NOM: MIQUELA COSTA RAMIS

EXERCICIS D'ESTADÍSTICA.

32. El resultat d'un experiment és un nombre enter entre 1 i 4. L'experiment es repeteix dues vegades de forma independent i s'obtenen els resultats E_1 i E_2. Calculeu les probabilitats de $A=\{E_1=E_2\}$, $B=\{E_1>E_2\}$ i $C=\{E_1+E_2>6\}$. Calculeu les probabilitats de A; B; AB; AC; BC; i $\bar{A}B$.

- Si $A=\{E_1=E_2\}$; $P(A)=P(E_1=E_2)=P[(1\cap1)\cup(2\cap2)\cup(3\cap3)\cup(4\cap4)] \doteq$ → DISJUNTS

$\xrightarrow{\text{INDEPENDENTS}}$

$=P(1\cap1)+P(2\cap2)+P(3\cap3)+P(4\cap4)=$

$=P(1)\cdot P(1)+P(2)\cdot P(2)+P(3)\cdot P(3)+P(4)\cdot P(4) = *$

$=0'25.0'25+0'25.0'25+0'25.0'25+0'25.0'25=$

$=4.0'25^2=0'25$

* suposam que $P(1)=P(2)=P(3)=P(4)=0'25$

- Si $B=\{E_1>E_2\}$

$P(B)=P(E_1>E_2)=P[(2\cap1)\cup(3\cap1)\cup(4\cap1)\cup(3\cap2)\cup(4\cap2)\cup(4\cap3)]=$ → DISJUNTS

$=P(2\cap1)+P(3\cap1)+P(4\cap1)+P(3\cap2)+P(4\cap2)+P(4\cap3)=$ → DEP.

$=P(2)\cdot P(1)+P(3)\cdot P(1)+P(4)\cdot P(1)+P(3)\cdot P(2)+P(4)\cdot P(2)+P(4)\cdot P(3)$

$=0'25^2+0'25^2+0'25^2+0'25^2+0'25^2+0'25^2=$

$=6.0'25^2=0'375.$

- Si $C=\{E_1+E_2>6\}$

$P(C)=P(E_1+E_2>6)=P[(3\cap4)\cup(4\cap3)\cup(4\cap4)]=$ → DISJUNTS

$=P(3\cap4)+P(4\cap3)+P(4\cap4)\overset{\text{INDEP.}}{=}P(3)\cdot P(4)+P(4)\cdot P(3)+P(4)\cdot P(4)=$

$=0'25.0'25+0'25.0'25+0'25.0'25=0'25^2\cdot3=0'1875$

Ara ja podem calcular les probabilitats de:

1) $P(AB)=P(A\cap B)=P[(E_1=E_2)\cap(E_1>E_2)]=0$, ja que és impossible $E_1=E_2$ es donin a la vegada ja que $E_1>E_2$.

2) $P(AC)=P(A\cap C)=P[(E_1=E_2)\cap(E_1+E_2>6)]=$

$= P(E_1 = E_2 = 4) = P(4 \cap 4) = 0'25^2 = 0'0625.$

3) $P(BC) = P(B \cap C) = P[(E_1 > E_2) \cap (E_1 + E_2 > 6)] =$

$= P(E_1 = 4 \cap E_2 = 3) = P(4 \cap 3) = 0'25 \cdot 0'25 = 0'0625.$

4) $P(\overline{A}B) = P(\overline{A} \cap B) = P[(E_1 \neq E_2) \cap (E_1 > E_2)] =$

$= P(E_1 > E_2) = P(B) = 0'375$

45. En un examen hi ha quatre problemes. El primer val 3 punts, el segon 2 i el tercer i el quart 2'5 cada un. La probabilitat de fer els problemes bé és 0'6, 0'8, 0'4 i 0'4, per aquest ordre.

a) Quina és la probabilitat de no aprovar?

$0'3$ Prob. 1 $< B = 0'6$, $\overline{B} = 0'4$

$0'2$ Prob. 2 $< B = 0'8$, $\overline{B} = 0'2$

$0'25$ Prob. 3 $< B = 0'4$, $\overline{B} = 0'6$

$0'25$ Prob. 4 $< B = 0'4$, $\overline{B} = 0'6$

B = "fer bé els problemes"

$\overline{B}$ = "no fer bé els problemes"

$$P(\overline{B}) = P[(\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) \cup (\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap B_4) \cup (\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap \overline{B_4}) \cup$$
$$\cup (\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap \overline{B_4}) \cup (\overline{B_1} \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) \cup (B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) \cup$$
$$\cup (\overline{B_1} \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap B_4) \cup (\overline{B_1} \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4)] = \rightarrow \text{DISJUNTS}$$
$$= P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) + P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap B_4) + P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap \overline{B_4}) +$$
$$P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap \overline{B_4}) + P(\overline{B_1} \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) + P(B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) +$$
$$P(\overline{B_1} \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap B_4) + P(\overline{B_1} \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) = \rightarrow \text{INDEP.}$$
$$= (0'4 \cdot 0'2 \cdot 0'6 \cdot 0'6) + (0'4 \cdot 0'2 \cdot 0'6 \cdot 0'4) + (0'4 \cdot 0'2 \cdot 0'4 \cdot 0'6) +$$
$$+ (0'4 \cdot 0'2 \cdot 0'4 \cdot 0'6) + (0'4 \cdot 0'8 \cdot 0'6 \cdot 0'6) + (0'6 \cdot 0'2 \cdot 0'6 \cdot 0'6) +$$
$$+ (0'4 \cdot 0'8 \cdot 0'6 \cdot 0'4) + (0'4 \cdot 0'8 \cdot 0'4 \cdot 0'4) =$$
$$= 0'0288 + 0'0192 + 0'0192 + 0'0192 + 0'1152 + 0'0432 +$$
$$+ 0'0768 + 0'0512 = 0'3728$$

$$\boxed{P(B) = 0'3728}$$

b) Quina és la probabilitat que hagi fet bé el primer problema, si un estudiant ha aprovat?

$$P(B_1|B) = \frac{P(B_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{0'5472}{0'6272} = 0'8724$$

$\rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0'3728 = 0'6272$

$\rightarrow P(B_1 \cap B) = P[(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) \cup (B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap \overline{B_4}) \cup$
$\cup (B_1 \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap B_4) \cup (B_1 \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap B_4) \cup (B_1 \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) \cup$
$\cup (B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap B_4) \cup (B_1 \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap B_4) = \rightarrow$ DISJUNTS

$= P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) + P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap \overline{B_4}) + P(B_1 \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap B_4)$
$+ P(B_1 \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap B_4) + P(B_1 \cap B_2 \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}) + P(B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap B_4)$
$+ P(B_1 \cap \overline{B_2} \cap B_3 \cap B_4) = \rightarrow$ INDEPENDENTS

$= (0'6 \cdot 0'8 \cdot 0'4 \cdot 0'4) + (0'6 \cdot 0'8 \cdot 0'4 \cdot 0'6) + (0'6 \cdot 0'8 \cdot 0'6 \cdot 0'4) +$
$+ (0'6 \cdot 0'2 \cdot 0'4 \cdot 0'4) + (0'6 \cdot 0'8 \cdot 0'6 \cdot 0'6) + (0'6 \cdot 0'6 \cdot 0'2 \cdot 0'4) +$
$+ (0'6 \cdot 0'2 \cdot 0'4 \cdot 0'4) = 0'0768 + 0'1152 + 0'1152 +$
$+ 0'0192 + 0'1728 + 0'0288 + 0'0192 = 0'5472$

$$\boxed{P(B_1|B) = 0'8724}$$