

AULA PRÁTICA 3

MÉTODOS ITERATIVOS PARA CÁLCULO DE AUTOVALORES E AUTOVETORES

1) MÉTODO DA POTÊNCIA - versão 1

Escreva uma função Scilab

```
function [lambda,x1,k,n_erro] = Metodo_potencia(A,x0,epsilon,M)
```

que implementa o Método da Potência para determinar o autovalor dominante (lambda) de A.

Variáveis de entrada:

A: matriz real $n \times n$, diagonalizável, com autovalor dominante (lambda);

x0: vetor, não nulo, a ser utilizado como aproximação inicial do autovetor dominante.

epsilon: precisão a ser usada no critério de parada.

M: número máximo de iterações.

Variáveis de saída:

lambda: autovalor dominante de A;

x1: autovetor unitário (norma infinito) correspondente a lambda;

k: número de iterações necessárias para a convergência;

n_erro: norma infinito do erro

Critério de parada: sendo $\text{erro} = x_1 - x_0$, parar quando $n_erro < \epsilon$ ou $k > M$.

ALGORITMO – versão 1

k=1

$x_0 = x_0 / (\text{coordenada de maior módulo de } x_0)$

$x_1 = A * x_0$ (aproximação do autovetor dominante)

Enquanto $k \leq M$

 lambda = coord. de maior módulo de x_1 (aproximação autovalor dominante)

$x_1 = x_1 / \text{lambda}$

 n_erro = norma infinito de $x_1 - x_0$

 Se $n_erro < \epsilon$ então mensagem e retorna

$x_0 = x_1$

$x_1 = A * x_0$

 k=k+1

Fim Enquanto

Mensagem e retorna

ALGORITMO – versão 2

k=1

$x_0 = x_0 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_0)$

$x_1 = A * x_0$

Enquanto $k \leq M$

$\lambda = x_0^T * x_1$ (Quociente de Rayleigh; x_0 é unitário)

 Se $\lambda < 0$ então $x_1 = -x_1$ (Mantém x_1 com mesmo sentido de x_0)

$x_1 = x_1 / \text{norma}_2 \text{ de } x_1$

$n_erro = \text{norma}_2 \text{ de } x_1 - x_0$

 Se $n_erro < \epsilon$ então mensagem e retorna

$x_0 = x_1$

$x_1 = A * x_0$

$k = k + 1$

Fim Enquanto

Mensagem e retorna

2) MÉTODO DA POTÊNCIA DESLOCADA com ITERAÇÃO INVERSA

Escreva uma função Scilab

`function [lambda,x1,k,n_erro] = Potencia_deslocada_inversa (A,x0,epsilon,alfa,M)`

que implementa o Método da Potência Deslocada com Iteração Inversa para determinar o **autovalor de A mais próximo de “alfa”**.

Variáveis de entrada:

A: matriz real $n \times n$, diagonalizável;

x_0 : vetor, não nulo, a ser utilizado como aproximação inicial do autovetor dominante.

epsilon: precisão a ser usada no critério de parada.

alfa: valor do qual se deseja achar o autovalor de A mais próximo;

M: número máximo de iterações.

Variáveis de saída:

lambda: autovalor de A mais próximo de alfa;

x_1 : autovetor unitário (norma_2) correspondente a lambda;

k: número de iterações necessárias para a convergência

n_erro: norma_2 do erro

Critério de parada: sendo $\text{erro} = x_1 - x_0$, parar quando $n_erro < \epsilon$.

ALGORITMO Potência Deslocada com Iteração Inversa

k=1

$x_0 = x_0 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_0)$

Enquanto k ≤ M

 Resolva o sistema $(A - \alpha I)x_1 = x_0$ para achar x_1

$x_1 = x_1 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_1)$

$\lambda = x_1^T A x_1$

(Quociente de Rayleigh; x_1 é unitário)

 Se $\lambda < 0$ então $x_1 = -x_1$

(Mantém x_1 com mesmo sentido de x_0)

 n_erro = norma_2 de $x_1 - x_0$

 Se n_erro < ε então mensagem e retorna

$x_0 = x_1$

 k=k+1

Fim Enquanto

Mensagem e retorna

3) MÉTODO DA POTÊNCIA DESLOCADA com ITERAÇÃO de RAYLEIGH

Escreva uma função Scilab

`function [lambda,x1,k,n_erro] = Potencia_deslocada_Rayleigh (A,x0,epsilon,alfa,M)`

que implementa o Método da Potência Deslocada com Iteração de Rayleigh para determinar o **autovalor de A mais próximo de “alfa”**.

Variáveis de entrada:

A: matriz real n x n, diagonalizável;

x0: vetor, não nulo, a ser utilizado como aproximação inicial do autovetor dominante.

epsilon: precisão a ser usada no critério de parada.

alfa: valor do qual se deseja achar o autovalor de A mais próximo;

M: número máximo de iterações.

Variáveis de saída:

lambda: autovalor de A mais próximo de alfa;

x1: autovetor unitário (norma_2) correspondente a lambda;

k: número de iterações necessárias para a convergência

n_erro: norma_2 do erro

Critério de parada: sendo erro = $x_1 - x_0$, parar quando a n_erro < epsilon.

ALGORITMO Potência Deslocada com Iteração de Rayleigh

k=1

lambda = alfa

$x_0 = x_0 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_0)$

Enquanto k ≤ M

 Resolva o sistema $(A - \lambda I)x_1 = x_0$ para achar x_1

$x_1 = x_1 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_1)$

$\lambda = x_1^T A x_1$

 n_erro = norma_2 de $x_1 - x_0$

 Se n_erro < ε então mensagem e retorna

$x_0 = x_1$

 k=k+1

Fim Enquanto

Mensagem e retorna

- 4) Teste suas funções para várias matrizes A , com ordens diferentes e também variando as demais variáveis de entrada de cada função. Use matrizes com autovalores reais (por exemplo, matrizes simétricas ou matrizes das quais você saiba os autovalores). Teste a mesma matriz com os dois primeiros algoritmos, comparando os números de iterações necessárias para convergência e os tempos de execução..
- 5) Construa uma matriz simétrica e use os Discos de Gerschgorin para estimar os autovalores. Use essas estimativas e os Métodos da Potência Deslocada com Iteração Inversa e com Iteração de Rayleigh. Compare o número de iterações e o tempo de execução.
- 6) Faça outros testes que achar convenientes ou interessantes!!! 😊