

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR  
DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN



---

## ENTREGABLE 3 - SECO

### DISEÑO DE CONTROLADORES

---

JAVIER LÓPEZ INIESTA DÍAZ DEL CAMPO  
FERNANDO GARCÍA GUTIÉRREZ

6 de Junio de 2021

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Análisis de controladores</b>	<b>4</b>
2.1. Controlador P . . . . .	4
2.2. Controlador PD . . . . .	6
2.3. Controlador P-D . . . . .	8
2.4. Controlador PI . . . . .	9
2.5. Controlador PID . . . . .	11
2.6. Controlador PI-D . . . . .	13
2.7. Controlador PID-D . . . . .	15
2.8. Controlador $D PID$ . . . . .	17
<b>3. Análisis y diseño de un sistema de control de la posición angular de un motor DC usando un controlador <math>PID-D</math></b>	<b>19</b>
3.1. Análisis de estabilidad del sistema . . . . .	19
3.2. Analizar el problema de seguimiento al escalón, rampa y parábola . . . . .	20
3.3. Sintonizar los parámetros del controlador . . . . .	22
<b>4. Implementación en el telelaboratorio</b>	<b>27</b>
4.1. Implementar en el telelaboratorio el diseño de la Sección 3.3 . . . . .	27
4.2. Explicar las diferencias observadas entre el estudio analítico y el telelaboratorio .	28
<b>5. Conclusiones</b>	<b>31</b>
<b>Referencias</b>	<b>32</b>

## Índice de figuras

1.	Esquema de control realimentado con controlador P. . . . .	4
2.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador P. . . . .	5
3.	Respuesta y error a la rampa con el controlador P. . . . .	5
4.	Respuesta y error a la parábola con el controlador P. . . . .	6
5.	Esquema de control realimentado con controlador PD. . . . .	6
6.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PD. . . . .	7
7.	Respuesta y error a la rampa con el controlador PD. . . . .	7
8.	Esquema de control realimentado con controlador P-D. . . . .	8
9.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador P-D. . . . .	8
10.	Respuesta y error a la rampa con el controlador P-D. . . . .	9
11.	Esquema de control realimentado con controlador PI. . . . .	9
12.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PI. . . . .	10
13.	Respuesta y error a la rampa con el controlador PI. . . . .	10
14.	Esquema de control realimentado con controlador PID. . . . .	11
15.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PID variando $\tau_D$ . . . . .	11
16.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PID variando $\tau_I$ . . . . .	12
17.	Respuesta y error a la rampa con el controlador PID variando $\tau_D$ . . . . .	12
18.	Respuesta y error a la parábola con el controlador PID variando $\tau_D$ . . . . .	13
19.	Esquema de control realimentado con controlador PI-D . . . . .	13
20.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PI-D variando $\tau_D$ . . . . .	14
21.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PI-D variando $\tau_I$ . . . . .	14
22.	Esquema de control realimentado con controlador PID-D. . . . .	15
23.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PID-D. . . . .	16
24.	Respuesta y error a la parábola con el controlador PID-D. . . . .	16
25.	Esquema de control realimentado con controlador $D PID$ . . . . .	17
26.	Respuesta y error al escalón unidad con el controlador $D PID$ . . . . .	18
27.	Respuesta y error a la parábola con el controlador $D PID$ . . . . .	18
28.	Errores cometidos usando distintas señales de referencia. . . . .	21
29.	Primer paso PID-D: $M_p$ . . . . .	23
30.	Segundo paso PID-D: $t_s$ . . . . .	24
31.	Respuesta al escalón del sistema realimentado con controlador PID-D, con distintos parámetros que cumplen las especificaciones de diseño del régimen transitorio. . . . .	25
32.	Respuesta al escalón del sistema realimentado con controlador PID-D, con los parámetros finales elegidos. . . . .	26
33.	Salida con controlador PID-D (real vs simulación). . . . .	28
34.	Error con controlador PID-D (real vs simulación). . . . .	29
35.	Saturación de la señal de control. . . . .	30

## Índice de tablas

1.	Funciones $r_1$ , $r_2$ y $r_3$ del controlador PID-D . . . . .	22
2.	Pares de $(\zeta, \beta)$ que satisfacen la especificación de la sobreenlogación máxima. . . . .	23
3.	Terna de parámetros que satisfacen el tiempo de establecimiento máximo requerido. . . . .	24
4.	Características de régimen transitorio del diseño elegido con una tolerancia del 2 %. . . . .	26
5.	Parámetros introducidos a la aplicación (controlador PID-D). . . . .	27
6.	Comparación de las características de régimen transitorio (real vs simulación). . . . .	28

## 1. Introducción

En este Entregable 3 de la asignatura de Sistemas Electrónicos de Control del itinerario de Sistemas Electrónicos del GITST, se pretende realizar el análisis y diseño de un sistema de control de la posición angular de un motor DC utilizando un controlador PID-D.

En primer lugar, se explicarán las diferencias entre los distintos controladores explicados en clase [1] desde la perspectiva del seguimiento de señales de referencia monómicas y del comportamiento de régimen transitorio. Así, se estudiará la influencia de los parámetros que influyen en los controladores ( $K_p$ ,  $\tau_D$  y  $\tau_I$ ). Para este apartado, se ha simulado la respuesta y su error usando como referencia un escalón unidad, rampa y parábola con el motor DC del Telelaboratorio.

Posteriormente, se ha realizado un análisis de estabilidad del controlador PID-D, se ha analizado el problema de seguimiento al escalón, rampa y parábola, y por último se han sintonizado los parámetros del controlador para que cumpla una serie de especificaciones.

Finalmente, se ha implementado en el Telelaboratorio un sistema de control de la posición angular de un motor DC, usando los parámetros del controlador calculados previamente, comparando los resultados obtenidos con los teóricos.

## 2. Análisis de controladores

En este apartado se explicarán las principales diferencias entre los controladores P, PD, P-D, PI, PID, PI-D, PID-D y  $D|PID$ , analizando el problema de seguimiento de funciones monómicas vistas en clase (escalón, rampa y parábola), así como el comportamiento de régimen transitorio analizando la influencia de los distintos parámetros que afectan a cada controlador ( $K_p$ ,  $\tau_D$  y  $\tau_I$ ) de cada uno de ellos.

Para realizar este apartado, se ha usado la función de transferencia del motor simplificada del motor DC del Telelaboratorio [2] (ver Ecuación 1):

$$G(s) = \frac{2652,28}{s(s + 64,986)} \quad (1)$$

Las funciones de referencia,  $R(s)$  utilizadas han sido:

$$R(s) = \begin{cases} \text{escalón} : \frac{1}{s} \\ \text{rampa} : \frac{1}{s^2} \\ \text{parábola} : \frac{1}{s^3} \end{cases} \quad (2)$$

### 2.1. Controlador P

Como se puede observar en la Figura 1 el controlador proporcional consiste en una etapa proporcional ( $K_p$ ) que se multiplica por la función de transferencia del motor ( $G(s)$ ).

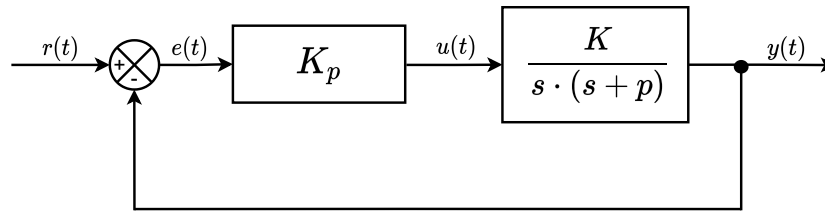


Figura 1: Esquema de control realimentado con controlador P.

La función de transferencia de lazo cerrado para el controlador proporcional,  $H_P(s)$  es:

$$H_P(s) = \frac{K_p K}{s^2 + ps + K_p K} \quad (3)$$

A continuación, en las Figuras 2, 3 y 4 se han representado la respuesta al escalón unidad, la rampa unitaria y la parábola para distintos valores de  $K_p$ . Los valores elegidos de  $K_p$  han sido los siguientes:

$$K_p \in \{5, 10, 20\}$$

En la Figura 2 se muestra la respuesta y el error usando como señal de referencia un escalón unidad.

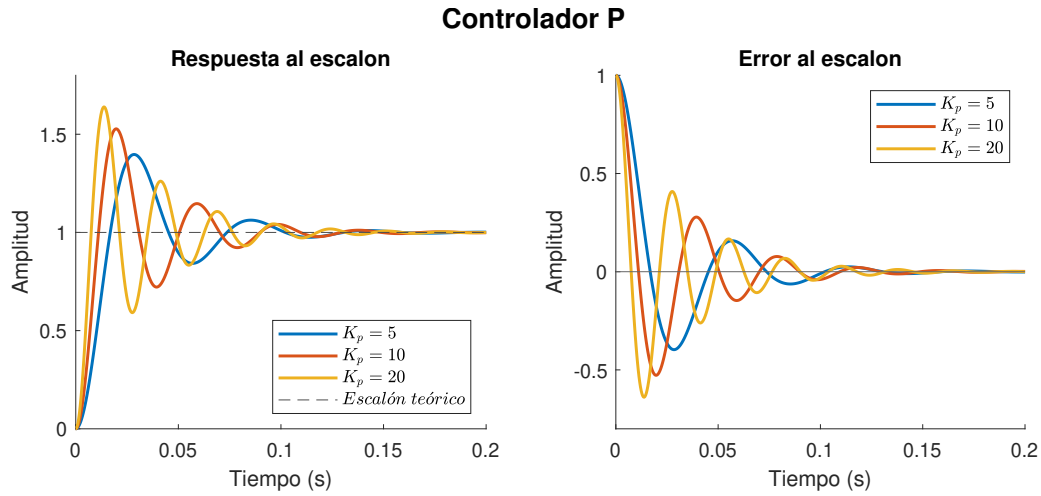


Figura 2: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador P.

Se puede observar en la respuesta al escalón que a medida que aumenta el valor de  $K_p$  menor es el tiempo de subida,  $t_r$ . En este sentido, si aumenta  $K_p$  la sobreoscilación máxima  $M_p$  es mayor. Asimismo, disminuyendo el valor de  $K_p$  conseguimos reducir la frecuencia natural ( $\omega_n$ ) y por lo tanto se producen menos oscilaciones. De esta forma, para un escalón unidad el error mediante un controlador proporcional será 0.

Las Figuras 3 y 4 muestran la respuesta y el error cuando se usa como señal de referencia una rampa y una parábola, respectivamente.

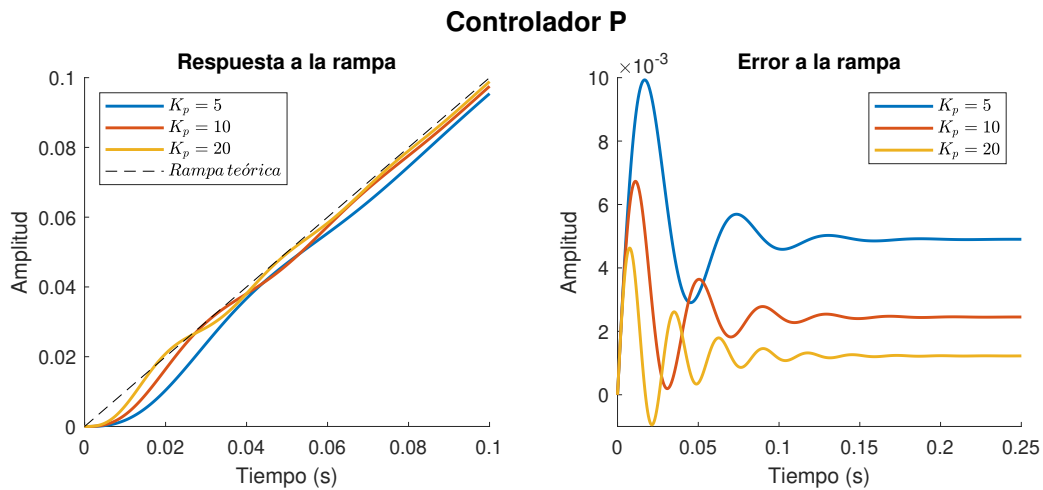


Figura 3: Respuesta y error a la rampa con el controlador P.

Al igual que en el caso anterior con el escalón, cuanto mayor es el valor de  $K_p$  mayores son las oscilaciones de la respuesta en régimen transitorio. Nuevamente, aunque usemos una rampa como señal de referencia el tiempo de subida es menor cuanto mayor es  $K_p$ . El error en este caso es constante, y menor a medida que aumenta el valor de  $K_p$ .

Finalmente, se muestra la respuesta a la parábola. El error aumenta a medida que aumenta el tiempo, el error en régimen permanente será infinito. Cabe destacar, que usando los mismos valores de  $K_p$  que en las figuras anteriores, en este caso no se producen oscilaciones al utilizar la parábola como señal de entrada.

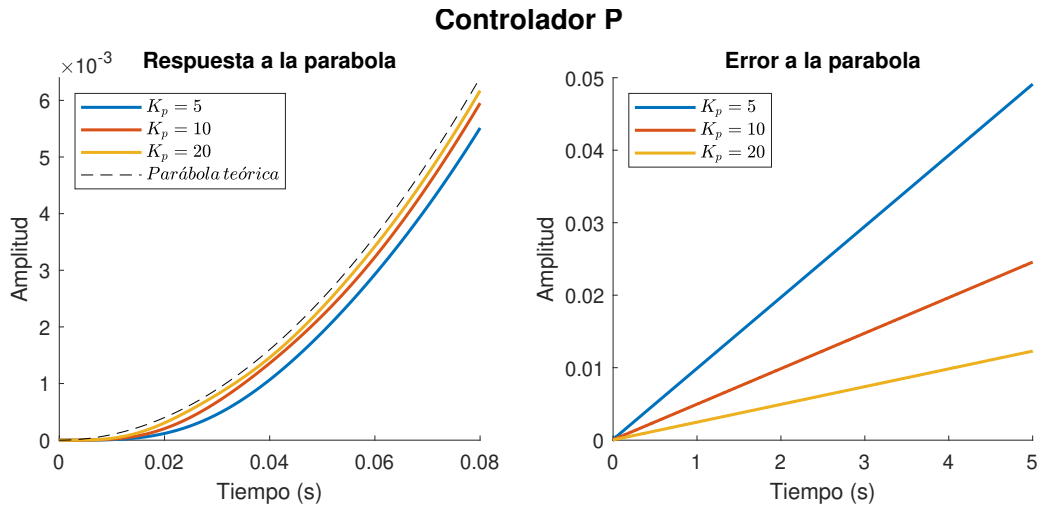


Figura 4: Respuesta y error a la parábola con el controlador P.

## 2.2. Controlador PD

Como se ve en la Figura 5, este controlador está formado por un término proporcional y otro derivativo. El controlador del motor está realimentado mediante un factor proporcional y derivativo en lazo directo.

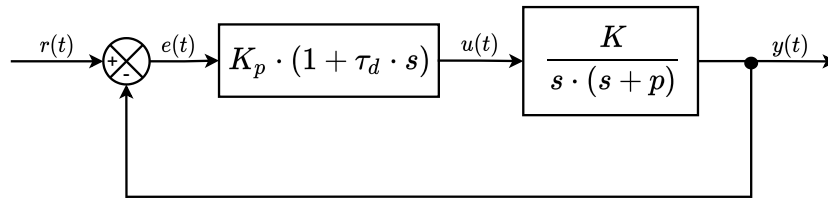


Figura 5: Esquema de control realimentado con controlador PD.

La función de transferencia de lazo cerrado para el controlador proporcional derivativo,  $H_{PD}(s)$  es:

$$H_{PD}(s) = \frac{K_p K (1 + \tau_D s)}{s^2 + (p + K_p K \tau_D) s + K_p K}$$

Se puede realizar un rápido análisis con la función de transferencia  $H_{PD}(s)$ , y detectar que no se encuentra el subpolinomio completo del numerador en el denominador, por lo que ya podemos saber que el error en régimen permanente al escalón va a ser nulo, a la rampa constante y a la parábola infinito.

En la Figura 6 se puede observar una simulación de la respuesta de este controlador a un escalón con su respectivo error y con un valor de  $K_P = 10$ . Este estudio se va a realizar variando  $\tau_D \in \{0,001; 0,01; 0,05\}$  ya que el estudio de la parte proporcional se ha realizado en el apartado anterior. A medida que el valor de  $\tau_D$  disminuye, el sistema pasa a ser más lento pero oscila más, es decir, aumenta su tiempo de subida. Este fenómeno se puede apreciar bien para el caso de  $\tau_D = 0,001$ . También se puede ver que al oscilar más, aumenta el tiempo que tarda en llegar al régimen permanente, aumentando el tiempo de establecimiento.

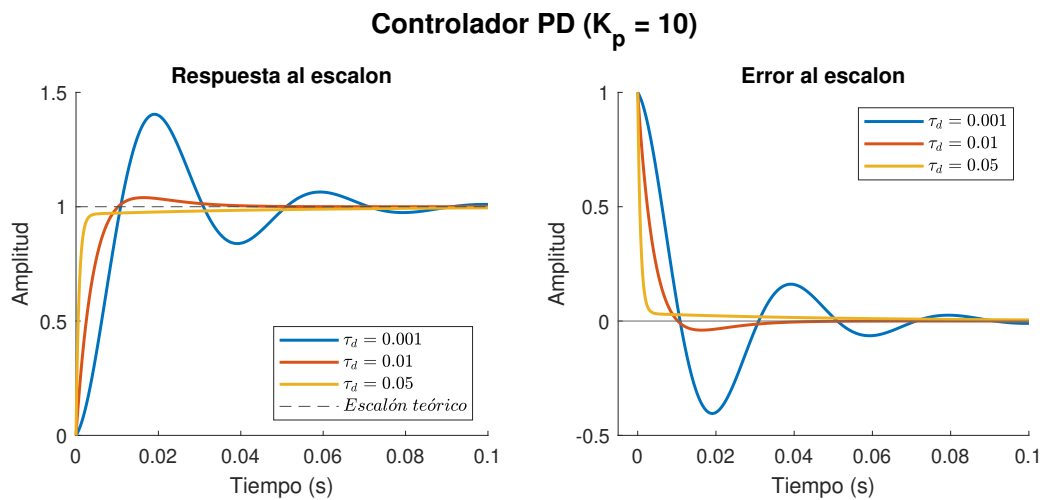


Figura 6: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PD.

En la Figura 7 podemos ver la respuesta y error del sistema al introducir una parábola como señal de referencia. Como se puede observar, la respuesta nunca llega a alcanzar la parábola ideal, ya que el error va aumentando de forma lineal. Aun así, a medida que se aumenta el valor de  $\tau_D$ , esta se va acercando al valor ideal de la parábola teórica.

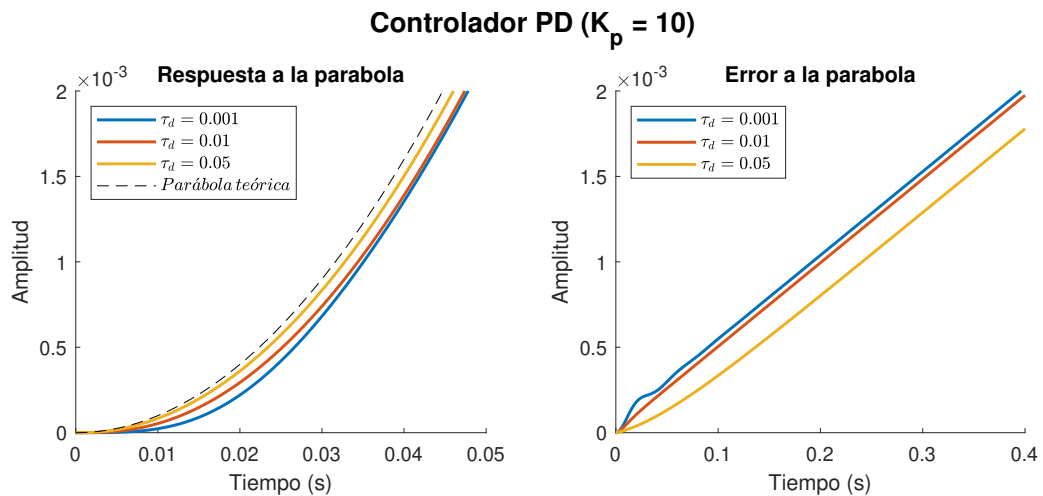


Figura 7: Respuesta y error a la rampa con el controlador PD.



### 2.3. Controlador P-D

Como se ve en la Figura 8, este controlador está formado por un término proporcional y otro integral. El controlador del motor está realimentado mediante un controlador proporcional en lazo directo y el factor derivativo en lazo paralelo.

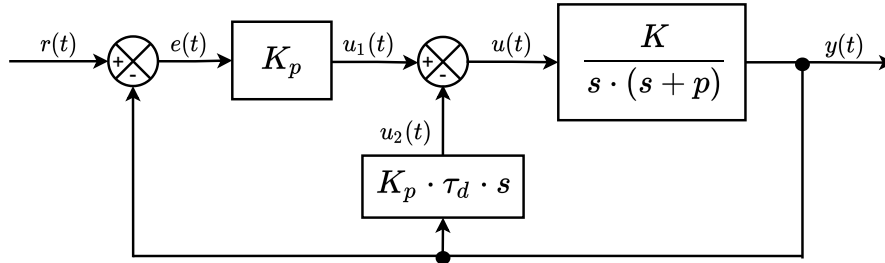


Figura 8: Esquema de control realimentado con controlador P-D.

La función de transferencia de lazo cerrado para el controlador proporcional derivativo,  $H_{P-D}(s)$  es:

$$H_{P-D}(s) = \frac{K_p K}{s^2 + (p + K_p K \tau_D)s + K_p K}$$

Analizando la función de transferencia  $H_{P-D}(s)$ , se puede ver que no se encuentra el subpolinomio completo del numerador en el denominador. Como pasaba con el controlador anterior, podemos saber que el error en régimen permanente al escalón va a ser nulo, a la rampa constante y a la parábola infinito.

En la Figura 9 se puede observar una simulación de la respuesta de este controlador a un escalón con su respectivo error y con un valor de  $K_P = 10$ . Al igual que en el controlador PD, se va a realizar el estudio variando  $\tau_D \in \{0,001; 0,01; 0,05\}$ . Al aumentar el valor de  $\tau_D$ , se disminuye las oscilaciones a la salida del controlador. A diferencia del controlador anterior, disminuir el valor de  $\tau_D$  hace que el sistema sea más rápido y que por lo tanto, su tiempo de subida sea menor.

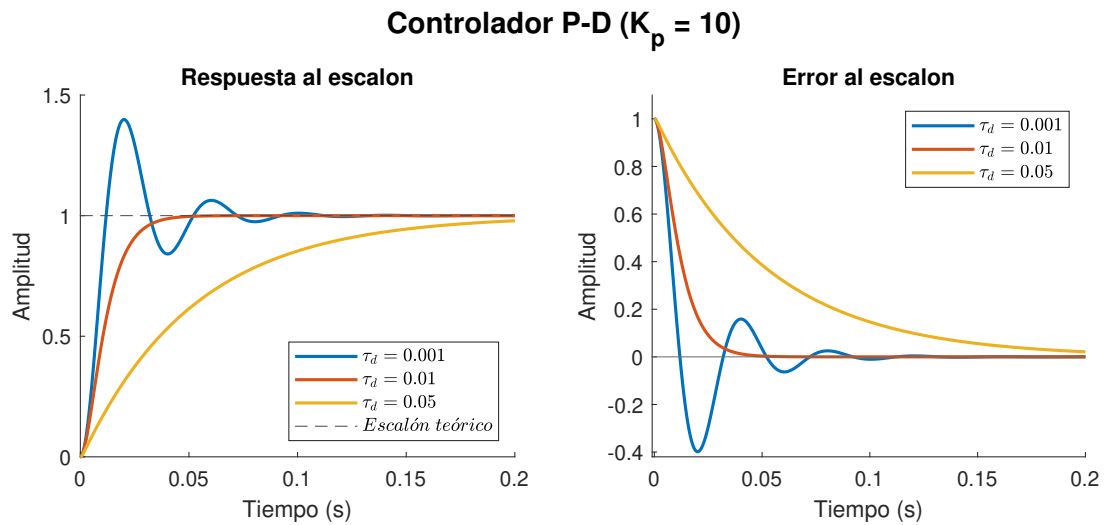


Figura 9: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador P-D.

En la Figura 10 podemos ver la respuesta y error del sistema al introducir una rampa como señal de referencia. Como se puede observar, después de unas oscilaciones, la respuesta nunca llega a alcanzar la rampa ideal, quedando como una rampa paralela a la ideal. Esto es debido a que el error aumenta hasta quedar constante en régimen permanente. A medida que se aumenta el valor de  $\tau_D$ , esta se va alejando al valor ideal de la rampa teórica.

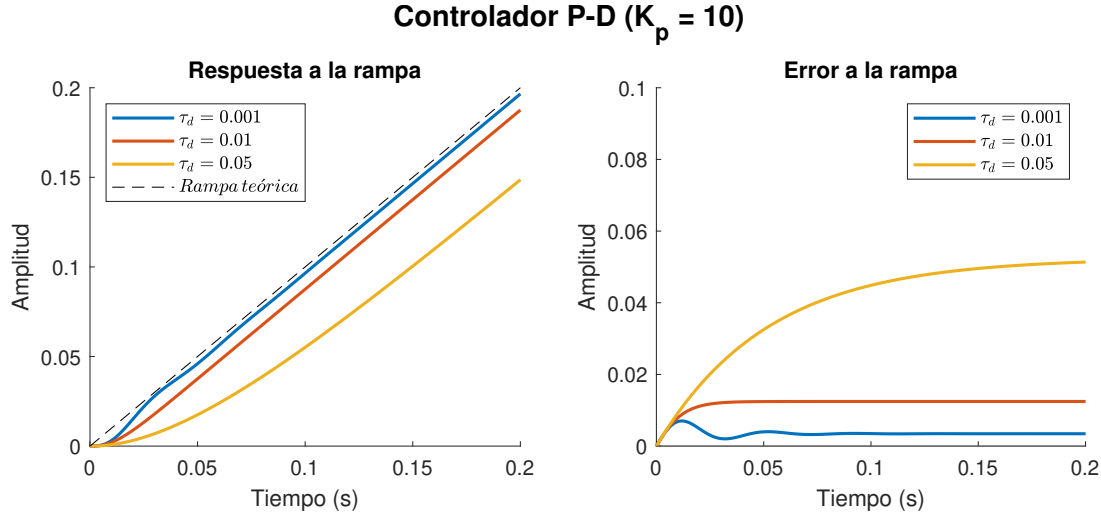


Figura 10: Respuesta y error a la rampa con el controlador P-D.

## 2.4. Controlador PI

El controlador proporcional integral, consta de un término proporcional y de otro integral. En la Figura 11 se muestra el esquema de control del motor DC realimentado continuo mediante un controlador PI en lazo directo.

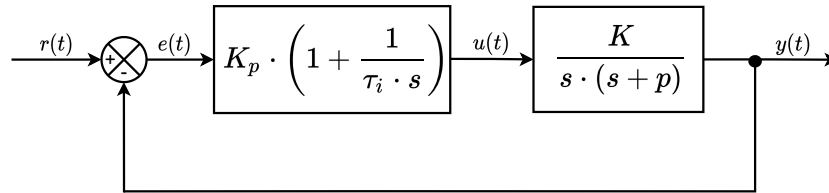


Figura 11: Esquema de control realimentado con controlador PI.

Así, función de transferencia  $H_{PI}(s)$ , de lazo cerrado con un controlador PI es:

$$H_{PI}(s) = \frac{K_p K (1 + \tau_I s)}{\tau_I s^3 + \tau_I p s^2 + \tau_I K_p K s + K_p K} \quad (4)$$

Dado que el denominador de la función de transferencia  $H_{PI}(s)$  podemos encontrar el subpolinomio completo del numerador ( $K_p K (1 + \tau_I s)$ ), se puede conocer que el error cometido para las señales de referencia del escalón y de la rampa será 0. Por consiguiente, el error en régimen permanente a la parábola será constante. Además, mediante el controlador integral introducimos un polo en el origen.

En la Figura 12 se puede observar la respuesta al escalón unidad y su error manteniendo un valor fijo de  $K_p = 10$  para distintos valores de  $\tau_I$ . Se puede apreciar, que no hay mucha diferencia entre los valores de  $\tau_I$  elegidos. No obstante, se observa una gran sobreenlogación máxima de entorno a un 50 %. Esta sobreenlogación máxima es mayor a medida que disminuye el valor de  $\tau_I$  debido a que se desplazan los polos hacia la derecha en el lugar de raíces, aumentando de esta forma las oscilaciones. Para estos valores de  $K_p$  y  $\tau_I$  la respuesta del sistema es sub-amortiguado.

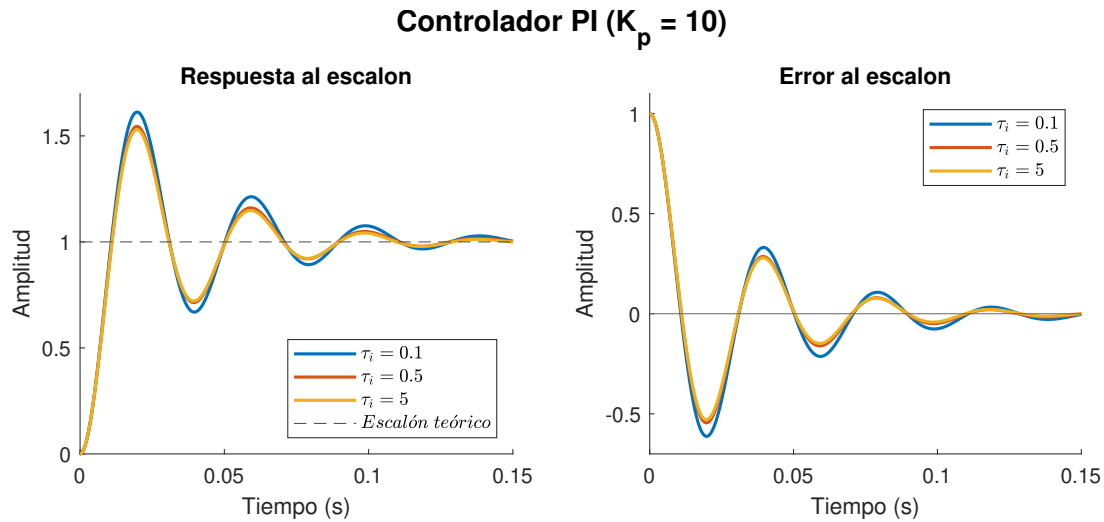


Figura 12: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PI.

En la Figura 13 se observa la respuesta y el error usando una rampa como señal de referencia. Como se puede comprobar, el error a la rampa es 0. Sin embargo, el tiempo de establecimiento para cada valor de  $\tau_I$  es distinto. Esto se puede observar bien, en la figura del error a la rampa como con  $\tau_I = 0,1$  la respuesta a la rampa es mucho más rápida que con  $\tau_I = 5$ . Finalmente, para la parábola el error es constante como cabía de esperar.

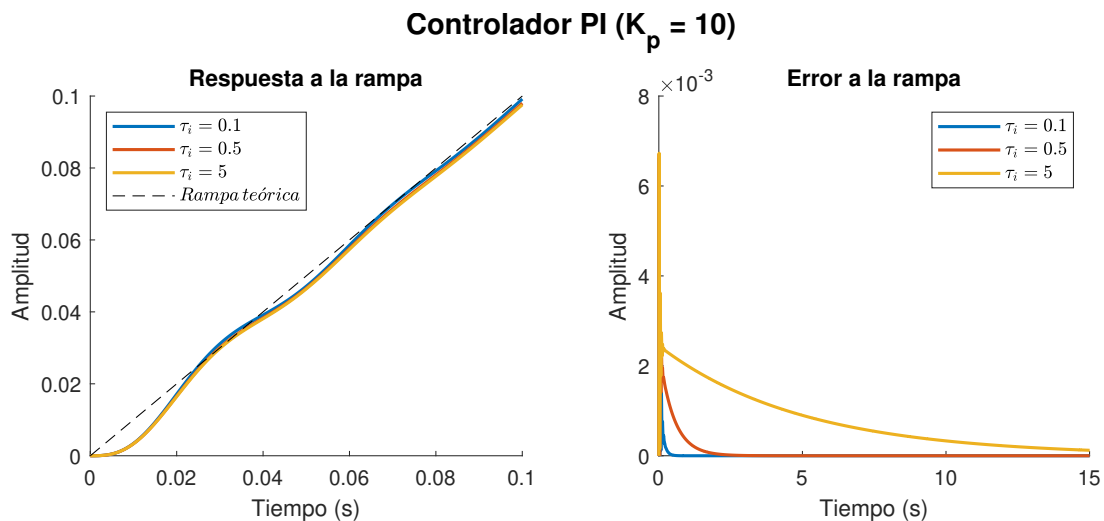


Figura 13: Respuesta y error a la rampa con el controlador PI.

## 2.5. Controlador PID

El controlador proporcional integral derivativo (PID) combina el controlador P, PD y PI, donde se suman los términos proporcional, integral y derivativo. En la Figura 14 se puede observar el esquema de control realimentado de este sistema de tercer orden.

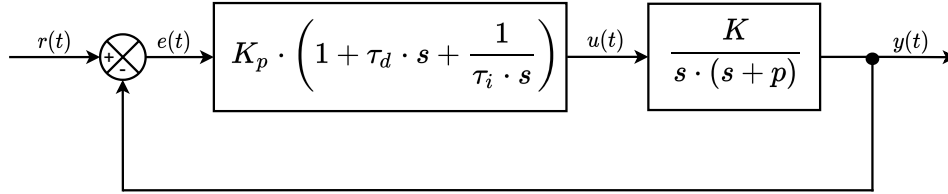


Figura 14: Esquema de control realimentado con controlador PID.

En este caso, la función de transferencia de lazo cerrado de un controlador PID en el lazo directo esta descrita por la Ecuación 5:

$$H_{PID}(s) = \frac{KK_p\tau_D \left( s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D\tau_i} \right)}{s^2(s+p) + KK_p\tau_D \left( s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D\tau_i} \right)} \quad (5)$$

Como en los controladores anteriores, observando la función de transferencia del controlador PID se puede ver que el numerador contiene un “subpolinomio completo” del denominador de grado  $n_s = 1$ . Por lo tanto, solo se puede resolver mediante este controlador el problema de seguimiento para las señales monómicas de grado  $q < 2$ , es decir para el escalón y para la rampa. Para la parábola el error en régimen permanente será constante.

La Figura 15 muestra la respuesta y el error al intentar seguir un escalón con un controlador PID. Se ha mantenido constantes  $K_p = 10$  y  $\tau_I = 0,1$  y se han tomado diferentes valores de  $\tau_D \in \{0,01; 0,02; 0,05\}$ . Se puede observar que el coeficiente  $\tau_D$  afecta principalmente al tiempo de establecimiento, así cuanto mayor es el valor de este coeficiente menor es el tiempo de establecimiento. Con el valor de  $\tau_D = 0,01$  se puede observar una pequeña oscilación, con los demás el sistema es sobre-amortiguado.

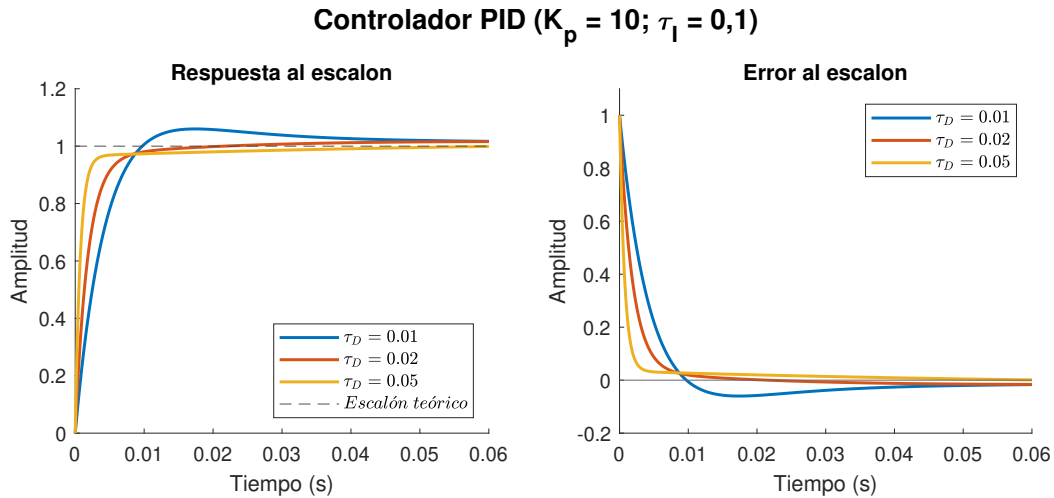


Figura 15: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PID variando  $\tau_D$ .

En la Figura 16 se puede apreciar al igual que en la Figura anterior la respuesta y su error frente al escalón unidad. Se observa que al variar el valor de  $\tau_I$  no se consiguen diferencias significativas. Para estos valores de  $K_p$ ,  $\tau_D$  y  $\tau_I$  la respuesta del sistema es sobre-amortiguada.

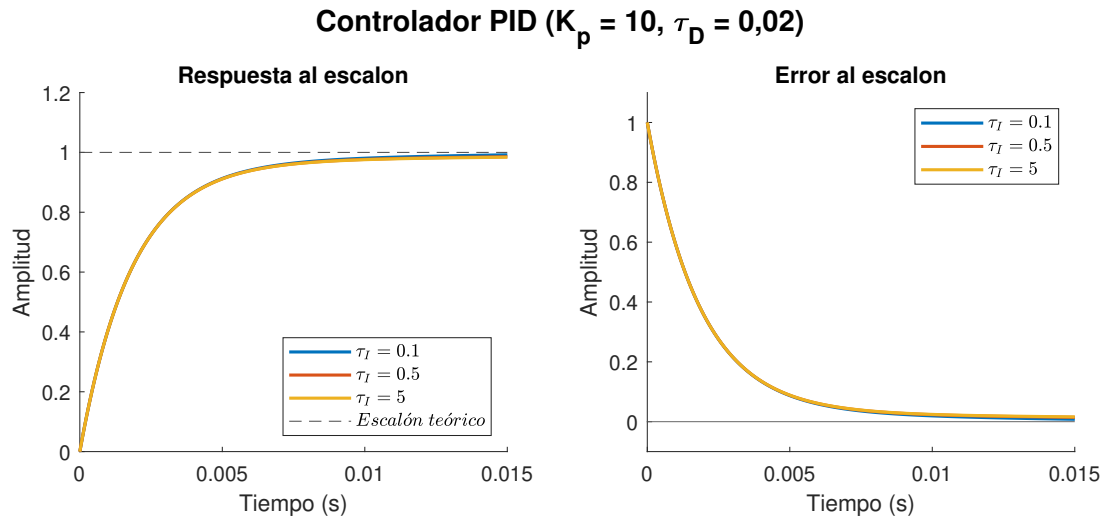


Figura 16: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PID variando  $\tau_I$ .

Finalmente, para el controlador PID se observa en las Figura 17 y 18, las respuesta y el error cuando se utilizan como señal de referencia, la rampa y la parábola. Como era de esperar, se resuelve el problema de seguimiento para la rampa, pero no para la parábola. Por un lado, en la Figura 17 se observa un gran error en los instantes iniciales, que rápidamente pasa a 0. Cuanto más pequeño es el valor de  $\tau_D$  más se aleja del valor de referencia en el instante inicial. Por otro lado, para la parábola (Figura 24), el error en régimen permanente es constante.

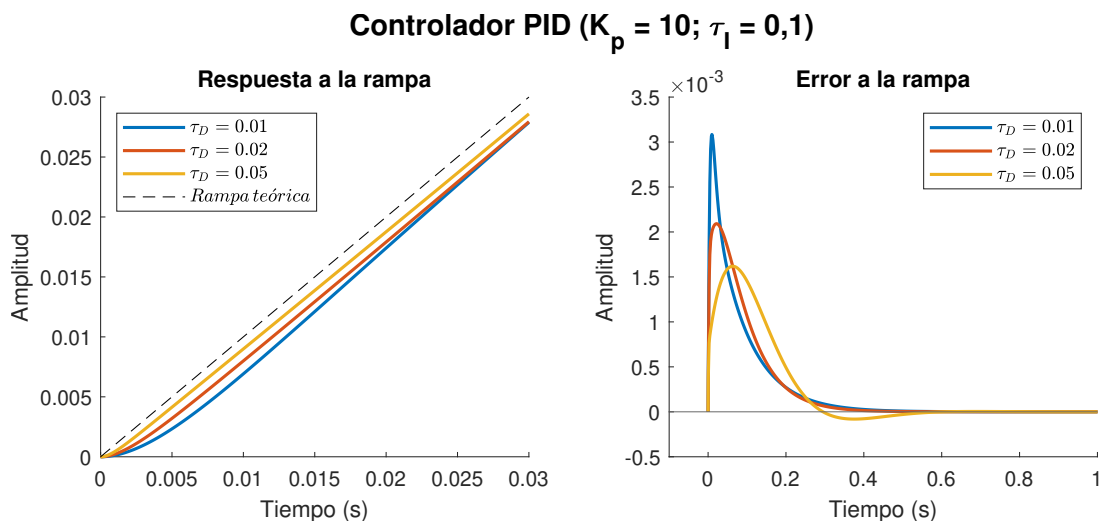


Figura 17: Respuesta y error a la rampa con el controlador PID variando  $\tau_D$ .

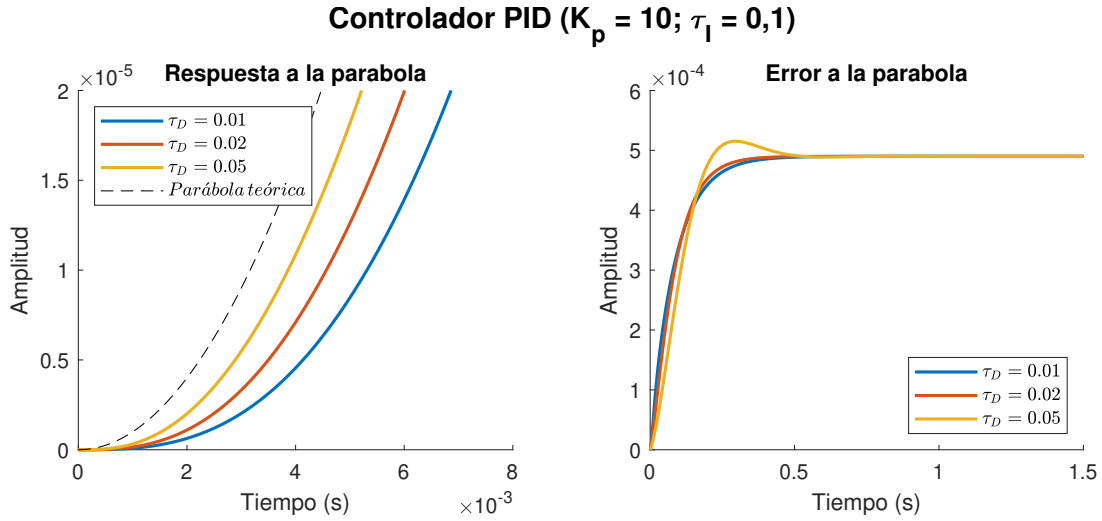


Figura 18: Respuesta y error a la parábola con el controlador PID variando  $\tau_D$ .

## 2.6. Controlador PI-D

Como se observa en la Figura 19, el esquema de control del controlador PI-D esta formado por un PI en el lazo directo y un D en el lazo paralelo.

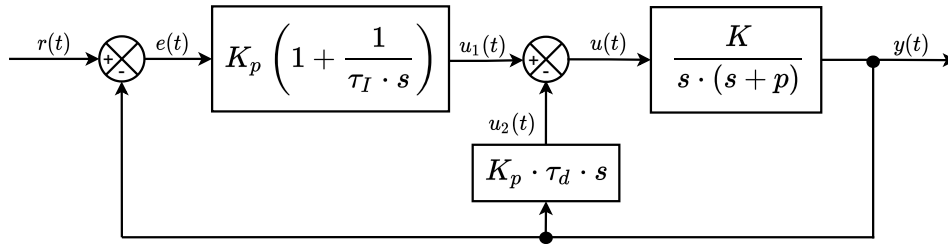


Figura 19: Esquema de control realimentado con controlador PI-D

Así, su función de transferencia en lazo cerrado es:

$$H_{PI-D}(s) = \frac{KK_p \left( s + \frac{1}{\tau_i} \right)}{s^2(s+p) + KK_p\tau_D \left( s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D\tau_i} \right)} \quad (6)$$

Analizando la función de transferencia de la Ecuación 6, nuevamente el numerador contiene un “subpolinomio completo” del denominador de grado  $n_s = 1$ . Por lo tanto se puede resolver el problema de seguimiento para el escalón y la rampa (señales de referencia monómicas de grado  $q < 2$ ). Para la parábola, como en el caso del PID el error es constante.

En las Figuras 20 y 21 se observa la respuesta al escalón variando  $\tau_D$  y  $\tau_i$ . Comparando este controlador con el anterior (PID) se puede observar que el PI-D en la respuesta al escalón tiene mayor sobreenlogación máxima para los mismo valores de  $\tau_D$  elegidos. Además, el tiempo de establecimiento con el controlador PID es menor que para el controlador PI-D.

En primer lugar, se observa en la Figura 20 que el tiempo de subida y el tiempo de establecimiento disminuye cuando el valor de  $\tau_D$  se hace más pequeño. En adicción, la sobreenergación máxima crece cuando aumenta  $\tau_D$ .

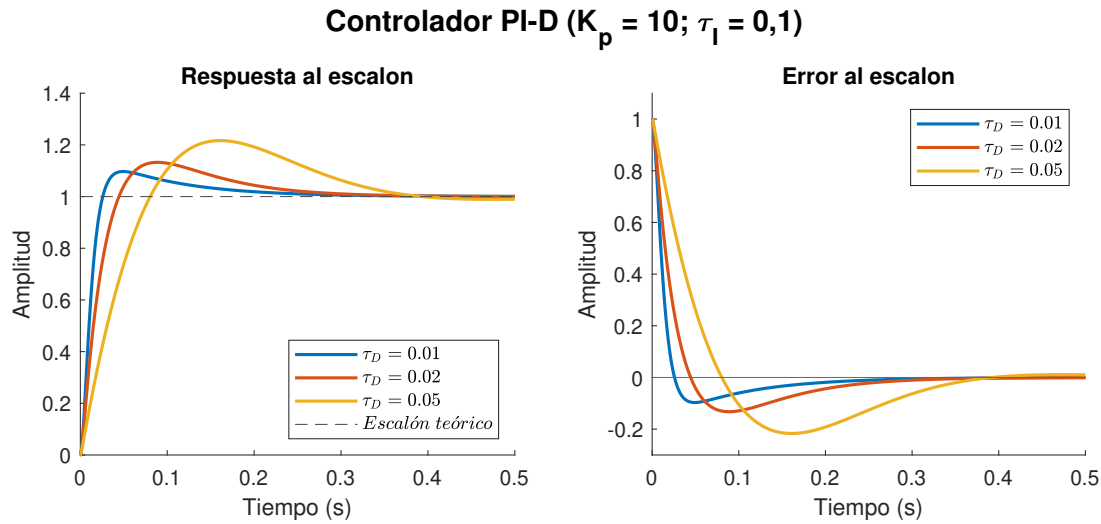


Figura 20: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PI-D variando  $\tau_D$ .

En segundo lugar, el tiempo de subida ( $t_r$ ) disminuye cuando se usan valores más pequeños de  $\tau_I$ . A diferencia de  $\tau_D$ , la sobreenergación máxima crece, si disminuye el valor de  $\tau_I$ .

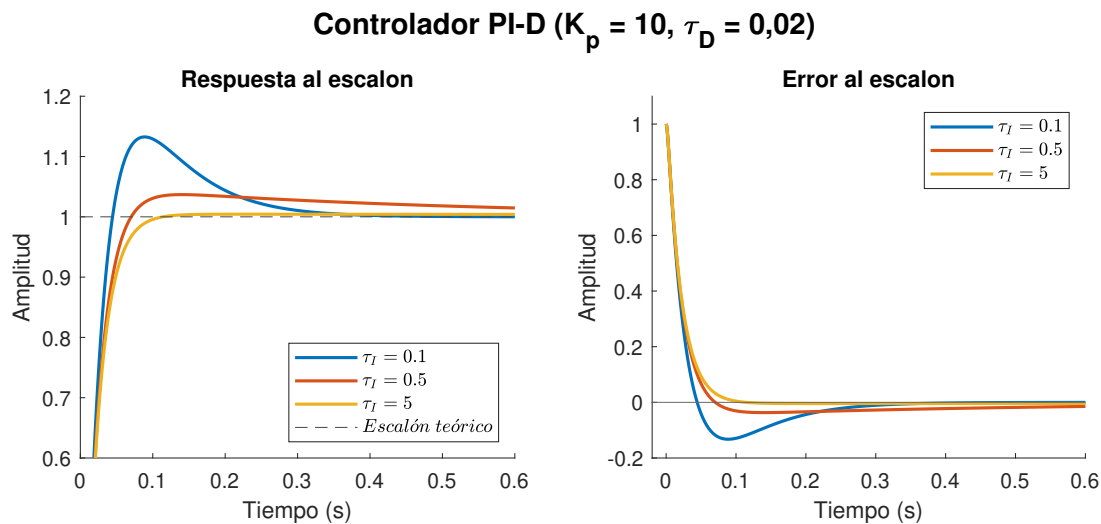


Figura 21: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador PI-D variando  $\tau_I$ .

Finalmente, no se muestran las respuestas a la rampa y a la parábola debido a que no muestran información relevante para el análisis de dicho controlador, pero se ha comprobado que solamente se resuelve el problema de seguimiento para la rampa, como se había comentado previamente observando la función de transferencia.

## 2.7. Controlador PID-D

En este controlador, se va a combinar un PID en el lazo directo y un término derivativo en el paralelo, quedando así un sistema como el de la Figura 22.

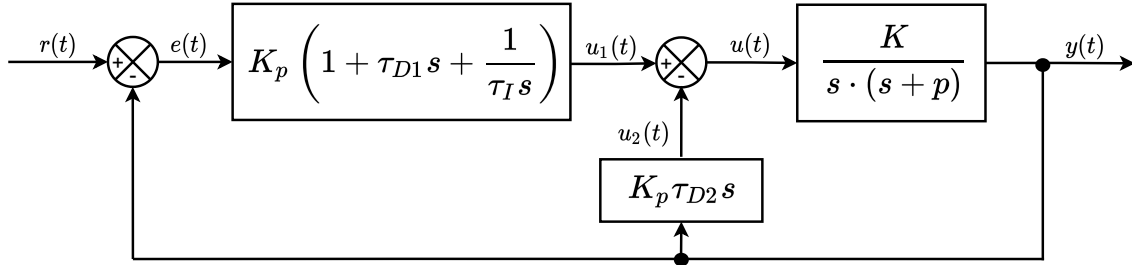


Figura 22: Esquema de control realimentado con controlador PID-D.

La función de transferencia del sistema,  $H_{PID-D}(s)$  es la siguiente:

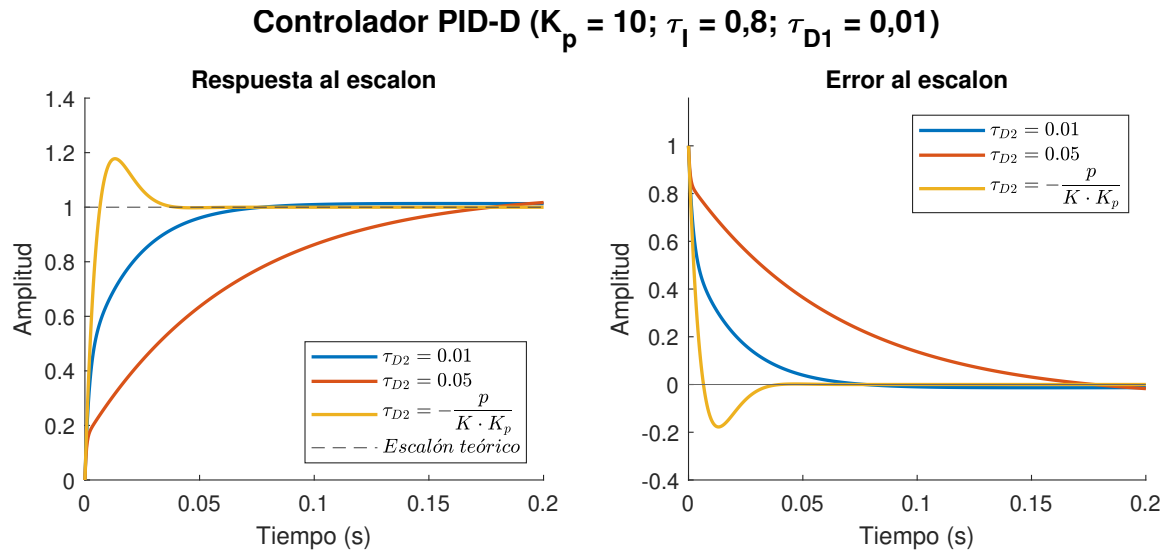
$$H_{PID-D}(s) = \frac{KK_p\tau_{D1} \left( s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_i} \right)}{s^2(s+p) + KK_p\tilde{\tau}_D \left( s^2 + \frac{s}{\tilde{\tau}_D} + \frac{1}{\tilde{\tau}_D\tau_i} \right)} \quad (7)$$

Siendo  $\tilde{\tau}_D = \tau_{D1} + \tau_{D2}$

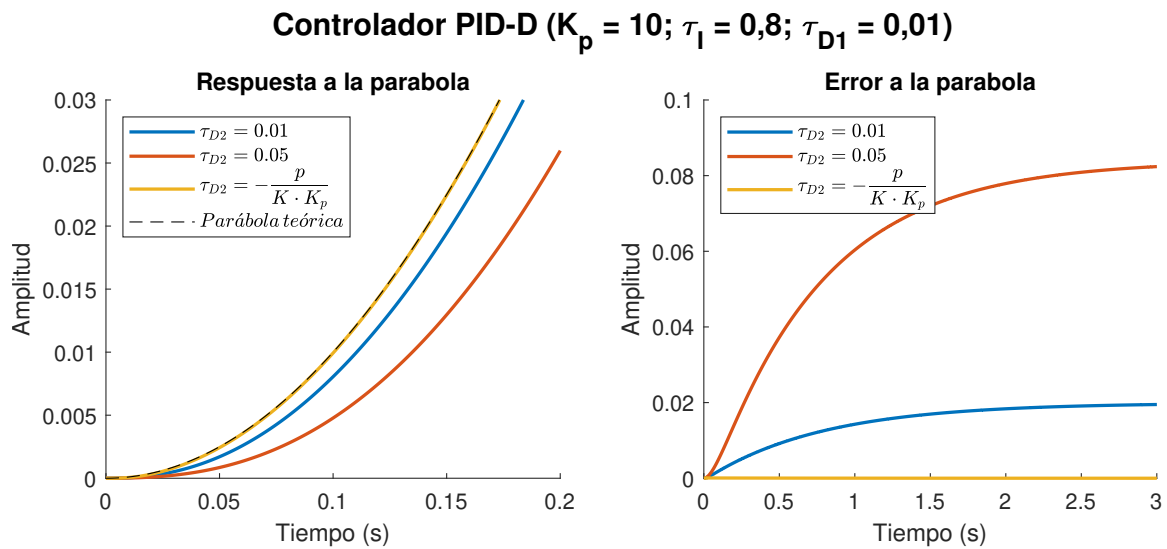
Se puede realizar un rápido análisis con la función de transferencia  $H_{PID-D}(s)$ , y ver que no se encuentra el subpolinomio completo del numerador en el denominador y solo se encuentra completo hasta  $n_s = 1$ . En este caso, podemos saber que el error en régimen permanente al escalón y a la rampa va a ser nulo y a la parábola constante. Como se va a explicar en el Apartado 3.2, con un determinado valor de  $\tau_{D2}$  se puede conseguir un error de 0 en régimen permanente con una parábola.

En la Figura 23 se puede observar una simulación de la respuesta de este controlador a un escalón, con su respectivo error y con un valor constante de  $K_P = 10$ ,  $\tau_i = 0,8$  y  $\tau_{D1} = 0,01$ . En este caso, se realizará el estudio con diferentes valores de  $\tau_{D2} \in \{0,01; 0,05; -\frac{p}{K \cdot K_p}\}$ , ya que el resto de parámetros son del controlador PID explicado en el Apartado 2.5 y su variación afectarán de la misma forma que lo explicado en dicha sección. Como se puede observar, aumentar el valor de  $\tau_{D2}$  hace que la respuesta al sistema sea más lenta y que disminuya la sobreelongación máxima.





En la Figura 24 podemos ver la respuesta y error del sistema al introducir una parábola como señal de referencia. Como se puede observar, la respuesta no llega a la parábola teórica ya que el error a la parábola es constante. A medida que el valor de  $\tau_{D2}$  disminuye, la respuesta se va acercando al valor teórico hasta que esta alcanza el valor calculado en el Apartado 2.5, el cual es  $\tau_{D2} = -\frac{p}{K \cdot K_p}$ , donde el error pasa a ser 0 y la respuesta coincide con la parábola teórica.



## 2.8. Controlador $D|PID$

Para finalizar, pasamos a estudiar el único sistema del estudio que usa un lazo prealimentado, en este caso con un término proporcional. En el lazo directo se incluye un término proporcional integral derivativo, quedando un sistema como el de la Figura 25.

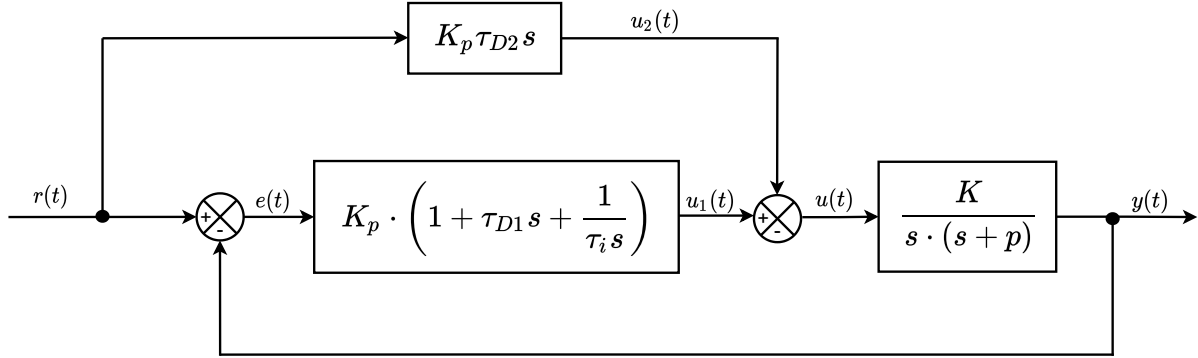


Figura 25: Esquema de control realimentado con controlador  $D|PID$ .

La función de transferencia de lazo cerrado para el controlador proporcional derivativo,  $H_{D|PID}(s)$  es:

$$H_{D|PID}(s) = \frac{K K_p \tilde{\tau}_D \left( s^2 + \frac{s}{\tilde{\tau}_D} + \frac{1}{\tilde{\tau}_D \tau_i} \right)}{s^2(s + p) + K K_p \tau_{D1} \left( s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_i} \right)} \quad (8)$$

Donde  $\tilde{\tau}_D = \tau_{D1} + \tau_{D2}$

Al igual que en los últimos controladores analizados, en el numerador de la función de transferencia  $H_{D|PID}(s)$  se encuentra el polinomio completo hasta  $n_s = 1$  del denominador. Por lo tanto, el error en régimen permanente al escalón y a la rampa va a ser nulo y a la parábola constante. Al igual que con el controlador PID-D, con un determinado valor de  $\tau_{D2}$  se puede conseguir un error de 0 en régimen permanente con una parábola.

Manteniendo los valores de  $K_p$ ,  $\tau_i$  y  $\tau_{D1}$  como en el apartado anterior, se pasa a analizar la respuesta al escalón de este sistema y su error, dando así el la Figura 26. Se realizará el estudio variando  $\tau_{D2}$  como en el controlador anterior (ver Sección 2.7). De esta forma:

$$\tau_{D2} \in \{0,01; 0,05; \frac{p}{K \cdot K_p}\}$$

Como se puede observar, aumentar el valor de  $\tau_{D2}$  hace que la respuesta al sistema sea más rápida, haciendo que aumente su sobreelongación y que el valor del tiempo de subida disminuya.

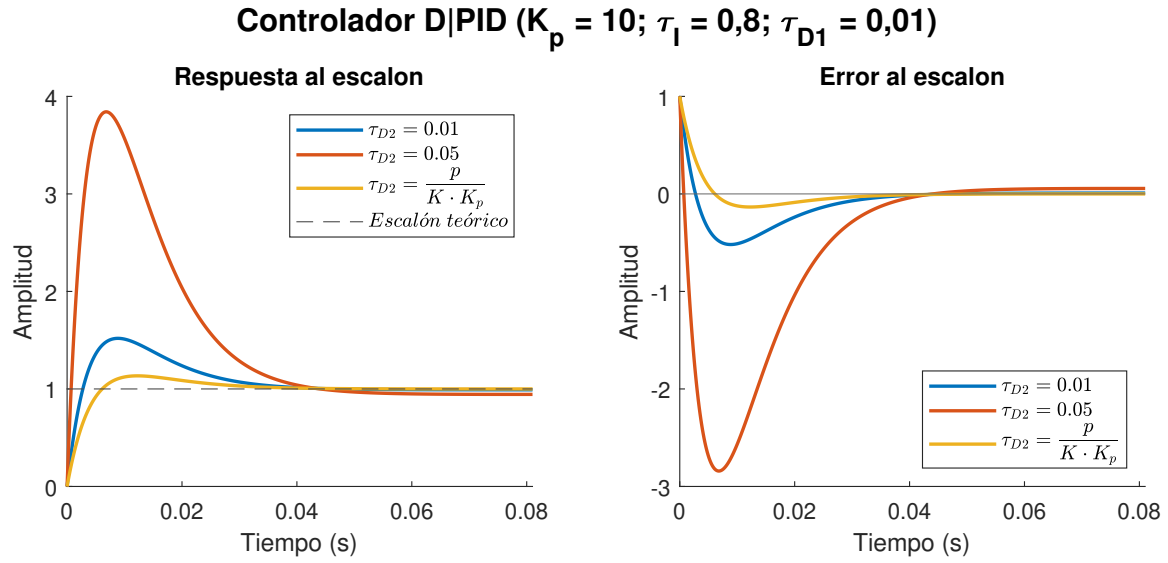


Figura 26: Respuesta y error al escalón unidad con el controlador  $D|PID$ .

En la Figura 27 podemos ver la respuesta y error del sistema al introducir una parábola como señal de referencia. Al igual que con el PID-D, la respuesta no llega a la parábola teórica ya que el error a la parábola es constante. A medida que el valor de  $\tau_{D2}$  disminuye, la respuesta se va acercando al valor teórico hasta que esta alcanza el valor determinado que anula el error, el cual es  $\tau_{D2} = \frac{p}{K \cdot K_p}$  y la respuesta coincide pasa a coincidir con la parábola teórica.

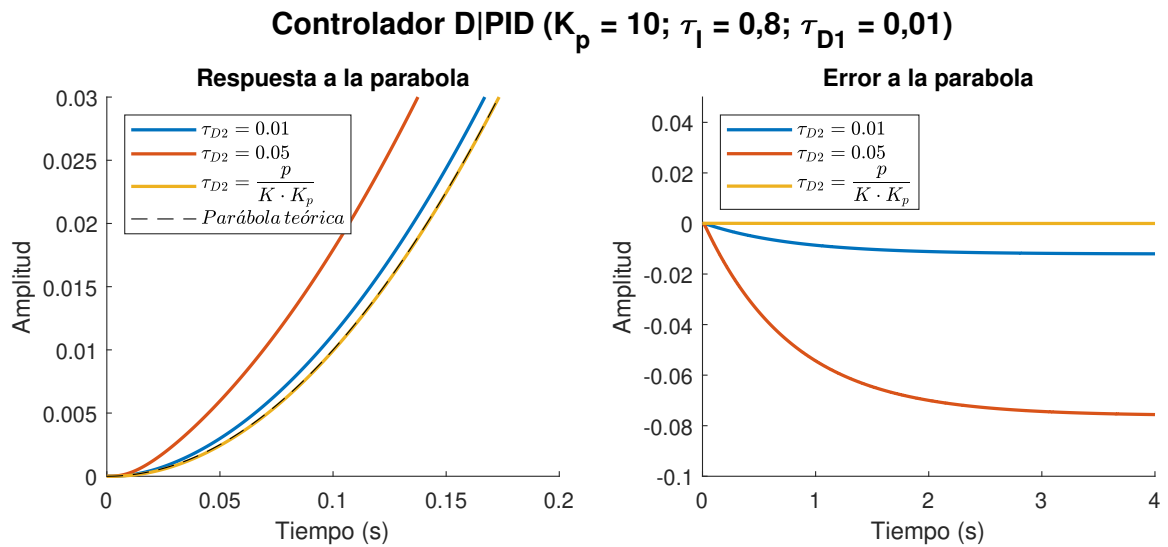


Figura 27: Respuesta y error a la parábola con el controlador  $D|PID$ .

### 3. Análisis y diseño de un sistema de control de la posición angular de un motor DC usando un controlador *PID-D*

En este apartado se ha utilizado la función de transferencia simplificada del motor DC del Telaboratorio. Además, se ha utilizado un controlador *PID-D* como el estudiado en la Sección 2.7. Como se ha explicado previamente, su función de transferencia es:

$$H_{PID-D}(s) = \frac{KK_p\tau_{D1} \left( s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_i} \right)}{s^2(s+p) + KK_p\tilde{\tau}_D \left( s^2 + \frac{s}{\tilde{\tau}_D} + \frac{1}{\tilde{\tau}_D\tau_i} \right)} \quad (9)$$

Siendo  $\tilde{\tau}_D = \tau_{D1} + \tau_{D2}$ .

#### 3.1. Análisis de estabilidad del sistema

En primer lugar, se ha realizado un análisis de estabilidad [3]. Con el fin de poder realizar este análisis se ha realizado la Tabla de Routh de su polinomio característico. La ecuación 10 muestra el polinomio característico  $P(s)$  de grado 3.

$$P(s) = s^3 + s^2 \cdot (p + K \cdot K_p \cdot \tilde{\tau}_D) + s \cdot K \cdot K_p + \frac{K \cdot K_p}{\tau_I} \quad (10)$$

Por lo tanto, la tabla de Routh del polinomio característico queda como:

$$\begin{array}{l} s^3 : \left| \begin{array}{cc} 1 & K_p \cdot K \\ p + K_p \cdot K \cdot \tilde{\tau}_D & \frac{K_p \cdot K}{\tau_I} \end{array} \right| \\ s^2 : \left| \begin{array}{cc} p + K_p \cdot K \cdot \tilde{\tau}_D & \frac{K_p \cdot K}{\tau_I} \end{array} \right| \\ s^1 : \left| \begin{array}{cc} K_p \cdot K \left( 1 - \frac{1}{\tau_I \cdot (p + K_p K \tilde{\tau}_D)} \right) & \end{array} \right| \\ s^0 : \left| \begin{array}{cc} \frac{K_p \cdot K}{\tau_I} & \end{array} \right| \end{array} \quad (11)$$

Para que el sistema sea estable, los valores de la primera columna de la tabla anterior deben de ser positivos, es decir, mayores que 0. De esta forma, las condiciones que se deben cumplir son:

$$K_p \cdot \tilde{\tau}_D > \frac{-p}{K} \quad (12)$$

$$\frac{K_p}{\tau_I} > 0 \quad (13)$$

$$K_p \cdot \tilde{\tau}_D > \frac{1}{K \cdot \tau_I} - \frac{p}{K} \quad (14)$$

Donde, si sustituimos  $K$  y  $p$  por sus valores y consideramos que  $K_p > 0$ , las condiciones quedan de la siguiente forma:

$$K_p \cdot \tilde{\tau}_D > -0,0245 \quad (15)$$

$$\tau_I > 0 \quad (16)$$

$$K_p \cdot \tilde{\tau}_D > \frac{1}{2652,28 \cdot \tau_I} - 0,0245 \quad (17)$$

### 3.2. Analizar el problema de seguimiento al escalón, rampa y parábola

Para realizar el análisis de este apartado, se usará el teorema del valor final para poder realizarlo en el espacio de Laplace en vez de en el tiempo, quedando así la siguiente ecuación:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot (1 - H(s)) \cdot R(s) \quad (18)$$

Siendo  $R(s)$  las señales de referencia monómicas a estudiar en el espacio de Laplace, las cuales son el escalón, la rampa y la parábola.

#### ■ Escalón

Para el escalón unitario, la señal de referencia es  $R(s) = \frac{1}{s}$ . Aplicando el teorema del valor final, el error en régimen permanente será:

$$e_{ss0}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s^2(s + p + KK_p\tau_{D2})}{s^2(s + p) + KK_p\tau_{D1} \left( s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_I} \right)} \cdot \frac{1}{s} = 0 \quad (19)$$

#### ■ Rampa

Por otro lado, para una rampa, la señal de referencia será  $R(s) = \frac{1}{s^2}$ . Nuevamente, si aplicamos el teorema del valor final, el error es el siguiente:

$$e_{ss1}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s^2(s + p + KK_p\tau_{D2})}{s^2(s + p) + KK_p\tau_{D1} \left( s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_i} \right)} \cdot \frac{1}{s^2} = 0 \quad (20)$$

#### ■ Parábola

Finalmente, para la parábola la señal de referencia es  $R(s) = \frac{1}{s^3}$ . El error en régimen permanente lo calculamos mediante el teorema del valor final. El valor del límite en este caso es el siguiente:

$$e_{ss2}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s^2(s + p + KK_p\tau_{D2})}{s^2(s + p) + KK_p\tau_{D1} \left( s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_i} \right)} \cdot \frac{1}{s^3} = \tau_i \left( \frac{p}{KK_p} + \tau_{D2} \right) \quad (21)$$

Este es el único caso donde el valor del error puede ser constante en vez de 0. Aun así, se puede observar que en el caso particular de  $\tau_{D2} = -\frac{p}{K \cdot K_p}$ , el error en régimen permanente pasa a ser 0.

A continuación, en la Figura 28 se puede ver los errores cometidos con el controlador PID-D para distintas señales de referencia monómicas (escalón, rampa y parábola). En estas simulaciones del error se ha mantenido fijo  $K_p = 10$ ,  $\tau_I = 0,8$  y  $\tau_{D1} = 0,01$ , de forma que el único parámetro que se ha variado ha sido  $\tau_{D2}$ .

$$\tau_{D2} \in \{0,01; 0,05; \frac{p}{K \cdot K_p}\}$$

Uno de estos valores era  $\tau_{D2} = -\frac{p}{K \cdot K_p}$  para poder comprobar que en la parábola el infinito es 0.

### Errores en el Controlador PID-D para distintas señales de referencia monómicas

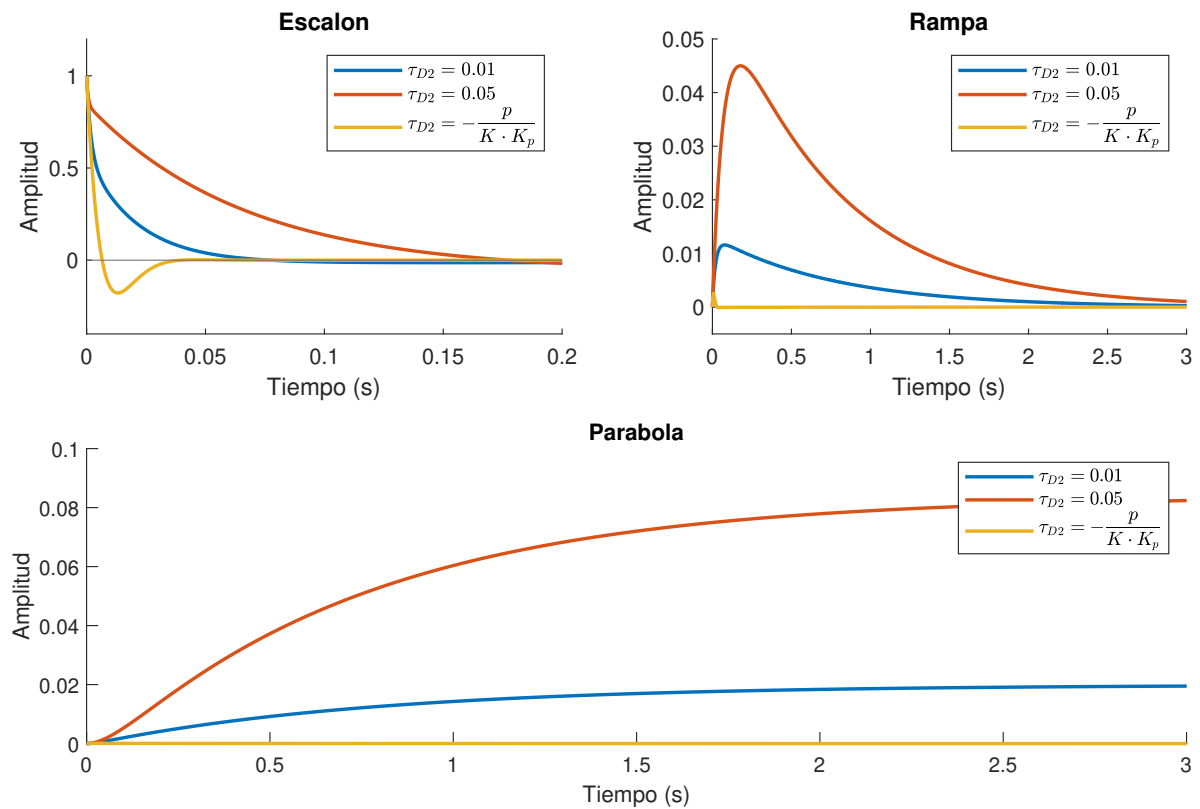


Figura 28: Errores cometidos usando distintas señales de referencia.

### 3.3. Sintonizar los parámetros del controlador

Las especificaciones que debe cumplir el controlador PID-D son las siguientes:

- Sobreenergación máxima de la salida al escalón  $M_p \in [8\%, 15\%]$ .
- Tiempo de establecimiento  $t_s \leq 0,5$  segundos para una tolerancia  $\nu = 2\%$ .
- Tiempo de subida  $tr \leq 0,3$  segundos.

Los parámetros de diseño del controlador PID-D del lazo directo  $\{K_p, \tau_{D1}, \tau_I\}$  se pueden sustituir por los parámetros  $\{\zeta, \beta, \beta_2\}$ , ya que:

$$K_p = \frac{p^2 \left(2\beta + \frac{1}{\zeta^2}\right)}{\beta_2^2 K} \quad (22)$$

$$\tau_{D1} = \frac{\beta_2(\beta + 2)}{p \left(2\beta + \frac{1}{\zeta^2}\right)} \quad (23)$$

$$\tau_{D2} = \frac{p}{K K_p} \quad (24)$$

$$\tau_I = \frac{\beta_2 \zeta^2 \left(2\beta + \frac{1}{\zeta^2}\right)}{\beta p} \quad (25)$$

En este sentido, a partir de la función de transferencia de lazo cerrado, del controlador PID-D de la fórmula X, se puede expresar de la siguiente forma:

$$H_{PID-D}(s) = \frac{r_1 s + r_2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} + \frac{r_3}{s + \beta\zeta\omega_n} \quad (26)$$

Donde  $r_1, r_2, r_3 \in \mathbb{R}$ . En la Tabla 1 se recogen el valor de  $r_1, r_2$  y  $r_3$  en función de  $\{\zeta, \beta, \beta_2\}$ :

$r_1$	$r_2$	$r_3$
$\frac{\zeta\omega_n \left(\beta \left(\frac{1}{\zeta^2} - 4\right) + \frac{2}{\zeta^2}\right)}{Q(\beta)}$	$\frac{\omega_n^2 \left(\frac{1}{\zeta^2} - 2\beta\right)}{Q(\beta)}$	$\frac{\beta^3 \zeta \omega_n}{Q(\beta)}$

Tabla 1: Funciones  $r_1, r_2$  y  $r_3$  del controlador PID-D

Siendo  $Q(\beta)$  es:

$$Q(\beta) = \beta^2 - 2\beta + \frac{1}{\zeta^2} \quad (27)$$

Puesto que la sobreenergación ( $M_p$ ) es independiente de  $\beta_2$ , se ha establecido un valor inicial de  $\beta_2 = 1$ , y únicamente se han tenido en cuenta los valores de  $\beta$  para obtener mediante una simulación del sistema de lazo cerrado, las curvas de  $M_p$  en función de  $\beta$  (Figura 29). Los valores arbitrarios del coeficiente de amortiguamiento ( $\zeta$ ) son:

$$\zeta \in \{0,5; 0,707; 0,85; 1,01\}$$

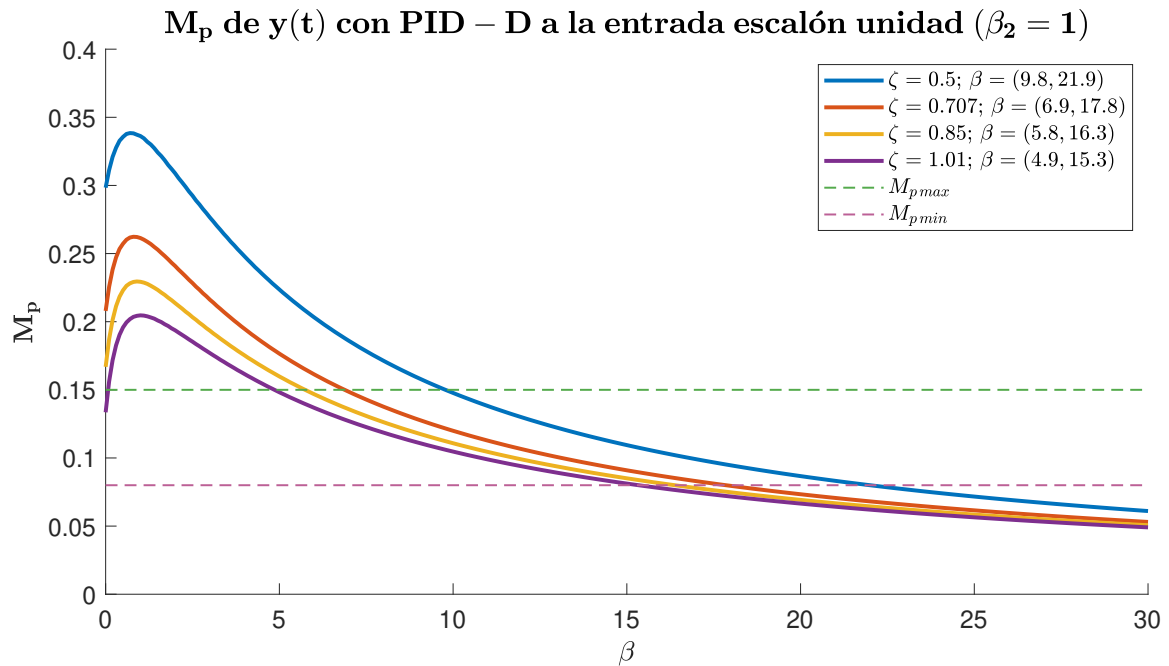


Figura 29: Primer paso PID-D:  $M_p$ .

La Figura 29 muestra los pares de  $(\zeta, \beta)$  que satisfacen la especificación de la sobreenergación máxima. En la Tabla 2 se pueden observar dichos pares de valores.

$\zeta$	$\beta$
0,5	[9, 8, 21, 9]
0,707	[6, 9, 17, 8]
0,85	[5, 8, 16, 3]
1,01	[4, 9, 15, 3]

Tabla 2: Pares de  $(\zeta, \beta)$  que satisfacen la especificación de la sobreenergación máxima.



A continuación, se ha realizado otra nueva simulación (ver Figura 30) obteniendo las curvas de  $t_s$  en función de  $\beta_2$  para cada par de valores obtenido anteriormente. La tolerancia impuesta por la especificación ha sido  $\nu = 2\%$ .

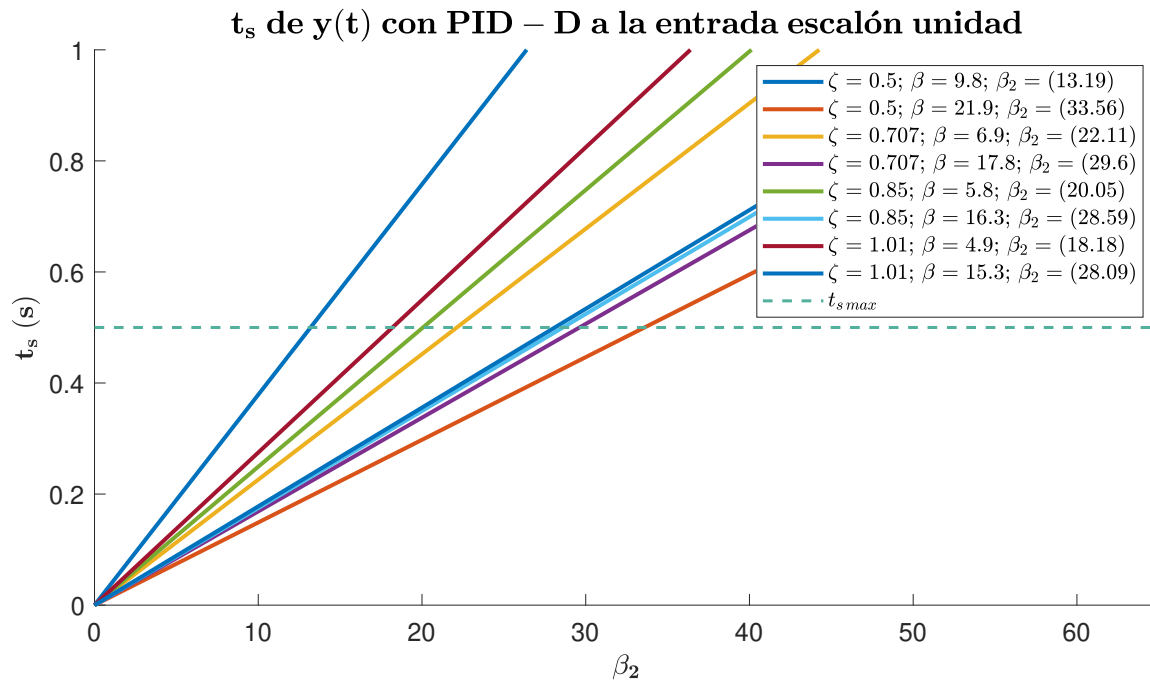


Figura 30: Segundo paso PID-D:  $t_s$ .

En la Figura 30 se ha realizado una simulación por cada par  $(\zeta, \beta)$  seleccionado, representando así el valor máximo y mínimo de  $\beta$  para cada  $\zeta$  escogida. Se han realizando así un total de 8 simulaciones de  $t_s$  en función de  $\beta$ . En ella se puede observar como  $\beta_2$  varia linealmente con  $t_s$ , de forma que a medida que aumenta el valor de  $\beta_2$  también aumenta el tiempo de establecimiento. Por lo tanto, imponiendo un tiempo de establecimiento,  $t_s \leq 0,5$  y una tolerancia  $\nu = 2\%$  se obtienen los posibles valores de  $\beta_2$  que cumplen dichas especificaciones. La Tabla 3 muestra los parámetros de diseño que satisfacen un tiempo de establecimiento igual o menor a 0,5 segundos:

$\zeta$	$\beta$	$\beta_2$
0,5	9,8	13,19
	21,9	21,9
0,707	6,9	5
	17,8	10
0,85	5,8	10
	16,3	19,3
1,01	4,9	2
	15,3	28,09

Tabla 3: Terna de parámetros que satisfacen el tiempo de establecimiento máximo requerido.

En siguiente lugar, se ha simulado en la Figura 31 la respuesta al escalón unidad del sistema realimentado con nuestro controlador que cumplen las especificaciones de diseño impuestas de régimen transitorio de todos los valores mostrados en la Tabla 3. Además, se puede observar como todas las respuestas cumplen la especificación del tiempo de subida  $t_r \leq 0,3$  segundos.

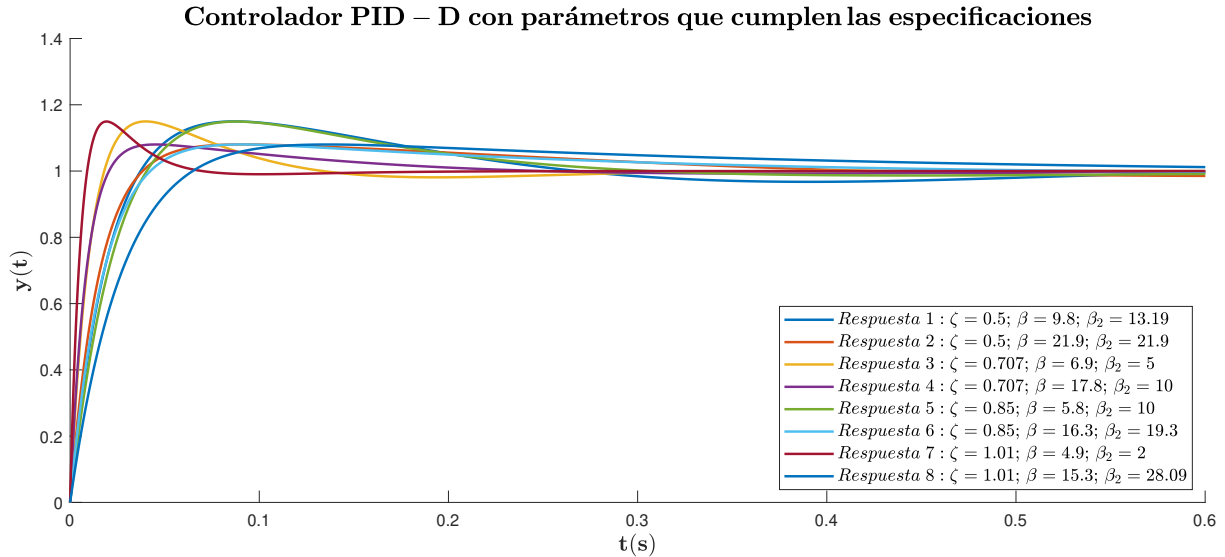


Figura 31: Respuesta al escalón del sistema realimentado con controlador PID-D, con distintos parámetros que cumplen las especificaciones de diseño del régimen transitorio.

Una vez simuladas todas las respuestas, se ha elegido la *Respuesta 3* debido a que aunque la sobreenergación máxima es la máxima posible, el tiempo de establecimiento es bastante pequeño (en comparación con el máximo establecido). Además, esta respuesta al escalón unidad no tiene lóbulos inferiores. Por lo tanto,  $\zeta = 0,707$ ;  $\beta = 6,9$  y  $\beta_2 = 5$ .

Asimismo, con los parámetros de diseño ( $\zeta$ ,  $\beta$  y  $\beta_2$ ) que satisfacen todas las especificaciones se han obtenido los parámetros del controlador ( $K_p$ ,  $\tau_{D1}$ ,  $\tau_{D2}$  y  $\tau_I$ ) a partir de las ecuaciones 22, 23, 24 y 25. Con estas ecuaciones los parámetros de diseño que cumplen las especificaciones son:

$$K_p = 23,146$$

$$\tau_{D1} = 0,043$$

$$\tau_{D2} = -0,024$$

$$\tau_I = 0,088$$

Finalmente, la Figura 32 muestra la respuesta al escalón unidad del sistema realimentado con el controlador PID-D junto a los parámetros de diseño elegidos.

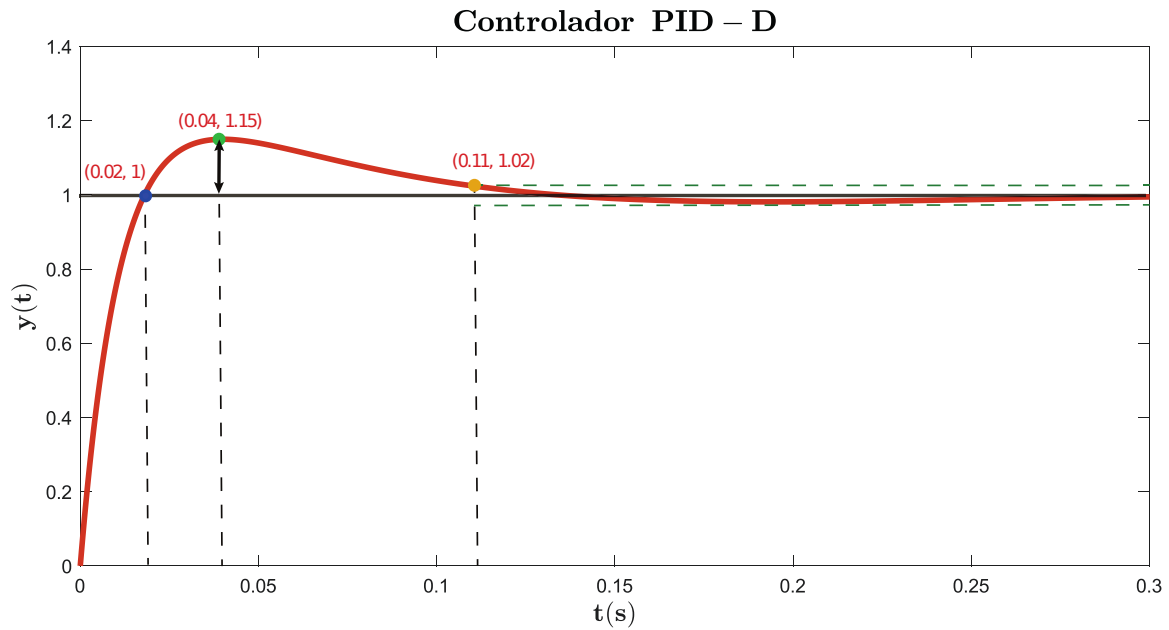


Figura 32: Respuesta al escalón del sistema realimentado con controlador PID-D, con los parámetros finales elegidos.

En la Tabla 4 se pueden encontrar las características de dicho controlador en régimen transitorio con una tolerancia  $\nu = 2\%$ :

$t_r$ (s)	$M_p$	$t_p$ (s)	$t_s$ (s)
0,0181	0,1498	0,0399	0,1133

Tabla 4: Características de régimen transitorio del diseño elegido con una tolerancia del 2%.

Como se puede apreciar, cumple todas las especificaciones de diseño requeridas.

## 4. Implementación en el telelaboratorio

### 4.1. Implementar en el telelaboratorio el diseño de la Sección 3.3

En este apartado del entregable se pide la implementación en el telelaboratorio de un sistema de control de la posición angular de un motor DC, imponiendo las especificaciones de la sección anterior usando un controlador del tipo PID-D. Debido a que el control de posición angular se realiza después de la reductora del motor, se tiene que tener en cuenta en la función de transferencia. El valor de dicha reductora [4] es:

$$r = 23 : 1$$

Por lo tanto, la función de transferencia será:

$$G(s) = \frac{K / r}{s(s + p)} = \frac{115,316}{s(s + 64,986)}$$

Para comprobar los parámetros de diseño calculados previamente, se ha utilizado la aplicación de *secoStudentsApp* [5]. Esta aplicación nos permite comprobar el controlador diseñado en un motor real. De modo que, es necesario introducir en dicha aplicación las ganancias de los factores Derivativo e Integral del controlador PID-D, teniendo en cuenta el periodo de muestreo. De esta forma, para la rama directa:

$$K_p = K_p \quad (28)$$

$$K_I = \frac{K_p \cdot T}{\tau_I} \quad (29)$$

$$K_D = \frac{K_p \cdot \tau_{D1}}{T} \quad (30)$$

Para la rama paralelo del controlador PID-D:

$$K_D = \frac{K_p \cdot \tau_{D2}}{T} \quad (31)$$

Donde se ha utilizado los parámetros ( $K_p$ ,  $\tau_{D1}$ ,  $\tau_{D2}$  y  $\tau_I$ ) calculados previamente y un tiempo de muestreo de 10 ms. Los parámetros introducidos a la aplicación son:

Parámetro	Directa	Paralela
$K_p$	23,146	-
$K_I$	2,630	-
$K_D$	99,528	-55,550

Tabla 5: Parámetros introducidos a la aplicación (controlador PID-D).

Tras calcular los parámetros necesarios para introducir en la aplicación, se ha utilizado el Motor 3 del Telelabo, con un PWM fijo a 20 KHz para el control de posición. La posición de referencia ha sido de  $\pi$  radianes, es decir, media vuelta. Además, se ha usado como señal de referencia un escalón, sin ningún tipo de perturbación. Finalmente, para la comunicación y el envío de datos, se ha usado un periodo de 10 ms y 2 s como tiempo limite de ejecución del controlador.

#### 4.2. Explicar las diferencias observadas entre el estudio analítico y el telelaboratorio

En primer lugar, la Figura 33 se ha representado la salida del sistema mediante un controlador PID-D, al tratar de seguir una escalón para controlar la posición ( $\theta = \pi \text{ rad}$ ).

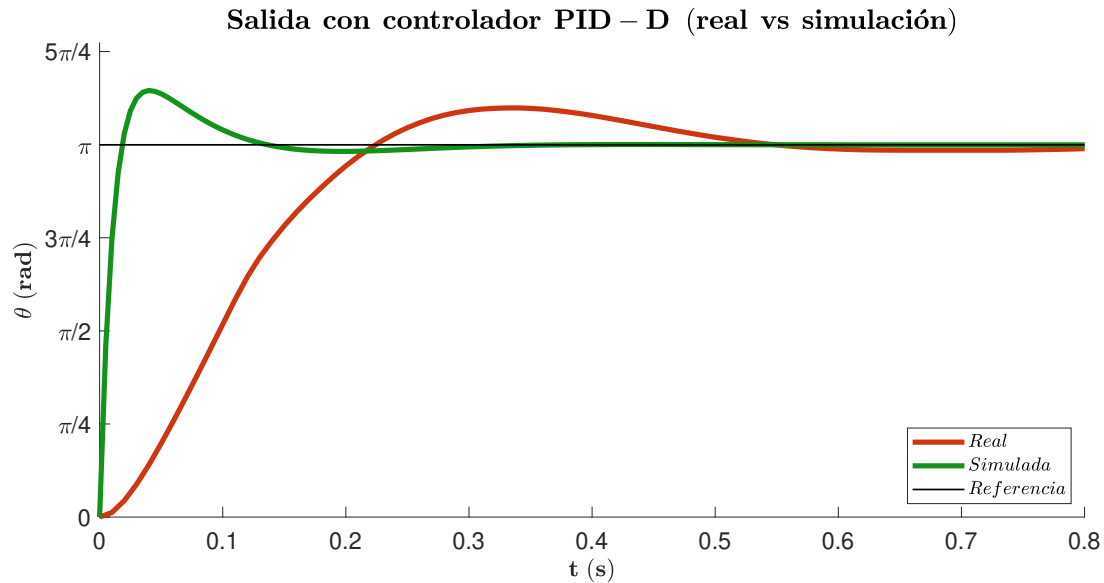


Figura 33: Salida con controlador PID-D (real vs simulación).

A simple vista, se puede observar que la salida del motor real es más lenta que la simulación, esto se debe principalmente a estos motivos:

- Par de fricción estática: El motor parte de una posición de reposo, por lo que inicialmente debe romper dicho par de fricción estática. En este sentido, esto se va a traducir en un aumento del tiempo de establecimiento.
- Saturación señal de control: La tensión máxima del motor del Telelabo [2] es 12 V. Por lo tanto, en los instantes donde la señal de control sea superior a dicha tensión máxima, la señal de control permanecerá saturada.
- Eliminación de los coeficientes de fricción: Como se comentó en las clases de modelado [6] se ha eliminado  $\tau_c(t)$  (par que incorpora la carga y la fricción).
- Simplificación de la función de transferencia: Originalmente, la función de transferencia tenía 2 polos. Dado que normalmente los motores DC cumplen que  $t_e \ll t_m$  y  $p_1 \ll p_2$ , se puede simplificar la función de transferencia del motor a solo un polo.

No obstante, se han calculado en la Tabla 6 las principales características de régimen transitorio. En ella se puede observar, el tiempo de establecimiento  $t_s$ , la sobreenlogación máxima  $M_p$ , el tiempo de pico  $t_p$  y el tiempo de subida  $t_r$ .

	$t_r$ (s)	$M_p$ (rad)	$t_p$ (s)	$t_s$ (s)
<b>Simulación</b>	0,02	0,46	0,04	0,12
<b>Real (Telelabo)</b>	0,23	0,31	0,34	0,50

Tabla 6: Comparación de las características de régimen transitorio (real vs simulación).

Como se puede observar ambos experimentos realizados (motor Telalabo y simulación en Matlab) cumplen las especificaciones impuestas de diseño para el controlador PID-D. Sin embargo, ambos experimentos no nos proporcionan los mismos resultados, por lo que es necesario comentar las diferencias y similitudes de ellos.

En cuanto a la sobreenlogación máxima  $M_p$ , se puede ver que en la simulación es mayor, que en el experimento del motor del Telalabo. En el enunciado se pedía una sobreenlogación máxima de la salida al escalón  $M_p \in [8\%, 15\%]$ . La Tabla 6 nos muestra dicha sobreenlogación en radianes, pero teniendo en cuenta la posición de referencia era  $\theta = \pi \text{ rad}$  se puede calcular el porcentaje. La sobreenlogación máxima (%), en nuestro caso es de 14,65 % para la simulación y de 9,87 % para el experimento del Telalabo. Por lo tanto, se cumple dicha especificación.

En lo relativo al tiempo de establecimiento  $t_s$ , el sistema real tarda 4 veces más en alcanzar el régimen permanente, si consideramos una tolerancia  $\nu = 2\%$ . Tal como muestra la tabla, el tiempo de establecimiento del sistema real es 0,5 segundos, es decir, el tiempo máximo de establecimiento. De esta forma, el tiempo de pico y el tiempo de subida también es mayor en el motor del Telalabo que en la simulación. Cabe destacar que los sistemas implementados en la realidad no son tal como se diseñan. En nuestro caso, aparte de que el sistema es más lento, encontramos un pequeño error régimen permanente. Dicho error, al ser tan pequeño respecto a la posición de referencia se puede despreciar.

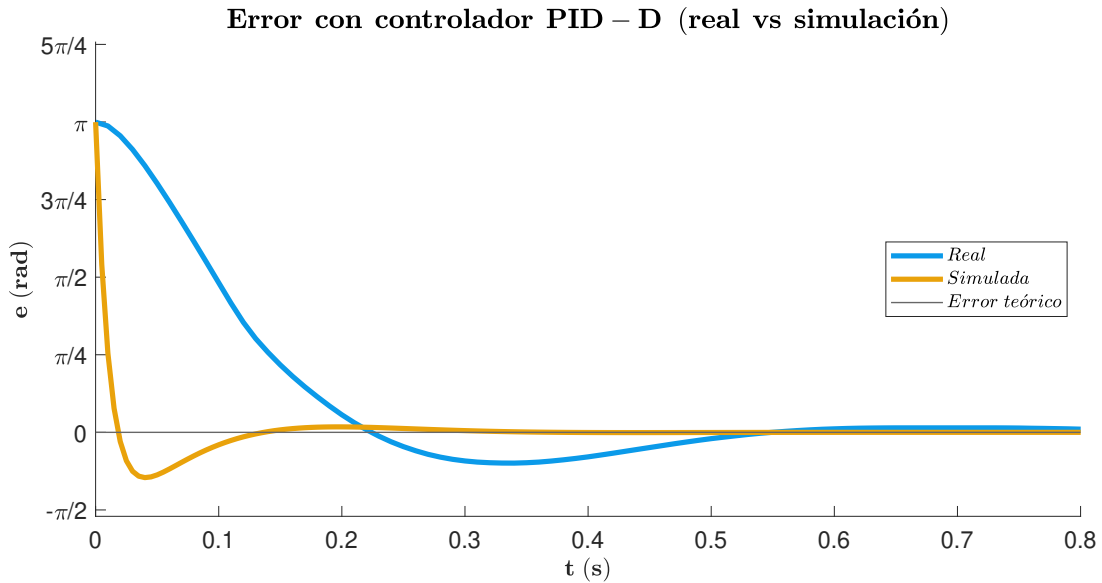


Figura 34: Error con controlador PID-D (real vs simulación).

La Figura 34 muestra una comparativa entre el error del experimento real como el de la simulación, tanto en régimen transitorio como en el régimen permanente, mediante el controlador PID-D. Como se ha comentado previamente, en los instantes iniciales en el motor del Telalabo el error es mayor a la simulación. Por lo tanto, la señal de control  $u(t)$  que introducimos en el motor es el sumatorio de todas las ramas del controlador PID-D (directa y paralela):

$$U(s) = E(s) \cdot \left[ K_p \left( 1 + \tau_{D1}s + \frac{1}{\tau_I s} \right) \right] - Y(s) \cdot (K_p \tau_{D2}s) \quad (32)$$

Como se puede observar, en la Ecuación 32 cuando el error es grande, la señal de control también lo es. Por lo tanto, si esta señal de control es mayor que la tensión máxima del motor (12 V), esta permanecerá saturada a dicha tensión.

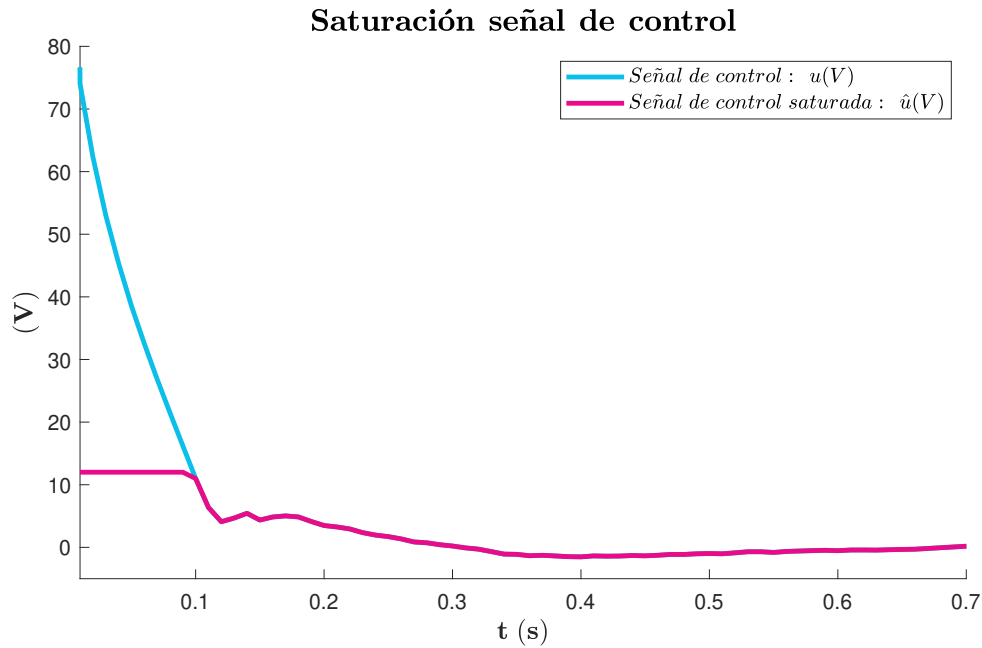


Figura 35: Saturación de la señal de control.

En la Figura 35 podemos observar la saturación de la señal de control. La señal de control en los instantes iniciales (hasta 0,1 s aproximadamente) es mayor que la tensión máxima del motor. En el instante inicial ( $t = 0$ ), la señal de control toma el valor de 74,03 V muy superior a los 12 V que admite el motor como máximo.

Por lo tanto, este controlador no es un buen diseño para un motor real como el nuestro, ya que durante bastante tiempo el controlador permanece en lazo abierto, entregando la máxima tensión a nuestro sistema.

## 5. Conclusiones

En este trabajo, hemos analizado los principales controladores estudiados en clase y su comportamiento variando los diferentes parámetros de cada uno. Después, nos hemos centrado en el controlador  $PID - D$ , estudiando su estabilidad, el problema de seguimiento a las señales de referencia escalón, rampa y parábola y el diseño de un controlador  $PID - D$  cumpliendo unas determinadas especificaciones.

Tras realizar este trabajo, hemos llegado a diversas conclusiones:

- Mediante el estudio realizado para las señales de referencia en un sistema  $PID - D$ , se puede comprobar que se puede llegar a alcanzar un error nulo para un escalón, una rampa y una parábola. Por este motivo, se convierte en el mejor controlador, junto con el  $D|PID$ , estudiado en este trabajo cuando se busca tener el menor error en régimen permanente con las señales de referencia estudiadas. Los siguientes serían los controladores  $PID$ ,  $PI - D$  y  $PI$ , que consiguen error nulo para el escalón y la rampa y los últimos  $P$ ,  $PD$  y  $P - D$ , ya que solo consiguen error nulo en el escalón.
- Mediante los estudios de los sistemas  $PID - D$  y  $D|PID$ , se puede comprobar que el uso de un término derivativo en el lazo paralelo tiene un comportamiento opuesto a uno en un lazo prealimentado.
- Durante el desarrollo del trabajo, se realizó la implementación en el Telelaboratorio de diferentes diseños. Cabe destacar uno, el cual se eligió el valor de  $\beta_2$  máximo para esa respuesta. Al elegir ese valor de  $\beta_2$ , la diferencia entre  $\beta_2$  y  $\beta$  es mucho mayor que 2. Como bien se ha explicado en clase, esto produce que el sistema sea de fase no mínima, ya que la ganancia del factor Derivativo  $K_D$  en la rama paralelo sea de un valor negativo muy pequeño. De esta forma, al implementarlo en el motor real la respuesta era muy diferente a la simulación de la respuesta.
- La conclusión más importante a la que se ha llegado durante la realización de este trabajo es el hecho de que el sistema diseñado simulado no acaba siendo igual al del real, siendo este más lento. Esto es debido principalmente por el par de fricción estática, por la saturación de la señal de control y por la simplificación del problema del diseño mediante la eliminación de los coeficientes de fricción y de la eliminación del polo no dominante. En este sentido, utilizar un controlador  $PID - D$  no es útil para la vida real, ya que permanece mucho tiempo en lazo abierto entregando la máxima tensión a nuestro motor. Finalmente, destacar que aunque no sea el controlador más adecuado para el problema de diseño propuesto, se puede llegar a implementar en un motor real un sistema que cumpla dichos parámetros, como se ha comprobado en la Sección 4.2.



## Referencias

- [1] F. Monasterio-Huelín y A. Gutiérrez, “Diseño,” 2021, [En línea]. Diponible en: <http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/apuntes/design.pdf>. Accedido: 30-may-2021.
- [2] Maxon Group, “Datasheet: A-max 32  $\varnothing$  32 mm, Graphite Brushes, 20 Watt.” 2021, [En línea]. Diponible en: [https://www.maxongroup.com/medias/sys\\_master/root/8881644503070/EN-21-175.pdf](https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8881644503070/EN-21-175.pdf). Accedido: 05-jun-2021.
- [3] F. Monasterio-Huelín y A. Gutiérrez, “Análisis,” 2021, [En línea]. Diponible en: <http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/apuntes/analisis.pdf>. Accedido: 26-may-2021.
- [4] Maxon Group, “Datasheet: Planetary Gearhead GP 32 A  $\varnothing$  32 mm, 0.75 - 4.5 Nm.” 2021, [En línea]. Diponible en: [https://www.maxongroup.com/medias/sys\\_master/root/8882772836382/EN-21-393-394.pdf](https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8882772836382/EN-21-393-394.pdf). Accedido: 05-jun-2021.
- [5] A. Gutiérrez, “Laboratorio,” 2021, [En línea]. Diponible en: <http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/apuntes/telelabo/secoStudentsQueueAppManual.pdf>. Accedido: 02-jun-2021.
- [6] F. Monasterio-Huelín y A. Gutiérrez, “Modelado de un motorDC,” 2021, [En línea]. Diponible en: <http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/apuntes/modelado.pdf>. Accedido: 06-jun-2021.