



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Redes y Sistemas Complejos

---

***Práctica 2 - Tema 2:  
Modelos de Netlogo***

---

*Javier León Palomares*

9 de diciembre de 2017

## Índice

1. Componente gigante de una red aleatoria	2
2. Dos componentes gigantes de una red aleatoria	5
3. Componente gigante de un retículo 2D	7

## 1. Componente gigante de una red aleatoria

Como veremos en breve, la componente gigante responde a su nombre al agrupar a la mayoría (o la totalidad) de los nodos de una red, ya que termina uniéndolos mediante enlaces incrementalmente redundantes según crece el número de iteraciones del modelo.

Constatamos que el crecimiento más sustancial del tamaño de la componente gigante corresponde a la parte con más pendiente en la gráfica (la zona en torno al grado 1). En particular, vamos a ver cuatro estados separados por intervalos de dos iteraciones para entender mejor el cambio que ocurre:

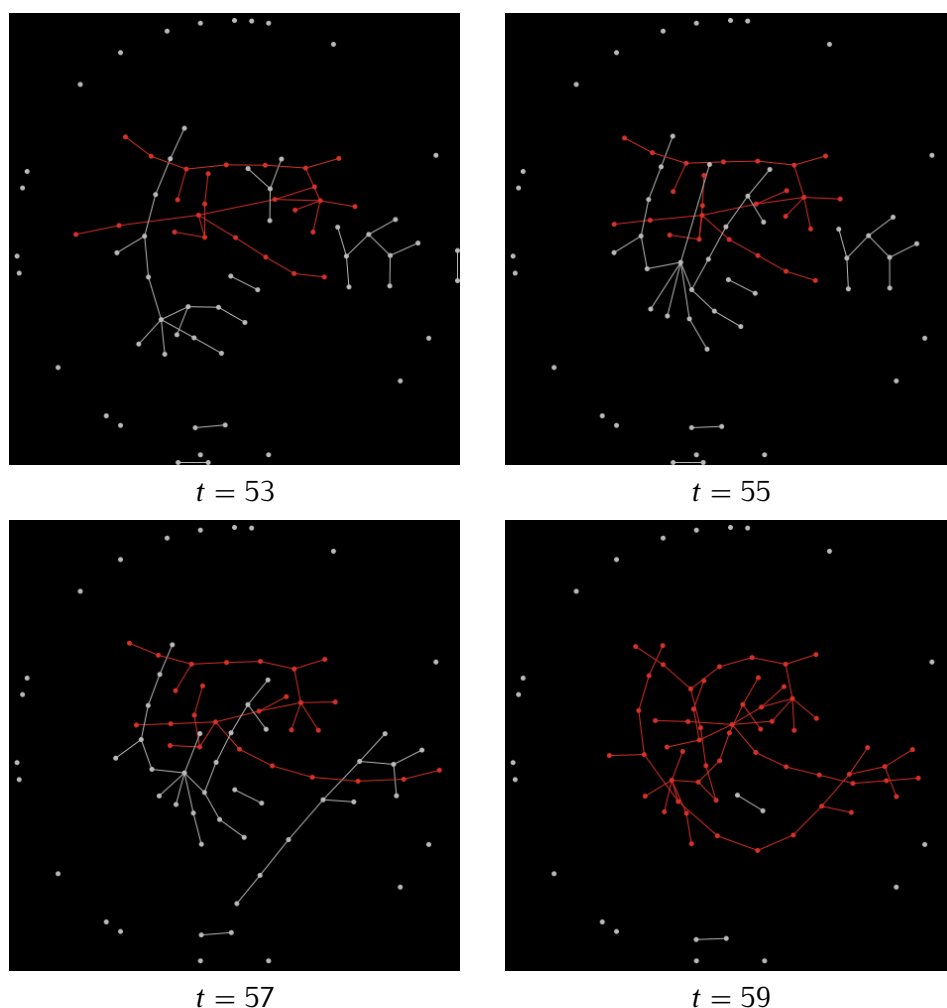


Figura 1: Visualización de la creación de enlaces entre nodos de una red de tamaño 80.

Como se puede apreciar, en tan sólo 6 pasos la componente gigante de la iteración 53 ha experimentado un gran crecimiento (al principio había tres componentes conexas importantes que se han fusionado en una); esto es especialmente notable si recordamos que todos los pares de nodos no conectados tienen la misma probabilidad de pasar a tener un enlace en la siguiente iteración.

El siguiente paso es comprobar la diferencia entre la gráfica de una red con pocos nodos y la de una red con muchos nodos:

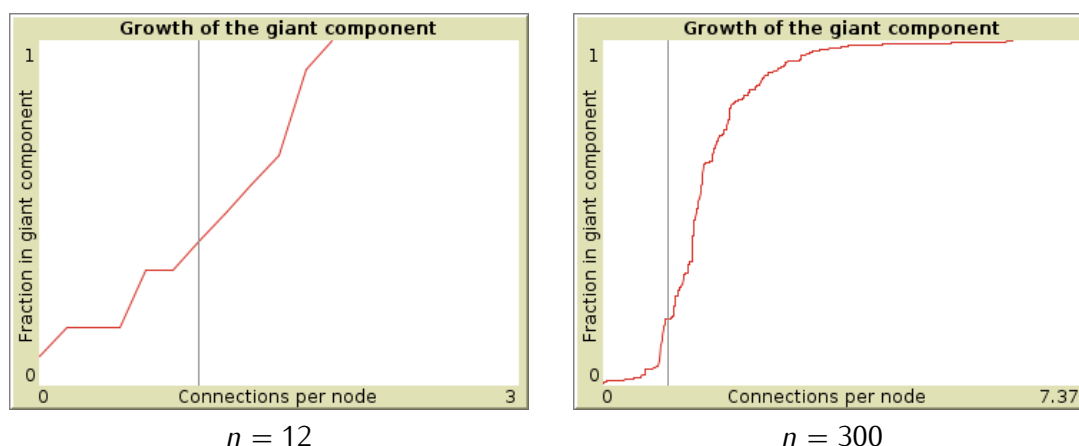


Figura 2: Comparativa de gráficas de una red pequeña ( $n = 12$ ) frente a una red grande ( $n = 300$ ).

Para una red pequeña, la gráfica no muestra una pendiente tan pronunciada. Esto puede ser debido a que al ser pocos nodos no se pueden formar muchas componentes conexas que de repente se fusionen, que es lo que dispara la pendiente en el caso de las redes más grandes. Asimismo, las redes pequeñas tardan muy poco en tener todos sus nodos conectados por algún camino; frente a ellas, las redes grandes tienden a tener unos pocos nodos aislados durante muchas iteraciones, aumentando la escala del eje  $x$  y distorsionando así la gráfica hasta que la componente gigante consigue abarcar todos los nodos.

Sin embargo, hay algo común en ellas: a partir de alcanzar su grado medio un valor en torno a 1, comienzan una rápida transición en la que las subredes que se han ido formando previamente tienden a unificarse en una sola. Vamos a ver que esto no es casualidad, sino que parece ser una tendencia general, repitiendo varias veces el proceso.

Tal y como se puede intuir a partir de la figura siguiente, cuatro ejecuciones distintas del modelo nos dan curvas de crecimiento de la componente gigante bastante similares entre sí. De nuevo, lo que las diferencia es la escala del eje  $x$ , que depende de cuándo se logra la red conexas, pero invariablemente presentan un gran crecimiento tras alcanzar un grado medio aproximado de 1.

Desde un punto de vista estadístico, extraer conclusiones a partir de tan sólo cuatro o cinco muestras puede ser precipitado; no obstante, ya que *Paul Erdős* y *Alfred Rényi* mostraron esta propiedad en la generación de redes aleatorias, podemos decir que nuestros resultados son acordes con lo esperado.

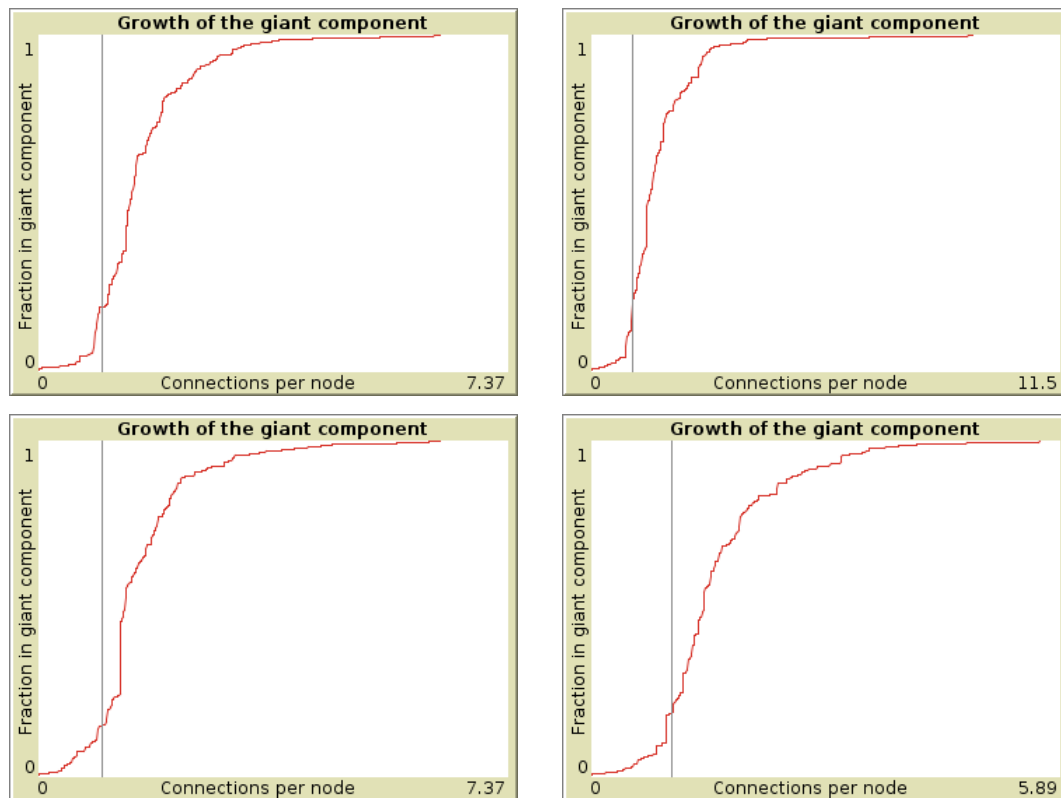


Figura 3: Curvas de crecimiento de distintas redes de tamaño  $n = 300$ .

Para concluir, podemos pensar en cómo alterar el proceso de creación de enlaces. Por ejemplo, en función del grado podemos favorecer dos comportamientos opuestos: si damos más prioridad al grado bajo, retrasaremos el crecimiento de la componente gigante hasta el final, momento en que crecerá súbitamente uniendo todas las subredes en unas pocas iteraciones; si priorizamos el grado alto, provocaremos que desde el principio haya una única componente conexa destacable y probablemente no se dará el salto repentino que hemos observado en esta práctica.

## 2. Dos componentes gigantes de una red aleatoria

Veamos en primer lugar las dos componentes gigantes creadas artificialmente:

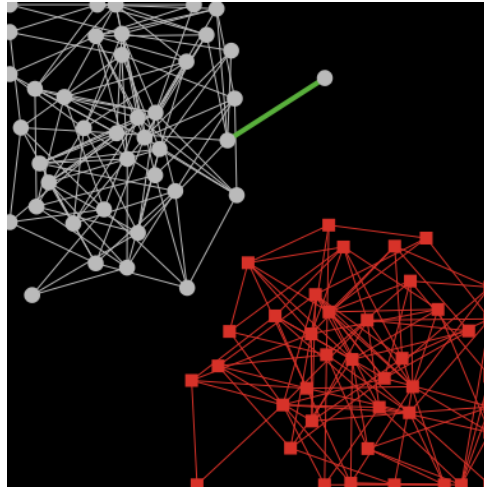


Figura 4: Dos componentes gigantes aisladas en una red aleatoria.

La probabilidad de que se dé esta situación sin forzarla nosotros es bastante baja. De hecho, si desactivamos la opción de mantener ambos grupos de nodos aislados, en tres pasos más se produce una conexión entre ellos:

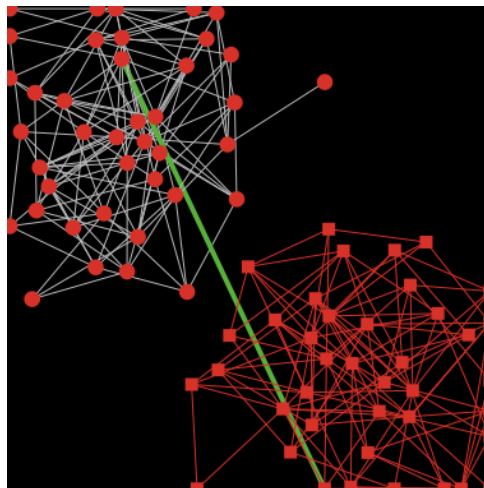


Figura 5: Las dos componentes gigantes anteriores unidas.

Tiene sentido que ocurra esto, ya que de haber más de una componente gigante estaríamos hablando de algún fenómeno basado en una distribución de probabilidad no uniforme, como por ejemplo la formación de comunidades. Debido a que la generación de nuevos enlaces es aleatoria, es de esperar que, conforme entren más nodos a la componente más grande, aumente en la misma medida la posibilidad de que un nodo cualquiera se conecte a alguno de ellos.

Además, podemos trasladar estas ideas intuitivas a un plano más formal. Según el capítulo 3 del libro *Network Science* de *Albert-László Barabási*, existen varias etapas en la evolución de la componente gigante de una red aleatoria:

- Régimen subcrítico:  $\langle k \rangle < 1$ , sin componente gigante.
- Punto crítico:  $\langle k \rangle = 1$ , sin componente gigante, punto a partir del cual la mayor componente crece de forma significativa.
- Régimen supercrítico:  $\langle k \rangle > 1$ , una única componente gigante.
- Régimen totalmente conectado:  $\langle k \rangle > \ln N$ , una única componente gigante que absorbe todos los nodos.

Para concluir, esto explica en retrospectiva por qué en la primera parte de esta práctica se producía un sustancial incremento del tamaño de la componente más importante de la red a partir de  $\langle k \rangle = 1$ .

### 3. Componente gigante de un retículo 2D

Al variar el parámetro  $p$  entre 0 y 0,9 obtenemos la siguiente gráfica:

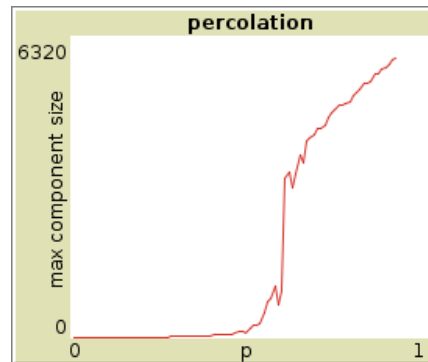


Figura 6: Gráfico de tamaño de la componente gigante para sucesivos valores de  $p$ .

Observamos que a medio camino entre 0 y 1 ocurre un incremento brusco del tamaño de la componente gigante. Refinando más, podríamos establecer el valor crítico entre 0,55 y 0,6. Hagamos una comparación entre las componentes gigantes para distintos valores de  $p$  para comprobar cómo es a simple vista:

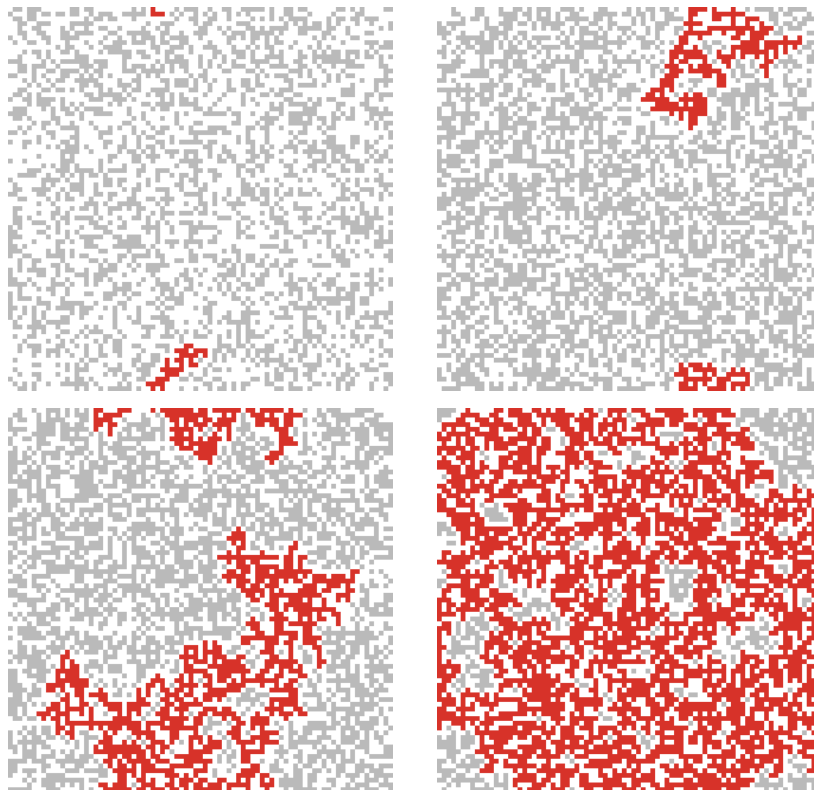


Figura 7: De izquierda a derecha y de arriba abajo:  $p = 0,37$ ,  $p = 0,50$ ,  $p = 0,55$ ,  $p = 0,60$ .