

EXAMEN PROBABILITAT I PROCESSOS ALEATORIS. TELEMÀTICA
FEBRER 2010

P1.- Una diana consisteix en 3 cercles concèntrics amb radis respectius 1 cm, 2 cm i 3 cm. En una competició de tir, la distribució dels impactes en la diana i els voltants és tal que les desviacions horitzontal i vertical respecte del centre de la diana són independents i les dues segueixen una distribució normal $N(0, 1 \text{ cm.})$. Determineu la proporció d'impactes dins cada anell de la diana. (Indicacions: Utilitzau un canvi a coordenades polars per a simplificar els càlculs: $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $dx dy = r dr d\theta$). **2.5 pt.**

P2.- La següent taula mostra els valors d'alçada i pes dels jugadors de l'equip de bàsquet NBA Los Angeles Lakers (font: www.nba.com).

Jugador	Alçada (m)	Pes (Kg)	Jugador	Alçada (m)	Pes (Kg)
Artest	2,01	117,93	Gasol	2,13	113,4
Brown	1,93	95,25	Mbenga	2,13	115,67
Bryant	1,98	92,99	Morrison	2,03	92,99
Bynum	2,13	129,27	Odom	2,08	104,33
Farmer	1,88	81,65	Powell	2,06	108,86
Fisher	1,85	95,25	Vujacic	2,01	92,99
			Walton	2,03	106,59

Calculeu la millor estimació lineal dels valors de pes a partir dels valors d'alçada (recta de regressió lineal). Si un jugador medís 2,20m, quin seria el seu pes d'acord amb aquesta estimació? Calculeu el coeficient de correlació entre pes i alçada. **2.5 pt.**

P3.- Un equip electrònic envia 100 bits d'informació a un ordinador cada 10 minuts. La probabilitat que un bit es transmeti de manera errònia és de 0,001.

- Quina és la probabilitat que en un període d'3h es rebin incorrectament més de 2 bits?
- Quin és el valor esperat de bits erronis rebuts al cap d'1 dia.
- Quin temps ha de passar, com a mínim, per tenir una probabilitat superior al 90% d'haver rebut més de 5 bits erronis?

2.5 pt.

P4.- Sigui $X(t)$ un procés aleatori definit com $X(t) = t^2 + 3U$, on U és una variable aleatòria de Poisson amb paràmetre 10.

- Calculeu la mitjana i l'autocovariància de $X(t)$. És tracta d'un procés estacionari?
- Si $Y(t)$ és un procés aleatori Gaussià estacionari i amb mitjana 4, calculeu la correlació creuada de X i Y suposant que $Y(t)$ i U són independents per a tot t .

1.25 pt.

P5.- Sigui $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ un procés suma on les variables aleatòries X_i són i.i.d. i prenen valors 1 o -1 amb probabilitats respectives $\frac{1}{4}$ i $\frac{3}{4}$. Calculeu $P(S_{n+3} = 0 | S_n = 1)$. **1.25 pt.**