

a) $\overline{\overline{z}} = z$ b) $\overline{z + \omega} = \overline{z} + \overline{\omega}$
c) $\overline{z \cdot \omega} = \overline{z} \cdot \overline{\omega}$ d) $z \cdot \overline{z} \geq 0$

a) $|\bar{z}| = |z|$ b) $|z \cdot \omega| = |z| \cdot |\omega|$
c) $|\operatorname{Re} z| \leq |z|$ d) $|\operatorname{Im} z| \leq |z|$
e) $|z + \omega| \leq |z| + |\omega|$

$$2\sqrt{3}-2i, \quad 5i, \quad -\sqrt{3}-i, \quad -4+4\sqrt{3}i, \quad 1+i$$

a) $z = i$ b) $z = -2 - 2i$ c) $z = 2$
d) $z = 1 + i$ e) $z = 1 - i$ f) $z = -1 + i$

a) $z = 3 e^{i\frac{\pi}{4}}$ b) $z = 2 e^{i\frac{\pi}{3}}$ c) $z = 6 e^{i\frac{5\pi}{3}}$
d) $z = e^{i\frac{\pi}{6}}$ e) $z = 8 e^{i\frac{\pi}{2}}$ f) $z = 4 e^{i\pi}$

a) $4x^2 + 48x + 169 = 0$ b) $4x^2 - 12x + 25 = 0$
c) $x^2 + 49 = 0$ d) $x^2 + 16 = 0$
e) $x^2 + 2x - 5 = 0$ f) $3x^2 - x - 10 = 0$

7 Si $z = 3 + 2i$ i $\omega = 5 - i$, comprovau les propietats següents:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & e^{z+\omega} = e^z \cdot e^\omega \\ \text{b)} & e^{-z} = \frac{1}{e^z} \\ \text{c)} & \overline{e^z} = e^{\bar{z}} \\ \text{d)} & e^z = e^{z+2\pi i} \end{array}$$

8 Provau que si $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = 4 + 5i$, aleshores $(z_1 \cdot z_2)^2 = z_1^2 \cdot z_2^2$

9 Efectuau les operacions següents amb nombres complexos:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & (1 - i + i^2)(2i - 1)^2 \\ \text{b)} & (2 + 3i)^5 \\ \text{c)} & \frac{i^{15} - i^{16}}{2 - i} \\ \text{d)} & \frac{(1 + i + \dots + i^{62})}{2 - i} \end{array}$$

10 Determinau el conjunt de tots els $x, y \in \mathbb{R}$ tals que:

$$\text{a)} \quad x + iy = |x - iy| \quad \text{b)} \quad x + iy = (x - iy)^2 \quad \text{c)} \quad x + iy = \sum_{k=0}^{100} i^k$$

11 Determinau els conjunts següents:

$$\text{a)} \quad \{z \in \mathcal{C} : 1 + e^z = 0\} \quad \text{b)} \quad \{z \in \mathcal{C} : \frac{1}{e} - e^z = 0\} \quad \text{c)} \quad \{z \in \mathcal{C} : 1 + i - e^z = 0\}$$

12 Determinau les arrels complexes

$$\sqrt[3]{-5i}, \quad \sqrt[4]{-\sqrt{3} + i}, \quad \sqrt[5]{4 - 4\sqrt{3}i}, \quad \sqrt[6]{1 + i}, \quad \sqrt[3]{-1}$$

13 Determinau tots els $z \in \mathcal{C}$ tals que $z^4 + i = 0$ i tots els $z \in \mathcal{C}$ tals que $z^8 = 1$.

14 Sigui $z = 1 + i$. Calculau els conjunts de valors de $(\sqrt[n]{z})^m$ i $\sqrt[n]{z^m}$ per als casos següents:

$$\text{a)} \quad m = 4, \quad n = 2 \quad \text{b)} \quad m = 3, \quad n = 2$$

Nota. Siguin m i n dos nombres naturals i z un nombre complex distint de 0. Llavors el nombre de valors distintos de $(\sqrt[n]{z})^m$ és $\frac{n}{d}$, on $d = \text{mcd}(m, n)$.