

# Trabalho Computacional 1 - ALN

João Lucas Duim

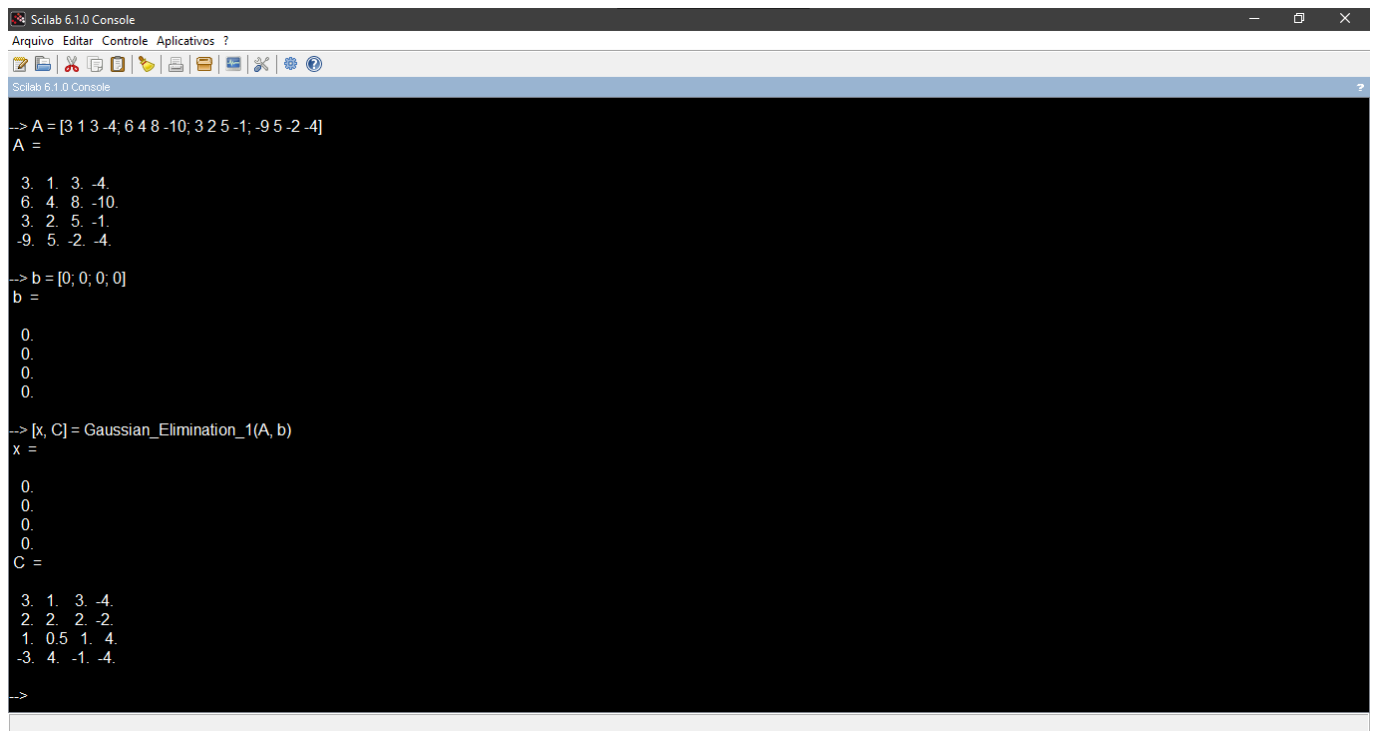
20 de Março de 2021

## 1 Questão 1

Primeiramente, testemos a resolução da função Gaussian-Elimination-1 para o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 10x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ -9x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases}$$

A única solução desse sistema é  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 0, 0)$ . Veja na figura 1 que a função Gaussian-Elimination-1 retornou exatamente essa solução.



```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?
[Icons]
Scilab 6.1.0 Console
--> A = [3 1 3 -4; 6 4 8 -10; 3 2 5 -1; -9 5 -2 -4]
A =
  3.  1.  3. -4.
  6.  4.  8. -10.
  3.  2.  5. -1.
 -9.  5. -2. -4.

--> b = [0; 0; 0; 0]
b =
  0.
  0.
  0.
  0.

--> [x, C] = Gaussian_Elimination_1(A, b)
x =
  0.
  0.
  0.
  0.
C =
  3.  1.  3. -4.
  2.  2.  2. -2.
  1.  0.5  1.  4.
 -3.  4. -1. -4.

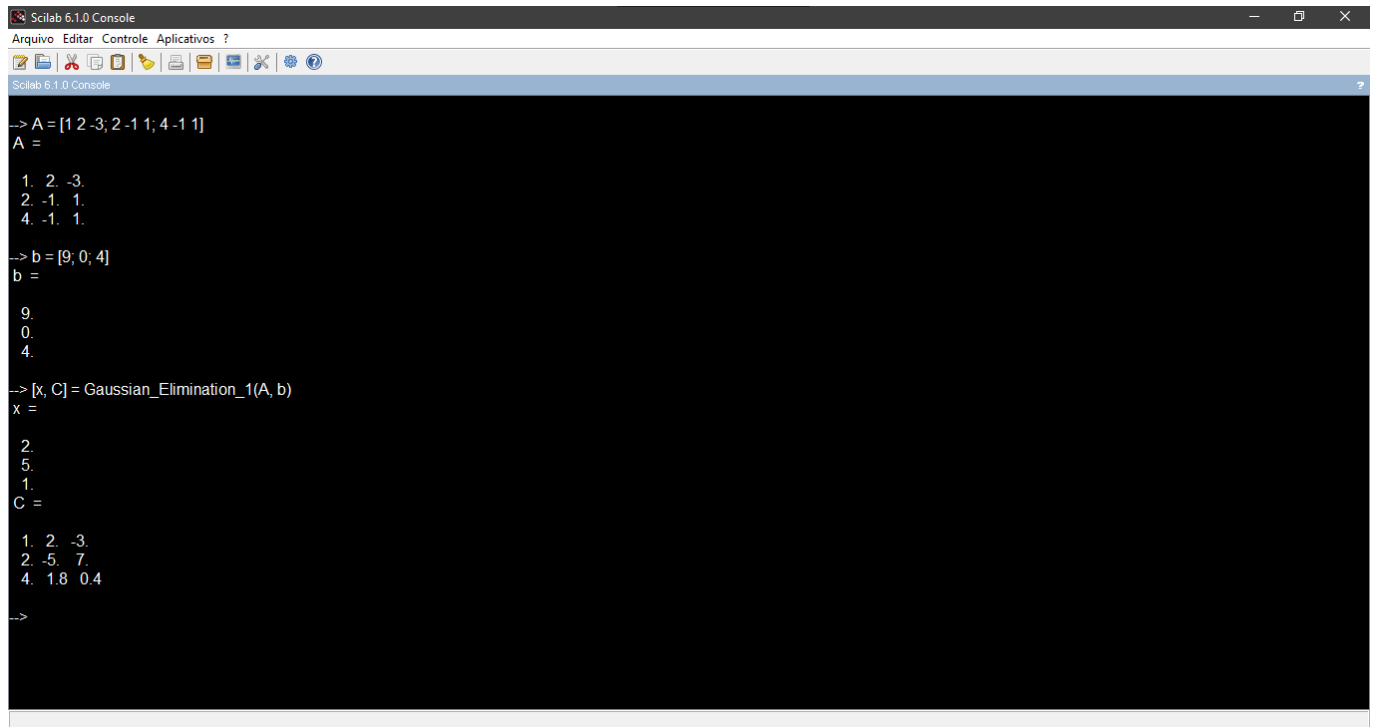
-->
```

Figure 1: Teste 1

Vamos agora analisar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

A única solução é  $(x_1, x_2, x_3) = (2, 5, 1)$ . Veja na figura 2 que a função implementada no scilab também procedeu corretamente.



```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?
[Icons]
Scilab 6.1.0 Console
--> A=[1 2 -3; 2 -1 1; 4 -1 1]
A =

  1.  2. -3.
  2. -1.  1.
  4. -1.  1.

--> b=[9; 0; 4]
b =

  9.
  0.
  4.

--> [x, C] = Gaussian_Elimination_1(A, b)
x =

  2.
  5.
  1.
C =

  1.  2. -3.
  2. -5.  7.
  4. 1.8  0.4

-->
```

Figure 2: Teste 2

Por fim, analisemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ -2x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

A única solução desse sistema é  $(x_1, x_2, x_3) = (0.5, 3, -1)$ , exatamente como fornecido pela função scilab (veja figura 3).

Portanto, concluímos que nos testes feitos a função Gaussian-Elimination-1 funcionou corretamente.

## 2 Questão 2

Veja na figura 4 a saída fornecida pela função Gaussian-Elimination-1 para  $A1$  e  $b1$  dados. Nesse caso, o problema ocorreu pelo fato de a eliminação gerar um pivô nulo na posição (2, 2) da matriz  $A1$ . Como essa função não executa trocas de linhas, são feitas divisões por zero, que ocasionam o referido problema.

## 3 Questão 3

No arquivo "Gaussian-Elimination-2.sci" encontra-se o código da função utilizada para fazer a troca de linha conforme indicada no enunciado quando necessário. Note que ela resolve o problema ocasionado pela função 1 ao aplicá-la aos parâmetros  $A1$  e  $b1$ . Veja o resultado na figura 5.

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo Editar Controle Aplicativos ?
Scilab 6.1.0 Console
--> A = [2 1 3; 4 -1 3; -2 5 5]
A =
2. 1. 3.
4. -1. 3.
-2. 5. 5.
--> b = [1; -4; 9]
b =
1.
-4.
9.
--> [x, C] = Gaussian_Elimination_1(A, b)
x =
0.5
3.
-1.
C =
2. 1. 3.
2. -3. -3.
-1. -2. 2.
-->
```

Figure 3: Teste 3

Note na figura 6 a saída da função 2 aplicada aos parâmetros  $A2$  e  $b2$ . No entanto, uma rápida conferência permite verificar que os valores retornados estão errados, e o motivo disso é que a matriz  $A2$  original é malcondicionada.

## 4 Questão 4

No arquivo "Gaussian-Elimination-3.sci" encontra-se o código da função utilizada para trocar a linha do pivô nulo pela linha do elemento de maior módulo na mesma coluna do pivô e abaixo dele. Note como a ideia baseada em pivoteamento parcial resolve o problema ocasionado pela função 2 ao aplicá-la aos parâmetros  $A2$  e  $b2$ . Veja o resultado na figura 7.

Note na figura 8 a saída da função 3 aplicada aos parâmetros  $A3$  e  $b3$ . No entanto, uma rápida conferência permite verificar que os valores retornados estão errados, e o motivo disso é que foi necessário implementar a ideia de pivoteamento parcial mesmo não tendo um pivô exatamente igual a 0, o que será corrigido na função da questão seguinte.

## 5 Questão 5

Conforme pedido no enunciado, no arquivo "Gaussian-Elimination-4.sci", foi implementada uma função baseada em pivoteamento parcial sem a necessidade de que o pivô seja exatamente igual a zero, ou seja, evita o problema quando o pivô tem módulo muito próximo de zero. Além disso, a referida função retorna a matriz permutação  $P$  necessária na fatoração em questão. Veja a figura 9.

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?
Scilab 6.1.0 Console
--> A1 = [1 -2 5 0; 2 -4 1 3; -1 1 0 2; 0 3 3 1]
A1 =

 1. -2.  5.  0.
 2. -4.  1.  3.
-1.  1.  0.  2.
 0.  3.  3.  1.

--> b1 = [1; 0; 0; 0]
b1 =

 1.
 0.
 0.
 0.

--> [x, C] = Gaussian_Elimination_1(A1, b1)
x =

 Nan
 Nan
 Nan
 Nan
C =

 1. -2.  5.  0.
 2.  0. -9.  3.
-1. -Inf -Inf Inf
 0. Inf  Nan  Nan

-->
```

Figure 4: Função 1 aplicada aos parâmetros  $A1$  e  $b1$

## 6 Questão 6

Veja nas figuras de 10 a 12 os resultados dos testes. Note que foi usada a saída da função 4 para se obter as matrizes  $P$  e  $C$  correspondentes.

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?

--> A2
A2 =

0.    1.000D-20  1.
1.000D-20  1.    1.
1.    2.    1.

--> b2
b2 =

1.
0.
0.

--> [x, C] = Gaussian_Elimination_2(A1,b1)
x =

-0.3247863
-0.1709402
0.1965812
-0.0769231
C =

1. -2. 5. 0.
-1. -1. 5. 2.
2. 0. -9. 3.
0. -3. -2. 13.

-->
-->|
```

Figure 5: Função 2 aplicada aos parâmetros  $A1$  e  $b1$

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?

--> A2
A2 =

0.    1.000D-20  1.
1.000D-20  1.    1.
1.    2.    1.

--> b2
b2 =

1.
0.
0.

--> [x, C] = Gaussian_Elimination_2(A1,b1)
x =

-0.3247863
-0.1709402
0.1965812
-0.0769231
C =

1. -2. 5. 0.
-1. -1. 5. 2.
2. 0. -9. 3.
0. -3. -2. 13.

-->
-->|
```

Figure 6: Função 2 aplicada aos parâmetros  $A2$  e  $b2$

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?
[Icons]
Scilab 6.1.0 Console

--> A2
A2 =

0.    1.000D-20  1.
1.000D-20  1.    1.
1.    2.    1.

--> b2
b2 =

1.
0.
0.

--> [x, C] = Gaussian_Elimination_2(A2,b2)
x =

-1.000D+20
0.
1.
C =

1.000D-20  1.    1.
0.    1.000D-20  1.
1.000D+20 -1.000D+40  1.000D+40

-->
-->
-->|
```

Figure 7: Função 3 aplicada aos parâmetros  $A2$  e  $b2$

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?
[Icons]
Scilab 6.1.0 Console

--> A3
A3 =

1.000D-20  1.000D-20  1.
1.000D-20  1.    1.
1.    2.    1.

--> b3
b3 =

1.
0.
0.

--> [x, C] = Gaussian_Elimination_3(A3,b3)
x =

0.
-1.
1.
C =

1.000D-20  1.000D-20  1.
1.    1.    0.
1.000D+20  1.    -1.000D+20

-->
-->
-->|
```

Figure 8: Função 3 aplicada aos parâmetros  $A3$  e  $b3$

```

Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?

--> A3
A3 =

1.000D-20  1.000D-20  1.
1.000D-20  1.      1.
1.      2.      1.

--> b3
b3 =

1.
0.
0.

--> [x, C, P] = Gaussian_Elimination_4(A3,b3)
x =

1.
-1.
1.
C =

1.      2.      1.
1.000D-20  1.      1.
1.000D-20 -1.000D-20  1.
P =

0. 0. 1.
0. 1. 0.
1. 0. 0.

-->

```

Figure 9: Função 4 aplicada aos parâmetros  $A3$  e  $b3$

```

Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?

--> B1
B1 =

-0.1709402
0.1965812
-0.0769231
C =

2. -4. 1. 3.
0. 3. 3. 1.
0.5 0. 4.5 -1.5
-0.5 -0.3333333 0.3333333 4.3333333
P =

0. 1. 0. 0.
0. 0. 0. 1.
1. 0. 0. 0.
0. 0. 1. 0.

--> P
P =

0. 1. 0. 0.
0. 0. 0. 1.
1. 0. 0. 0.
0. 0. 1. 0.

--> Resolve_com_LU(C,B1,P)
ans =

1.5042735 1.3589744 -1.0769231 -1.2051282
0.5811966 0.8205128 -0.4615385 0.1025641
-0.0683761 0.2564103 0.2307692 1.2820513
0.4615385 0.7692308 -0.3076923 0.8461538

```

Figure 10: Função 5 aplicada aos parâmetros  $A1$  e  $B1$

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?

Scilab 6.1.0 Console

B2 =

1. 1. 2.
1. -1. 0.
1. 0. 1.

--> [x, C, P] = Gaussian_Elimination_4(A2,b2)
x =

1.
-1.
1.
C =

1. 2. 1.
1.000D-20 1. 1.
0. 1.000D-20 1.
P =

0. 0. 1.
0. 1. 0.
1. 0. 0.

--> exec('C:\Users\João Duim\Desktop\Aula Pratica 1 - ALN\Resolve_com_LU.sci',-1)

--> Resolve_com_LU(C,B2,P)
ans =

0. 3. 3.
0. -2. -2.
1. 1. 2.
```

Figure 11: Função 5 aplicada aos parâmetros  $A_2$  e  $B_2$

```
Scilab 6.1.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos ?

Scilab 6.1.0 Console

--> exec('C:\Users\João Duim\Desktop\Aula Pratica 1 - ALN\Gaussian_Elimination_4.sci',-1)

--> [x, C, P] = Gaussian_Elimination_4(A3,b3)
x =

1.
-1.
1.
C =

1. 2. 1.
1.000D-20 1. 1.
1.000D-20 -1.000D-20 1.
P =

0. 0. 1.
0. 1. 0.
1. 0. 0.

--> exec('C:\Users\João Duim\Desktop\Aula Pratica 1 - ALN\Resolve_com_LU.sci',-1)

--> Resolve_com_LU(C,B2,P)
ans =

0. 3. 3.
0. -2. -2.
1. 1. 2.

-->
-->|
```

Figure 12: Função 5 aplicada aos parâmetros  $A_3$  e  $B_2$