Examen de transmissió de dades I (Juny de 2004)
(Duració: 3 hores i 30 minuts)

Problema 1

0,75 a. Un quantificador uniforme de quatre nivells s'ha dissenyat per tal de minimitzar la distorsió (error quadràtic mitjà) produïda en quantificar les mostres $\{x_n\}$ d'un procés aleatori $x(t)$, amb una funció de densitat de probabilitat uniforme en l'interval $[-\alpha/2, \alpha/2]$, és a dir,

$$f_X(x) = p_x(x) = \begin{cases} 1/\alpha & , |x| \leq \alpha/2 \\ 0 & , \text{altrament.} \end{cases}$$

Demostreu que el seu interval de quantificació és $\Delta = \alpha/4$.

0,75 b. Aquest mateix quantificador s'utilitza per quantificar les mostres $\{y_n\}$ d'un ~~procés aleatori~~ $y(t)$, amb una funció de densitat de probabilitat Laplaciana de paràmetre $\sigma = \alpha/4$, és a dir,

$$f_Y(y) = p_y(y) = \frac{2\sqrt{2}}{\alpha} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2}}{\alpha}|y|\right).$$

Dissenyeu un codi binari instantani òptim per codificar les mostres a la sortida del quantificador i calculeu la seva eficiència de codificació.

0,75 c. Si s'utilitzés un codificador aritmètic, quina seria la paraula codi corresponent a la seqüència de mostres $\{y_n\} = \{3\alpha/8, -\alpha/8, -7\alpha/8, \alpha/8\}$?

0,75 d. Descodifiqueu la paraula codi 00101100100101011011 suposant que ha estat generada per un codificador de Ziv-Lempel amb un diccionari de vuit entrades. Torneu-la a codificar utilitzant la variant Miller-Wegman.

0,5 e. ? Si ens diuen que la funció d'autocorrelació de les mostres del procés estacionari $y(n)$ és

$$R_{YY}(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 1/2 & n = \pm 1 \\ 0 & \text{altrament,} \end{cases}$$

determineu els coeficients de predicció del predictor MMSE de segon ordre i l'error quadràtic mitjà mínim corresponent. Quin seria el guany de processament $G_P = \sigma_y^2/\sigma_D^2$ d'un sistema DPCM que utilitzés el predictor anterior. (NOTA: $\int_0^\infty y^n\, e^{-ay} dy = n!/a^{n+1}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$)

(3.5 punts)