1 Matrius

Prob 1.1 Donades les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Trobau $A+B+C$, ABC, $2A+BC$, $3A+2B-C$.

b) Resoleu les equacions $AB^tC + 2X = 3B + 2A$, $2A + BC^t - 3X = 3A - AC$

Prob 1.2 Resoleu el següent sistema d'equacions matricials, on X i Y són matrius sobre $\mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{rcl} 2X - 3Y & = & \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \\ 3X - 2Y & = & \begin{pmatrix} -5 & 2 & -1 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix} \end{array}\right\}$$

Prob 1.3 Calculau tots els productes possibles entre les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Prob 1.4 Calculau el rang de les matrius següents utilitzant el mètode de Gauss:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \\ 1 & 5 & 15 & 35 \end{pmatrix}; \ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 12 & 8 & -6 \\ 1/2 & 3 & 1 & -1 \\ 3/2 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \ E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \ F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & a & a \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} a & b & a & b \\ -a & b & -a & b \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Prob 1.5 Demostrau per inducció que

$$2 + 6 + 18 + \ldots + 3^{n-1}.2 = 3^n - 1$$

(Control, curs 05/06)

Prob 1.6 Trobau A^n per a $n \geq 1$ on

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Prob 1.7 Siguin A, B dues matrius quadrades d'ordre n tals que $AB - BA = I$, demostrau que per a qualsevol $m \geq 1$ es verifica $A^mB - BA^m = mA^{m-1}$.