

PROBLEMES ESTADÍSTICA ENGINYERIA PROBABILITAT

1) Un experimento consiste en preguntarle a 3 personas elegidas al azar si lavan sus platos con el detergente marca X.

- a) Enumerar los elementos del espacio muestral Ω utilizando la letra s para las respuestas afirmativas y n para las negativas.
- b) Escribir los elementos de Ω que corresponden al suceso $A =$ “al menos una de las personas utilizan la marca X”.
- c) Definir (describir) un suceso que tenga como elementos los puntos $\{sss, nss, ssn, sns\}$.

2) Una compañía recibe una maquinaria nueva que debe ser instalada y revisada antes de ser operativa. En la siguiente tabla se muestra la valoración de probabilidades de un gerente correspondiente al número de días necesarios para que la maquinaria sea operativa

Número de días	3	4	5	6	7
Probabilidad	0.08	0.24	0.41	0.20	0.07

Sea A el suceso “la maquinaria tardará más de cuatro días en ser operativa” y sea B el suceso “la maquinaria tardará más de seis días en ser operativa”.

- a) Calcular la probabilidad del suceso A .
- b) Calcular la probabilidad del suceso B .
- c) Describir el suceso complementario del suceso A .
- d) Calcular la probabilidad del complementario del suceso A .
- e) Describir el suceso intersección de los sucesos A y B .
- f) Calcular la probabilidad del suceso intersección de A y B .
- g) Describir el suceso unión de los sucesos A y B .
- h) Calcular la probabilidad de la unión de los sucesos A y B .
- i) ¿Son los sucesos A y B mutuamente excluyentes?
- j) ¿Forman los sucesos A y B un sistema completo de sucesos?

3) El director de unos almacenes ha supervisado el número de quejas recibidas a la semana por un servicio deficiente. Las probabilidades correspondientes al número de quejas por semana encontradas en la revisión se muestran en la tabla.

¹Sol.: a) $\{sss, ssn, sns, nss, nns, nsn, snn, nnn\}$, b) $A = \{sss, ssn, sns, nss, nns, nsn, snn\}$, c) Al menos dos personas utilizan el detergente X.

²Sol.: a) 0.68, b) 0.07, d) 0.32, f) 0.07, h) 0.68, i) No, j) No.

Número de quejas	Probabilidad
0	0.14
1 - 3	0.39
4 - 6	0.23
7 - 9	0.15
10 - 12	0.06
más de 12	0.03

Sean A el suceso “se recibirá al menos una queja por semana”, y B “se recibirán menos de 10 quejas por semana”.

- Calcular la probabilidad del suceso A .
- Calcular la probabilidad del suceso B .
- Describir el complementario del suceso A .
- Calcular la probabilidad del complementario del suceso A .
- Describir el suceso intersección de los sucesos A y B .
- Calcular la probabilidad del suceso intersección de A y B .
- Describir el suceso unión de los sucesos A y B .
- Calcular la probabilidad de la unión de los sucesos A y B .
- ¿ Son los sucesos A y B mutuamente excluyentes?
- ¿ Forman los sucesos A y B un sistema completo de sucesos?

4) En una carrera en la que participen deu cavalls, de quantes maneres diferents se poden establir els quatre primers llocs?

5) Una empresa de recent creació encarrega a un dissenyador gràfic l'elaboració del seu logotip, indicant que ha de seleccionar exactament tres colors d'una llista de sis. D'entre quants grups de colors se pot decidir el dissenyador?

6) Quantes paraules diferents, de quatre lletres, se poden formar amb la paraula **tesi**?

7) De quantes maneres diferents se poden elegir el delegat i el subdelegat d'una classe formada per cinquanta alumnes?

8) Amb onze empleats, quants comitès d'empresa de cinc persones se poden formar?

³Sol.: a) 0.86, b) 0.91, d) 0.14, f) 0.77, h) 1, i) No, j) No.

⁴Sol.: **5040**

⁵Sol.: **20**

⁶Sol.: **24**

⁷Sol.: **2450**

⁸Sol.: **462**

9) Quantes col·locacions diferents de quinze llibres diferents en una estanteria se poden fer si sempre volem el de Probabilitats en el primer lloc i el d'Estadística en el tercer?

10) Quants de caràcters diferents podem formar fent servir com a màxim tres signes dels utilitzats a l'alfabet Morse?

11) Un supermercat organitza una rifa amb un premi d'una botella de xampany per a totes aquelles paperetes que tinguin les dues darreres xifres iguals a les corresponents dues xifres del número premiat en el sorteig de Nadal. Suposem que tots els dècims tenen quatre xifres i que existeix un únic dècim de cada numeració. Quantes botelles repartirà el supermercat?

12) Quantes paraules diferents podem formar amb totes les lletres de la paraula **estadística**?

13) En una tenda de regals hi ha rellotges d'arena amb cubetes de colors, i no hi ha cap diferència de forma entre les dues cubetes que formen cada rellotge. Si hi ha quatre colors possibles i el color d'ambdós recipients pot coincidir, quants de models de rellotge d'arena pot tenir l'establiment?

14) En una partida de parxís guanya aquell jugador que aconsegueix dur abans les seves quatre fitxes a l'arribada. Si són quatre els jugadors i la partida continua fins que tots han completat el recorregut, quants d'ordres diferents hi ha per a l'entrada de les setze fitxes?

15) S'han de repartir cinc beques entre deu espanyols i sis estrangers, de manera que se'n donin tres a espanyols i dues a estrangers. De quantes maneres se pot fer el repartiment.

16) Quantes fitxes té un dòmino?

17) Calculau la probabilitat que en llançar 5 daus s'obtingui:

- a) repòker (5 cares iguals);
- b) pòker (4 cares iguals);
- c) full (3 cares iguals i les altres dues iguals);
- d) trio (3 cares iguals i les altres dues diferents);
- e) doble parella (2 cares iguals, 2 cares iguals i l'altra diferent);
- f) parella (2 cares iguals i les altres 3 diferents);
- g) res (les 5 cares diferents).

⁹Sol.: **6227020800**

¹⁰Sol.: **14**

¹¹Sol.: **100**

¹²Sol.: **2494800**

¹³Sol.: **10**

¹⁴Sol.: **63063000**

¹⁵Sol.: **1800**

¹⁶Sol.: **28**

18) Tenim 12 ràdios de les quals sabem que 5 són defectuoses. S'agafen 3 ràdios a l'atzar. Quina és la probabilitat que només una de les 3 sigui defectuosa?

19) Llançam a l'aire 6 daus.

a) Quina és la probabilitat que tots ells donin cares diferents?

b) Quina és la probabilitat d'obtenir 3 parelles?

20) Suposem que en una empresa de fabricació d'uns certs components electrònics se sap que el 2% dels 550 components emmagatzemats són defectuosos. Quina és la probabilitat de trobar-ne 2 de defectuosos si n'agafam aleatòriament 25?

21) Si mesclam ben mesclat un joc de 52 cartes, quina és la probabilitat que els 4 assos quedin col·locats consecutivament?

22) Quina és la probabilitat que d'entre n persones de les quals cap no ha nascut el 29 de febrer n'hi hagi com a mínim dues que han nascut el mateix dia de l'any? (no necessàriament del mateix any). Calculau la probabilitat per a diferents valors de n (10, 15, 22, 23, 30, 40, 50, 55)

23) Quatre cartes numerades de l'1 al 4 estan girades cap avall damunt d'una taula. Una persona, suposadament clarivident, anirà endevinant els valors de les 4 cartes una a una. Si suposam que és un farsant i que el que fa és dir els quatre nombres a l'atzar, quina és la probabilitat que n'encerti com a mínim un? (Òbviament, no repeteix cap nombre)

24) En una loteria hi ha 500 bitllets i 5 premis. Si una persona compra 10 bitllets, quina és la probabilitat d'obtenir:

a) el primer premi?

b) com a mínim un premi?

c) exactament un premi?

25) S'elegeix a l'atzar un nombre de l'1 al 6.000. Calculau la probabilitat que sigui múltiple de 2 o de 3 o de 4 o de 5.

¹⁷Sol.: a) $6/6^5$; b) $150/6^5$; c) $300/6^5$; d) $1200/6^5$; e) $1800/6^5$; f) $3600/6^5$; g) $720/6^5$

¹⁸Sol.: $21/44$

¹⁹Sol.: a) $120/6^5$; b) $300/6^5$

²⁰Sol.: 0.074

²¹Sol.: $24/132600$

²²Sol.: 0.12 ; 0.25 ; 0.48 ; 0.51 ; 0.71 ; 0.89 ; 0.97 ; 0.99

²³Sol.: $15/24$

²⁴Sol.: 0.02 ; 0.096 ; 0.093

²⁵Sol.: 0.73

26) Si triam un nombre d'entre els primers 120 enters positius, quina és la probabilitat que sigui múltiple de 3, no sigui divisible per 5, i sigui divisible per 4 o per 6?

27) Si la probabilitat de que un estudiant qualsevol acabi una carrera determinada és 0.4, donat un grup de 5 estudiants d'aquesta carrera, calculau la probabilitat que:

- a) cap d'ells acabi la carrera;
- b) només un acabi la carrera;
- c) almenys dos acabin la carrera;
- d) tots 5 acabin la carrera.

28) En una ciutat se publiquen 3 diaris A,B i C. El 30 % de la població llegeix A, el 20 % llegeix B i el 15 % llegeix C; el 12 % llegeix A i B, el 9 % llegeix A i C, i el 6 % llegeix B i C; finalment, el 3 % llegeix A, B i C. Calculau:

- a) El percentatge de gent que llegeix almenys un dels tres diaris.
- b) El percentatge de gent que només llegeix A.
- c) El percentatge de gent que llegeix B o C, però no A.
- d) El percentatge de gent que llegeix A o bé no llegeix ni B ni C.

29) Suposem que en un dau la probabilitat de cada cara és proporcional al número inscrit en ella. Calculau la probabilitat d'obtenir un nombre parell.

30) En una reunió, n persones ($n \geq 3$) llancen una moneda a l'aire. Si una d'elles dona diferent de totes les altres, el seu propietari paga una ronda. Quina és la probabilitat que passi això?

31) Un matrimoni planifica la seva família considerant els següents esquemes (se suposa que tenir nin i tenir nina són equiprobables):

Esq. A) Tenir 3 infants.

Esq. B) Tenir infants fins que neixi la primera nina, o ja tenguin tres infants (el que passi primer).

Esq. C) Tenir infants fins que tenguin la parelleta, o ja tenguin tres infants (el que passi primer).

²⁶Sol.: **2/15**

²⁷Sol.: **a) 0.07776; b) 0.2592; c) 0.66304; d) 0.01024**

²⁸Sol.: **a) 0.41 ; b) 0.12; c) 0.11; d) 0.89**

²⁹Sol.: **4/7**

³⁰Sol.: **$(n \cdot (\frac{1}{2})^{n-1})$**

Sigui B_i el succés que han nascut i nins ($i = 1, 2, 3$) i C el succés que tenen més nines que nins.

- a) Calculeu $p(B_1)$ i $p(C)$ en cada un dels tres esquemes.
- b) Calculeu $p(B_2)$ i $p(B_3)$ en cada un dels tres esquemes.
- c) Sigui E el succés que la família completa conté igual nombre de nins que de nines. Trobeu $p(E)$ en cada un dels tres esquemes.

32) Una forma d'incrementar la fiabilitat d'un sistema és mitjançant la introducció d'una còpia dels components en una configuració paral·lela. Suposem que la Nasa vol una probabilitat no menor que 0.99999 que el transbordador espacial entri en òrbita al voltant de la Terra amb èxit. Quants de motors s'han de configurar en paral·lel per tal d'assolir aquesta fiabilitat, si se sap que la probabilitat que un qualsevol dels motors funcioni adequadament és 0.95? Suposem que els motors funcionen de manera independent entre sí.

33) Dos sistemes amb quatre components independents amb fiabilitats respectives p_1, p_2, p_3 i p_4 se configuren de les dues maneres següents: En el sistema A , la combinació en sèrie dels components 1 i 2 se configura en paral·lel amb la combinació en sèrie dels components 3 i 4; en el sistema B , la combinació en paral·lel de 1 i 3 se configura en sèrie amb la combinació en paral·lel de 2 i 4. Determineu quin dels dos sistemes té una fiabilitat més alta.

34) Si un sistema que consisteix en tres components independents amb la mateixa fiabilitat ($p_1 = p_2 = p_3$) té una fiabilitat de 0.8, determineu p_1 si: a) el component 3 està configurat en sèrie amb la combinació en paral·lel de 1 i 2; b) el component 3 està configurat en paral·lel amb la combinació en sèrie de 1 i 2.

35) Una quarta part de la població ha estat vacunada contra una malaltia contagiosa. Durant una epidèmia, s'observa que d'entre els malalts n'hi ha un que ha estat vacunat per cada quatre que no hi estan.

- a) Ha tengut qualche eficàcia la vacuna?
- b) D'altra banda, se sap que hi ha un malalt entre cada 12 persones vacunades. Quina és la probabilitat que estigui malalta una persona que no s'ha vacunat?

36) Un llarg missatge s'ha codificat en termes de dos símbols A i B per transmetre'l a través d'un canal de comunicació. La codificació és tal que A apareix el doble de vegades que B en el missatge codificat. El soroll del canal és tal que quan A se transmet, se rep com a A amb probabilitat 0.8 i com a B amb probabilitat 0.2; quan B se transmet, se rep com a B amb probabilitat 0.7 i com a A amb probabilitat 0.3.

³¹Sol.: a) $(p(B_1) = 3/8, 1/4, 5/8; p(C) = 1/2, 1/2, 1/4)$; b) $(p(B_2) = 3/8, 1/8, 1/8; p(B_3) = 1/8, 1/8, 1/8)$; c) $(0, 1/4, 1/2)$.

³²Sol.: 4

³³Sol.: B

³⁴Sol.: a) 0.825; b) 0.652

³⁵Sol.: a) Sí; b) 1/9

- a) Quina és la freqüència relativa d'A en el missatge rebut?
- b) Si la darrera lletra del missatge que s'ha rebut és una A, quina és la probabilitat que s'hagi enviat una A?

37) Un contable tiene sobre su mesa dos grupos de 20 facturas cada uno. En el primer lote hay dos facturas con errores de cálculo y en el segundo tres. Una corriente de aire hace que las facturas caigan de la mesa y, al recogerlas, una del primer grupo se confunde en el segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que, al revisar una factura del segundo grupo tenga un error?

38) En una fábrica se utilizan tres máquinas, A, B, y C, para producir, independientemente, un mismo artículo. La máquina A produce 100 cajas diarias, la B produce 200, y la C produce 300, todas con igual número de artículos. La probabilidad de que un artículo sea defectuoso es: para la máquina A 0.06, para la máquina B 0.02 y para la C 0.01. Al final de una jornada se revisa la producción eligiendo una caja al azar, y de ella se extrae un artículo de forma aleatoria, resultando ser defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo haya sido fabricado por la máquina B?

39) Una compañía petrolera tiene clasificados los terrenos que pueden tener yacimientos de petróleo en cinco tipos: el tipo I, que son el 50%, los tipos II, III y IV, que son el 10% cada uno, y el tipo V, el restante 20% de los terrenos. Las probabilidades de obtener petróleo en cada uno de ellos son, respectivamente, 0.1, 0.1, 0.3, 0.4 y 0.4. Calcular la probabilidad de que:

- a) Un terreno escogido al azar sea del tipo III y no tenga petróleo.
- b) Un terreno escogido al azar no tenga petróleo.
- c) Un terreno que no tenga petróleo sea del tipo III.

40) Un comerciant ha de viatjar en avió entre Bangkok i Bagdad. Preocupat, demana a la companyia aèria quina és la probabilitat que hi hagi com a mínim una bomba dins l'avió i li diuen que és 0.1. Més preocupat encara, demana quina seria la probabilitat que hi hagués com a mínim dues bombes i li diuen que seria 0.01. Més tranquil·lit, decideix dur una bomba en el seu equipatge. Quina valoració estadística podem fer de la seva decisió?

41) N'Òscar diu la veritat nou vegades de cada deu i n'Ivan set de cada nou. S'extreu a l'atzar una bolla d'una bossa on hi havia 5 bolles blanques i 20 negres. Tots dos observen el color de la bolla extreta i llavors diuen de manera independent que la bolla extreta és blanca. Quina és la probabilitat que això sigui cert?

³⁶Sol.: a) **0.633**; b) **0.84**

³⁷Sol.: $\frac{31}{210}$

³⁸Sol.: 0.307692

³⁹Sol.: a) 0.07, b) 0.79, c) 0.0886

⁴⁰Sol.: **Decisió absurda**

⁴¹Sol.: **0.89**