

PROBLEMES ESTADÍSTICA ENGINYERIA

DISTRIBUCIONS DE PROBABILITAT DISCRETES NOTABLES

1) Un estudiante contesta a una prueba con 20 cuestiones. Cada una de ellas admite diez respuestas posibles, de las cuales sólo dos son verdaderas. El cuestionario se cumplimenta eligiendo sólo una de las diez opciones. ¿Cuál es la probabilidad de responder mal a las 20 preguntas? ¿Cuál es la probabilidad de responder bien a 5? ¿Cuál es la probabilidad de responder bien a más de 5? ¿Cuál es el valor esperado y la varianza de las respuestas correctas?

2) Un pequeño hotel rural dispone de 10 habitaciones. El departamento de reservas hace 12 reservas al día porque sabe que la probabilidad de que cada una de ellas falle es del 25%. Las reservas se realizan de forma independiente.

- a) Hallar la probabilidad de que en un día elegido al azar no tenga suficientes habitaciones para atender todas las reservas. (Indica claramente la variable que utilizas y el tipo de distribución que sigue la variable.)
- b) Hallar la probabilidad de que en un día elegido al azar no llene todas las habitaciones.
- c) Hallar la probabilidad de que en un fin de semana largo (3 días) no le falten habitaciones ningún día.

3) Por una larga experiencia se ha estimado que el promedio de errores tipográficos al componer un libro es de 2 por cada 20 páginas.

- a) Hallar la probabilidad de que en un libro de 100 páginas existan a lo sumo 10 erratas.
- b) Hallar la probabilidad de que en un libro de 50 páginas existan más de 15 erratas.
- c) Hallar la probabilidad de que el número de erratas de una publicación de 10 páginas sea mayor o igual que 2 y menor o igual que 4.

4) En promedio llegan 2.4 clientes por minuto al mostrador de una compañía aérea durante el período de máxima actividad. Asumir que el número de llegadas es Poisson.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue nadie en un minuto?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan más de tres llegadas en un minuto?

¹Sol.: $X = \text{"número de respuestas correctas"}$, $P_X(0) = 0.0115$, $P_X(5) = 0.1746$, $E(X) = 4$, $Var(X) = 3.2$

²Sol.: a) 0.0317, b) 0.6093, c) 0.9079

³Sol.: a) 0.5830, b) 0.0001, c) 0.2605

⁴Sol.: a) 0.0907, b) 0.2213

5) Una cadena de producción da salida a 10000 unidades diarias, el número medio de unidades incorrectas es 200. Una vez al día, se inspecciona un lote de 100 unidades. Determinar la probabilidad de que el lote contenga más de 3 unidades incorrectas

a) Utilizando la distribución binomial.

b) Utilizando la aproximación de Poisson.

6) Los taxis llegan aleatoriamente (según un proceso Poisson) a la terminal de un aeropuerto con un ritmo medio de un taxi cada 3 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que el último pasajero de una cola de 4 tenga que esperar un taxi más de un cuarto de hora?

7) En una planta de fabricación de circuitos integrados, la proporción de circuitos defectuosos es p . Supongamos que la incidencia de circuitos defectuosos es completamente aleatoria.

a) Determinar la distribución del número X de circuitos aceptables producidos antes del primer circuito defectuoso.

b) ¿Cuál es la longitud media de una cadena de producción exitosa? si $p = 0.05$.

8) Un servidor de mensajería esta en funcionamiento. Los clientes acceden a él de forma independiente. La probabilidad de que el servidor caiga cuando accede el cliente es p . Calcular la distribución de probabilidad del número de clientes a los que se dará servicio antes de que el servidor caiga.

a) Calcular el valor esperado y la varianza de esta variable.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se de servicio a más de 1000 clientes sin que se caiga el servidor?

9) Un sistema informático dispone de un sistema de seguridad compuesto por tres claves de 3 dígitos (del 0 al 9) cada una. Para entrar en el sistema hay que averiguar la primera clave, luego la segunda y por último la tercera. Un pirata informático intenta entrar ilegalmente en el sistema, para ello va introduciendo al azar distintas claves de forma independiente, olvidando las que ha introducido antes. Calcular el valor esperado y la varianza del número de intentos antes de romper el sistema.

Comparar el resultado anterior cuando se ataca el sistema de forma similar pero cuando el sistema de seguridad sólo consta de una clave de 9 dígitos. ¿Cuál es el sistema más seguro, desde el punto de vista del número de intentos necesarios para violarlo?

10) La probabilidad de que una cajero automático se estropee en una operación es $p = 0.001$. Responder a las siguientes cuestiones:

⁵Sol.: a) (0.1410) ; b) (0.1429)

⁶Sol.: (0.265)

⁷Sol.: b) (19)

⁸Sol.: a) ($\frac{q}{p}$; $\frac{q^2}{p}$) b) (q^{1001})

- a) ¿Cuál es el número esperado de operaciones correctas hasta el primer error?
- b) ¿Cuál es la varianza del número de operaciones correctas hasta el primer error?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de operaciones consecutivas correctas sea mayor o igual que 100?

¹⁰Sol.: a) 999, b) 999000, c) 0.9048