Skript Mathematik

Prof. Dr. Jochen Kruppa

11. October 2022

Inhaltsverzeichnis

W	lkommen	4
	Lernen	4
	auf YouTube	5
	Kontakt	5
1.	Literatur	7
	1.1. Parametrische Statistik	7
	1.2. Odds & Ends	8
	Referenzen	8
2.	Einführung	9
	2.1. Lernziel 1: Geometrische Berechnungen für die	
	Versuchsplanung durchführen	9
	2.2. Lernziel 2: Grundlagen von Wahrscheinlichkei-	
	ten verstehen	9
	2.3. Lernziel 3: Wahrscheinlichkeitsverteilungen ver-	
	stehen	10
I.	Von Maßzahlen, Flächen und Volumen	11
3.	Maßeinheiten, Flächenmaße und Volumenmaße	13
	3.1. Maßeinheiten	13
	3.2. Flächenmaße	14
	3.3. Volumenmaße	14
	3.4. Prozent, Promille und ppm	14
4.	Flächenberechung	16
	4.1. Quadrat	16
	4.2. Rechteck	17
	4.3. Trapez	17
	4.4. Parallelogramm	17
	4.5. Dreieck	18
	46 Kreis	10

5. Volumenberechung 5.1. Würfel	. 21 . 21
6. Teilstückgröße	23
II. Wahrscheinlichkeitsberechung	24
7. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung 7.1. Regeln	26 . 26
8. Bedingte Wahrscheinlichkeiten	27
9. Wahrscheinlichkeitsverteilungen	28
III. Mathematische Funktionen	29
10. Grundlagen Funktionen	31
10.1. Funktionen	. 31
IV. Vektor und Matrix Rechnungen	33
11.Berechungen mit Vektoren	35
12. Berechungen mit Matrizen	36

Willkommen

Auf den folgenden Seiten wirst du nochmal die Grundlagen der Mathemeatik in der Statistik lernen. Wir lagern hier die Inhalte die sehr mathematisch sind von den angewandten, statistischen Themen aus. Das heißt, du findest hier sehr viel Mathematik und auch Rechenbeispiele. Es wird aber sehr wenig R Code geben. Das hat den einfachen Grund, das wir eben dann doch mal die Grundlagen in der Mathematik wiederholen müssen. Es kann aber auch sein, dass du gar nicht so viel Mathematik später brauchst - oder wiederkommst, weil du nochmal nachschauen willst, wie du eine Teilstückfläche berechnest. Wir auch immer, hier findest du die Mathematikteile aus meinenen Vorlesungen.

♦ Gesammelte Klausurfragen Bio Data Science

Du findest die gesammelten Klausurfragen auf GitHub oder auf ILIAS in dem entsprechenden Modul. Die Klausurfragen zu den einzelnen Vorlesungen in einem Modul werden in den entsprechenden Übungen des Moduls besprochen. Bitte komme in die Übungen.

Du brauchst dir die Fragen nicht alle auszudrucken. Wir besprechen die Fragen teilweise in den Übungen.

Die finale Version für die Klausur veröffentliche ich Ende Dezember für das Wintersemester bzw. Ende Juni für das Sommersemester.

Lernen...

Aktuell gibt es nur die Möglichkeit die Inhalte dieses Skriptes in der Vorlesung "Mathematik und Statistik" an der Hochschule Osnabrück an der Fakultät Agrarwissenschaften und Landschaftsarchitektur (AuL) zu hören. Das Skript wird in der Vorlesung aufgearbeitet und durch Übungen unterstützt. Weitere Unterstützung wie Lehrvideos sind in der Planung.

... auf YouTube



Aktuell gibt es auf YouTube unter https://www.youtube.com/c/JochenKruppa noch keine Lehrvideos als Ergänzung zum Mathematikteil. Geplant ist in den Videos Inhalte zu wiederholen und du kannst auf Pause drücken um nochmal die Rechenschritte nachverfolgen zu können.

Kontakt

Wie erreichst du mich? Am einfachsten über die gute, alte E-Mail. Bitte bachte, dass gerade kurz vor den Prüfungen ich mehr E-Mails kriege. Leider kann es dann einen Tick dauern.



Einfach an j.kruppa@hs-osnabrueck.de schreiben. Du findest hier auch eine kurze Formulierungshilfe. Einfach auf den Ausklapppfeil klicken.

Bitte gib immer in deiner E-Mail dein Modul - was du belegst - mit an. Pro Semester unterrichte ich immer drei sehr ähnlich klingende Module. Daher schau nochmal hier in der Liste, wenn du unsicher bist.



• E-Mailvorlage mit beispielhafter Anrede

Hallo Herr Kruppa,

- ... ich belege gerade Ihr Modul Modulname und hätte eine Bitte/Frage/Anregung...
- ... ich benötige Hilfe bei der Planung/Auswertung meiner Bachelorarbeit...

Mit freundlichen Grüßen

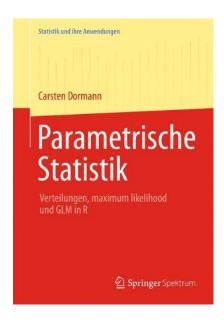
M. Muster

1. Literatur

Version vom October 17, 2022 um 10:36:44

Was ist gute Literatur? Immer schwer zu beurteilen. Im Folgenden liste ich einige Literaturquellen auf. Vielleicht möchtest du dich nochmal rechts oder links weiterbilden. Du musst aber nicht um die Klausur bestehen zu können. Siehe es eher als ein Angebot. Neben diesem Modul musst du vermutlich noch andere Module belegen. Deshalb hier eine Auswahl Literatur, die dir helfen mag. Zum einen ist die Literatur anders geschrieben und zum anderen sind dort andere Inhalte.

1.1. Parametrische Statistik



Dormann (2013) liefert ein tolles deutsches Buch für die Vertiefung in die Statistik. Wir nutzen das Buch hier um uns nochmal

auf die Verteilungen von der mathematischen Seite anzunähern. Wir wollen die Begriffe wie Dichte, Parameter und Schätzer für Verteilungen nochmal genauer anschauen. Das Buch ist an der Hochschule Osnabrück kostenlos über den Link zu erhalten.

1.2. Odds & Ends

Odds & Ends

Introducing Probability & Decision with a Visual Emphasis

Am Ende dann noch eine Mathebuch von Weisberg zu finden unter https://jonathanweisberg.org/vip/. Eigentlich eher ein Buch über Wahrscheinlichkeiten und wenn ein Buch am Ende stehen muss, dann ist es dieses Buch. Ich finde es sehr spannend zu lesen. Wir nutzen Teile aus dem Buch für die bedingten Wahrscheinlichkeiten.

Referenzen

2. Einführung

Version vom October 17, 2022 um 10:36:46

In diesem Kapitel nenne ich die wichtigsten Lernziele, die nach dem Lesen des Skriptes im Rahmen deiner Lehrveranstaltung von dir erreicht worden sein sollten. Je nach besuchten Kurs kann natürlich nicht alles geschafft worden sein. Viele Kapitel haben noch eine Abschnitt in dem du mehr über die Klausur erfährst. So sehe diese Übersicht als Einführung für das was später an Lehrinhalten kommt. Wenn du die Lernziele hier verstehst, dann hast du eine gute und solide Grundlage in Statistik und Bio Data Science. Damit solltest du dann auch gut durch deine Bachelorarbeit kommen.

2.1. Lernziel 1: Geometrische Berechnungen für die Versuchsplanung durchführen

Wir wollen nochmal lernen, wie wir Berechnungen für Flächen durchführen. Wir brauchen das Wissen um später ausrechnen zu können wie viel Platz wir für einen Versuch brauchen. Dafür wiederholen wir nochmal die gängigsten Formen und Flächen. Ebenso berechnen wir die Volumen von den gänigsten Körpern. Das Wissen brauchen wir um Abschätzen zu können wie viel Torf wir für unsere Töpfe ansetzen müssen oder wie viel Futter wir für unser Tierexperiment einkaufen müssen.

2.2. Lernziel 2: Grundlagen von Wahrscheinlichkeiten verstehen

Wir wollen lerne, wie sich Wahrscheinlichkeiten zusammensetzen. Also was ist eigentlich eine Wahrscheinlichkeit, wo kommt

die Wahrscheinlichkeit her und wie rechnen wir mit Wahrscheinlichkeiten. Darüber hinaus lernen wir auch die bedingte Wahrscheinlichkeit kennen, die wir später in der Statistik nochmal brauchen. Vieles wirst du wiedererkennen. Wir wollen es hier nochmal wiederholen und festigen.

2.3. Lernziel 3: Wahrscheinlichkeitsverteilungen verstehen

Neben den einfachen Wahrscheinlichkeiten von einem Ereignis, können wir uns auch kompliziertere Wahrscheinlichkeiten vorstellen. Wir schauen uns nicht nur ein Ereignis an, sondern eben eine ganze Reihe von möglichen Ausgängen eines Zufallsprozesses. Daher werden wir hier nochmal die gänigsten Verteilungen wiederholen und uns anschauen, was eigentlich eine Dichtefunktion ist.

Teil I.

Von Maßzahlen, Flächen und Volumen

 $Version\ vom\ October\ 17,\ 2022\ um\ 10:36:58$



3. Maßeinheiten, Flächenmaße und Volumenmaße

Version vom October 17, 2022 um 10:37:04



3.1. Maßeinheiten

Tabelle 3.1.: test

Buchstabe	Präfix	Wissenschaftlich	Zahl
$\overline{\mathrm{T}}$	Tera-	10^{12}	1 000 000 000 000
G	Giga-	10^{9}	1 000 000 000
M	Mega-	10^{6}	1 000 000
k	Kilo-	10^{3}	1 000
h	Hekto-	10^{2}	100

Tabelle 3.2.: ghj

Buchstabe	Präfix	Wissenschaftlich	Zahl
d	Dezi-	10^{-1}	0.1
\mathbf{c}	Zenti-	10^{-2}	0.01
m	Milli-	10^{-3}	0.001
μ	Mikro-		$0.000\ 000\ 1$
n	Nano-	10^{-9}	$0.000\ 000\ 000\ 1$

Buchstabe	Präfix	Wissenschaftlich	Zahl
p	Pico-	10^{-12}	0.000 000 000 000 1

3.2. Flächenmaße

Tabelle 3.3.: ad

$\overline{km^2}$	ha	ar	m^2
1	100	_ 0 000	1 000 000
	1	100	10 000
		1	100

3.3. Volumenmaße

Tabelle 3.4.: sgdgsd

Liter	hl	l	dl	cl	ml
$\overline{1m^3}$	10	1 000	10 000	100 000	1 000 000
	1	100	1 000	10 000	100 000
		10	100	1 000	10 000
$1dm^3$		1	10	100	1 000
			1	10	100
				1	10
$1cm^3$					1
		$1000cm^3$	$100cm^3$	$10cm^3$	$1cm^3$

3.4. Prozent, Promille und ppm

Tabelle 3.5.: test

			Ein
			Zuckerwürfel
			in
1 Prozent ist 1 Teil von	10 Gramm	10g/kg	0.27 Litern,
hundert Teilen	pro		ca. 2 Tassen
	Kilogramm		
1 Promille ist 1 Teil	1 Gramm	1g/kg	2.7 Litern, ca.
von Tausend Teilen	pro		3.5 Flaschen
	Kilogramm		Wein
1 ppm (part per	1 Milli-	0.001g/	<i>k</i> 2 <i>g</i> 700 Litern,
million) ist 1 Teil von 1	gramm pro		ca. einem
Million Teilen	Kilogramm		Tanklaster

3.5.

4. Flächenberechung

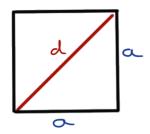
Version vom October 17, 2022 um 10:37:09



F = Fläche

U = Umfang

4.1. Quadrat

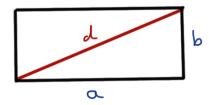


$$F = a \cdot a = a^2$$

$$U = 4 \cdot a$$

$$d = a\sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot a^2}$$

4.2. Rechteck



$$F = a \cdot b$$

$$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b = a(a+b)$$

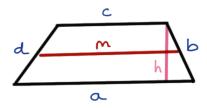
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Beachte auch folgenden Zusammenhang für das Rechteck:

$$a=\frac{F}{b}=\frac{U-2b}{2}$$

$$b = \frac{F}{a} = \frac{U - 2a}{2}$$

4.3. Trapez



$$F = m \cdot h = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$U = a + b + c + d$$

Beachte auch folgenden Zusammenhang für das Trapez:

$$a = \frac{2F}{h} - b$$

$$b = \frac{2F}{h} - a$$

$$c = U - (a + b + d)$$

Beachte auch folgenden Zusammenhang für das Parallelogramm:

$$a = \frac{2F}{h}$$

$$b = \frac{U - 2a}{2}$$

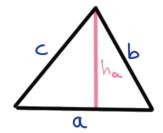
4.4. Parallelogramm

$$F = a \cdot h$$

$$U = 2(a+b)$$



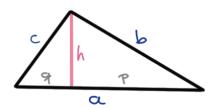
4.5. Dreieck



$$F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$U = a + b + c$$

$$h_c = \frac{2 \cdot F}{c}$$



Bei einem rechtwinkligen Dreieck gilt

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2 - b1^2$$
$$b^2 = c^2 - a^2$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = a + b$$

$$h^2 = b^2 - q^2$$
$$h^2 = a^2 - p^2$$

$$h^2 = a^2 - p^2$$

4.6. Kreis



$$F = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$U = 2r \cdot \pi = \frac{d \cdot \pi}{4 \cdot F}$$

$$d = 2r$$

$$r = \frac{U}{2 \cdot \pi}$$

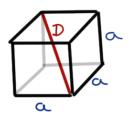
5. Volumenberechung

Version vom October 17, 2022 um 10:37:14



V= Volumen (Inhalt) O= Oberfläche G= Grundfläche

5.1. Würfel



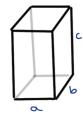
$$V = a^3$$

$$o = 6 \cdot a^2$$

$$G=a^2$$

$$D=a\sqrt{3}$$

5.2. Rechteckige Säule

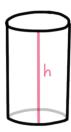


$$V = G \cdot h = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2ab + 2ac + 2bc$$

$$G = a \cdot b = \frac{V}{h}$$

5.3. Zylinder



$$V = G \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + 2r \cdot \pi \cdot h$$

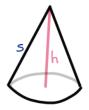
$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$h = \frac{V}{G} = \frac{V}{r^2 \cdot \pi}$$

Beachte auch folgenden Zusammenhang für den Zylinder:

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$$

5.4. Kegel



$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$O = r^2 \cdot \pi \cdot s$$

$$G=r^2\cdot \pi$$

Beachte auch folgenden Zusammenhang für den Kegel:

$$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi \cdot h}}$$

$$h = \sqrt{s^2 - r^2}$$

$$s = \sqrt{r^2 + h^2}$$

6. Teilstückgröße

Version vom October 17, 2022 um 10:37:20



Teil II. Wahrscheinlichkeitsberechung

 $Version\ vom\ October\ 17,\ 2022\ um\ 10:37:25$



7. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Version vom October 17, 2022 um 10:37:30



7.1. Regeln

Text

$$Pr(A) = 2/3$$

 $Pr(K_1) \ \& \ Pr(K_2)$

$$\begin{split} Pr(K_1\&K_2) &= Pr(K_1) \times Pr(K_2) \\ &= 1/2 \times 1/2 \\ &= 1/4 \end{split}$$

8. Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Version vom October 17, 2022 um 10:37:35



9. Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Version vom October 17, 2022 um 10:37:41



Teil III.

Mathematische Funktionen

 $Version\ vom\ October\ 17,\ 2022\ um\ 10:37:46$



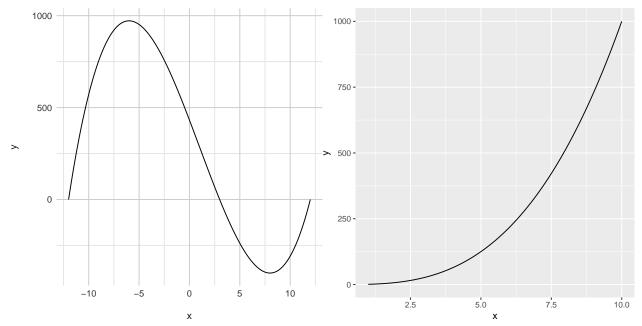
10. Grundlagen Funktionen

Version vom October 17, 2022 um 10:37:54



10.1. Funktionen

 $https://en.wikipedia.org/wiki/Cubic_function \\ https://en.wikipedia.org/wiki/Polynomial$



(a) Drei Normalverteilungen mit Varianzhomogenität.

(b) Drei Normalverteilungen unter Varianzheterogenität.

Abbildung 10.1.: Histogramm verschiedener Normalverteilungen mit unterschiedlichen Mittelwerten.

Teil IV.

Vektor und Matrix Rechnungen

 $Version\ vom\ October\ 17,\ 2022\ um\ 10:38:01$



11. Berechungen mit Vektoren

Version vom October 17, 2022 um 10:38:06



12. Berechungen mit Matrizen

Version vom October 17, 2022 um 10:38:12



Dormann, Carsten F. 2013. Parametrische Statistik. Springer.