

SEGON PARCIAL I FINAL DE FONAMENTS MATEMÀTICS II.
TELEMÀTICA (JUNY 2002)

P1.- Sigui $\mathbb{R}_2[x] = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ l'espai vectorial dels polinomis de grau ≤ 2 amb coeficients reals. Sigui el subconjunt U de $\mathbb{R}_2[x]$: $U = \{ax^2 + bx + c \mid a + 2b - c = 0\}$.

- a) Demostrau que U és un subespai vectorial de $\mathbb{R}_2[x]$. (0.5 pt.)
- b) Trobau una base de U . (0.75 pt.)
- c) Estendre la base de U a una base de $\mathbb{R}_2[x]$. (Indicació: els polinomis $\{1, x, x^2\}$ són base de $\mathbb{R}_2[x]$) (0.75 pt.)

P2.- Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Trobau l'aplicació lineal f que té la matriu A com a matriu associada en la base canònica (inicial i final). (0.5 pt.)
- b) Trobau les bases de $Im f$ i $Ker f$. (0.5 pt.)
- c) És f un isomorfisme? Justificau la resposta. (0.5 pt.)

P3.- Sigui $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'aplicació definida com $f(x, y, z) = (x, x + 2y - 3z, x - y)$.

- a) Demostrau que f és una aplicació lineal. (0.25 pt.)
- b) És el vector $(0, 2, 2)$ un vector propi de f ? (0.25 pt.)
- c) Trobau una base de \mathbb{R}^4 tal que la matriu associada a f en aquesta base sigui diagonal. (1 pt.)

P4.- Amb el propòsit d'aconseguir que una placa de circuits funcioni, es col·loquen en ella set xips idèntics. Per augmentar la seva fiabilitat s'afegeix un xip addicional del mateix tipus, de forma que el disseny de la placa fa que si un dels set xips falla és substituït automàticament pel xip addicional.

- a) Calculeu la probabilitat p_b que la placa funcioni en funció de la probabilitat p que cada xip funcioni. (0.7 pt.)
- b) Suposem que n plaques d'aquest tipus estan operant en paral·lel, i que es requereix una probabilitat del 99,9% que almenys una d'elles funcioni correctament. Quantes plaques necessitem? (donau el resultat en funció de p). (0.7 pt.)

P5.- Sigui X una v.a. absolutament contínua amb funció de distribució $F_X(x)$ estrictament creixent.

- a) Calculeu la funció de densitat i de distribució de la v.a. $Y = F_X(x)$. (1 pt.)
- b) Calculeu $E(Y)$ i $Var(Y)$. (0.5 pt.)

P6.- Suposem que el temps d'execució T d'una determinada tasca segueix una llei $U(0, 200)$. Un dispositiu processa de forma independent 100 d'aquestes tasques.

1. Sigui X_t la v.a. que dona el nombre de tasques entre les 100 que superen un temps t . Calculeu la funció de probabilitat de X_t . (0.7 pt.)
2. Sigui Y la variable aleatòria que ens dona el temps de duració de la tasca més curta. Calculeu la funció de distribució de Y . (0.7 pt.)
3. Calculeu $E(Y)$ i $Var(Y)$. (0.7 pt.)