhafte Krankheit Irritiert legen Sie die historische Ausgabe des Spiegels aus den 80zigern beiseite. Sie sind bei Ihrem Hautarzt und wollen einen AIDS-Test machen lassen. Woanders leider keinen Termin gekriegt... Immerhin denken Sie und Ihre Partnerin über Nachwuchs nach und da geht es eben nur durch ungeschützten Sex. Was wissen Sie nun aber über AIDS und dem diagnostischen AIDS-Test, den Sie nun machen werden?

Die Prävalenz von AIDS bei einem Menschen in Europa wird mit 0.01% angenommen. In 90% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient erkrankt ist. In 1% der Fälle ist ein HIV-Test positiv, wenn der Patient *nicht* erkrankt ist und somit gesund ist. Sie stutzen. Wie wahrscheinlich ist es denn eigentlich an AIDS erkrankt zu sein (K^+), wenn Sie einen positiven AIDS-Test vorliegen haben (T^+)? Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von $n = 4 \times 10^4$ Patienten mit einem diagnostischen Test für AIDS aus. Sie nehmen sich also einen Kuli und fangen an auf der historischen Ausgabe des Spiegels zu rechnen¹³.

- 1. Welche Wahrscheinlichkeit Pr wollen Sie berechnen? (1 Punkt)
- 2. Zeichnen Sie einen Häufigkeitsdoppelbaum zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit *Pr*! (2 **Punkte**)
- 3. Beschriften Sie den Häufigkeitsdoppelbaum, mit denen Ihnen bekannten Informationen zu der AIDS Erkrankung und dem AIDS-Test! (1 Punkt)
- 4. Füllen Sie den Häufigkeitsdoppelbaum mit den sich ergebenden, absoluten Patientenzahlen n aus! (2 **Punkte**)
- 5. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit Pr! (1 Punkt)

Bei dem folgenden Arztgespräch erfahren Sie, dass beim diagnostischen Testen *True Positives (TP)*, *True Negatives (TN)*, *False Positives (FP)* und *False Negatives (FN)* auftreten. Das verstehen Sie so noch nicht und deshalb stellen Sie für sich den Zusammenhang in einer 2x2 Kreuztabelle dar.

- Tragen Sie TP, TN, FP und FN in eine 2x2 Kreuztablle ein. Beschriften Sie die Tabelle entsprechend! (1 Punkt)
- 7. Berechnen Sie die Sensitivität und Spezifität des diagnostischen Tests für AIDS! Füllen Sie dafür die 2x2 Kreuztabelle mit den Informationen aus dem Häufigkeitsdoppelbaum aus! (2 Punkte)
- 8. Was beschreibt die Sensitivität und die Spezifität im Bezug auf die Gesunden und Kranken? Stellen Sie beide diagnostische Maßzahlen als Wahrscheinlichkeiten *Pr* dar! **(2 Punkte)**

¹³Die Quelle der Inspiration für die Aufgabe war der folgende wissenschaftlicher Artikel: Binder et al. (2022) Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? Journal für Mathematik-Didaktik, 1-33

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Network-Marketing oder Schneeballschlacht! Eine Möglichkeit, leicht Geld zu verdienen, ist es anderen Menschen für Geld zu versprechen, wie man leicht reich werden kann. Am besten natürlich ohne viel Aufwand und ortsunabhängig. Dann wollen wir mal loslegen. Schnell ein YouTube-Werbevideo gedreht und auf geht es mit unserem Network-Marketing. Aber Moment, wie funktioniert Network-Marketing eigentlich und was hat das alles mit einer Schneeballschlacht zu tun? Wir wollen hier einmal in die Untiefen des "passiven Einkommens" abtauchen¹⁴.

Das Jahr 2022 war das erfolgreichste Jahr in der Geschichte von Direct Finanzanlagen Left/Right (D-FL/R). Das Unternehmen steigerte den Umsatz um rund 27 Prozent von 310 Millionen Euro im Jahr 2021. Doch wie viel kommt bei den Partnern an? Laut D-FL/R habe das Unternehmen 3.3×10^5 aktive Partner.

- 1. Berechnen Sie zuerst den Umsatz der Firma D-FL/R im Jahr 2022! (1 Punkt)
- 2. Wie viel von dem Umsatz im Jahr 2022 wird im Durchschnitt von jedem aktiven Partner erwirtschaftet? (1 Punkt)
- 3. Welche *monatlicher* Umsatz ergibt sich dadurch im Durchschnitt für jeden aktiven Partner bei einer direkten Provision von 30%? (1 Punkt)

Ihr zu vermarkendes Produkt, hinter dem Sie voll stehen, kostet 150EUR pro Einheit im Direktverkauf. Die direkte Provision für die erste Stufe beträgt 25%. Für die zweite, dritte und vierte Stufe betragen die indirekten Provisionen jeweils 2%, 1% und 0.5%. Jeder Ihrer angeworbenen "Partner" wirbt wiederum fünf Partner für sich selbst an. Pro Monat werden im Schnitt zwei Einheiten vom Produkt verkauft. Sie wollen nun 4100EUR im Monat passiv – also durch indirekte Provisionen – erwirtschaften.

4. Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit den obigen Informationen! (2 Punkte)

Stufe	Anzahl Partner	Umsatz/Stufe	Provision
1	Sie selber		
2			
3			
4			

5. Wie viele Partner müssen Sie auf der 2 Stufe anwerben um Ihr passives Einkommen durch indirekte Provision zu erreichen? Wie viele Menschen arbeiten am Ende indirekt für Sie? Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar! (3 Punkte)

Sie mussten zum Einstieg bei D-FL/R Einheiten des Produkts für 4500EUR kaufen. Diese Einheiten können Sie nur direkt verkaufen. Leider mussten Sie den Kauf über einen Kredit über 5.1% p.a. über 36 Monate finanzieren.

- 6. Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Sie als Kredit abbezahlen müssen! (2 Punkte)
- 7. Wie viele Einheiten müssen Sie pro Monat verkaufen um die anfallenden Zinsen durch die direkte Provision zu erwirtschaften? (1 Punkt)
- Wie lange in Monaten benötigen Sie um den Kredit durch die direkte Provision abzubezahlen? (1 Punkt)

¹⁴Die Quellen der Inspiration für die Aufgabe waren folgendes YouTube Video: Simplicissimus – Die meistgesuchte Betrügerin der Welt und der Artikel: Deutschlandfunk Kultur – Die Illusion, schnell reich zu werden

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Höhlen & Drachen Nachdem Sie sich begeistert in der Serie *Stranger Thinks* verloren haben, wollen Sie bei einem Ihrer Freunde einmal *Höhlen & Drachen* ausprobieren. Um Geld zu sparen, das Zeug kostet echt, wurde etwas an den Regeln gebastelt. Schnell stellen Sie fest, dass hier ganz schön viele unterschiedliche Würfel durch die Gegend fliegen. Daher müssen Sie sich jetzt einiges an Fragen stellen.

In dem Spiel haben Sie nun auf einmal 5 vierseitige Würfel (5d4) zum würfeln in der Hand. Wenn Sie eine 4 würfeln, haben Sie einen Erfolg.

- 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit genau 3 Erfolge zu erzielen! (2 Punkte)
- 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit keinen Erfolg zu erzielen! (1 Punkt)

Sie betrachten nun aufmerksam die ausufernden Ausrüstungstabellen. Ihnen wird aber geholfen und Sie müssen sich jetzt nur zwischen der Axt oder dem Schwert entscheiden.

3. Würden Sie die Axt mit zwei vierseitigen Würfeln (2d4) als Schaden oder das Schwert mit einem sechseitigen Würfel plus 3 (1d6+3) als Schaden bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (1 Punkt)

Jetzt wird es immer wilder, da Sie sich jetzt überlegen müssen, wie wahrscheinlich es ist, dass Ihr Rettungswurf gegen den zaubernden Hexer funktioniert. Sie haben folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, der Rettungswurf ist erfolgreich, ist Pr(A) = 0.65, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B, der Zauberwurf des Hexers ist erfolgreich, ist Pr(B) = 0.75. Sie haben mitgezählt und festgestellt, dass in 45 von 100 Fällen Ihr Rettungswurf bei einem erfolgeichen Zauber funktioniert hat.

- 4. Erstellen Sie eine 2x2 Kreuztabelle mit den Ereignissen A und B sowie den Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} mit einen $\Omega=100$. Beachten Sie hierbei die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B! (2 Punkte)
- 5. Bestimmen Sie $Pr(A \cap B)$! (1 Punkt)
- 6. Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit den passenden Informationen aus der 2x2 Kreuztabelle! (2 Punkte)
- 7. Bestimmen Sie Wahrscheinlichkeit Pr(A|B), dass Ihr Rettungswurf gelingt, wenn der Hexer erfolgreich gezaubert hat! (1 **Punkt**)

Geben Sie grundsätzlich Formeln und Rechenweg zur Lösung der Teilaufgaben mit an!



Retrocheck im TV "Und hier ist sie wieder, die Show der fantastischen Preise. Seien Sie mit dabei, wenn es wieder heißt: Der Preis ist heiß!", ertönt es und Sie fragen sich, ob Sie nicht doch lieber bezahlter Gast bei Barbara Salesch hätten sein sollten. Aber Sie brauchen das Geld und jetzt heißt es Spielschows farmen! Erstmal eine Kaffemaschine von Mitropa gewinnen. Ein Kandidat gewinnt die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn nicht alle Kandidaten überbieten (eng. *outbid*). Mit Ihnen bilden Helmut und Elke das Team der drei Kandidaten.

Name	P(win)	P(outbid)	
Helmut	0.4	0.11	
Elke	0.3	0.08	

- 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie die Kaffeemaschine von Mitropa, wenn keiner der Kandidaten überbietet? (1 Punkt)
- 2. Wenn Ihre Überbietungswahrscheinlichkeit *P(outbid)* bei 0.02 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt *keiner* die Kaffeemaschine von Mitropa? **(1 Punkt)**

Glücksrad für Arme auf der Kirmes! Leider hat es für Maren Gilzer nicht gereicht. Deshalb sind Sie jetzt auf der Kirmes und spielen mit einem einäugen Piraten um das große Geld. Das Glücksrad hat 22 Felder. Sie drehen das Glücksrad zweimal. Auf 8 Feldern gewinnen Sie 3000EUR sonst 1500EUR. Ganz schön viel Geld und ganz schön zwielichtig hier...

- 3. Skizzieren Sie das Glücksrad und ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten! (1 Punkt)
- 4. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm für das zweimalige Drehen! Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten und die entsprechenden Ereignisse (2 Punkte)
- 5. Mir welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie 4500EUR? (1 Punkt)

Nach Ihrem Fiebertraum reisen Sie im Zug nach Köln um bei "Geh aufs Ganze!" mitzuspielen. Sie schaffen es tatsächlich ins Finale und können als Hauptgewinn ein Auto hinter einer der drei Türen gewinnen.

- 6. Bevor die Show beginnt, wird das Auto hinter eine zufällig bestimmte Tür gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils eine der drei Türen ausgewählt? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! (1 Punkt)
- 7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählen Sie sofort die Tür mit dem Auto? Erweitere Sie das Baumdiagramm entsprechend! (1 Punkt)
- 8. Der Moderator öffnet nun eine der nicht gewählten Türen, aber natürlich nicht die mit dem Auto. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht das Auto hinter der anderen Tür? Erweitern Sie das Baumdiagramm entsprechend! (2 Punkte)
- 9. Lösen Sie nun das "Ziegenproblem"! Berechne Sie dazu die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade. Lohnt sich ein Wechsel der anfangs gewählte Tür? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch! (2 Punkte)

Teil XI.

Angewandte Nutztier- und Pflanzenwissenschaften (M.Sc.)

128. Aufgabe (6 Punkte)

Vergleichen Sie die Standardabweichung mit dem Standardfehler und grenzen Sie die beiden Kennzahlen voneinander ab.

129. Aufgabe (8 Punkte)

Ihnen liegt folgendes Varianzanalysemodell mit der üblichen Beschreibung zur Auswertung des Merkmals fett- und eiweißkorrigierte Milchleistung pro Kuh und Jahr in kg vor:

$$Y_{ijkl} = \mu + Var_i + EKA_i + VarEKA_{ij} + V_k + b(L_{ij} - L) + e_{ijkl}$$

mit

- Yijkl: I-te Beobachtung
- μ: Populationsmittel
- Var_i: fixer Effekt der i-ten Variante (i: Kontrolle, Versuchsgruppe 1, Versuchsgruppe 2)
- EKA_i: fixer Effekt der j-ten Erstkalbealtergruppe (j: EKA ≤ 25 Monate, EKA > 25 Monate)
- VarEKAii: fixer Effekt der Interaktion Variante x Erstkalbealtergruppe
- V_k: zufälliger Effekt des Vaters
- $b(L_{ii} L)$: lineare Kovariable Laktationsnummer
- eiikl: zufälliger Restfehler

Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Begriffe fixer Effekt, Interaktion, zufälliger Effekt und Kovariable und grenzen Sie diese Begriffe voneinander ab.

130. Aufgabe (6 Punkte)

Wie bestimmen Sie die richtige Stichprobengröße? Welche Kennzahlen / statistische Maßzahlen benötigen Sie dabei und nennen Sie die Voraussetzungen.