

# Fonament i Aplicacions del Processament Digital dels Senyals

## Grau de Telemàtica

### Examen Juny 2012

#### Problema 1 .

Sigui  $\mathcal{T}$  un sistema LTI amb resposta impulsional donada per

$$h[n] = \begin{cases} a^n & \text{si } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

on  $a \in \mathbb{C}$ .

- Es tracta d'un sistema causal?
- Es tracta d'un sistema IIR o FIR?
- Determinau la sortida del sistema quan s'excita amb l'esglaió unitari  $u[n]$ .
- Discutiú l'estabilitat del sistema en funció del paràmetre  $a$ .

#### Problema 2 .

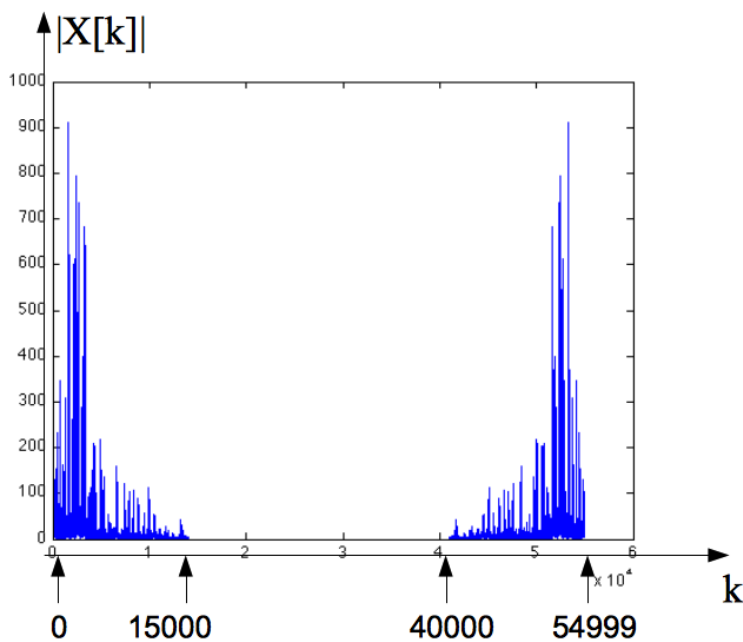
Considerau un sistema LTI causal IIR recursiu definit per la següent equació:

$$y[n] - y[n-1] + 4y[n-2] - 4y[n-3] = x[n] - \frac{1}{4}x[n-2]$$

- Dibuixau les formes directa i canònica del sistema.
- Calculau la funció de transferència del sistema  $H(z)$ .
- Dibuixau el diagrama de zeros i pols i justifiqueu si el sistema és estable o no.
- Calculau la resposta impulsional del sistema  $h[n]$ .

#### Problema 3 .

La següent figura representa el mòdul de la DFT d'un senyal digital  $x[n]$ , obtingut per discretització amb  $N = 55000$  mostres d'un senyal continu, amb una freqüència de mostreig  $F_s = 11025$  Hz.



- a) Pensau que  $x[n]$  és un senyal real? Per què?
- b) Pensau que s'ha produït aliasing quan s'ha mostrejat el senyal continu? Per què?
- c) Pensau que es podria submostrejar  $x[n]$  amb un factor de submostreig 2 (és a dir, obtenir  $x_{subm}[n] = x[2n]$ ) sense que es produís aliasing? Per què?
- d) A quin rang de freqüències contínues (en Hz) corresponen els valors de  $X[k]$  compresos entre  $k = 5000$  i  $k = 10000$ ?
- e) Quina és l'amplada de banda del senyal (la freqüència contínua, en Hz, major que conté el senyal)?
- f) Si volguéssim eliminar la component espectral amb freqüència contínua (aproximada) 1000 Hz, per a quins valors de  $k$  hauriem de fer  $X[k] = 0$ ?
- g) Si reconstruïm el senyal amb una freqüència de mostreig doble de l'original obtindrem un senyal de sortida més ràpid o més lent que l'original? Justificau la resposta.
- h) Si reconstruïm el senyal amb una freqüència de mostreig doble de l'original l'amplada de banda del senyal de sortida serà major o menor que l'original? Justificau la resposta.

#### Problema 4 .

Volem dissenyar un filtre FIR causal real de fase lineal amb el menor nombre de mostres possible que atenuï totalment les freqüències discretes  $\omega = \pi/4$  i  $\omega = 0$  (és a dir  $X(\omega) = 0$  per a  $\omega = \pi/4$  i  $\omega = 0$ ).

- a) Dibuixau el diagrama de zeros i pols del filtre.
- b) Calculau la funció de transferència  $H(z)$  del filtre.
- c) Calculau la resposta freqüencial  $H(\omega)$  del filtre i calculau la seva fase.
- d) Calculau la resposta impulsional  $h[n]$  del filtre i digau de quin tipus de filtre FIR es tracta (I, II, III o IV).
- e) Calculau la resposta del filtre al senyal d'entrada  $x[n] = \{1, 0, -1\}$ .

Duració de l'examen: 4 hores.