

# Tema 5. Filtres digitals

## Introducció

La paraula ‘filtre’ és equivalent a la paraula ‘sistema’, és a dir, fa referència a qualsevol procés que modifica les característiques d’un senyal d’entrada per donar lloc a un senyal de sortida. Però en parlar de ‘filtres’ feim èmfasi en que es tracta de sistemes que eliminen o atenuen (filtren) certes característiques específiques dels senyals d’entrada mentre conserven o amplifiquen unes altres.

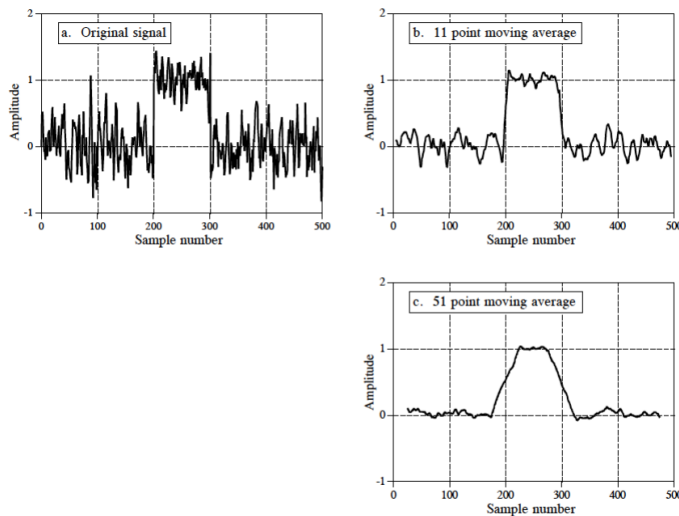
Aquest **filtratge** pot ésser a nivell **temporal**, quan s’actua directament sobre els valors temporals del senyal d’entrada, o bé a nivell **freqüencial**, quan es modifica directament l’espectre freqüencial del senyal. En tot cas, donat que els nivells temporal i freqüencial dels senyals estan intimament lligats (mitjançant la transformada de Fourier), tota actuació a nivell temporal té conseqüències a nivell freqüencial i viceversa.

Exemples: eliminació de renou amb filtre temporal, eliminació d’interferència (xiulet) amb filtratge freqüencial

## Filtres lineal i no lineals

En temes anteriors hem estudiat un tipus particular de sistemes anomenats **LTI** (lineals i invariants amb el temps). El motiu és que es pot fer un estudi sistemàtic del seu comportament. Simplement analitzant la seva resposta davant un impuls unitari (**resposta impulsional**) es pot calcular la sortida a qualsevol senyal d’entrada (utilitzant l’operació de convolució). Per aquest motiu, la majoria de filtres que s’utilitzen en la pràctica són de tipus LTI. Un exemple és el filtre de mitjana (veure figura). No obstant, en segons quins casos és possible utilitzar filtres no lineals. Un exemple de filtre no lineal és el filtre de mediana.

### Filtre de mitjana temporal

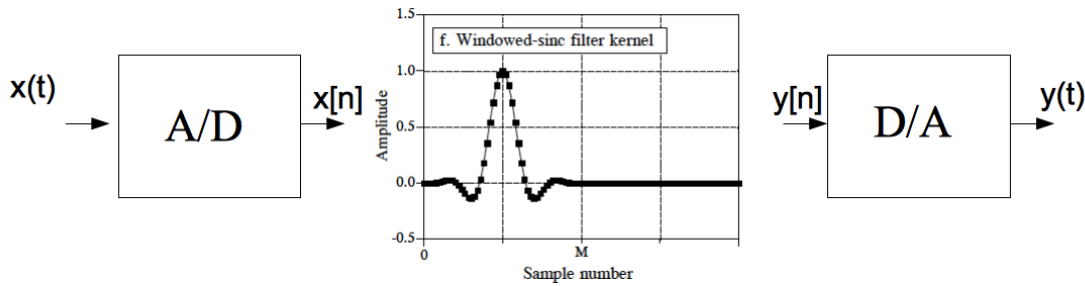
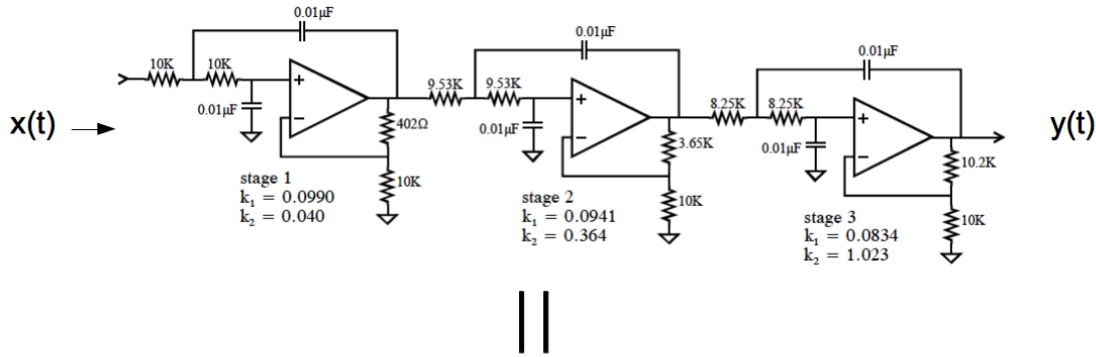


Font: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing S.W. Smith

## Filtres analògics i digitals

Si aplicam correctament (evitant aliasing) les operacions de conversió A/D i D/A, per qualsevol filtre analògic (circuit electrònic) podem crear el seu equivalent filtre digital (algoritme executat per un processador). La següent figura mostra un exemple:

## Filtratge analògic i filtratge digital



Font: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing S.W. Smith

## Filtres FIR i IIR

Una manera de classificar els filtres LTI és en funció del nombre de mostres que componen la seva resposta impulsional. Si aquest nombre és finit es diu que són filtres FIR (resposta impulsional finita) i en cas contrari es parla de filtres IIR (resposta impulsional infinita). En principi, pot semblar que només els filtres FIR es poden implementar en la pràctica. No obstant, hi ha un tipus especial de filtres IIR que es poden escriure de forma iterativa com a funció de l'entrada i la sortida. Aquests filtres s'anomenen IIR recursius i sí són realitzables, i a més solen ésser més ràpids que els FIR, la sortida dels quals es calcula per convolució.

## Caracterització temporal dels filtres LTI

Com ja s'ha comentat en temes anteriors els filtres LTI es caracteritzen per la següent relació entre entrada ( $x[n]$ ) i sortida ( $y[n]$ ):

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

on “\*” representa l'operació de **convolució** i  $h[n]$  és la **resposta impulsional** del filtre  $\mathcal{T}$  ( $h[n] = \mathcal{T}(\delta[n])$ ).

Una manera alternativa d'estudiar el comportament temporal del filtre és analitzar la seva resposta a l'esglaó unitari ( $u[n]$ ):

$$h_u[n] = \mathcal{T}(u[n])$$

Tenim que  $h[n] = h_u[n] - h_u[n - 1]$ , ja que  $\delta[n] = u[n] - u[n - 1]$ .

## Paràmetres que caracteritzen la resposta freqüencial d'un filtre

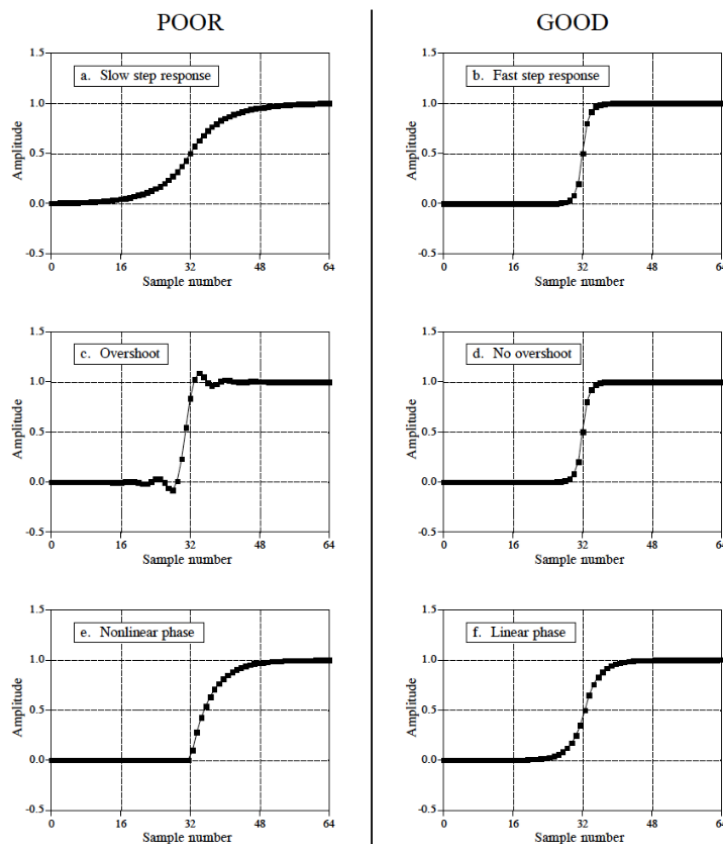
L'estudi de  $h_u[n]$  ens permet veure com es comporta el sistema davant canvis bruscs de l'entrada. Els paràmetres a analitzar de  $h_u[n]$  són (veure figura):

- el temps de resposta
- la saturació (*overshoot*)

- la simetria de la resposta (relacionada amb la linealitat de la fase de la resposta freqüencial, com veurem més endavant)

### Caracterització temporal dels filtres lineals

Font: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing S.W. Smith



### Convulsió i FFT

Una manera pràctica de calcular la convulsió d'un senyal d'entrada  $x[n]$  amb la resposta impulsional d'un filtre LTI  $h[n]$  és amb l'ajut de la propietat de convulsió de la transformada de Fourier:

$$y[n] = TF^{-1}\{X(\omega) \cdot H(\omega)\}$$

on 'TF' fa referència a la **transformada de Fourier en temps discret** i  $X(\omega) = TF\{x[n]\}$  i  $H(\omega) = TF\{h[n]\}$  (la resposta freqüencial del filtre, de la qual parlarem més endavant).

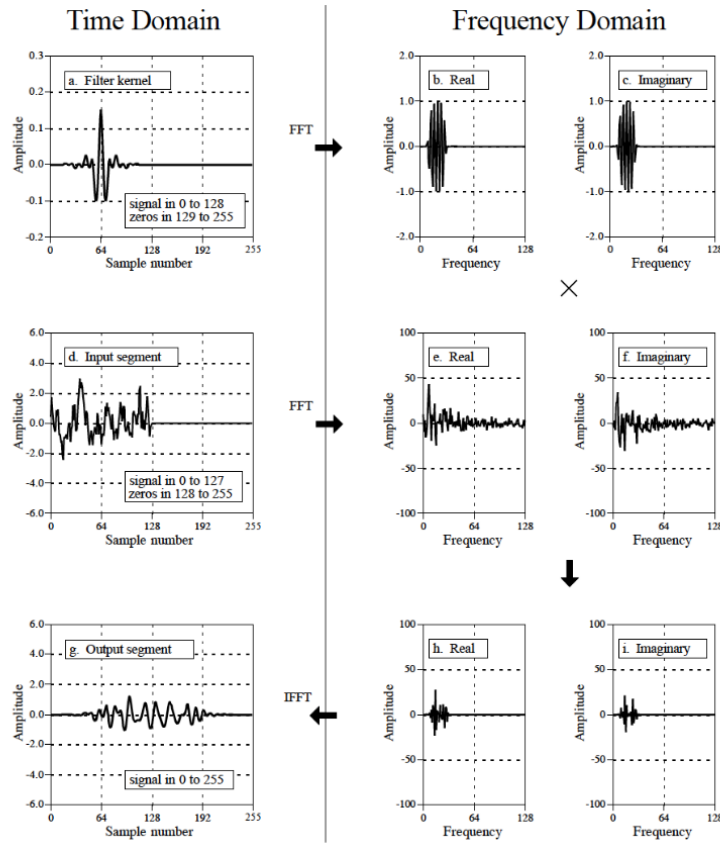
El problema és que, en la pràctica, no es calcula la transformada de Fourier en temps discret, sino la **transformada discreta de Fourier**, que és una versió mostrejada de TF:

$$DFT\{x[n]\} = X[k] = X\left(\frac{2\pi}{N}k\right) \quad \text{on} \quad X(\omega) = TF\{x[n]\}$$

L'ús de la DFT (o la seva implementació algorítmica, la FFT) implica, de manera implícita, considerar que tots els senyals són periòdics, de període igual al nombre de mostres que els descriu. De manera que, quan calculam  $DFT^{-1}\{X[k] \cdot H[k]\}$  el que fem és equivalent a convolucionar les versions periòdiques de  $x[n]$  i  $h[n]$  (a aquesta operació se l'anomena **convulsió circular** de  $x[n]$  i  $h[n]$ ), per tant no és equivalent (en principi) a la convulsió simple dels senyals. Una manera senzilla d'obtenir el resultat desitjat ( $x[n] * h[n]$ ) utilitzant la DFT és afegint zeros als senyals  $x[n]$  i  $h[n]$ , tal com mostra la següent figura:

## Convolució amb la FFT

Font: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing S.W. Smith



## Caracterització freqüencial dels filtres LTI

Per a estudiar el comportament freqüencial dels sistemes LTI s'analitza la sortida d'aquests sistemes quan l'entrada és un to pur (una exponencial complexa o una sinusoide).

En general, la sortida d'un sistema LTI amb resposta impulsional  $h[n]$  quan s'excita amb una entrada  $x[n]$  és

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$$

En el cas que l'entrada sigui una exponencial complexa  $x[n] = Ae^{j\omega n}$ :

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]Ae^{j\omega(n-k)} = \left( \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]e^{-j\omega k} \right) Ae^{j\omega n} = H(\omega)Ae^{j\omega n}$$

on  $H(\omega)$  és la transformada de Fourier de  $h[n]$ . Aquesta transformada existeix si el sistema és estable (és a dir, si  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| < \infty$ ).

Si escrivim  $H(\omega)$  en funció del seu mòdul i la seva fase ( $H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\Theta(\omega)}$ ) llavors

$$y[n] = A|H(\omega)|e^{j(\omega n + \Theta(\omega))} \quad (1)$$

Si  $h[n]$  pren valors reals  $|H(\omega)|$  és una funció parell ( $|H(\omega)| = |H(-\omega)|$ ) i  $\Theta(\omega)$  és una funció imparell ( $\Theta(\omega) = -\Theta(-\omega)$ ). En aquest cas la resposta a una sinusoide (sinus o cosinus) és:

$$\begin{aligned} y[n] &= h[n] * A \cos(\omega n) = A|H(\omega)| \cos(\omega n + \Theta(\omega)) \\ y[n] &= h[n] * A \sin(\omega n) = A|H(\omega)| \sin(\omega n + \Theta(\omega)) \end{aligned} \quad (2)$$

La conclusió d'aquesta anàlisi és que la resposta d'un sistema LTI davant un senyal sinusoidal ve totalment caracteritzada per  $|H(\omega)|$  i  $\Theta(\omega)$ .  $|H(\omega)|$  determina l'amplificació ( $|H(\omega)| > 1$ ) o atenuació ( $|H(\omega)| < 1$ ) de l'amplitud de la sinusoide, mentre que  $\Theta(\omega)$  determina el desplaçament de fase.  $H(\omega)$  rep el nom de **resposta freqüencial** del sistema.

**Exemple:** Determinau la resposta del sistema amb resposta impulsional  $h[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$  al senyal d'entrada  $x[n] = 10 - 5 \sin \frac{\pi}{2} n + 20 \cos \pi n$

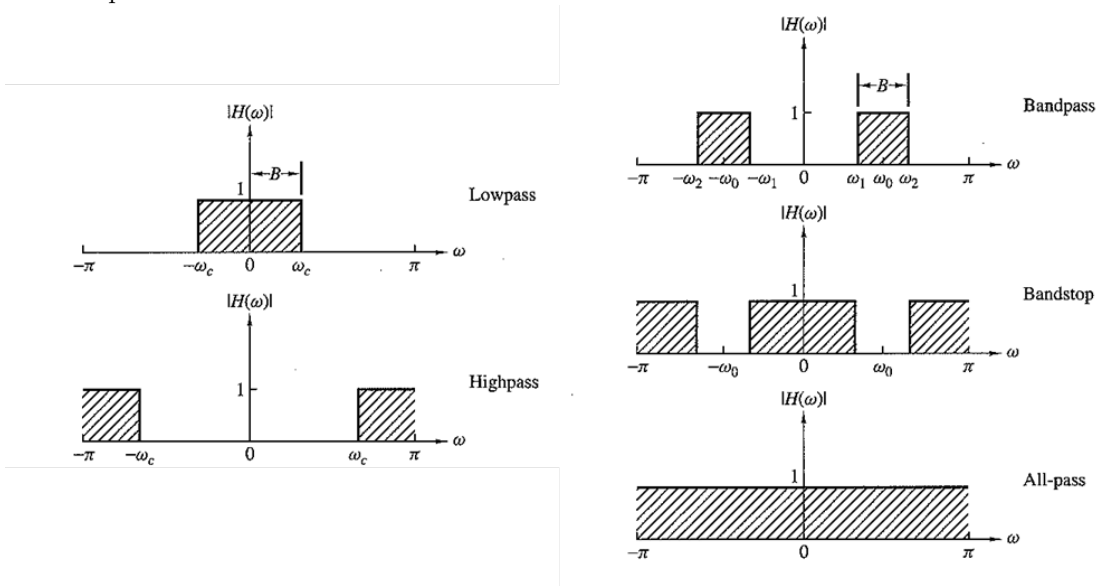
### Classificació dels filtres en funció de la seva resposta freqüencial

Es parla de filtres freqüencials quan ens referim als sistemes que permeten passar (amb poca o cap atenuació) senyals d'unes determinades freqüències (**banda de pas**) i que atenuen (total o parcialment) senyals d'altres freqüències (**banda de stop**).

Els **filtres ideals** són aquells que atenuen totalment una banda de freqüències i deixen passar sense modificació una altra banda de freqüències. La magnitud de la seva resposta freqüencial es de la forma:

$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

En funció dels valors de  $\omega_1$  i  $\omega_2$  es parla de filtres passa-baix, passa-banda, passa-alt, de banda eliminada o passa-tot:



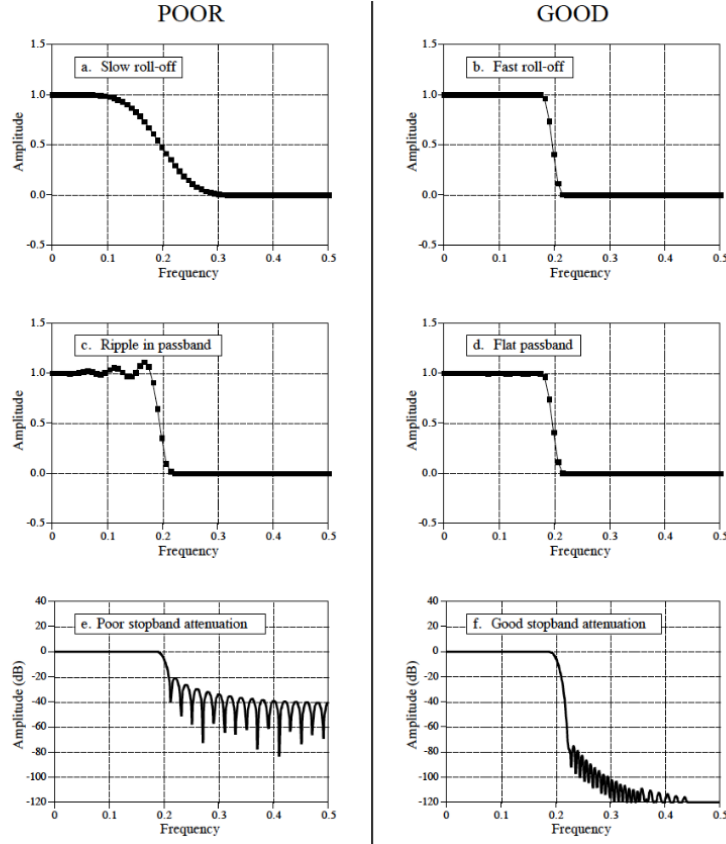
### Paràmetres que caracteritzen la resposta freqüencial d'un filtre

L'estudi de  $H(\omega)$  ens permet veure com es comporta el filtre davant les diferents freqüències que componen el senyal d'entrada. Els paràmetres a analitzar de  $H(\omega)$  són (veure figura):

- el decreixement (*roll-off*)
- les oscil·lacions de la banda de pas
- l'atenuació a la banda de stop (en escala logarítmica - dB -)

## Caracterització freqüencial dels filtres lineals

Font: The Scientist and  
Engineer's Guide to  
Digital Signal  
Processing S.W. Smith



## Anàlisi freqüencial de filtres descrits per una funció de transferència racional. Posició de pols i zeros i comportament del filtre

Consideram ara el cas dels sistemes LTI que es poden descriure amb una funció de transferència (transformada Z de la resposta impulsional) racional.

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} = b_0 \frac{\prod_{k=1}^M (1 - z_k z^{-1})}{\prod_{k=1}^N (1 - p_k z^{-1})}$$

Recordem que si la ROC de  $H(z)$  conté el cercle unitat llavors  $H(\omega) = H(z)|_{z=e^{j\omega}}$ , per tant

$$H(\omega) = b_0 \frac{\prod_{k=1}^M (1 - z_k e^{-j\omega})}{\prod_{k=1}^N (1 - p_k e^{-j\omega})}$$

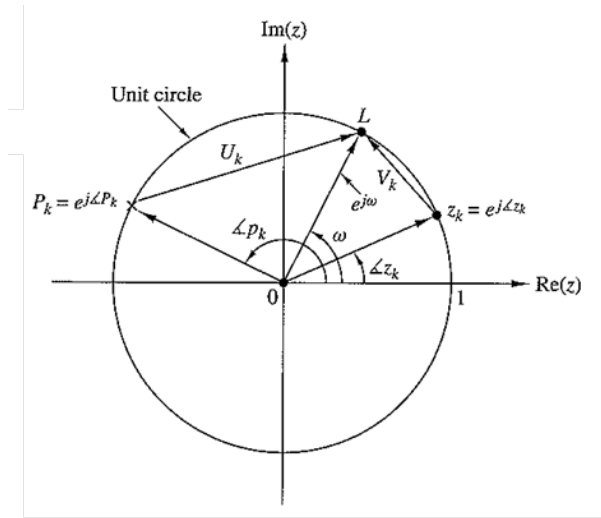
També podem trobar l'expressió de  $|H(\omega)|^2$  en funció de la transformada Z per a sistemes amb  $h[n]$  real:

$$|H(\omega)|^2 = H(\omega)H^*(\omega) = H(\omega)H(-\omega) = H(z)H(z^{-1})|_{z=e^{j\omega}}$$

Per últim, a partir de l'expressió

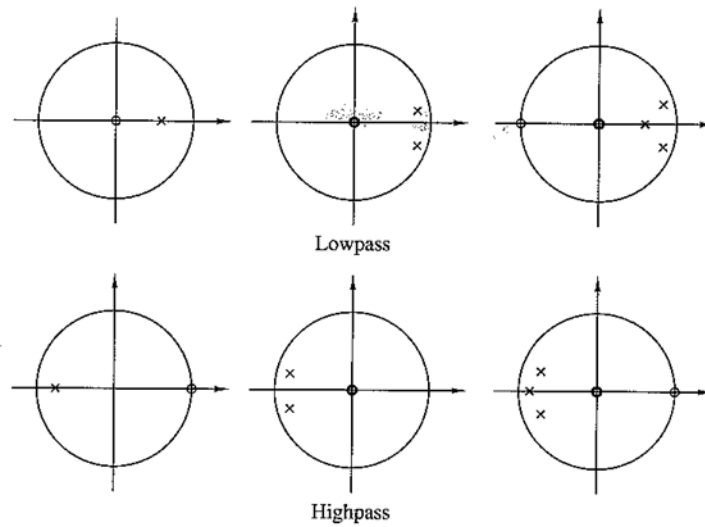
$$H(\omega) = b_0 \frac{\prod_{k=1}^M (1 - z_k e^{-j\omega})}{\prod_{k=1}^N (1 - p_k e^{-j\omega})} = b_0 e^{j\omega(N-M)} \frac{\prod_{k=1}^M (e^{j\omega} - z_k)}{\prod_{k=1}^N (e^{j\omega} - p_k)}$$

podem interpretar la relació entre la posició dels pols i zeros de  $H(z)$  i la resposta freqüencial del sistema. Si  $e^{j\omega} \simeq z_k$  per a algun  $z_k$ , llavors  $H(\omega) \simeq 0$ , per tant els zeros pròxims al cercle unitat fan que la resposta a sinuosides amb freqüència propera al zero sigui petita. En canvi, si  $e^{j\omega} \simeq p_k$  per a algun  $p_k$ , llavors  $H(\omega) \simeq \infty$ , per tant els pols pròxims al cercle unitat fan que la resposta a sinuosides amb freqüència propera al pol sigui gran (veure figura).



**Exemple:** Raonau perquè el sistema descrit per la funció de transferència  $H(z) = \frac{1}{1-0.8z^{-1}}$  té un pic de la magnitud de la resposta freqüencial a  $\omega = 0$ .

A partir de l'anàlisi de la relació entre la posició dels pols i zeros del sistema i la seva resposta freqüencial (veure secció anterior) podem deduir si un sistema és passa-baix, passa-alt o passa-banda observant el seu diagrama de pols i zeros. La figura següent mostra un exemple per als casos dels filtres passa-baix i passa-alt. Aquesta propietat s'utilitza per dissenyar filtres amb un determinat comportament freqüencial.



Per al cas dels filtres passa tot tenim que

$$|H(\omega)| = 1 \quad \forall \omega \quad \text{equivalent a} \quad |H(\omega)|^2 = 1 \quad \forall \omega$$

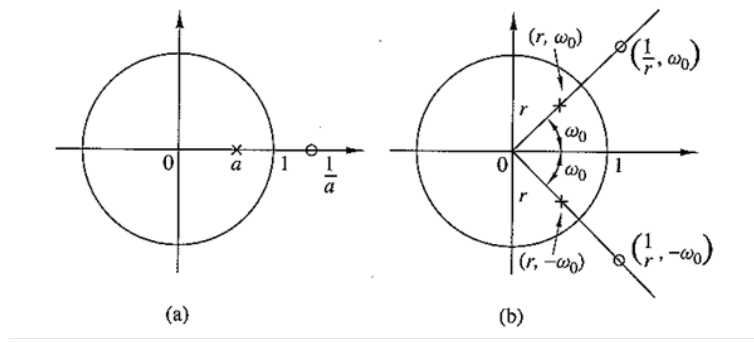
Si la funció de transferència del sistema s'escriu com una funció racional l'anterior relació implica que  $H(z)$  és de la forma

$$H(z) = z^{-N} \frac{A(z^{-1})}{A(z)}$$

ja que llavors

$$|H(\omega)|^2 = H(z)H(z^{-1})|_{z=e^{j\omega}} = z^{-N} \frac{A(z^{-1})}{A(z)} z^N \frac{A(z)}{A(z^{-1})}|_{z=e^{j\omega}} = 1$$

En aquest cas, si  $z_0$  és un pol de  $H(z)$ , llavors  $\frac{1}{z_0}$  ha d'ésser un zero de  $H(z)$  i viceversa. La figura següent mostra dos exemples de diagrames de pols i zeros per a filtres passa-tot.



Un filtre és diu de **fase mínima** si tots els pols i els zeros de la seva funció de transferència es troben a l'interior del cercle unitat.

Si la funció de transferència és de la forma  $H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$  i el filtre és de fase mínima llavors:

- el filtre és estable i causal
- el filtre és **invertible**, és a dir, existeix una funció  $H_I(z)$  tal que  $H(z)H_I(z) = 1$ . En aquest cas  $H_I(z) = \frac{1}{H(z)} = \frac{A(z)}{B(z)}$
- el filtre invers és estable i causal

Una darrera propietat relativa als filtres de fase mínima és que la funció de transferència de qualsevol filtre amb fase no mínima és pot escriure com el producte de les funcions de transferència d'un filtre de fase mínima i un filtre passa tot:

$$H(z) = H_{\min}(z)H_{\text{pt}}(z)$$

En particular, si el filtre és estable i causal amb  $H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$  i  $B(z)$  es pot descomposar com  $B(z) = B_1(z)B_2(z)$ , on  $B_1(z)$  té totes les seves arrels dins el cercle unitat i  $B_2(z)$  fora del cercle unitat, llavors

$$H_{\min}(z) = \frac{B_1(z)B_2(z^{-1})}{A(z)} \quad H_{\text{pt}}(z) = \frac{B_2(z)}{B_2(z^{-1})}$$

on  $B_2(z^{-1})$  és un polinomi amb totes les seves arrels dins el cercle unitat i  $A(z)$  té també totes les seves arrels dins el cercle unitat ja que el filtre és estable i causal.

### Filtres de fase lineal

En les seccions anteriors s'han definit els filtres ideals com aquells que tenen una magnitud de la resposta freqüencial igual a 1 en una determinada banda de freqüències i 0 fora d'ella, però no hem parlat de la fase de la resposta freqüencial.

Direm que un filtre és de **fase lineal generalitzada** si  $\Theta(\omega) = -\omega\alpha + \beta$ . Si  $\beta = 0$  direm que el filtre és de fase lineal. Anem a estudiar el comportament dels filtres amb fase lineal generalitzada.

Sigui un filtre digital amb  $h[n]$  real i resposta freqüencial

$$H(\omega) = \begin{cases} Ce^{-j(\omega\alpha - \beta)} & \text{si } \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

La resposta d'aquest filtre a un senyal sinusoidal amb freqüència  $\omega \in (\omega_1, \omega_2)$  és:

$$\begin{aligned} y[n] &= h[n] * \cos(\omega n) = AC \cos(\omega(n - \alpha) + \beta) \\ y[n] &= h[n] * \sin(\omega n) = AC \sin(\omega(n - \alpha) + \beta) \end{aligned} \quad (3)$$

És a dir, la sortida del sistema és una versió atenuada, retardada i desplaçada en fase del senyal d'entrada. Malgrat que aquest comportament del filtre estigui lluny del comportament ideal (voldriem un senyal idèntic al d'entrada a la sortida), el fet que per a totes les freqüències  $\omega \in (\omega_1, \omega_2)$  es tenguí la mateixa atenuació, retard i desplaçament de fase fa que, per a senyals compostos per diverses freqüències,



el senyal de sortida tenguí la mateixa *forma* que el d'entrada (no hi ha *distorsió*). Això no passaria si cada freqüència es veiés afectada de forma diferent pel filtre. És per aquest motiu que els filtres amb fase lineal generalitzada es consideren *suficientment bons* per al filtratge de senyal i no s'exigeix que els filtres ideals tenguin fase 0 ( $\Theta(\omega) = 0$ ).

### Filtres FIR de fase lineal generalitzada

Considerem el cas general d'un filtre FIR causal de longitud  $M + 1$ :

$$h[n] = \{h[0], h[1], \dots, h[M-1], h[M]\}$$

Es pot demostrar que el filtre és de fase lineal generalitzada si

$$h[n] = \pm h[M-n] \quad \forall n = 0, 1, \dots, M$$

(la implicació inversa no és certa, és a dir, un filtre pot ésser de fase lineal sense verificar l'anterior relació).

Aquesta condició implica que la transformada Z de  $h[n]$  ha de verificar:

$$z^{-M}H(z^{-1}) = \pm H(z)$$

És a dir, les arrels del polinomi  $H(z)$  també són arrels de  $H(z^{-1})$ , la qual cosa significa que si  $z_i$  és zero de  $H(z)$  llavors  $1/z_i$  també ho és. A més, si  $h[n]$  és real llavors les arrels complexes han de formar parells conjugats i per tant, si  $z_i$  és zero de  $H(z)$  llavors  $z_i^*$ ,  $1/z_i$  i  $1/z_i^*$  també són arrels. La Figura ?? mostra un exemple de la distribució dels zeros en un filtre FIR causal real de fase lineal.

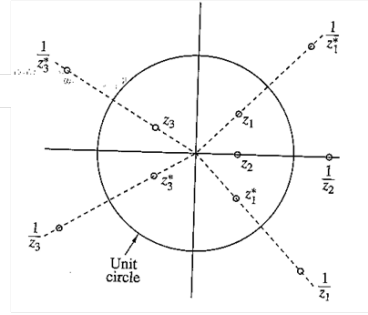
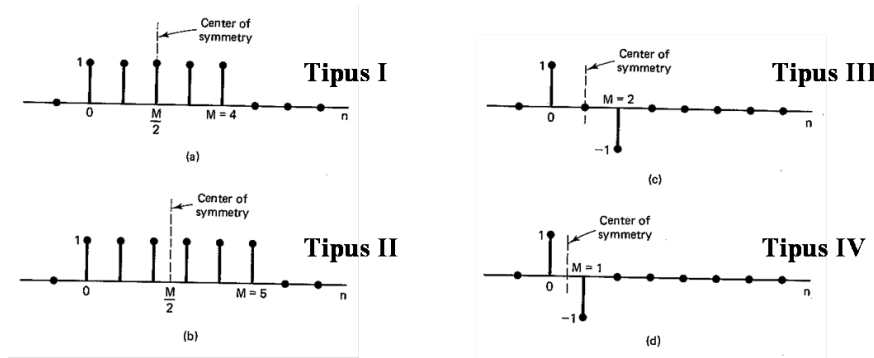
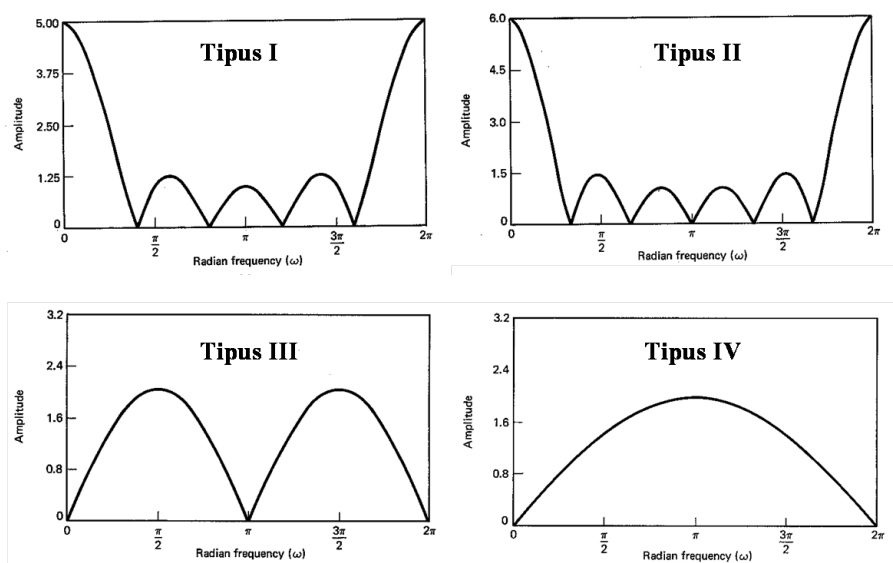


Figura 1: Exemple de la distribució dels zeros en un filtre FIR causal real de fase lineal.

Si  $h[n] = h[M-n]$  és diu que el filtre FIR de fase lineal és **simètric**. Si  $h[n] = -h[M-n]$  és diu que el filtre és **antisimètric**. En ambdós casos es pot distingir entre els filtres amb un nombre de mostres  $(M + 1)$  parell o imparell. Això dóna lloc a quatre configuracions possibles per als filtres FIR de fase-lineal: tipus I (simètric imparell), tipus II (simètric parell), tipus III (antisimètric imparell) i tipus IV (antisimètric parell). Les figures següents mostren un exemple de cada tipus i la magnitud de les seves respostes en freqüència. (Font: Discret-Time Signal Processing, A. Oppenheim, W. Schaffer, Prentice-Hall, 1989). Observam que els filtres tipus I i II són filtres passa-baix, els tipus III passa banda i el tipus IV passa-alt.





## Disseny de filtres freqüencials

### El problema de la no-causalitat dels filtres ideals

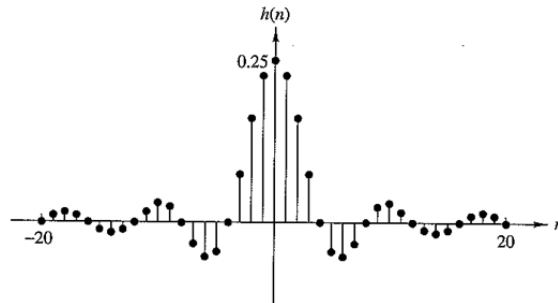
Considerem un filtre passa-baix ideal amb funció de transferència

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

La transformada inversa d'aquesta funció dona com a resposta impulsional

$$h[n] = \begin{cases} \frac{\omega_c}{n} & \text{si } n = 0 \\ \frac{\omega_c}{n} \text{sinc}(\omega_c n) & \text{altrament} \end{cases}$$

Observam (figura inferior) que aquesta resposta impulsional correspon a un filtre no causal i per tant és **irrealitzable**. En general obtenim el mateix resultat per a qualsevol filtre ideal: qualsevol filtre per al qual  $|H(\omega)| = 0$  en un interval de freqüències (cas de tots els filtres ideals) és un filtre no causal i per tant irrealitzable.



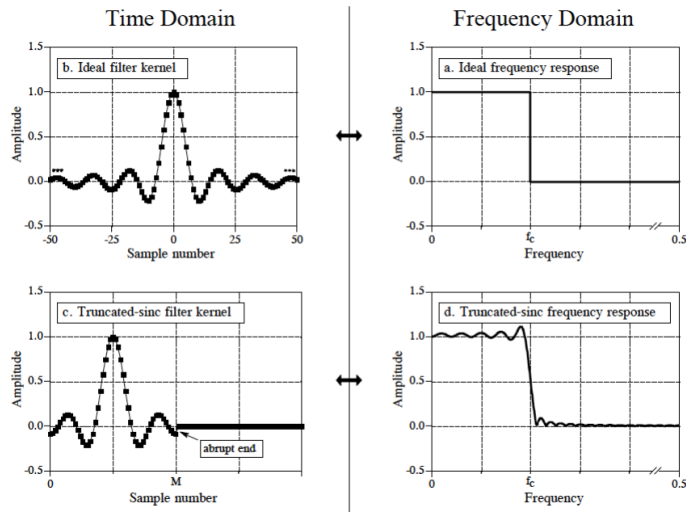
Una manera d'incrementar la 'realitzabilitat' del filtre consisteix en desplaçar a la dreta la seva resposta impulsional, de manera que la majoria de valors amb una magnitud important corresponguin a instants de temps positius. A nivell freqüencial això implica multiplicar la resposta en freqüència original per una exponencial complexa, és a dir, obtenir un filtre de fase lineal:

$$H_k(\omega) = TF\{h[n - k]\} = e^{-j\omega k} H(\omega) \quad \rightarrow \quad \text{Fase}(H_k(\omega)) = -j\omega k$$

Encara així, per a que el filtre 'desplaçat' sigui realitzable s'han de truncar (posar a zero) els valors amb índexos negatius i, per simetria, també els positius a partir d'un cert valor de 'n' (la conservació de

la simetria permet tenir encara un filtre de fase lineal). El fet de truncar la resposta impulsional del filtre implica obtenir un comportament oscil·latori de la seva resposta impulsional, degut a l'efecte de Gibbs (veure figura).

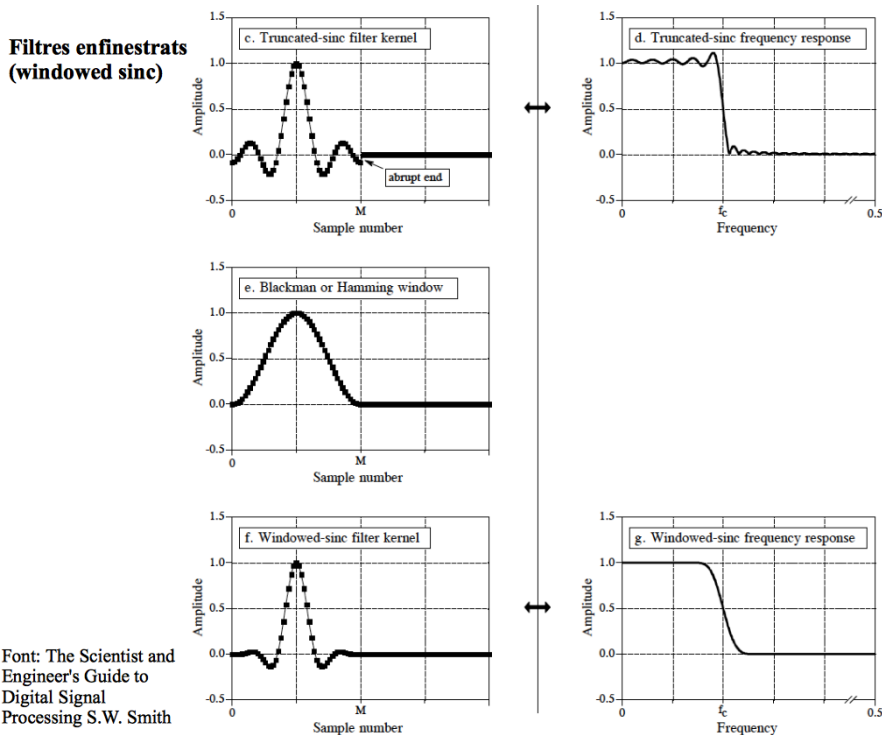
#### Filtratge en freqüència ideal i filtres realitzables



Font: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing S.W. Smith

#### Disseny de filtres FIR de fase lineal mitjançant finestres

Una manera de suavitzar les oscil·lacions del filtre obtingut per desplaçament + truncament del filtre ideal consisteix en multiplicar la resposta impulsional del filtre per una funció que pren valors decreixents a mida que l'índex s'allunya de la posició màxima del filtre (veure figura). Aquesta funció rep el nom de 'finestra' i n'hi ha de diferents tipus (Blackman, Hamming, etc). El filtre resultant s'anomena **windowed sinc**.



Font: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing S.W. Smith

### Disseny de filtres FIR de fase lineal per mostreig de freqüències

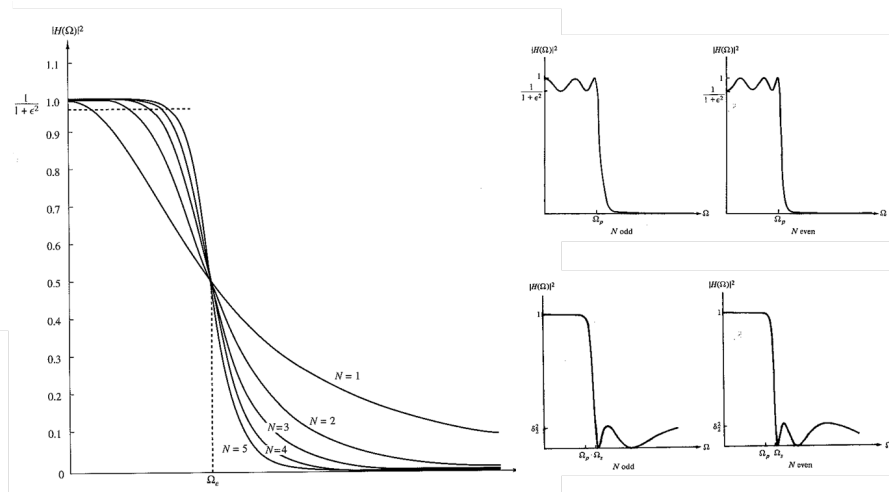
En aquest cas s'especifica la resposta freqüencial desitjada ( $H_d(\omega)$ ) per a un conjunt discret de freqüències  $\omega_k$  i es troben els valors de  $h[n]$  resolent un sistema d'equacions.

### Disseny de filtres FIR de fase lineal òptims

Els mètodes de disseny anterior no permeten controlar de manera precisa les freqüències de separació de la banda de pas i la de stop. Els filtres FIR de fase lineal òptims minimitzen la diferència entre les respostes del filtre ideal i el filtre dissenyat en cada una de les bandes. L'equació d'aquest filtres es troba resolent un problema de minimització, seguint una tècnica formulada per Txebytxev.

### Disseny de filtres IIR

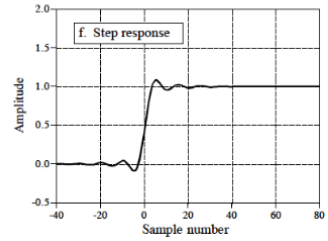
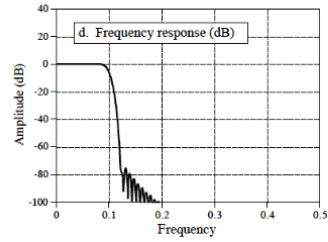
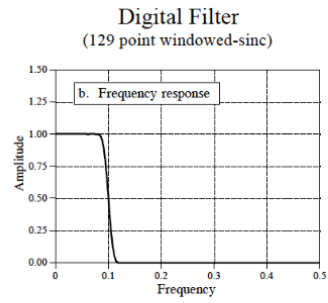
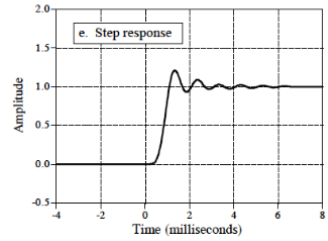
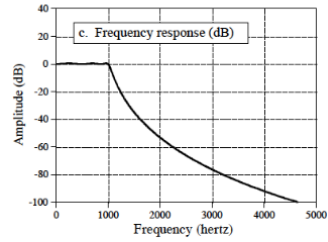
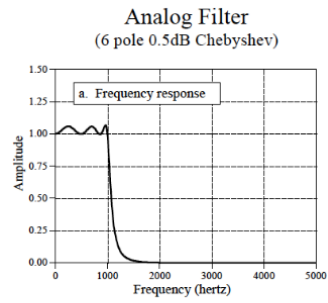
Les tècniques de disseny de filtres IIR es basen en la conversió de filtres analògics a filtres digitals. Els filtres analògics es dissenyen per a verificar una sèrie d'especificacions, seguint unes tècniques de disseny ben conegudes en l'àrea del processament analògic: disseny tipus Butterworth o disseny tipus Txebytxev. La figura següent mostra un exemple de la forma de la resposta freqüencial de cada tipus de filtre (Butterworth, esquerra. Txebytxev, dreta). La conversió de les expressions obtingudes al cas discret es fa mitjançant un canvi de variables (transformació bilineal).



### Comporació del comportament freqüencial i temporal dels filtres analògics i digitals

En general podem dir que els filtres digitals superen als analògics en termes del seu comportament tant freqüencial com temporal (veure figura) i també per la seva flexibilitat. No obstant, en aplicacions on el rang de resposta (tant temporal com freqüencial) ha d'ésser molt gran, és necessari utilitzar filtres analògics, ja que no necessiten emmagatzemar ingents quantitats de dades per fer el processament. A més, com no necessitem les etapes de conversió A/D i D/A, són més ràpids que els digitals.

## Caractéristiques filtres analogic - filtre digital



Font: The Scientist and  
Engineer's Guide to  
Digital Signal  
Processing S.W. Smith

**Nota:** algunes de les figures d'aquest capítol s'han tret de Digital Signal Processing, J. Proakis, D. Manolakis, Pearson Prentice Hall, 2007.