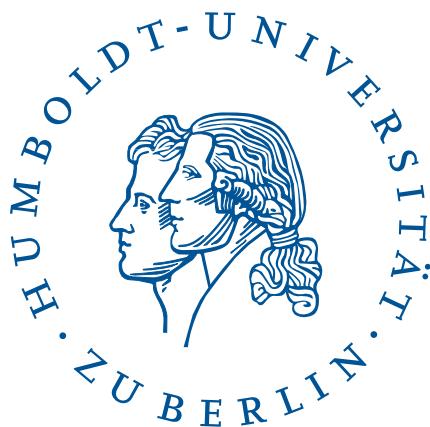


Erstellung von Pointing-Modellen für CCD-Kameras am MST-Prototyp

Bachelorarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science
(B. Sc.)
im Fach Physik



eingereicht an der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I
Institut für Physik
Humboldt-Universität zu Berlin

von
Herr Ruslan Konno
geboren am 04.07.1993 in Tallinn

Gutachter:

1. Prof. Dr. Thomas Lohse
2. Prof. Dr. Marek Kowalksi

Betreuung:

1. Dr. Ulrich Schwanke

eingereicht am: DATUM

Abstract

Das 'Cherenkov Telescope Array' (CTA) ist ein Zukunftsprojekt zum Aufstellen von Teleskopen, die der öffentlichen physikalischen Gemeinschaft Informationen über das Universum im Bereich der Hochenergie-Gammastrahlen liefern sollen. In Deutschland befindet sich ein Prototyp eines Teleskopentyps, wie sie nach Planung im CTA-Projekt verwendet werden sollen. Anhand dieses Prototyps werden Pointing-Messungen durchgeführt. Dazu erstellen CCD-Kameras Himmelsaufnahmen, welche von einer Software von astrometry.net analysiert werden. Die Software liefert unter anderem die Himmelskoordinaten der in den Aufnahmen identifizierten Sterne.

Der erste Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Erstellung eines Filters, welcher zu kontrollieren hat, ob in einer CCD-Kamera-Aufnahme genügend Sterne vorhanden sind, damit die astrometry.net-Software eine Lösung liefern kann. Das Testen des Filters ergibt ein Kriterium von 5 Sternen. Findet der Filter mindestens 5 Sterne in einer CCD-Aufnahme, so kann diese an die astrometry.net-Software weitergeführt werden.

Der zweite Teil dieser Arbeit bezieht sich auf das Formulieren von Pointing-Modellen, welche Abweichungen zwischen Drive- und Zentrum-Koordinaten der CCD-Kameras beschreiben. Das Testen der Modelle zeigt für zwei Modelle mit 11 Parametern für jeweils zwei CCD-Kameras eine bestpassende Beschreibung der Abweichungen von verschiedenen Datensätzen mit χ^2 -Wahrscheinlichkeiten im Prozentbereich. Mit Hilfe dieser Modelle wird die Stabilität des CCD-Kamera-Systems überprüft. Es zeigen sich Schwankungen in der Elevation und Azimut von bis zu ca. 0.1° , was in der selben Größenordnung liegt wie die betrachteten Werte selbst. Am Ende werden mit Hilfe des zeitlich最早en aufgenommenen Datensatzes Vorhersagen über spätere Datensätze gemacht.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Hochenergie-Gammastrahlen-Astronomie	2
2.1 Mechanismen der VHE-Photonen-Erzeugung	2
2.1.1 Bottom-Up	2
2.1.2 Top-Down	2
2.2 Quellen der VHE-Gammastrahlung	3
2.3 Detektion der kosmischen Gammastrahlung	3
2.3.1 Luftschauder	3
2.3.2 Cherenkov-Strahlung	4
2.3.3 Teilchen-Detektion auf dem Erdboden	5
2.3.4 Cherenkov-Detektion	6
2.4 Himmelskoordinaten	7
3 Das CTA-Projekt	8
3.1 Array-Konzept	8
3.2 Teleskoptypen	8
3.2.1 Der MST-Prototyp, Adlershof	10
3.3 Arrays	10
4 Das Starfinder - Programm zur Sternerkennung in CCD-Bildern	11
4.1 Sternbeobachtungen mit dem MST	11
4.1.1 Optische Instrumente	11
4.1.2 Die Software von astrometry.net	11
4.2 Auslesedaten des Starfinder-Programms	13
4.3 Verarbeitung des Untergrunds	14
4.4 Pixelfehler und Folgen für Sternkriterien	14
4.5 Identifizierung von ausgedehnten Lichtquellen	15
4.6 Markieren und Zählen ausgedehnter Lichtquellen	17
4.7 Analyse von Abbildungen ohne Sterne	17
4.8 Belichtungszeit	18
4.9 Vergleich mit der astrometry.net Sofware	21
4.10 Effizienz	23
4.11 Fazit	24
5 Pointing-Modelle für CCD-Kameras	25
5.1 Pointingmethoden des MST	25
5.2 Zielstellung an die Pointing-Modelle	26
5.3 Einfachstes Modell	26
5.4 Individuelle Anpassung von Pointing-Modellen für die Sky- und SingleCCD	28
5.4.1 SkyCCD	30
5.4.2 SingleCCD	30
5.5 Analyse von Messreihen verschiedener Zeitpunkte und Messverfahren	32
5.6 Ausrichtungsvergleich zwischen SkyCCD und SingleCCD	34
5.7 Vorhersagen-Analyse	38
6 Zusammenfassung	40
7 Quellen	41

A Anhang	42
A.1 Bilder	42
A.2 Rechnung zum Pointing-Modell 4	43
A.3 Pointing-Modelle	45

Abbildungsverzeichnis

2.1	Elektromagnetischer Schauer.	4
2.2	Hadronischer Schauer.	4
2.3	Polarisation des Mediums durch die Propagation eines geladenes relativistisches Teilchens	5
2.4	Konstruktion der Cherenkov Wellenfronten	5
2.5	Himmelskoordinaten	7
3.1	Konzepte der Teleskop-Typen.	9
3.2	MST-Prototyp in Adlershof, Berlin.	10
4.1	Beispiel einer Analyse von Himmelsbilder mit der astrometry.net-Software. .	12
4.2	Beispiel zur Darstellung der Intensität-Verteilung.	13
4.3	Beispiel zum Vergleich verschiedener Untergrund-Verteilungen.	14
4.4	Beispiel von heißen Pixel.	15
4.5	Skizze zur Untersuchung einer Intensität-Verteilung nach Pixel ausgedehnter Objekte.	16
4.6	Filterung eines zweidimensionales Histogramms mit Intensitätseinträgen nach ausgedehnten potentiellen Sternen.	16
4.7	Beispiel zu den vom Programm Starfinder gezählten Sternen.	17
4.8	Anzahl vom Starfinder gefundener Sterne in Abhängigkeit von der Bild-Nummer bei verschiedenen Belichtungszeiten.	19
4.9	Vergleich von Intensitäten zu 5 Sternen innerhalb von zwei aufeinander folgende Himmelsabbildungen.	20
4.10	Analyse der Starfinder-Auswertung bezüglich der Belichtungszeit.	20
4.11	Untersuchung zum Verhältnis der gewerteten Sternen-Anzahl zwischen Starfinder und der astrometry.net-Software.	21
4.12	Analyse von Bildern der Umgebung um den Stern Vega.	22
4.13	Effizienz des Starfinder-Programms bezüglich zwei verschiedener Datensätze.	23
4.14	Mittlere relative Anzahl von durch Starfinder angezählten Sternen, die von der astrometry.net-Software in der Endausgabe nicht als Sterne geliefert werden.	24
5.1	Skizzen zu Pointing-Methoden des MST.	25
5.2	Differenz zwischen experimentellen und modellierten Drive-Koordinaten für die SkyCCD. Modell mit 4 Parametern.	28
5.3	Differenz zwischen experimentellen und modellierten Drive-Koordinaten für die SkyCCD. Modell 11 mit 11 Parametern.	31
5.4	Differenz zwischen experimentellen und modellierten Drive-Koordinaten für die SingleCCD. Modell 11 mit 11 Parametern.	32
5.5	Differenz der Drive-Elevationen zwischen SkyCCD und SingleCCD.	35
5.6	Abweichung der Zentrum-Elevation von Drive-Elevation in Abhängigkeit von der Zentrum-Elevation.	36
5.7	Differenz der Drive-Azimute zwischen SkyCCD und SingleCCD.	36
5.8	Abweichung des Zentrum-Azimuts vom Drive-Azimut in Abhängigkeit von der Zentrum-Elevation.	37
5.9	Differenz der Drive-Winkelabstände zwischen SkyCCD und SingleCCD. . . .	37
5.10	Vorhersagen-Analyse für die SkyCCD und SingleCCD mit Hilfe vom Modell 11, Modell mit 11 Parametern. Bezugs-Datensatz; 'run091'	39
A.1	Programmablaufplan zum Starfinder-Programm.	42
A.2	Beispiel für eine überbelichtete Aufnahme.	42
A.3	Vorhersagen-Analyse für die SingleCCD mit Hilfe vom Modell 11, Modell mit 11 Parametern. Bezugs-Datensatz; 'run095'	43

Tabellenverzeichnis

1	Eigenschaften der am MST angebrachten CCD-Kameras	11
2	Bildersätze der Messreihe 'run079'	18
3	Durch Datenanalyse bestimmte Parameter des Modells 4 (Name entspricht der Parameteranzahl) für die SkyCCD	28
4	Benutzte N-Tupel zur Ableitung und Untersuchung von Pointing-Modellen.	29
5	Abhängig vom Modell bestimmte Fehler der Azimut und Elevation Messwerte der SkyCCD (run091) und ermittelte Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle	30
6	Ermittelte Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der Modelle bei konstanten Fehlern der Azimut- und Elevationsmesswerte. Datensatz 'run091', SkyCCD.	30
7	Abhängig vom Modell bestimmte Fehler der Azimut und Elevation Messwerte der SingleCCD (run091) und ermittelte Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle	31
8	Ermittelten Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte. 'run091', SingleCCD.	32
9	Ermittelte χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte für 'run104'	33
10	Ermittelte χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte für 'run103'	34
11	Ermittelte χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte für 'run095'	34
12	Aufgestellten Pointing-Modelle für die Kameras Sky- und SingleCCD am MST-Prototyp.	45

1 Einleitung

Das Cherenkov Telescope Array (CTA) ist eine Initiative zur Erstellung eines Hochenergie-Gammastrahlung-Observatoriums der nächsten Generation. Das Observatorium wird der astrophysikalischen Gemeinschaft eine Studie des nicht-thermischen hochenergetischen (Very High Energy, VHE) Universums erlauben können. Im Fokus der Studie liegen das Verstehen der Herkunft der kosmischen Strahlung und ihre Rolle im Universum, Beschreibung des Verhaltens und der Varianz der Teilchenbeschleunigung durch schwarze Löcher und Suche nach der Natur von Materie und Physik außerhalb des Standardmodells.

Als Zielstellung gegenüber den Observatorien der momentanen Generation (H.E.S.S., MAGIC, VERITAS) stehen zehnfache Verbesserung der Fluss-Sensitivität, höhere Energie-Abdeckung, Verfeinerung der Energie- und Winkelauflösung und Erhöhung des Blickfeldes. Das CTA soll mit diesen Eigenschaften über 1000 neue VHE-Quellen registrieren können. Daraus folge eine Verzehnfachung der bekannten VHE-Quellen und das Ermöglichen der Population-Studie von aktiven Galaktischen Kernen (AGN) und Pulsarwind-Nebeln.

Um all dies zu ermöglichen, wird das Observatorium in zwei Sub-Arrays unterteilt, jeweils eins für die nördliche und südliche Hemisphäre. In der Atmosphäre entstehen durch Wechselwirkungen der Gammastrahlung Teilchenkaskaden, die zur Ausstrahlung von Cherenkov-Licht führen. Jedes der Teleskopen innerhalb der Arrays zeichnet mit Photomultiplier(PMT)-Kameras das Cherenkov-Licht auf. Aus dem Cherenkov-Licht werden Rückschlüsse auf die Eigenschaften der Photonen geschlossen.

Momentan werden Versuche an mehreren Prototypen durchgeführt. In Deutschland befindet sich das mittelgroße Teleskop (MST, Medium-Sized Telescope). Der MST wurde aufgestellt unter der Leitung von DESY Zeuthen in Berlin-Adlershof. Der Prototyp nimmt Daten mit Hilfe von drei CCD-Kameras auf. Innerhalb dieser Arbeit wird mit Daten von zwei dieser CCD-Kameras gearbeitet, der Sky- und SingleCCD. Die SkyCCD ist am oberen Teil des Reflektors montiert und nimmt Bilder vom Himmel auf. Die SingleCCD befindet sich in der Mitte des Reflektors und betrachtet das reflektierte Bild auf einem Deckel gegenüber dem Reflektor gemeinsam mit dem umgebenden Himmel. Der Deckel entspricht der Fokalebene des Reflektors.

Um Datenanalyse durchführen zu können wird ein Weg benötigt, um das Teleskop korrekt in die gewünschte Position auszurichten. Um dies zu ermöglichen, nehmen die CCD-Kameras Himmelsbilder mit Sternen auf. Mit Hilfe eines Auswertungsprogramms von astrometry.net [1] werden dann die Koordinaten des Zentrums eines solchen Bildes geliefert.

Probleme entstehen, wenn die Kameras zu stark beleuchtet werden oder gegebenenfalls Wolken die Sterne verdecken. In solchen Fällen kann keine Datenanalyse durchgeführt werden. Die Software versucht die Bilder aber trotzdem auszuwerten, auch wenn sie keine Lösung liefern kann. Folglich entstehen unnötige Rechenzeiten. Zur Behebung des Problems kann ein Filter eingebaut werden, welcher solche Fälle ausschließt.

Ist die Bildqualität hoch genug für eine sinnvolle Auswertung, so können die anvisierten Koordinaten mit den anfangs eingegebenen verglichen werden. Die Analyse zeigt Abweichungen, welche zu erklären und zu korrigieren sind. Diese sind hierbei auf die mechanischen Fehlstellen in der Konstruktion des Teleskopen zurückzuführen. Probleme wie Verbiegungen und lose Kameras müssen identifiziert und je nach Möglichkeit mechanisch oder in der Kalibrierung nachjustiert werden.

2 Hochenergie-Gammastrahlen-Astronomie

Die Astronomie ist die Wissenschaft zur Studie von Position, Bewegung und Eigenschaften galaktischer und extragalaktischer Objekte. Dies beinhaltet alles von Planeten bis zu Galaxienhaufen. Die Studie dieser Objekte ist jedoch nur möglich, wenn die benötigte Information über das astronomische Objekt zu einem Detektor gebracht werden kann. Es wird ein Überträger der Information, wie beispielsweise das sichtbare Licht, benötigt.

Je nach Überträger, werden verschiedene Zielstellungen gestellt und unterschiedliche Maßnahmen benötigt, um diese zu registrieren und die Information auszulesen. So bilden sich verschiedene Bereiche der Astronomie. Die Studie von energetischer Gammastrahlung ist der Fokus der Gammastrahlen-Astronomie, welche je nach Energie der Strahlung in weitere Kategorien zu unterteilen ist. Liegt die Energie der Gammastrahlung, also der Photonen, im Bereich zwischen 30 GeV und 30 TeV [2], so wird das Studienfeld als Hochenergie-Gammastrahlen-Astronomie (VHE-Astronomie) bezeichnet.

Im Fokus der VHE-Astronomie sind die nicht-thermischen Ereignisse im Universum. Der Ursprung von thermischen Photonen korreliert mit der Temperatur der emittierenden Quelle. Photonen im VHE-Bereich sind dabei so energetisch, dass es keine Quelle gibt, die heiß genug ist, um diese Photonen thermisch zu emittieren. Untersuchung der VHE-Gammastrahlung soll demnach Rückschlüsse auf Quellen geben, die durch nicht thermische Wege solche hoch energetische Photonen erzeugen.

2.1 Mechanismen der VHE-Photonen-Erzeugung

2.1.1 Bottom-Up

In so genannten 'Bottom-Up' Fällen entstehen hochenergetische Photonen, wenn relativistische Teilchen mit Materie, Strahlungsfeldern oder magnetischen Feldern wechselwirken.

Wechselwirkung mit Materie beinhaltet die Elektronen-Bremsstrahlung und die Paarbildung aus Zerfällen von neutralen Pionen. Elektronen-Bremsstrahlung beschreibt die Emission von Gammastrahlung durch Abbremsen. Das relativistische Elektron wird an elektromagnetischen Feldern der Materie gestreut und wandelt ein Teil der kinetischer Energie in Photonen um. Paarbildung aus Pionzerfällen folgt dagegen aus der Kollision relativistischer Protonen mit Kernen der Materie. Die hadronische Reaktion produziert neutrale Pionen, die mit einem Verzweigungsverhältnis von $(98.823 \pm 0.034)\%$ nach einer mittleren Zeit von $(8.52 \pm 0.18) \cdot 10^{-17}\text{s}$ [3] in zwei Photonen zerfallen.

Streuen dagegen relativistische Elektronen innerhalb von Strahlungsfeldern, so wird Energie auf niederenergetischere Photonen übertragen. Dieser Prozess wird als inverse Compton-Streuung bezeichnet. Dies ist das Gegenteil zur Compton-Streuung, bei der Energie vom Photon auf das entsprechend andere Teilchen übertragen wird.

Weitere Prozesse zur Bildung von hochenergetischen Photonen beziehen sich auf die Wechselwirkung mit magnetischen Feldern. Magnetische Felder haben die Eigenschaft geladene Teilchen senkrecht zum Feld abzulenken. Mit der Ablenkung ist die Änderung des Impulses und damit der Energie verbunden. Energieverlust geschieht unter Emission von Photonen. Dies ist eine besondere Form der Bremsstrahlung, die Synchrontonstrahlung.

2.1.2 Top-Down

Abgesehen von Produktion durch relativistische Teilchen, entstehen VHE-Photonen auch durch Zerfälle von massiven Teilchen. Dies ist der 'Top-Down' Prozess. Zu den massiven Teilchen könnten beispielsweise die hypothetischen Teilchen der dunklen Materie oder kosmische Strings gehören. Gebiete mit hoher Dichte von dunkler Materie innerhalb von Po-

tentialöpfen, wie dem galaktischen Zentrum, könnten erhöhte Flüsse von detektierbarer Gammastrahlung verursachen. Die Untersuchung von VHE-Gammastrahlung bietet also eine Möglichkeit zur Beschreibung der Natur und Konstituenten der dunklen Materie an.

2.2 Quellen der VHE-Gammastrahlung

Die erste im VHE-Bereich registrierte Quelle ist der Krebsnebel [5], eines der prominentesten Himmelsobjekte. Die Beobachtung wurde mit Whipple, ein Observatorium auf dem Hügel des 'Mount Hopkins', im Jahre 1989 gemacht. In weiteren Beobachtungen des Krebsnebels wurden Energien im VHE-Bereich in der Spanne von 60 GeV [7] bis 20 TeV [8] gemessen. Vom Radio- bis zum GeV-Bereich ist das Gammaspektrum des Krebsnebels konsistent mit Emission von Synchrotronstrahlung aus relativistischen Elektronen. Im VHE-Bereich wird angenommen, dass die hochenergetischen Photonen durch inverse Compton-Streuung an der selben Population relativistischer Elektronen stammen [9].

In den folgenden Jahren nach der Registrierung des Krebsnebels als VHE-Quelle ist die Anzahl der gefundenen Quellen auf über 190 gestiegen [6]. Die häufigsten Quellen sind dabei weitere Pulsarwind-Nebeln.

2.3 Detektion der kosmischen Gammastrahlung

Der Fluss der Gammastrahlung im VHE-Bereich liegt in der Größenordnung von $O(10^{-11})$ Photonen pro cm^2 pro s, weshalb es praktisch unmöglich ist Satelliten zu betreiben, die großflächig genug sind um eine ausreichende Lichtausbeute, dem Quotienten aus Lichtstrom und aufgenommenen elektrischen Leistung, zu ermöglichen. Es müssen Detektoren auf dem Erdboden konstruiert werden. Nicht zu vernachlässigbare Konsequenz dabei ist die Atmosphäre.

2.3.1 Luftschauder

Erreicht ein Photon die Atmosphäre, so wechselwirkt dieses mit Materie. Wechselwirkung von Photonen mit Materie ist energieabhängig. Im VHE-Bereich ist die Paarbildung dominant, das Eintreffen des Photons auf die Atmosphäre führt zur Bildung eines Elektron-Positron-Paars. Das Elektron bzw. Positron wird in der Atmosphäre gebremst und es folgt nach einer Strahlungslänge X_0 zur Bremsstrahlung. Die Strahlungslänge beschreibt die zurückgelegte Länge des Teilchens im Medium bevor das Teilchen einen signifikanten Anteil seiner Energie verliert. Die ausgesandten Photonen bilden nach einer Wechselwirkungslänge, hier mit der Strahlungslänge gleichzuwerten, weitere Elektron-Positron-Paare, welche weitere Photonen aussenden. Es entsteht ein elektromagnetischer Luftschauder, ein Zusammenspiel aus Paarbildung und Bremsstrahlung (Abb. 2.1). Die Anzahl N_s der sekundären Teilchen steigt dabei nach s Strahlungslängen auf

$$N_s = 2^s. \quad (1)$$

Aufgrund der Energieerhaltung wird die Energie des primären Teilchens auf die sekundären aufgeteilt. Ein Teilchen welches nach s Strahlungslängen entsteht trägt dann bei Gleichverteilung die Energie

$$E_s = \frac{E_0}{2^s}, \quad (2)$$

wobei E_0 die Energie des primären Photons ist. Fällt die Energie E_s der Elektronen bzw. Positronen unterhalb eines kritischen Werts, so wird der Energieverlust durch Ionisation dominant und der Luftschauder endet.

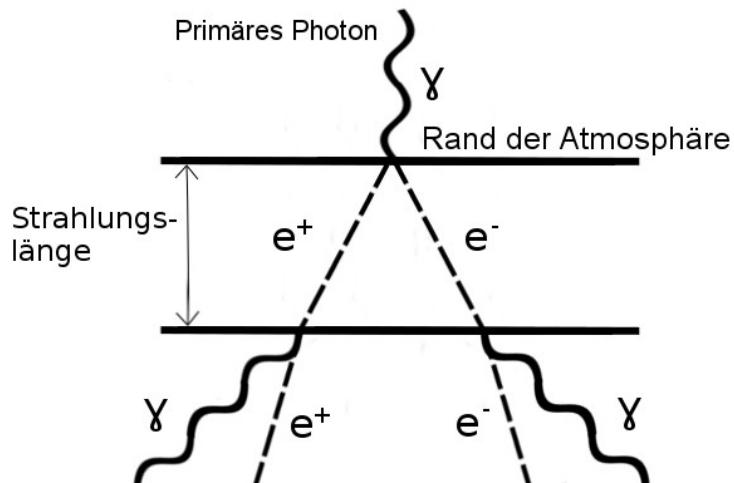


Abbildung 2.1: Elektromagnetischer Schauer. Das primäre Photon γ trifft auf den Rand der Atmosphäre und wechselwirkt mit der Materie unter Elektron-Positron-Paarbildung. Das Elektron bzw. Positron setzt sich eine Strahlungslänge fort und emittiert unter Energieverlust ein weiteres Photon.

Trifft dagegen ein Hadron, zum Beispiel ein Proton der kosmischen Strahlung, auf die Atmosphäre so entsteht ein hadronischer Luftschauder. Dieser ist deutlich komplizierter. Hier entstehen neben den Photonen, Elektronen und Positronen auch unterschiedliche Hadronen. Aus den Hadronen, überwiegend Nukleonen, Kaonen und vor allem Pionen, entstehen dann auch Myonen und Neutrinos. Der hadronische Luftschauder kann in drei Komponente zerteilen werden: elektromagnetisch, hadronisch und myonisch (Abb. 2.2). Luftschauder dieser Art bilden im weiteren einen Teil des Untergrunds.

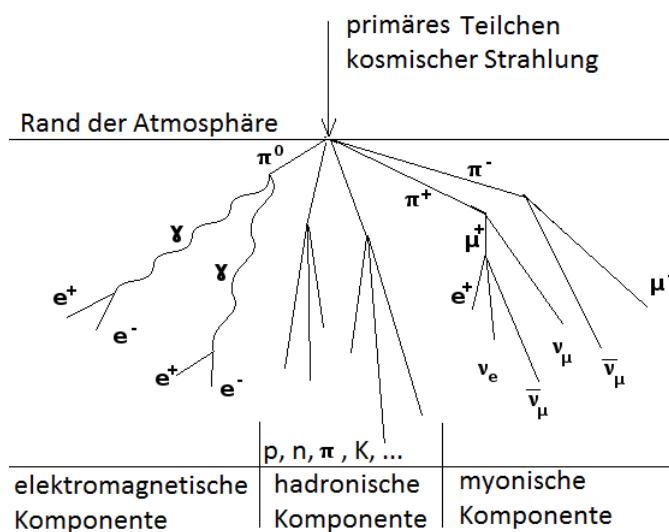


Abbildung 2.2: Hadronischer Schauer. Primäres Teilchen trifft auf den Rand der Atmosphäre und wechselwirkt mit der Materie unter Bildung eines Schauers mit elektromagnetischen, hadronischen und myonischen Komponenten.

2.3.2 Cherenkov-Strahlung

Bewegt sich ein geladenes Teilchen der Geschwindigkeit v durch ein dielektrisches Medium mit dem Brechungsindex n , so polarisiert es die Atome des Mediums (Abb. 2.3).

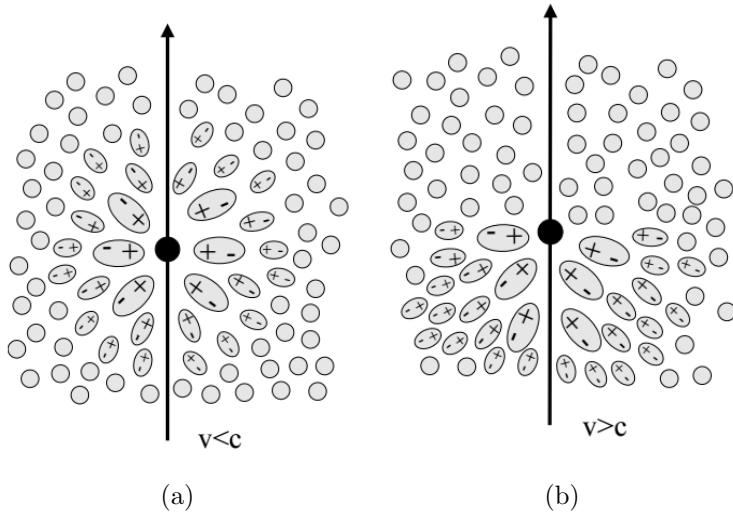


Abbildung 2.3: Polarisation des Mediums durch die Propagation eines geladenes relativistisches Teilchens für Geschwindigkeiten a) unterhalb und b) oberhalb der Lichtgeschwindigkeit im Medium. Quelle [12]

Die Atome regen sich dann unter Lichtaussendung wieder in den Grundzustand ab. Das Licht propagiert sphärisch mit der Lichtgeschwindigkeit c des jeweiligen Mediums. Ist die Geschwindigkeit des Teilchens höher als die des Lichts im Medium so führt es zur Interferenz des durch die Atome ausgesandten Lichts. Es entsteht ein Kegel konstruktiv interferierender Strahlung mit dem Öffnungswinkel

$$\Theta = \arccos\left(\frac{1}{\beta n}\right) \quad (3)$$

(Abb. 2.4), wobei $\beta = \frac{v}{c}$ ist.

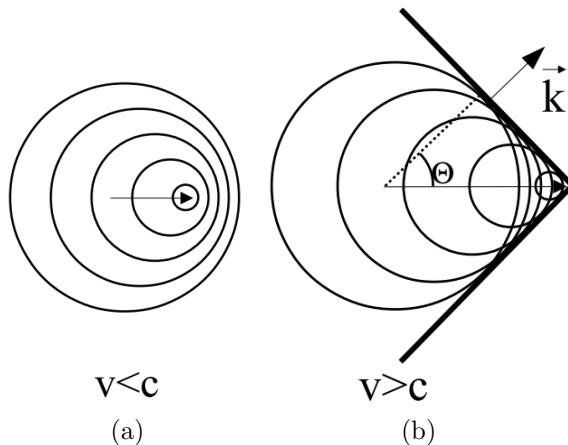


Abbildung 2.4: Konstruktion der Cherenkov Wellenfronten für Geschwindigkeiten a) unterhalb und b) oberhalb der Lichtgeschwindigkeit im Medium. Quelle [12]

2.3.3 Teilchen-Detektion auf dem Erdboden

Eins der möglichen Konzepte für Teleskope ist die direkte Detektion der Teilchen des Luftschauers. Die Teilchen erreichen den Erdboden und erlauben eine Momentaufnahme des

Schauers. Solche Detektoren besitzen sehr hohe Tastgrade ($> 90\%$) aber auch hohe Energieschwellen (> 10 TeV) [19]. Der Tastgrad ist definiert als das Verhältnis der Impulsdauer zur Periodendauer, also der Periodenanteil, in dem das Signal beziehungsweise das System aktiv ist. Die Energieschwelle beschreibt die Energie, bei der die Zählrate maximal wird. Diese ist hoch bei Teilchen-Detektoren, da hochenergetische Schauer die Atmosphäre tiefer penetrieren und mehr Teilchen näher am Erdboden produzieren. Weil diese Detektoren nur begrenzte Anteile eines Schauers aufzeichnen können, ist es schwer zu unterscheiden, ob der Schauer elektromagnetischer oder hadronischer Herkunft ist.

2.3.4 Cherenkov-Detektion

Cherenkov-Detektoren nehmen Daten über Luftschauder auf, die vor dem Erreichen des Erdbodens enden. Um dies zu ermöglichen, nutzen die Detektoren das Cherenkov-Licht, welches von den geladenen relativistischen Teilchen erzeugt wird. Hierbei wird die Atmosphäre als Kalorimeter verwendet.

Für fast vertikale Schauer bildet die Cherenkov-Strahlung auf dem Boden einen Kreis von ungefähr 250 m im Durchmesser [10], oft als Lichtpool bezeichnet. Bei größeren Abweichungen von vertikaler Propagation kann die Fläche deutlich größer werden. Damit werden Teleskope mit effektiven Flächen von über 100 m^2 benötigt um den Lichtpool abzudecken. Aus den aufgenommenen Daten ist es möglich den Schauer entsprechend seiner Raumachsen zu rekonstruieren und die Parameter des primären Photons zu bestimmen.

Unter den zahlreichen Wegen zur Cherenkov-Detektion haben sich die 'Abbildenden Cherenkov-Teleskope' (IACTs, Imaging Atmospheric Cherenkov Telescopes) am erfolgreichsten bewiesen. Die Idee ist, optische Teleskope zu verwenden, um eine Abbildung des Schauers durch Aufnahme der Cherenkov-Strahlung zu konstruieren.

Solche Teleskope besitzen relativ kleine Gesichtsflächen, also Abdeckungen des Himmels, von wenigen Grad in Winkelausdehnung und niedrige Tastgrade (5% - 10% [19] bei klaren, mondlosen Nächten) aber sehr hohe effektive Flächen im Bezug zum Lichtpool ($\propto 10^5 \text{ m}^2$ [12]), hohe Effizienzen in Unterscheidung zwischen Schauern elektromagnetischer und hadronischer Herkunft und niedrige Energieschwellen ($< 200 \text{ GeV}$ [19]). Geringe Intensitäten und kurze Signalzeitspannen im Umgang mit IACTs erfordern sehr schnelle und sensitive Erfassungssysteme. Im weiterem liegt ein Untergrund vor, verursacht durch den Nachthimmel, beispielsweise Sternenlicht, und das Licht aus hadronischen Luftschaudern. Die bestmögliche Höhe für den Positionsraum der Teleskopen würde eine möglichst hohe Transparenz der Atmosphäre gegenüber der Cherenkov-Strahlung anbieten. Bei größeren Höhen sinkt jedoch die effektive Fläche und die Effizienz. Um korrekte Datenanalyse ausführen zu können, muss der Luftschauder nämlich enden, damit die Menge des Cherenkov-Lichts der Anzahl der geladenen Teilchen widerspiegelt.

Generell bestehen IACTs aus großen Spiegeln, um möglichst viel Photonen aus niedrigerenergetischen Luftschaudern zu detektieren. MAGIC Teleskopen erreichen beispielsweise Durchmessern von 17 m. Aus Kostengründen bestehen die Spiegelflächen von IACTs aus mehreren einzelnen Spiegeln mit Durchmessern von 0.5 m bis 1 m. Die Energieschwelle nimmt linear mit der Spiegelfläche ab, falls der Untergrund durch den Nachthimmel nicht zu groß wird. IACTs kommen in zwei Formen, in Abhängigkeit vom Reflektordurchmesser, vor. Kleinere Reflektoren bis ca. 10 m werden kreisförmig gebaut. Dabei werden optische Aberrationen möglichst unterdrückt. Größere Reflektoren werden in parabolischen Form gebaut, dies ist nötig, um das Licht zeitlich korrekt auf der Fokalebene abzubilden.

Kameras mit einem Gesichtsfeld pro Pixel in der Größenordnung von $O(0.1^\circ)$ (insgesamt $O(1^\circ)$) ermöglichen Abbildungen des Schauers mit hoher Qualität und damit auch hohe Effizienz in der Separation des hadronischen Untergrunds. Bessere Energie- und Winkelauflösung

ist damit auch ermöglicht. Weitere Verbesserungen in der Separation und Auflösung werden vorgenommen, in dem mehrere Bilder vom selben Schauer erstellt werden.

Kontrolle des Nachthimmel-Untergrunds wird durch schnell integrierende elektronische Bauteile (Samplingrate von über $500 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$) ermöglicht.

2.4 Himmelskoordinaten

Innerhalb dieser Arbeit werden zwei verschieden Himmelskoordinatensysteme verwendet, die hier kurz aufgegriffen werden.

Elevation/Azimut

Die Winkel Elevation und Azimut beschreiben ein Koordinatensystem relativ zum Horizont des Beobachters (Abb. 2.5 a)). Die Elevation ist der Höhenwinkel zwischen Beobachtungsobjekt und Horizont. Der Azimut ist der Winkel um den Horizont, meistens mit Nullpunkt im Norden.

Rektaszension/Deklination

Die Winkel Rektaszension (RA) und Deklination (Dec) beschreiben ein Koordinatensystem relativ zum Himmelsäquator der Erde mit dem Frühlingspunkt als Bezugspunkt (Abb. 2.5 b)). Die Deklination ist der Höhenwinkel relativ zur Ebene des Himmelsäquators. Die Rektaszension ist der Winkelabstand des Beobachtungsobjekts vom Frühlingspunkt um den Himmelsäquator.

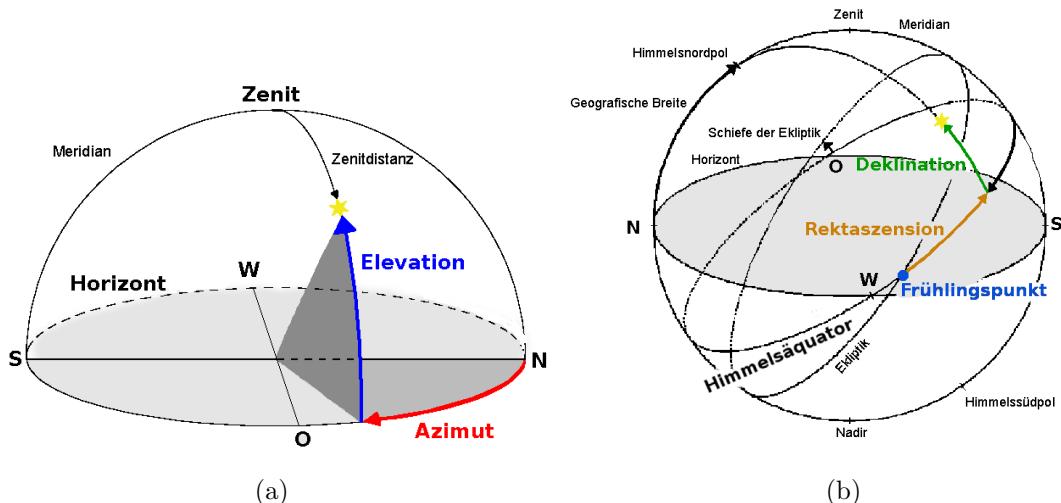


Abbildung 2.5: Himmelskoordinaten. a) Beschreibt das Koordinatensystem relativ zum Horizont des Beobachters. Azimut ist der Winkel um den Horizont relativ zum Norden oder Süden, Elevation ist der Höhenwinkel. b) Beschreibt das Koordinatensystem relativ zum Himmelsäquator der Erde. Rektaszension ist der Winkel um den Himmelsäquator relativ zum Frühlingspunkt, Deklination ist der Höhenwinkel.

3 Das CTA-Projekt

Das CTA-Projekt beinhaltet das Aufstellen von Arrays aus IACTs, welche eine offene Studie des nicht-thermisches Universums der physikalischen Gemeinschaft anbietet. In der Zielstellung gegenüber den vorherigen Generation liegt:

- Erniedrigung der Schwellenenergie bis auf eine $O(10^1)$ Größenordnung in GeV
- Erhöhung der Sensitivität bis zu 100 TeV
- Erhöhung der Sensitivität im VHE-Bereich um mindestens eine Größenordnung
- Verbesserung der Winkelauflösung bis zu einigen Winkelminuten
- Vergrößerung des Gesichtsfeldes der Teleskope
- Verbesserung der Energieauflösung

Um diese Ziele möglichst preisgünstig zu erreichen, wird CTA gemischte Arrays, bestehend aus verschiedenen Teleskopen, aufstellen.

3.1 Array-Konzept

Gammastrahlen im niedrigeren Teil des gewünschten Energiebereichs produzieren Cherenkov-Licht mit kleinerer Photondichte am Erdboden. Diese benötigen Teleskopen mit einer genügend großen reflektierenden Fläche um eine ausreichende Anzahl von Cherenkov-Photonen zu registrieren. Gammastrahlen im oberen Teil des Energiebereichs dagegen produzieren Cherenkov-Pulse hoher Intensität. Die Intensität ist hoch genug, dass schon kleine Teleskope ausreichend sind. Der Fluss der Gammastrahlung im VHE-Bereich ist sogar für starke Quellen so gering, dass eine sehr große instrumentale Fläche benötigt ist, um statistisch signifikante Anzahl von Events in einer sinnvollen Zeitspanne zu verzeichnen. Um eine solche Fläche in Verbindung mit verbesserten Sensitivität, Energie- und Winkelauflösung im kompletten Energiebereich zu ermöglichen, wird das CTA aus Kombinationen von drei verschiedenen Teleskoptypen unterschiedlicher Größen bestehen. Das Design des CTA beruht auf den folgenden Ideen:

- Array beinhaltet ca. 100 Teleskope
- Teleskope verteilt auf einer Fläche von ca. 110 km^2
- Nutzung von Teleskopen von mindestens drei verschiedenen Größen
- Nutzung von sich bewiesenen Technologie der vorherigen IACTs
- Verbesserung der automatischen und nicht-lokalen Steuerung

3.2 Teleskoptypen

Während der CTA-Designerphase wurden viele Parameter im Bezug zur Kombination der Teleskope, der optischen Designs der Teleskope, der Kameras und der elektronischen Bauteilen optimiert, wobei Grenzen durch Kosten, Verlässlichkeit und Haltbarkeit zu beachten waren.

Das Große Teleskop (LST, Large Size Telescope) besitzt einen parabolischen Reflektor mit einem Durchmesser von $D = 23 \text{ m}$ und Brennweite von $f = 27.6 \text{ m}$, $f/D = 1.2$. Der LST soll die Kohlenstofffaserstruktur verwenden (Abb. 3.1, a)), ähnlich der erfolgreichen

Herangehensweise von MAGIC. Zu den optischen Geräten gehören PMT-Kameras mit 4.4° vollen Gesichtsfeld.

Das Mittlere Teleskop (MST, Middle Size Telescope) basiert auf dem Konzept, welches von H.E.S.S. und VERITAS mit hohen Erfolg benutzt wird. Der Teleskop ist ein 12 m Durchmesser Davis-Cotton Reflektor (Abb. 3.1 b)) mit $f/D = 1.3$ und PMT-Kameras mit 7° -Gesichtsfeld. Als Alternative wurde ein MST mit einem Doppelspiegel Schwarzschild-Couder Design (Abb. 3.1 c)) und SiPM-Kameras aufgestellt.

Das Kleine Teleskop (SST, Small Size Telescope) wird in drei verschiedenen Projekten entwickelt. Eins basiert auf dem Davies-Cotton Design und zwei auf dem Schwarzschild-Couder Design. In allen Projekten liegt der Reflektor im 5-6 m Duschmesserbereich. Die Kameras sollen ein Gesichtsfeld von fast 10° enthalten.

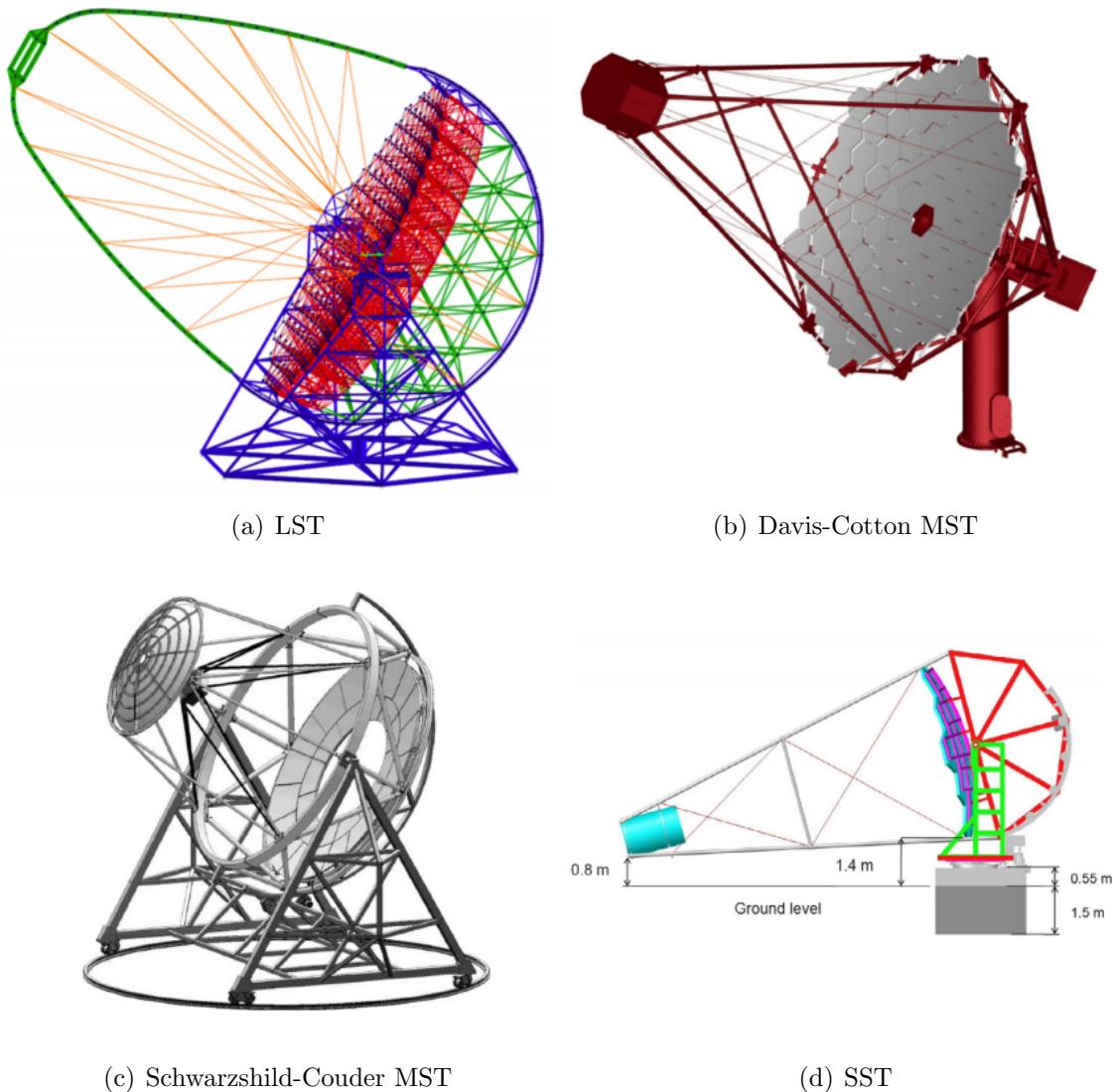


Abbildung 3.1: Konzepte der Teleskop-Typen. a) 23 m Durchmesser LST mit parabolischen Reflektor und Brennweite-zu-Durchmesser-Verhältniss von $f/D = 1.2$. b) 12 m Durchmesser MST mit einem Davis-Cotton Reflektor und $f/D = 1.3$. c) Doppelspiegel Schwarzschild-Couder MST. d) 6 m Durchmesser SST mit einem Davis-Cotton Reflektor und $f/D = 1.4$. Bilder-Quelle: [4]

3.2.1 Der MST-Prototyp, Adlershof

Ein MST-Prototyp (Abb. 3.2) für das CTA-Projekt wurde in Deutschland in Mai 2013 aufgestellt. Der MST ist vom Typ Davies-Cotton-Reflektor und besitzt einen Durchmesser von 12 m, eine Brennweite von 16 m und Reflektor-Krümmungsradius von 19.2 m. Das Hauptziel des Prototyps ist das Austesten der mechanischen Struktur und des Drivesystem, aber auch die Ausrichtung des Teleskopen, Überwachung der CCD-Kameras und die aktive Kontrolle des Spiegelsystems.



Abbildung 3.2: *MST-Prototyp in Adlershof, Berlin. Der Reflektor besitzt einen Durchmesser von 12 m und eine Brennweite von 16 m. Anstatt einer PMT-Kamera verfügt der MST über einen Dummy (eingekästelt) mit realistischem Gewicht von 2.5 Tonnen.*

Das Drivesystem des Prototyps besteht aus mehreren CCD-Kameras, einer Wetterstation und unterschiedlichen Sensoren zum Testen des Strukturverhaltens.

Da der MST in einer Großstadt mit hohem optischen Untergrund positioniert ist, ist dieser ungeeignet um Gammastrahlen-Messungen durchzuführen. Aus diesem Grund ist die PMT-Kamera ein Dummy mit realistischem Gewicht von 2.5 Tonnen. Die Bedingungen des Nachthimmels sind jedoch gut genug um Ausrichtung-Messungen durchzuführen.

3.3 Arrays

Für volle Abdeckung des Himmels wird das CTA Observatorium aus zwei Arrays bestehen, eins in der südlichen Hemisphäre und eins in der nördlichen. Das südliche Array wird aus drei verschiedenen Teleskop-Typen bestehen, um das ganze VHE-Energiebereich ausnutzen zu können. Dazu sollen, von der Mitte ausgehend, 4 LSTs, 25 Davies-Cotton MSTs und 70 SSTs zählen. Dieses Array wird dazu dienen, Information über galaktische Quellen zu liefern, insbesondere über das galaktische Zentrum. Das nördliche Array wird auf einen Bereich der Größenordnung von $O(10^1)$ TeV begrenzt sein. Dieses Array soll nur aus Teleskopen der LST- und MST-Klassen bestehen. Dabei soll eine signifikante Sensitivität bis zu 50 TeV ermöglicht werden. Dazu sind 4 LSTs und 15 MSTs geplant.

4 Das Starfinder - Programm zur Sternerkennung in CCD-Bildern

Die beim MST-Prototyp benutzte astrometry.net-Software analysiert aufgenommene Himmelsbilder und liefert Koordinaten des Bildzentrums. Die Software bestimmt die Koordinaten mit Hilfe von im Bild aufgezeichneten Sternen, so wie es im Abschnitt 4.1.2 beschrieben wird. Die Software bildet aus den vorläufig angenommenen Sternen Triplets und vergleicht diese mit gespeicherten Katalogen. Die folgenden Schritte des Algorithmus sind abhängig davon, wie viele Triplets gebildet werden und wie viele der Triplets tatsächliche Sterne enthalten.

Um möglichst viele tatsächliche Sterne zu erkennen, müssen diese gegenüber dem Rest des Bildes ausgezeichnet sein. Ist dies nicht der Fall, so versucht die Software das Bild auszuwerten, auch wenn es kein Ergebnis liefern kann. Es entstehen unnötige Rechenzeiten. Es ist also wünschenswert, dies mit Hilfe eines Filters zu kontrollieren. Der Filter soll die Abbildung untersuchen und eine Aussage treffen, ob das Bild genug erkennbare Sterne enthält, so dass die astrometry.net-Software eine Lösung liefern kann. Als Teil dieser Arbeit wurde ein solcher Filter, das Starfinder-Programm, erstellt.

4.1 Sternbeobachtungen mit dem MST

4.1.1 Optische Instrumente

Am Reflektor des MST sind drei CCD-Kameras (Tab. 1) in wasserdichten Gehäusen installiert. Die zentrale Kamera CCD2 oder 'LidCCD' ist in der Mitte des Reflektors angebracht und zur Teleskop-Kamera, momentan einen Dummy, ausgerichtet. LEDs am Dummy erlauben die Bestimmung der relativen Ausrichtung zwischen Dummy und LidCCD.

Die zweite Kamera, die CCD3 oder 'SkyCCD', ist am oberen Teil des Reflektors positioniert (6 m vom Zentrum) und nimmt direkt Bilder vom Himmel auf. Beide Kameras sind vom Typ 'Prosilica GC 1350', wobei die SkyCCD eine '85 mm Walimex Pro' Linse benutzt, um eine große Fläche zur Lichteinsammlung und dementsprechendem Gesichtsfeld zu gewähren.

Die 'CCD4' oder 'SingleCCD' befindet sich auch in der Mitte des Reflektors. Die SingleCCD ist so wie die LidCCD auf die Dummy-Kamera fokussiert, besitzt aber ein größeres Gesichtsfeld. Damit bildet die CCD4 nicht nur das reflektierte Bild auf dem Dummy sondern auch den umgebenden Nachthimmel ab.

Tabelle 1: Eigenschaften der am MST angebrachten CCD-Kameras

	LidCCD	SkyCCD	SingleCCD
Chipgröße [pixel]	1360x1024	1360x1024	3296x2472
Pixelgröße d [μm]	4.65	4.65	5.4
Brennweite f [mm]	35	85	50
Verhältnis d/f [arcsec/pixel]	27.40	11.28	22.28
gemessenes Verhältnis d/f [arcsec/pixel]	28.135	11.03	21.906

4.1.2 Die Software von astrometry.net

Die MST-Mitarbeiter benutzten zur Bestimmung der Koordinaten der anvisierten Objekte die Software von astrometry.net. Die Software analysiert eine Himmelsabbildung mit beliebiger Schärfentiefe, Ausrichtung und Gesichtsfeld und gibt die Position, den Maßstab und

die Orientierung des Bildes aus.

Das astrometry.net-Paket analysiert ein Bild (Abb. 4.1, a)) mit einem Prozess bestehend aus vier Hauptteilen. Als erstes durchsucht die Software das Bild in mehreren Stufen nach astronomischen Quellen, die zuerst naiv als Sterne angenommen werden (Abb. 4.1, b)). General können hiermit mehr als einige hunderte Quellen identifiziert werden. Als nächstes unterteilt das System die gefundene Quellen in mehrere Triplets von Sternen. Jedes Triplet besitzt einen geometrischen Markierungscode, welcher die relative Position des Triplets beschreibt. Ist jedes Triplet mit einem Code vermerkt, so durchsucht das System einen schon vorhandenen Katalog von Sternen nach Triplets mit fast identischen Codes. Das Verzeichnis ist aufgebaut aus USNO-B und 2MASS Sternkatalogen. Jeder gefundene passende Code entspricht einer hypothetischen Ausrichtung bezüglich des Triplets aus dem Bild und des Triplets aus dem Verzeichnis. Die Information liefert eine Vermutung über die Position, den Maßstab und Orientierung des Bildes im Himmel. Ein anschließendes Kriterium überprüft, ob die vermutete Ausrichtung korrekt ist. Das System stellt auf und testet Vergleiche von Ausrichtungen bis das Kriterium erfüllt ist. Wird das Bild erkannt, so gibt die Software die identifizierten Sterne mit ihren Koordinaten wieder (Abb. 4.1, c)).

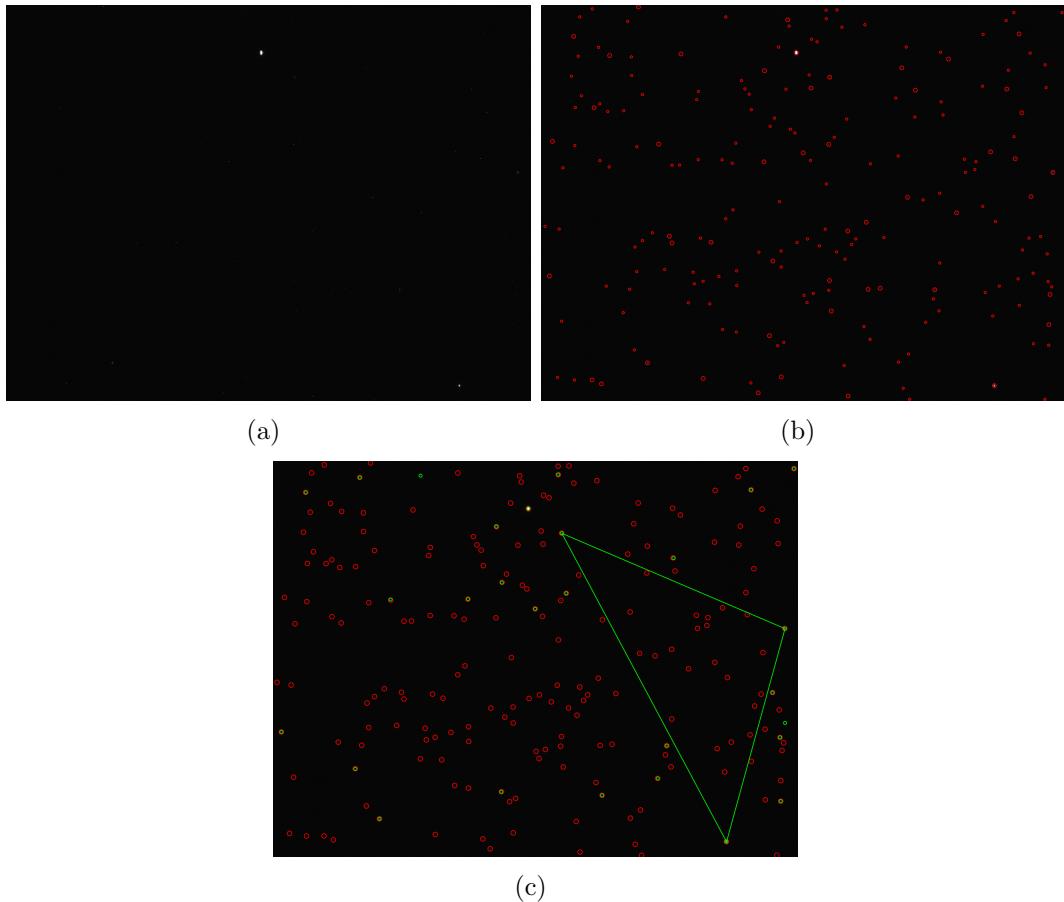


Abbildung 4.1: Beispiel einer Analyse eines a) von der SkyCCD aufgenommenes Himmelbildes durch die Software von astrometry.net. Die Software markiert b) alle potentielle Lichtquellen (rot gekennzeichnet) und vergleicht diese mit Katalogen. Am Ende gibt sie einen c) Tupel von bestätigten Sternen (grün gekennzeichnet) mit deren Himmelskoordinaten wieder.

4.2 Auslesedaten des Starfinder-Programms

Innerhalb der Erarbeitung des Starfinder-Programms werden die aufgezeichneten Himmelsbilder der SkyCCD-Kamera benutzt. Die Kamera erstellt Binärdaten, welche in png-Bilder übersetzt werden. Die Bilder werden innerhalb von Datensätzen gespeichert, die mit 'runX' (X - Markierung eines individuellen Datensatzes, z.B. 'run071') gekennzeichnet sind. Ein solches Bild wird mit Starfinder eingelesen und ein zweidimensionales Histogramm der Intensitätsverteilung erstellt (Abb. 4.2 b)). Die x- und y- Achsen dienen zur Angabe der Pixelpositionen innerhalb des Bildes, das Intervall entspricht der vollen Breite und Höhe des SkyCCD-Gesichtsfeldes von 1360x1024. In z-Richtung wird die im jeweiligen Pixel registrierte Intensität eingetragen, diese wird als ein Grauwert zwischen 0 und 255 dargestellt. Höhere Intensitäten erhalten höhere Grauwerte. Lichtquellen gehen also als Erhöhungen im Grauwert gegenüber der Umgebung hervor. Die Häufigkeit der Intensitätseinträge wird dann in einem eindimensionalem Histogramm dargestellt (Abb. 4.2 c)). Hier ist die Verteilung des Untergrunds zu erkennen. Diese dominiert bei gewähltem Binning mit Häufigkeiten bis zur $O(10^6)$ Größenordnung. Analog werden auch Daten des .fits Formats verarbeitet.

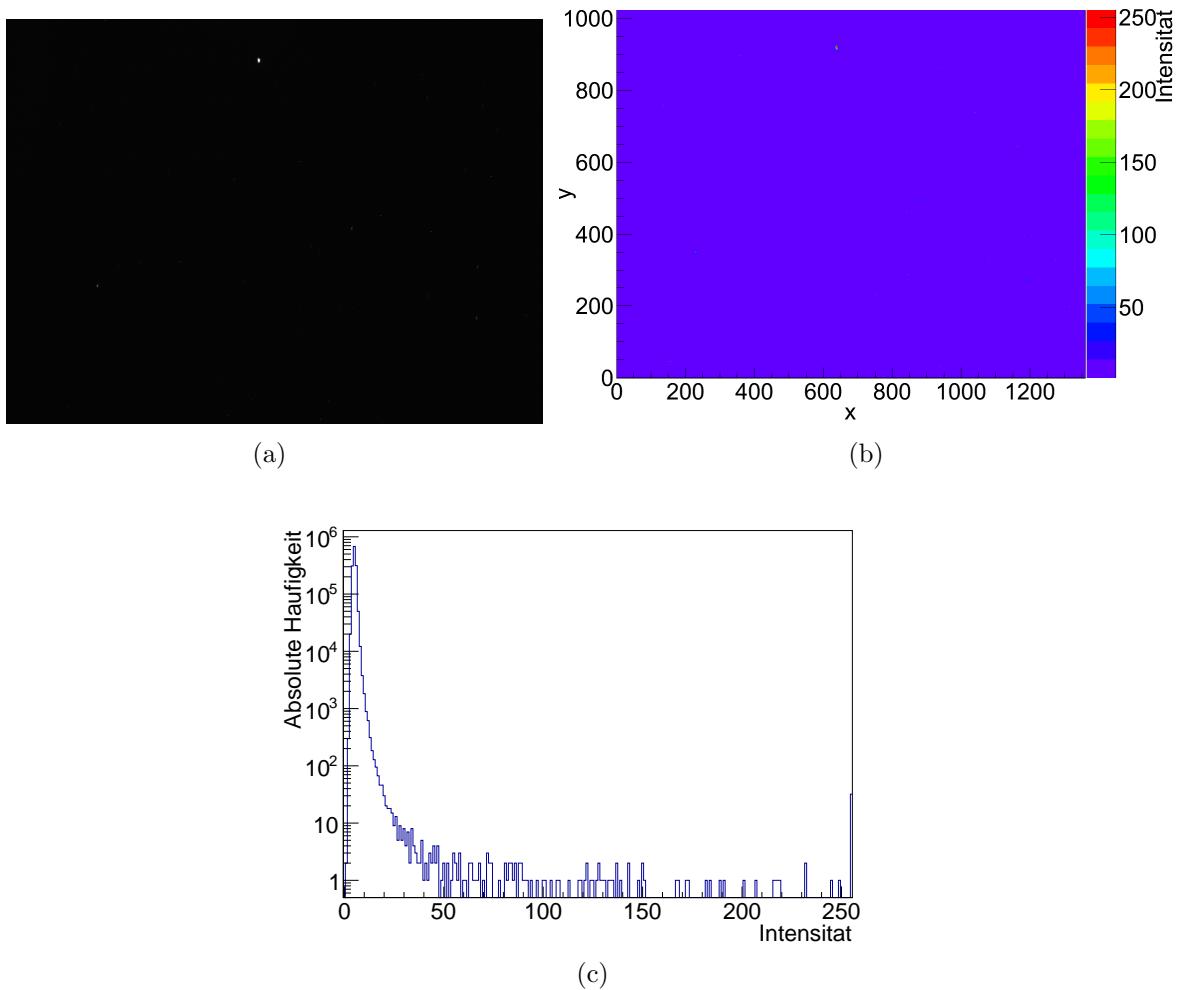


Abbildung 4.2: Beispiel zur Darstellung der Intensität innerhalb eines a) aufgenommenen Himmelbildes als b) zweidimensionale Pixel-Verteilung und c) eindimensionale Häufigkeitsverteilung. Intensität wird präsentiert in Form von Grauwerten zwischen 0 und 255.

4.3 Verarbeitung des Untergrunds

Zur Beschreibung des Untergrunds können hier zuerst die Intensitätsverteilungen von Himmelsabbildungen verschiedener Bedingungen verglichen werden. Dazu sind in Abbildung 4.3 Verteilungen zu Himmelsabbildungen mit und ohne Sterne zu finden. Die Verteilung ohne Sterne wird aus einem Bild gewonnen, welches aufgenommen wurde, als der Sternenhimmel von Wolken verdeckt war.

In dem Wolkenbild (Abb. 4.3 a)) weist die Verteilung eine Symmetrie auf, die in der Verteilung des Sternenbildes (Abb. 4.3 b)) nicht mehr zu sehen ist. Die Asymmetrie entsteht dadurch, dass die Intensität ausgehend vom Zentrum eines Sterns in beliebige Richtung graduell bis zum sternlosen Untergrund abnimmt. Demnach nimmt auch graduell die Häufigkeit der Intensitäten zwischen der Zentrumintensität und der sternlosen Umgebung zu. Der Effekt kann als zusätzlicher Untergrund behandelt werden. Da die Häufigkeit der sternlosen Pixel gegenüber Pixel mit Sternen dominant ist, so ist auch der sternloser Untergrund gegenüber dem durch die Sternausdehnung verursachten Untergrund. Für die Beschreibung des sternlosen Untergrunds wird die Häufigkeitsverteilung mit einer Gaußfunktion gefittet. Die Intensität, bei der die durch den Fit gelieferte Funktion oberhalb des Verteilung-Mittelwertes die absolute Häufigkeit = 0 liefert, wird hier als der Schnitt U zur Separation des Untergrunds gewählt.

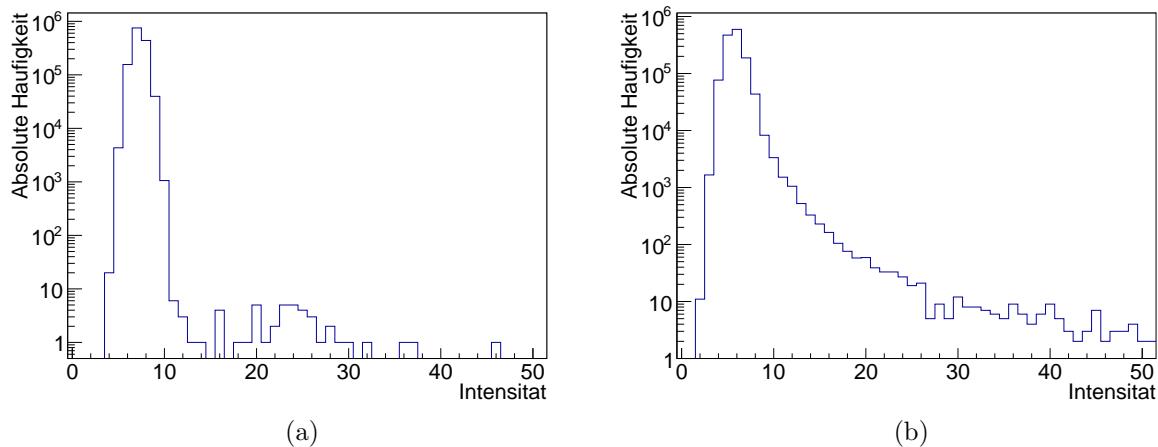


Abbildung 4.3: Beispiel zum Vergleich verschiedener Untergrund-Verteilungen zwischen einer Himmelsabbildung a) ohne und b) mit Sternen. Intensität präsentiert in Form von Grauwerten 0 bis 255. a) Enthält eine Symmetrie, die in b) nicht vorhanden ist.

4.4 Pixelfehler und Folgen für Sternkriterien

Beim Benutzen von CCD-Kameras ist zu beachten, dass vorhandene Chipfehler zu Artefakten innerhalb der Abbildungen führen. Diese Artefakte stellen Kamera-interne Einwirkungen dar und nicht die gewünschten Elemente des abzubildendes Objektes, in diesem Fall die Sterne im Nachthimmel.

Die bei weitaus häufigsten Fehlabbildungen sind die sogenannten heißen Pixel. Heiße Pixel treten gegenüber ihrer Umgebung als einzelne besonders helle Pixel auf. Das Phänomen prägt sich besonders bei längeren Belichtungszeiten aus. Die Fehlerquelle hierfür ist unter anderem der Leckstrom, der in den Pixel innerhalb des Chips fließt. Die Position der verursachten falschen Helligkeit ist beliebig aber fixiert, da der Effekt Kamera-intern ist. Obwohl heiße Pixel generell auf einzelne Pixel begrenzt sind, wird während der Untersuchung der Bilder auch 2-Pixel große Fälle (Abb. 4.4) festgestellt. Dabei ist einer der zwei Pixel heller als

das andere. Die relative Position der beiden Pixel eines solches fehlerhaften Pixelpaars variiert in den beobachteten Fällen nicht. Das hellere befindet sich immer links vom dunkleren. Möglicherweise war die Potentialdifferenz zwischen benachbarten Pixel innerhalb der CCD-Zeilen nicht hoch genug, was einen Fluss von Ladungsträgern aus einem Elektron-reichen Pixel in ein Elektron-armes ermöglichte.

Weil heiße Pixel nicht zu verhindern sind, ist die Identifikation von Sternen deren Ausdehnung nicht aufzulösen ist, ohne Vergleich von Bildersätzen besonders schwierig. Jedoch bewegt sich der Prototyp während der Messung-Zeitspanne, da dieser versucht ein bestimmtes Himmelsobjekt zu verfolgen. Alle anderen Himmelsobjekte ändern ihre Position auf dem Chip mit der Aufnahmezeit, heiße Pixel bleiben im Bild fixiert. Das Teleskop bewegt sich auch während der Belichtungszeit und die Abbildung einer Lichtquelle verläuft durch mehrere Pixel, Sterne erscheinen also größer als sie sind. Punktformige Sterne können demnach bei genügend langer Belichtungszeit ausgedehnt erscheinen. Der einzige Stern, der im Bild seine Position nicht ändert, ist der anvisierte helle Stern selbst. Dieser sitzt, bei korrektem Anvisieren, genau in der Mitte des Bildes. Das Steuerung-System des Teleskopen versucht genau diesen Punkt bezüglich der Himmelsrichtung konstant zu halten. Da aber der anvisierte helle Stern eine abbildungbare Ausdehnung besitzt, ist dieser von Pixelfehlern auch mit seiner konstanten Position unterscheidbar. Nach einem Vergleich der Positionen von einzelnen hellen Pixel zwischen mehreren Bildern wird festgestellt, dass die meisten ihre Position nicht ändern. Folglich wird entschieden alle punktförmige Objekte als Fehlstellen zu behandeln und nur ausgedehnte Quellen als Sterne zu werten.

Zum Markieren von Sternen untersucht das Starfinder-Programm ein Bild nach Pixel, die einen Grau-Eintrag oberhalb des Schnitts U besitzen und mindestens zwei weiteren, der Umgebung gegenüber ausgezeichneten, Pixel benachbart sind.

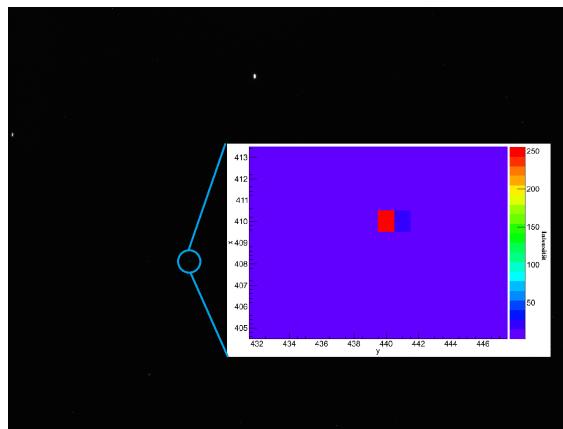


Abbildung 4.4: Beispiel von heißen Pixel als ein bis zwei Pixel (rot und blau) große Intensitätserhöhungen.

4.5 Identifizierung von ausgedehnten Lichtquellen

Sind die Intensitäten der einzelnen Pixel als Grauwerte in einem zweidimensionalen Histogramm eingetragen und der Schnitt U zur Abtrennung des Untergrunds aufgestellt, so wird das Bild nach potentiellen Sternen analysiert.

Das Programm durchläuft zuerst jeden Eintrag im erstellten Histogramm und vergleicht den Grauwert P_{Test} des jeweiligen Pixels (Abb. 4.5) mit dem Schnitt U . Ist P_{Test} kleiner als U , wird das nächste Pixel untersucht. Wird dann ein Testpixel mit $P_{\text{Test}} \geq U$ gefunden, so werden die nächst benachbarten Pixel abgeprüft. Im einfachsten Fall werden mindestens zwei Nachbarn oberhalb des Untergrunds gefunden und damit das Testpixel als Teil einer Licht-

quelle vermerkt. Andernfalls wird auch abgefragt, ob die benachbarten Pixel der Umgebung gegenüber ausgezeichnet sind, auch wenn sie nicht über den Schnitt U hinauskommen. Dazu wird der Grauwert des benachbarten Pixels P_1 mit dem vom Pixel P_2 verglichen, welches weiter weg in der selben Richtung bezüglich des eigentlichen Testpixels liegt. Ist P_1 genügend größer als P_2 ($\frac{P_1}{P_2} > 1.1$) und nahe dem Wert von P_{Test} ($1.1 \geq \frac{P_1}{P_{\text{Test}}} \geq 0.9$) so wird P_2 als Teil des Untergrunds gewertet und P_1 nicht. Die Verhältniswerte werden ohne Vorschrift so gesetzt, so dass relative Differenzen innerhalb von 10% betrachtet werden. Beobachtungen zeigen, dass mögliche Fehlidentifikationen somit vermieden werden. Wird mit P_2 ein hoher Wert getroffen, der vielleicht einem heißen Pixel oder einem anderen Stern gehört, dann wird unter der Bedingung $\frac{P_1}{P_2} < 0.9$ das benachbarte Pixel auch als nicht Teil des Untergrunds gewertet so lange $1.1 \geq \frac{P_1}{P_{\text{Test}}} \geq 0.9$ erfüllt ist.

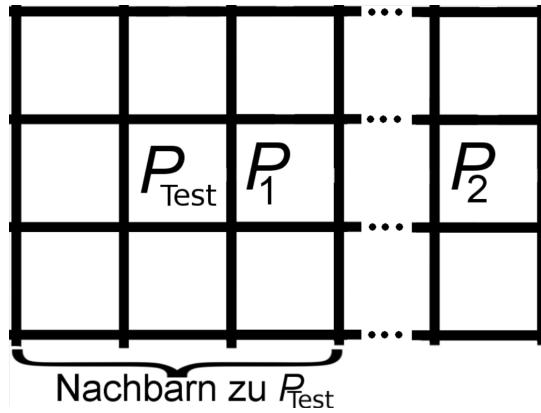


Abbildung 4.5: Skizze zur Untersuchung einer Intensität-Verteilung nach Pixel P_{Test} oberhalb des vom Starfinder gesetzten Intensitätsschnitt. Gefolgt mit dem Aussortieren von Pixel punktförmiger Objekte, interpretiert als Rauschen, durch Vergleich von P_{Test} mit P_1 und P_1 mit P_2 .

Finden sich mindestens zwei benachbarte Pixel zum jeweiligen Testpixel, die die Kriterien erfüllen, so wird der Testpixel mit seinen (x,y)-Koordinaten und Grauwert in ein weiteres Histogramm eingetragen. Damit wird ein Histogramm erstellt, welches nur ausgedehnte Lichtquellen des untersuchten Bildes wiedergibt (Abb. 4.6).

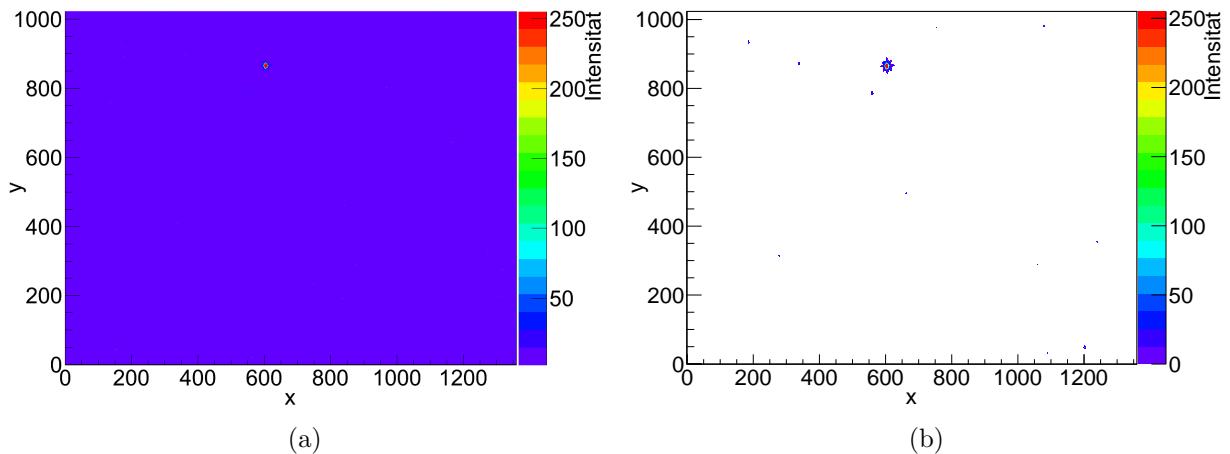


Abbildung 4.6: Filterung eines a) zweidimensionales Histogramms mit Intensitätseinträgen nach b) ausgedehnten potentiellen Sternen.

4.6 Markieren und Zählen ausgedehnter Lichtquellen

Hat das Programm seine Untersuchung abgeschlossen, so erstellt es zum Histogramm ausgedehnter Lichtquellen eine Matrix mit den Positionen und Intensitäten der Pixel. Mit Hilfe dieser werden nun die Sterne gezählt.

Hierzu muss entschieden werden, welche Pixel zum selben Stern gehören. Da in dem zu betrachteten Histogramm nun alle von Null verschiedenen Einträge zu Lichtquellen gehören, kann ein beliebiges Pixel ausgewählt werden und dessen benachbarte Pixel betrachtet werden. Die Idee ist hier das Zentrum und die Ausdehnung der Lichtquelle des dazugehörigen Pixels herauszufinden. Dazu setzt das Programm den Anfangspunkt in einen der Pixel höchster Intensität, bezüglich der Matrix, und durchläuft im Histogramm auf der x-Achse bei konstanten y-Werten in beide Richtungen die Pixel bis es den Eintrag Null findet, hier hört die Quelle auf. Dann setzt es den neuen Ausgangspunkt in die Mitte der beiden (links und rechts) Endpunkte und durchführt den selben Prozess auf der y-Achse. Damit ist eine Quelle gefunden und ein Mal gezählt. Es darf jedoch keine Quelle mehr als ein Mal gezählt werden. Beim Durchgang auf der y-Achse wird der größte Abstand vom Zentrum gespeichert. Das Vorgehen auf der x-Achse wird wiederholt, um auch hier den größten Abstand vom Zentrum zu speichern. Aus den beiden gespeicherten Abständen wird der größere als der Radius R der Quelle definiert. Innerhalb der Matrix werden in allen Zeilen auf der Intensitätsspalte die Werte auf Null gesetzt, falls diese sich innerhalb des Radius $1.5 \cdot R + 5$ um das Zentrum der letzten Quelle befinden. Der Radius wird hier vergrößert um mögliche Inhomogenitäten bezüglich der radialen Ausbreitung einzuschließen, $1.5 \cdot R + 5$ gilt als Erfahrungswert. Das Verfahren wird mit dem nächsthöchsten vom Null verschiedenen Matrixeintrag wiederholt. Sind alle Intensitätswerte innerhalb der Matrix auf Null gesetzt, so gelten alle Quellen als gezählt (Abb. 4.7).

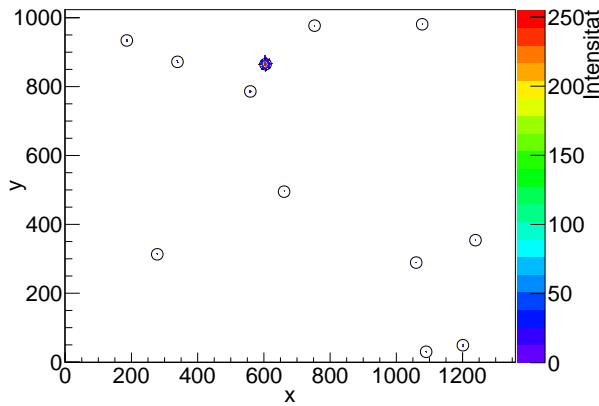


Abbildung 4.7: Beispiel zu den vom Programm Starfinder gezählten Sternen. Das Zählen erfolgt über Auswählen eines beliebigen Pixels mit Intensität ungleich Null und Abtasten der nächstliegenden Pixel. Durch das Abtasten wird das Zentrum und der Radius eines Sterns ermittelt, wodurch dieser gezählt werden kann.

4.7 Analyse von Abbildungen ohne Sterne

Einer der Hauptziele des Programms ist die Vermeidung von Fehlidentifikation. Die Überprüfung wird hier in Fällen von zwei Datensätzen gemacht.

Während einer der Durchläufe verdeckten über die Gesamtzeit der Messung Wolken den Himmel und es konnten keine Sterne abgebildet werden. Hieraus stammt die Intensitätsverteilung der Abbildung 4.3 a). Die Messung lieferte insgesamt 3 Bildersätze mit 10 Bilder pro

Datensatz. Jeder Datensatz entspricht dabei unterschiedlichen Belichtungszeiten von 0.1 s, 1 s und 10 s. Unter Analyse der Datensätze mit dem Starfinder Programm werden in keinem der Bilder Sterne identifiziert. Somit würden die Bilder den Filter nicht passieren.

Als weiteres sind überbelichtete Aufnahmen zu überprüfen. Hier werden innerhalb aller Pixel so viele Photonen registriert, so dass durch die hohen Intensitätswerte die Sterne der Umgebung entgegen nicht mehr ausgezeichnet sind. Für besonders stark überbelichtete Bilder reicht es aus, an den Mittelwert der Intensitätsverteilung ein Kriterium zu setzen welches nicht überschritten sein darf. Da komplett überbelichtete Bilder den Maximalwert von 255 erreichen, reicht es aus, den Schnitt bei 250 zu legen. Ist dieser Wert überschritten, so kann das Bild sofort herausfiltert werden. Bei den weniger extremen Fällen (wie in der Abbildung A.2) liefert das Programm eine Sternenanzahl von 1. Dies ist der immer noch erkennbare anvisierte helle Stern. Die restlichen Sterne sind deutlich schwächer und sind wegen der Überbelichtung nicht zu erkennen. Da mit einem Stern kein Triplet, welchen die astrometry.net-Software benötigt, erstellt werden kann wird auch dieses Bild den Filter nicht passieren.

4.8 Belichtungszeit

Bei höheren Belichtungszeiten treffen mehr Photonen auf die CCD-Kamera und es werden mehr Elektronen in einem Pixel gespeichert und abgerufen. Dies bedeutet, dass mit längeren Belichtung der Kamera die Sterne deutlicher zu erkennen sind. Ist die Belichtung jedoch zu stark, so fällt die Erkennbarkeit durch Überbelichtung.

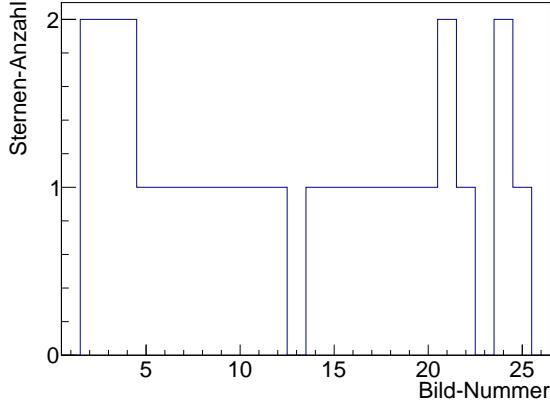
Tabelle 2: Bildersätze der Messreihe 'run079'

Bildersatz #	1	2	3
Belichtungszeit [s]	1	4.47	19.95
Aufnahmezeit des ersten Bildes	01:03:34	01:04:25	01:06:25
Aufnahmezeit des letzten Bildes	02:51:16	02:52:07	02:54:06
Zeitschritt zwischen den Aufnahmen	4:22-4:24	4:22-4:24	4:22-4:24

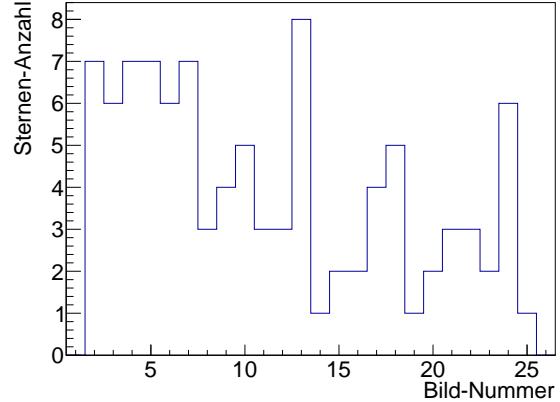
In einem der Durchläufe vom MST wurden in bestimmten Zeitintervallen mehrere Bilder von der Umgebung um den Stern Vega mit verschiedenen Belichtungszeiten aufgenommen. Die Messung lieferte drei Datensätze von jeweils 25 Bildern unterschiedlicher Belichtungszeiten (Tab. 2).

Zur Abhängigkeit der Sternerkennung des Starfinders von der Belichtungszeit werden die Bilder dieses Durchlaufs untersucht. Die Analyse (Abb. 4.8) zeigt einen deutlichen Unterschied in der Anzahl von gefundenen Sternen. Im Durchschnitt finden sich in Folge von der kürzesten zur längsten Belichtungszeit; 1.08, 3.92 und 15.48 Sterne. Die letzten Bilder wurden jedoch überbelichtet, weshalb diese ausgenommen werden, demnach sind die Durchschnitte; 1.08, 4.04 und 16.78 Sterne.

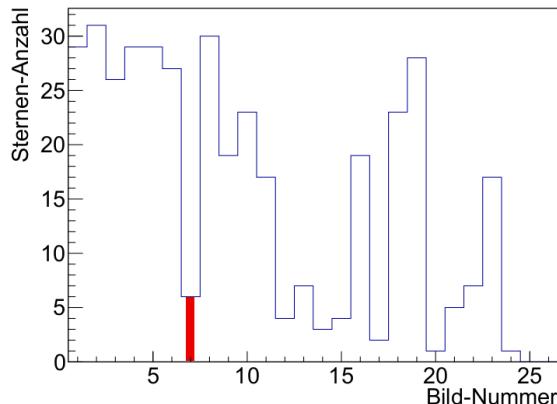
Zusätzlich ist eine zeitliche Abhängigkeit der gefundenen Sternen-Anzahl zu sehen. Dabei weisen alle drei Datensätze Minima und Maxima in den selben Zeitintervallen auf. Bei Betrachtung der Aufnahmen können Schwankungen in der Intensität der Sterne beobachtet werden. Als Beispiel dazu kann ein Übergang von einem Maximum zum nächstliegenden Minimum hinsichtlich der Intensitäten der gemeinsam identifizierten Sterne untersucht werden. Hierzu werden 5 Sterne innerhalb der Bilder 6 (Maximum) und 7 (Minimum), mit Ausnahme des hellen anvisierten Sterns, aus dem Datensatz höchster Belichtungszeit aus-



(a) Belichtungszeit: 1 s



(b) Belichtungszeit: 4.47 s



(c) Belichtungszeit: 19.95 s

Abbildung 4.8: Anzahl vom Starfinder gefundener Sterne in Abhängigkeit von der Bild-Nummer bei verschiedenen Belichtungszeiten. Die Bild-Nummer entspricht der chronologischen Reihenfolge der Aufnahme des jeweiligen Bildes. a) 1 s, b) 4.47 s und c) 19.95 s. Die rote Verzeichnung in c) markiert ein Minimum, welches in der Untersuchung näher betrachtet wird.

gewählt (Abb. 4.9 a)). Die Analyse zeigt, dass im Übergang vom Maximum zum Minimum die Sterne an annähernd gleichen relativen Intensitäten verlieren, dies kann in Abb. 4.9 b) abgelesen werden. Auch bei den restlichen Übergängen zwischen Maxima und Minima ist stets ein Absinken der einzelnen Sternintensitäten zu erkennen, beziehungsweise umgekehrt bei Übergängen von Minima zu Maxima. Eine mögliche Schlussfolgerung ist das Vorüberziehen von dünnen Wolken. Solche blockieren die Sterne nicht komplett, verringern aber deren messbare Intensitäten.

Unter der Beachtung der Intensitätsänderung, werden für jeden Datensatz die jeweils 6 hellsten Bilder, interpretiert als die Bilder mit den meisten identifizierten Sternen, in der Sternen-Anzahl gemittelt. Die Mittelwerte zeigen qualitativ ein lineares Verhalten bezüglich der Belichtungszeiten (Abb. 4.10 a)). Quantitativ ist die Linearität wegen mangelhafter Anzahl an Datenpunkten nicht zu widerlegen. Ein qualitativer Widerspruch zum linearen Verhalten ist, dass bei genügend hoher Belichtungszeit der Bereich der Überbelichtung erreicht wird und folglich keine Sterne mehr erkennbar sind.

Für eine weitere Analyse kann die Auswirkung der Belichtungszeit auf die registrierte Intensität eines Sterns untersucht werden. Hier ist anzunehmen, dass keiner der beobachteten Sterne eine auf der Zeitskala der Messung zeitlich variable Intensität besitzt. In diesem Fall

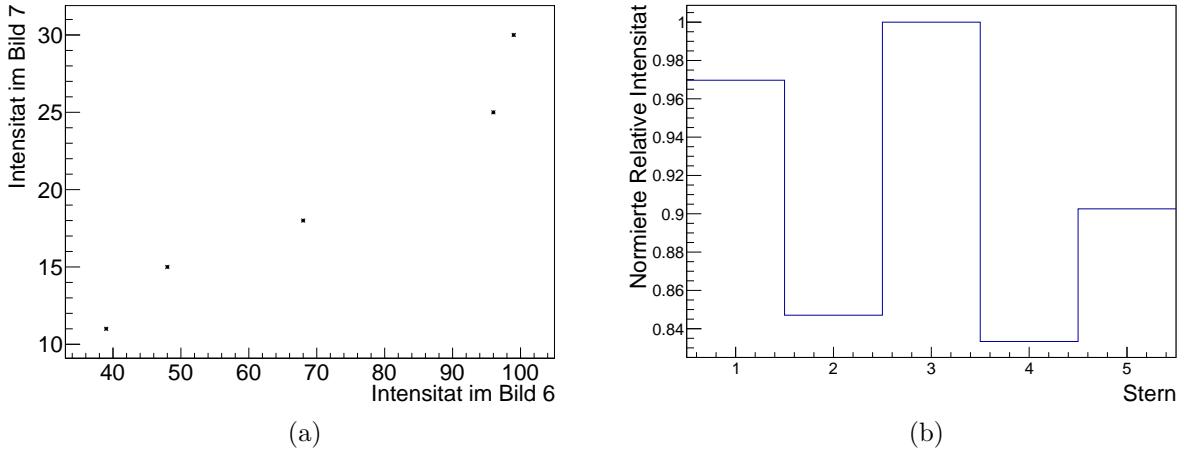


Abbildung 4.9: Vergleich von Intensitäten zu 5 Sternen innerhalb von zwei aufeinander folgende Himmelsabbildungen. Bild 6 weist ein Maximum in der gefundenen Sternen-Anzahl und Bild 7 ein Minimum. a) Zeigt die Abhängigkeit der Intensitäten im Bild 7 vom Bild 6. b) Zeigt das Verhältnis der jeweiligen Sternen normiert auf den höchsten Relativwert.

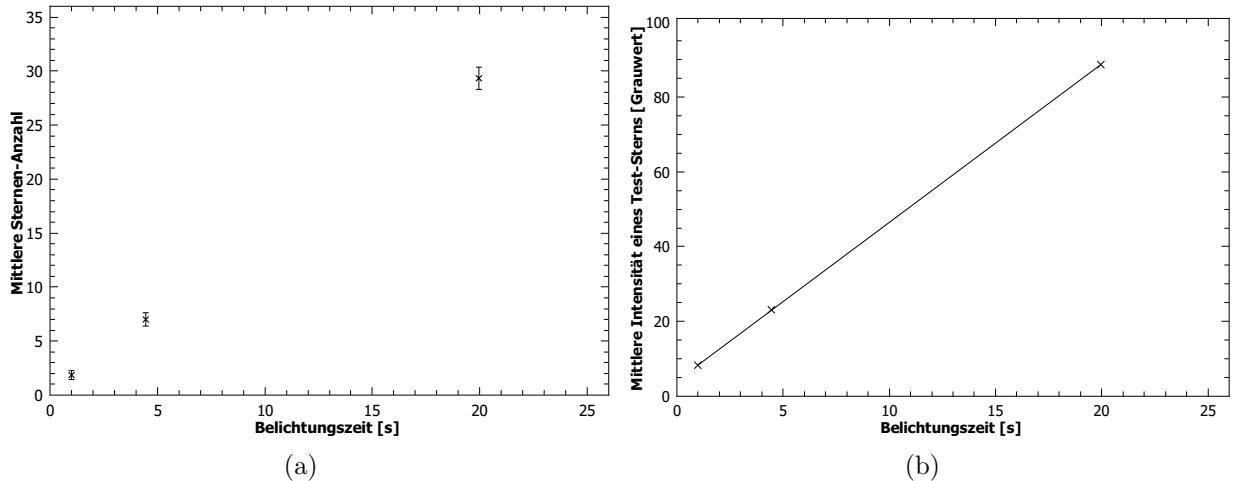


Abbildung 4.10: Analyse der Starfinder-Auswertung bezüglich der Belichtungszeit. a) Mittlere Anzahl identifizierter Sterne, b) Beispiel der mittleren Intensität eines Sterns.

wird die Anzahl der auf einen Pixel auftreffenden Photonen pro Zeiteinheit einer Konstanten entsprechen. Weil jedes Pixel einer CCD-Kamera einen der eintreffenden Photonen-Anzahl direkt proportionalen Zahlenwert liefert, bleiben im ausreichend kleinen Intervall der Belichtungszeit auch die Zahlenwerte pro Zeiteinheit konstant. Bei Betrachtung eines Sterns, der innerhalb von allen Bildersätzen gefunden wird, müsste die Intensität einen linearen Verlauf gegenüber der Belichtungszeit einnehmen. Hierzu wird der anvisierte Stern Vega nicht untersucht, da dieser durch seine relativ hohe Intensität im Zentrum stets den Maximalwert von 255 erreicht. Weil bei der geringsten Belichtungszeit am wenigsten Sterne identifiziert werden, wird dieser Datensatz zuerst betrachtet. Außerhalb von Vega wird ein Stern in dem Datensatz drei Mal identifiziert, dieser wird auch immer in den vorhin gemittelten Bilder der restlichen Belichtungszeiten markiert. Mit der geringen Anzahl von Stichproben kann keine aussagekräftige Statistik vorgenommen werden. Ein qualitativer Plot der gebildeten Mittelwerte wird aber trotzdem erstellt (Abb. 4.10 b)). Qualitativ ist hier der erwartete linearer Verlauf zu sehen.

4.9 Vergleich mit der astrometry.net Sofware

Da das Starfinder-Programm als Filter vor der Analyse mit der Software von astrometry.net konzipiert wurde, wird hier ein Vergleich zwischen den beiden Programmen vorgenommen.

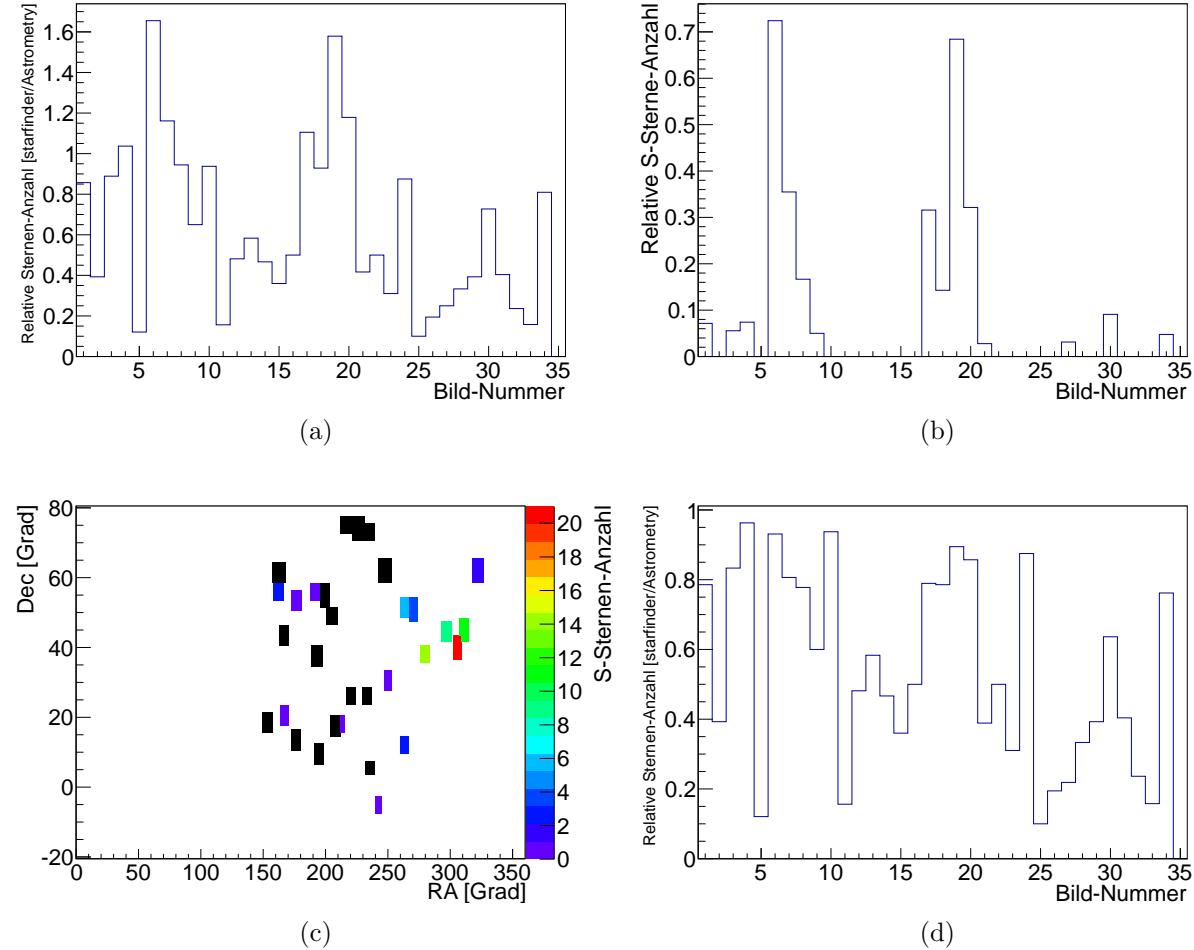


Abbildung 4.11: Untersuchung zum Verhältnis der gewerteten Sternen-Anzahl zwischen Starfinder und der astrometry.net-Software. a) Relative Anzahl von Sternen zwischen Starfinder und astrometry im Bezug zur Bildnummer, die der chronologischen Reihenfolge der Aufnahmezeit entspricht. b) Anzahl der von Starfinder als Sterne gewerteten Objekten aber von astrometry nicht (S-Sterne). c) Durch den betrachteten Datensatz untersuchte Himmelsregion in RA, Dec Koordinaten. Die Farbskala beschreibt die Anzahl von S-Sternen in demjenigen Bereich, wobei die schwarzen Gebiete für untersuchte S-Sternlosen Bereiche stehen. d) Relative Anzahl von Sternen zwischen Starfinder und astrometry mit Ausnahme der Objekte aus b) bzw. c).

In erster Linie ist das Verhältniss der identifizierten Sterne zwischen Starfinder und der astrometry.net-Software von Interesse. Hierzu wird der Datensatz 'run038s' mit 34 Bildern genutzt. Die Messung geschah am 6. Mai 2015 zwischen 20:59 und 22:14, Zeitschritte liegen im Intervall von [1 min 47 s; 3 min 41 s]. Jedes der Bilder entspricht einem anvisiertem hellen Stern, wobei jedes der 34 Bilder von der astrometry.net-Software erfolgreich identifiziert werden konnte. Zu jedem Bild gehören weiter durch die astrometry.net-Software erstellten Daten, aus denen Informationen wie die identifizierten Sterne abgerufen werden können. Werden die selben Bilder mit dem Starfinder gelöst, so kann die Sternen-Anzahl verglichen

werden (Abb. 4.11 a)), die Bildnummer entspricht dabei der chronologischen Platzierung bezüglich der Aufnahmezeit innerhalb des Bildersatzes.

In 82% der Fälle liefert Starfinder eine geringere Anzahl von Sternen als die astrometry.net-Software. Grundsätzlich ist der Unterschied dem hier gewählten Schnitt U zuzuschreiben, da der Großteil der nicht als Sterne markierten Objekte unterhalb dessen liegen und so nicht untersucht werden.

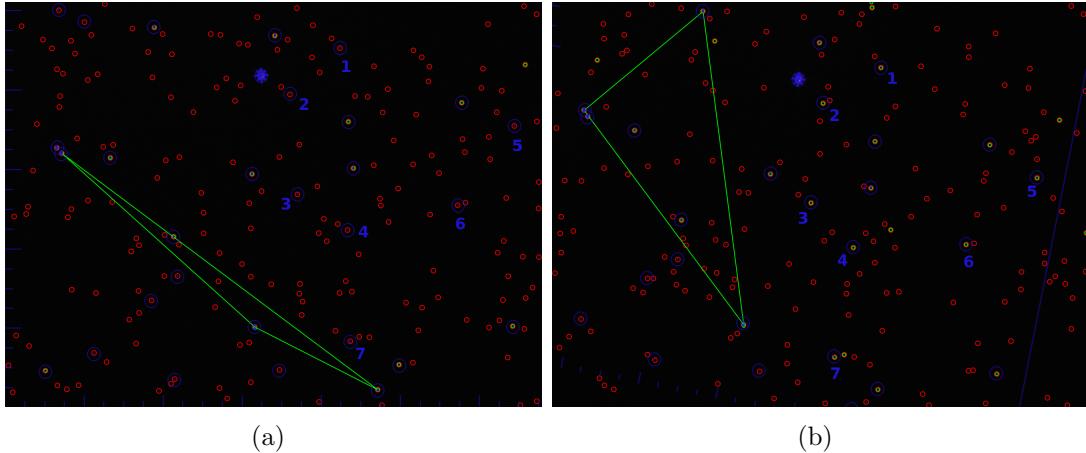


Abbildung 4.12: Analyse von Bildern der Umgebung um den Stern Vega. a) 13 von den durch Starfinder als Sterne gewerteten Objekten (Blau verzeichnet) werden von der astrometry.net-Software nicht als Sterne verzeichnet (Sterne der astrometry.net-Software - Auswertung sind grün verzeichnet). b) In der Analyse der astrometry.net-Software einer anderer Aufnahme der näherungsweise selben Umgebung sind 11 dieser Objekte wiederzufinden, 7 (nummeriert) davon sind als Sterne gekennzeichnet.

Zu den anderen 18% werden die Objekte, die von Starfinder als Sterne markiert werden aber nicht von der astrometry.net-Software, untersucht. Zur Abkürzung wird hier zwischen Sternen unterschieden, die vom Starfinder aber nicht von der astrometry.net-Software gezählt werden (S-Sterne), die von der astrometry.net-Software aber nicht vom Starfinder gezählt werden (A-Sterne) und die vom Starfinder und von der astrometry.net gemeinsam gezählt werden (SA-Sterne). Wobei S- bzw. A-Sterne nicht in der Menge der SA-Sterne enthalten sind, die Gesamtanzahl für beispielsweise Starfinder entspricht also der Vereinigung der S- und SA-Sterne. Beim Vergleich von S- und SA-Sternen werden keine quantitative oder qualitative Unterschiede in der Starfinder-Ausgabe gefunden. Werden die S-Sterne alleine betrachtet (Abb. 4.11 b)) so kann eine ähnliche Verteilung wie in der Abbildung 4.11 a) beobachtet werden. Eine weitere Darstellung bezüglich der Blickrichtung kann mit Hilfe der durch die astrometry.net-Software wiedergegebenen A- und SA-Sternkoordinaten aufgestellt werden (Abb. 4.11 c)). Es findet sich ein ausgezeichneter Bereich, in dem Starfinder eine höhere Anzahl an S-Sternen liefert. Hiermit können Pixelfehler ausgenommen werden, da diese einen von Null verschiedenen, in Zeit und Blickrichtung konstanten, Anteil liefern würden. Jeder der S-Sterne ist also kamera-externer Natur. Ein Verhältnis zwischen Starfinder und der astrometry.net-Software mit nur SA-Sternen kann in Abbildung 4.11 d) gefunden werden.

Innerhalb von einem weiteren Datensatz des MST ('run039s') werden Bilder in näherungsweise der selben Umgebungen betrachtet. Bezüglich Vega findet sich beispielsweise eine astrometry.net-Software-Analyse, die 7 von 11 wiederzufindenden S-Sternen als Sterne wertet (Abb. 4.12). So stellt möglicherweise der Großteil der S-Sterne die Echtnegativen der astrometry.net-Software-Auswertung dar.

4.10 Effizienz

Zum Bestimmen eines Schnitts bezüglich der Sternen-Anzahl, unterhalb welcher die CCD-Bilder den Filter nicht passieren sollen, wird die Effizienz vom Starfinder betrachtet. Hierzu dient wieder als Bezugspunkt die Analyse des Datensatzes 'run038s'. Die Effizienz ist darzustellen als das relative Verhältnis

$$\varepsilon_i = \frac{N_i}{N} \quad (4)$$

der Anzahl N_i der durch das Filter durchgelassenen Bilder beim Verlangen von mindestens i Sternen zur Gesamtanzahl der Bilder N (Abb. 4.13 a)). Als Unsicherheit dient die Standardabweichung

$$\sigma(\varepsilon_i) = \sqrt{\frac{N_i(1 - \frac{N_i}{N})}{N^2}}. \quad (5)$$

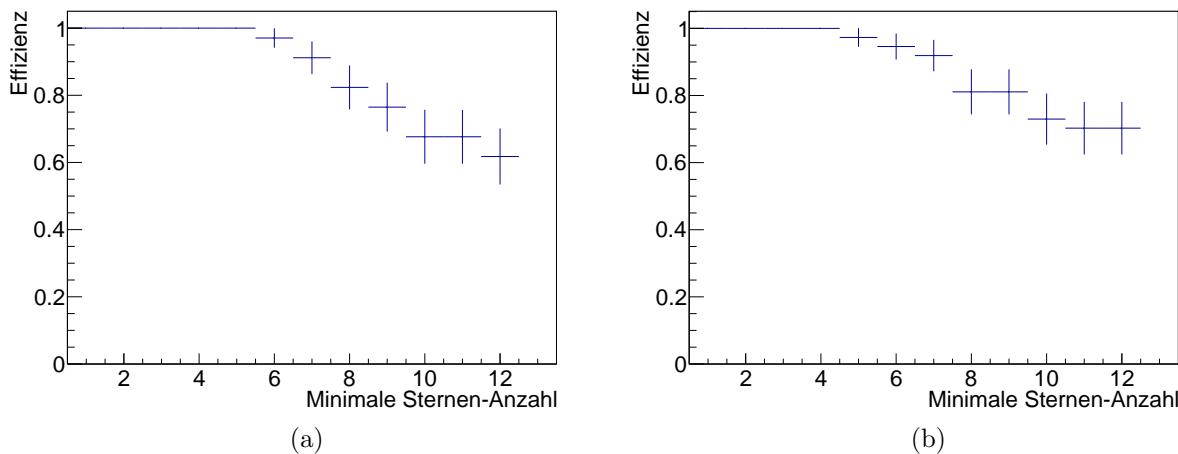


Abbildung 4.13: Effizienz des Starfinder-Programms bezüglich zweier verschiedener Datensätze. a) run038s und b) run039s.

Bis hin zu minimal 5 angeforderten Sternen funktioniert das Programm bezüglich des Datensatzes mit voller Effizienz. Die vom astrometry.net-Paket niedrigste Anzahl innerhalb des selben Datensatzes beträgt 12, wobei Starfinder auf eine Effizienz von 60% abfällt. Für den 'run039s' Datensatz arbeitet Starfinder zur voller Effizienz bis zu 4 Sternen und fällt bei 12 Sternen auf 70%. In einer Untersuchung der astrometry.net-Software bezüglich ihrer Leistung wird gezeigt, dass zur 100%-tiger verlustfreien Erkennungsrate von 182 221 getestet klaren Himmelabbildungen mindestens 5 bis 12 Sterne erkannt werden mussten [15]. So bietet es sich an, eine untere Schranke von 5 Sternen zu fordern.

Ein zu betrachtender Punkt ist hier jedoch die Auswirkung der S-Sterne auf die Funktion des Filters. Auch wenn alle S-Sterne tatsächlich Sterne sind, werden diese vom astrometry.net-Paket im entgültigen Schritt nicht als solche gezählt. So kann Starfinder mit genügend hoher Anzahl von S-Sternen ein Bild passieren lassen, obwohl diese für eine Auswertung durch die astrometry.net-Software nicht ausreichend an SA- und/oder A-Sternen besitzt. Dazu wird ein Plot der gemittelten Anzahl der S-Sterne im Verhältnis zur Gesamtanzahl von der astrometry.net-Software ($\langle \frac{S}{SA+A} \rangle$) gegen die Anzahl von SA-Sternen erstellt (Abb. 4.14).

Hier ist zu sehen, dass unterhalb von ca. 11 SA-Sternen Starfinder weniger als 1% an vom astrometry.net-Paket nicht gezählten Sternen wiedergibt, in diesem Intervall ist dies weniger als ein Stern. Die zuvor vorgeschlagene Schranke von 5 Sternen bewahrt sich mit 0% an S-Sternen.

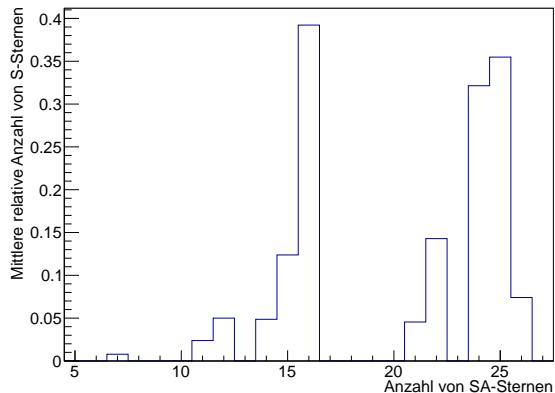


Abbildung 4.14: Mittlere relative Anzahl von durch Starfinder angezählten Sternen, die von der astrometry.net-Software in der Endausgabe nicht als Sterne geliefert werden. Die Relation wird zur Gesamtanzahl der astrometry.net-Software gebildet. Der Plot zeigt das Verhalten zu gemeinsam von Starfinder und der astrometry.net-Software gezählten Sternen.

4.11 Fazit

Hiermit wurde ein Filter geschrieben und analysiert. Mit dem Filter lässt sich ein Kriterium aufstellen, welches verlangt, dass in einem Bild mindestens 5 Sterne erkannt werden müssen bevor es von der astrometry.net-Software analysiert werden soll. Der jetzt folgende Teil der Arbeit beschäftigt sich, getrennt vom Starfinder-Programm, mit dem Aufstellen und Testen von Pointing-Modellen.

5 Pointing-Modelle für CCD-Kameras

Genaues Positionieren und Ausrichten (das Pointing) eines Teleskopes ist von höchster Bedeutung, um brauchbare physikalische Messungen durchführen zu können. Jedes Teleskop ist beschreibbar mit den dazugehörigen Rotationsachsen seines Getriebes (des Drives). Beziiglich des Drives werden Teleskope positioniert und müssen je nach Zielstellung in eine bestimmte Himmelsrichtung zeigen. Um dies zu ermöglichen, wird eine Transformation zwischen den Drive-Koordinaten und den Himmelskoordinaten benötigt. Dies ist beliebig schwierig und hängt stark vom jeweiligen Teleskop ab. Was vor dem Einsatz von Computern nur möglich war, in dem das mechanische Gerüst bezüglich des Himmels ausgerichtet wurde, können nun die mechanischen Fehler modelliert und damit effektiv beseitigt werden.

In der Art werden in diesem Kapitel Modelle zur Beschreibung der Abweichung zwischen Drive und den erwünschten Koordinaten aufgestellt und nach ihrer Güte untersucht. Als Ziel steht dabei eine möglichst genaue Beschreibung des Pointings mit den Kameras CCD3 (SkyCCD) und CCD4 (SingleCCD) des MST Prototyps.

5.1 Pointingmethoden des MST

Um das Pointing eines Teleskops zu vereinfachen, kann statt direkt der Ausrichtung des ganzen Teleskops die Ausrichtung einer einzelnen CCD-Kamera bestimmt werden. Aus der Ausrichtung der CCD-Kamera ist die Ausrichtung des Teleskops ableitbar.

Mit dem MST werden mit Hilfe von den drei vorhandenen CCD-Kameras (Tab. 1) zwei solche Pointing-Methoden studiert. Die Zwei-CCD-Kamera Methode (Abb. 5.1 a)) involviert die Kameras Lid- und SkyCCD. Die LidCCD wird auf den Cherenkov-Kamera-Dummy mit Hilfe von am Dummy angebrachten LEDs fokussiert und nimmt Bilder von reflektierten Sternen auf, wohingegen die SkyCCD direkt in den Himmel zeigt. Werden die Bilder der SkyCCD durch die astrometry.net-Software gelöst, so kann eine Koordinatentransformation zwischen den Ausrichtungen der Sky- und LidCCD durchgeführt werden. Die Transformation liefert, unter Beachtung von Verschiebungen der Sterne in der Brennebene relativ zu den LEDs, die Ausrichtung des Teleskopen. Die zweite Pointing-Methode beruht auf der einzelnen SingleCCD (Abb. 5.1 b)). Die Kamera bildet durch ihr größeres Gesichtsfeld die Reflektion auf dem Dummy gleichzeitig mit dem umrandenden Himmel ab.

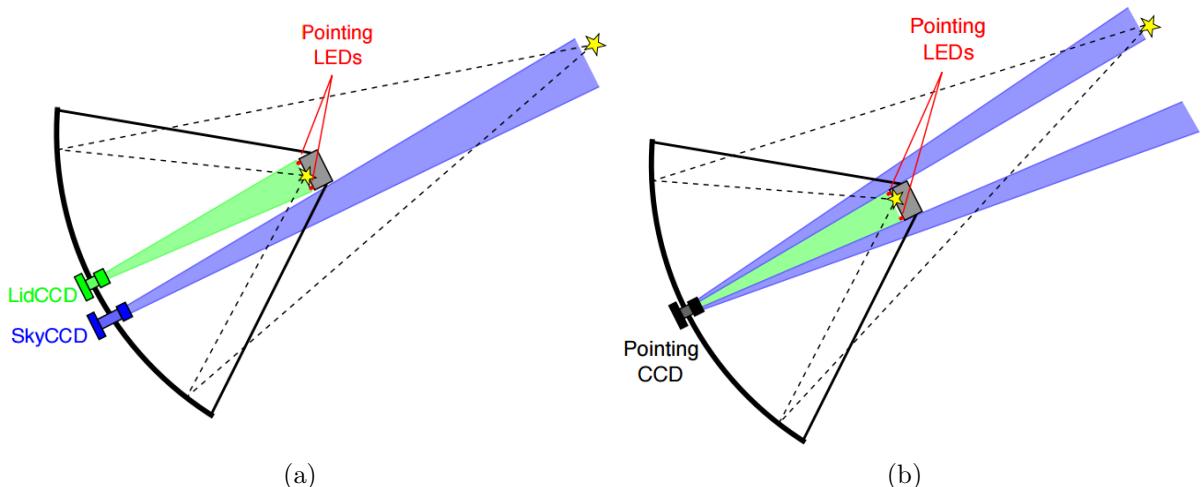


Abbildung 5.1: Skizzen zu Pointing-Methoden des MST. a) Zwei-Kamera-Methode: SkyCCD (LidCCD) bildet den Himmel (die Cherenkov-Kamera) ab. b) Ein-Kamera-Methode: SingleCCD bildet Himmel und Cherenkov-Kamera gleichzeitig ab. Quelle [16].

5.2 Zielstellung an die Pointing-Modelle

Zum Bestimmen eines Modells für das Pointing mit den CCD-Kameras werden Datensätze in Form von N-Tupeln benutzt. Diese werden aus den Pointing-Messungen des MST gewonnen und enthalten unter anderem die eingegebenen Koordinaten des Drives bezüglich des Azimuts und der Elevation (az_D, el_D) und der, mit Hilfe von der astrometry.net-Software bestimmten, Koordinaten des Blickfeld-Zentrums (az_C, el_C) der CCD-Kameras. Den CCD-Kameras sind separate N-Tupel zugeschrieben. Mit Hilfe von aufgestellten Modellen sollen die Abweichungen

$$f_{az} := \Delta az = az_D - az_C \quad (6)$$

$$f_{el} := \Delta el = el_D - el_C \quad (7)$$

berechnet werden. Dazu werden von den erwünschten Zentrum-Koordinaten abhängige Funktionen $f_{az}(az_C, el_C)$ und $f_{el}(az_C, el_C)$ aufgestellt. Der Vorteil gegenüber $f_{az}(az_D, el_D)$ und $f_{el}(az_D, el_D)$ ist, dass so die einzugebenden Drive-Koordinaten berechnet werden. Als Voraussetzung gilt die Berechnung der modellierten Koordinaten

$$az_D^{(M)} := f_{az}(az_C, el_C) + az_C \quad (8)$$

$$el_D^{(M)} := f_{el}(az_C, el_C) + el_C \quad (9)$$

um die gemessenen Werte möglichst genau zu beschreiben. Idealer Weise wäre also

$$az_D - az_D^{(M)} = 0 \quad (10)$$

$$el_D - el_D^{(M)} = 0 \quad (11)$$

erfüllt.

5.3 Einfachstes Modell

Als Ausgangspunkt kann eine Form vom einfachsten Pointing-Modell als Basis genommen und anschließend erweitert werden. Das einfachste Modell beschreibt eine Verkippung des Teleskopen-Turmes. Dazu werden Kugelkoordinaten

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (12)$$

eingeführt. Wobei die Winkel ϕ und θ bezüglich az und el die Beziehungen

$$\sin(\phi) = -\sin(az), \text{ für } -\pi < az < 0 \quad (13)$$

$$\cos(\phi) = \cos(az), \text{ für } 0 < az < \pi \quad (14)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - el \quad (15)$$

$$\Delta\phi = -\Delta az \quad (16)$$

$$\Delta\theta = -\Delta el \quad (17)$$

erfüllen. Der Vektor \vec{x} entspricht einem idealen System, wobei die z-Achse die Vertikale des Teleskopen darstellt. Das reellere System mit dem Vektor \vec{x}' wird durch Rotation von \vec{x} hergeleitet. Unter Annahme von ausreichend geringer Verkippung des Turms gegen dessen Höhe können mit Kleinwinkelnäherung die Rotationsmatrizen in y-Richtung (Süden) und x-Richtung (Osten)

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\phi_x \\ 0 & \phi_x & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$M_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\phi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \phi_y & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

mit den jeweiligen Winkeln der Verkippung ϕ_x und ϕ_y aufgestellt werden. Damit gilt für die Transformation

$$\vec{x}' = M_x M_y \vec{x}. \quad (20)$$

Mit dem Übergang aus dem idealen in das reellere System (Gl. 20) kann jeweils ein Ausdruck für die reelleren Koordinaten

$$\cos(\theta') = z' = \phi_x \sin(\theta) \sin(\phi) + \phi_y \sin(\theta) \cos(\phi) + \cos(\theta) \quad (21)$$

$$\tan(\phi') = \frac{y'}{x'} = \frac{\sin(\theta) \sin(\phi) - \phi_x \cos(\theta)}{\sin(\theta) \cos(\phi) - \phi_y \cos(\theta)} \quad (22)$$

gewonnen werden. Nach weiteren Umformungen können die Differenzen in Kugelkoordinaten

$$-\Delta\theta = \theta' - \theta = \phi_x \sin(\phi) + \phi_y \cos(\phi) \quad (23)$$

$$\frac{\Delta\phi}{\cot(\phi)} = \frac{\phi' - \phi}{\cot(\phi)} = -\phi_x \cos(\phi) + \phi_y \sin(\phi) \quad (24)$$

aufgestellt werden. Zur Hilfenahme der vorhin aufgeführten Beziehungen (Gl. 13) - (Gl. 17) kann durch eine Umkehrtransformation die gesuchten Ausdrücke

$$\Delta el = -\phi_x \sin(az) + \phi_y \cos(az) + \text{const.} \quad (25)$$

$$\frac{\Delta az}{\tan(el)} = \phi_x \cos(az) + \phi_y \sin(az) + \text{const.} \quad (26)$$

hergeleitet werden. Für die ausführliche Herleitung siehe Anhang (A.2). Die additiven Konstanten dienen als zusätzliche Parameter des Modells, diese beschreiben die konstante Abweichung einer Kamera von der angestrebten Richtung durch deren Verkippung in Azimut und Elevation. Mit diesen beiden Konstanten besitzt das Modell 4 Parameter und wird dementsprechend Modell 4 genannt. Mit einer Implementierung des Modells in einem Programm, können die Parameter (Tab. 3) mit Hilfe des TMinuit 'ROOT'-Pakets so bestimmt werden, so dass die Fits der Modell-Funktionen an experimentelle Daten ein möglichst geringes Chi-Quadrat liefern. Die Parameter ϕ_x und ϕ_y weisen hin, dass der Turm des MST-Prototyps um $(0.133 \pm 0.003)^\circ$ in Richtung Osten und um $(0.055 \pm 0.004)^\circ$ in Richtung Süden geneigt ist. Aus den zuvor addierten Konstanten ist es ersichtlich, dass die SkyCCD um $(1.120 \pm 0.002)^\circ$ zu tief nach unten zeigt und um $(0.182 \pm 0.004)^\circ$ in Richtung Osten dem Drive voraus läuft.

Werden die Differenzen zwischen den gemessenen und modellierten Drive-Koordinaten so wie in (Gl. 10) und (Gl. 11) in Abhängigkeit von den Zentrum-Koordinaten graphisch dargestellt (definiere als Residuenplots, Abb. 5.2) so sind funktionelle Abweichungen von dem Idealfall = 0 erkennbar. Dies bedeutet, dass das Modell zu erweitern ist. Die Fehler der Elevationen und der Azimute sind hier zuerst auf einen universalen Wert von 0.01° gesetzt, dieser entspricht ungefähr der Größenordnung der wahren Fehlern.

Tabelle 3: Durch Datenanalyse bestimmte Parameter des Modells 4 (Name entspricht der Parameteranzahl) für die SkyCCD

	ϕ_x [°]	ϕ_y [°]	const. [°]
Δel	0.1343 ± 0.0032	0.0555 ± 0.0035	1.1202 ± 0.0024
$\frac{\Delta az}{\tan(el)}$	0.1264 ± 0.0062	0.05259 ± 0.0057	-0.1818 ± 0.0042

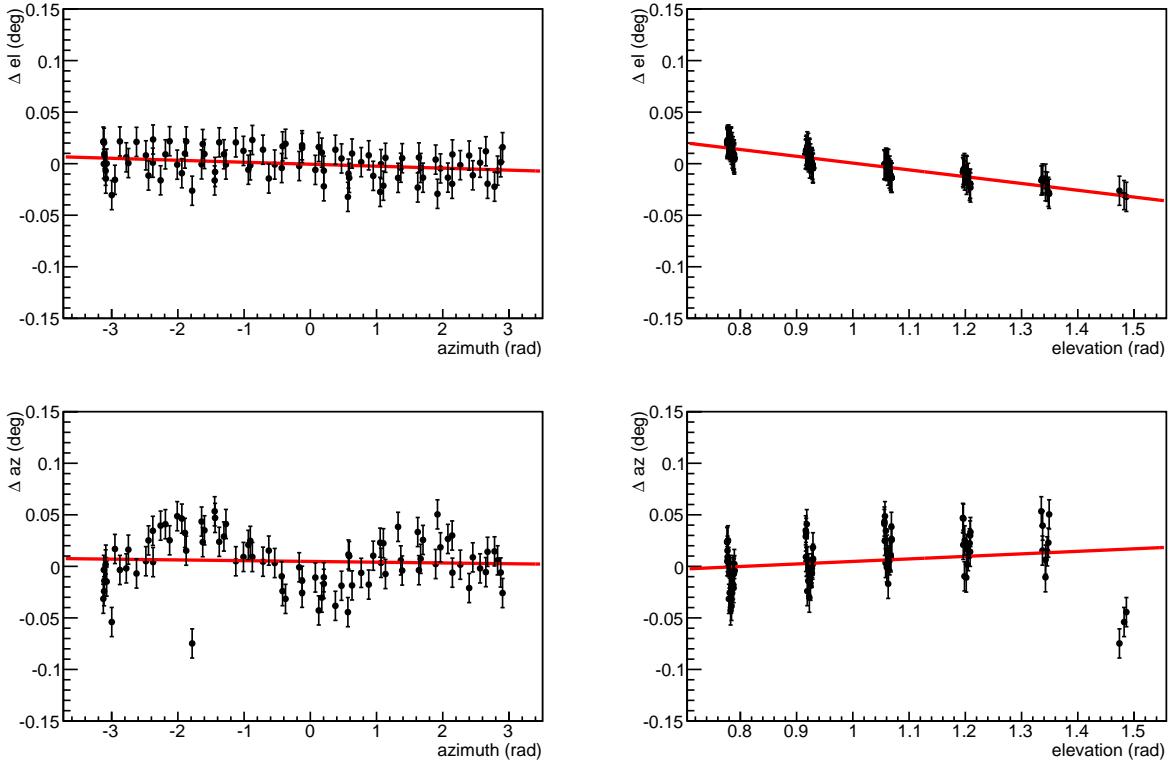


Abbildung 5.2: Differenz zwischen experimentellen und modellierten Drive-Koordinaten für die SkyCCD. Modell mit 4 Parametern. Obere (Untere) Abbildungen stellen die Differenzen in Elevation (im Azimut) dar. Linken (Rechten) Abbildungen stellen die Abhängigkeit vom Zentrum-Azimut (Elevation) dar.

5.4 Individuelle Anpassung von Pointing-Modellen für die Sky- und SingleCCD

Für erweiterte Modelle werden Versuche unternommen, die beobachteten funktionellen Abhängigkeiten der Differenzen von az_C und el_C zu beschreiben. Als quantitative Güte eines Modells dient das Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad $\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$ und die χ^2 -Wahrscheinlichkeit P . Das Chi-Quadrat des Modells wird hier im Bezug zu den Differenzen als

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\Delta el_i - \Delta el_i^{(M)}}{\sqrt{2}\sigma(el)} \right)^2 + \left(\frac{\Delta az_i - \Delta az_i^{(M)}}{\sqrt{2}\sigma(az)} \right)^2 \right] \quad (27)$$

definiert. Der Index i läuft über die Messwerte des N-Tupels. Die $(\Delta el_i, \Delta az_i)$ sind die experimentellen Differenzen und $(\Delta el_i^{(M)}, \Delta az_i^{(M)})$ die modellierten. Die Größen $\sigma(el)$ und

$\sigma(az)$ sind die Fehler der jeweiligen Koordinaten im Drive und Zentrum, die Differenzen zwischen Drive und Zentrum erhalten durch pythagoräische Addition die Fehler $\sqrt{2}\sigma(el)$ und $\sqrt{2}\sigma(az)$. Die χ^2 -Wahrscheinlichkeit P ist die Wahrscheinlichkeit zum Auffinden eines Wertes oberhalb des Mittelwertes innerhalb einer Chi-Quadrat-Verteilung. Für ein Modell möglichst hoher Güte würde gelten $P \approx 0.5$.

Tabelle 4: Benutzte N-Tupel zur Ableitung und Untersuchung von Pointing-Modellen. Das 'N gefiltert' gibt die Anzahl von Datenpunkten an, die Kriterien bezüglich der Pixelskalierung und des Winkelabstandes nicht überschreiten.

run	Kamera	Tupel-Größe N	N gefiltert	Aufnahmedatum	Bemerkungen
091	SkyCCD	89	88	Jun 22/23, 2016	Von hohen zu niedrigen Elevationen
	SingleCCD	89	66		
093	SkyCCD	81	80	Jun 28/29, 2016	Von niedrigen zu hohen Elevationen
095	SkyCCD	108	108	Jun 29/30, 2016	Von niedrigen zu hohen Elevationen
	SingleCCD	112	77		
103	SkyCCD	117	117	Sep 7/8, 2016	Von niedrigen zu hohen Elevationen
	SingleCCD	118	89		
104	SkyCCD	110	110	Sep 7/8, 2016	Von hohen zu niedrigen Elevationen
	SingleCCD	110	77		

Um eine aussagekräftigere Auswertung bezüglich der Güte aufstellen zu können, werden dazu die Fehler der gemessenen Koordinaten benötigt. Da diese nicht bekannt sind, werden in Iterationsschritten die Residuenplots mit jeweils einer Geraden gefittet. Nach jedem Fit wird das $\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}|_{\text{Gerade}}$ für $\Delta az(az_c)$ und $\Delta el(az_c)$ abgefragt, ist der jeweilige Wert höher (niedriger) als 1.1 (0.9), gewählt so dass die Abweichung innerhalb von 10% verbleibt, so wird der Fehler für die Messwerte des Azimuts bzw. der Elevation erhöht (verkleinert). Da das jeweilige $\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}|_{\text{Gerade}}$ für den Fit im Azimutbild auf [0.9, 1.1] erzwungen wird, kann der Fit im Elevationsbild zusätzlich zu P als eine Aussage über die Güte gelten. Dieser sollte dann auch resultierend ein $\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}|_{\text{Gerade}} \in [0.9, 1.1]$ liefern. Aus dem Modell, welches die besten Ergebnisse bezüglich der χ^2 -Wahrscheinlichkeiten und Fehler für Azimut und Elevation liefert, werden die Fehler $\sigma(el)$ und $\sigma(az)$ entnommen und in weiterer Analyse der Modelle festgesetzt. Die Residuenplots der Modelle für $\Delta az(az_c)$ und $\Delta el(az_c)$ werden dann mit der Funktion $f = 0$ bei konstanten Fehlern gefittet und die daraus resultierenden χ^2 -Wahrscheinlichkeiten gelten als entgültige Güteaussagen. Mit dem Fit $f = 0$ wird die Abweichung vom Idealfall (Gl. 10) und (Gl. 11) beschrieben.

Die hierzu untersuchten N-Tupel sind in Tabelle 4 verzeichnet. Dabei wird die aufgezeichnete Anzahl von Datenpunkten N vor der Analyse der Pointing-Modelle gefiltert. Zu jedem Datenpunkt gehören Angaben zur gemessenen Pixelskalierung ps und Winkelabstand $dist$ zwischen Drive und Zentrum. Überschreiten diese die gesetzte Kriterien von $dist < 2^\circ$ und $|ps - 11.03 \text{ arcsec/pixel}| < 0.04$ für die SkyCCD bzw. $|ps - 21.9 \text{ arcsec/pixel}| < 0.01$ für die SingleCCD, so werden die Datenpunkte für die Analyse nicht verwendet. Diese Abweichung in ps und $dist$ resultieren aus den Fehlern der astrometry.net-Software. Das N-Tupel der Messreihe 'run091' dient zur Aufstellung der Pointing-Modelle und die restlichen Messreihen zur Überprüfung der Modelle bezüglich Aufnahmedatum und Messverfahren.

5.4.1 SkyCCD

Anhand des N-Tupels 'run091' zur SkyCCD werden Modelle entwickelt bis der graphischer Verlauf der Punkte möglichst wenig Abweichungen von der Nulllinie aufweist. Der Satz der resultierten Modelle enthält mehrere Modelle (A.3: Pointing-Modelle). Hier werden 7 dieser Modelle mit 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11 Parametern präsentiert. Die Modelle werden hier nach ihrer Parameter-Anzahl benannt. Das Modell 8 zum Beispiel entspricht dem Modell mit 8 Parametern. Die erste Analyse (Tab. 5) liefert aus den Ergebnissen des Modells 11 mit $P \approx 0.34$, die Fehler $\sigma(el) \approx 0.0023^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.006^\circ$ (Abb. 5.3).

Tabelle 5: Abhängig vom Modell bestimmte Fehler der Azimut und Elevation Messwerte der SkyCCD (run091) und ermittelte Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle

Modell, Anzahl der Parameter	$\sigma(el)$ [°]	$\sigma(az)$ [°]	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P
4	0.01	0.017	1.09	0.20
5	0.0023	0.020	1.09	0.21
6	0.0023	0.016	1.13	0.11
8	0.0023	0.015	1.11	0.15
9	0.0023	0.013	1.08	0.23
10	0.0023	0.009	1.03	0.38
11	0.0023	0.006	1.04	0.34

Mit den nun bestimmten Fehler der Messwerte wird die zweite strengere Analyse durchgeführt, bei der die Differenzen zwischen gemessenen und modellierten Drive-Koordinaten mit der Funktion $f = 0$ gefittet werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 zu finden.

Tabelle 6: Ermittelte Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der Modelle bei konstanten Fehlern der Azimut- und Elevationsmesswerte. Datensatz 'run091', SkyCCD.

Modell, Anzahl von Paramter	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P
4	15.07	0
5	6.21	$O(10^{-130})$
6	4.79	$O(10^{-86})$
8	4.83	$O(10^{-86})$
9	4.48	$O(10^{-75})$
10	1.68	$O(10^{-08})$
11	1.03	0.38

Die Analyse zeigt, dass das Modell 11 die Drive-Koordinaten der SkyCCD im 'run091' am besten beschreibt. Die χ^2 -Wahrscheinlichkeiten liefern, relativ zum nächstbesten Modell (Modell 10), ein um 7 Größenordnungen besseres Ergebnis.

5.4.2 SingleCCD

Analog zur SkyCCD wird hier anfangs die erste Analyse durchgeführt, aus der die Fehler der Messwerte entnommen werden (Tabelle 7).

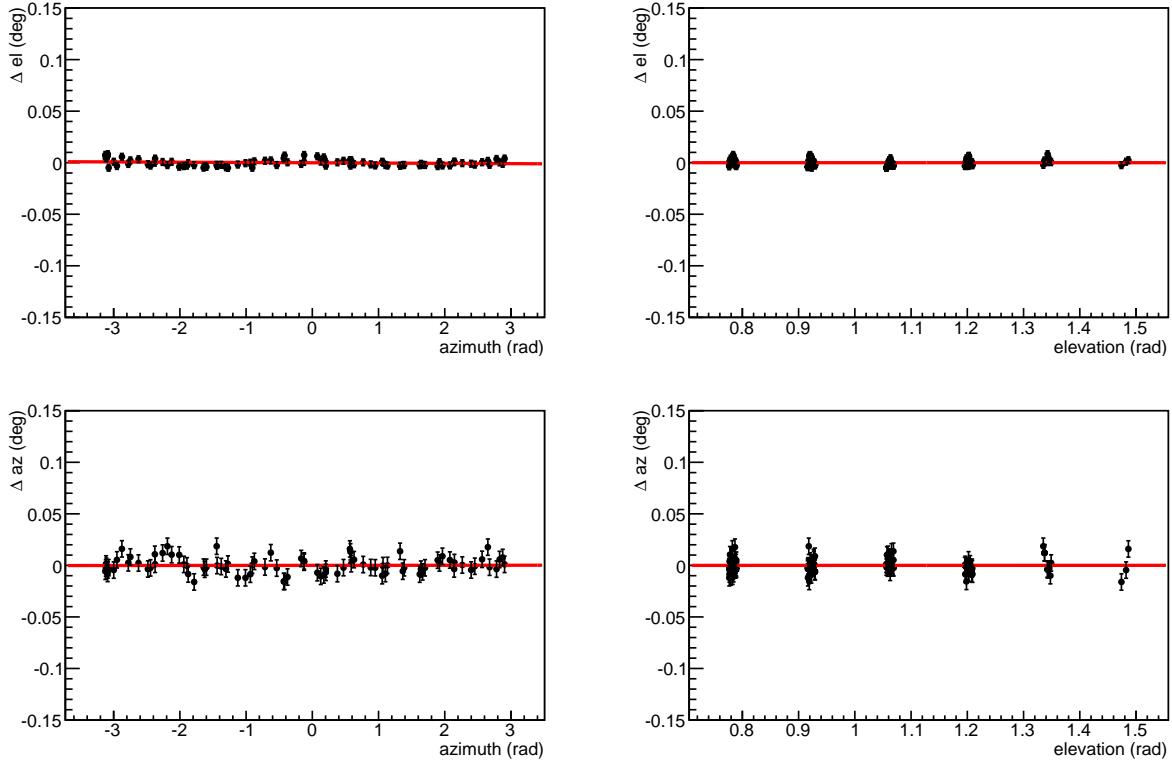


Abbildung 5.3: Differenz zwischen experimentellen und modellierten Drive-Koordinaten für die SkyCCD. Modell 11 mit 11 Parametern. Obere (untere) Abbildungen stellen die Differenzen in Elevation (im Azimut) dar. Linke (rechte) Abbildungen stellen die Abhängigkeit vom Zentrum-Azimut (Elevation) dar.

Tabelle 7: Abhängig vom Modell bestimmte Fehler der Azimut und Elevation Messwerte der SingleCCD (run091) und ermittelte Chi-Quadrate pro Freiheitsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle

Modell, Anzahl von Paramter	$\sigma(el)$ [°]	$\sigma(az)$ [°]	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P
4	0.0026	0.042	1.34	$O(10^{-3})$
5	0.0022	0.019	1.12	0.16
6	0.0022	0.027	1.22	0.05
8	0.0022	0.027	1.25	0.03
9	0.0024	0.013	1.33	$O(10^{-3})$
10	0.0024	0.008	1.17	0.10
11	0.0022	0.005	1.04	0.37

So wie bei der SkyCCD liefert auch hier das Modell 11 die beste χ^2 -Wahrscheinlichkeit mit den kleinsten Fehlern $\sigma(el) \approx 0.0022^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.005^\circ$. Die relativen Abweichungen der SingleCCD-Fehler von SkyCCD liegen bei ca. 7% für az und ca. 3% für el . Mit den aus dem Modell 11 gewonnenen Fehler wird somit die zweite Analyse durchgeführt (Tabelle 8).

Die Analyse zeigt, dass das Modell 11 (Abb. 5.4) die Drive-Koordinaten der SingleCCD am besten beschreibt. Die χ^2 -Wahrscheinlichkeiten liefern, relativ zum nächstbesten Modell

(Modell 10), ein um eine um 8 Größenordnungen besseres Ergebnis.

Tabelle 8: Ermittelten Chi-Quadrate pro Freihetsgrad und χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte. 'run091', SingleCCD.

Modell, Anzahl von Paramter	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P
4	50.57	0
5	6.28	$O(10^{-99})$
6	15.11	0
8	15.35	0
9	4.14	$O(10^{-49})$
10	1.92	$O(10^{-09})$
11	1.02	0.42

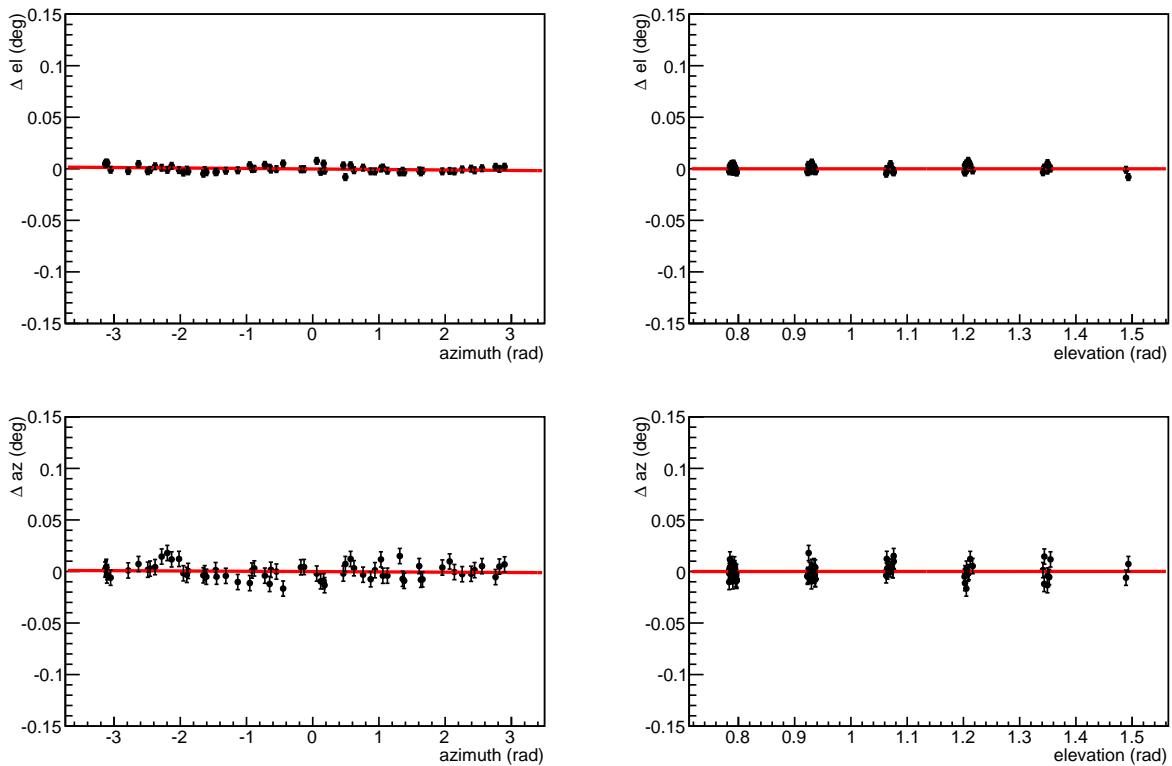


Abbildung 5.4: Differenz zwischen experimentellen und modellierten Drive-Koordinaten für die SingleCCD. Modell 11 mit 11 Parametern. Obere (untere) Abbildungen stellen die Differenzen in Elevation (im Azimut) dar. Linke (rechte) Abbildungen stellen die Abhängigkeit vom Zentrum-Azimut (Elevation) dar.

5.5 Analyse von Messreihen verschiedener Zeitpunkte und Messverfahren

In diesem Abschnitt wird das Verhalten der Modelle bei unterschiedlichen Zeitpunkten und Messverfahren studiert. Der Zeitpunkt bezieht sich auf das Datum der Messung. Zur Analyse unterschiedlicher Messverfahren stehen hier Datensätze zur Verfügung, die während der

Messung in der Elevation von unten nach oben (U-Messung) und von oben nach unten (O-Messung) variiert werden (Tab. 4). Hierbei wird die Präsentation der Ergebnisse auf die jeweils vier bestpassenden Modelle eingeschränkt.

Der zeitlich nächstliegende Datensatz, der SkyCCD- sowie SingleCCD-Aufnahmen enthält, ist 'run095'. Dieser entspricht einer U-Messung, die eine Woche nach der O-Messung von 'run091' stattgefunden ist. Um anfangs nur den Zeitpunkt zu wechseln, wird zuerst die Analyse des Datensatzes 'run104' präsentiert. Bei diesem handelt es sich um eine O-Messung, die 11 Wochen nach 'run091' stattfand. Der erste Schritt der Analyse dient wie zuvor der Bestimmung von Fehlern für die anschließende Bewertung der Modelle. Für 'run104' werden die Fehler für die SkyCCD und SingleCCD aus dem Modell 11 entnommen. Diese betragen $\sigma(el) \approx 0.0037^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.0086^\circ$ für die SkyCCD und $\sigma(el) \approx 0.0026^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.0071^\circ$ für die SingleCCD. Die Auswertung (Tab. 9) zeigt, dass für die SkyCCD die Güte aller präsentierten Modelle, außer des Modells 10, sich erhöht. Das Modell 10 verschlechtert sich. Trotz der Verbesserung bleibt das Modell 11 als einziges in einem akzeptablen Prozent-Bereich. Für die SingleCCD verbessern sich alle Modelle außer des Modells 11. Trotz der Änderung der Güte, beschreibt das Modell 11 den Datensatz am besten. Es liefert ein um eine Größenordnung besseres P als das nächstbeste Modell 10.

Tabelle 9: Ermittelte χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte für 'run104'

Modell, Anzahl von Paramter	SkyCCD		SingleCCD	
	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P
8	2.96	$O(10^{-43})$	8.91	$O(10^{-187})$
9	2.26	$O(10^{-23})$	1.58	$O(10^{-6})$
10	1.76	$O(10^{-11})$	1.25	0.02
11	1.01	0.46	0.04	0.35

Bezüglich U-Messungen werden die Analysen der Datensätze 'run095' und 'run103' präsentiert. Zwischen diesen handelt es sich um einen Unterschied in den Zeitpunkten von 10 Wochen. Für 'run103' werden beiderseits die Fehler des Modells 11 aus der ersten Analyse entnommen. Diese betragen $\sigma(el) \approx 0.0037^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.0088^\circ$ für die SkyCCD und $\sigma(el) \approx 0.0030^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.0076^\circ$ für die SingleCCD. Die Fehler weichen im relativen Mittel um ca. 6% vom 'run104' ab, wessen Datenaufnahme im selben Zeitintervall liegt. Die zweite Analyse des 'run103' (Tab. 10) zeigt für die SkyCCD und SingleCDD eine Senkung in der Güte des Modells 11 und eine Erhöhung der restlichen Modelle, obwohl trotzdem nur das Modell 11 im Prozentbereich liegt. So ist es zu vermuten, dass die Qualität der Modelle möglicherweise vom Messverfahren abhängig ist.

Für 'run095' liefert das Modell 11 für beide CCD-Kameras die kleinsten Fehler. Diese betragen $\sigma(el) \approx 0.0047^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.010^\circ$ für die SkyCCD und $\sigma(el) \approx 0.0030^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.008^\circ$ für die SingleCCD. Die zweite Analyse (Tab. 11) zeigt das selbe Verhalten im Bezug zum 'run091' wie 'run103'. Ausgehend vom Datensatz 'run095' zu 'run103' werden die P -Werte jedoch besser.

Bezüglich der SkyCCD kann eine weitere U-Messung ('run093') analysiert werden. Diese gibt mit den Fehlern des Modells 11 ($\sigma(el) \approx 0.0021^\circ$ und $\sigma(az) \approx 0.0054^\circ$) für das Modell 11 ein P von 0.41, ein um 25 Größenordnungen besseres Ergebnis als das Modell 10. Die Daten der SkyCCD und SingleCCD werden stets am besten vom Modell 11 beschrieben. Zur Abhängigkeit vom Zeitpunkt der Messungen ist keine definitive Abhängigkeit zu erken-

Tabelle 10: Ermittelte χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte für 'run103'

Modell, Anzahl von Paramter	SkyCCD		SingleCCD	
	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P
8	2.82	$O(10^{-41})$	8.73	$O(10^{-221})$
9	1.67	$O(10^{-10})$	1.87	$O(10^{-11})$
10	1.22	0.01	1.29	$O(10^{-03})$
11	1.06	0.25	1.03	0.38

Tabelle 11: Ermittelte χ^2 -Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Modelle bei konstanten Fehler der Azimut und Elevation Messwerte für 'run095'

Modell, Anzahl von Paramter	SkyCCD		SingleCCD	
	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P	$\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$	P
8	2.20	$O(10^{-21})$	8.00	$O(10^{-161})$
9	1.98	$O(10^{-15})$	1.94	$O(10^{-11})$
10	1.57	$O(10^{-07})$	1.40	$O(10^{-03})$
11	1.07	0.23	1.07	0.27

nen. Bezuglich des Messverfahrens werden O-Messungen mit durchschnittlichem \bar{P} von ca. 0.40 besser beschrieben als die U-Messungen mit \bar{P} von ca. 0.31.

5.6 Ausrichtungsvergleich zwischen SkyCCD und SingleCCD

Mit Hilfe der aufgestellten Modelle kann das Verhalten der CCD-Kameras studiert werden. So kann die relative Ausrichtung im Drive

$$\Delta el_D := el_D^{\text{SkyCCD}} - el_D^{\text{SingleCCD}} = \Delta el^{\text{SkyCCD}} - \Delta el^{\text{SingleCCD}} \quad (28)$$

$$\Delta az_D := az_D^{\text{SkyCCD}} - az_D^{\text{SingleCCD}} = \Delta az^{\text{SkyCCD}} - \Delta az^{\text{SingleCCD}} \quad (29)$$

gemeinsam mit dem relativen Winkelabstand

$$\Delta\Psi := \Psi^{\text{SkyCCD}} - \Psi^{\text{SingleCCD}} \quad (30)$$

betrachtet werden. Wobei die jeweiligen Winkelabstände selbst die Form

$$\cos(\Psi) := \cos(\Delta el) + \cos(el_D) \cos(el_C) (\cos(\Delta az) - 1) \quad (31)$$

besitzen. Somit lassen sich Aussagen über die Stabilität der CCD-Kameras aufstellen. Die hier aufgeführten Betrachtungen geschehen mit Hilfe vom Modell 11 für die Sky- und SingleCCD und dem Datensatz 'run091'.

Elevation

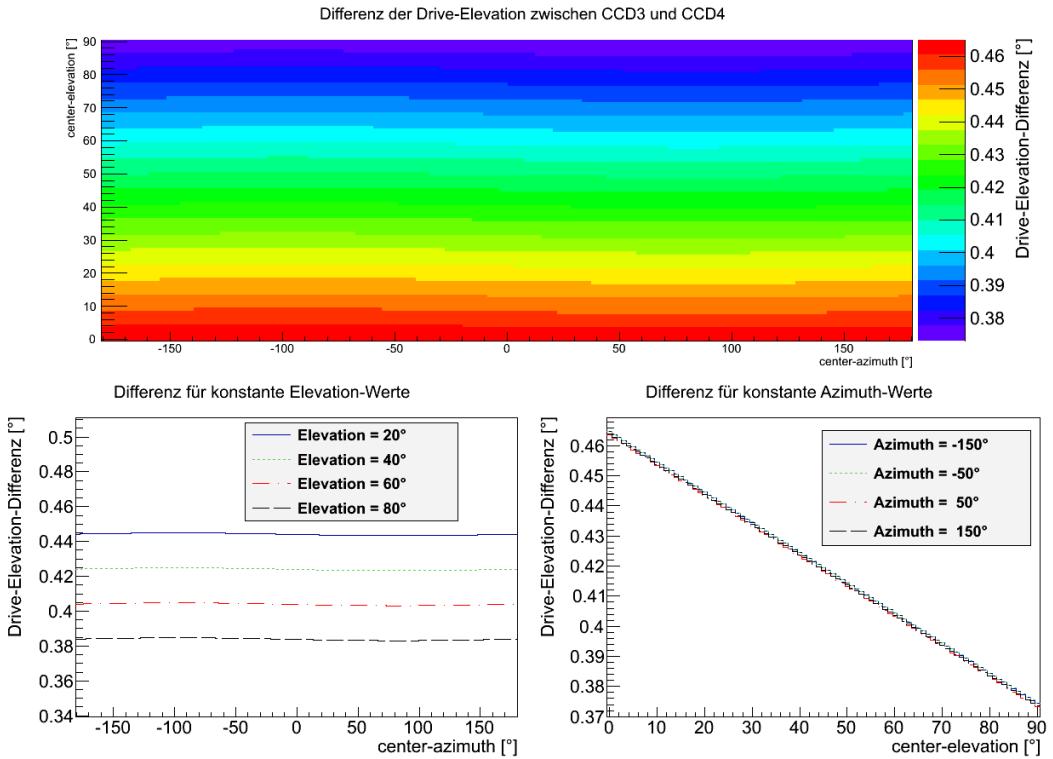


Abbildung 5.5: Differenz der Drive-Elevationen (farbig) zwischen SkyCCD und SingleCCD. Die Differenz wird als SkyCCD - SingleCCD mit Hilfe von Modellen mit 11 Parametern für beide Kameras gebildet. Im oberen Bild ist die Differenz bezüglich der Zentrumskoordinaten aufgetragen. Links (rechts) unten sind Verläufe bei ausgewählten konstant gehaltenen Zentrum-Elevationen (Azimuten) dargestellt.

Mit dem Auftragen von Δel_D (Abb. 5.5) in Abhängigkeit von (az_C, el_C) wird sichtlich gemacht, dass die relative Drive-Elevation zwischen den beiden Kameras nicht konstant bleibt.

Es ist eine Variation bezüglich der Zentrum-Elevation aufzufinden. Wird das az_C konstant gehalten, so fällt Δel_D linear mit el_C ab. Der Abfall führt zu einer Änderung von bis zu ca. 0.1° was in der selben Größenordnung liegt wie das Δel_D selbst. Während der Untersuchung der einzelnen Parameter der CCDs wird festgestellt, dass in beiden Fällen die konstante Elevations-Abweichung der Kameras positiv ist. Dies schließt darauf, dass beide Kameras relativ zum Drive nach unten zeigen. Die SkyCCD zeigt jedoch mit $(1.1943 \pm 0.0018)^\circ$ stärker nach unten als die SingleCCD mit derer konstanten Abweichung von $(0.7301 \pm 0.0020)^\circ$. Bei steigenden Elevationen des Zentrums fallen beiderseits die Differenzen (Abb. 5.6), sie kippen also nach oben und korrigieren sich bezüglich der Elevation aus. Der Abfall der SkyCCD ist gegen die SingleCCD dominant, weshalb das Δel_D im Endeffekt sinkt.

Bei konstanten el_C ist dagegen die Schwankung von Δel_D so gering, so dass diese gegen die Variation durch die Elevation vernachlässigbar ist.

Azimut

Die Studie der Differenz im Azimut zeigt im Gegensatz zur Elevation eine Erhöhung der Abweichung zwischen den Kameras (Abb. 5.7).

Beim Betrachten der Parameter konstanter Azimut-Abweichung wird beobachtet, dass

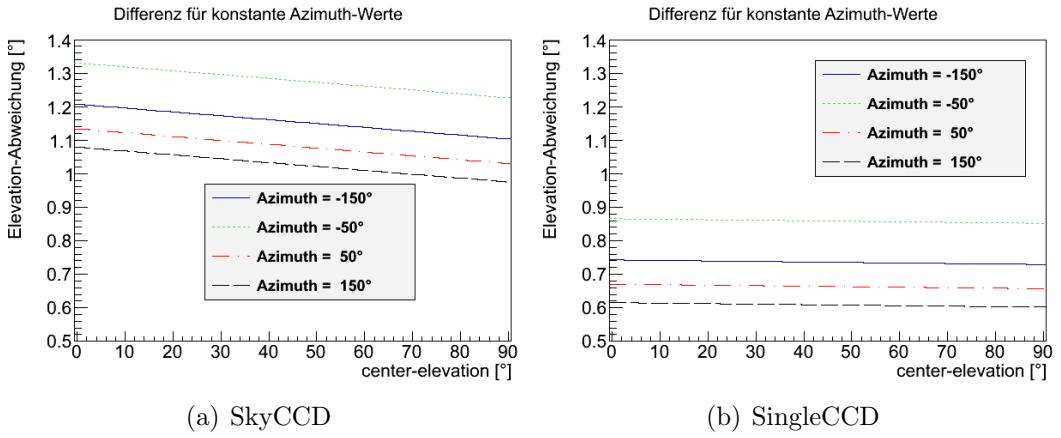


Abbildung 5.6: Abweichung der Zentrum-Elevation von Drive-Elevation in Abhängigkeit von der Zentrum-Elevation. a) SkyCCD und b) SingleCCD.

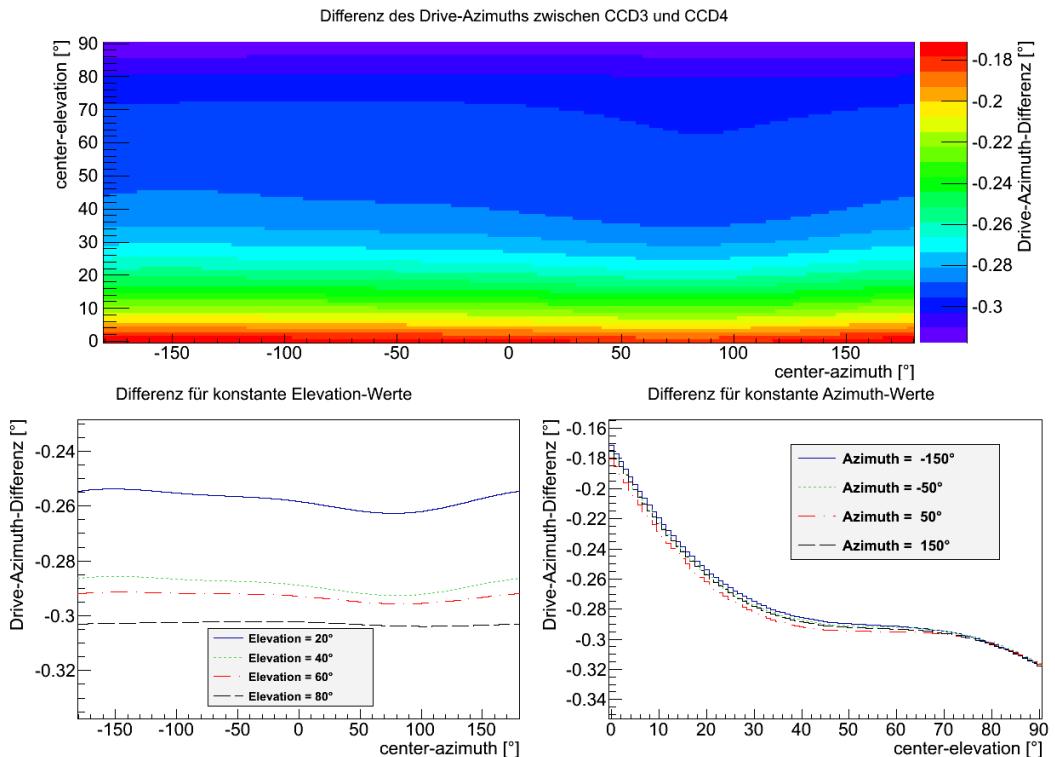


Abbildung 5.7: Differenz der Drive-Azimute (farbig) zwischen SkyCCD und SingleCCD. Die Differenz wird als SkyCCD - SingleCCD mit Hilfe von Modellen mit 11 Parametern für beide Kameras gebildet. Im oberen Bild ist die Differenz bezüglich der Zentrum-Koordinaten aufgetragen. Links (rechts) unten sind Verläufe bei ausgewählten konstant gehaltenen Zentrum-Elevation (Azimut) - Werten dargestellt.

die SkyCCD mit $(0.1865 \pm 0.0008)^\circ$ dem Drive in Richtung Osten voraus läuft und die SingleCCD mit $(0.1304 \pm 0.0008)^\circ$ relativ dazu im Westen hinterher hängt. Mit höheren Elevationen weichen beide CCD-Kameras bei betragsmäßig kleineren (größeren) Azimut-Werten in den Westen (Osten) ab (Abb. 5.8). Die Variation der SkyCCD in Richtung Osten führt zu höheren Abweichungen als in Richtung Westen, die Variation der SingleCCD dagegen verhält sich genau umgekehrt. Die Verläufe sind hier im Vergleich zur Elevation-Differenz nicht mehr monoton. Im Endeffekt bewegen sich die Kameras im Azimut voneinander weg, wobei der relative Winkel Richtung Osten steigt. Dies führt zu den höheren negativen Δaz_D .

Bei konstanten el_C und variablem az_C ist dagegen die Schwankung in der Differenz des Drive-Azimuts mit ca. 0.01° nach oben beschränkt.

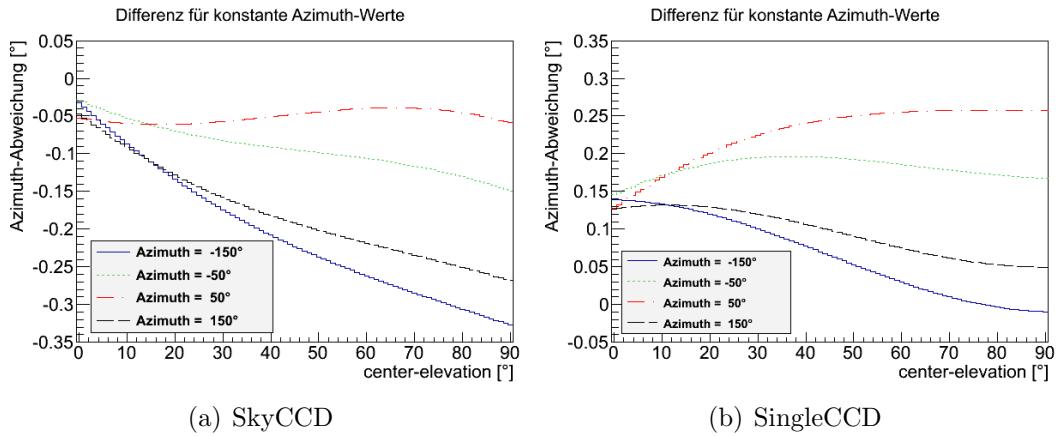


Abbildung 5.8: Abweichung des Zentrum-Azimuts vom Drive-Azimut in Abhängigkeit von der Zentrum-Elevation. a) SkyCCD und b) SingleCCD.

Winkelabstand

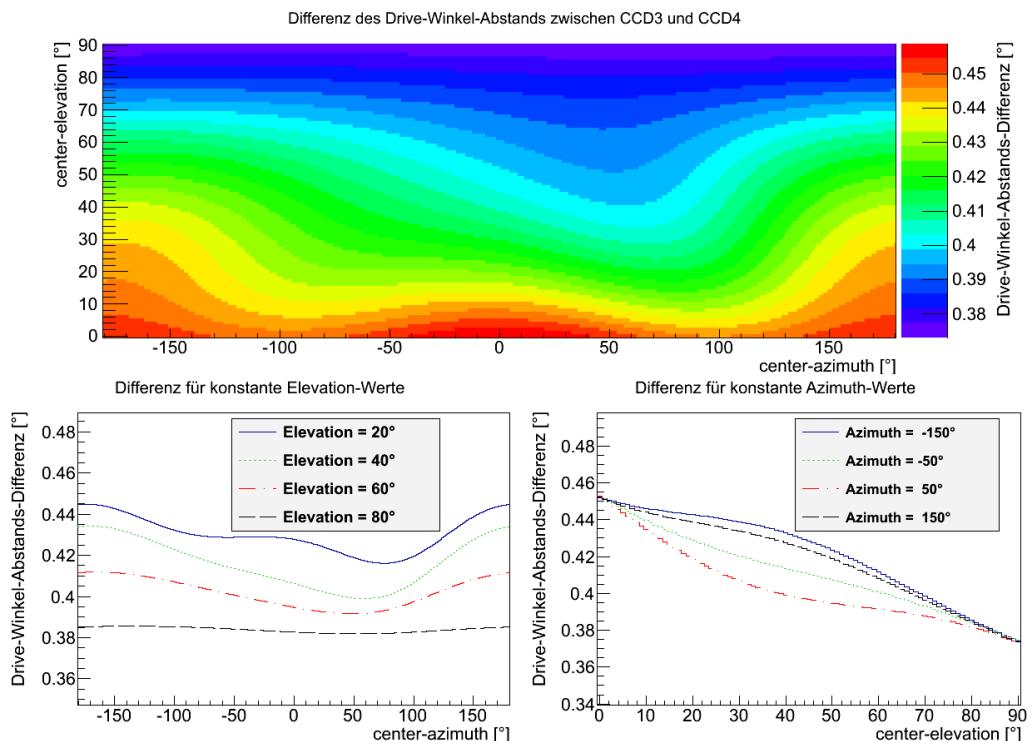


Abbildung 5.9: Differenz der Drive-Winkelabstände (farbig) zwischen SkyCCD und SingleCCD. Die Differenz wird als SkyCCD - SingleCCD mit Hilfe von Modellen mit 11 Parametern für beide Kameras gebildet. Im oberen Bild ist die Differenz bezüglich der Zentrum-Koordinaten aufgetragen. Links (rechts) unten sind Verläufe bei ausgewählten konstant gehaltenen Zentrum-Elevation (Azimut) - Werten dargestellt.

Aus der Darstellung des relativen Winkelabstandes (Gl. 30) in Abhängigkeit von den Zentrum-Koordinaten (Abb. 5.9) kann erkannt werden, dass auch hier die Variation im

Azimut klein gegen die in der Elevation ist. Wobei hier die Variation durch den Azimut mit ca. 0.03° beschränkt ist, was eine Größenordnung unterhalb des $\Delta\Psi$ ist.

Der relative Winkelabstand variiert hierbei in dem selben Bereich wie die Elevation (Abb. 5.5), was auf die Dominanz der Variation der Elevation schließt.

Die Schlussfolgerung ist, dass aufgrund der Schwerkraft das vordere Ende der SkyCCD bei höheren Elevationen im Mittel nach oben rechts kippt (relativ zum Reflektor). Das vordere Ende der SingleCCD kippt dagegen im Mittel, in geringeren Maßen als die SkyCCD, nach oben links.

5.7 Vorhersagen-Analyse

Außerhalb der Stabilitäts-Überprüfung für bereits durchgeführte Pointing-Messungen, wird hier eine Analyse bezüglich der Vorhersagen-Fähigkeit der Modelle getestet. Hierzu wird es auf das bestpassende Modell 11 beschränkt. Die Analyse erfolgt durch Extrahieren der Parameter und Fehler der Azimut- und Elevation-Werte aus dem frühesten Datensatz 'run091' und Einsetzen dieser in die Modellierung der restlichen Datensätze. Zur quantitativen Betrachtung des Vorhersage-Verhaltens wird die Abweichung zwischen dem vorhergesagten $\Psi^{(M)}$ und gemessenen Ψ Winkelabstand

$$d\Psi = \Psi^{(M)} - \Psi \quad (32)$$

bestimmt. Aufgetragen wird die absolute Häufigkeit für $d\Psi^2$. Für beide CCD-Kameras liegen 68% der Abweichungen im 'run091' selbst unterhalb von 16 Winkelsekunden. Für die SkyCCD (Abb. 5.10 a) - d)) ist abzulesen, dass die Verteilung sich mit der Zeit zu höheren Abweichungen verschiebt. So liegen 68% der Abweichungen nach einer Woche innerhalb von 28 (62) Winkelsekunden für 'run093' ('run095'). Nach 11 Wochen liegen die Eingrenzungen bei 48 (46) Winkelsekunden für 'run103' ('run104'). Der Datensatz 'run095' liegt bzüglich der Zeitaufnahme als Ausreißer vor. Besonders in Vergleich mit 'run093', dessen Messung ein Tag vor 'run095' geschah. Der Vergleich von 'run103' mit 'run104' zeigt keine signifikante Variation der Vorhersage bezüglich des Messverfahrens.

Für die SingleCCD (Abb. 5.10 e) - f)) steigt die Eingrenzung nach einer Woche auf 74 Winkelsekunden. Nach 11 Wochen sinkt die Eingrenzung für 'run104' auf 64 Winkelsekunden, steigt aber für 'run103' auf 87 Winkelsekunden. Für die SingleCCD ist hier keine klare Abhängigkeit vom Zeitpunkt oder Messverfahren zu erkennen. Es liegt hier auch eine Abhängigkeit vom Bezugs-Datensatz. Werden Vorhersagen für SingleCDD im Bezug zum Datensatz 'run095' aufgestellt, so liegen die Eingrenzungen bei 25 Winkelsekunden für 'run103' und 'run104'. Dabei gibt es keine Abhängigkeit vom Messverfahren.

Es ist zu schlussfolgern, dass beiderseits die Vorhersagen durch die Instabilitäten der Kameras beeinflusst werden.

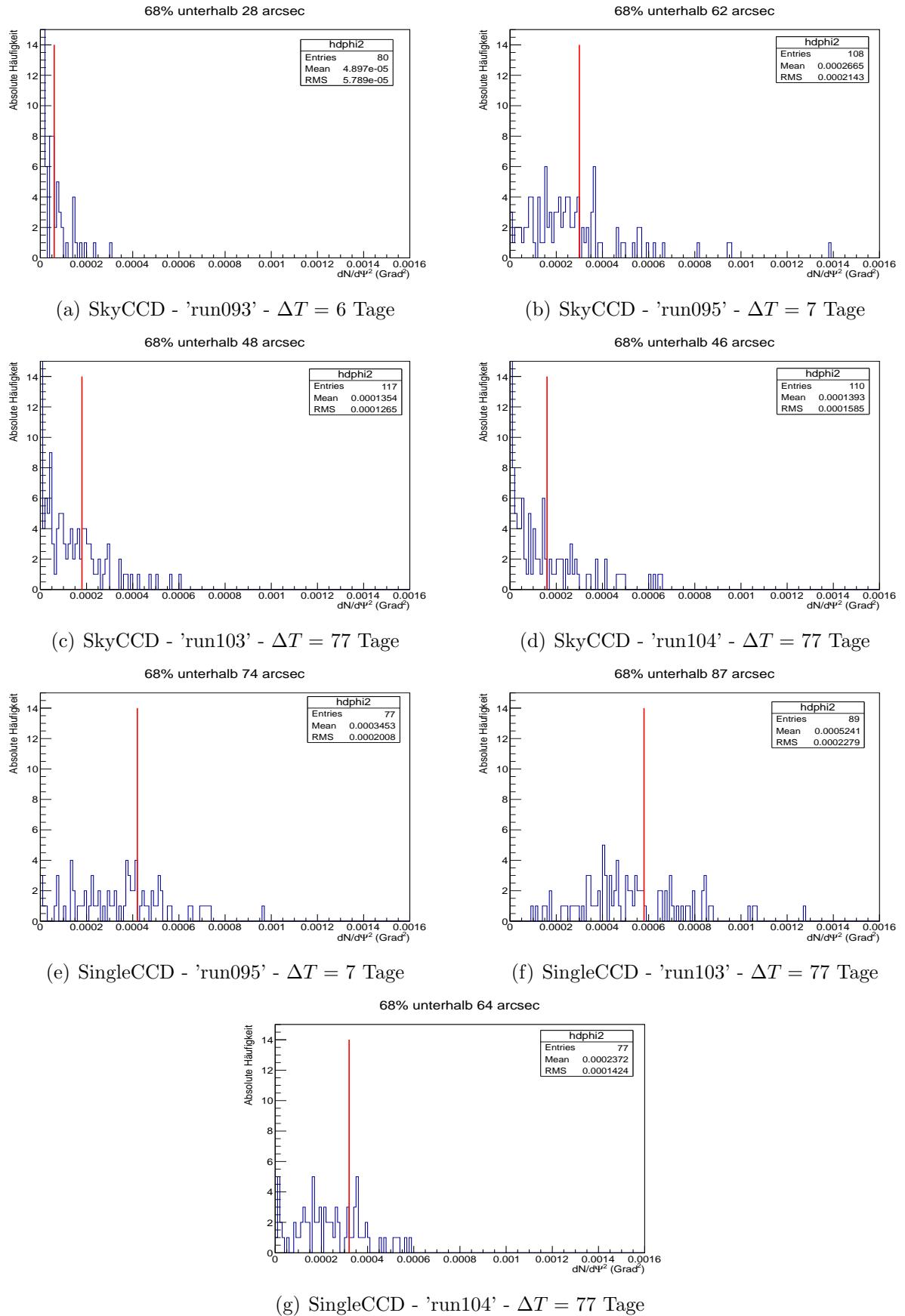


Abbildung 5.10: Vorhersagen-Analyse für die SkyCCD und SingleCCD mit Hilfe vom Modell 11, Modell mit 11 Parametern. Darstellung entspricht der Häufigkeitsverteilung der Differenz zwischen gemessenem und vorhergesagtem Winkelabstand (bezüglich Drive- und Zentrum-Koordinaten). Anzahl der Tage ΔT entspricht dem Zeitabstand zum Bezugs-Datensatz aus dem die Parameter der Modelle gewonnen wurden, hier 'run091'.

6 Zusammenfassung

Innerhalb der Arbeit werden zwei Schwerpunkte aufgestellt und diskutiert. Als erstes das Schreiben und Analysieren des Starfinder-Programms und als zweites das Aufstellen und Testen von Pointing-Modellen bezüglich der Abweichungen zwischen Drive- und Zentrum-Koordinaten.

Das Starfinder-Programm wurde konzipiert als ein Filter vor der Bild-Analyse mit der astrometry.net-Software. Die zu lösende Aufgabenstellung ist hier die Entscheidung ob eine Aufnahme vom Nachthimmel genug Sterne enthält, so dass die astrometry.net-Software diese lösen kann. Die vorgenommene Herangehensweise inkludiert die Analyse der aus den Daten der SkyCCD gewonnenen .png Bilder. Diese werden von dem Starfinder-Programm eingelesen und in der Such nach Sternen verarbeitet.

Der erste Schritt im Algorithmus des Starfinder-Programms ist das Aufstellen von Histogrammen entsprechend der detektierten Intensitäten, mit Hilfe dessen ein Intensitätsschnitt U bestimmt wird und Pixel ausgedehnter Objekte aussortiert werden. Die Objekte gelten als Sterne.

Innerhalb eines ausgesuchten Datensatzes wird das Verhalten des Programms bezüglich der Belichtungszeit untersucht. Dabei ergibt sich qualitativ ein linearer Verlauf. Es wird auch betrachtet, ob die gemessene Intensität eines Sterns einer Voraussage nach linear mit der Belichtungszeit zunimmt, was auch der Fall ist. Danach wird ein Vergleich in der Sternerkennung mit der astrometry.net-Software gemacht. Es wird beobachtet, dass Starfinder in 18% der 34 untersuchten Bilder eine höhere Anzahl an Sternen liefert. Es wird gezeigt, dass es dabei wahrscheinlich um Echtnegativen der astrometry.net-Software handelt. Anschließend wird die Effizienz des Starfinder-Programms ermittelt und eine untere Schranke an die Sternen-Anzahl vorgeschlagen. Die Schranke soll, dem Kriterium entsprechen, nach dem abgefragt werden soll um zu entscheiden ob das Bild den Filter zu passieren hat. Das Resultat ist eine untere Schranke von 5 Sternen.

Die Pointing-Modelle werden aufgestellt unter der Nutzung eines Datensatzes mit N-Tupeln. Hier wird von einem einfachen Modell mit 4 Parametern ausgegangen. Dieses wird so lange erweitert, bis die Differenzen zwischen modellierten und gemessenen Drive-Koordinaten möglichst kleine Abweichungen von der Nulllinie in den entsprechenden Residuenplots aufweisen. Es entstehen Modelle mit jeweils 4, 5, 6, 8, 9, 10 und 11 Parametern. Um eine Güteaussage aufstellen zu können, werden für die Modelle die Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad $\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$ und Chi-Quadrat-Wahrscheinlichkeiten P bestimmt. Dazu wird ein Algorithmus implementiert, um die nicht vorhandenen Fehler der Drive- und Zentrum-Koordinaten zu berechnen. Dies wird realisiert, in dem die Residuenplots der vom Zentrum-Azimut abhängige Differenzen mit jeweils einer Geraden gefittet werden. Durch Variation der Fehler werden die Chi-Quadrat pro Freiheitsgrad der linearen Fits auf nahe 1 erzwungen, diese Fehler werden dann genutzt, um die $\chi^2/N_{\text{d.o.f.}}$ und P zu ermitteln.

Das Testen der Modelle mit Hilfe von unterschiedlichen Datensätzen bezüglich Messung-Zeitpunkten und Messverfahren zeigt keine ersichtliche Abhängigkeit in der Zeit aber Messverfahren. Innerhalb aller Tests das Modell 11 die besten Ergebnisse. Mit Hilfe dieses Modells wird die Stabilität der CCD-Kameras überprüft. Hier wird das relative Verhalten der SkyCCD und SingleCCD analysiert. Die Analyse ergibt, dass aufgrund der Schwerkraft das vordere Ende der SkyCCD bei höheren Elevationen im Mittel nach oben rechts kippt (relativ zum Reflektor). Das vordere Ende der SingleCCD kippt dagegen, in geringeren Maßen als die SkyCCD, nach oben links. Am Ende werden Vorhersage-Analysen gemacht, in der die Parameter der Modelle aus dem frühesten Datensatz berechnet und für die zeitlich späteren verwendet werden. Es wird beobachtet, dass die Parameter des Modells durch die Instabilitäten beeinflusst werden.

7 Quellen

- [1] Asrometry.net Webseite .: <http://www.astrometry.net> (Letzter Zugriff 12.03.2017)
- [2] F. A. Aharonian .: 'Very High Energy Cosmic Radiation: A Crucial Window on the Extreme Universe', World Scientific, 2004
- [3] Particle Data Group .: 'Particle Physics Booklet', July 2014
- [4] Ciro Bigongiari .: 'The Cherenkov Telescope Array', arXiv:1606.08190v1, 27 Jun 2016
- [5] T. C. Weeks et al .: 'Observation of TeV gamma rays from the Crab nebula using the atmospheric Cerenkov imaging technique', The Astrophysical Journal 342, 1989
- [6] TevCat Webseite .: <http://tevcat.uchicago.edu> (Letzter Zugriff 11.03.2017)
- [7] de Naurois et al .: 'Measurement of the Crab Flux above 60 GeV with the CELESTE Cerenkov Telescope', The Astrophysical Journal 566, 2002 February 10
- [8] F. A. Aharonian .: 'The Energy Spectrum of TeV Gamma Rays from the Crab Nebula as Measured by the HEGRA System of Imaging Air Cerenkov Telescopes', The Astrophysical Journal 539, 2000 August 10
- [9] E. Aliu et al .: 'A search for enhanced very-high-energy gamma-ray emission from the March 2013 Crab Nebula flare', arXiv:1309.5949v2, 8 Jan 2014
- [10] D. Mazin .: 'CTA: The Cherenkov Telescope Array', Frascati Phys.Ser. 57, 2013
- [11] J.A. Hinton and W. Hofmann .: 'Teraelectronvolt Astronomy', Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 47:523?565, 2009
- [12] Mathieu de Naurois, Daniel Mazin .: 'Ground-based detectors in very-high-energy gamma-ray', arXiv:1511.00463v1, 2 Nov 2015
- [13] L. Oakes, B. Behera, J. Baehr, S. Gruenewald, T. Raeck, S. Schlenstedt, A. Schubert, U. Schwanke .: 'Pointing Calibration for the Cherenkov Telescope Array Medium Size Telescope Prototype', arXiv:1307.4580v1, 17 Jul 2013
- [14] Chris McFee .: 'An introduction to CCD operation', http://www.mssl.ucl.ac.uk/www_detector/optheory/ccdoperation.html (Letzter Zugriff 09.03.2017)
- [15] Dustin Lang, David W. Hogg, Keir Mierle, Michael Blanton, Sam Roweis .: 'Astrometry.net: Blind astrometric calibration of arbitrary astronomical images', arXiv:0910.2233v1
- [16] Domenico Tiziani.: Investigations towards a Single-CCD Pointing-Solution for the Medium-Sized Telescopes of the Cherenkov Telescope Array, 30.10.2015
- [17] L. Oakes, M. Garczarczyk, S. Kaphle, M. Mayer, S. Schlenstedt, U. Schwanke and the CTA Consortium.: 'Techniques And Results For The Calibration Of The MST Prototype For The Cherenkov Telescope Array', arXiv:1610.03347v1, 11 Oct 2016
- [18] V.Blobel/E.Lohrmann.: 'Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse', Teubner-Studienbücher:Physik, 1998
- [19] HAWC .: 'Detecting Cosmic Rays,' <http://www.hawc-observatory.org/science/detection.php> (Letzter Zugriff 11.03.2017)

A Anhang

A.1 Bilder

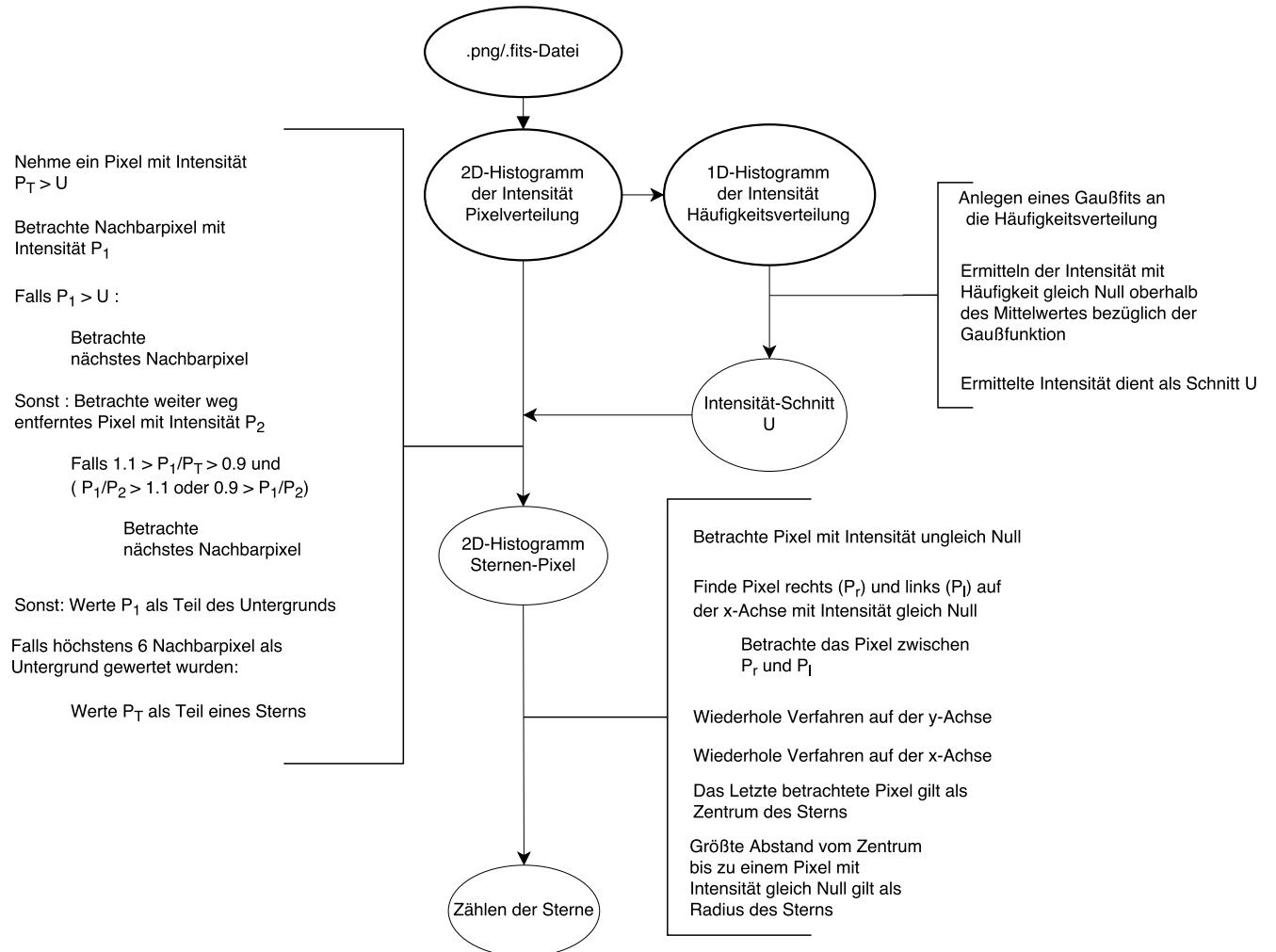


Abbildung A.1: Programmablaufplan zum Starfinder-Programm.



Abbildung A.2: Beispiel für eine überbelichtete Aufnahme. Hier ist der hellste Stern (eingekästelt) entgegen der Umgebung noch ausgezeichnet, der Rest nicht. Die Auswertung dieses Bildes mit dem Starfinder-Programm liefert eine Sternenanzahl von 1.

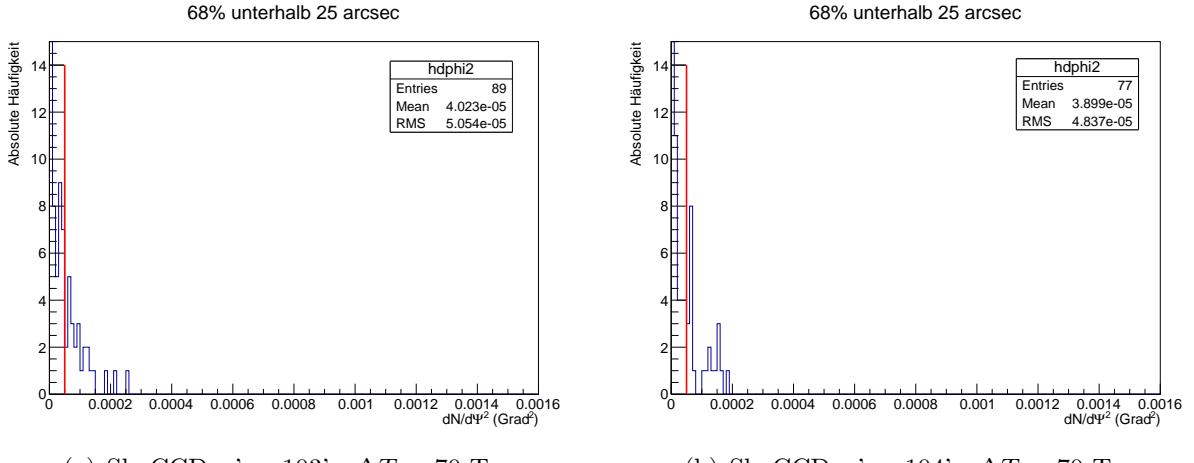


Abbildung A.3: Vorhersagen-Analyse für die SingleCCD mit Hilfe vom Modell 11, Modell mit 11 Parametern. Darstellung entspricht der Häufigkeitsverteilung der Differenz zwischen gemessenem und vorhergesagtem Winkelabstand (bezüglich Drive- und Zentrum-Koordinaten). Anzahl der Tage ΔT entspricht dem Zeitabstand zum Bezugs-Datensatz aus dem die Parameter der Modelle gewonnen wurden, hier 'run095'.

A.2 Rechnung zum Pointing-Modell 4

Das Aus-multiplizieren von

$$\vec{x}' = M_x M_y \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\phi_x \\ 0 & \phi_x & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\phi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \phi_y & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (33)$$

liefert

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\phi_x \\ 0 & \phi_x & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x - \phi_y \cdot z \\ y \\ \phi_y \cdot x + z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \phi_y \cdot z \\ y - \phi_x \cdot (\phi_y \cdot x + z) \\ \phi_x \cdot y + \phi_y \cdot x + z \end{pmatrix} \quad (34)$$

und damit gilt für die geneigte Turm-Achse

$$z' = \cos(\theta') = \phi_x \cdot y + \phi_y \cdot x + z = \phi_x \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) + \phi_y \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) + \cos(\theta) \quad (35)$$

Wird der Winkel θ' durch den um $\Delta\theta$ verschobenen idealen Winkel θ

$$\theta' = \theta + \Delta\theta \quad (36)$$

ausgedruckt, so lässt sich das $\cos(\theta')$ um die Verschiebung $\Delta\theta$ entwickeln

$$\cos(\theta') = \cos(\theta + \Delta\theta) \approx \cos(\theta) - \sin(\theta) \cdot \Delta\theta. \quad (37)$$

Wird Gl. (37) in Gl. (35) eingesetzt so kann nach einigen Kürzungen der Ausdruck

$$-\Delta\theta = \phi_x \cdot \sin(\phi) + \phi_y \cdot \cos(\phi) \quad (38)$$

gewonnen werden. Unter Nutzung der Beziehungen aus Gl. (13), (14) und (17) wird der erste gesuchte Ausdruck

$$\Delta el = -\phi_x \sin(az) + \phi_y \cos(az) + \text{const.} \quad (39)$$

aufgestellt. Ein Ansatz für den Winkel ϕ' lässt sich, mit der Annahme $\phi_x \cdot \phi_y \approx 0$, durch $x' = \sin(\theta') \cdot \cos(\phi')$ und $y' = \sin(\theta') \cdot \cos(\phi')$ als

$$\tan(\phi') = \frac{x'}{y'} = \frac{x - \phi_y \cdot z}{y - \phi_x \cdot (x + z)} \quad (40)$$

aufstellen. Wird $\tan(\phi)$ in ϕ_x und ϕ_y entwickelt, so kann der Ausdruck

$$\tan(\phi') \approx \frac{y}{x} - \phi_x \cdot \frac{z}{x} + \phi_y \cdot \frac{y \cdot z}{x^2} \quad (41)$$

gewonnen werden. Benutzen der Kugelkoordinaten liefert

$$\tan(\phi') = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} - \phi_x \cdot \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta) \cdot \cos(\phi)} + \phi_y \cdot \frac{\cos(\theta) \cdot \sin(\phi)}{\sin(\theta) \cdot \cos^2(\phi)}. \quad (42)$$

Zusätzlich zur Gl. (42) kann mit der selben Überlegung wie zur Gl. (37) eine Entwicklung von $\tan(\phi')$ um eine Verschiebung $\Delta\phi$ des Winkels ϕ entwickelt werden

$$\tan(\phi') = \tan(\phi + \Delta\phi) \approx \tan(\phi) + \frac{\Delta\phi}{\cos^2(\phi)}. \quad (43)$$

Gleichstellen von Gl. (42) und Gl. (43) liefert nach Kürzen und Umstellen

$$\frac{\Delta\phi}{\cot(\theta)} = -\phi_x \cdot \cos(\phi) + \phi_y \cdot \sin(\phi). \quad (44)$$

Unter Nutzung der Eigenschaften aus Gl. (13) bis Gl. (16) kann der gesuchte Ausdruck

$$\frac{\Delta az}{\tan(el)} = \phi_x \cdot \cos(az) + \phi_y \cdot \sin(az) + \text{const.} \quad (45)$$

aufgestellt werden.

A.3 Pointing-Modelle

Tabelle 12: Aufgestellten Pointing-Modelle für die Kameras Sky- und SingleCCD am MST-Prototyp. Die Klammern '[]' stellen die Parameter dar.

Modell	
4	$el_D = [1] - [3] \cdot \sin(az_C) + [4] \cdot \cos(az_C)$ $az_D = \tan(el_C) \cdot ([2] + [3] \cdot \cos(az_C) + [4] \cdot \sin(az_C))$
5	$el_D = [1] - [3] \cdot \sin(az_C) + [4] \cdot \cos(az_C) + [5] \cdot el_C$ $az_D = \tan(el_C) \cdot ([2] + [3] \cdot \cos(az_C) + [4] \cdot \sin(az_C))$
6	$el_D = [1] - [3] \cdot \sin(az_C) + [4] \cdot \cos(az_C) + [5] \cdot el_C$ $az_D = \tan(el_C) \cdot ([2] + [3] \cdot \cos(az_C) + [4] \cdot \sin(az_C)) + [6] \cdot \sin^2(az_C)$
8	$el_D = [1] - [3] \cdot \sin(az_C) + [4] \cdot \cos(az_C) + [5] \cdot el_C$ $az_D = \tan(el_C) \cdot ([2] + [3] \cdot \cos(az_C) + [4] \cdot \sin(az_C)) + [6] \cdot \sin^2(az_C) + [7] \cdot \sin(az_C - [8])$
9	$el_D = [1] - [3] \cdot \sin(az_C) + [4] \cdot \cos(az_C) + [5] \cdot el_C$ $az_D = \tan(el_C) \cdot ([2] + [3] \cdot \cos(az_C) + [4] \cdot \sin(az_C)) + [6] \cdot \sin^2(az_C) + [7] \cdot \cos(az_C - [8]) + [9]$
10	$el_D = [1] - [3] \cdot \sin(az_C) + [4] \cdot \cos(az_C) + [5] \cdot el_C$ $az_D = \tan(el_C) \cdot ([2] + [3] \cdot \cos(az_C) + [4] \cdot \sin(az_C)) + [6] \cdot \cos(az_C - [7]) + [8] \cdot el_C + [9] \cdot el_C^2 + [10] \cdot \sin^2(az_C)$
11	$el_D = [1] - [3] \cdot \sin(az_C) + [4] \cdot \cos(az_C) + [5] \cdot el_C$ $az_D = \tan(el_C) \cdot ([2] + [3] \cdot \cos(az_C) + [4] \cdot \sin(az_C)) + [6] \cdot \cos(az_C - [7]) \cdot \tan(el_C) + [8] + [9] \cdot \cos(el_C) + [10] \cdot \sin^2(az_C) - [11] \cdot \sin(az_C)$