24 Calculau les derivades parcials de les següents funcions

a) $f(x,y,z) = \sin xy + \cos yz$ *b*) $f(x,y,z) = xe^{yz}$

c) $f(x,y,z) = e^{xyz}\sin(xy)\cos(2xz)$ *d*) $f(t,u,v) = \sec(tu) + \arcsin(tv)$

25 Calculau la matriu jacobiana de les següents funcions:

a) $f(x,y) = (x^2y, xy, xy^2)$ *b*) $f(x,y,z) = (xe^{yz}, ye^{xz}, ze^{xy})$

26 Calculau les derivades parcials de la funció:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2y}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

27 Estudiau l'existència de les derivades direccionals de la funció $f(x,y,z) = x\sqrt{y^2+z^2}$ en el punt $(0,0,0)$.

28 De les següents funcions de n-variables calculau les seves derivades parcials:

a) $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}$

b) $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sin(x_1 + 2x_2 + \ldots + nx_n)$.

29 Calculau $D_v f(P)$ on v és el vector unitari en la direcció $\vec{PQ}$. Utilitzau el fet que la funció és diferenciable.

a) $f(x,y,z) = x^2 + 3xy + y^2 + z^2$; $P = (1,0,2)$, $Q = (-1,3,4)$.

b) $f(x,y,z) = e^x \cos y + e^y \sin z$; $P = (2,1,0)$, $Q = (-1,2,2)$.

30 Per cada una de les següents funcions, trobau la direcció en la qual la derivada direccional és màxima:

a) $f(x,y) = \ln(x^2 + 2y^2)$ a $(1,-2)$ b) $f(x,y,z) = \sin xy - \cos xz$ a $(\pi, 1, 1)$

31 Trobau l'equació del pla tangent a la superfície donada en el punt indicat

$$a)\ z = x^2 + 4y^2, \quad (2, 1, 8) \qquad b)\ z = 5 + (x-1)^2 + (y+2)^2, \quad (2, 0, 10)$$

32 Siguin f, g funcions reals de variable real derivables a tot $I\!R$, aleshores calculau $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ i $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ de les funcions:

$$a)\ z = f(x) + g(y) \qquad b)\ z = f(x)g(y)$$

$$c)\ z = f(xy) \qquad d)\ z = f(ax + by).$$

33 Utilitzau la regla de la cadena per calcular les derivades indicades:

$$f(x, y) = x^2 + xy,\ x = ve^u,\ y = ue^v \qquad \frac{\partial f}{\partial u},\ \frac{\partial f}{\partial v}$$

34 Trobau totes les derivades parcials de segon ordre de les funcions:

$$a)\ f(x, y) = x^2 y + x\sqrt{y}, \qquad b)\ f(x, y) = \sin(x + y) + \cos(x - y)$$

35 Trobau, en cada cas, la derivada parcial indicada:

$$a)\ f(x, y) = x^2y^3 - 3x^4y;\ f_{xxx} \quad b)\ f(x, y, z) = x^5 + x^4y^4z^3 + yz^2;\ f_{xyz},\ f_{yxz},\ f_{zyx}$$

36 Demostrau que la funció $z = y\,\varphi(x^2 - y^2)$ satisfà l'equació

$$\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$$

37 Trobau els màxims i mínims relatius de les funcions:

a) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2$ b) $f(x, y) = x^4 + y^4 + \dfrac{1}{x^4y^4}$

38 Determinau els extrems absoluts de la funció $f(x, y) = xy(1 - x^2 - y^2)$ en el quadrat $[0, 1] \times [0, 1]$.