

# Wybrane zagadnienia geodezji wyższej

Rozwiązywanie zadań geodezyjnych na elipsoidzie obrotowej

Julia Litwiniec, 311582

15.01.2022 r.

# 1. Opis projektu

## Opis ćwiczenia

Projekt dotyczy wyznaczenia punktu średniej szerokości i punktu środkowego. Do wykonania ćwiczenia zostały wykorzystane algorytmy Vincentego i Kivioja.

Algorytm Vincenta jest to algorytm iteracyjny, który korzysta z zależności pomiędzy kątami. Wykonuje się on wielokrotnie do momentu spełnienia warunku określonego poniżej:

$$|L_{i+1} - L_i| < 0''.000001$$

Ostatecznie z podanych współrzędnych dwóch punktów poprzez obliczenia uzyskujemy odległość między tymi punktami oraz azymuty wprost i odwrotny.

Algorytm Kivioja umożliwia obliczenie wartości z danych jednego punktu, azymutu oraz odległości przy pomocy całkowania numerycznego. W tym algorytmie iteracyjnie wyznacza się wartości M i N, a za ich pomocą otrzymujemy różnicę długości i szerokości oraz wartość azymutu. Po zakończeniu pętli otrzymujemy końcowy wynik: wartości współrzędnych szukanego punktu oraz azymutu odwrotnego.

W projekcie najpierw z algorytmu Vincentego uzyskujemy odległość pomiędzy punktami oraz azymuty. Obliczone wartości: współrzędne jednego punktu, azymut wprost oraz połowa odległości wykorzystujemy w algorytmie Kivioja. Następnie dzięki tej funkcji otrzymujemy współrzędne punktu środkowego oraz azymut.

W ćwiczeniu należało także wyliczyć odległość pomiędzy punktem środkowym, a punktem średniej szerokości, jako dane podajemy te punkty oraz używamy algorytmu Vincenta. Ostatnią częścią było obliczenie pola powierzchni czworokąta ograniczonego przez punkty A, B, C, D. Do tego służy poniższy wzór:

$$P = \frac{b^2(\lambda_2 - \lambda_1)}{2} \left( \frac{\sin \varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi} + \frac{1}{2e} \ln \frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi} \right)_{\varphi_1}^{\varphi_2}$$

## Przykładowe wyniki

Dla danych:

$\varphi A = 51^\circ 15'$   
 $\lambda A = 20^\circ 45'$   
 $\varphi C = 51^\circ 15'$   
 $\lambda C = 21^\circ 15'$

$\varphi B = 51^\circ 00'$   
 $\lambda B = 20^\circ 45'$   
 $\varphi D = 51^\circ 00'$   
 $\lambda D = 21^\circ 15'$

uzyskano następujące wyniki:

Punkt średniej szerokości (s)  $\phi$ :  $51^\circ 7' 30.0''$        $\lambda$ :  $21^\circ 0' 0.0''$   
Azymut AD:  $128^\circ 16' 26.23310''$   
Azymut DA:  $308^\circ 39' 47.57069''$   
Punkt środkowy (k)  $\phi$ :  $51^\circ 7' 31.0''$   $\lambda$ :  $21^\circ 0' 2.4''$   
Odległość pomiędzy p. średniej szerokości, a p. środkowym: 55.894 m  
Azymut sk:  $57^\circ 41' 20.67496''$   
Azymut ks:  $237^\circ 41' 18.78384''$   
Pole powierzchni:  $973566198.599150 \text{ m}^2$

## 2. Wnioski

- Punkt średniej szerokości nie jest punktem środkowym
- Algorytmy Kivioja i Vincentego mają dopuszczalną dokładność dlatego są używane przy wyznaczaniu punktu środkowego
- Znając współrzędne punktów możliwe jest obliczenie pola powierzchni na elipsoidzie obrotowej
- Odwzorowania kartograficzne Ziemi powodują pewne odkształcenia