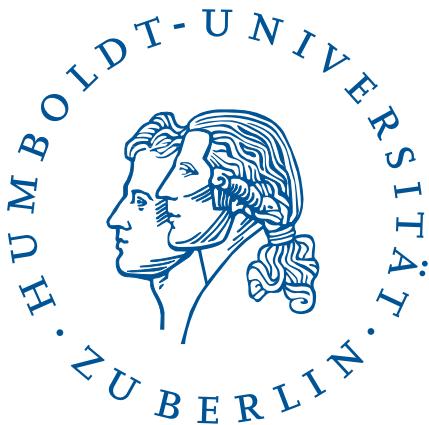


# **Untersuchungen zur Ausrichtung einer CCD-Kamera am MST-Prototyp**

## **BACHELORARBEIT**

**zur Erlangung des akademischen Grades  
Bachelor of Science  
(B. Sc.)  
im Fach Physik**



**eingereicht an der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
Institut für Physik  
Humboldt-Universität zu Berlin**

von  
Herrn Jan-Lukas Krieg  
geboren am 09.01.1995 in Berlin

Gutachter:

1. Prof. Dr. Thomas Lohse
2. Prof. Dr. David Berge

Betreuung:

1. Dr. Ullrich Schwanke

eingereicht am: 1. März 2019

Hier kommt die deutsche Zusammenfassung.

**Schlagwörter:**

CTA, MST-Prototyp, Adlershof, Pointing

# Contents

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. <math>\gamma</math>-Astronomie</b>	<b>2</b>
2.1. Entstehung hochenergetischer Strahlung . . . . .	2
2.2. Quellen hochenergetischer Strahlung . . . . .	2
2.3. Detektion von Strahlung . . . . .	3
2.3.1. Luftschauder . . . . .	4
2.3.2. Tscherenkov-Strahlung . . . . .	4
2.3.3. Bodengestützte Detektion der Tscherenkov-Strahlung . . . . .	5
<b>3. Das Cherenkov Telescope Array</b>	<b>7</b>
3.1. Design-Konzept . . . . .	7
3.1.1. Teleskoptypen . . . . .	7
3.1.2. Array-Konzept . . . . .	8
3.2. Prototyp in Adlershof . . . . .	8
3.2.1. Pointing des Teleskops mit CCD-Kameras . . . . .	8
3.2.2. Kameras des MST . . . . .	10
<b>4. Pointingmodell für eine große Abweichung zur optischen Achse</b>	<b>12</b>
4.1. Koordinaten . . . . .	12
4.2. Entwicklung von Pointingmodellen . . . . .	12
4.3. Motivation des Pointingmodells . . . . .	13
4.4. Pointingmodell mit zwei Parametern . . . . .	14
4.4.1. Vorhersage der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten . .	14
4.4.2. Vorhersage der Drive-Koordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten . .	16
4.5. Erweiterung des Modells auf vier Parameter . . . . .	17
<b>5. Anwendung des Pointingmodells auf Daten des Teleskops</b>	<b>18</b>
5.1. Datensatz . . . . .	18
5.2. Bestimmung der optimalen Parameter für die Pointingmodelle . . . . .	19
5.3. Anwendung auf das Pointingmodell mit zwei Parametern . . . . .	20
5.3.1. Abhängigkeit der Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten ..	20
5.3.2. Abhängigkeit der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drivekoordinaten ..	20
5.4. Anwendung auf das Pointingmodell mit 4 Parametern . . . . .	25
5.4.1. Abhängigkeit der Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten ..	25
5.4.2. Abhängigkeit der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drivekoordinaten ..	25
5.5. Systematische Abweichungen im entwickelten Pointingmodell . . . . .	28
<b>6. Fazit</b>	<b>29</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>31</b>

# List of Figures

2.1. Zu sehen sind alle von TeVCat registrierten und kategorisierten VHE-Quellen (ab einer Energie von $E > 50\text{GeV}$ [8]). Die roten Punkte stehen beispielsweise für AGNs, die Violetten für PWNS und die Grauen für unbekannte und unidentifizierte Quellen. [2] .	4
2.2. Der Tscherenkow-Effekt: Ein geladenes Teilchen durchfliegt ein dielektrisches Medium mit einer Geschwindigkeit über der der Lichtgeschwindigkeit im Medium und erzeugt Wellenfronten. . . . .	5
2.3. Detektion hochenergetischer Strahlung: Das in die Atmosphäre eintretende Photon erzeugt einen elektromagnetischen Luftschauder (oben rechts) der wiederum Cherenkovlicht erzeugt, welches am Boden mit IACTs detektiert werden kann. Ein Detektionsbild ist unten links zu sehen.[1] . . . . .	6
3.1. Die drei verschiedenen großen Teleskope des CTA: links die drei Varianten des SMT, in der Mitte das MST und rechts das LST [1] . . . . .	8
3.2. Der geplante Aufbau der Arrays auf La Palma und in der Atacamawüste: Auf La Palma werden zunächst nur die beiden größeren Teleskoptypen errichtet. In der Atacamawüste werden alle drei Teleskoptypen verwendet. Aufgrund der großen freien Fläche kann hier auch ein großer Bereich symmetrisch abgedeckt werden.[1] . . . . .	9
3.3. Der Prototyp des MST in Berlin. Die Tscherenkow-Kamera wurde durch einen Dummy ersetzt und der Mitte des Reflektors befinden sich drei CCD-Kameras die in Abbildung 3.4 besser zu sehen sind . . . . .	9
3.4. Die drei für das Pointing verwendeten CCD-Kameras. Rechts befindet sich mit dem größten Gesichtsfeld die Single-CCD, in der Mitte oben die Lid-CCD die nur die Tscherenkow-Kamera ablichtet und links die Sky-CCD, die, wie man hier gut erkennen kann, einen großen Winkel zur optischen Achse des Teleskops hat um den Nachthimmel beobachten zu können . . . . .	10
4.1. Die verwendeten Koordinaten . . . . .	12
4.2. Graphische Darstellung der Differenzen zwischen Drive- und CCD-Koordinaten für die Sky-CCD am MST. Man erkennt, dass die Abweichungen für Azimut und Elevation mit steigender Elevation ebenfalls steigen . . . . .	14
5.1. Die am Teleskop eingestellten Position zur Datenaufnahme: Die Daten wurden in einer spiralförmigen Bewegung des Teleskops aufgenommen. . . . .	18
5.2. Die Verteilung der von <code>astrometry.net</code> bestimmten Pixelscales: Diese sollte dem in Tabelle 3.1 angegebenen Wert von $11.03\text{arcsec}$ entsprechen. . . . .	19
5.3. Die Abweichungen des Modells zu den realen Werten (rot) im Vergleich zu den Differenzen zwischen Drive und CCD (schwarz) . . . . .	21
5.4. Gezeigt sind die Differenzen zwischen den vom Zwei-Parameter-Modell mit $az_0 = 12,04^\circ$ und $el_0 = -1,20^\circ$ vorhergesagten Drive-Koordinaten und den gemessenen Drive-Koordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten . . . . .	22
5.5. Die vom Modell vorhergesagten Koordinaten im Vergleich zu den experimentell bestimmten . . . . .	22
5.6. Die Abweichungen des Modells zu den realen Werten (rot) im Vergleich zu den Differenzen zwischen Drive und CCD (schwarz) . . . . .	23
5.7. Gezeigt sind die Differenzen zwischen den vom Zwei-Parameter-Modell mit $az_0 = 12,05^\circ$ und $el_0 = -1,20^\circ$ vorhergesagten CCD-Koordinaten und den gemessenen CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten . . . . .	24
5.8. Die vom Modell vorhergesagten Koordinaten im Vergleich zu den experimentell bestimmten . . . . .	25

5.9. Die Abweichungen des Modells zu den realen Werten (rot) im Vergleich zu den Differenzen zwischen Drive und CCD (schwarz) . . . . .	26
5.10. Die vom Modell vorhergesagten Koordinaten im Vergleich zu den experimentell bestimmten	26
5.11. Die Abweichungen des Vier-Parameter-Modells im Vergleich zu denen des Zwei-Parameter-Modells (schwarz) . . . . .	27
5.12. Die vom Modell vorhergesagten Koordinaten im Vergleich zu den experimentell bestimmten	28

# List of Tables

3.1. Technische Daten der Sky-CCD . . . . .	11
5.1. Die beiden Parameter für die Vorhersage der Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten . . . . .	20
5.2. Die beiden Parameter für die Vorhersage der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten . . . . .	21
5.4. Die für das Pointingmodell mit vier Parametern bestimmten Werte, wobei die CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten vorhergesagt wurden. . . . .	27
A.1. Die für das Pointingmodell mit zwei Parametern bestimmten Werte, wobei die Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten vorhergesagt wurden. . . . .	31
A.2. Die für das Pointingmodell mit zwei Parametern bestimmten Werte, wobei die CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten vorhergesagt wurden. . . . .	31
A.3. Die für das Pointingmodell mit vier Parametern bestimmten Werte, wobei die Drive-Koordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten vorhergesagt wurden. . . . .	31
A.4. Die für das Pointingmodell mit vier Parametern bestimmten Werte, wobei die CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten vorhergesagt wurden. . . . .	32

# 1. Einleitung

Da sich im Universum viele Objekte befinden, die Photonen einer so hohen Energie aussenden, dass diese nicht thermischen Ursprungs sein können, ist die Untersuchung dieser Quellen interessant. Besonders an der hohen Energie dieser Quellen ist zu dem, dass sie die Energien übersteigt, die man in irdischen Teilchenbeschleunigern erreichen kann, womit man durch die Untersuchung dieser Quellen auf Hinweise zu neuer Physik hoffen kann.

Zur Detektion auf der Erde verwendet man Tscherenkow-Teleskope, welche die hochenergetischen Photonen indirekt nachweisen können. Aktuell existieren drei große Projekte (HESS, MAGIC und VERITAS), die durch das Cherenkov Telescope Array (CTA) ersetzt werden sollen. Die Idee des CTAs ist es durch jeweils einen System von Teleskopen auf Nord- und Südhalbkugel den gesamten Nachthimmel abzudecken und durch den Einsatz von drei verschiedenen großen Teleskoptypen einen großen Energiebereich abzudecken.

Ein Prototyp für das mittelgroße Teleskop (MST - Medium Sized Telescope) wurde in Berlin-Adlershof errichtet um die verschiedene Systeme wie das Pointing, das heißt die richtige Ausrichtung des Teleskops, zu testen. Dazu befinden sich in der Mitte des Reflektors drei CCD-Kameras um zwei verschiedene Konzepte zu testen. Die Idee dabei ist, dass sowohl der Detektor als auch der Nachthimmel beobachtet wird. Eine Kamera hat ein großes Gesichtsfeld und lichtet den Detektor und den ihn umgebenden Nachthimmel ab. Eine weitere nur den Detektor und die letzte ist schräg zu den anderen montiert um den Nachthimmel ohne Detektor abzulichten. Durch den Winkel zwischen optischer Achse des Teleskops und dieser Kamera wird ein Modell benötigt, das die Beziehung der Koordinaten der Kamera und des Teleskops beschreibt.

## 2. $\gamma$ -Astronomie

Die Astronomie beschäftigt sich als Teilgebiet der Physik mit dem Universum und der Bewegung und Eigenschaften von Himmelskörpern wie Planeten oder Galaxien, interstellarer Materie und Strahlung. Betrachtete man früher nur Licht im optisch sichtbaren Bereich, so sind im 20. Jahrhundert einige zusätzliche Quellen dazugekommen. Dazu zählen die von Viktor Hess durch Ballonversuche entdeckte kosmische Strahlung, die Röntgen-/bzw die Gammastrahlung sowie die Neutrinostrahlung. Im Gegensatz zur kosmischen Strahlung, die überwiegend aus Protonen besteht, hat ungeladene Photonen- und Neutrinostrahlung den Vorteil, dass diese nicht durch elektromagnetische Felder abgelenkt wird und somit die Quellen dieser Strahlung leichter bestimmt werden können. Photonen haben zusätzlich den Vorteil, dass sie im Gegensatz zu Neutrinos, die nur schwach mit Materie wechselwirken, leichter zu detektieren sind. Ein interessantes Gebiet der letzten Jahre ist die VHE (Very High Energy)-Astronomie, die sich mit Quellen hoher Energie beschäftigt. Es gibt allerdings keine einheitliche Konvention für die Schwellenergie, die im Bereich von 50GeV [?] und 100GeV [3] liegt. Das besondere an dieser Strahlung ist, dass sie so hochenergetisch ist, dass sie nicht mehr thermischen Ursprungs sein kann, sondern andere Erzeugungsmechanismen zugrunde liegen müssen.

### 2.1. Entstehung hochenergetischer Strahlung

#### inverser Comptoneffekt

Durch den Comptoneffekt können hochenergetische Photonen einen Teil ihres Impulses und Energie an ein freies Elektron übergeben. Dieser Prozess kann auch invers ablaufen und somit kann ein niederenergetisches Photon, zum Beispiel aus dem kosmischen Mikrowellenhintergrund ( $E = 250$  [4]), durch Interaktion mit einem hochenergetischen Teilchen eine Energie im Bereich der Gammastrahlung bekommen.

#### Brems- und Synchrotronstrahlung

Durchfliegen Elektronen ein starkes Magnetfeld, wie es sie beispielsweise an Neutronensternen gibt, oder starke elektrische Felder in der Nähe von Atomkernen, so erfahren sie eine Beschleunigung. Durch diese Beschleunigung werden Photonen abgesetzt, deren Energie mit der Energie des Elektrons zunimmt.

#### Zerfälle und Annihilation

Hochenergetische Photonen können auch durch Zerfälle massiver Teilchen entstehen, wobei die Ruhemasse des Teilchen in kinetische Energie der Photonen umgewandelt wird. So zerfällt das neutrale Pion zum Beispiel zu 98,8% in zwei Photonen und setzt dabei eine Ruhemasse von  $E_0 = 135\text{MeV}$  [5] um. Eine weitere Möglichkeit ist die Annihilation von Materie und Antimaterie. Auch hier wird die Ruheenergie der Teilchen in kinetische Energie umgewandelt. So entstehen bei der Elektron-Positron-Annihilation zwei Photonen mit der Energie  $E = 511\text{keV}$ . Diese Energien liegen allerdings noch weit unter der Grenze der VHE-Astronomie.

### 2.2. Quellen hochenergetischer Strahlung

Ziel VHE-Astronomie ist es die Quellen hochenergetischer Gammastrahlung zu erforschen. Bild 2.1 zeigt alle bisher detektierten Gammaquellen.

#### Supernova Überreste

Supernovae sind Explosionen von Sternen die auf zwei Arten stattfinden können: Supernovae vom Typ Ia finden in Systemen von weißen Zwergen mit Sternen statt. Ein weißer

Zwerg ist ein ausgebrannter Stern, der größtenteils aus Sauer- und Kohlenstoff besteht. Saugt dieser weiße Zwerg Materie von einem anderen Stern ab, nimmt die Masse zu bis sie die Chandrasekhar-Grenze von ungefähr 1,4 Sonnenmassen [4] überschreitet und durch den gestiegenen Gravitationsdruck die Kernfusion wieder startet.

Kernkollaps-Supernovae entstehen aus Sternen. Nachdem diese ihren Wasserstoff- und Heliumvorrat verbrannt haben, folgt eine Gravitationskontraktion, die zu einer schnelle Abfolge von Kernfusionen schwererer Elemente führt. Nach dem Erreichen des stabilsten Elements ( $^{56}\text{Fe}$ ) kollabiert der Stern.

Durch eine Supernova entsteht ein massives Objekt, das mit der durch die Explosion verteilten Materie interagieren kann.

### Pulsare

Kollabieren die Überreste einer Supernova von einem Durchmesser von ca.  $10^6\text{ km}$  auf ca. 20km entsteht ein Neutronenstern, der sich aufgrund der Drehimpulserhaltung sehr schnell dreht. Bleibt der magnetische Fluss durch die Oberfläche erhalten, entstehen große Magnetfelder ( $\mathcal{O}(10^8\text{T})$ )[4]. Sind Drehimpuls und Magnetfeld nicht parallel zueinander, so nennt man das entstandene Konstrukt Pulsar. In seinem rotierenden Magnetfeld können geladene Teilchen der interstellaren Materie beschleunigt werden die somit Photonen abstrahlen.

### Schwarze Löcher und aktive galaktische Kerne

Schwarze Löcher sind Objekte mit einer Gravitationskraft, die so stark ist, dass auch Photonen, die sich hinter dem Ereignishorizont befinden, nicht entkommen können. Durch die starke Anziehung entsteht eine Akkretionsscheibe in der große elektromagnetische Felder herrschen, durch die wiederum hochenergetische Photonen entstehen können. Gerade in Zentren von Galaxien herrscht eine hohe Sterndichte, die dazu führt, dass hier supermassenreiche schwarze Löcher entstehen können. Diese können mit den großen Mengen an Plasma interagieren und strahlen häufig so hell, dass das Zentrum oder sogar den Rest der Galaxie überstrahlen können. Solche Quellen nennt man aktive galaktische Kerne (AGNs).

### Gamma Ray Bursts

Gamma Ray Bursts (GRBs) sind kurzzeitige Strahlungsausbrüche mit einer typischen Länge von 10ms bis 1000s, wobei eine Energie in der Größenordnung von  $10^{54}\text{erg}$  abgegeben wird. Die meisten GRBs lassen sich in kurzzeitige mit einer mittleren Dauer von 0,3s und langzeite mit einer typischen Dauer von ungefähr 30s einteilen. Hinter den kurzzeitigen vermutet man Ereignisse mit kompakten Objekten, wie das Verschmelzen zweier Neutronensterne oder eines mit einem schwarzen Loch. Für die langen GRBs könnten Kernkollaps-Supernovae verantwortlich sein.

### Dunkle Materie

Betrachtet man die Rotation von Galaxien, so stellt man fest, dass sich diese nicht durch die sichtbare Materie erklären lassen. Um dieses Problem zu lösen, postuliert man die Existenz einer uns nicht bekannten Materieform, der dunklen Materie. Durch die VHE-Astronomie versucht man Erkenntnisse über diese zu gewinnen. Man sucht beispielsweise nach monoenergetischen Energielinien, die durch Selbstannihilation von dunkler Materie entstehen könnten.

## 2.3. Detektion von Strahlung

Prinzipiell lässt sich zwischen bodengestützter und satellitengestützter  $\gamma$ -Astronomie unterscheiden. Durch den Einsatz von Satelliten vermeidet man den störenden Einfluss der Erdatmosphäre, muss dafür allerdings Abstriche in der Größe der Detektoren machen und mit hohen Kosten kalkulieren. Hier soll sich nur mit der günstigeren bodengestützten Variante beschäftigt werden. Dazu verwendet man sogenannte IACTs (Imaging Atmospheric Cherenkov Telescopes), die die Strahlung nur indirekt detektieren. Bild 2.3 zeigt die einzelnen Schritte der Detektion.

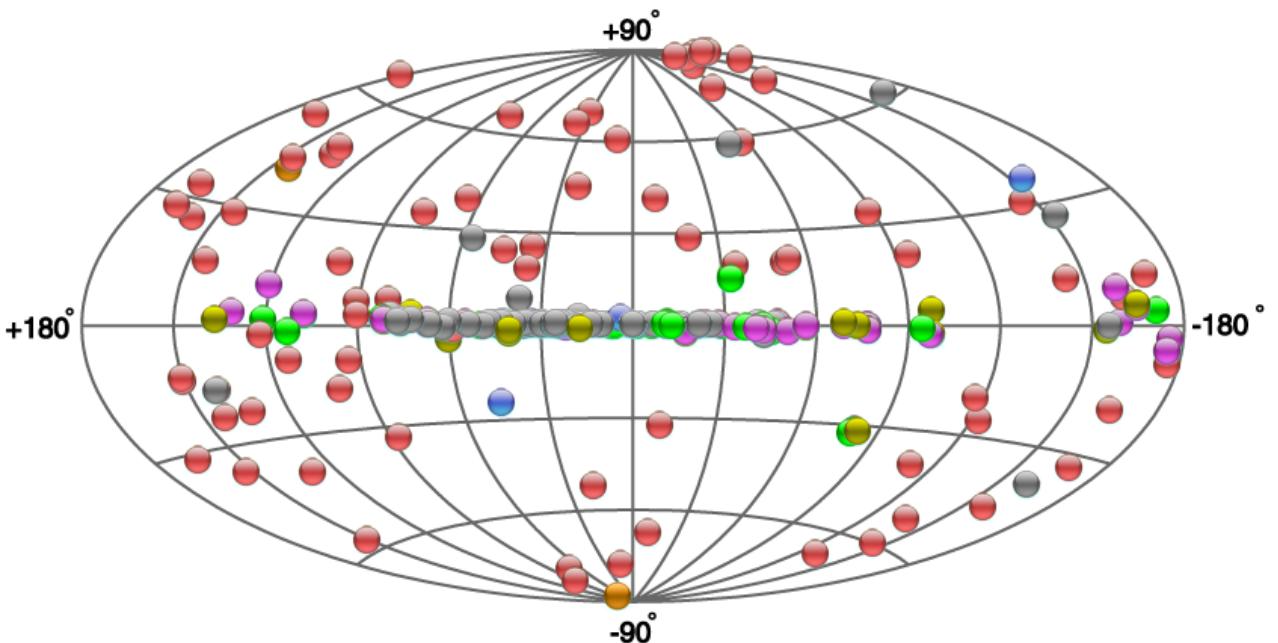


Figure 2.1.: Zu sehen sind alle von TeVCat registrierten und kategorisierten VHE-Quellen (ab einer Energie von  $E > 50\text{GeV}$ [8]). Die roten Punkte stehen beispielsweise für AGNs, die Violetten für PWNs und die Grauen für unbekannte und unidentifizierte Quellen. [2]

### 2.3.1. Luftschauder

Die Atmosphäre ist nur für Photonen im optischen und radiowellen Bereich durchsichtig. Treten hochenergetische Photonen in die Atmosphäre ein, findet Paarbildung statt. Das entstehende Elektron bzw Positron ist ebenfalls hochenergetisch und verliert hauptsächlich durch Bremsstrahlung Energie, worauf die entstehenden Photonen wieder durch Paarbildung wechselwirken können. Hierdurch nimmt die Anzahl der Teilchen exponentiell zu, womit die durchschnittliche Energie pro Teilchen exponentiell abnimmt. Der Luftschauder endet in einer Höhe von ungefähr 10km [?], wenn die Teilchen niederenergetisch sind und die restliche Energie über Ionisation verlieren. Neben den oben beschriebenen elektromagnetischen Schauern existieren noch hadronische und myonische Schauer. Hadronische Schauer entstehen wenn hochenergetische Hadronen in die Atmosphäre eindringen. Durch die Wechselwirkung von Hadronen entstehen häufig neutrale Pionen, die wiederum in Photonen zerfallen, wodurch wiederum ein elektromagnetischer Schauer entsteht, der allerdings einen anderen Ursprung hat.

### 2.3.2. Tscherenkow-Strahlung

Tscherenkow-Strahlung tritt auf, wenn sich geladene Teilchen in Materie schneller als die Lichtgeschwindigkeit in diesem Medium bewegen. Hierbei polarisiert das geladene Teilchen auf seiner Trajektorie die einzelnen Atome, die Licht sphärisch abstrahlen. Wäre das Teilchen langsamer als die Ausbreitungsgeschwindigkeit in diesem Medium, würden die Wellen destruktiv interferieren und man würde keine makroskopischen Effekte beobachten. Da sich das Teilchen allerdings schneller als das Licht bewegt, entsteht ein Kegel konstruktiver Interferenz, und ein Lichtblitz breitet sich kegelförmig mit dem Öffnungswinkel

$$\theta = \arccos \left( \frac{1}{\beta n} \right) \quad (2.1)$$

aus, wie in Abb 2.2 gezeigt. Für Luft (in Bodennähe) ergibt sich somit ein maximaler Öffnungswinkel von. Da allerdings die Dichte der Luft in der relevanten Höhe kleiner ist, ist auch der Brechungsindex näher an 1 und der Tscherenkow-Winkel beträgt noch ungefähr  $\theta = 1^\circ$ [4] Aus dem Winkel lässt sich die Geschwindigkeit des Teilchens rekonstruieren und bei bekannter Masse des Teilchens (in

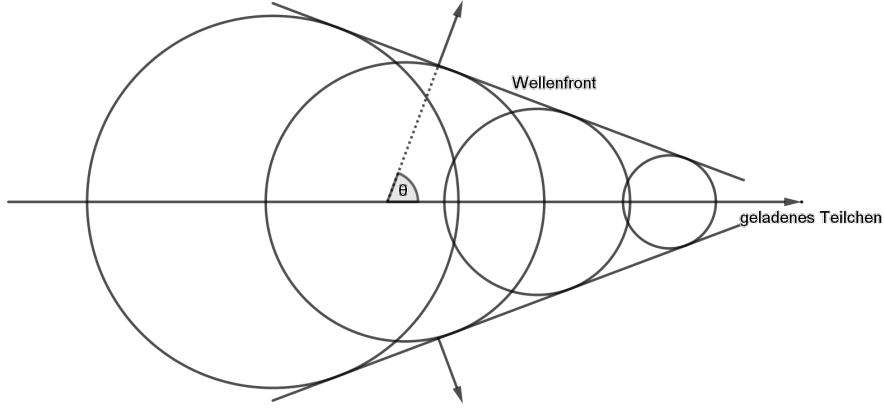


Figure 2.2.: Der Tscherenkov-Effekt: Ein geladenes Teilchen durchfliegt ein dielektrisches Medium mit einer Geschwindigkeit über der der Lichtgeschwindigkeit im Medium und erzeugt Wellenfronten.

elektromagnetischen Schauern entstehen Elektronen als geladene Teilchen) auch der Impuls und die Energie.

### 2.3.3. Bodengestützte Detektion der Tscherenkov-Strahlung

Ziel der bodengestützten Variante ist es, das Tscherenkov-Licht der sekundären Teilchen aus dem elektromagnetischen Schauer zu detektieren. Bei einem Tscherenkov-Winkel von  $\theta = 1^\circ$  in 10km Höhe und senkrechter Einstrahlung ergibt sich ein Lichtpool am Boden mit einem Durchmesser von 250m [3]. Somit müssen effektive Flächen in der Größenordnung von  $10^4$  bis  $10^5 \text{ m}^2$  abgedeckt werden um den gesamten Schauer zu detektieren. Typischerweise entstehen bei einem VHE-Photon  $10^8 - 10^9$  Photonen, die innerhalb von wenigen Nanosekunden abgegeben werden. Am Boden hat man somit typische Intensitäten von  $10^3 \frac{1}{\text{m}^2}$  die detektiert werden müssen. Dazu verwendet man IACTs, die aus einem Reflektor und einem Detektor bestehen. Der Reflektor besteht aus einem oder häufig aus mehreren Spiegeln, die das Tscherenkov-Licht in der Brennebene bündeln. Bei großen Teleskopen muss der Reflektor parabolisch sein und bei kleineren wird darauf häufig aus Kostengründen verzichtet, da verschiedene Brennweiten für die Spiegel gebraucht werden. Aufgrund der niedrigen Intensitäten und kurzen Zeitspannen der Tscherenkov-Blitze werden spezielle Kameras als Detektoren benötigt. Diese Tscherenkov-Kameras haben im Vergleich zu CCD-Kameras deutlich größere Pixel, so hat zum Beispiel die Kamera für einen Entwurf des SST [9] eine Pixelgröße von  $6 \times 6 \text{ m}^2$  mit einer Zeitauflösung der Größenordnung  $\mathcal{O}(1 - 10)\text{ns}$ . An jedem der Pixel ist zudem noch ein Photomultiplier angeschlossen um das eingehende Signal zu verstärken. Aus den aufgenommenen Daten lässt sich mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen die Richtung und die Energie des detektierten Photons rekonstruieren.

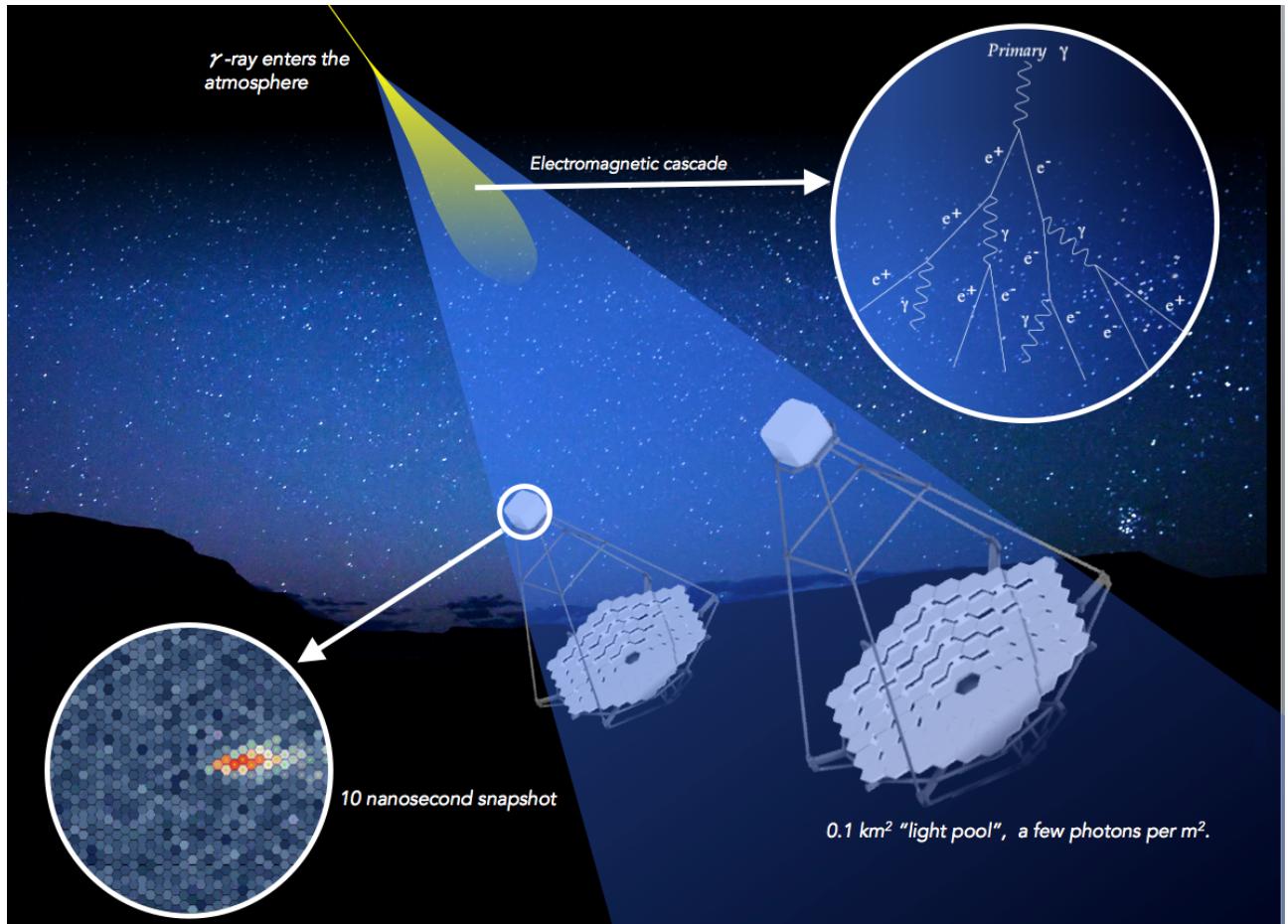


Figure 2.3.: Detektion hochenergetischer Strahlung: Das in die Atmosphäre eintretende Photon erzeugt einen elektromagnetischen Luftschauder (oben rechts) der wiederum Cherenkovlicht erzeugt, welches am Boden mit IACTs detektiert werden kann. Ein Detektionsbild ist unten links zu sehen.[1]

### 3. Das Cherenkov Telescope Array

Mit dem Bau des Cherenkov Telescope Arrays (CTA) werden verschiedene Ziele verfolgt [7]:

- Abdeckung des Energiebereichs von 30GeV bis 100TeV
- Verbesserung der Sensitivität um eine Größenordnung im Vergleich zur aktuellen Generation (H.E.S.S., VERITAS und MAGIC)
- Verbesserung der Winkelauflösung auf  $0,1^\circ$  bei 0,1TeV und  $0,05^\circ$  bei 1TeV
- Verbesserung der Energieauflösung auf 25% bei 50GeV und 10% bei 1TeV
- Entdeckung einer großen Anzahl von Quellen bekannter Klassen
- Entdeckung neuer Quellen (zum Beispiel Quellen GRBs)
- Abdeckung des gesamten (nördlichen und südlichen) Himmels

#### 3.1. Design-Konzept

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, hat man sich für ein Arraykonzept entschieden, dass aus drei unterschiedlich großen Teleskoptypen besteht und an zwei Standorten errichtet wird.

##### 3.1.1. Teleskoptypen

Für das CTA werden drei Teleskope unterschiedlicher Größe entwickelt, die in Abbildung 3.1 zu sehen sind.

###### Small Sized Telescope (SST)

Das kleinste Teleskop ist sensitiv im Bereich von 1TeV bis 300TeV und wird eingesetzt um Schauer mit Energien über TeV zu detektieren. Momentan werden drei verschiedene Varianten entwickelt, die zu einem harmonisiert werden sollen. Das SST 1M ist eine kleinere Variante des MST und SST-2M ASTRI und das SST-2M GCT basieren auf dem Prinzip eines Schwarzschild-Couder Designs. Das SST soll einen Reflektordurchmesser von ca. 4m haben.

###### Medium Sized Telescope (MST)

Das MST basiert auf einem modifiziertem Davies-Cotton-Design und hat einen Durchmesser von 12m. Mit einem Sensitivitätsbereich von 150GeV bis 5TeV deckt es den Kernbereich des CTAs ab. Ein Prototyp des MST wird in Berlin-Adlershof getestet.

###### Large Sized Telescope (LST)

Die größten Teleskope des CTA werden einen Reflektordurchmesser von 23m haben um auch Strahlung niedriger Energie zu detektieren. Um das Teleskop möglichst schnell zu bewegen, wurde durch den Einsatz von kohlefaser verstärktem Kunststoff Gewicht gespart. Das hat den Vorteil, dass die Teleskope zwar leichter werden, aber es hat auch den Nachteil, dass die Bauteile durch Bewegung des Teleskops stärker verbiegen, was das Pointing erschwert. Aufgrund der Größe dieser Teleskope reicht es nicht mehr den Reflektor dieser Teleskope sphärisch zu bauen, sondern parabolisch.



Figure 3.1.: Die drei verschiedenen großen Teleskope des CTA: links die drei Varianten des SMT, in der Mitte das MST und rechts das LST [1]

### 3.1.2. Array-Konzept

Um den gesamten Himmel abdecken zu können wird jeweils eine Anlage auf der Nordhalbkugel und der Südhalbkugel errichtet.

#### südliche Hemisphäre

Die größere der beiden Anlagen wird in der Atacamawüste in Chile errichtet und besteht aus allen drei Teleskoptypen, die auf einer Fläche von  $4\text{km}^2$  verteilt sind (Abbildung 3.2 rechts), um so den gesamten Energiebereich des CTAs abzudecken

#### nördliche Hemisphäre

Auf der spanischen Insel La Palma wird die nördliche Anlage errichtet. Hier steht eine kleinere Fläche zur Verfügung und es wird auf die kleinen Teleskope verzichtet, wodurch der Energiebereich auf 20GeV bis 20TeV begrenzt ist (Abbildung 3.2 links).

## 3.2. Prototyp in Adlershof

Ein Prototyp für das MST (Abbildung 3.2) wurde 2012 in Berlin-Adlershof in der Nähe zum DESY-Zeuthen und dem Institut für Physik der Humboldt-Universität zu Berlin errichtet. Ziel ist es mit dem Prototypen den mechanischen Aufbau zu untersuchen, die Ausrichtung der Spiegel zu testen und Pointingmethoden zu entwickeln. Dazu wurde auf eine Tscherenkovkamera verzichtet und durch einen Dummy der gleichen Masse ersetzt.

### 3.2.1. Pointing des Teleskops mit CCD-Kameras

Um die möglichst genaue Ausrichtung des Teleskops zu kennen verwendet man CCD-Kameras, die sowohl den Nachthimmel als auch den Dummy beziehungsweise später die Tscherenkovkamera ablichten. In sogenannten Pointing-Runs wird das Teleskop kalibriert, in dem es auf Sterne ausrichtet, deren Reflektion auf dem Dummy zu sehen ist. Mithilfe von auf dem Dummy angebrachten LEDs lässt sich die Position der Reflektion bestimmen und somit auch, wie der Dummy zum Teleskop steht. Aus den

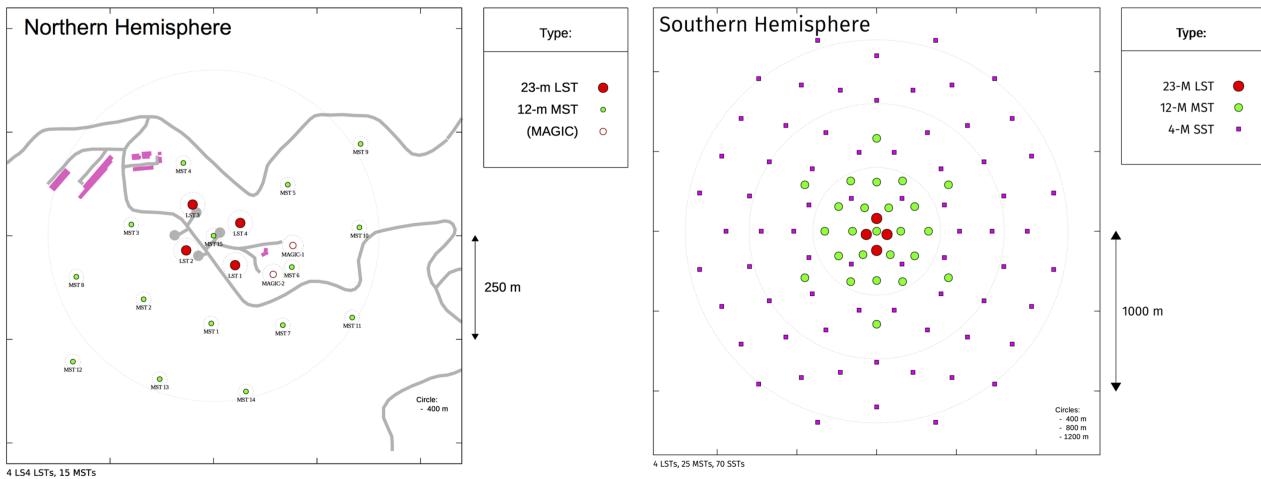


Figure 3.2.: Der geplante Aufbau der Arrays auf La Palma und in der Atacamawüste: Auf La Palma werden zunächst nur die beiden größeren Teleskoptypen errichtet. In der Atacamawüste werden alle drei Teleskoptypten verwendet. Aufgrund der großen freien Fläche kann hier auch ein großer Bereich symmetrisch abgedeckt werden.[1]



Figure 3.3.: Der Prototyp des MST in Berlin. Die Tscherenkow-Kamera wurde durch einen Dummy ersetzt und der Mitte des Reflektors befinden sich drei CCD-Kameras die in Abbildung 3.4 besser zu sehen sind

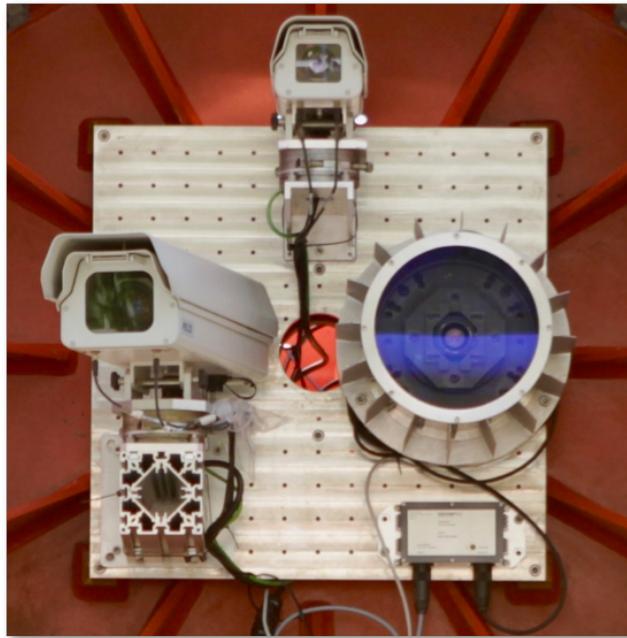


Figure 3.4.: Die drei für das Pointing verwendeten CCD-Kameras. Rechts befindet sich mit dem größten Gesichtsfeld die Single-CCD, in der Mitte oben die Lid-CCD die nur die Tscherenkov-Kamera ablichtet und links die Sky-CCD, die, wie man hier gut erkennen kann, einen großen Winkel zur optischen Achse des Teleskops hat um den Nachthimmel beobachten zu können

Aufnahmen vom Nachthimmel lässt sich aus der Position der zu sehenden Sterne die Koordinaten des Teleskops vorhersagen. Im Betrieb, wenn die Tscherenkovkamera geöffnet ist und die Reflektionen der Sterne nicht mehr zu sehen sind, lässt sich die Position der Tscherenkovkamera immer noch anhand der Pointing-LEDs bestimmen.

### 3.2.2. Kameras des MST

Um Pointingmodelle dieser Art zu entwickeln besitzt der Prototyp des MST drei CCD-Kameras im Zentrum des Reflektors (Abbildung 3.4). Die Single-CCD hat ein so großes Gesichtsfeld, dass sie gleichzeitig die Tscherenkovkamera als auch den Nachthimmel ablichten kann. Alternativ können auch zwei verschiedene Kameras verwenden können, wovon eine (LID-CCD) die Tscherenkovkamera und die andere (Sky-CCD) den Nachthimmel ablichtet. Die Methode mit den beiden Kameras hat den Vorteil, dass sie zusammen eine höhere Auflösung haben. Da sich die beiden Kameras allerdings auch unabhängig voneinander bewegen können, ist die Methode mit einer CCD-Kamera das bevorzugte Konzept für das Teleskop[6].

Eine Besonderheit des MST ist die Positionierung der Sky-CCD. Da sich diese wie die anderen in der Mitte des Reflektors befindet, den Dummy jedoch nicht ablichten soll, ist sie mit einem Winkel von ungefähr  $10^\circ$  zur optischen Achse des Teleskops montiert. Wie sich die Richtung der Sky-CCD im Vergleich zu den eingestellten Koordinaten des Teleskops verhält, wird in den Kapiteln 4 und 5 diskutiert.

Modell	Prosilica GC 1350
Sensor	Sony ICX205
Auflösung	1360 x 1024 Pixel
Pixelgröße	$4,65\mu\text{m} \times 4,65\mu\text{m}$
Gesichtsfeld	$4,2^\circ \times 3,1^\circ$
Pixel Scale	$11,03^\circ$
Bildtiefe	8 bit
Objektiv	75mm Walimex

Table 3.1.: Technische Daten der Sky-CCD

## 4. Pointingmodell für eine große Abweichung zur optischen Achse

Das Pointing von Teleskopen beschäftigt sich damit, dass das Teleskop so ausgerichtet wird, wie es erwünscht ist. Häufig ist das Problem, dass die eingestellte Position nicht exakt mit der gewünschten Position übereinstimmt. Gründe dafür können Fehler in der Präzision oder auch die Elastizität einzelner Bauteile sein. Im Fall der Sky-CCD des MST-Prototypen liegt es wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben an der zentralen Befestigung die zu einem größeren Winkel zur optischen Achse führt. Da man die aufgenommenen Daten mit den bekannten Positionen am Himmel vergleichen kann, kann man versuchen ein Modell zu finden, welches die Fehler verkleinert oder im Idealfall sogar eliminiert.

### 4.1. Koordinaten

Das MST benutzt ein Koordinatensystem aus zwei Winkeln, welches den Kugelkoordinaten ähnelt. Der Azimutwinkel ( $az$ ) beschreibt die Auslenkung in der Ebenen und läuft von  $-180^\circ$  bis  $180^\circ$ , wobei es für  $az = 0^\circ$  in Richtung Norden ausgerichtet ist. Der Elevationswinkel  $el$  läuft von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  wobei  $el = 90^\circ$  dem Zenit entspricht. Hier wird zudem die Konvention benutzt, dass Nordrichtung der x-Richtung, die Westrichtung der y-Richtung und die Zenitrichtung der z-Richtung entspricht.

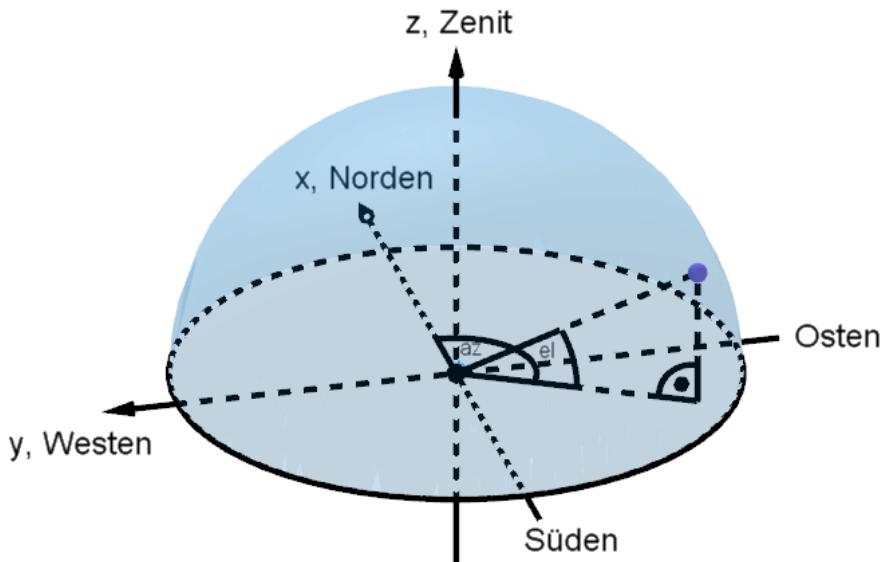


Figure 4.1.: Die verwendeten Koordinaten

### 4.2. Entwicklung von Pointingmodellen

Um mit einem Teleskop möglichst gute Resultate zu erzielen muss man die gewünschte Position am Himmel so genau wie möglich einstellen. Da die eingestellten Koordinaten allerdings nicht exakt mit den tatsächlichen Koordinaten übereinstimmen, verwendet man Pointingmodelle um diese Differenzen zu minimieren. Da Teleskope in der Regel so konstruiert sind, dass es möglichst geringe Abweichungen zwischen eingestellten und tatsächlichen Positionen existieren, reicht es aus, sich die Differenzen

anzgucken. Diese Differenzen lassen sich als dann als Funktion der teleskopspezifischen Paramater  $\vec{q}$  entwickeln.

$$az_D = az_c + \Delta_{az} = az_C + \tilde{f}_{az}(az_c, el_c, \vec{q}) \quad (4.1)$$

$$el_D = el_c + \Delta_{el} = el_C + \tilde{f}_{el}(az_c, el_c, \vec{q}) \quad (4.2)$$

Als Beispiel wird hier die Verkipfung der Teleskopachse, die Ruslan Konno in seiner Bachelorarbeit beschrieben hat [?], in vereinfachter Form diskutiert. Dazu wird nur die Elevation betrachtet, die sich aus der z-Komponente berechnen lässt

$$\sin(el) = z. \quad (4.3)$$

Für ein kleines  $\Delta_{el}$  lässt sich diese Formel gut durch eine Taylorentwicklung bis zum linearen Glied beschreiben.

$$\sin(el + \Delta_{el}) = \sin(el) \cos(\Delta_{el}) + \cos(el) \sin(\Delta_{el}) \approx \sin(el) + \cos(el) \Delta_{el} \quad (4.4)$$

Dreht man nun einen beliebigen Vektor mit einem kleinen Winkel um die x-Achse

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\phi_X \\ 0 & 1 & 0 \\ \phi_X & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \phi_X z \\ y \\ \phi_X z + z \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

lässt sich aus der z-Komponente die Abweichung  $\Delta_{el}$  berechnen.

$$\sin(el) + \cos(el) \Delta_{el} = z' = \phi_X x + z \quad (4.6)$$

mit Gleichung xx ergibt sich somit

$$\Delta_{el} = \frac{\phi_X x}{\cos(el)} \quad (4.7)$$

als Abweichung. Aus dieser Formel kann man sehen, dass diese Approximation nur für kleine Unterschiede, wie in diesem Fall eine kleine Drehung um die x-Achse funktioniert. Da die Sky-CCD des MST-Prototyps einen größeren Winkel ( $\mathcal{O}(10^\circ)$ ) zur optischen Achse hat, lässt sich das Entwicklungsverfahren hier nicht anwenden. Stattdessen wird versucht, die einzustellende Position anhand geometrischer Überlegungen in Abhängigkeit der wahren Position vorherzusagen. Man versucht also Funktionen zu finden, die nur von den wahren Koordinaten und einem teleskopsspezifischen Parametersatz abhängen.

$$az_D = f_{az}(az_C, el_C) \quad (4.8)$$

$$el_D = f_{el}(az_C, el_C) \quad (4.9)$$

### 4.3. Motivation des Pointingmodells

Zunächst soll eine vereinfachte Problemstellung betrachtet werden, indem angenommen wird, dass sich das die Kamera nur einen Winkel in Azimutrichtung  $az_0$  zur optischen Achse des Teleskops hat. Bewegt sich das Teleskop entlang des Horizontes ( $el = 0$ ), so entspricht der Abstand zwischen eingestelltem Azimut und dem Azimut der Kamera genau  $az_0$ . Befindet das Teleskop im Zenit ( $el = 90^\circ$ ), so zeigt die Kamera in Richtung  $az_C = az_D + \text{sgn}(az_0) \cdot 90^\circ$  und  $el_C = el_D - |az_0|$ . Diese grundsätzliche Verhalten lässt sich am MST beobachten, die der in Kapitel 5.1 beschriebene Datensatz zeigt.

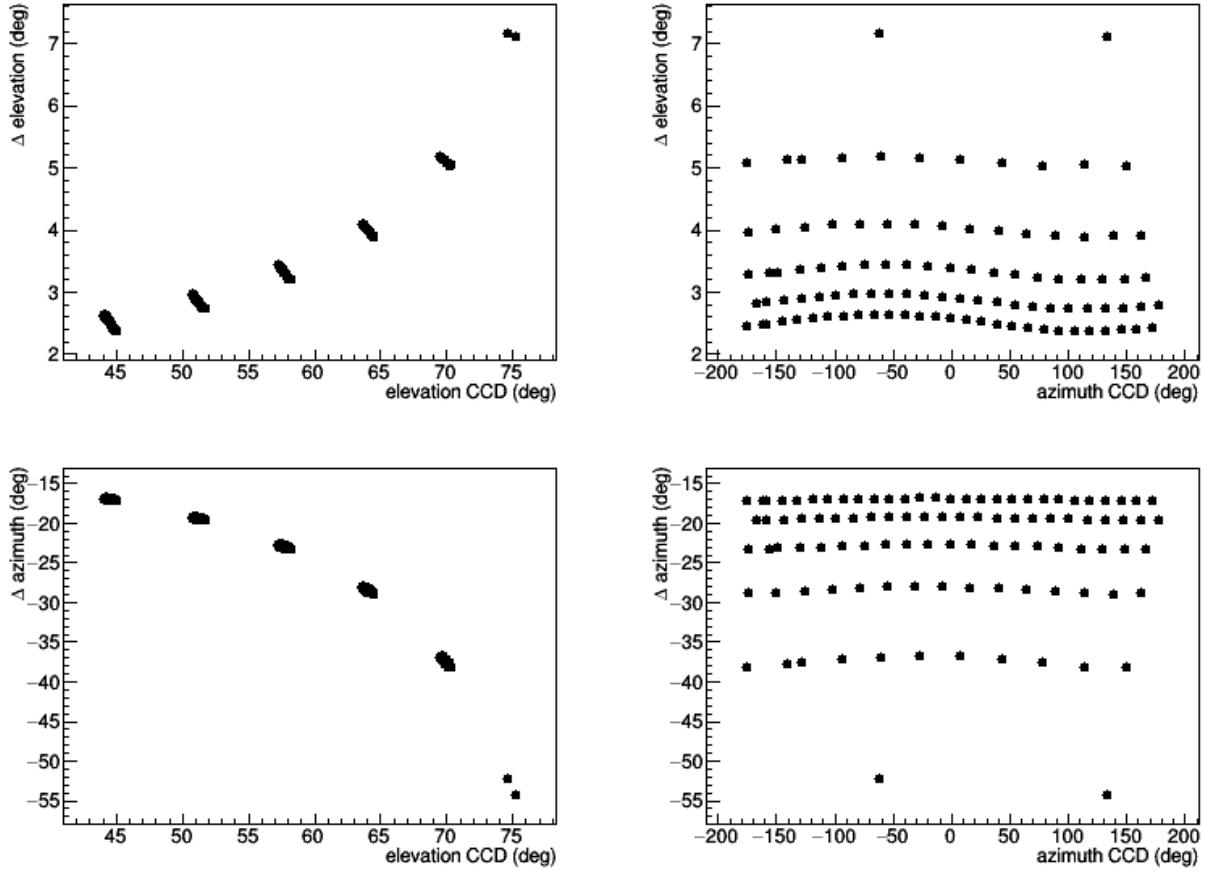


Figure 4.2.: Graphische Darstellung der Differenzen zwischen Drive- und CCD-Koordinaten für die Sky-CCD am MST. Man erkennt, dass die Abweichungen für Azimut und Elevation mit steigender Elevation ebenfalls steigen

Diese Abweichungen gilt es nun durch die Entwicklung geeigneter Pointingmodelle zu eliminieren.

## 4.4. Pointingmodell mit zwei Parametern

### 4.4.1. Vorhersage der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten

Zunächst soll ein Pointingmodell mit zwei Parametern entwickelt werden, bei dem das Drivesystem in der Parkposition ( $el_D = 0, az_D = 0$ ) in eine andere Richtung zeigt als die CCD-Kamera ( $el_C = el_0, az_C = az_0$ ). Die beiden Positionen lassen sich auch durch zwei kartesische Richtungsvektoren  $\vec{r}_D$  und  $\vec{r}_C$  beschrieben. Ausgehend von dieser Startposition wird das Teleskop beziehungsweise die Vektoren  $\vec{r}_D$  und  $\vec{r}_C$  durch orthogonale Transformationen in die gewünschte Position gebracht wird. Als Parkposition für das Drive-System erhält man mit den oben genannten Bedingung folgenden kardesischen Vektor:

$$\vec{r}_D^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

Durch eine Drehung um die y-Achse mit dem Winkel  $el$  und anschließender Drehung die z-Achse um den Winkel  $az$  lässt sich aus dieser Startposition jeder Punkt auf der Einheitskugel erreichen. Die beiden Drehungen lassen sich zu einer Transformation  $T(az, el)$  zusammenfassen:

$$T(az, el) = R_z(az)R_y(el) = \begin{pmatrix} \cos(az) & \sin(az) & 0 \\ -\sin(az) & \cos(az) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(el) & 0 & -\sin(el) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(el) & 0 & \cos(el) \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

$$T(az, el) = \begin{pmatrix} \cos(az)\cos(el) & \sin(az) & -\cos(az)\sin(el) \\ -\cos(el)\sin(az) & \cos(az) & \sin(az)\sin(el) \\ \sin(el) & 0 & \cos(el) \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Unter der Annahme, dass die Kamera von vornherein in eine andere Richtung als das Drive-System zeigt, lässt sich mit dieser Transformation  $T(az_0, el_0)$  aus der Startposition des Drives die Startposition der Kamera bestimmen:

$$\vec{r}_C^0 = T(az_0, el_0)\vec{r}_D^0 = \begin{pmatrix} \cos(az_0)\cos(el_0) \\ -\cos(el_0)\sin(az_0) \\ \sin(el_0) \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Da hier angenommen wird, dass der Winkel zwischen der optischen Achse des Teleskops und der Kamera fest ist, sind  $az_0$  und  $el_0$  Konstanten. Wendet man nun die gleiche Transformation  $T(az_D, el_D)$  mit den Koordinaten des Teleskops als Argumente auf beide Startvektoren an, so erhält man für jedes Koordinatenpaar des Drives die zugehörigen Koordinaten der CCD in Abhängigkeit der Koordinaten des Drives. Für dessen Richtung ergibt sich

$$\vec{r}_D = T(az_D, el_D)\vec{r}_D^0 = \begin{pmatrix} \cos(az)\cos(el) \\ -\cos(el)\sin(az) \\ \sin(el) \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

und für die Richtung der CCD

$$\vec{r}_C = T(az, el)\vec{r}_C^0 = \begin{pmatrix} \cos(az)(\cos(az_0)\cos(el)\cos(el_0) - \sin(el)\sin(el_0)) - \cos(el_0)\sin(az)\sin(az_0) \\ \sin(az)(\sin(el)\sin(el_0) - \cos(az_0)\cos(el)\cos(el_0)) - \cos(az)\cos(el_0)\sin(az_0) \\ \cos(az_0)\cos(el_0)\sin(el) + \cos(el)\sin(el_0) \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Zur Untersuchung der Azimutabhängigkeit werden aus Gründen der Übersichtlichkeit folgende Terme substituiert

$$\cos(el_D)\cos(az_0)\cos(el_0) - \sin(el_D)\sin(el_0) = a \quad (4.16)$$

$$\sin(az_0)\cos(el_D) = b. \quad (4.17)$$

Gleichung 4.15 lässt sich nun als

$$\vec{r}_C = T(az, el)\vec{r}_C^0 = \begin{pmatrix} a\cos(az) - b\sin(az) \\ -a\sin(az) - b\cos(az) \\ \cos(az_0)\cos(el_0)\sin(el) + \cos(el)\sin(el_0) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

schreiben. Aus diesen Richtungsvektoren müssen wieder die ursprünglichen Koordinaten  $az$  und  $el$  rekonstruiert werden. Die Elevation lässt sich aus der z-Komponente (Höhe) berechnen

$$el = \arcsin(r_z) \quad (4.19)$$

und der Azimutwinkel aus dem Verhältnis von y- zu x-Komponente. Da der Tangens dieses Verhältnis dem Azimuthwinkel mit einem Wertebereich von  $-180^\circ$  bis  $180^\circ$  entspricht muss man als Umkehrfunktion den erweiterten arctan verwenden:

$$\arctan 2(r_y, r_x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right) & r_x > 0 \\ \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right) + \pi & r_x < 0, r_y > 0 \\ \pm\pi & r_x < 0, r_y = 0 \\ \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right) - \pi & x < 0, r_y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & x = 0, r_y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & x = 0, r_y < 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

Das Koordinatensystem wurde so gewählt, dass der Azimutwinkel wie in Abbildung 4.1 zu sehen in Richtung Osten also der negativen y-Richtung geht.  $az$  lässt sich also durch

$$az = \arctan 2(-r_y, r_x) \quad (4.21)$$

berechnen. Somit lassen sich mit 4.19 beziehungsweise mit 4.21 in Verbindung mit 4.15 die CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten bestimmen.

$$el_C = \arcsin(\cos(az_0) \cos(el_0) \sin(el_D) + \sin(el_0) \cos(el_D)) \quad (4.22)$$

$$az_C = \arctan 2(a \sin(az_D) + b \cos(az_D), a \cos(az_D) - b \sin(az_D)) \quad (4.23)$$

#### 4.4.2. Vorhersage der Drive-Koordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten

Um die Abhängigkeiten der Drive-Koordinaten von den CCD-Koordinaten zu erhalten, muss das aus 4.22 und 4.23 bestehende Gleichungssystem nach  $el_D$  und  $az_D$  aufgelöst werden. Da die Formel 4.22 nur von  $el_D$  abhängt, kann diese unabhängig von 4.23 umgestellt werden. Dazu werden die in Gleichung 4.22 stehenden Sinus- und Kosinusfunktionen durch die gleichen Tangensfunktionen ausgedrückt. Dazu werden zunächst Sinus als auch Kosinus als Funktion der halben Winkel ausgedrückt

$$\sin(el_D) = \sin\left(\frac{el_D}{2}\right) \cos\left(\frac{el_D}{2}\right) + \cos\left(\frac{el_D}{2}\right) \sin\left(\frac{el_D}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{el_D}{2}\right) \cos\left(\frac{el_D}{2}\right) \quad (4.24)$$

$$\cos(el_D) = \cos\left(\frac{el_D}{2}\right) \cos\left(\frac{el_D}{2}\right) + \sin\left(\frac{el_D}{2}\right) \sin\left(\frac{el_D}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{el_D}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{el_D}{2}\right). \quad (4.25)$$

Teilt man die Gleichungen durch  $1 = \sin^2\left(\frac{el_D}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{el_D}{2}\right)$  erhält man

$$\sin(el_D) = \frac{2 \sin\left(\frac{el_D}{2}\right) \cos\left(\frac{el_D}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{el_D}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{el_D}{2}\right)} \quad (4.26)$$

und

$$\cos(el_D) = \frac{\cos^2\left(\frac{el_D}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{el_D}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{el_D}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{el_D}{2}\right)}. \quad (4.27)$$

Ersetzt man  $\sin\left(\frac{el_D}{2}\right)$  durch  $\cos\left(\frac{el_D}{2}\right) \tan\left(\frac{el_D}{2}\right)$  ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\sin(el_D) = \frac{2t}{1+t^2} \quad (4.28)$$

$$\cos(el_D) = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad (4.29)$$

wobei  $t$  der Tangens des halben Winkels ist

$$t = \tan\left(\frac{el_D}{2}\right). \quad (4.30)$$

Somit ergibt sich für Gleichung 4.22 folgender Ausdruck

$$\sin(el_C) = \frac{2t \cos(el_0) \cos(az_0) + (1-t^2) \sin(el_0)}{1+t^2}. \quad (4.31)$$

beziehungsweise

$$t^2 (\sin(el_C) + \sin(el_0)) - t (2 \cos(az_0) \cos(el_0)) + \sin(el_C) - \sin(el_0) = 0 \quad (4.32)$$

Aufgelöst nach  $t$  ergeben sich folgende Lösungen

$$t_{1,2} = \frac{\cos(el_0) \cos(az_0) \pm \sqrt{\cos^2(el_0) \cos^2(az_0) + \sin^2(el_0) - \sin^2(el_C)}}{\sin(el_C) + \sin(el_0)} \quad (4.33)$$

Um das relevante der beiden Lösungen herauszubekommen setzt man  $az_0 = el_0 = 0$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 0 - \sin^2(el_C)}}{\sin(el_C) + 0} = \frac{1 \pm \cos(el_C)}{\sin(el_C)} \quad (4.34)$$

was mit den Gleichungen 4.28 und 4.29 zu

$$t_{1,2}(el_D) = \frac{1 + t^2(el_C) \pm (1 - t^2(el_C))}{2t(el_C)} = \begin{cases} \frac{1}{t(el_C)} & " + " \\ t(el_C) & " - " \end{cases} \quad (4.35)$$

wird. Da für  $az_0 = el_0 = 0$   $el_D$  und  $el_C$  identisch sind, kommt hier nur die Lösung mit dem negativen Vorzeichen in Betracht. Ersetzt man den linken Teil der Formel 4.33 durch 4.30 und löst sich die Gleichung nach  $el_D$  auf, so erhält man

$$el_D = 2 \arctan \left( \frac{\cos(el_0) \cos(az_0) - \sqrt{\cos^2(el_0) \cos^2(az_0) + \sin^2(el_0) - \sin^2(el_C)}}{\sin(el_C) + \sin(el_0)} \right) \quad (4.36)$$

Zur Untersuchung der Azimutabhängigkeit geht man von Formel 4.23 aus und löst den arctan2 auf

$$\tan(az_C) = \frac{a \sin(az_D) + b \cos(az_D)}{a \cos(az_D) - b \sin(az_D)} \quad (4.37)$$

ausdrücken. Teilt man Zähler und Nenner durch  $\cos(az_D)$  so erhält man

$$\tan(az_C) = \frac{a \tan(az_D) + b}{a - b \tan(az_D)}. \quad (4.38)$$

Aufgelöst nach  $\tan(az_D)$  erhält man

$$\tan(az_D) = \frac{a \tan(az_C) - b}{a + b \tan(az_C)} \quad (4.39)$$

beziehungsweise

$$\tan(az_D) = \frac{a \sin(az_C) - b \cos(az_C)}{a \cos(az_C) + b \sin(az_C)} \quad (4.40)$$

Für  $az_D$  erhält man somit

$$az_D = \arctan 2(a \sin(az_C) - b \cos(az_C), a \cos(az_C) + b \sin(az_C)) \quad (4.41)$$

wobei hier noch  $el_D$  in  $a$  und  $b$  durch den Ausdruck 4.36 ersetzt werden muss.

## 4.5. Erweiterung des Modells auf vier Parameter

Unter der Annahme, dass die Skalen des Drivesystems einen Offset haben, also das der Wertebereich von  $el_D$  beispielshalber von  $1^\circ$  bis  $91^\circ$  läuft, kann das Modell mit zwei additiven Konstanten  $el_1$  und  $az_1$  erweitert werden. Das bedeutet, das bei der Vorhersage der CCD-Koordinaten 4.22 und 4.23 ein konstanter Offset zu den Argumenten hinzugefügt wird:

$$el_C^{4par} = el_C(el_D + el_1, az_D + az_1) \quad (4.42)$$

$$az_C^{4par} = az_C(el_D + el_1, az_D + az_1) \quad (4.43)$$

wohingegen bei der Vorhersage der Drive-Koordinaten nur ein konstanter Offset zu den Funktionen 4.36 und 4.41 addiert wird.

$$el_D^{4par} = el_D(el_C, az_C) + el_1 \quad (4.44)$$

$$az_D^{4par} = az_D(el_C, az_C) + az_1 \quad (4.45)$$

# 5. Anwendung des Pointingmodells auf Daten des Teleskops

Um das in Kapitel 4 entwickelte Pointingmodell zu testen, wurde mit dem Prototyp des MST ein Datensatz aufgenommen um

## 5.1. Datensatz

Zur Analyse wurde der in der Nacht vom 4. auf den 5. Juli 2018 im Zeitraum von 21:00 UTC bis 1:45 UTC mit dem Prototypen des MST in Berlin-Adlershof aufgenommene Datensatz "run341" verwendet. Dazu wurden 105 Positionen beobachtet wobei das Teleskop anfangs Richtung Zenit stand und sich dann in einer abwärtslaufenden Spirale befand. An jeder Position wurden 4 Bilder aufgezeichnet,

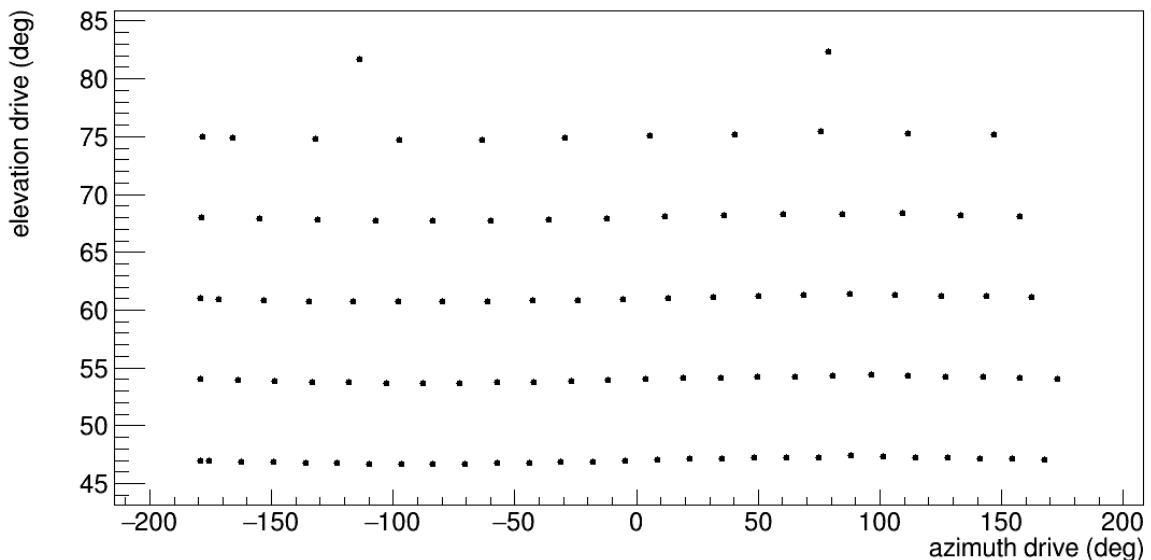


Figure 5.1.: Die am Teleskop eingestellten Position zur Datenaufnahme: Die Daten wurden in einer spiralförmigen Bewegung des Teleskops aufgenommen.

wovon zwei eine Belichtungszeit von 20 Sekunden hatten. Um die Bilder aufzunehmen, wurde eine Position des Nachthimmels eingestellt, die während der Belichtung des Bildes verfolgt wurde. Als Zeitstempel für die jeweiligen Bilder wird die Mitte der Belichtungszeit gewählt. Die jeweils zweiten Bilder werden hier zur Analyse verwendet. Dazu wird zunächst die Software `astrometry.net` verwendet, die aus den Bildern die jeweiligen Positionen der Sterne liest und diese mit dem bekannten Sternenhimmel vergleicht. Hierdurch lassen sich die Himmelskoordinaten des Mittelpunktes des Bildes sowie die Größe des Bildausschnittes bestimmen. Die Himmelskoordinaten lassen sich mithilfe des Zeitstempels in das Koordinatensystem des Teleskops umrechnen und aus der Größe des Bildausschnitts lässt sich noch der Pixelscale bestimmen, der angibt, wie groß das Gesichtsfeld eines einzelnen Pixels ist. Da der Pixelscale kameraspezifisch und bekannt ist, lässt sich mit diesem überprüfen, ob das Bild richtig aufgelöst wurde. Von den 105 aufgenommenen Bildern konnten 100 gelöst werden, wobei der Pixelscale wie in Abbildung 5.1 zu sehen ist in keinem der Bilder um mehr als 0,04arcsec abweicht. Somit

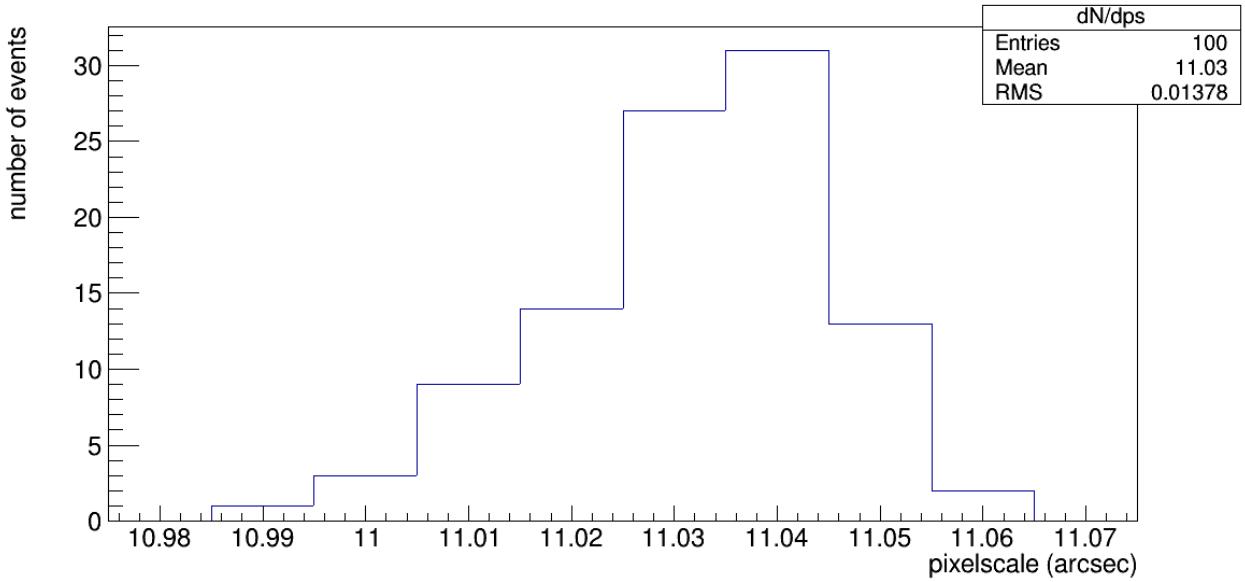


Figure 5.2.: Die Verteilung der von `astrometry.net` bestimmten Pixelscales: Diese sollte dem in Tabelle 3.1 angegebenen Wert von 11.03arcsec entsprechen.

können alle gelösten Aufnahmen zur Analyse verwendet werden. Die Differenzen zwischen Drive- und CCD-Koordinaten sind in 4.3 dargestellt.

## 5.2. Bestimmung der optimalen Parameter für die Pointingmodelle

Um das Pointingmodell auf Konsistenz zu überprüfen, wurde ein Programm mit `ROOT` geschrieben, das die optimalen Parameter für die in Kapitel 4 Pointingmodelle berechnet. Aus dem Vergleich der mit diesen Modellen vorhergesagten Werte mit den gemessenen Daten lassen sich dann Rückschlüsse über die Qualität der Pointingmodelle schließen. Um die optimalen Parameter zu berechnen werden zunächst die Abstände zwischen den vom Pointingmodell mit Parametern  $\vec{q}$  bestimmten (Index P) und den experimentell bestimmten Positionen (Index E) bestimmt. Da alle Positionen, wie in Abbildung 4.1 zu sehen ist, auf einer Kugeloberfläche liegen, lässt sich der Abstand zwischen zwei Punkten durch einen Winkel

$$\psi = \arccos(\sin(eI_E) \sin(eI_P) + \cos(eI_P) \cos(eI_E) \cos(aZ_P - aZ_E)). \quad (5.1)$$

ausdrücken. Diese Winkelabstände werden für alle Wertepaare berechnet und summiert. Da die Winkel  $\psi$  alle positiv sind, müssen hier keine Quadrate gebildet werden, wodurch die die Summe auch nicht durch Ausreißer dominiert wird. Die besten Parameter erhält man, wenn man die Summe der Winkelabstände minimiert. Dazu wird die Funktion `TMinuit` verwendet. Um ein Maß für Güte des Modells zu bekommen wird die Größe  $\frac{\chi^2}{dof}$  verwendet, die sich aus

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\psi_i^2}{\sigma_i^2} \quad (5.2)$$

und der Anzahl der Freiheitsgrade

$$dof = N - \text{Anzahl der Parameter} \quad (5.3)$$

berechnet. Mit dem Wissen, dass der perfekte Wert für  $\frac{\chi^2}{dof} = 1$  ist und der Annahme, dass alle Fehler gleich groß sind, lassen sich die Fehler wie folgt berechnen

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \psi_i^2}{dof}}. \quad (5.4)$$

Der  $\chi^2$ -Test ist in diesem Modell nur bedingt anwendbar, da bereits bekannt ist, dass das Teleskop noch weitere Fehler besitzt und das Modell somit auch nicht perfekt zu den Daten passen kann. Dennoch kann man so die Qualität des Modells beurteilen.

Zudem werden noch die Eigenschaften der Parameter bestimmt. Dazu wird ebenfalls mithilfe des TMinuit-Pakets die Kovarianzmatrix berechnet, die die Werte

$$COV(X, Y) = \langle (X - \langle X \rangle) \cdot (Y - \langle Y \rangle) \rangle \quad (5.5)$$

enthält. Auf der Hauptdiagonale stehen die Varianzen

$$COV(X, X) = VAR(X) = \sigma_X^2 \quad (5.6)$$

Interessant ist es auch, sich die Korrelation der Parameter untereinander anzusehen. Dazu wird der Korrelationskoeffizient

$$\rho_{XY} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (5.7)$$

verwendet. Für  $\rho = 0$  liegt keine Korrelation vor und für  $\rho = \pm 1$  eine positive beziehungsweise eine negative Korrelation.

## 5.3. Anwendung auf das Pointingmodell mit zwei Parametern

Zunächst soll das in Kapitel 4 entwickelte Modell mit zwei Parametern, das einen konstanten Winkel zwischen der optischen Achse des Teleskops und der CCD-Kamera annimmt, untersucht werden.

### 5.3.1. Abhängigkeit der Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten

Begonnen wird mit der Vorhersage der Drive-Koordinaten mithilfe der CCD-Koordinaten. Unter der Annahme des festen Winkels zwischen Drive und Kamera wurden in Kapitel 4 die Abhängigkeiten aus den Formeln 4.36 und 4.41 vorhergesagt. Verwendet man das oben beschriebene Programm, erhält man die Parameter aus Tabelle 5.1. Vergleicht man die Differenzen zwischen Drive- und CCD-Koordinaten

$el_0$	$=$	$(-1, 20 \pm 0, 57)^\circ$
$az_0$	$=$	$(12, 04 \pm 0, 53)^\circ$

Table 5.1.: Die beiden Parameter für die Vorhersage der Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten

mit den Differenzen zwischen Drive und den durch das Modell mithilfe der CCD-Koordinaten vorhergesagten Koordinaten (gezeigt in Abbildung 5.3)

so sieht man, dass das Modell die Abweichungen größtenteils kompensiert. Betrachtet man nur die Differenzen zwischen Pointingmodell und gemessenen Werten (Abbildung 5.4) so sieht man, dass die Werte noch von Null verschieden sind. Das liegt nicht an ungenau bestimmten Werten, sondern hat, wie man besonders in den Graphen der Azimutabhängigkeit sehen kann systematische Gründe. Solche Abweichungen waren durchaus zu erwarten, da das verwendete Pointingmodell nur den Fehler des konstanten Winkel zwischen der CCD-Kamera und der optischen Achse des Teleskops berücksichtigt. Zuletzt soll noch ein Graph (Abbildung 5.5) betrachtet werden, der die vorhergesagten Koordinaten im Vergleich zu den gemessenen Koordinaten zeigt.

### 5.3.2. Abhängigkeit der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drivekoordinaten

Möchte man jedoch die Koordinaten des Drives in Abhängigkeit der CCD bestimmen, so benötigt man das inverse Modell, welches durch die Formeln 4.22 und 4.23 beschrieben wird. Für dieses Modell werden mithilfe des Programms die Parameter in Tabelle 5.2 bestimmt. Wie erwartet liegen diese Werte sehr dicht an denen des obigen Modells (Tabelle 5.1). Wie in Abbildung 5.6 zu sehen ist, werden auch die Abweichungen ähnlich gut eliminiert. Betrachtet man wieder die Abweichungen des

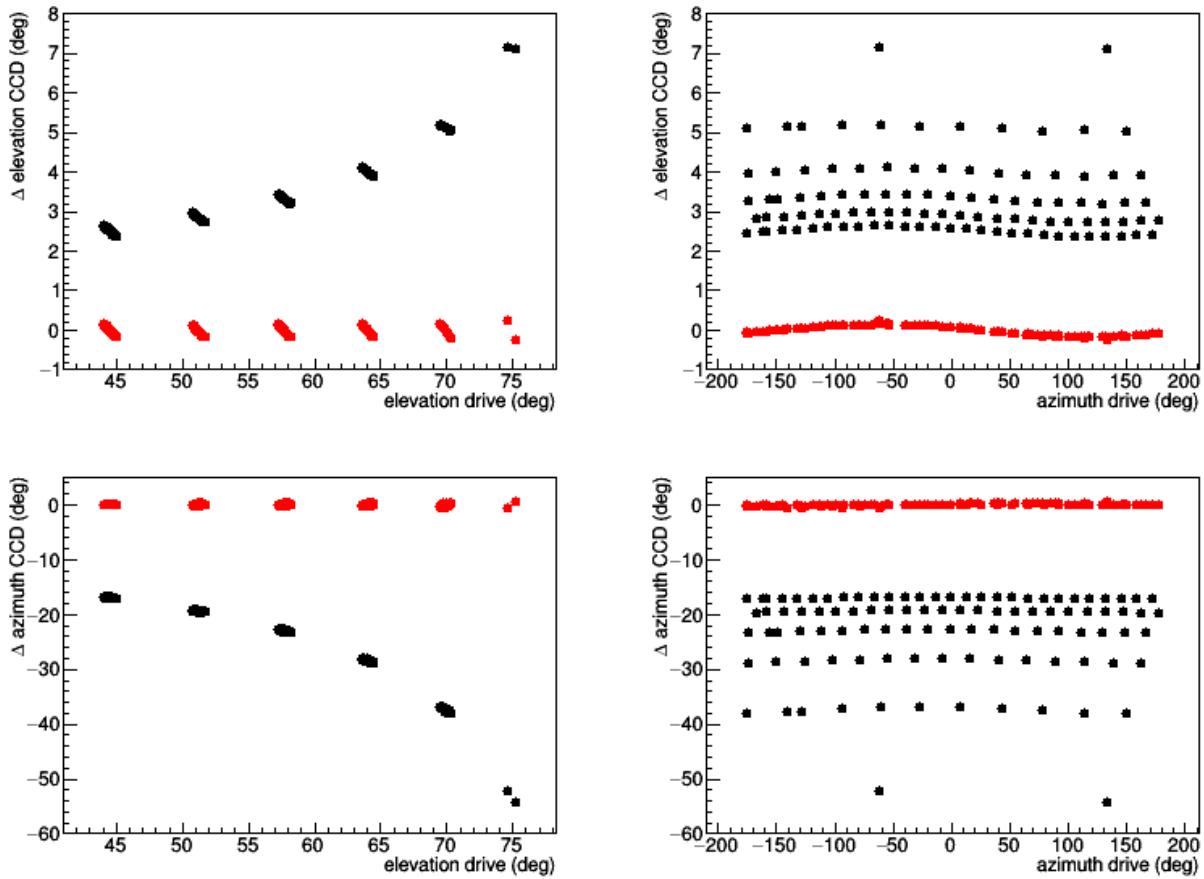


Figure 5.3.: Die Abweichungen der mithilfe von zwei Parametern vorhergesagten CCD-Koordinaten zu den realen Werten (rot) im Vergleich zu den Differenzen zwischen Drive und CCD (schwarz): Das Modell eliminiert einen großen Teil der Abweichungen

$$\begin{aligned} el0 &= (-1, 20 \pm 0, 54)^\circ \\ az0 &= (12, 05 \pm 0, 51)^\circ \end{aligned}$$

Table 5.2.: Die beiden Parameter für die Vorhersage der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten

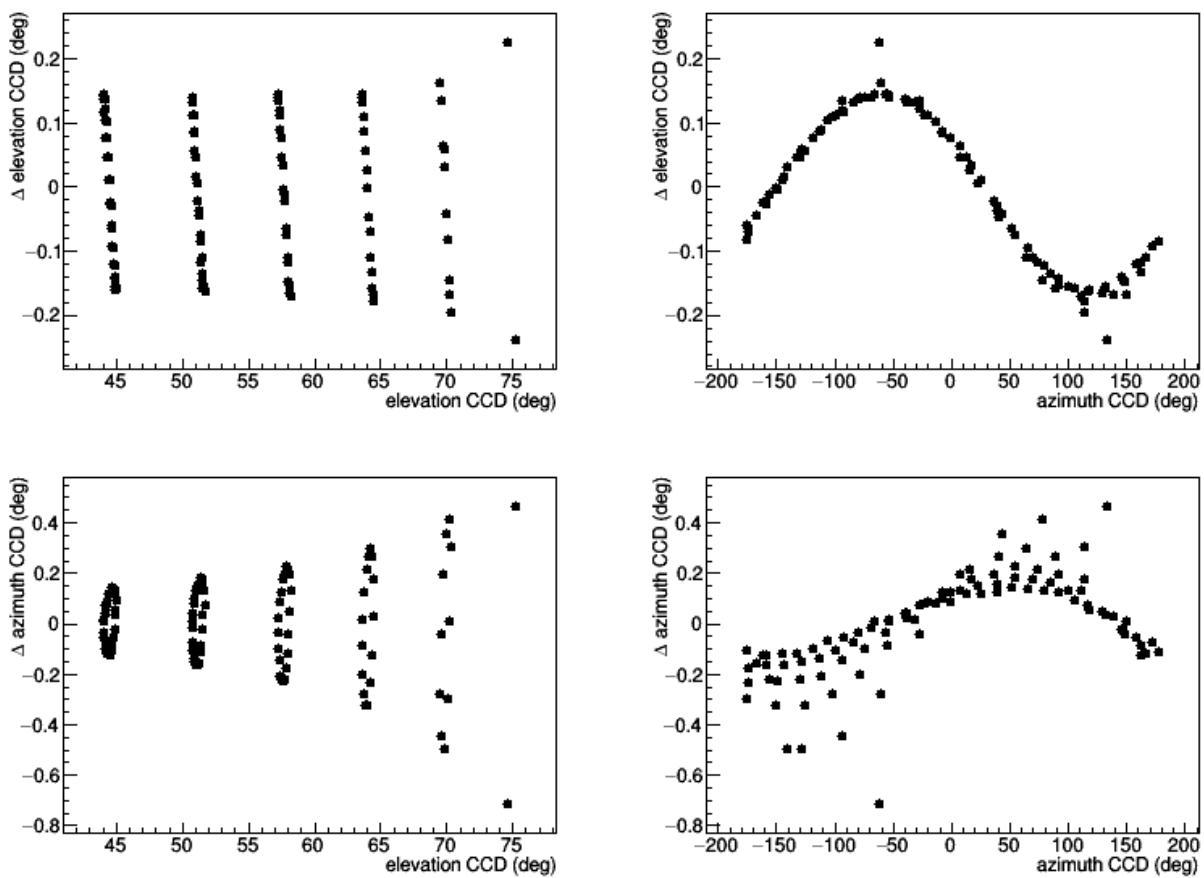


Figure 5.4.: Die Abweichungen der vorhergesagten CCD-Koordinaten im Vergleich zu den gemessenen im Detail: Es sind noch systematische Abweichungen zu sehen, die darauf schließen lassen, dass das Modell noch nicht vollständig ist.

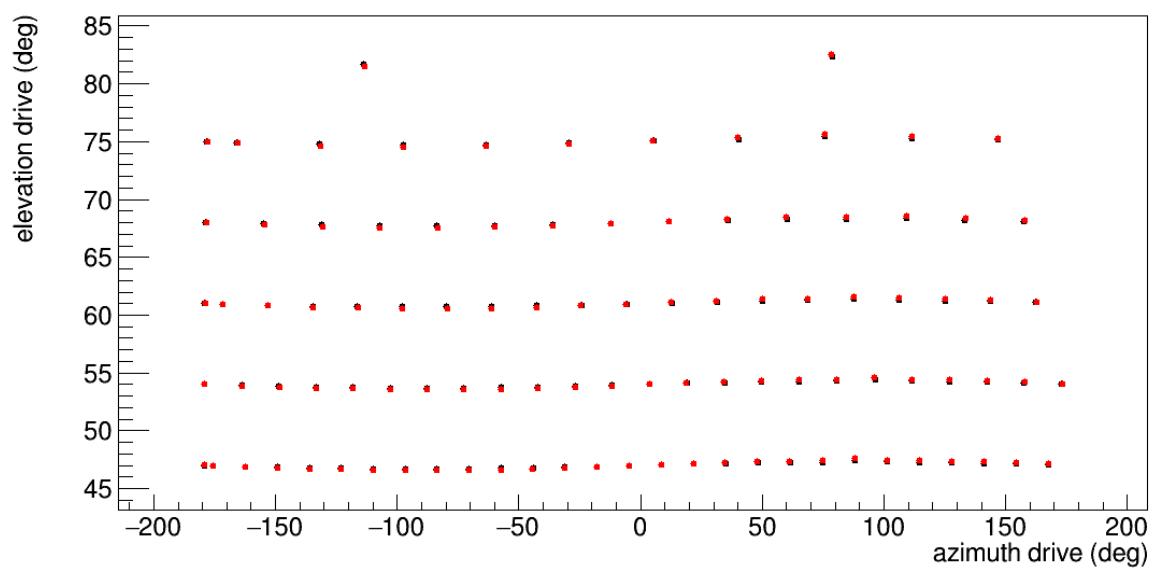


Figure 5.5.: Die vom Zwei-Parameter-Modell vorhergesagten Drive-Koordinaten (rot) im Vergleich zu den experimentell bestimmten (schwarz)

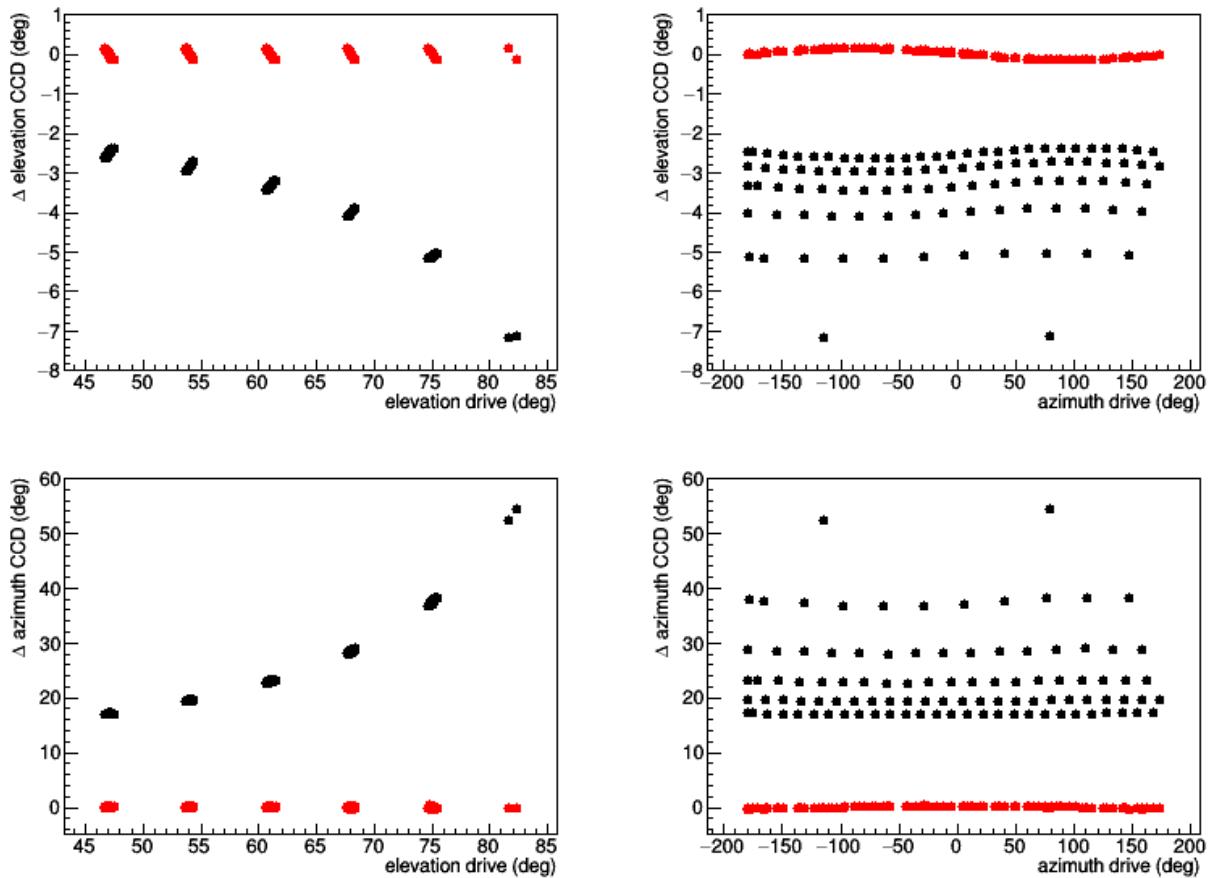


Figure 5.6.: Die Abweichungen der vom Zwei-Parameter-Modell vorhergesagten CCD-Koordinaten zu den realen Werten (rot) im Vergleich zu den Differenzen zwischen Drive und CCD (schwarz): Wie beim inversen Modell werden die Abweichungen größtenteils korrigiert.

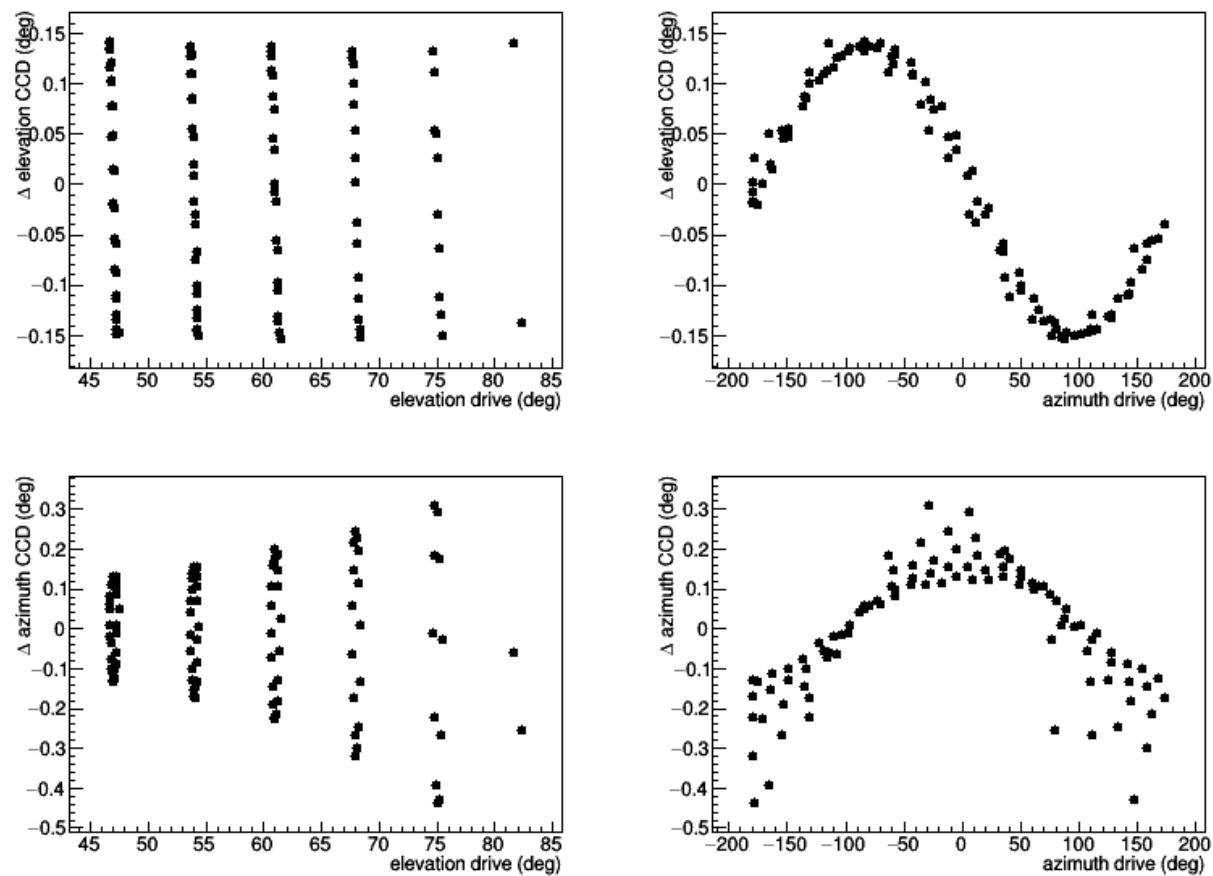


Figure 5.7.: Gezeigt sind die Differenzen zwischen den vom Zwei-Parameter-Modell vorhergesagten CCD-Koordinaten und den gemessenen CCD-Koordinaten im Detail: Hier sind ähnliche systematische Abweichungen wie im inversen Modell sichtbar.

Pointingmodell isoliert (Abbildung 5.7) so sieht man, dass für die beiden oberen Graphen die Effekte ähnlich wie die in Abbildung 5.4 sind. Das die Graphen der Azimutabhängigkeit verzerrt aussehen, lässt sich durch den Wechsel der Koordinaten erklären.

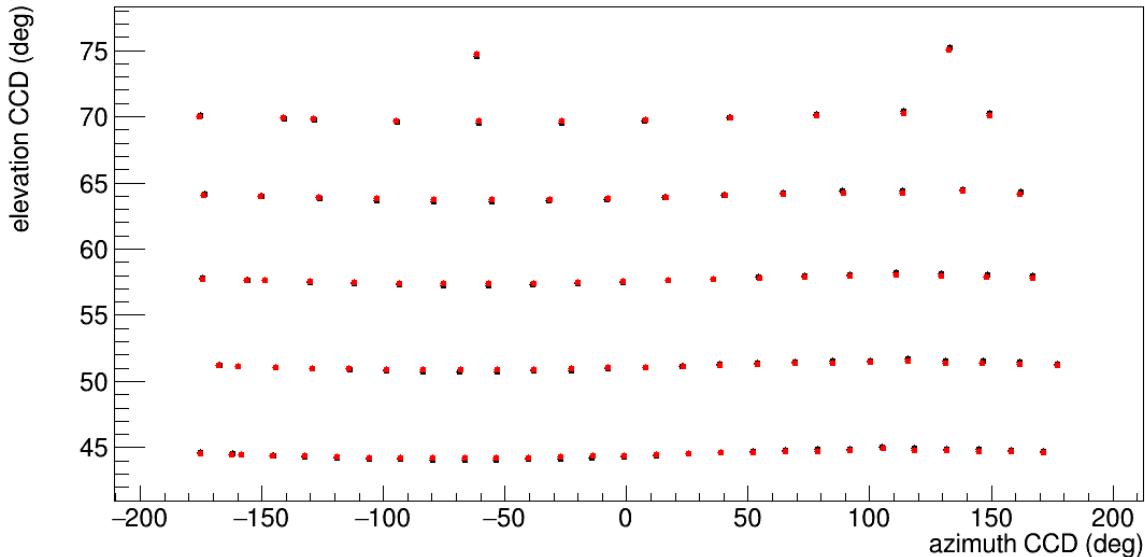


Figure 5.8.: Die vom Zwei-Parameter-Modell vorhergesagten CCD-Koordinaten (rot) im Vergleich zu den experimentell bestimmten (schwarz)

## 5.4. Anwendung auf das Pointingmodell mit 4 Parametern

Im Folgenden wird das oben verwendete Modell erweitert, indem man wie in Abschnitt 4.5 annimmt, dass die eingestellten Koordinaten zu den tatsächlichen um jeweils einen konstanten Wert verschoben sind. Zu den obigen Parametern  $el_0$  und  $az_0$  kommen somit noch die Parameter  $az_1$  für eine konstante Verschiebung im Azimut und  $el_1$  für eine konstante Verschiebung in der Elevation hinzu.

### 5.4.1. Abhängigkeit der Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten

Hier wird wie oben mit der Vorhersage der Drive-Koordinaten in Abhängigkeit der CCD begonnen. Dazu verwendet man die Formeln 4.44 und 4.45, für die sich mithilfe des Fit-Programms die Parameter aus Tabelle ?? berechnen lassen.

Hier fällt auf, dass die Fehler im Gegensatz zum Zwei-Parameter-Modell deutlich größer geworden sind. Außerdem sind die Werte für die neu hinzugefügten Modelle zu vernachlässigen. Um zu überprüfen, inwiefern der zu den Drive-Koordinaten hinzugefügte Offset das Zwei-Parameter-Modell verbessert, werden zunächst die Abstände der beiden Modelle gemeinsam in Abbildung 5.9 dargestellt. In der Abbildung sind lediglich für große Elevationswerte des Drives Abweichungen zu erkennen. Aufgrund der kleinen Werte für die Parameter  $az_1$  und  $el_1$  sind zunächst keine großen Änderungen zum Zwei-Parameter-Modell zu erwarten. Zudem überwiegt beispielsweise im Graphen rechts oben eine Wellenbewegung, die sich nicht durch einen konstanten Verschiebung korrigieren lässt. Vergleicht man die vorhergesagten Positionen mit den gemessenen Positionen (Abbildung 5.10) erhält man aufgrund der nur kleinen Korrekturen zum Zwei-Parametermodell ein ähnliches Verhalten wie in Abbildung 5.5.

### 5.4.2. Abhängigkeit der CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drivekoordinaten

Zuletzt wird das Vier-Parameter-Modell benutzt um die CCD-Koordinaten durch die Drive-Koordinaten vorherzusagen. Dazu wird das im Vergleich zu oben invertierte Modell, welches durch die Gleichungen

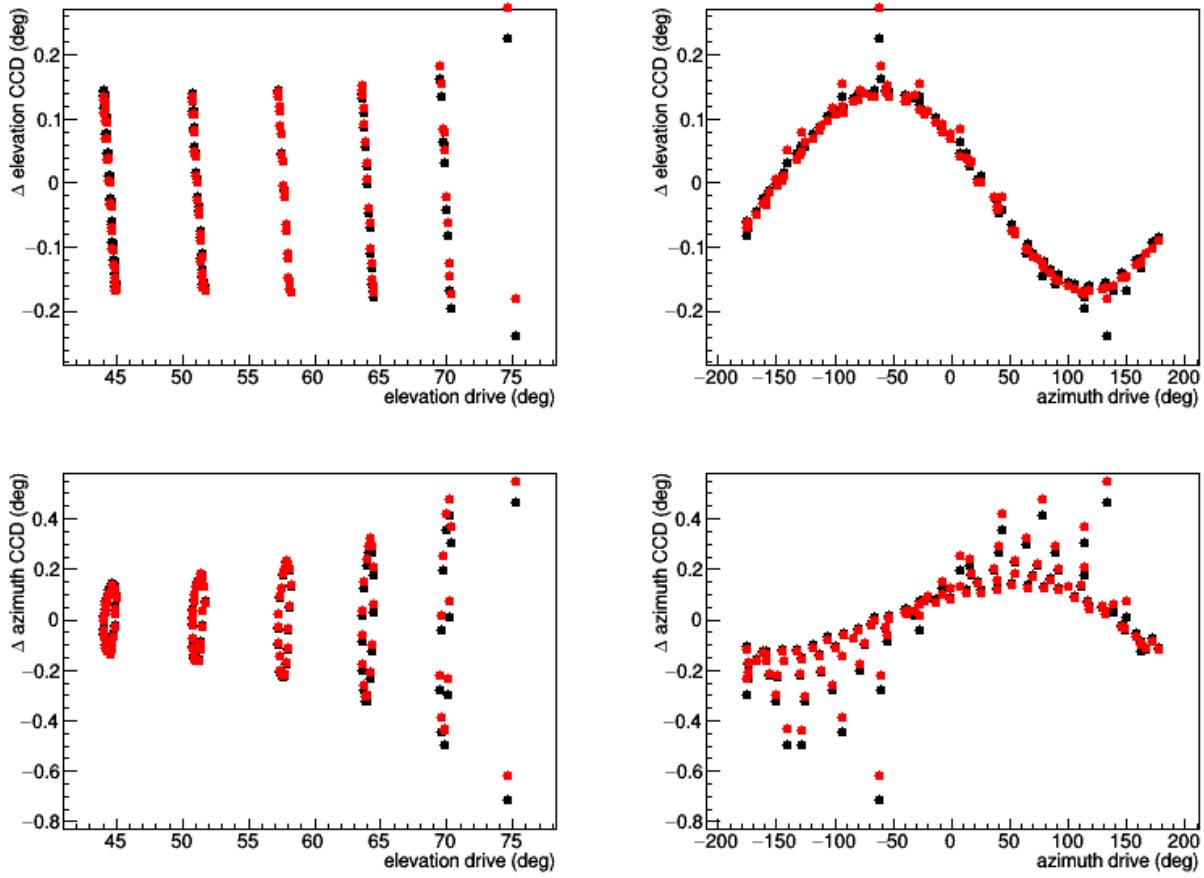


Figure 5.9.: Vergleich der Differenzen zwischen den vom Vier-Parameter-Modell (rot) bzw vom Zwei-Parameter-Modell (schwarz) vorhergesagten Drive-Koordinaten und den realen Werten: Die beiden zusätzlichen Parameter bringen kaum eine Verbesserung.

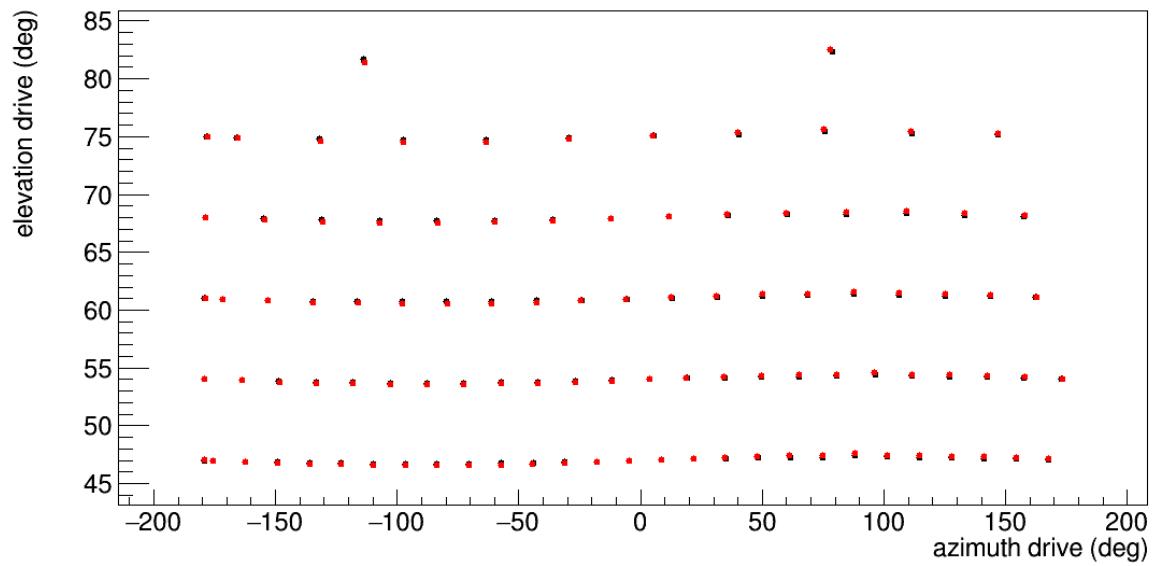


Figure 5.10.: Die vom Vier-Parameter-Modell vorhergesagten Drive-Koordinaten (rot) im Vergleich zu den experimentell Bestimmten (schwarz): Es ist kaum ein Unterschied zum Zwei-Parameter-Modell zu erkennen.

4.42 und 4.43 beschrieben wird, verwendet. Für diese Formeln erhält man die in Tabelle 5.4 stehenden Parameter. Im Vergleich zu den Parametern im inversen Modell sind hier die Fehler noch mal deutlich

$el_0$	$= (-1, 2 \pm 77, 52)^\circ$
$az_0$	$= (12, 1 \pm 2, 1)^\circ$
$el_1$	$= (0, 04 \pm 79, 29)^\circ$
$az_1$	$= (-0, 06 \pm 3, 61)^\circ$

Table 5.4.: Die für das Pointingmodell mit vier Parametern bestimmten Werte, wobei die CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten vorhergesagt wurden.

angestiegen. Der Grund hierfür ist die Korrelation der Parameter. Die Addition einer kleinen Konstanten zu einer Drehung verhält sich sehr ähnlich zur Summe dieser beiden Winkel. Die Fehler für  $el_0$  und  $ez_1$  sind beide ähnlich groß, was auf eine starke negative Korrelation schließen lässt. Tatsächlich wurde für diese beiden Parameter der Korrelationskoeffizient

$$\rho_{el_0, el_1} = -0, 9999 \quad (5.8)$$

ermittelt. Ähnlich sieht für die Korrelation zwischen  $az_0$  und  $el_0$  aus. Hier ist der Korrelationskoeffizient

$$\rho_{az_0, az_1} = -0, 9526 \quad (5.9)$$

ähnlich groß. Da gerade in diesem Modell die Parameter sehr ähnlich zu denen des Zwei-Parameter-Modells sind (dort sind die zusätzlichen Parameter Null) erwartet man keine großen Unterschiede zwischen diesen Modellen. Diese These wird durch Abbildung 5.11 bestätigt. Somit gibt es auch keine nennenswerte Veränderung im Vergleich der vorhergesagten und experimentell bestimmten Positionen

## 5.5. Systematische Abweichungen im entwickelten Pointingmodell

Betrachtet man die Graphen der Differenzen, so erkennt man, dass noch weitere Effekte das Pointing erschweren. Zunächst wird das weitere Verhalten der Elevation betrachtet. Hier fällt bei der Betrachtung von  $\Delta el$  in Abhängigkeit des Azimuts auf, dass der Graph eine Wellenbewegung beschreibt. Aus dem Graph, der die Elevationsabhängigkeit beschreibt, lässt sich hingegen keine systematische Abweichung erkennen. Ein solches Verhalten könnte beispielsweise die Verkippung der Turmachse erklären. Durch eine solche Verkippung zeigt die Kamera auf der einen Seite des Teleskops ( $az = \theta$ ) in Richtung einer niedrigeren Elevation und auf der anderen Seite ( $az = \theta + 180^\circ$ ) in Richtung einer höheren Elevation.

Bei der Betrachtung der Graphen der Azimutdifferenzen fällt zunächst auch auf, dass diese sowohl von der Elevation als auch vom Azimut abhängen. Die Abstände  $|\Delta az|$  werden für gleiche für gleiche Azimutwerte mit steigender Elevation größer. Dieser Effekt lässt sich ebenfalls durch die Verkippung der Turmachse erklären, die in diesem Fall einen ähnlichen Effekt hat wie der Winkel zwischen CCD und Drive im oben beschriebenen Modell. Zudem sieht man noch, dass  $\Delta az$  vom Azimut abhängt. Für kleine Azimutwerte läuft die Kamera dem Drive ein wenig voraus und für große Azimutwerte läuft sie ein wenig hinterher.

Diese Abweichungen sind so klein, dass es hier reicht Pointingmodelle der durch die Gleichungen ((und)) beschriebenen Form zu entwickeln, die nur die Differenzen beschreiben. Ein solches Modell hat Ruslan Konno bereits in seiner Bachelorarbeit für die Single-CCD und die Sky-CCD, die zum damaligen Zeitpunkt noch am Rand des Reflektors befestigt war, entwickelt.

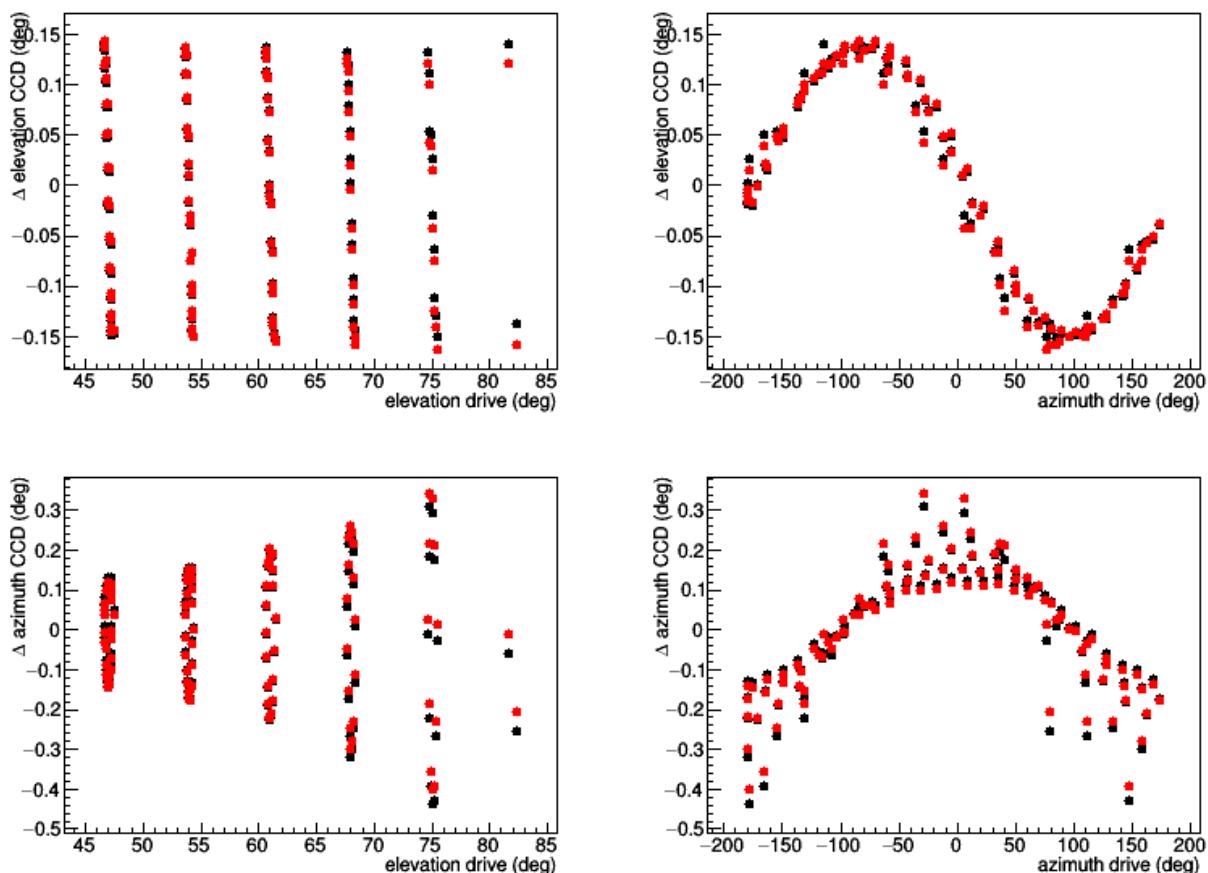


Figure 5.11.: Das Vier-Parameter-Modell (rot) für die Vorhersage der CCD-Koordinaten im Vergleich zum Zwei-Parameter-Modell (schwarz): Wie erwartet sind kaum Verbesserungen zu erkennen.

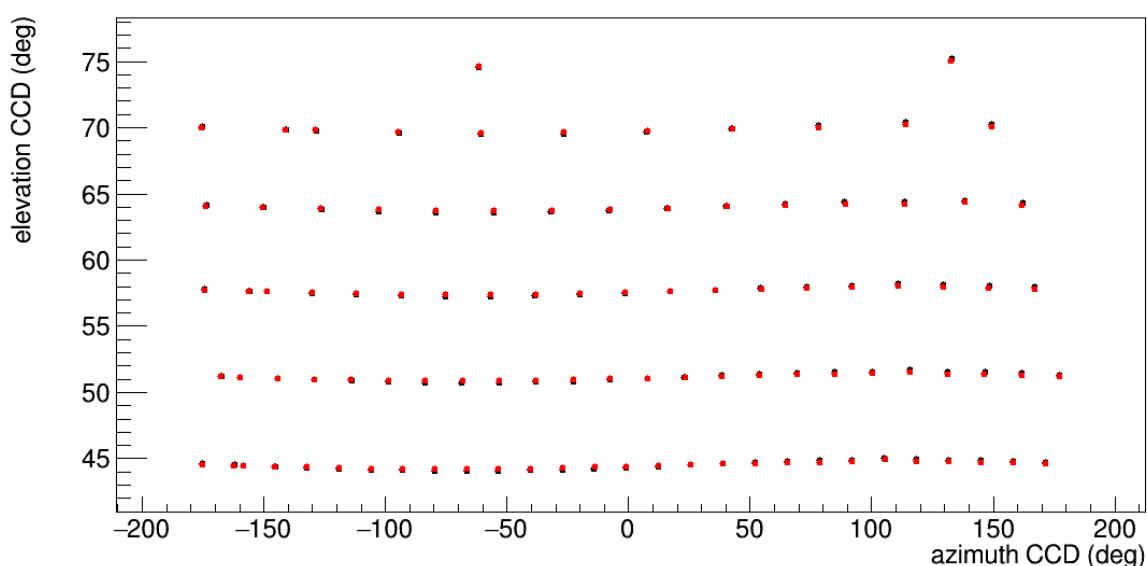


Figure 5.12.: Die vom Vier-Parameter-Modell (rot) vorhergesagten Koordinaten der CCD im Vergleich zu den experimentell bestimmten.

## **6. Fazit**

# Bibliography

- [1] Cta flickr page.
- [2] Tevcat homepage.
- [3] C T A Consortium, M Actis, G Agnetta, F Aharonian, and A Akhperjanian. Design Concepts for the Cherenkov Telescope Array CTA , An Advanced Facility for Ground-Based High-Energy Gamma-Ray Astronomy. 2012.
- [4] Claus Grupen. *Einstieg in die Astroteilchenphysik: Grundlagen, Messungen und Ergebnisse aktueller Forschung (German Edition)*. Springer Spektrum, 2017.
- [5] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014.
- [6] Domenico Tiziani, Markus Garnczarczyk, Louise Oakes, Ullrich Schwanke, Christopher van Eldik, and for the CTA Consortium. A pointing solution for the medium size telescopes for the cherenkov telescope array, 2017.
- [7] Stefano Vercellone and for the CTA Consortium. The next generation cherenkov telescope array observatory: Cta. 2014.
- [8] S. P. Wakely and D. Horan. TeVCat: An online catalog for Very High Energy Gamma-Ray Astronomy. *International Cosmic Ray Conference*, 3:1341–1344, 2008.
- [9] R. White. CHEC: a compact high energy camera for the cherenkov telescope array. *Journal of Instrumentation*, 12(12):C12059–C12059, dec 2017.

# A. Anhang

## Ergebnisse der Fits

### Vorhersage der Drivekoordinaten im Zwei-Parameter-Modell

$el_0$	$=$	$(-1, 20 \pm 0, 57)^\circ$
$az_0$	$=$	$(12, 04 \pm 0, 53)^\circ$
$\sigma$	$=$	$0, 13^\circ$
$\rho_{el_0, az_0}$	$=$	$0, 2618$

Table A.1.: Die für das Pointingmodell mit zwei Parametern bestimmten Werte, wobei die Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten vorhergesagt wurden.

### Vorhersage der CCD-Koordinaten im Zwei-Parameter-Modell

$el_0$	$=$	$(-1, 20 \pm 0, 55)^\circ$
$az_0$	$=$	$(12, 05 \pm 0, 52)^\circ$
$\sigma$	$=$	$0, 13^\circ$
$\rho_{el_0, az_0}$	$=$	$-0, 00401$

Table A.2.: Die für das Pointingmodell mit zwei Parametern bestimmten Werte, wobei die CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten vorhergesagt wurden.

### Vorhersage der Drivekoordinaten im Vier-Parameter-Modell

$el_0$	$=$	$(-1, 1 \pm 4, 9)^\circ$
$az_0$	$=$	$(12, 0 \pm 3, 6)^\circ$
$el_1$	$=$	$(0, 03 \pm 5, 96)^\circ$
$az_1$	$=$	$(-0, 1 \pm 4, 2)^\circ$
$\sigma$	$=$	$0, 23^\circ$
$\rho_{el_0, az_0}$	$=$	$-0, 737$
$\rho_{el_0, el_1}$	$=$	$-0, 9842$
$\rho_{az_0, az_1}$	$=$	$-0, 9038$
$\rho_{el_0, az_1}$	$=$	$0, 4214$
$\rho_{az_0, el_1}$	$=$	$0, 8267$
$\rho_{el_1, az_1}$	$=$	$-0, 5417$

Table A.3.: Die für das Pointingmodell mit vier Parametern bestimmten Werte, wobei die Drivekoordinaten in Abhängigkeit der CCD-Koordinaten vorhergesagt wurden.

## Vorhersage der CCD-Koordinaten im Vier-Parameter-Modell

$el_0$	$=$	$(-1 \pm 78)^\circ$
$az_0$	$=$	$(12, 1 \pm 2, 1)^\circ$
$el_1$	$=$	$(0, 04 \pm 79, 29)^\circ$
$az_1$	$=$	$(-0, 06 \pm 3, 61)^\circ$
$\sigma$	$=$	$0, 10^\circ$
$\rho_{el_0, az_0}$	$=$	$-0, 1681$
$\rho_{el_0, el_1}$	$=$	$-0, 9999$
$\rho_{az_0, az_1}$	$=$	$-0, 9526$
$\rho_{el_0, az_1}$	$=$	$-0, 003998$
$\rho_{az_0, el_1}$	$=$	$0, 1756$
$\rho_{el_1, az_1}$	$=$	$-0, 003827$

Table A.4.: Die für das Pointingmodell mit vier Parametern bestimmten Werte, wobei die CCD-Koordinaten in Abhängigkeit der Drive-Koordinaten vorhergesagt wurden.

# **Selbständigkeitserklärung**

Hier versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.