

# Ciclo de vida de los datos: Práctica 2

Francisco Alonso Sarria y Jose Luis García Bravo

## Índice

<b>1</b>	<b>Introducción y descripción del dataset</b>	<b>1</b>
1.1	Descripción del dataset . . . . .	1
1.2	Librerías y funciones . . . . .	1
1.3	Carga de datos y exploración inicial . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Transformación e integración de datos de interés</b>	<b>3</b>
2.1	Transformación de variables y creación de un objeto espacial . . . . .	3
2.2	Enriquecimiento del dato . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Limpieza de datos</b>	<b>6</b>
3.1	Búsqueda de datos perdidos . . . . .	6
3.2	Identificación y tratamiento de valores extremos . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Análisis de datos</b>	<b>14</b>
4.1	Normalidad y homogeneidad de la varianza . . . . .	14
4.1.1	Normalidad . . . . .	14
4.1.2	Homogeneidad de la varianza (homocedasticidad) . . . . .	15
4.2	Análisis de varianza no paramétrico . . . . .	17
4.3	Modelo lineal global . . . . .	18
4.4	Modelos predictivos y validación cruzada con datos de Europa . . . . .	21
4.4.1	Modelo lineal . . . . .	21
4.4.2	Random Forest . . . . .	25
4.5	Tendencias globales . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Imputaciones</b>	<b>37</b>
5.1	Seleccionar casos para simular valores perdidos . . . . .	37
5.2	Algoritmos de imputación . . . . .	37
5.3	Validación . . . . .	38
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>41</b>
<b>7</b>	<b>Anexo: Cálculo del solsticio</b>	<b>41</b>

# 1 Introducción y descripción del dataset

## 1.1 Descripción del dataset

En esta práctica trabajaremos con un *dataset* de temperaturas mensuales en diferentes ciudades del planeta. El fichero se denomina `GlobalLandTemperaturesByCity.csv` y puede descargarse de <https://www.kaggle.com/berkeleyearth/climate-change-earth-surface-temperature-data>.

Los datos proceden de todos los países y la cobertura temporal arranca en 1750 y acaba en 2013. Las variables que incluye son ciudad, país, latitud y longitud, temperatura e incertidumbre de la temperatura y contiene un total de 8.599.212 filas.

El objetivo que nos planteamos es hacer un análisis exploratorio del *dataset*, detectar valores perdidos y *outliers*, resolver estos problemas en la medida de lo posible, analizar los patrones espacio-temporales de temperatura y finalmente obtener un modelo predictivo que permita, estimar la temperatura a partir de un conjunto de variables que representan factores astronómicos (latitud y estacionalidad) y geográficos (elevación y distancia al mar) del clima. Este modelo permitirá además determinar si existe una tendencia estadísticamente significativa al aumento de temperatura.

Puesto que el *dataset* descargado de Kaggle no dispone de variables relativas a los factores geográficos, tendremos que añadirlos en un proceso de enriquecimiento del dato a partir de una capa raster de elevación global de 5 minutos (1/12 grados) de resolución espacial descargada de:

```
https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/data/world-digital-elevation-model-etopo5/  
zipped-dem-geotiff-raster-geographic-tag-image-file-format-raster-data
```

El cálculo a partir de esta capa de una capa de distancias al mar se ha hecho fuera de R con GRASS, un Sistema de Información Geográfica.

## 1.2 Librerías y funciones

Vamos a trabajar con R y necesitaremos diversas librerías para trabajar con los datos. En primer lugar, trabajamos con datos espaciales, por lo que harán falta librería que permitan manejar este tipo de información: `sp` [Bivand et al., 2013] define diversos tipos de objetos con información espacial y proporciona funciones para manejarlos, `rgdal` [Bivand et al., 2020] permite a R utilizar las funciones de la librería GDAL<sup>1</sup> para leer/escribir diversos formatos de datos espaciales, `raster` [Hijmans, 2020] permite leer, escribir y manejar capas raster de variables espaciales. Por otro lado, las fechas aparecen como cadenas de texto; la librería `lubridate` incluye funciones que permiten convertir estas cadenas en datos de tipo fecha. Utilizaremos la librería `randomForest` [Liaw and Wiener, 2002] para utilizar este modelo predictivo y la librería `imputation` [van der Loo, 2020] para probar diferentes algoritmos para llenar lagunas en los datos. Finalmente, la librería `DescTools` [Signorell and mult. al., 2020] incluye funciones para calcular la transformación Box-Cox y optimizar su parámetro  $\lambda$ .

---

<sup>1</sup><https://gdal.org/>

```
library(rgdal)
library(raster)
library(sp)
library(lubridate)
library(DescTools)
library(randomForest)
library(simputation)
```

Por otra parte, hemos creado algunas funciones para ayudarnos al procesamiento de los datos:

- La función `readLL` lee valores de latitud o longitud codificados en la tabla como cadenas de caracteres y obtiene una codificación en grados decimales en formato numérico.

```
readLL = Vectorize(function(x) {
  n = nchar(x)
  dir = substr(x, n, n)
  x = as.numeric(substr(x, 1, n-1))
  if (dir %in% c("S", "W")) m = -1 else m = 1
  return(m*x)
})
```

- La siguiente función implementa la inversa de la transformación Box-Cox.

```
invBoxCox <- function(x, lambda) {
  if (lambda == 0) exp(x) else (lambda*x + 1)^^(1/lambda)
}
```

- La siguiente función normaliza un vector de datos y devuelve una lista con el valor mínimo y máximo de la serie original y la serie normalizada:

```
normaliza <- function(x) {
  mn = min(x, na.rm=TRUE); mx = max(x, na.rm=TRUE)
  return(list(min=mn, max=mx, nx=(x-mn) / (mx-mn)))
}
```

- Finalmente, esta función deshace la transformación anterior, para ello necesita, además de la serie transformada, los valores mínimo y máximo que se utilizaron para transformarla:

```
denormaliza <- function(nx, mn, mx) return(nx * (mx-mn) + mn)
```

### 1.3 Carga de datos y exploración inicial

Leemos la tabla descargada de Kaggle

```
datos = read.table("GlobalLandTemperaturesByCity.csv",
  header=TRUE, sep=",", quote="\")
```

Hacemos un análisis rápido para ver el número y nombres de las variables y sus tipos, el número de filas y los valores que aparecen:

```

str(datos)

## 'data.frame': 8599212 obs. of 7 variables:
## $ dt : chr "1743-11-01" "1743-12-01" "1744-01-01" "1744-02-01" ...
## $ AverageTemperature : num 6.07 NA NA NA NA ...
## $ AverageTemperatureUncertainty: num 1.74 NA NA NA NA ...
## $ City : chr "Århus" "Århus" "Århus" "Århus" ...
## $ Country : chr "Denmark" "Denmark" "Denmark" "Denmark" ...
## $ Latitude : chr "57.05N" "57.05N" "57.05N" "57.05N" ...
## $ Longitude : chr "10.33E" "10.33E" "10.33E" "10.33E" ...

summary(datos)

##      dt           AverageTemperature AverageTemperatureUncertainty       City          Country
## Length:8599212   Min.   :-42.7      Min.   : 0.0   Length:8599212   Class :character
## Class :character  1st Qu.: 10.3     1st Qu.: 0.3   Class :character  Mode  :character
## Mode  :character Median : 18.8     Median : 0.6   Mode  :character
##                  Mean  : 16.7     Mean  : 1.0
##                  3rd Qu.: 25.2     3rd Qu.: 1.3
##                  Max.  : 39.7     Max.  :15.4
##                  NA's   :364130    NA's   :364130

dim(datos)

## [1] 8599212      7

```

Son 8599212 filas y 7 columnas. Tanto las fechas como las coordenadas aparecen como cadenas de caracteres. No parece haber valores excesivamente altos de temperatura, incluso los máximos pueden parecer demasiado bajos, pero no hay que olvidar que se trata de medias mensuales. El mínimo de temperatura sí puede parecer excesivamente bajo, pero estos valores son posibles en Canadá o Siberia.

## 2 Transformación e integración de datos de interés

### 2.1 Transformación de variables y creación de un objeto espacial

Transformamos las coordenadas en datos numéricos con la función `readLL` y las fechas en año y mes con las funciones de la librería `lubridate`. Además creamos las variables `absLat` como el valor absoluto de la latitud, ya que el efecto de la latitud de la temperatura podemos en principio asumirlo como simétrico, y `solst` que convierte los meses en una variable continua con valores de 1 en la estación cálida y de -1 en la estación fría. Esta variable tiene en cuenta la diferencia entre ambos hemisferios.

```

datos$Longitude = readLL(datos$Longitude)
datos$Latitude = readLL(datos$Latitude)
datos$fecha    = ymd(datos$dt)
datos$year     = year(datos$fecha)

```

```

datos$mes      = month(datos$fecha)
datos$AbsLat  = abs(datos$Latitude)
datos$solst    = ifelse(datos$Latitude<0,
                      cos(2*pi*(datos$mes-1)/12),
                      -cos(2*pi*(datos$mes-1)/12))

```

La formulación original de la variable `solst` era  $-\cos(2\pi \cdot \text{mes}/12)$  para obtener los máximos y mínimos en los meses de solsticio (junio y diciembre), pero nos dimos cuenta de que se correlacionaba peor con la temperatura ya que los extremos se tienden a producir más en julio y enero. Se incluye como anexo una descripción más detallada del problema.

Ahora tenemos que crear un objeto espacial a partir del `data.frame`. Como es una capa de puntos, se crea un `SpatialPointsDataFrame`. Para ello basta con especificar que columnas contienen las coordenadas y especificar el sistema de referencia espacial que utilizan mediante el correspondiente código del EPSG<sup>2</sup>. Aunque no se especifica, y es muy posible que haya diferencias de unos puntos a otros) asumiremos que todas las coordenadas se refieren al elipsoide WGS84<sup>3</sup>. A escala planetaria las diferencias entre unos y otros son insignificantes.

```

coordinates(datos) =~ Longitude+Latitude
proj4string(datos) = CRS ("+init=epsg:4326")

```

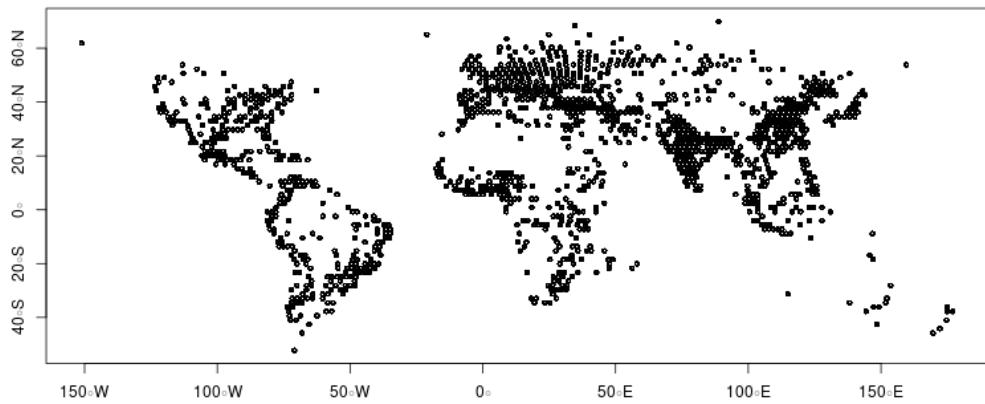
Generamos ahora un mapa con los puntos:

```

plot(datos, axes=TRUE, cex=0.5, pch=1)

## pdf
## 2

```



<sup>2</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/EPSG\\_Geodetic\\_Parameter\\_Dataset](https://en.wikipedia.org/wiki/EPSG_Geodetic_Parameter_Dataset)

<sup>3</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/World\\_Geodetic\\_System](https://en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System)

## 2.2 Enriquecimiento del dato

Los datos que contiene el dataset que hemos descargado son insuficientes para hacer un modelo predictivo de la temperatura. Aunque incluye variables ligadas a factores astronómicos (estación y latitud) no incluye variables ligadas a factores geográficos (elevación o continentalidad). Por ello vamos a enriquecer el dataset con esta información a partir de una capa raster de elevación global con 5 minutos de resolución descargada de:

```
https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/data/world-digital-elevation-model-etopo5/  
zipped-dem-geotiff-raster-geographic-tag-image-file-format-raster-data
```

En primer lugar utilizamos un Sistema de Información Geográfica (GRASS) para obtener a partir de esta capa de elevaciones una capa de distancia al mar. Para ello, basta con crear una capa intermedia que contenga unos en la superficie marina y valores nulos en tierra, posteriormente se calcula, para cada celdilla, su distancia al objeto definido por las celdillas de valor 1. Las órdenes de GRASS utilizadas son:

```
r.in.gdal alwdgg.tif output=alwdgg  
g.region rast=alwdgg  
r.mapcalc expression="sea;if(alwdgg<0,1,null())"  
r.grow.distance sea distance=distSea metric=geodesic  
r.out.gdal distSea output=distSea.tif
```

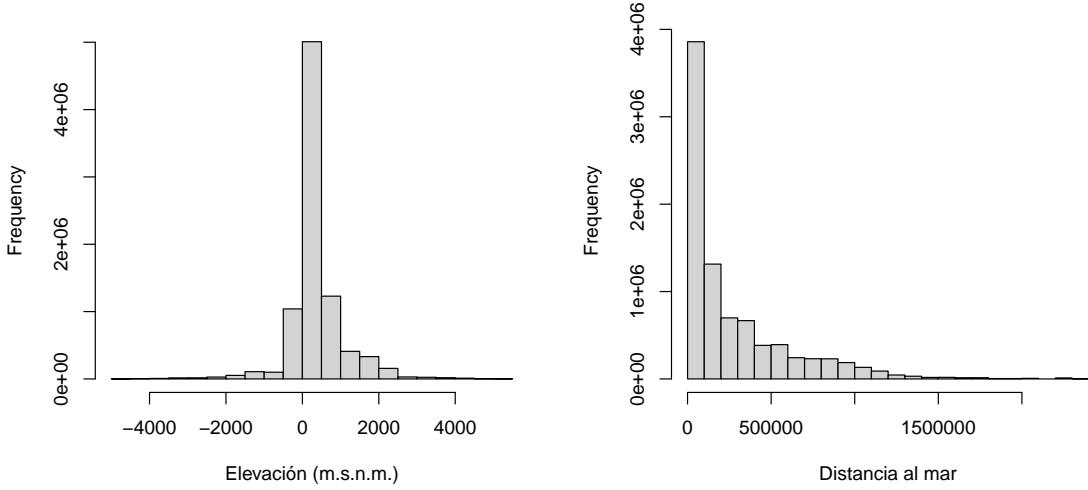
De este modo tenemos una capa de elevación y otra de distancia al mar (que puede actuar como proxy de la continentalidad). Ahora las cargamos en R, les asignamos el mismo sistema de referencia espacial que a la de los puntos:

```
MDE=raster::raster("alwdgg.tif")  
distSea=raster::raster("distSea.tif")  
proj4string(MDE) = CRS("+init=epsg:4326")  
proj4string(distSea) = CRS("+init=epsg:4326")
```

A continuación extraemos de cada capa raster los valores de elevación y distancia al mar correspondientes a los puntos y

```
datos$elev = raster::extract(MDE, datos)  
datos$dist = raster::extract(distSea, datos)
```

```
par(mfrow=c(1,2))  
hist(datos$elev, main="", xlab="Elevación (m.s.n.m.)")  
hist(datos$dist, main="", xlab="Distancia al mar")
```



Vemos que hay valores de elevación negativos ya que la capa de elevaciones incluye batimetría y la incertidumbre posicional de ambos dataset hace que las ciudades costeras puedan aparecer en el mar. Para corregir este error asignaremos una elevación cero a todas aquellas ciudades que aparezcan con elevación inferior a cero:

```
datos$elev = pmax(datos$elev, 0)
```

Por otro lado vemos que tanto los valores de distancia al mar como los de elevación (tras la transformación) tienen una distribución muy asimétrica. Esto es esperable ya que los datos proceden de ciudades, que aunque suelen concentrarse a baja altitud y cerca del mar, pueden llegar a situarse a gran altitud o muy en el interior de los continentes, generando unas distribuciones con un sesgo positivo muy acusado. Este hecho será importante después para explicar la presencia de valores extremos en los datos de temperatura.

### 3 Limpieza de datos

#### 3.1 Búsqueda de datos perdidos

En primer lugar buscaremos datos perdidos para cada una de las variables que utilizaremos posteriormente:

```
length(which(is.na(datos$AverageTemperature)))
## [1] 364130

length(which(is.na(datos$year)))
```

```

## [1] 0

length(which(is.na(datos$solst)))

## [1] 0

length(which(is.na(datos$AbsLat)))

## [1] 0

length(which(is.na(datos$elev)))

## [1] 0

length(which(is.na(datos$dist)))

## [1] 0

length(which(is.na(datos$year)))

## [1] 0

```

Vemos que solo hay valores perdidos de temperatura,

```

wNA = which(is.na(datos$AverageTemperature))
100*length(wNA) / nrow(datos)

## [1] 4.234458

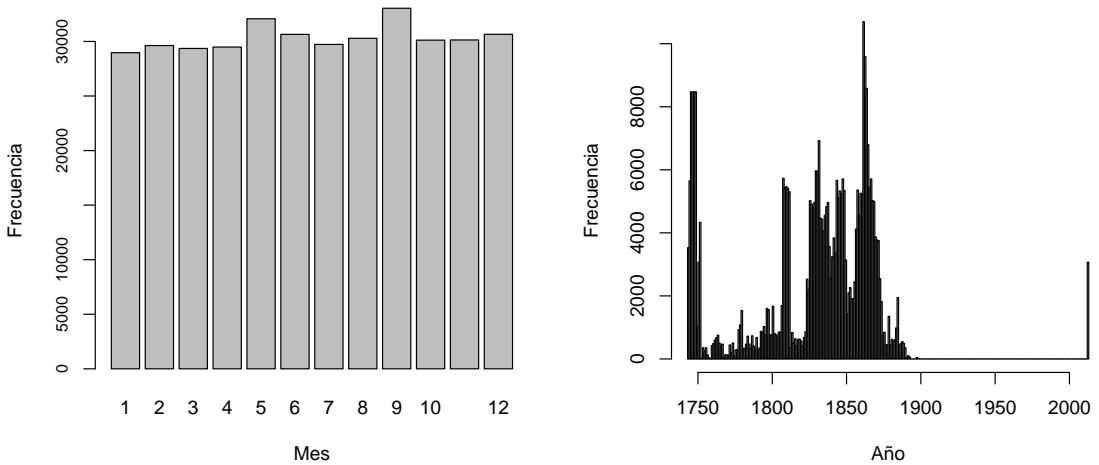
```

en concreto un 4.23 % de datos perdidos. Vamos ahora a tratar de localizar cuando y donde se producen:

```

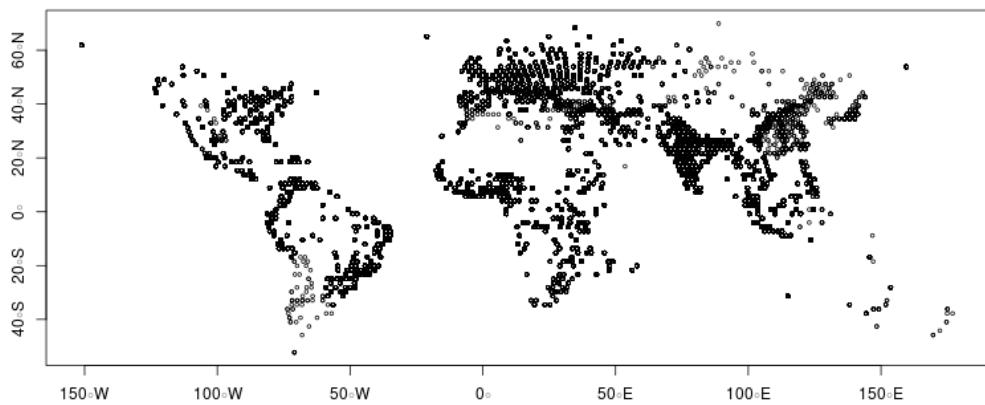
par(mfrow=c(1,2))
barplot(table(datos@data[wNA, "mes"]), xlab="Mes", ylab="Frecuencia",
          cex.axis=0.8)
hist(datos@data[wNA, "year"], breaks=250,
      main="", xlab="Año", ylab="Frecuencia")

```



Los datos perdidos se reparten homogéneamente entre los diferentes meses, pero se concentran antes de 1900 y en el año 2013. Vamos a continuación a analizar su reparto espacial:

```
plot(datos[wNA, ], axes=TRUE, cex=0.5, pch=1)
```



Parece que se distribuyen homogéneamente por todo el mundo.

A tenor de estos resultados, la solución adoptada ha sido eliminar los años anteriores a 1900 y el 2013 y concentrarnos en analizar la evolución de la temperatura en el período 1900-2012:

```

datos2 = datos[which(datos$year>=1900 & datos$year<2013), ]
dim(datos2)

## [1] 4759560      12

```

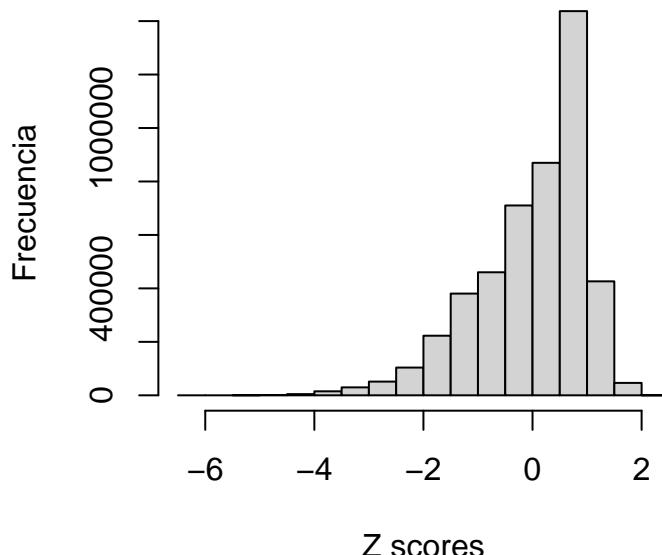
### 3.2 Identificación y tratamiento de valores extremos

En primer lugar vamos a ver un histograma de los z-scores de la temperatura:

```

x = datos2$AverageTemperature
hist((x-mean(x))/sd(x), xlab="Z scores", ylab="Frecuencia", main="")

```



En principio podemos considerar que todo valor con un z-score superior a 3 en valor absoluto puede ser considerado un *outlier*. En este caso no aparecerían en el extremo derecho de la distribución pero si en el extremo izquierdo (z-scores negativos). De todos modos hay que tener en cuenta que la fuerte dependencia de las temperaturas de los meses más fríos de la elevación y de la distancia al mar y la distribución exponencial de estos factores climáticos, que hemos visto anteriormente, explicarían esta distribución. La elevación tiende a disminuir las temperaturas tanto en la estación cálida como en la estación fría, mientras que la distancia al mar (continentalidad) tiende a aumentar las temperaturas en la estación cálida y disminuirlas en la estación fría. Es decir que tenemos dos

factores contribuyendo a disminuir la temperatura en la estación fría, mientras que para la estación cálida hay un factor que la aumenta y otro que la disminuye. Este juego de factores podría explicar la presencia de valores extremos fríos, que serían en todo caso valores legítimos, pero no cálidos.

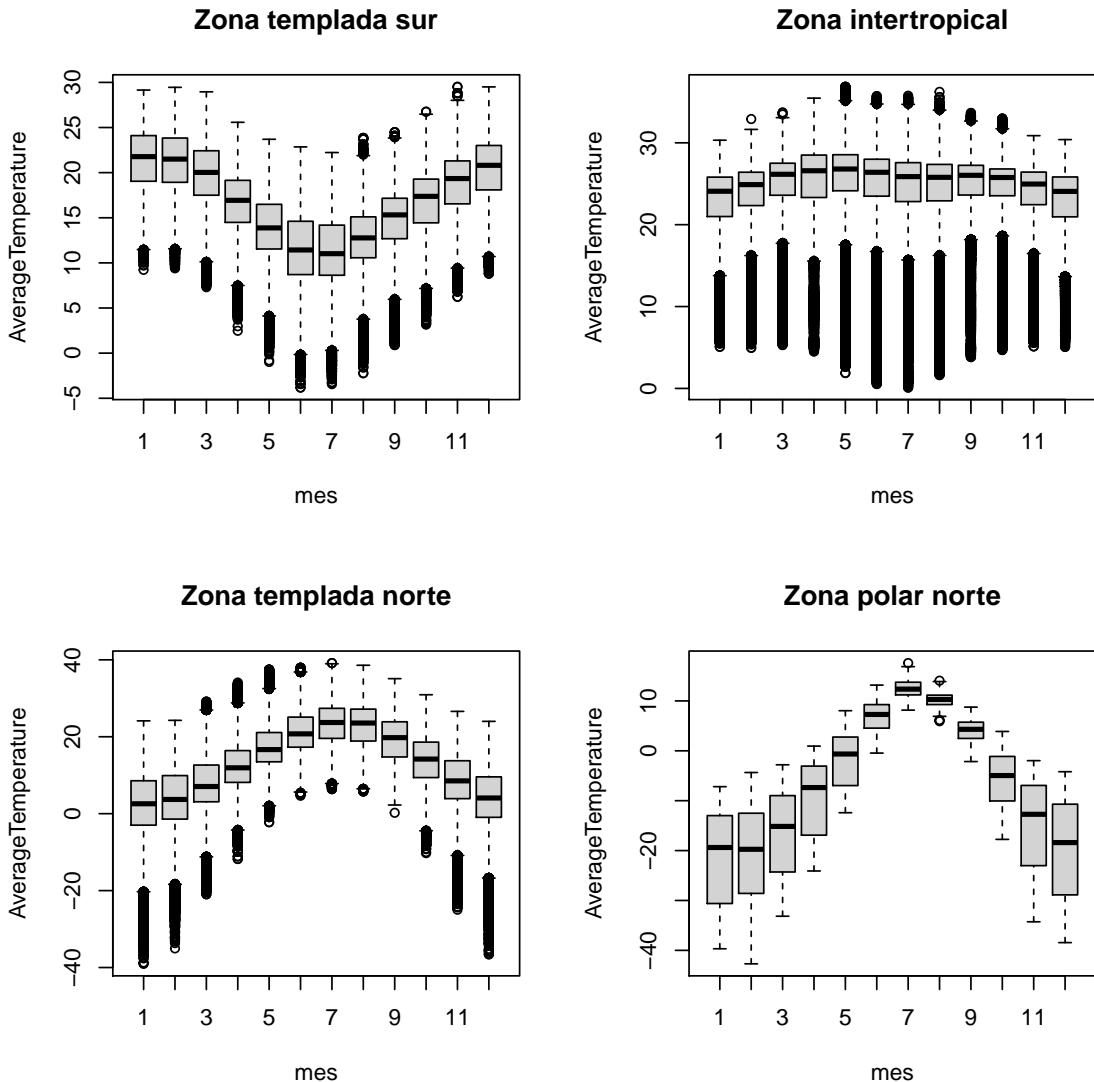
Para tener más elementos de juicio, vamos a analizar la presencia de *outliers* por zona geográfica. Para ello comenzamos definiendo 5 zonas geográficas divididas por los trópicos (latitudes -23.44 y + 23.44) y los círculos polares (latitudes -66.5 y 66.5):

```
datos2$Zona = cut(datos2$Latitude, c(-90,-66.5,-23.44,23.44,66.5,90))
table(datos2$Zona)
```

Zona	Cantidad
(-90, -66.5]	0
(-66.5, -23.4]	227808
(-23.4, 23.4]	1857720
(23.4, 66.5]	2671320
(66.5, 90]	2712

Comprobamos que no hay ciudades más allá del círculo polar antártico, pero si del ártico. A continuación vamos a ver la distribución de valores por zona geográfica y por mes:

```
par(mfrow=c(2, 2))
boxplot(AverageTemperature~mes, datos2[which(as.character(datos2$Zona)=="(-66.5,-23.4]"),],
         main="Zona templada sur")
boxplot(AverageTemperature~mes, datos2[which(as.character(datos2$Zona)=="(-23.4,23.4]"),],
         main="Zona intertropical")
boxplot(AverageTemperature~mes, datos2[which(as.character(datos2$Zona)=="(23.4,66.5]"),],
         main="Zona templada norte")
boxplot(AverageTemperature~mes, datos2[which(as.character(datos2$Zona)=="(66.5,90]"),],
         main="Zona polar norte")
```



Aparecen grupos importantes de valores extremos inferiores en 3 de las zonas, pero se trata de grupos homogéneos situados justo a continuación de los whiskers, sin presencia de valores aislados que puedan identificarse como valores anómalos. El hecho de que no aparezcan en la zona polar norte (donde el efecto de la distancia al mar y la elevación es mínimo) parece reforzar nuestra hipótesis de que los extremos inferiores se deben a estos factores. También observamos que la presencia de extremos fríos aumenta en la estación fría, cuando ambos factores contribuyen a disminuirla.

Vamos a analizar ahora *outliers* por década y por zona geográfica, para ello creamos primero una nueva variable denominada década. En este caso resulta interesante añadir una línea punteada a cada gráfico marcando la media de cada una de las zonas:

```

datos2$decada = as.numeric(cut(datos2$year, seq(1899,2020,10) ))

par(mfrow=c(2,2))

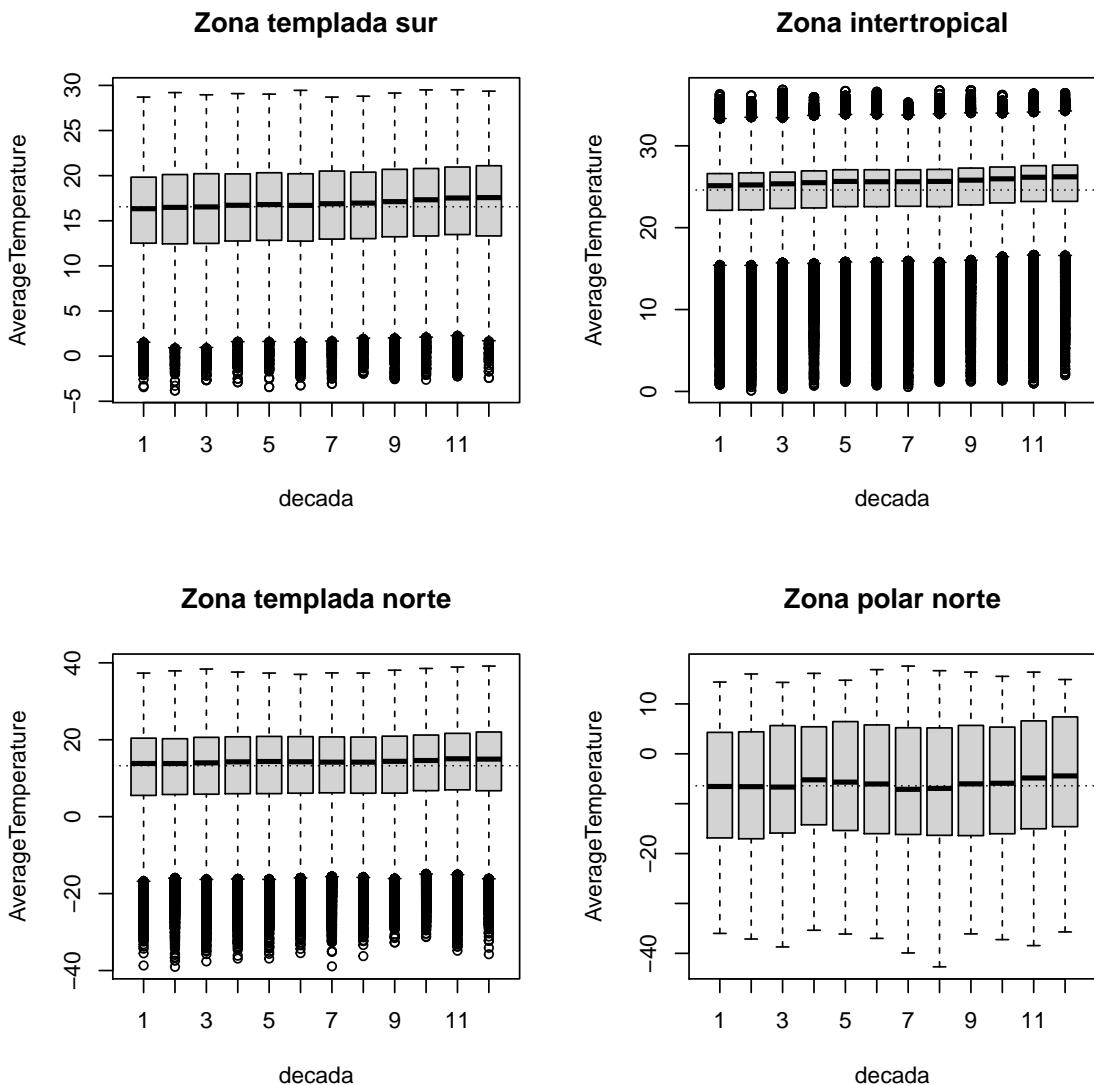
boxplot(AverageTemperature~decada,
        datos2[which(datos2$Zona=="(-66.5,-23.4]"),],
        main="Zona templada sur")
abline(h=mean(datos2@data[which(datos2$Zona=="(-66.5,-23.4]"),2]), lty=3)

boxplot(AverageTemperature~decada,
        datos2[which(datos2$Zona=="(-23.4,23.4]"),],
        main="Zona intertropical")
abline(h=mean(datos2@data[which(datos2$Zona=="(-23.4,23.4]"),2]), lty=3)

boxplot(AverageTemperature~decada,
        datos2[which(datos2$Zona=="(23.4,66.5]"),],
        main="Zona templada norte")
abline(h=mean(datos2@data[which(datos2$Zona=="(23.4,66.5]"),2]), lty=3)

boxplot(AverageTemperature~decada,
        datos2[which(datos2$Zona=="(66.5,90]"),],
        main="Zona polar norte")
abline(h=mean(datos2@data[which(datos2$Zona=="(66.5,90]"),2]), lty=3)

```



Los resultados son similares, no aparecen *outliers* en la zona polar norte y los *outliers* en las demás aparecen agrregados (sin valores aislados sospechosos) por efecto de la distribución estadística de las elevaciones y las distancias a la costa de las ciudades. Lo que sí se observa es un incremento en las temperaturas con el paso del tiempo.

## 4 Análisis de datos

### 4.1 Normalidad y homogeneidad de la varianza

#### 4.1.1 Normalidad

Ya hemos visto que la distribución de temperaturas está muy lejos de ser normal. A pesar de ello vamos a utilizar el test de Shapiro-Wilk para evaluar la normalidad:

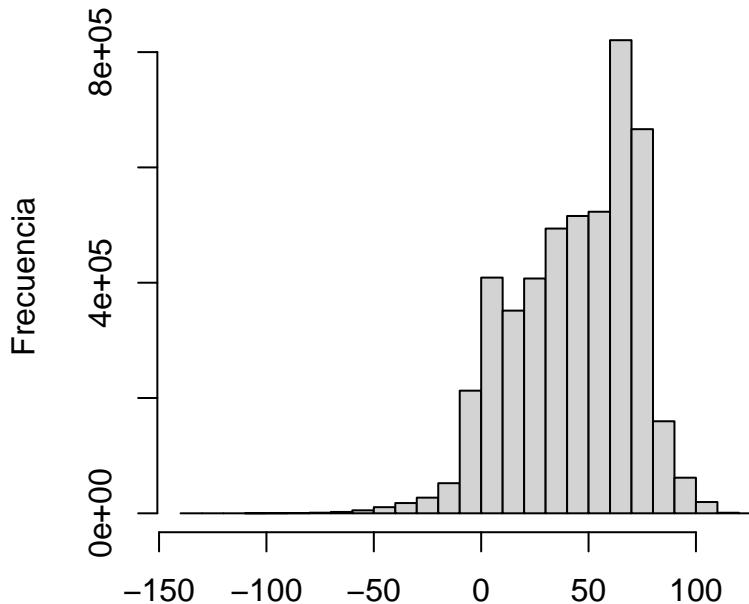
```
shapiro.test(datos2$AverageTemperature[sample(1:nrow(datos2), 5000)])  
  
##  
## Shapiro-Wilk normality test  
##  
## data: datos2$AverageTemperature[sample(1:nrow(datos2), 5000)]  
## W = 0.92072, p-value < 2.2e-16
```

Tal como se esperaba, el p-valor es muy bajo y se debe descartar la hipótesis nula de que estos datos provengan de una distribución normal. Por tanto vamos a tratar de utilizar la transformación Box-Cox optimizando el parámetro  $\lambda$ :

```
lambda=BoxCoxLambda(datos2$AverageTemperature)  
  
## Warning in optimize(guer.cv, c(lower, upper), x = x, nonseasonal.length = nonseasonal.length):  
NA/Inf replaced by maximum positive value  
  
lambda  
  
## [1] 1.402156  
  
datos2$AT.bc = BoxCox(datos2$AverageTemperature, lambda=lambda)
```

Vamos ahora a ver el histograma de la variable resultante y el resultado de aplicar sobre ella el test de Shapiro-Wilk:

```
14 = round(lambda, 4)  
x12 = paste0("Transformación Box-Cox de la temperatura (lambda=", 14, ")")  
hist(datos2$AT.bc, main="", xlab=x12, ylab="Frecuencia")
```



```
shapiro.test(datos2$AT.bc[sample(1:nrow(datos2), 5000)])
```

```
##
```

```
## Shapiro-Wilk normality test
```

```
##
```

```
## data: datos2$AT.bc[sample(1:nrow(datos2), 5000)]
```

```
## W = 0.96602, p-value < 2.2e-16
```

Aunque la distribución es algo menos asimétrica, sigue estando lejos de ser normal.

#### 4.1.2 Homogeneidad de la varianza (homocedasticidad)

Los gráficos de caja que hemos visto antes muestran también diferencias en la varianza entre los distintos meses y zonas, vamos de todos modos a evaluarlo con el test de Levene tanto para los valores como para los transformados:

```
car::leveneTest(AverageTemperature~as.factor(mes), datos2)
```

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
```

```

##           Df F value    Pr(>F)
## group      11 103503 < 2.2e-16 ***
##             4759548
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

car::leveneTest(AverageTemperature~Zona, datos2)

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value    Pr(>F)
## group      3 419096 < 2.2e-16 ***
##             4759556
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

car::leveneTest(AverageTemperature~as.factor(decada), datos2)

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value    Pr(>F)
## group      11 33.458 < 2.2e-16 ***
##             4759548
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

car::leveneTest(AT.bc~as.factor(mes), datos2)

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value    Pr(>F)
## group      11 61300 < 2.2e-16 ***
##             4759548
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

car::leveneTest(AT.bc~Zona, datos2)

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value    Pr(>F)
## group      3 299195 < 2.2e-16 ***
##             4759556
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

car::leveneTest(AT.bc~as.factor(decada), datos2)

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value    Pr(>F)
## group      11 30.067 < 2.2e-16 ***
##             4759548
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

En todos los casos se observan diferencias significativas en las varianza.

## 4.2 Análisis de varianza no paramétrico

Debido a que los datos no cumplen las condiciones para utilizar un análisis de la varianza paramétrico, utilizaremos el test de Kruskal-Wallis:

```
kruskal.test(AverageTemperature~Zona, datos2)

##
##  Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: AverageTemperature by Zona
## Kruskal-Wallis chi-squared = 1636619, df = 3, p-value < 2.2e-16

kruskal.test(AverageTemperature~as.factor(mes), datos2)

##
##  Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: AverageTemperature by as.factor(mes)
## Kruskal-Wallis chi-squared = 745033, df = 11, p-value < 2.2e-16

kruskal.test(AverageTemperature~decada, datos2)

##
##  Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: AverageTemperature by decada
## Kruskal-Wallis chi-squared = 8061.2, df = 11, p-value < 2.2e-16
```

que resulta ser significativo en todos los casos, es decir las diferencias observadas entre zonas, meses y décadas son significativas en al menos uno de los valores de estas variables. El resultado era esperable en los dos primeros casos, pero no tanto en el caso de las décadas. A continuación utilizaremos el test de Wilcoxon para comparar las medias en décadas consecutivas y comprobar si los incrementos son constantes en el tiempo o no:

```
for (p in 1:11) {
  decadas = levels(as.factor(datos2$decada)) [c(p,p+1)]
  subset = datos2[which(datos2$decada %in% decadas),]
  wt = wilcox.test(AverageTemperature~decada, subset)
  cat(p, "-", p+1, wt$p.value, "\n")
}

## 1 - 2 0.005331193
## 2 - 3 8.891158e-25
## 3 - 4 5.898936e-15
## 4 - 5 9.910155e-12
## 5 - 6 0.3830265
## 6 - 7 0.8632119
## 7 - 8 0.7721065
## 8 - 9 3.312816e-22
## 9 - 10 2.70437e-37
## 10 - 11 3.101853e-57
## 11 - 12 0.0008805667
```

Los resultados muestran diferencias significativas en las primeras décadas (desde 1900-09 a 1940-49) y en las últimas (desde 1980-89 hasta 2000-12) mientras que en las décadas intermedias no parece haber diferencias significativas.

### 4.3 Modelo lineal global

A pesar de que los datos no son apropiados para utilizar una regresión lineal, vamos a intentarlo y a comparar los resultados con los que obtendremos mediante validación cruzada que, al ser un método más empírico de evaluación de la exactitud, no sufre los condicionamientos de los estadísticos que se calculan directamente a partir de los resultados de la regresión lineal:

```
datos2@data[1:10, c("mes", "solst")]

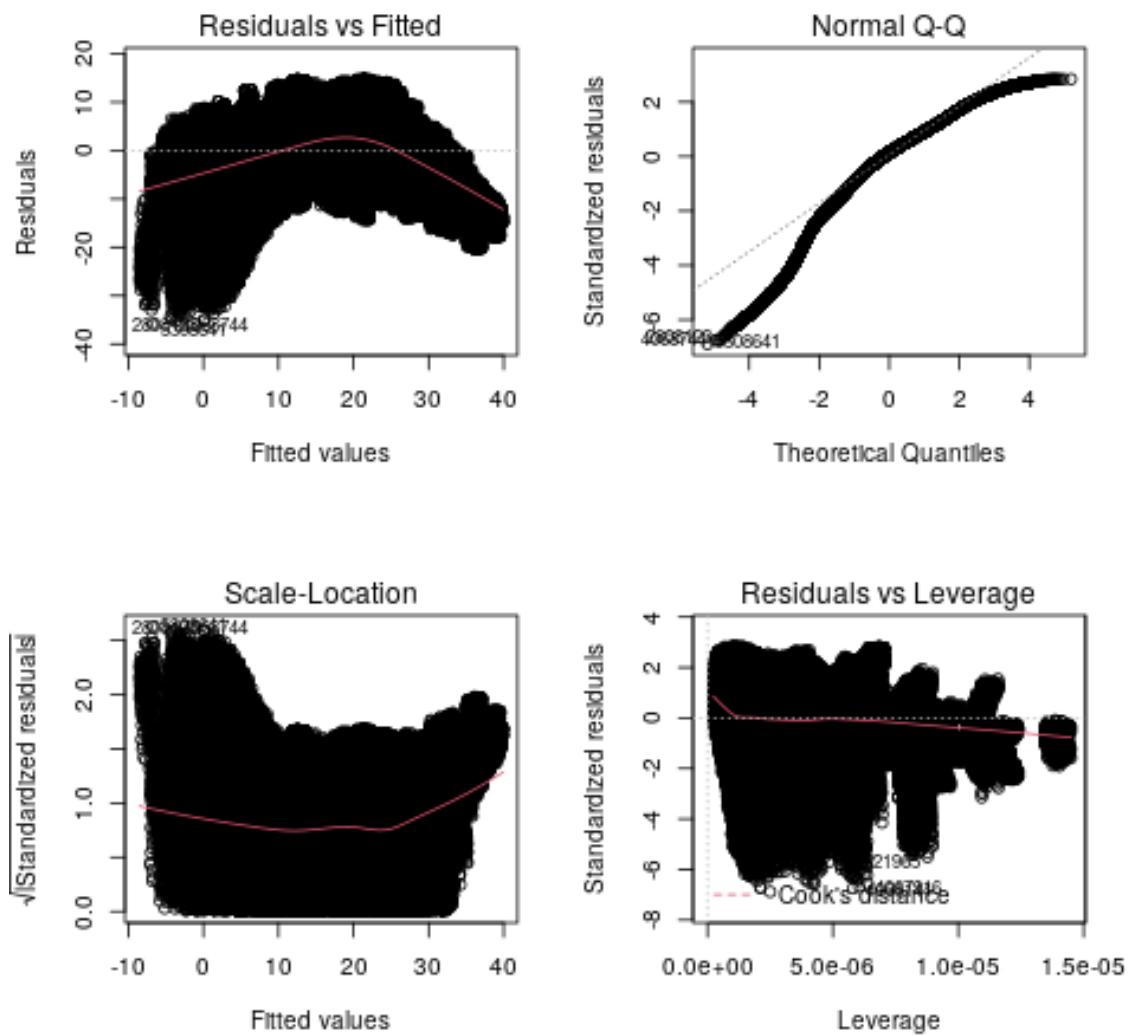
##      mes      solst
## 1875   1 -1.000000e+00
## 1876   2 -8.660254e-01
## 1877   3 -5.000000e-01
## 1878   4 -6.123234e-17
## 1879   5  5.000000e-01
## 1880   6  8.660254e-01
## 1881   7  1.000000e+00
## 1882   8  8.660254e-01
## 1883   9  5.000000e-01
## 1884  10  1.836970e-16

mod1 = lm(AverageTemperature~year+solst+AbsLat+Longitude+elev+dist, datos2)
summary(mod1)

##
## Call:
## lm(formula = AverageTemperature ~ year + solst + AbsLat + Longitude +
##     elev + dist, data = datos2)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max 
## -35.924 -2.799  0.726  3.464 14.802 
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) 1.305e+01 1.435e-01  90.96 <2e-16 ***
## year        9.933e-03 7.331e-05 135.50 <2e-16 ***
## solst       7.029e+00 3.382e-03 2078.52 <2e-16 ***
## AbsLat      -4.565e-01 1.632e-04 -2797.63 <2e-16 ***
## Longitude   -2.561e-03 3.284e-05  -77.98 <2e-16 ***
## elev        -3.059e-03 4.171e-06  -733.39 <2e-16 ***
## dist        -1.312e-07 7.419e-09  -17.68 <2e-16 ***
## ---        
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 5.217 on 4759553 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7296, Adjusted R-squared:  0.7296 
## F-statistic: 2.14e+06 on 6 and 4759553 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Todas las variables son altamente significativas y los coeficientes son los esperables. El error estándar es de 5.22 grados, que dado el rango de valores de temperatura es aceptablemente bajo, y  $r^2 = 0.73$ , lo que significa que el modelo explicaría un 73 % de la variabilidad de la temperatura. Vamos ahora a ver los gráficos de diagnóstico de la regresión:

```
par(mfrow=c(2,2))
plot(mod1)
```



El gráfico superior izquierdo muestra los residuos contra los valores predichos, la forma de la nube de puntos revela que la relación es realmente no lineal, con lo que se viola otro de los supuestos de la regresión lineal. Además la variabilidad de los residuos es mayor para valores estimados altos que

para valores bajos. Lo que indica de nuevo falta de homogeneidad de la varianza. El gráfico superior derecho es un QQ-plot que muestra la falta de normalidad de los residuos, previsible viendo la falta de normalidad de la variable original. El gráfico inferior derecho muestra la ausencia de valores influyentes en la regresión (no aparece ninguna isolínea de distancias de Cook) lo que indica que los posibles outliers encontrados, y que pensamos que son valores legítimos, no influyen en la regresión.

Estos resultados indican que los estadísticos obtenidos anteriormente no son excesivamente fiables. Vamos ahora a obtener algunos de esos estadísticos mediante validación cruzada haciendo 10 folds-CV. El dataset se divide en 10 subgrupos asignando cada caso a un subgrupo de forma aleatoria; posteriormente cada subgrupo es predicho mediante un modelo calibrado con todos los demás:

```
kf = sample(1:nrow(datos2), nrow(datos2))
cortes = round(seq(1,nrow(datos2), length=11))
pred = rep(NA, nrow(datos2))
for (f in 1:10) {
  wval = kf[cortes[f]:cortes[f+1]]
  mod = lm(AverageTemperature~year+solst+AbsLat+Longitude+elev+dist,
            datos2[-wval,])
  pred[wval] = predict(mod,datos2[wval,])
}
```

La aleatorización es importante, ya que la estructura del fichero podría agrupar datos de las mismas zonas con lo que la distribución estadística de las diferentes variables no sería la misma en los diferentes subgrupos.

Con este procedimiento hemos ido rellenando un vector de valores estimados que utilizaremos ahora para estimar la exactitud utilizando  $r^2$ , la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE) y el sesgo (media de los errores):

```
cor(pred, datos2$AverageTemperature)^2

## [1] 0.7295915

sqrt(mean((pred-datos2$AverageTemperature)^2))

## [1] 5.217007

mean(pred-datos2$AverageTemperature)

## [1] -9.478412e-08
```

Los resultados son sorprendentemente similares para  $r^2$  y RMSE, sobre todo teniendo en cuenta que las estimaciones obtenidas directamente del modelo de regresión no son fiables y que en validación lo normal es obtener estimaciones más pesimistas de la exactitud que en calibración. Por otro lado el sesgo es absolutamente despreciable.

Podemos apuntar la hipótesis de que, debido al elevado número de datos, los contrastes de normalidad o de homogeneidad de la varianza van a resultar significativos aún con desviaciones mínimas

respecto a la normalidad o la homogeneidad. El modelo de regresión lineal sería entonces suficientemente robusto frente a estas desviaciones mínimas.

## 4.4 Modelos predictivos y validación cruzada con datos de Europa

A continuación nos centraremos en datos de Europa para comparar un modelo predictivo hecho con regresión lineal con otro hecho con Random Forest utilizando en ambos casos validación cruzada siguiendo los mismos criterios que en el caso anterior. La razón de limitarnos a Europa es que Random Forest es un modelo mucho más exigente en recursos informáticos y resultó imposible utilizarlo con todos los datos.

### 4.4.1 Modelo lineal

En primer lugar creamos un nuevo dataset que contenga solo los datos de Europa:

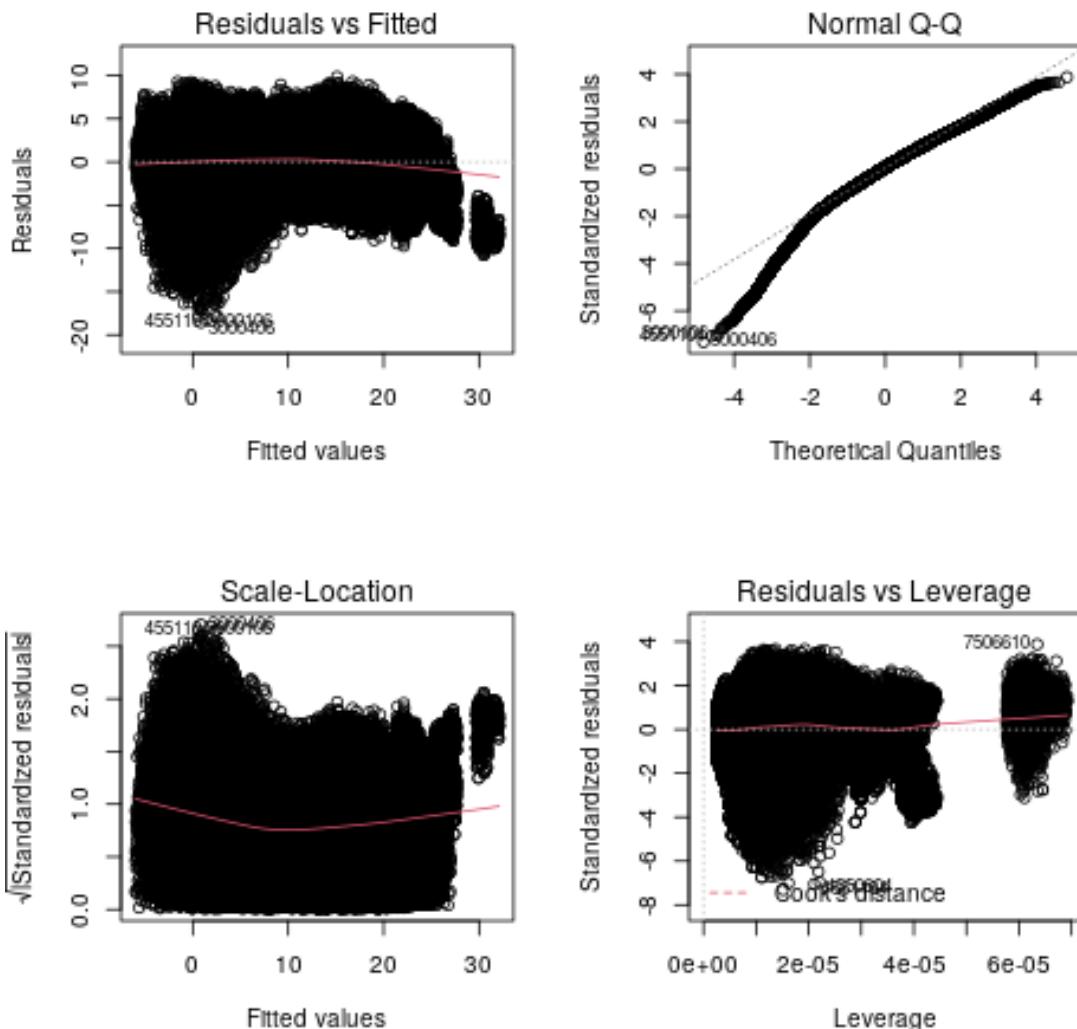
```
Europa = c("Spain", "Portugal", "France", "Italy", "Germany", "United Kingdom",
         "Ukraine", "Sweden", "Switzerland", "Serbia", "Romania", "Poland",
         "Norway", "Netherlands", "Montenegro", "Moldova", "Macedonia",
         "Latvia", "Ireland", "Hungary", "Iceland", "Greece", "Georgia",
         "Estonia", "Czech Republic", "Denmark", "Cyprus", "Croatia",
         "Bulgaria", "Bosnia And Herzegovina", "Belarus", "Belgium",
         "Austria", "Albania")
datosE = datos2[which(datos2$Country %in% Europa), ]
```

A continuación obtenemos el modelo lineal y obtenemos los estadísticos y gráficos de diagnóstico:

```
mod1E = lm(AverageTemperature~year+solst+AbsLat+Longitude+elev+dist, datosE)
summary(mod1E)

##
## Call:
## lm(formula = AverageTemperature ~ year + solst + AbsLat + Longitude +
##     elev + dist, data = datosE)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max 
## -18.545  -1.563   0.157   1.733   9.833 
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) 1.531e+01 1.885e-01   81.23 <2e-16 ***
## year        1.052e-02 9.509e-05   110.66 <2e-16 ***
## solst       8.836e+00 4.387e-03  2014.22 <2e-16 ***
## AbsLat      -4.958e-01 6.197e-04  -800.07 <2e-16 ***
## Longitude   -4.664e-02 3.096e-04  -150.65 <2e-16 ***
## elev        -2.930e-03 1.035e-05  -283.17 <2e-16 ***
## dist        -3.920e-06 2.390e-08  -164.01 <2e-16 ***
## ---        
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 2.536 on 668501 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8797, Adjusted R-squared:  0.8797 
## F-statistic: 8.146e+05 on 6 and 668501 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
par(mfrow=c(2, 2))
plot(mod1E)
```



Los resultados son bastante mejores a los obtenidos globalmente. El error típico baja a 2.54 y  $r^2$  sube a 0.88, todos los predictores son significativos. Por otro lado se observa una menor no linealidad y que los valores máximos se ajustan ahora mucho mejor a la normalidad (no así los mínimos) . Pasamos a hacer validación cruzada:

```
options(width=100)
kf = sample(1:nrow(datosE), nrow(datosE))
cortes = round(seq(1,nrow(datosE), length=11))
pred = rep(NA, nrow(datosE))
```

```

for (f in 1:10) {
  wval = kf[cortes[f]:cortes[f+1]]
  mod = lm(AverageTemperature~year+solst+AbsLat+Longitude+elev+dist,
            datosE[-wval,])
  pred[wval] = predict(mod, datosE[wval,])
}

```

y a evaluar los tres estadísticos de exactitud:

```

cor(pred, datosE$AverageTemperature)^2

## [1] 0.8796794

sqrt(mean((pred-datosE$AverageTemperature)^2))

## [1] 2.536108

mean(pred-datosE$AverageTemperature)

## [1] -5.345639e-06

```

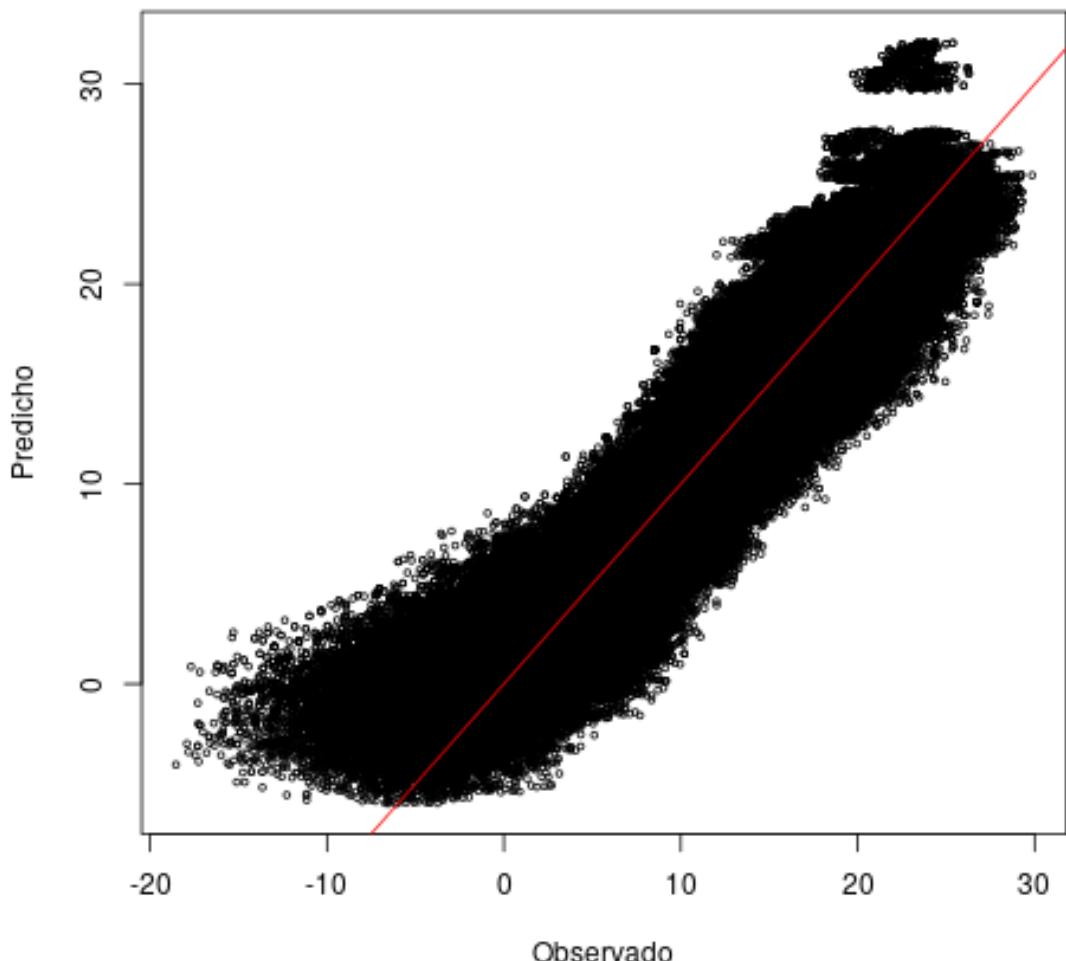
De nuevo apenas hay diferencia con los valores obtenidos en calibración. Vamos ahora a representar los valores observados contra los estimados:

```

plot(datosE$AverageTemperature, pred, cex=0.5,
      xlab="Observado", ylab="Predicho")
abline(0,1,col="red")

## pdf
## 2

```



Se observa una cierta no linealidad en el gráfico que refleja la que hemos visto anteriormente al analizar los gráficos de diagnóstico. Por otro lado se comprueba como la regresión lineal en realidad predice la media de  $Y$  para cada grupo de valores de  $X_i$  lo que conlleva una cierta dificultad para predecir los máximos y los mínimos de la variable. En este caso se ve especialmente bien con los mínimos ya que los valores observados llegan a -20 y los esperados no llegan a -10. La causa es que son estos valores mínimos los principales responsables de la no normalidad de la variable y por tanto aquellos para los que habrá más diferencia entre valores observados y esperados.

#### 4.4.2 Random Forest

Random Forest es un ensemble de árboles de decisión (500 en la implementación utilizada) que puede aplicarse tanto en regresión como en clasificación. Cada árbol se entrena con un subconjunto obtenido mediante bootstrapping de los datos de entrenamiento. En cada nodo de cada árbol se busca la variable y umbral que maximizan la homogeneidad de las particiones resultantes (minimizando la varianza), pero esta variable se selecciona de entre un subconjunto aleatorio de variables (la raíz cuadrada del número de variables en la implementación utilizada). Una vez que todos los árboles se han entrenado, pueden utilizarse para predecir nuevos casos. La estimación final se hará agregando (por mayoría en clasificación y calculando la media en regresión) los resultados de los árboles individuales.

Vamos a evaluar este modelo mediante validación cruzada utilizando el mismo esquema que en el caso anterior:

```
predRF = rep(NA, nrow(datosE))
for (f in 1:10) {
  cat(f,10,"\\n")
  wval = kf[cortes[f]:cortes[f+1]]
  mod = randomForest(AverageTemperature~year+solst+AbsLat+Longitude+elev+dist,
                      datosE[-wval,])
  predRF[wval] = predict(mod,datosE[wval,])
  rm(mod);gc()
}
```

Vamos ahora a ver los resultados de los estadísticos de exactitud:

```
cor(predRF, datosE$AverageTemperature)^2

## [1] 0.8667122

sqrt(mean((predRF-datosE$AverageTemperature)^2))

## [1] 2.675371

mean(predRF-datosE$AverageTemperature)

## [1] -0.001209849
```

El bias es algo mayor que en regresión lineal, pero sigue estando muy por debajo de la precisión con la que se mide la variable. Por otro lado,  $r^2$  y RMSE son muy similares al caso anterior. Podemos afirmar que este modelo explica el 86.67 % de la variabilidad de la temperatura y el error medio cometido es de 2.67 grados en valor absoluto.

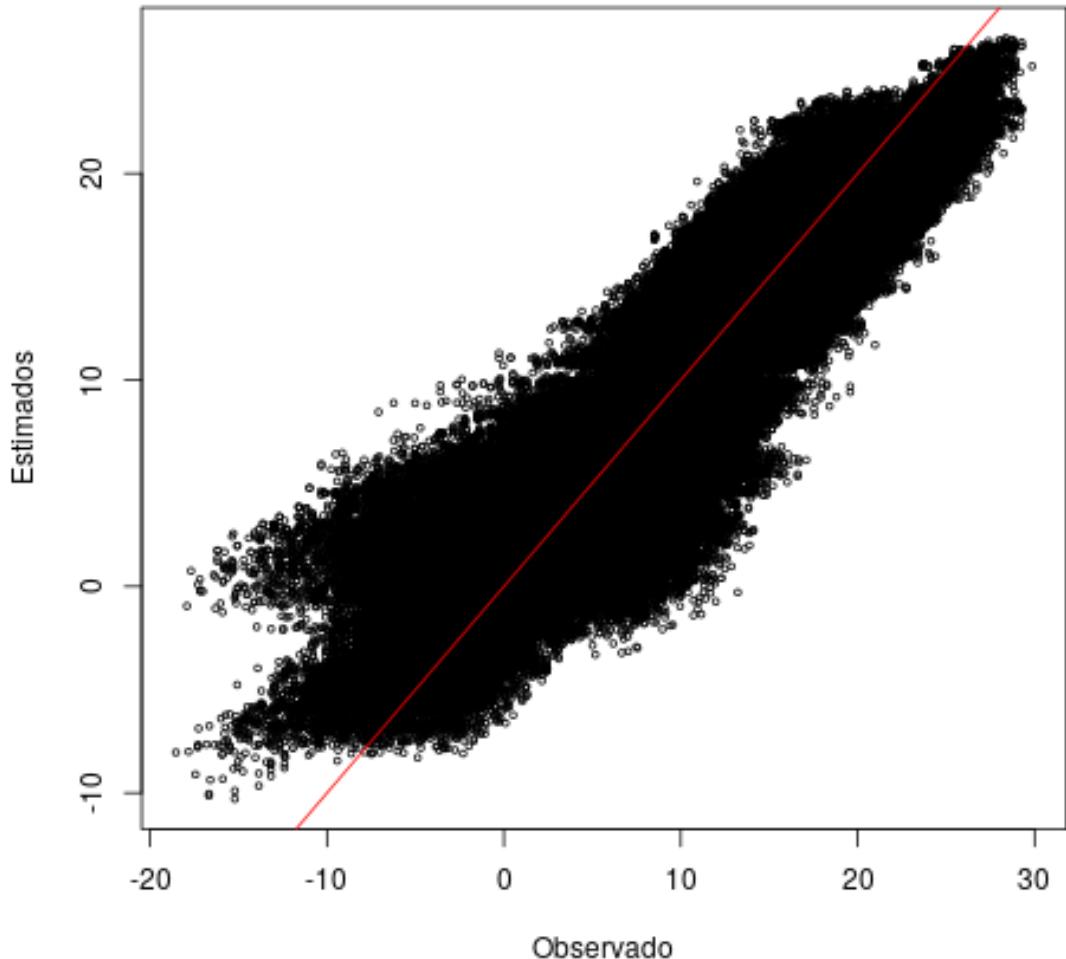
A continuación veremos el gráfico de valores estimados contra observados:

```

plot(datosE$AverageTemperature, pred, cex=0.5,
      xlab="Observado", ylab="Estimados")
abline(0,1,col="red")

## pdf
## 2

```



Aunque random forest también comprime algo el rango de variabilidad, el efecto no es tan importante como en el caso de la regresión lineal. En este caso se alcanzan predicciones de hasta -10 °C. La relación entre valores observados y estimados es lineal, aunque con algunos "salientes" en la nube de puntos. Esto se debe a que Random Forest divide el espacio de variables en regiones con

forma de "hiperparalelepípedo" que pueden dar lugar al mismo sesgo para todos los casos situados en la misma región y que acaban provocando "saltos" en la estimación de la variable.

Resulta interesante resaltar que en las primeras pruebas (utilizando un cálculo de *solst* que situaba el máximo en junio y el mínimo en diciembre) los resultados de la regresión lineal eran considerablemente peores y los de random forest muy similares. Creemos que la causa es que random Forest podía adaptarse perfectamente a la no linealidad que suponía un adelanto de 1 mes en los extremos, no así el modelo de regresión lineal.

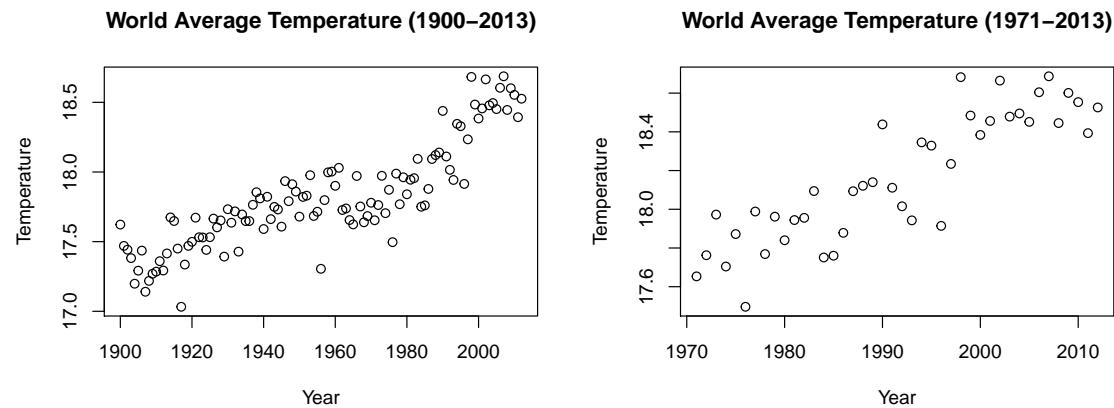
## 4.5 Tendencias globales

Vamos ahora a intentar predecir la temperatura global media en función del año, así que promediamos todos los datos que tenemos:

```
years <- unique(datos2$year)
temperatures <- years
for (i in 1:length(years)) {
  temperatures[i] <- mean(datos2[datos2$year == years[i], ]$AverageTemperature)
}
data <- data.frame(years,temperatures)
```

Como vamos a ver, parece haber una diferencia entre los años anteriores y posteriores a 1970, así que crearemos un modelo para todos los datos, y otro modelo para los años hasta y desde 1970.

```
par(mfrow=c(1,2))
plot(years,temperatures,
     main = "World Average Temperature (1900–2013)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
plot(data[data$years > 1970,]$years,data[data$years > 1970,]$temperatures,
      main = "World Average Temperature (1971–2013)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
```



```

model <- lm(temperatures ~years, data = data)
summary(model)

##
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.52405 -0.12422  0.02444  0.14653  0.44366
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -1.607778  1.075936 -1.494   0.138
## years        0.009933  0.000550 18.061  <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.1907 on 111 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7461, Adjusted R-squared:  0.7438
## F-statistic: 326.2 on 1 and 111 DF,  p-value: < 2.2e-16

modell <- lm(temperatures ~years, data = data[data$years < 1971,])
summary(modell)

##
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data[data$years < 1971,
##       ])
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.47542 -0.09818  0.01230  0.11641  0.27629
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 2.6126861 1.7617788 1.483   0.143
## years        0.0077545  0.0009104 8.517 2.26e-12 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.1572 on 69 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5125, Adjusted R-squared:  0.5055
## F-statistic: 72.55 on 1 and 69 DF,  p-value: 2.263e-12

model2 <- lm(temperatures ~years, data = data[data$years > 1970,])
summary(model2)

##
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data[data$years > 1970,
##       ])
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.35774 -0.07655  0.02416  0.09107  0.36365

```

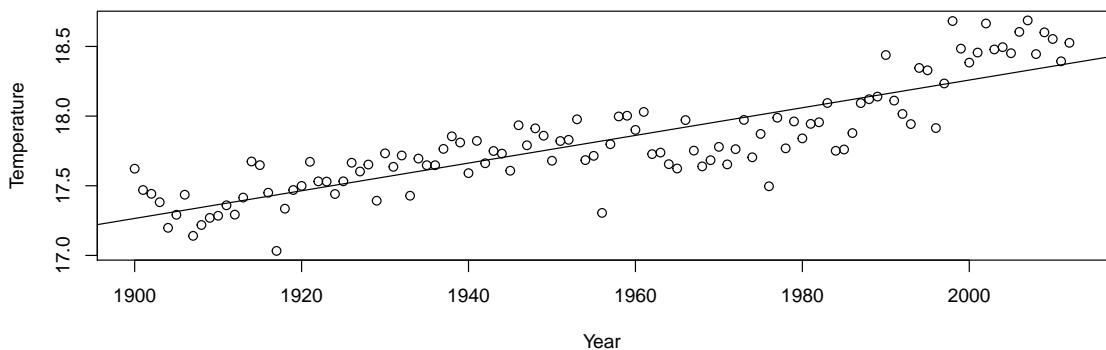
```

## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -28.495887   4.130656 -6.899 2.60e-08 ***
## years        0.023431   0.002074 11.297 5.12e-14 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.1629 on 40 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7614, Adjusted R-squared:  0.7554
## F-statistic: 127.6 on 1 and 40 DF,  p-value: 5.117e-14

plot(years,temperatures,
      main = "World Average Temperature (1900-2013)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
abline(model)

```

**World Average Temperature (1900–2013)**

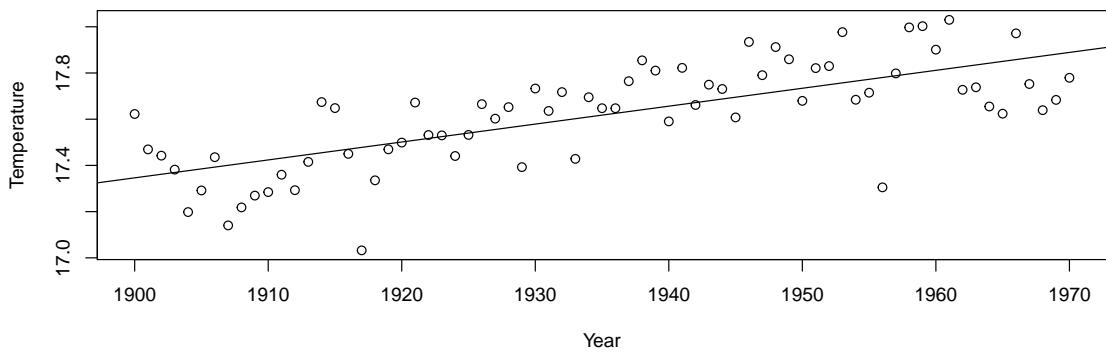


```

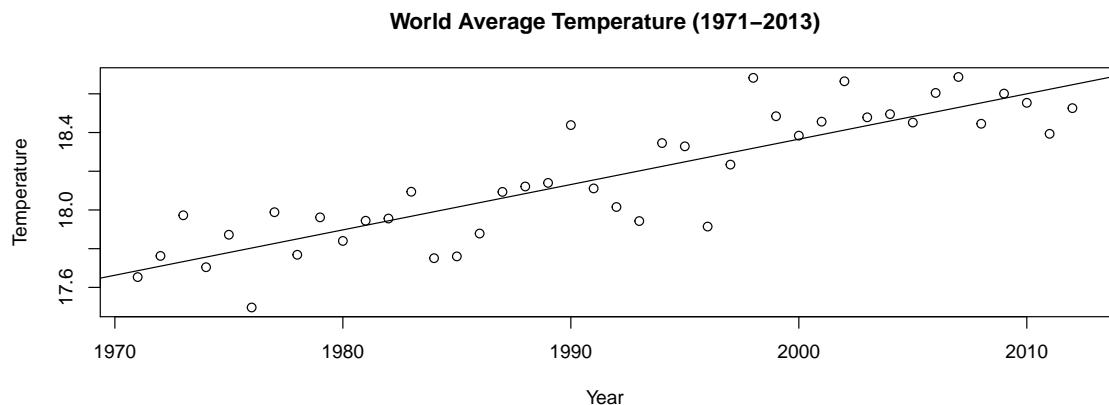
plot(data[data$years < 1971,]$years,data[data$years < 1971,]$temperatures,
      main = "World Average Temperature (1900-1970)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
abline(modell)

```

**World Average Temperature (1900–1970)**



```
plot(data[data$years > 1970, ]$years, data[data$years > 1970, ]$temperatures,
      main = "World Average Temperature (1971-2013)", xlab = "Year", ylab = "Temperature")
abline(model2)
```



Como podemos ver, según el modelo de los datos ( $R^2$  de 0.7554), desde 1971 la temperatura esta subiendo a razón de  $0.023^\circ$  al año.

Vamos a intentar calcular el mismo modelo, pero solo para la ciudad y el país para los que tenemos más datos:

```
tail(names(sort(table(datos2$City))), 1)

## [1] "Worcester"

tail(names(sort(table(datos2$Country))), 1)

## [1] "India"
```

En primer lugar hacemos los cálculos para la ciudad de Worcester:

```
datos3 <- datos2[datos2$City == "Worcester",]

years <- unique(datos3$year)
temperatures <- years
for (i in 1:length(years)) {
  temperatures[i] <- mean(datos3[datos3$year == years[i], ]$AverageTemperature)
}

data <- data.frame(years, temperatures)

model <- lm(temperatures ~years, data = data)
summary(model)
```

```

## 
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data)
## 
## Residuals:
##       Min     1Q   Median     3Q    Max 
## -0.81479 -0.24041  0.00706  0.18189  0.97949 
## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) -8.8581892  1.9071705 -4.645 9.41e-06 ***
## years        0.0102159  0.0009749 10.479 < 2e-16 ***
## ---      
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 
## 
## Residual standard error: 0.338 on 111 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4973, Adjusted R-squared:  0.4928 
## F-statistic: 109.8 on 1 and 111 DF,  p-value: < 2.2e-16 

model1 <- lm(temperatures ~ years, data = data[data$years < 1971,])
summary(model1)

## 
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data[data$years < 1971,
##       ])
## 
## Residuals:
##       Min     1Q   Median     3Q    Max 
## -0.86044 -0.21064 -0.01316  0.16739  1.00721 
## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) -4.417485  3.837803 -1.151  0.25369    
## years        0.007923  0.001983  3.995  0.00016 ***  
## ---      
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 
## 
## Residual standard error: 0.3425 on 69 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1879, Adjusted R-squared:  0.1761 
## F-statistic: 15.96 on 1 and 69 DF,  p-value: 0.0001596 

model2 <- lm(temperatures ~ years, data = data[data$years > 1970,])
summary(model2)

## 
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data[data$years > 1970,
##       ])
## 
## Residuals:
##       Min     1Q   Median     3Q    Max 
## -0.67209 -0.18835 -0.03188  0.13150  0.68901 
## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) -36.60034   7.20890  -5.077 9.26e-06 ***

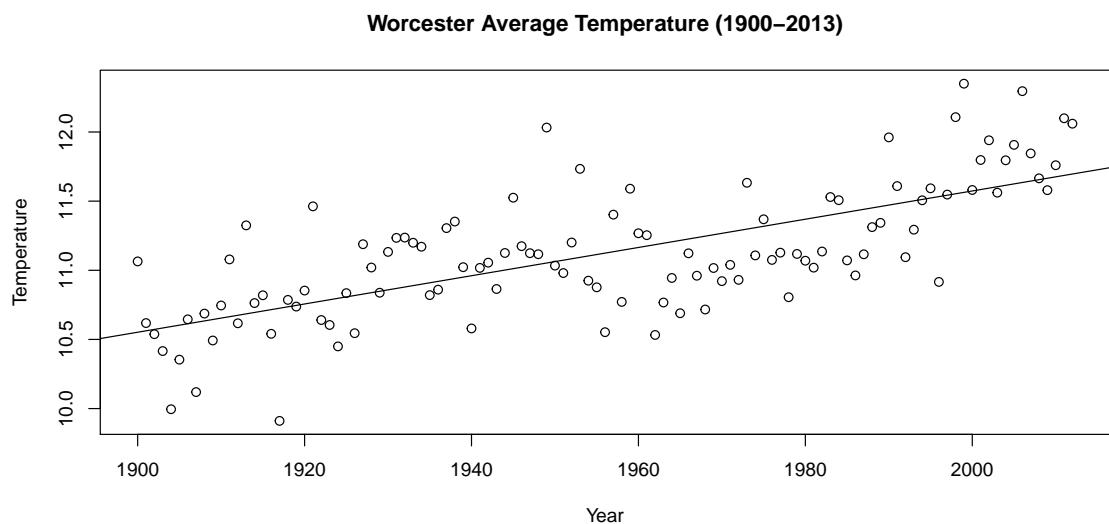
```

```

## years      0.02414    0.00362    6.670 5.42e-08 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.2843 on 40 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5265, Adjusted R-squared:  0.5147
## F-statistic: 44.48 on 1 and 40 DF,  p-value: 5.424e-08

plot(years,temperatures,
      main = "Worcester Average Temperature (1900-2013)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
abline(model)

```

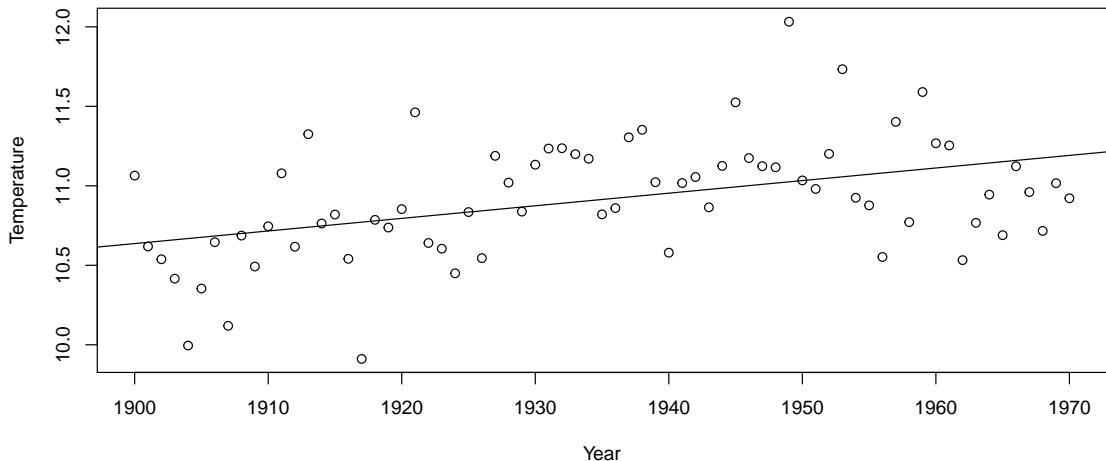


```

plot(data[data$years < 1971,$years,data[data$years < 1971,$temperatures,
main = "Worcester Temperature (1900-1970)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
abline(modell)

```

### Worcester Temperature (1900–1970)



```
plot(data[data$years > 1970,]$years, data[data$years > 1970,]$temperatures,
      main = "Worcester Temperature (1971–2013)", xlab = "Year", ylab = "Temperature")
abline(model2)
```

### Worcester Temperature (1971–2013)



A continuación para India:

```
datos4 <- datos2[datos2$Country == "India",]

years <- unique(datos4$year)
temperatures <- years
for (i in 1:length(years)){
  temperatures[i] <- mean(datos4[datos4$year == years[i], ]$AverageTemperature)
```

```

}

data <- data.frame(years,temperatures)

model <- lm(temperatures ~years, data = data)
summary(model)

## 
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data)
## 
## Residuals:
##       Min     1Q   Median     3Q    Max 
## -0.77164 -0.16444 -0.01526  0.14381  0.64874 
## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) 1.083e+01  1.475e+00   7.341 3.75e-11 ***
## years       7.574e-03  7.538e-04  10.047 < 2e-16 ***
## ---      
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 
## 
## Residual standard error: 0.2614 on 111 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4763, Adjusted R-squared:  0.4716 
## F-statistic: 100.9 on 1 and 111 DF,  p-value: < 2.2e-16 

modell <- lm(temperatures ~years, data = data[data$years < 1971,])
summary(modell)

## 
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data[data$years < 1971,
##       ])
## 
## Residuals:
##       Min     1Q   Median     3Q    Max 
## -0.80804 -0.16286 -0.04454  0.14891  0.66375 
## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) 14.969248   2.918284   5.129 2.54e-06 ***
## years       0.005432   0.001508   3.602 0.000592 *** 
## ---      
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 
## 
## Residual standard error: 0.2604 on 69 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1583, Adjusted R-squared:  0.1461 
## F-statistic: 12.97 on 1 and 69 DF,  p-value: 0.0005916 

model2 <- lm(temperatures ~years, data = data[data$years > 1970,])
summary(model2)

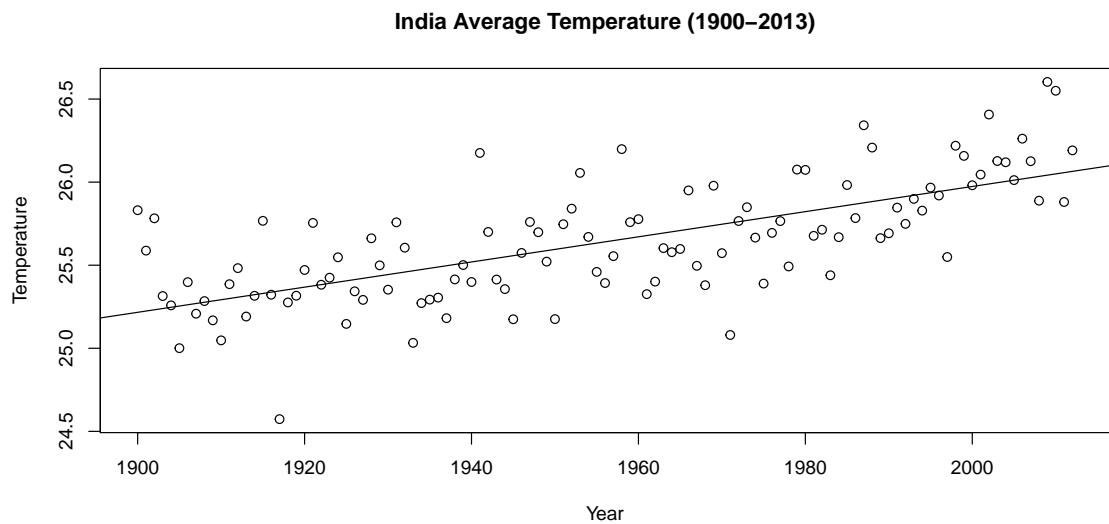
## 
## Call:
## lm(formula = temperatures ~ years, data = data[data$years > 1970,
```

```

##      ])
##
## Residuals:
##    Min      1Q  Median      3Q     Max
## -0.49441 -0.12539 -0.03869  0.16151  0.50338
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -6.989063   6.042957  -1.157   0.254
## years        0.016521   0.003034   5.445 2.84e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.2384 on 40 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4257, Adjusted R-squared:  0.4113
## F-statistic: 29.65 on 1 and 40 DF,  p-value: 2.844e-06

plot(years,temperatures,
      main = "India Average Temperature (1900-2013)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
abline(model)

```

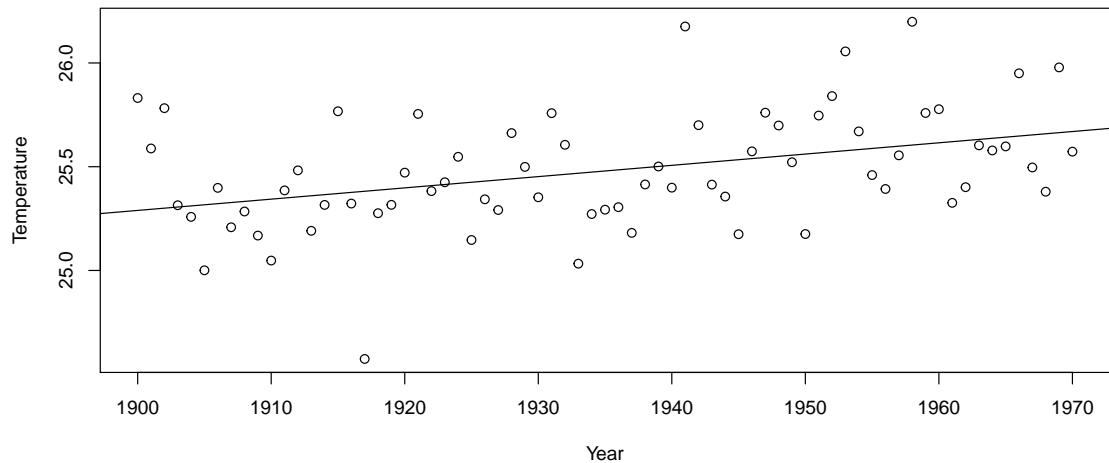


```

plot(data[data$years < 1971,]$years,data[data$years < 1971,]$temperatures,
      main = "India Temperature (1900-1970)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
abline(model1)

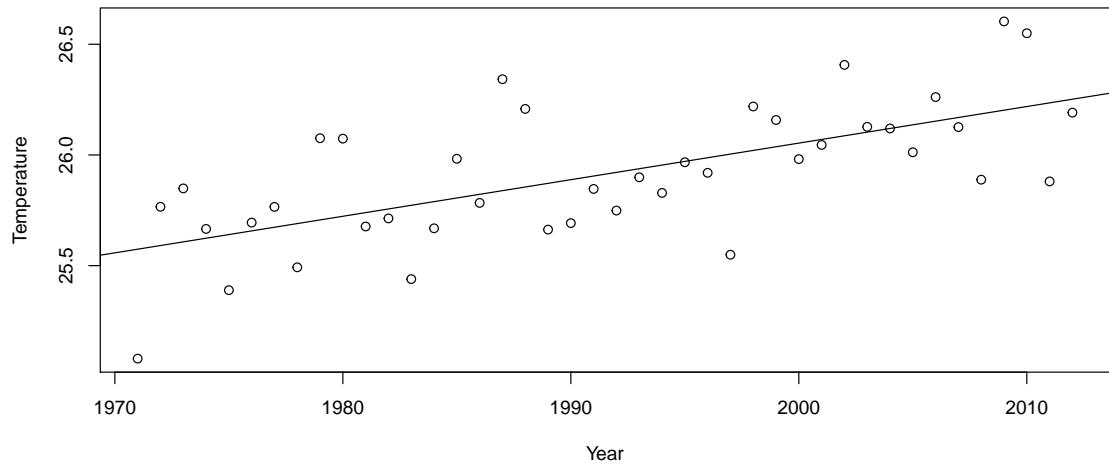
```

**India Temperature (1900–1970)**



```
plot(data[data$years > 1970,]$years,data[data$years > 1970,]$temperatures,
      main = "India Temperature (1971–2013)", xlab = "Year",ylab = "Temperature")
abline(model2)
```

**India Temperature (1971–2013)**



Aunque estamos obteniendo valores de incremento de temperatura por año muy similares a los obtenidos por los datos globales, el valor de  $R^2$  es muy bajo para considerarlos un buen modelo

## 5 Imputaciones

Aunque la solución adoptada para resolver el problema de los datos faltantes ha sido su eliminación debido a su concentración temporal, hemos querido probar diferentes técnicas de imputación. Para ellos simularemos un 5% de datos faltantes de temperatura y los rellenaremos utilizando 7 métodos diferentes. Finalmente, puesto que tenemos los valores reales, podremos determinar el error cometido por cada método.

### 5.1 Seleccionar casos para simular valores perdidos

Creamos un nuevo dataset con los datos de Europa pero seleccionando solo las variables utilizadas en los modelos. Seleccionamos además un 5 % de los datos como datos perdidos. Guardaremos el vector de las filas con datos perdidos para un análisis posterior.

```
datosE2 = datosE[,c(2,8:11,13:15)]
miss = sample(1:nrow(datosE), round(nrow(datosE)/20))
datosE2[miss, "AverageTemperature"] = NA
```

### 5.2 Algoritmos de imputación

Los 7 métodos que utilizaremos son:

- Media global

```
predMissMed = rep(mean(datosE2$AverageTemperature, na.rm=TRUE),
length(miss))
```

- Mediana global

```
predMissMd = rep(median(datosE2@data$AverageTemperature, na.rm=TRUE),
length(miss))
```

- Mediana por mes y latitud

```
predMissMdCnd = impute_median(datosE2@data,
AverageTemperature ~ mes + Lat) [miss,1]
```

- Modelo lineal similar al utilizado anteriormente:

```

predMissLM = impute_lm(datosE2@data,
                         AverageTemperature~year+elev+solst+AbsLat+dist) [miss, 1]

```

- Modelo Random Forest similar al utilizado anteriormente:

```

predMissRF = impute_rf(datosE2@data,
                         AverageTemperature~year+elev+solst+AbsLat+dist) [miss, 1]

```

- Media de los 5 vecinos más próximos. La documentación de la librería `simputation` no dice si las variables se normalizan internamente por la función `impute_knn`, así que es preferible empezar por normalizarlas:

```

normYear = normaliza(datosE2$year)
datosE2@data$year = normYear$nx

normSolst = normaliza(datosE2$solst)
datosE2$solst = normSolst$nx

normAbsLat = normaliza(datosE2$AbsLat)
datosE2$AbsLat = normAbsLat$nx

normElev = normaliza(datosE2$elev)
datosE2$elev = normElev$nx

normDist = normaliza(datosE2$dist)
datosE2$dist = normDist$nx

```

```

predMiss5NN = impute_knn(datosE2@data,
                           AverageTemperature~year+elev+solst+AbsLat+dist,
                           k=5) [miss, 1]

```

- Media de los 20 vecinos más próximos.

```

predMiss20NN = impute_knn(datosE2@data,
                           AverageTemperature~year+elev+solst+AbsLat+dist,
                           k=20) [miss, 1]

```

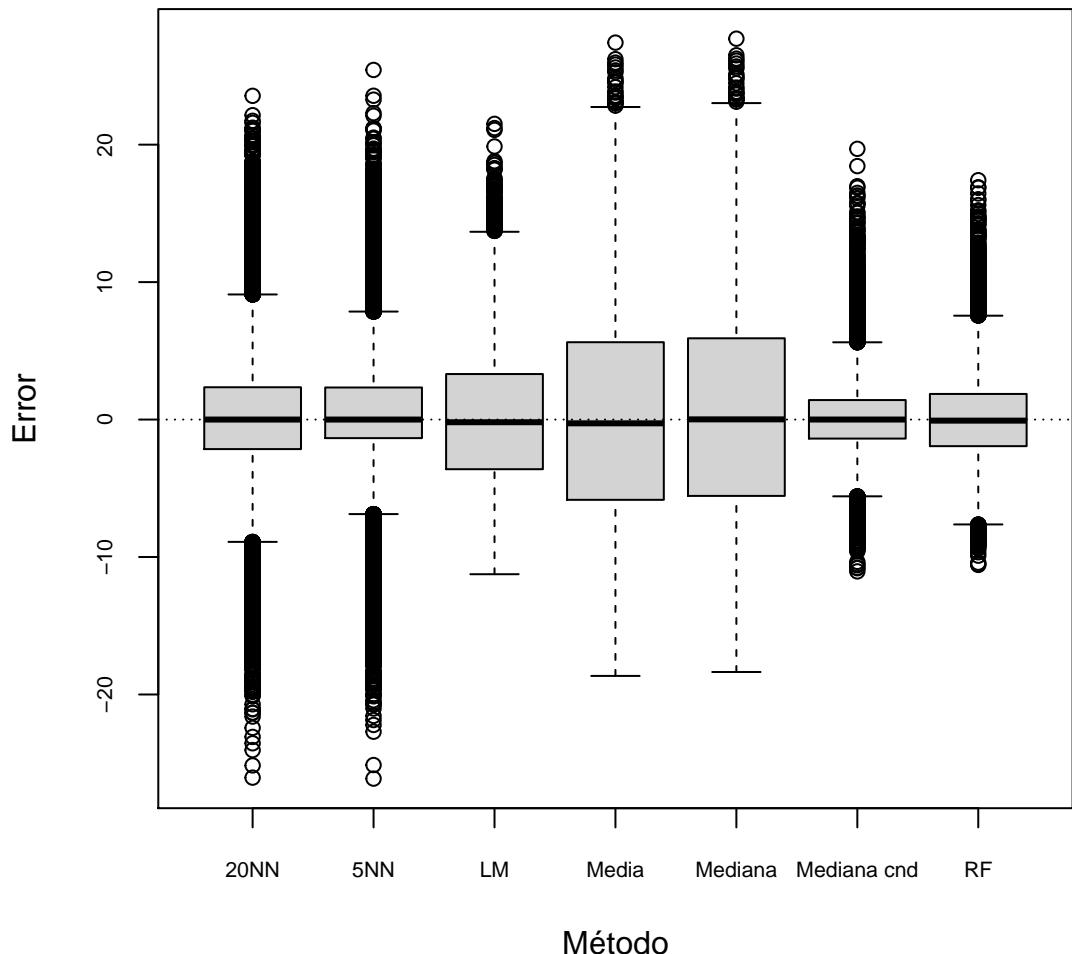
### 5.3 Validación

Para terminar calcularemos el error cometido en cada uno de los casos perdidos por cada uno de los métodos. Los resultados se presentan con un gráfico de cajas y los valores de los tres estadísticos de exactitud utilizados:  $r^2$ , RMSE y bias:

```

errores = c(predMissMed - datosE$AverageTemperature[miss],
            predMissMd - datosE$AverageTemperature[miss],
            predMissMdCnd - datosE$AverageTemperature[miss],
            predMissLM - datosE$AverageTemperature[miss],
            predMissRF - datosE$AverageTemperature[miss],
            predMiss5NN - datosE$AverageTemperature[miss],
            predMiss20NN - datosE$AverageTemperature[miss])
metodos = rep(c("Media", "Mediana", "Mediana cnd", "LM", "RF", "5NN", "20NN"),
              each=length(miss))
boxplot(errores~metodos, ylab="Error", xlab="Método", cex.axis=0.7)
abline(h=0, lty=3)

```



Viendo en gráfico parece que el mejor método es el de mediana condicionada. Pasamos a calcular

los estadísticos de exactitud:

```

acc = matrix(rep(NA,21), ncol=7)
rownames(acc) = c("r2", "RMSE", "bias")
colnames(acc) = c("Media", "Mediana", "Mediana cnd", "LM", "RF", "5NN", "20NN")

acc[1,1] = cor(predMissMed, datosE$AverageTemperature[miss])^2

## Warning in cor(predMissMed, datosE$AverageTemperature[miss]): the standard deviation is zero

acc[1,2] = cor(predMissMd, datosE$AverageTemperature[miss])^2

## Warning in cor(predMissMd, datosE$AverageTemperature[miss]): the standard deviation is zero

acc[1,3] = cor(predMissMdCnd, datosE$AverageTemperature[miss])^2
acc[1,4] = cor(predMissLM, datosE$AverageTemperature[miss])^2
acc[1,5] = cor(predMissRF, datosE$AverageTemperature[miss])^2
acc[1,6] = cor(predMiss5NN, datosE$AverageTemperature[miss])^2
acc[1,7] = cor(predMiss20NN, datosE$AverageTemperature[miss])^2

acc[2,1] = sqrt(mean((predMissMed - datosE$AverageTemperature[miss])^2))
acc[2,2] = sqrt(mean((predMissMd - datosE$AverageTemperature[miss])^2))
acc[2,3] = sqrt(mean((predMissMdCnd - datosE$AverageTemperature[miss])^2))
acc[2,4] = sqrt(mean((predMissLM - datosE$AverageTemperature[miss])^2))
acc[2,5] = sqrt(mean((predMissRF - datosE$AverageTemperature[miss])^2))
acc[2,6] = sqrt(mean((predMiss5NN - datosE$AverageTemperature[miss])^2))
acc[2,7] = sqrt(mean((predMiss20NN - datosE$AverageTemperature[miss])^2))

acc[3,1] = mean(predMissMed - datosE$AverageTemperature[miss])
acc[3,2] = mean(predMissMd - datosE$AverageTemperature[miss])
acc[3,3] = mean(predMissMdCnd - datosE$AverageTemperature[miss])
acc[3,4] = mean(predMissLM - datosE$AverageTemperature[miss])
acc[3,5] = mean(predMissRF - datosE$AverageTemperature[miss])
acc[3,6] = mean(predMiss5NN - datosE$AverageTemperature[miss])
acc[3,7] = mean(predMiss20NN - datosE$AverageTemperature[miss])

options(width=220)
acc

##           Media   Mediana Mediana cnd          LM          RF          5NN         20NN
## r2            NA      NA  0.8810444  0.641023559  0.84024461  0.4729543  0.49921013
## RMSE    7.34435917 7.3494658  2.5380374  4.400367419  3.02951339  5.8110557  5.63400176
## bias   -0.01136948 0.2741629  0.1200911 -0.005502866 -0.00805994  0.2087925  0.08139378

```

No puede obtenerse  $r^2$  para los métodos de media y mediana globales ya que al ser todas las predicciones iguales, su desviación típica es 0.

Los peores resultados se obtienen, como era de esperar, con los métodos de media y mediana globales. El método de regresión global obtiene mejores resultados que los los de vecinos más próximos (siendo más rápido de ejecutar). El método de mediana condicionada tiene los mejores  $r^2$  y RMSE pero su sesgo es relativamente alto, algo mayor que la precisión con la que se mide la variable. Random Forest tiene el sesgo más bajo de todos los métodos y es el segundo en  $r^2$  y RMSE pero a costa de ser el más lento. Por tanto el método recomendable en este caso es el de mediana condicionada.

## 6 Conclusiones

1. Se observa un aumento significativo de la temperatura en los últimos 120 años que se concreta entre 1900 y 1950 por un lado y entre 1980 y 2012 por el otro (no se han analizado datos posteriores). Este aumento se mantiene cuando hemos analizado los datos para una ciudad (Worcester) y un país (India) concretos.
2. Aunque los datos no cumplen los supuestos para hacer una regresión lineal, los estadísticos de error son muy similares a los que se obtienen con validación cruzada. Esto indicará que, en este caso, la regresión lineal es suficientemente robusta como modelo predictivo. Su robustez como modelo explicativa habría que verificarla de otro modo.
3. Random Forest funciona mejor como método de predicción que la regresión lineal.
4. Un método de imputación sencillo (mediana por estratos) ha funcionado mejor que métodos más complejos como random forest o k-vecinos más próximos.
5. La integración de diferentes *datasets* ha permitido un enriquecimiento de los datos. El conjunto de datos resultante permite realizar análisis más interesantes.

## 7 Anexo: Cálculo del solsticio

Los solsticios de verano e invierno son las épocas del año en que la posición aparente del sol es más o menos alta al mediodía solar, y por lo tanto la duración del día y la noche son máximas o mínimas (en función del hemisferio). Eso lleva a pensar que en esas fechas (21 de junio el de verano y 21 de diciembre el de invierno) supondrían máximos y mínimos para la temperatura global.

Eso nos lleva a proponer una conversión para la variable mes del año a una variable que tenga un rango (-1,1) que nos sea más fácilmente utilizable por un modelo lineal

$$solstice = \pm \cos\left(\frac{2\pi \text{month}}{12}\right)$$

```
x = seq(1, 12, by=1)
y_north = -cos(2*pi*x/12)
y_north_variant = -cos(2*pi*(x-1)/12)
y_south = cos(2*pi*x/12)
y_south_variant = cos(2*pi*(x-1)/12)

north <- datos2[datos2$Latitude > 0,]
south <- datos2[datos2$Latitude < 0,]

average_north <- x
average_south <- x

for (i in x) {
  average_north[i] = mean(north[north$mes == i,]$AverageTemperature)
  average_south[i] = mean(south[south$mes == i,]$AverageTemperature)
}
```

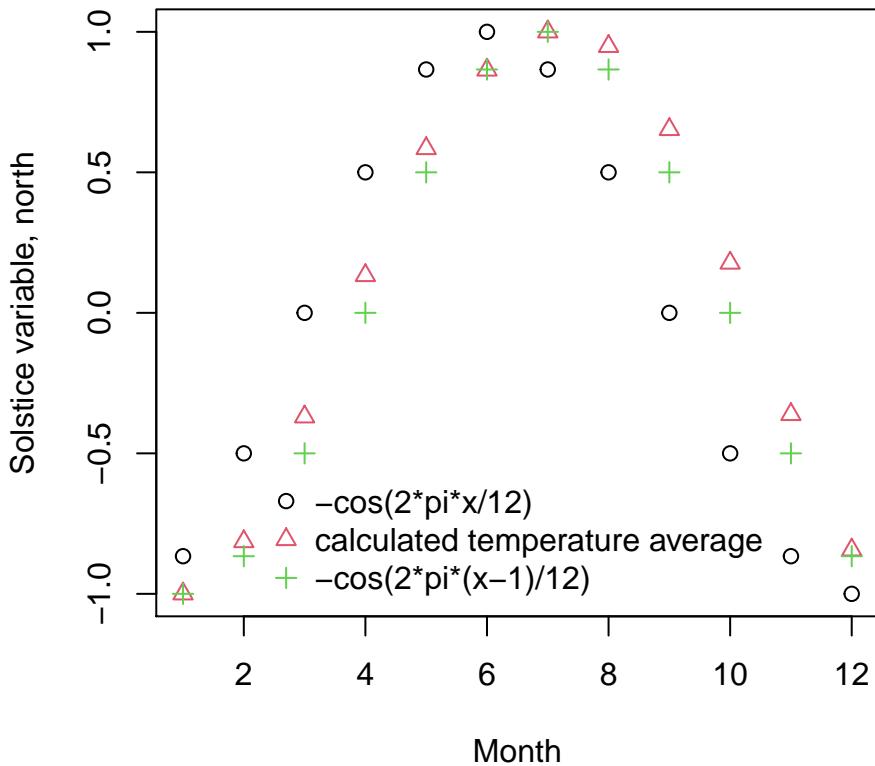
```

average_north <- rescale(average_north , to=c(-1,1))
average_south <- rescale(average_south , to=c(-1,1))

plot(x,y_north, main = "Solstice Calculation - North Hemisphere",xlab = "Month",
      ylab = "Solstice variable, north",col = 1,pch=1)
points(x,average_north,col = 2,pch = 2)
points(x,y_north_variant,col = 3, pch=3)
legend("bottom", legend = c("-cos(2*pi*x/12)","calculated temperature average",
                           "-cos(2*pi*(x-1)/12)"),
       col = 1:3, pch = 1:3, bty = "n")

```

## Solstice Calculation – North Hemisphere

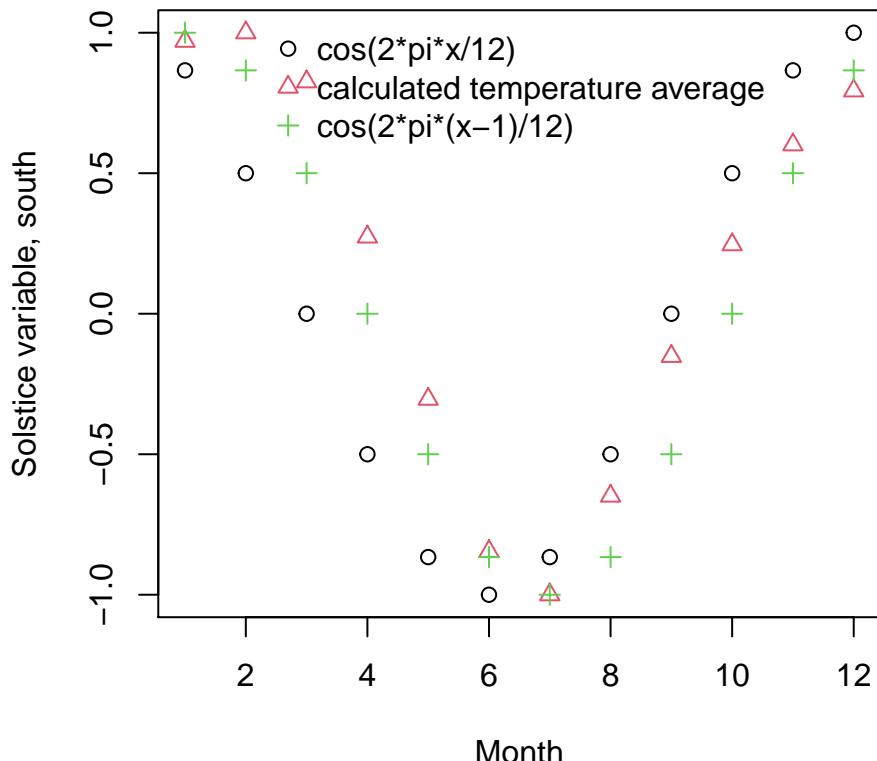


```

plot(x,y_south, main = "Solstice Calculation - South Hemisphere",xlab = "Month",
      ylab = "Solstice variable, south",col = 1,pch=1)
points(x,average_south,col = 2,pch = 2)
points(x,y_south_variant,col = 3, pch=3)
legend("top", legend = c("cos(2*pi*x/12)","calculated temperature average",
                           "cos(2*pi*(x-1)/12)"),
       col = 1:3, pch = 1:3, bty = "n")

```

## Solstice Calculation – South Hemisphere



Como podemos ver, la media de las temperaturas esta retrasada aproximadamente un mes respecto a los solsticios, y aunque no exactamente, sigue una función similar a la trigonométrica coseno, así que utilizaremos esta formula para convertir la variable mes en una variable (-1,1) para utilizar en nuestros modelos lineales:

$$solstice = \pm \cos\left(\frac{2\pi(month-1)}{12}\right)$$

Desde un punto de vista físico este retraso de un mes entre la época de mayor iluminación solar y el máximo de temperatura media podría estar relacionado con la inercia térmica del planeta.

Vamos a ver si este retraso provoca una mejora en un modelo simple de regresión lineal sobre la temperatura media como una medida adicional de su funcionamiento.

```
datos2$solst1 = ifelse(datos2$Latitude<0, cos(2*pi*datos2$mes/12), -cos(2*pi*datos2$mes/12))
datos2$solst_alt = ifelse(datos2$Latitude<0, cos(2*pi*(datos2$mes-1)/12), -cos(2*pi*(datos2$mes-1)/12))
```

```
mod_original = lm(AverageTemperature~year+solst+AbsLat+Longitude+elev+dist, datos2)
mod_alternative = lm(AverageTemperature~year+solst_alt+AbsLat+Longitude+elev+dist, datos2)
```

```

summary(mod_original)

##
## Call:
## lm(formula = AverageTemperature ~ year + solst + AbsLat + Longitude +
##     elev + dist, data = datos2)
##
## Residuals:
##   Min     1Q Median     3Q    Max
## -39.008 -3.505  0.644  4.139 17.885
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 1.305e+01 1.601e-01   81.53 <2e-16 ***
## year        9.933e-03 8.179e-05   121.45 <2e-16 ***
## solst       6.008e+00 3.773e-03  1592.49 <2e-16 ***
## AbsLat      -4.565e-01 1.820e-04 -2507.73 <2e-16 ***
## Longitude   -2.561e-03 3.663e-05  -69.90 <2e-16 ***
## elev         -3.059e-03 4.653e-06  -657.39 <2e-16 ***
## dist        -1.312e-07 8.277e-09  -15.85 <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 5.82 on 4759553 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6635, Adjusted R-squared:  0.6635
## F-statistic: 1.564e+06 on 6 and 4759553 DF, p-value: < 2.2e-16

```

```

summary(mod_alternative)

##
## Call:
## lm(formula = AverageTemperature ~ year + solst_alt + AbsLat +
##     Longitude + elev + dist, data = datos2)
##
## Residuals:
##   Min     1Q Median     3Q    Max
## -35.924 -2.799  0.726  3.464 14.802
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 1.305e+01 1.435e-01   90.96 <2e-16 ***
## year        9.933e-03 7.331e-05   135.50 <2e-16 ***
## solst_alt   7.029e+00 3.382e-03  2078.52 <2e-16 ***
## AbsLat      -4.565e-01 1.632e-04 -2797.63 <2e-16 ***
## Longitude   -2.561e-03 3.284e-05  -77.98 <2e-16 ***
## elev         -3.059e-03 4.171e-06  -733.39 <2e-16 ***
## dist        -1.312e-07 7.419e-09  -17.68 <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 5.217 on 4759553 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7296, Adjusted R-squared:  0.7296
## F-statistic: 2.14e+06 on 6 and 4759553 DF, p-value: < 2.2e-16

```

Utilizando una conversión del mes centrada en los solsticios reales, obtenemos un  $R^2$  de 0.6556, mientras que retrasando su máximo un mes, obtendremos un  $R^2$  de 0.7217, un incremento suficientemente considerable para trabajar con la versión retrasada de la conversión.

## Referencias

- [Bivand et al., 2020] Bivand, R., Keitt, T., and Rowlingson, B. (2020). *rgdal: Bindings for the 'Geospatial' Data Abstraction Library*. R package version 1.5-18.
- [Bivand et al., 2013] Bivand, R. S., Pebesma, E., and Gomez-Rubio, V. (2013). *Applied spatial data analysis with R, Second edition*. Springer, NY.
- [Hijmans, 2020] Hijmans, R. J. (2020). *raster: Geographic Data Analysis and Modeling*. R package version 3.3-13.
- [Liaw and Wiener, 2002] Liaw, A. and Wiener, M. (2002). Classification and regression by randomforest. *R News*, 2(3):18–22.
- [Signorell and mult. al., 2020] Signorell, A. and mult. al. (2020). *DescTools: Tools for Descriptive Statistics*. R package version 0.99.38.
- [van der Loo, 2020] van der Loo, M. (2020). *imputation: Simple Imputation*. R package version 0.2.4.

## Repositorio Github:

Todo el código generado se puede encontrar en el siguiente repositorio de GitHub. En él incluimos tanto este documento, como el código generado, enlaces a los datos tratados en esta memoria, y algunos otros códigos que decidimos no integrar debido a la longitud del mismo y nuestras dudas sobre si los resultados son suficientemente relevantes:

<https://github.com/jlgb-uoc/globalclimatepredictor>

## Contribución y firma:

Contribuciones	Firma
Investigación previa	Francisco Alonso Sarria
Redacción de las respuestas	Francisco Alonso Sarria, Jose Luis García Bravo
Desarrollo código	Francisco Alonso Sarria, Jose Luis García Bravo