

PROBLEMES ESTADÍSTICA ENGINYERIA VARIABLE ALEATÒRIA DISCRETA

En els problemes següents, (1 a 9) determinau la funció de probabilitat i la de distribució de totes les variables aleatòries que apareixen.

1) Considerem l'experiment consistent en llançar simultàniament dos daus; repetim l'experiment 2 vegades. Sigui X la variable aleatòria que dóna el nombre de llançaments en què els dos daus han mostrat un nombre parell. Sigui Y la variable aleatòria que dóna el nombre de llançaments en què la suma dels dos daus ha donat un nombre parell.

2) Suposem que tenim un estoc de 10 peces, de les quals sabem que n'hi ha 8 del tipus I i 2 del tipus II; n'agafam dues a l'atzar. Sigui X la variable aleatòria que dóna el nombre de peces del tipus I que hem agafat.

3) Suposem que un alumne realitza el tipus d'examen següent: El professor li va formulant preguntes fins que l'alumne en falla una (no vos demaneu com se l'avalua, ni jo ho sé). La probabilitat que l'alumne encerti una resposta qualsevol és 0.9 (examen fàcil). Sigui X la variable aleatòria que dóna el nombre de preguntes formulades a l'alumne. Quin és el nombre més probable de preguntes formulades?

4) Considerem dos canons que van disparant alternativament cap a un mateix objectiu. El primer canó té una probabilitat d'encert igual a 0.3 i el segon igual a 0.7. El primer canó comença la sèrie de llançaments i no s'aturen fins que un dels dos encerta el blanc. Sigui X la variable aleatòria que dóna el nombre de projectils llançats pel primer canó i Y el nombre de llançaments fets pel segon canó.

5) El mateix problema anterior, calculau la probabilitat de la variable aleatòria X que dóna el nombre de projectils llançats pel primer canó condicionat a que guanya i Y és la variable aleatòria que dóna el nombre de projectils llançats pel segon canó condicionat a que guanya.

6) Suposem que se fa una tirada de 100.000 exemplars d'un determinat llibre. La probabilitat d'una enquadernació incorrecta és 0.0001. Quina és la probabilitat que hi hagi 5 llibres de la tirada mal enquadernats?

7) Dos companys d'estudis se troben en un conegut pub i decideixen jugar a dards d'una manera especial: llançaran consecutivament un dard perhom fins que un dels dos encerti el triple 20. El que llança en primer lloc té una probabilitat 0.7 d'encertar-lo i el que ho fa en segon lloc, una probabilitat 0.8. Sigui X la variable aleatòria que dóna el nombre total de llançaments de dards fets pels dos companys.

8) Un examen tipus test consta de 5 preguntes amb 3 possibles opcions cadascuna, de les quals només una és la correcta. Un alumne contesta a l'atzar les 5 qüestions. Sigui X la variable aleatòria que dóna el nombre de punts obtinguts per l'alumne:

a) Si les respostes errònies no resten punts.

b) Si cada resposta errònia resta 1 punt.

9) Un coche tiene que pasar por cuatro semáforos. En cada uno de ellos el coche tiene la misma probabilidad de seguir su marcha que de detenerse. Sea X la variable aleatoria que cuenta número de semáforos que pasa el coche sin detenerse.

10) Calcular la esperanza y la varianza de todas las variables que aparecen en los problemas anteriores.

11) Un individuo quiere invertir un capital de medio millón de euros en un negocio que tiene una rentabilidad del 50%, pero con el riesgo de perder toda la inversión. Su asesor financiero le informa que este negocio tiene una probabilidad de ser rentable del 0.8 ¿Cuál es el beneficio esperado?

12) Un juego se dice justo si la ganancia esperada de cada jugador es 0. Dos jugadores A y B tiran un dado por turnos, y gana el primero que obtiene un 5. Cada jugador apuesta una cantidad c_j ($j = 1, 2$), y el total se lo queda el ganador. Si suponemos que comienza a jugar A ¿qué relación tienen que verificar c_1 y c_2 para que el juego sea justo?

13) Se venden 5000 billetes de lotería a 1 euro. cada uno, para un sorteo con un premio de 3000 euros ¿Cuál es la ganancia (pérdida) esperada de una persona que compra tres billetes?

14) Dos personas juegan a cara o cruz, y han decidido continuar la partida hasta que se obtengan como mínimo 3 caras y 3 cruces. Hallar la probabilidad de que el juego no se acabe en 10 tiradas o menos y el número esperado de tiradas.

15) Sea X la variable que nos da la puntuación obtenida al lanzar un dado. Calcular la distribución de las variables $Y = X^2$, $Z = X^2 - 6X + 6$. Calcular las esperanzas y las varianzas de las variables Y y Z .

16) Un contratista estima la probabilidad del número de días necesarios para concluir un proyecto como indica la tabla siguiente:

Tiempo (en días)	1	2	3	4	5
Probabilidad	0.05	0.20	0.35	0.30	0.10

- ¿Cuál es la probabilidad de que un proyecto elegido aleatoriamente necesite de tres días para su conclusión?
- Hallar el tiempo esperado necesario para acabar un proyecto.
- Hallar la desviación típica del tiempo necesario para terminar un proyecto.
- El coste del proyecto se divide en dos partes: un coste fijo de dos mil euros, más 200 euros por cada día de duración del proyecto. Hallar la media y la desviación típica del coste total del proyecto.

¹¹Sol.: (100000)

¹²Sol.: $6c_2 = 5c_1$

¹³Sol.: (-1.20 euros)

¹⁴Sol.: $\frac{7}{64} = 0.109375$; $E(X) = \frac{63}{8}$.

¹⁶Sol.: a) 0.35, b) 3.2, c) 1.0296, d) 2640; 205.912

17) Una tienda vende paquetes de caramelos. El número de caramelos por paquete varía tal como indica la tabla adjunta.

caramelos	97	98	99	100	101	102	103
probabilidad	0.05	0.14	0.21	0.29	0.20	0.09	0.02

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete elegido al azar tenga 101 o más caramelos?
b) Halla el número esperado de caramelos por paquete y la desviación típica.
c) El coste en la elaboración de un paquete de caramelos viene dada por una cantidad fija de 2.00 euros más 0.05 euros por cada caramelo. Cada paquete de caramelos cuesta 10.00 euros (independientemente del número de caramelos que contiene). Halla la media y la desviación típica del beneficio por paquete.

¹⁷Sol.: a) 0.31, b) $E(X) = 99.8$, $d.t.(X) = 1.386$, c) $E(B) = 3.01$, $d.t.(B) = 0.069$.