

EXAMEN PROBABILITAT I PROCESSOS ALEATORIS. TELEMÀTICA  
FEBRER 2009

**P1.-** El sistema de còpies de seguretat d'una empresa fa una còpia diària de cada un dels dos discs durs centrals en un moment aleatori entre les 3h i les 5h. Les còpies de cada disc dur es fan de manera independent. Per un error en la configuració, si la diferència entre els inicis de còpia de cada disc dur és inferior a 2 minuts es produeix un error en el sistema.

- a) Definiu les variables aleatòries associades al problema i escriviu les seves funcions de probabilitat. **0.5pt.**
- b) Escriviu la funció de probabilitat conjunta i dibuixau el seu suport. **0.5 pt.**
- c) Quina és la probabilitat que es produeixi un error en el sistema un dia qualsevol? **1.5 pt.**

**P2.-** Per fer un estudi estadístic sobre la relació entre la latitud i la temperatura mitjana de diferents ciutats es modelen ambdues magnituds mitjançant les variables aleatòries discretes  $T$  i  $L$ , respectivament i les dades estadístiques s'utilitzen per a crear la següent taula de probabilitats conjuntes:

$T \setminus L$	5	15	25	35	45	55
2	0	0	0	0	$1/40$	$3/40$
7	0	0	0	0	0	$2/40$
12	$1/40$	0	0	$1/40$	$5/40$	$1/40$
17	0	$1/40$	0	$5/40$	0	0
22	0	$2/40$	$5/40$	$1/40$	0	0
27	$k/40$	$4/40$	$2/40$	0	0	0

- a) Calculau  $k$ . **0.25 pt.**
- b) Calculau les probabilitats marginals. **0.25 pt.**
- c) Calculau el vector de mitjanes. **0.5 pt.**
- d) Calculau la matriu de covariàncies. **0.5 pt.**
- e) Calculau la recta de regressió de  $T$  sobre  $L$ . **0.5 pt.**
- f) Quantificau el grau de relació lineal entre les variables. **0.5 pt.**

**P3.-** El departament de qualitat d'una empresa que fabrica descodificadors de TDT vol estimar la probabilitat  $p$  de que els aparells s'espenyin en 1 any o menys. Per a això es seleccionen  $n$  aparells, es proven durant 1 any i es calcula la mitjana mostral dels que no funcionen al cap d'aquest temps. Quin ha d'ésser el valor mínim de  $n$  per assegurar que la diferència entre la mitjana mostral calculada i el valor real  $p$  sigui inferior a 0.01 amb una probabilitat, com a mínim, del 95%? **2.5 pt.**

**P4.-** La transmissió d'un senyal binari està contaminada per un renou blanc Gaussià de mitjana 0 i densitat espectral de potència 5. Aquest renou s'afegeix (renou additiu) al senyal transmès  $v(t)$ .  $v(t)$  pren el valor  $+A$  quan es vol transmetre un '1' i  $-A$  si es vol transmetre un '0' ( $A > 0$ ). En recepció es decideix que s'ha rebut un '1' si el senyal rebut és positiu i un '0' en cas contrari. Quin és el valor mínim de  $A$  que assegura que, com a mínim, 999 de cada 1000 bits es reben correctament? **1.25 pt.**

**P5.-** Sigui  $S_n$  un procés de tipus passejada aleatòria. Calculau  $P(S_{n+3} = 0 | S_n = 1)$ . **1.25 pt.**