Seção 2.1:

2 a) $m = \dfrac{f(42) - f(36)}{42 - 36} = \dfrac{2948 - 2530}{42 - 36} = \dfrac{418}{6} \cong$

$\cong 69{,}67$ batimentos por minuto.

b) $m = \dfrac{f(42) - f(38)}{42 - 38} = \dfrac{2948 - 2661}{42 - 3} = \dfrac{287}{4} =$

$= 71{,}75$ batimentos por minuto.

c) $m = \dfrac{f(42) - f(40)}{42 - 40} = \dfrac{2948 - 2806}{42 - 40} = \dfrac{142}{2} =$

$= 71$ batimentos por minuto.

d) $m = \dfrac{f(44) - f(42)}{44 - 42} = \dfrac{3080 - 2948}{44 - 42} = \dfrac{132}{2} =$

$= 66$ batimentos por minuto.

Portanto, uma boa aproximação para a taxa de batimentos em $t = 42$ min é a média dos valores obtidos nos itens (c) e (d): $\dfrac{71 + 66}{2} = 68{,}5$ batimentos por minuto.

5 a) (i) $v_m = \dfrac{y(2) - y(1,5)}{2 - 1,5} = \dfrac{0,4 - 3,975}{0,5} = -7,15 \, m/s.$

(ii) $v_m = \dfrac{y(1,6) - y(1,5)}{1,6 - 1,5} = \dfrac{3,456 - 3,975}{0,1} = -5,19 \, m/s.$

(iii) $v_m = \dfrac{y(1,55) - y(1,5)}{1,55 - 1,5} = \dfrac{3,72775 - 3,975}{0,05} = -4,945 \, m/s.$

(iv) $v_m = \dfrac{y(1,51) - y(1,5)}{1,51 - 1,5} = \dfrac{3,92751 - 3,975}{0,01} = -4,749 \, m/s.$

b) Como observado no item anterior, verifica-se uma tendência de aproximação do valor $-4,7 \, m/s$, que é a velocidade instantânea em $t = 1,5s$.

Seção 2.2:

6 a) $\lim\limits_{x \to -3^-} h(x) = 4.$

b) $\lim\limits_{x \to -3^+} h(x) = 4.$

c) $\lim\limits_{x \to -3} h(x) = 4.$

d) $h(-3)$ não está definido.

e) $\lim_{x \to 0^-} h(x) = 1$.

f) $\lim_{x \to 0^+} h(x) = -1$.

g) $\lim_{x \to 0} h(x)$ não existe pois os limites laterais não são iguais.

h) $h(0) = 1$.

i) $\lim_{x \to 2} h(x) = 2$.

j) $h(2)$ não está definido.

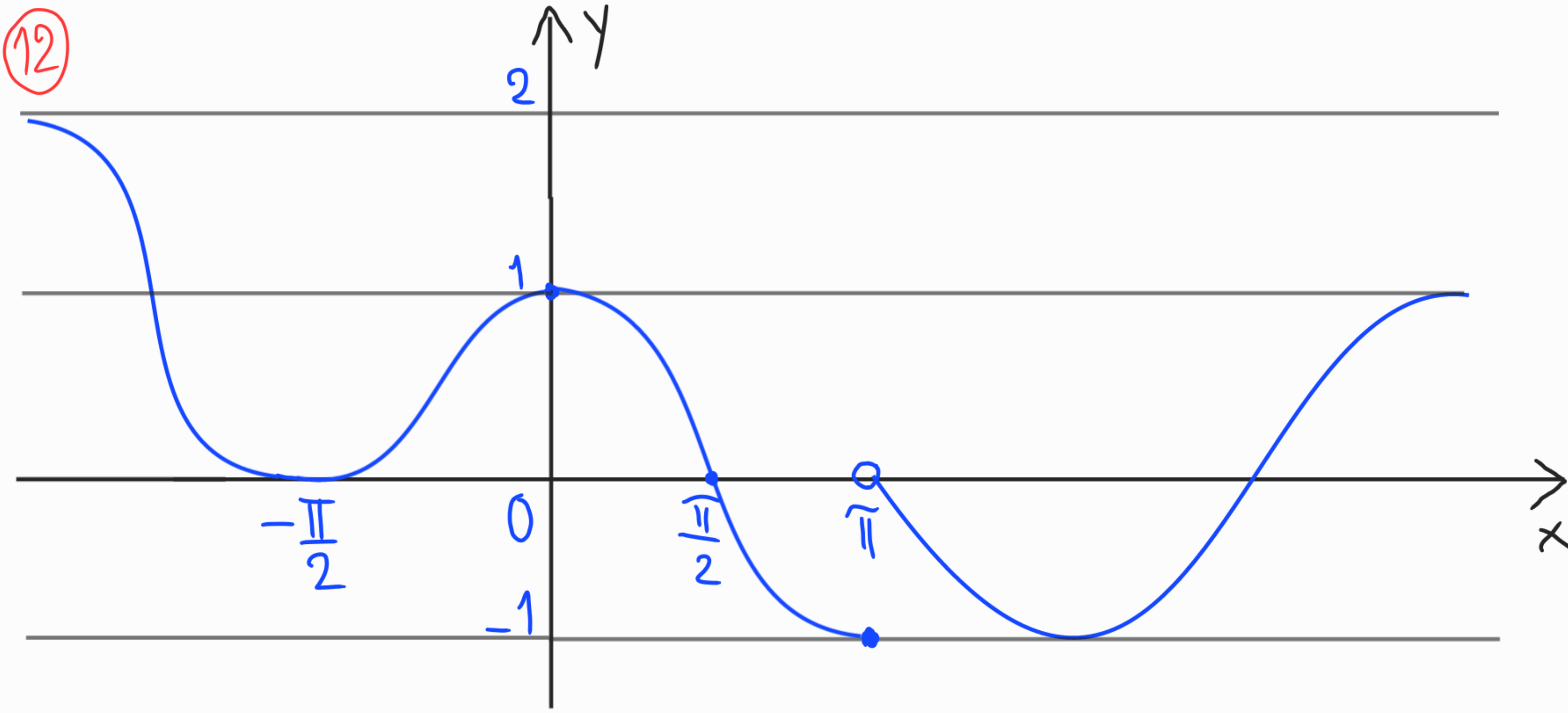
k) $\lim_{x \to 5^+} h(x) = 3$.

l) $\lim_{x \to 5^-} h(x)$ não existe pois $h(x)$ oscila no intervalo $[2, 4]$ quando $x \to 5^-$.

10) $\lim_{t \to 12^-} f(t) = 150$ e $\lim_{t \to 12^+} f(t) = 300$.

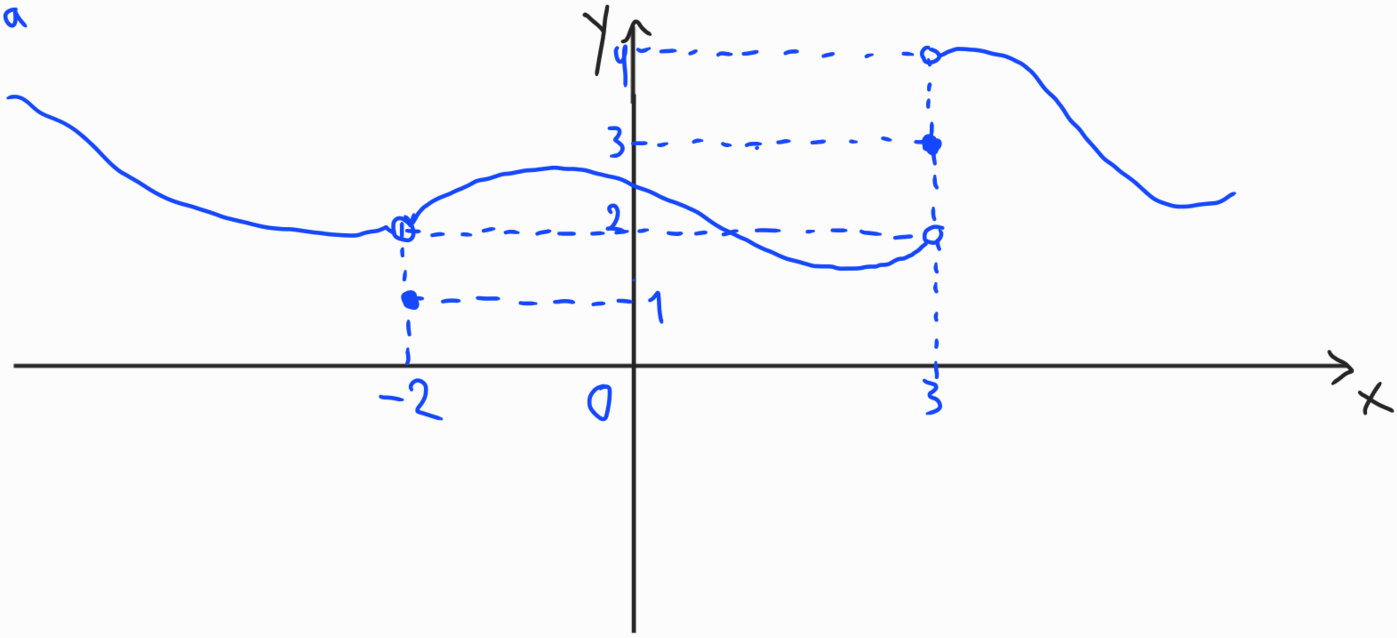
Isso significa que poucos momentos antes dele receber a droga em $t = 12$ havia cerca de 150 mg da droga no sangue e poucos momentos após havia cerca de 300 mg.

(12)



$\exists \lim_{x \to a} f(x)$, $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{\pi\}$.

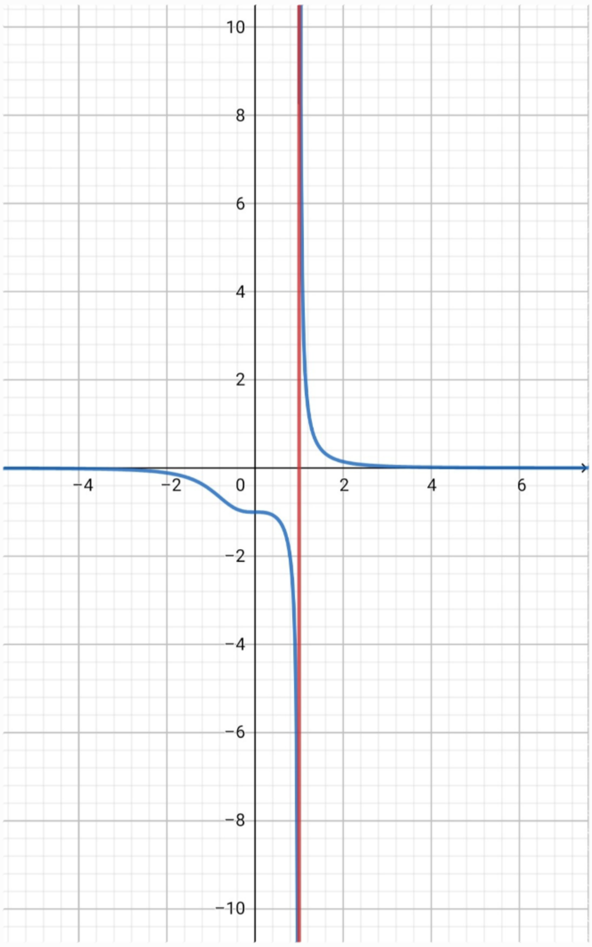
(17)



(34) $\lim_{x \to 3^-} \frac{\sqrt{x}}{(x-3)^5} = \lim_{y \to 0^-} \frac{\sqrt{3}}{y} = -\infty$.

(45) b) $\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{\underbrace{x^3 - 1}_{\to 0^-}} = -\infty$; $\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{\underbrace{x^3-1}_{\to 0^+}} = \infty$.

c) A assíntota vertical $x = 1$ permite concluir o mesmo do item (b):



Seção 2.3:

8) $$\lim_{t\to 2}\left(\frac{t^2-2}{t^3-3t+5}\right)^2 = \left(\lim_{t\to 2}\frac{t^2-2}{t^3-3t+5}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{\lim_{t\to 2} t^2 - \lim_{t\to 2} 2}{\lim_{t\to 2} t^3 - \lim_{t\to 2} 3t + \lim_{t\to 2} 5}\right)^2 = \left(\frac{2^2-2}{2^3-3.2+5}\right)^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}.$$

10) a) Para $x = 2$, o lado esquerdo não está definido.

b) Quando $x \to 2$, estamos tomando x próximo a 2, mas não igual a 2, não causando o erro da divisão por 0.

11) $$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2} = \lim_{x \to 2} (x+3) =$$

$$= 2+3 = 5.$$

15) $$\lim_{t \to -3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3} = \lim_{t \to -3} \frac{(t-3)(t+3)}{(2t+1)(t+3)} = \lim_{t \to -3} \frac{t-3}{2t+1} =$$

$$= \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}.$$

21) $$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(\sqrt{9+h} - 3)(\sqrt{9+h} + 3)}{h(\sqrt{9+h} + 3)} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h}{h(\sqrt{9+h} + 3)} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt{9+h} + 3} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}.$$

22) $$\lim_{u \to 2} \frac{\sqrt{4u+1} - 3}{u-2} = \lim_{u \to 2} \frac{(\sqrt{4u+1} - 3)(\sqrt{4u+1} + 3)}{(u-2)(\sqrt{4u+1} + 3)} =$$

$$= \lim_{u \to 2} \frac{4u - 8}{(u-2)(\sqrt{4u+1} + 3)} = \lim_{u \to 2} \frac{4}{\sqrt{4u+1} + 3} = \frac{4}{3+3} = \frac{2}{3}.$$

(28) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-4x+4}{x^4-3x^2-4} = \lim_{x\to 2} \dfrac{(x-2)^2}{(x-2)(x^3+2x^2+x+2)} =$

$= \lim_{x\to 2} \dfrac{x-2}{x^3+2x^2+x+2} = 0.$

(29) $\lim_{t\to 0} \left(\dfrac{1}{t\sqrt{1+t}} - \dfrac{1}{t} \right) = \lim_{t\to 0} \left(\dfrac{1-\sqrt{1+t}}{t\sqrt{1+t}} \right) =$

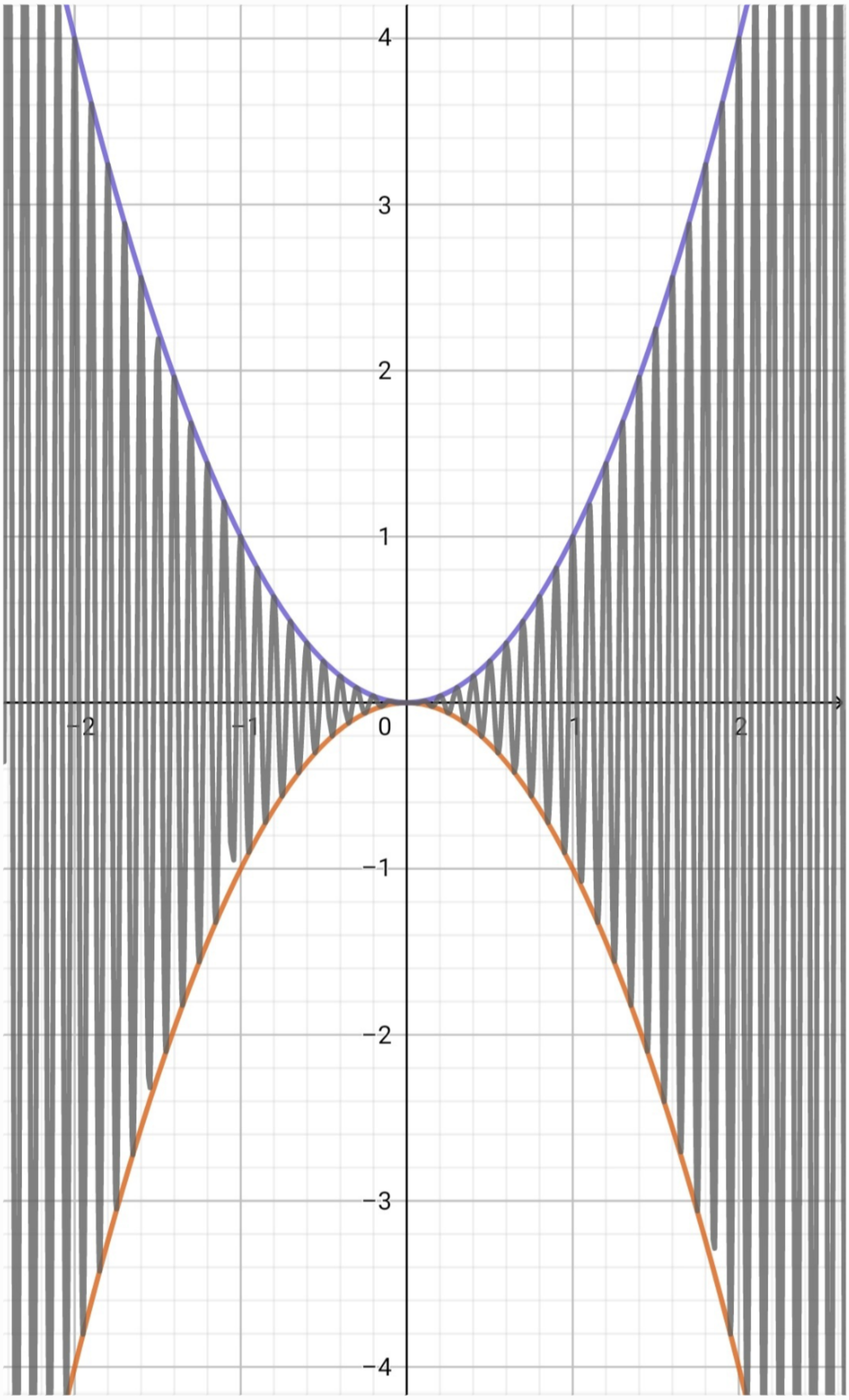
$= \lim_{t\to 0} \dfrac{(1-\sqrt{1+t})(1+\sqrt{1+t})}{t\sqrt{1+t}\,(1+\sqrt{1+t})} = \lim_{t\to 0} \dfrac{-t}{t\sqrt{1+t}\,(1+\sqrt{1+t})} =$

$= \lim_{t\to 0} \dfrac{-1}{\sqrt{1+t}\,(1+\sqrt{1+t})} = \dfrac{-1}{1\cdot(1+1)} = -\dfrac{1}{2}.$

(35) $-1 \leq \cos 20\pi x \leq 1 \Rightarrow -x^2 \leq x^2\cos 20\pi x \leq x^2$ e

$\lim_{x\to 0} x^2 = \lim_{x\to 0} (-x^2) = 0 \therefore$ Pelo Teo. do Confronto,

$\lim_{x\to 0} (x^2 \cos 20\pi x) = 0.$



42 $\lim\limits_{x \to -6^-} \dfrac{2x+12}{|x+6|} = \lim\limits_{x \to -6^-} \dfrac{2x+12}{-x-6} = \lim\limits_{x \to -6^-} \dfrac{2(x+6)}{-(x+6)} =$

$= \lim\limits_{x \to -6^-} (-2) = -2.$

$\lim\limits_{x \to -6^+} \dfrac{2x+12}{|x+6|} = \lim\limits_{x \to -6^+} \dfrac{2x+12}{x+6} = \lim\limits_{x \to -6^+} \dfrac{2(x+6)}{x+6} =$

$$= \lim_{x \to -6^+} 2 = 2.$$

$$\therefore \lim_{x \to -6} \frac{2x+12}{|x+6|} \text{ não existe.}$$

45 $\lim_{x \to 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right) = \lim_{x \to 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{-x} \right) = \lim_{x \to 0^-} \frac{2}{x} = -\infty.$

49 a) (i) $\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2+x-6}{|x-2|} = \lim_{x \to 2^+} \frac{x^2+x-6}{x-2} =$

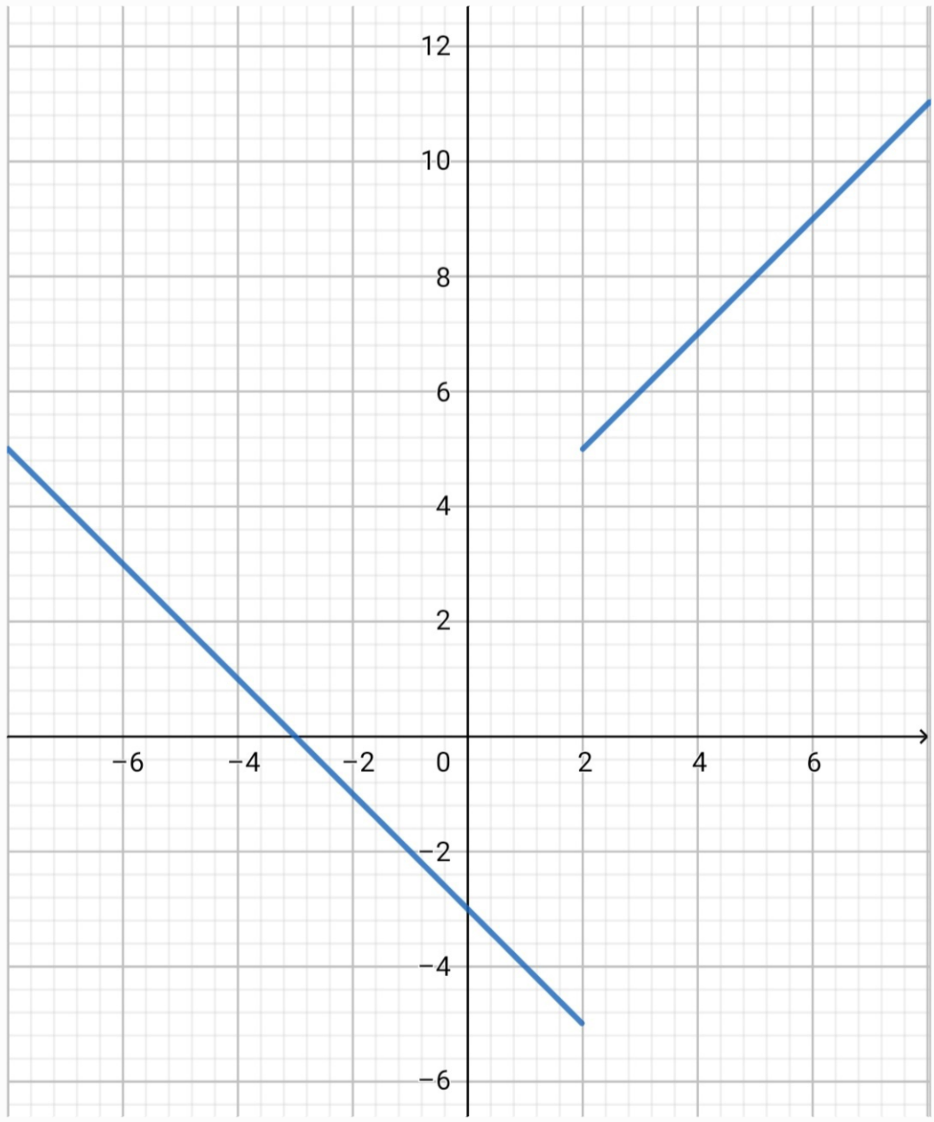
$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2} = \lim_{x \to 2^+} x+3 = 5.$$

(ii) $\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+x-6}{|x-2|} = \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x+3)}{2-x} = \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x+3)}{-(x-2)}$

$$= \lim_{x \to 2^-} -(x+3) = -5.$$

b) $\lim_{x \to 2} g(x)$ não existe.

c)



59) $$\lim_{x\to 1}(f(x)-8) = \lim_{x\to 1}(x-1)\left(\frac{f(x)-8}{x-1}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 1}(x-1)\cdot \lim\left(\frac{f(x)-8}{x-1}\right) = 0\cdot 10 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x) - \lim_{x\to 1} 8 = 0 \Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x) = 8.$$

63) $$\left.\begin{array}{l} f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \\ g(x) = \dfrac{1}{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \nexists \lim_{x\to 0} f(x) \\ \nexists \lim_{x\to 0} g(x) \end{array}$$

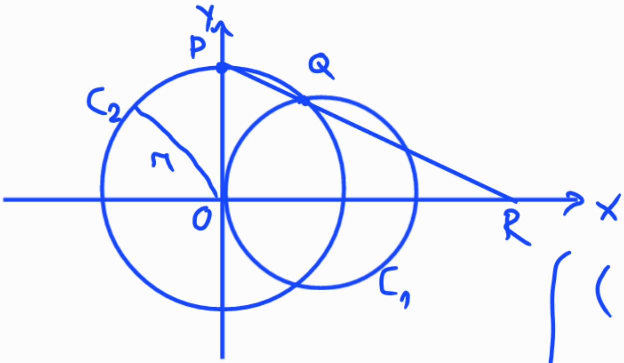
e $\lim_{x\to 0}[f(x)g(x)] = 1$.

64

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{6-x}-2}{\sqrt{3-x}-1}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{6-x}-2}{\sqrt{3-x}-1}\cdot\frac{\sqrt{3-x}+1}{\sqrt{3-x}+1}\cdot\frac{\sqrt{6-x}+2}{\sqrt{6-x}+2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)(\sqrt{3-x}+1)}{(2-x)(\sqrt{6-x}+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{3-x}+1}{\sqrt{6-x}+2}=\frac{1+1}{2+2}=\frac{1}{2}.$$

66



$C_1 : (x-1)^2+y^2=1$

$C_2 : x^2+y^2=r^2$

$$\begin{cases}(x_Q-1)^2+y_Q^2=1\\ x_Q^2+y_Q^2=r^2\end{cases}$$

$P=(0,r)$

$$(x_Q-1)^2+y_Q^2=1 \Rightarrow \begin{cases}x_Q^2-2x_Q+1+y_Q^2=1\\ x_Q^2+y_Q^2=r^2\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^2-2x_Q=0 \Rightarrow x_Q=\frac{r^2}{2}\Rightarrow y_Q=\sqrt{r^2-x_Q^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_Q=\sqrt{r^2-\frac{r^4}{4}}\Rightarrow r\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}$$

$$\begin{vmatrix}0 & r & 1\\ x_Q & y_Q & 1\\ x_R & y_R & 1\end{vmatrix}=0\Rightarrow \cancelto{0}{x_Q y_R}+r\,\underline{x_R}-\underline{x_R}y_Q-r\,x_Q=0$$

$$x_R=\frac{r\,x_Q}{r-y_Q}=\frac{\frac{r^3}{2}}{r-r\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}}=\frac{\frac{r^2}{2}}{1-\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}}$$

$$\lim_{r \to 0^+} x_R = \lim_{r \to 0^+} \frac{\frac{r^2}{2}}{1-\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}}{1+\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}} =$$

$$= \lim_{r \to 0^+} \frac{\frac{\cancel{r^2}}{2}\left(1+\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}\right)}{\frac{\cancel{r^2}}{4}} = \lim_{r \to 0^+} 2\left(1+\sqrt{1-\frac{r^2}{4}}\right) =$$

$= 2(1+\sqrt{1}) = 2.2 = 4 \Rightarrow R \to (4,0)$ quando $r \to 0^+$.

Seção 2.5:

3 a) f é descontínua para $x \in \{-2, 2, 4\}$ pois os limites laterais não são iguais.
f é descontínua para $x = -4$ pois $-4 \notin D(f)$.

b) f é contínua à esquerda para $x = -2$.
f é contínua à direita para $x \in \{2, 4\}$.

10 a) Contínua, pois não há mudanças abruptas instantaneamente na temperatura.
b) Contínua, pois entre quaisquer dois pontos distintos haverá um ponto entre eles a qualquer temperatura

intermediária dada.

c) Descontínua, pois "penhascos verticais" configuram uma mudança abrupta na altitude.

d) Contínua, pois o custo é acumulado sem contribuição significativa a cada instante.

e) Descontínua, pois ao fechar o circuito a DDP aparece instantaneamente, gerando a corrente.

→ apenas para fins práticos, já que a informação de que a DDP apareceu não se propaga com velocidade infinita.

15 $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} x + \sqrt{\lim_{x \to a} (x-4)} = a + \sqrt{a-4} = f(a)$

$\forall a > 4$; $\lim_{x \to 4^+} f(x) = 4 + \sqrt{4-4} = f(4)$ $\therefore$ f é contínua em $[4, \infty)$.

20 $\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x}{x+1} =$

$= \frac{1}{2} \neq f(1) \Rightarrow f$ é descontínua em $x = 1$.

22 $\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(2x+1)}{x-3} =$

$= \lim_{x \to 3} (2x+1) = 7 \neq f(3) \Rightarrow f$ é descontínua em $x = 3$.

28 $y = \operatorname{sen} t$, $y = e^t$, $y = \cos \pi t$, $y = 2$ são contínuas, e a composição, soma e divisão preservam a continuidade, visto que $2 + \cos \pi t \neq 0$.

41 Como $y = x^2$, $y = x$, $y = \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ são contínuas, devemos analisar $x \in \{-1, 1\}$:

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} x^2 = (-1)^2 = 1; \\ &\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} x = -1; \\ &f(-1) = -1. \end{aligned}\right\}$$ f é contínua à direita em $x = -1$

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} x = 1; \\ &\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x} = 1; \\ &f(1) = 1. \end{aligned}\right\}$$ f é contínua em $x = 1$.

43) Como $y = 1 + x^2$, $y = 2 - x$, $y = (x-2)^2$ são contínuas,

devemos analisar $x \in \{0, 2\}$:

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (1+x^2) = 1;$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (2-x) = 2;$$

$$f(0) = 1.$$

f é contínua à esquerda em $x = 0$.

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} (2-x) = 0;$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} (x-2)^2 = 0;$$

$$f(2) = 0.$$

f é contínua em $x = 2$.

46) Como $y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$, $y = ax^2 - bx + 3$, $y = 2x - a + b$ são contínuas,

devemos analisar $x \in \{2, 3\}$:

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \to 2^-} x + 2 = 4$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} (ax^2 - bx + 3) = 4a - 2b + 3 = f(2)$$

$$\Rightarrow 4a - 2b + 3 = 4 \Rightarrow 4a - 2b = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^+} (ax^2 - bx + 3) = 9a - 3b + 3$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} (2x - a + b) = 6 - a + b = f(3)$$

$$\Rightarrow 9a - 3b + 3 = 6 - a + b \Rightarrow 10a - 4b = 3 \quad (2)$$

Da (1) e (2):

$$\begin{cases} 4a - 2b = 1 \\ 10a - 4b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = b = \frac{1}{2}.$$

47 $\displaystyle\lim_{x \to 2} [3f(x) + f(x)g(x)] = 3 \lim_{x \to 2} f(x) +$

$\displaystyle + \lim_{x \to 2} f(x) \cdot \lim_{x \to 2} g(x) = 3f(2) + f(2) \cdot g(2) =$

$= f(2) \cdot (3 + g(2)) = 9f(2) = 36 \Rightarrow f(2) = 4.$

49 a)

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - 1}{x - 1} & \text{se } x \neq 1 \\ 4 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

b)

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - x^2 - 2x}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ 6 & \text{se } x = 2 \end{cases}$$

c) $\lim_{x \to \pi^-} \lfloor \operatorname{sen} x \rfloor = -1$; $\lim_{x \to \pi^+} \lfloor \operatorname{sen} x \rfloor = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ descontinuidade não removível.

53 $f(x) = x^4 + x - 3$ é contínua

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = -1 < 0 \\ f(2) = 15 > 0 \end{array}\right\} \exists c \in (1,2) \text{ tq. } f(x) = 0$$

69 $x = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 - x + 1 = 0$

$f(x) = x^3 - x + 1$ é contínua

$$\left.\begin{array}{l} f(-2) = -5 < 0 \\ f(0) = 1 > 0 \end{array}\right\} \exists c \in (-2,0) \text{ tq. } f(x) = 0.$$

73 Seja $f(\text{horário})$ = distância ao monastério na subida, $g(\text{horário})$ = distância ao monastério na descida, $D(t) = f(t) - g(t)$ e H a altura da montanha.

$$\left.\begin{array}{l} f(7\text{ a.m.}) = 0 \\ g(7\text{ a.m.}) = H \end{array}\right\} D(7\text{ a.m.}) = -H$$

$$\left.\begin{array}{l} f(7\text{ p.m.}) = H \\ g(7\text{ p.m.}) = 0 \end{array}\right\} D(7\text{ p.m.}) = H$$

Como f e g são contínuas, D também é. Pelo TVI, $\exists t \in (7 \text{ a.m.}, 7 \text{ p.m.})$ tq. $D(t) = 0$, ou seja, $f(t) = g(t)$, indicando que o monge cruza algum ponto no mesmo horário.

Seção 2.7:

8) $$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{2(1+h)+1}{3+h} - 1}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{h}{3+h}}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{3+h} = \frac{1}{3} \Rightarrow t: y = \frac{1}{3}x + b \text{ (reta tangente)}$$

$$(1,1) \in t \Rightarrow 1 = \frac{1}{3} + b \Rightarrow b = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

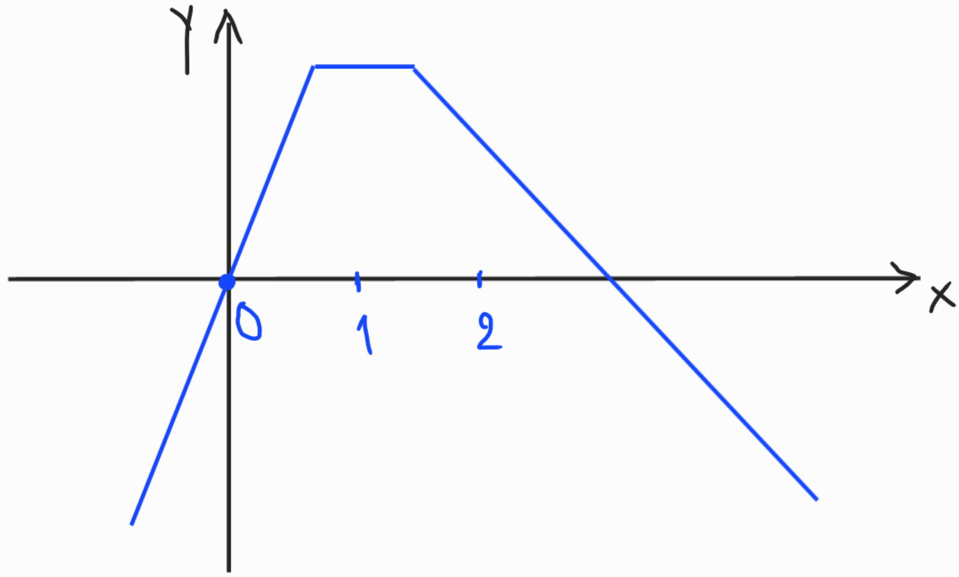
$$\Rightarrow t: y = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}.$$

13) $$v(2) = \lim_{h \to 0} \frac{10(2+h) - 4{,}9 \cdot (2+h)^2 - 0{,}4}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{10h - 19{,}6h - 4{,}9h^2}{h} = \lim_{h \to 0} (-9{,}6 - 4{,}9h) =$$

$= -9{,}6 \, m/s$.

23



33 $$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{\frac{2x+1}{x+3} - \frac{2a+1}{a+3}}{x-a} =$$

$$= \lim_{x \to a} \frac{(2x+1)(a+3) - (x+3)(2a+1)}{(x+3)(a+3)(x-a)} =$$

$$= \lim_{x \to a} \frac{5(x-a)}{(x+3)(a+3)(x-a)} = \lim_{x \to a} \frac{5}{(x+3)(a+3)} = \frac{5}{(a+3)^2} .$$

37 $$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h} = \left. \frac{d}{dx}\left(\sqrt{x}\right) \right|_{x=9}$$

46 $$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t=60} \cong \frac{40-53}{90-60} = -\frac{13}{30} \cong -0{,}43 \, ^\circ C/min$$

49 a) (i) $$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{11{,}78 - 8{,}49}{2005 - 2001} = \frac{3{,}29}{4} = 0{,}8225 \text{ milhões/ano} .$$

(ii) $\dfrac{\Delta P}{\Delta t} = \dfrac{11,78 - 9,65}{2005 - 2003} = \dfrac{2,13}{2} = 1,065$ milhões/ano.

(iii) $\dfrac{\Delta P}{\Delta t} = \dfrac{14,54 - 11,78}{2007 - 2005} = \dfrac{2,76}{2} = 1,38$ milhões/ano.

b) $\dfrac{dP}{dt} \cong \dfrac{1,065 + 1,38}{2} = \dfrac{2,445}{2} = 1,2225$ milhões/ano.

51 a) (i) $\dfrac{\Delta C}{\Delta x} = \dfrac{C(105) - C(100)}{5} = \dfrac{101,25}{5} = 20,25$ dol/un.

(ii) $\dfrac{\Delta C}{\Delta x} = \dfrac{C(101) - C(100)}{1} = 20,05$ dol/un.

b) $\left.\dfrac{dC}{dx}\right|_{x=100} = \lim\limits_{x \to 100} \dfrac{C(x) - C(100)}{x - 100} =$

$= \lim\limits_{x \to 100} \dfrac{10(x - 100) + 0,05(x^2 - 100^2)}{x - 100} =$

$= \lim\limits_{x \to 100} 10 + 0,05 \cdot (x + 100) = 10 + 0,05 \cdot 200 = 20$ dol/un.

53 a) $f'(x)$ é a taxa de variação instantânea do custo quando se produz x Kg de ouro. A unidade é dólar/Kg.

b) Significa que a taxa de variação instantânea do custo quando se produz 50 Kg de ouro é de 36 dólares/Kg.

c) A curto prazo f' cresce e a longo prazo decresce, pois com o passar do tempo, o custo de se produzir 1 Kg a mais (custo marginal) irá diminuir.

60) $$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{h^2 \operatorname{sen} \frac{1}{h} - 0}{h} = \lim_{h \to 0} h \cdot \operatorname{sen} \frac{1}{h} = 0,$$

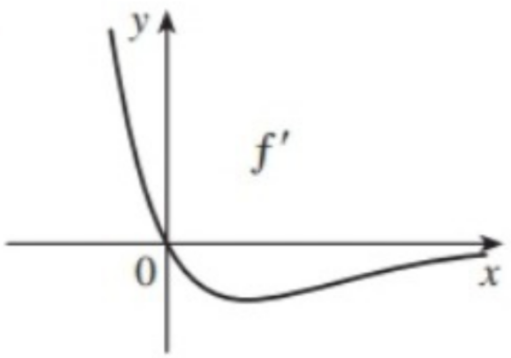
pois $-h \leq h \operatorname{sen} \frac{1}{h} \leq h$ e $\lim_{h \to 0} (-h) = \lim_{h \to 0} h = 0$. Logo,

$\exists f'(0)$.

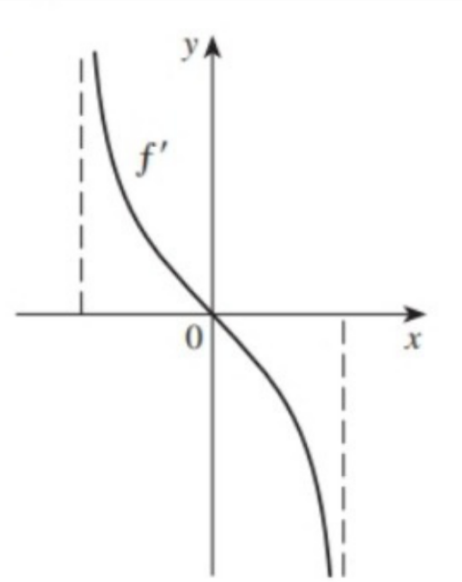
Seção 2.8:

3) a – II;
b – IV;
c – I;
d – III.

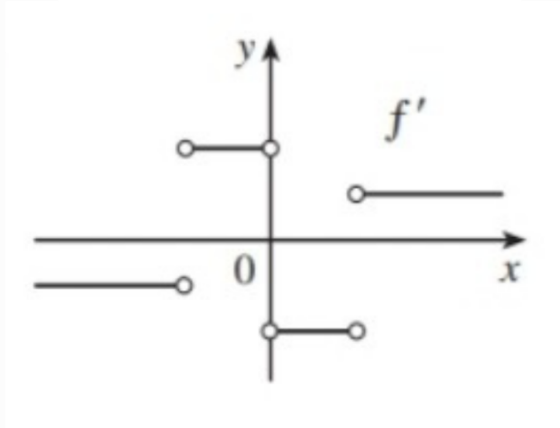
5)



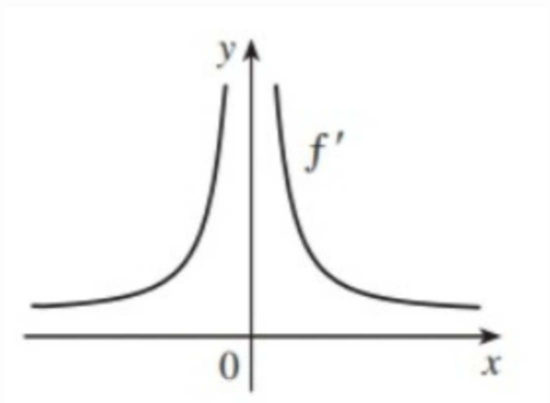
7



9



11



26

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{x+h+\sqrt{x+h}-x-\sqrt{x}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h+\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} = 1 + \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} =$$

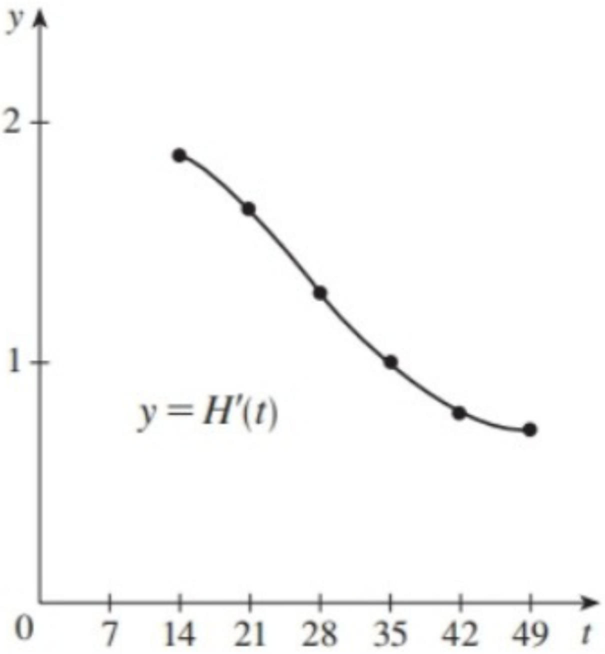
$$= 1 + \lim_{h\to 0} \frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})}{h} \cdot \frac{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} =$$

$$= 1 + \lim_{h \to 0} \frac{h}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = 1 + \lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \; ; \; D(f) = \mathbb{R}_+ \; , \; D(f') = \mathbb{R}_+^* .$$

37

t	14	21	28	35	42	49
$H'(t)$	$\frac{13}{7}$	$\frac{23}{14}$	$\frac{9}{7}$	1	$\frac{11}{14}$	$\frac{5}{7}$



39 a) A taxa de variação instantânea de P t anos após 01/01/2000.

b) 2 anos após 01/01/2020, a taxa de variação instantânea de P vale 3,5.

41 Em $x = -4$ temos um "bico" e em $x = 0$ temos uma descontinuidade. Logo, f não é diferenciável para $x \in \{-4, 0\}$.

43) f não é diferenciável para $x = 1$ pois ali há uma assíntota vertical, ou seja, uma descontinuidade.

49) $f : a$
$f' : b$
$f'' : c$

a tem tangente horizontal quando b zera.
b tem tangente horizontal quando c zera.

51) a : aceleração
b : velocidade
c : posição

a é a derivada de b.
b é a derivada de c.

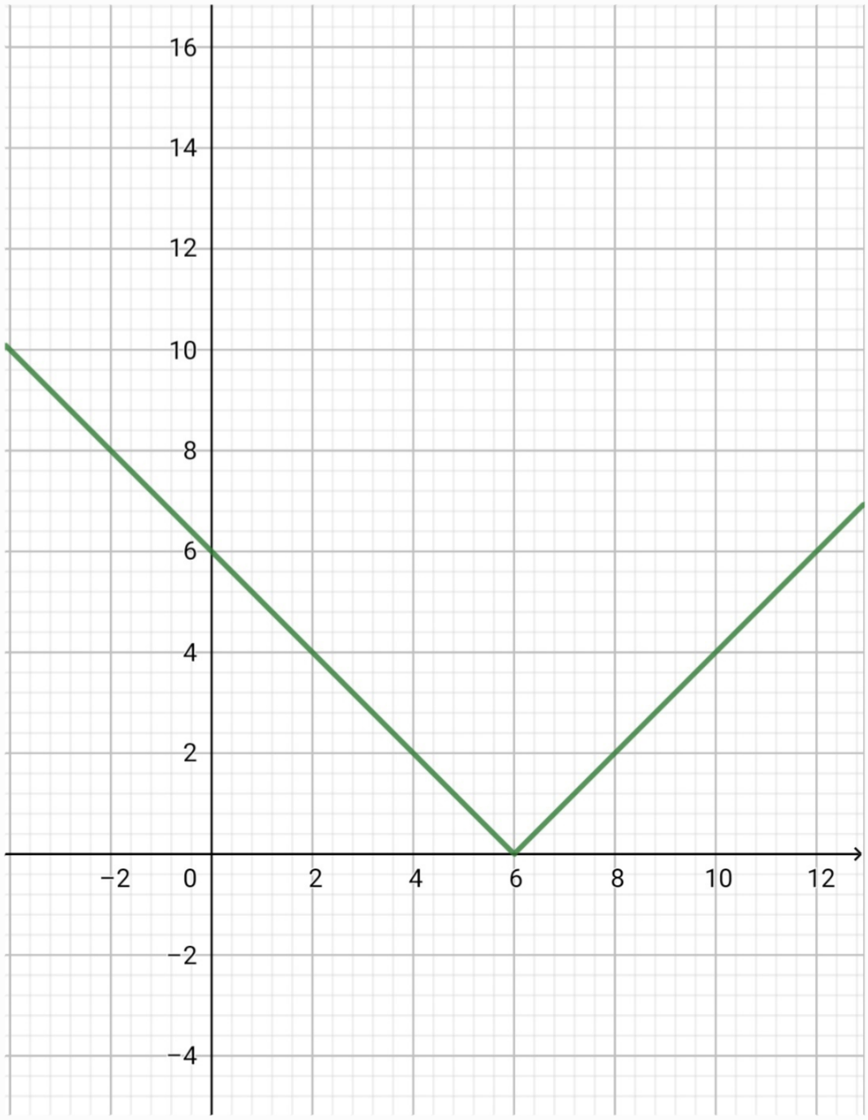
59) $f'(6) = \lim_{h \to 0} \dfrac{|6+h-6| - |6-6|}{h} = \lim_{h \to 0} \dfrac{|h|}{h}$, porém:

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{|h|}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{-h}{h} = \lim_{h \to 0^-} (-1) = -1$$ e

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{|h|}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = \lim_{h \to 0^+} 1 = 1.$$

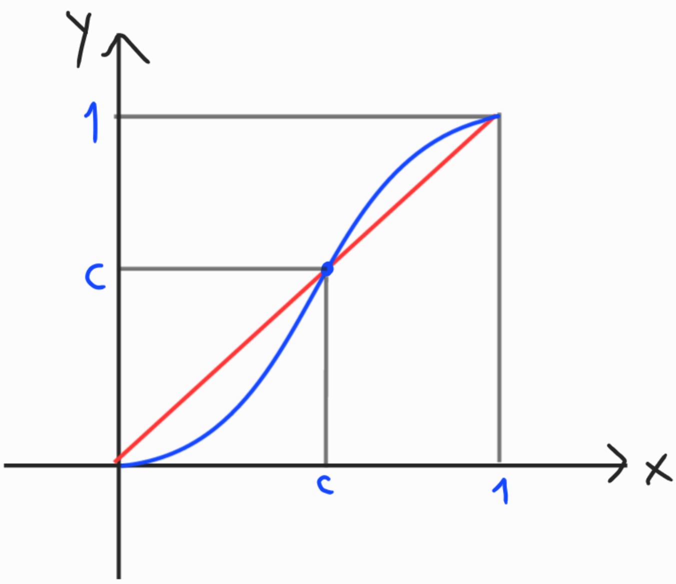
Logo, f não é diferenciável em 6.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{|x+h-6| - |x-6|}{h} = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 6 \\ -1 & \text{se } x < 6 \end{cases}$$



Problemas Quentes:

8 a)



b) Aparentemente é impossível desenhar tal gráfico sem intersectar a reta $y=x$, onde teríamos o(s) ponto(s) fixo(s).

b) Se $f(0)=0$ ou $f(1)=1$, acabou.

Suponha $f(0)\neq 0$ e $f(1)\neq 1$, então $f(0)>0$ e $f(1)<1$. Tome $g(x)=f(x)-x$ contínua:

$$\left.\begin{array}{l} g(0)>0 \\ g(1)<0 \end{array}\right\} \exists c\in(0,1) \text{ tq. } g(c)=0 \Rightarrow f(c)=c \therefore$$

$\therefore$ Toda f como descrita possui algum ponto fixo.

13 a) $x=y=0 \Rightarrow f(0)=2f(0) \Rightarrow f(0)=0$.

b) $$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1.$$

c) $$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(h)+x^2h+xh^2}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}f(h)+\lim_{h\to 0}(x^2+xh)=x^2+\lim_{h\to 0}f(h)=$$

$$=x^2+f(0)=x^2$$

Como f é derivável em 0, f é contínua em 0.

14 Tomando $x=0 \Rightarrow 0\leq |f(0)|\leq 0^2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow |f(0)|=0 \Rightarrow f(0)=0$.

$$|f(x)| \leq x^2 \Rightarrow -x^2 \leq f(x) \leq x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x \leq \frac{f(x)}{x} \leq x, \quad \text{mas } \lim_{x \to 0} (-x) = \lim_{x \to 0} x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 0 \Rightarrow f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} = 0.$$