

Enginyeria Edificació.

**Problema 1** Una bossa conté 3 boles negres, 8 blanques i 13 vermelles. Una segona bossa conté 5 boles negres, 7 blanques i 6 vermelles. S'escull a l'atzar una bola de cada bossa. Calculeu la probabilitat que les dues boles siguin de diferent color.

**Problema 2** Es prenen 4 cartes d'una baralla de 48 cartes. Sigui  $X$  = "nombre d'espases entre les 4 cartes". Calculeu la distribució d' $X$  i la seva esperança.

**Problema 3** Es llança un dau dues vegades. Siguin  $X_1$  i  $X_2$  els resultats del primer i segon llançament. Sigui  $X = \max\{X_1, X_2\}$ .

(a) Representeu la funció de distribució d' $X$  i calculeu la seva esperança.

(b) Sigui  $A = \{X_1 = 2\}$ . Calculeu la distribució de la variable condicionada  $X|A$ .

**Problema 4** Es llança una moneda 3 vegades. Sigui  $X$  la variable aleatòria "nombre de cares que hi ha després de la primera creu". (Per exemple, si surt  $\{c+c\}$  llavors  $X = 1$ , si surt  $\{c++\}$ , llavors  $X = 0$ ). Si la probabilitat de cara és igual a  $p$ ,

(a) Calculeu la funció de probabilitat de la variable  $X$ .

(b) Calculeu el valor de  $p$  que fa màxim  $E[X]$

**Problema 5** Es tira una moneda 4 vegades seguides. Sigui  $X$  el nombre total de cares obtingudes.

(a) Busqueu i representeu gràficament la funció probabilitat i la funció de distribució de  $X$ .

(b) Calculeu l'esperança i la variància de  $X$ .

**Problema 6** Un jugador de cartes extreu una carta a l'atzar d'una baralla de 48 cartes. Si surt figura, guanya 100 euros, si surt un as no guanya ni perd res, i si surt qualsevol altra carta, perd 25 euros. Quina és l'esperança de guany del jugador?

**Problema 7** Una bossa conté 5 boles blanques, 3 negres i 2 vermelles. Se selecciona a l'atzar i sense devolució una mostra de dues boles de la bossa. Si  $X$  simbolitza la v.a. "nombre de boles negres en la mostra", busqueu la funció de masses, l'esperança i la variància d'aquesta variable.

**Problema 8** L'última novel·la d'un autor ha tingut un gran èxit, fins al punt que el 80 % dels lectors ja l'han llegit. Un grup de 4 amics són aficionats a la lectura:

- Quina és la probabilitat que en el grup hagin llegit la novel·la 2 persones?
- I com màxim 2?

**Problema 9** Un agent d'assegurances ven pòlisses a cinc persones de la mateixa edat i que gaudeixen de bona salut. Segons les taules actuals, la probabilitat que una persona en aquestes condicions viva 30 anys o més és  $2/3$ . Trobeu la probabilitat que, transcorreguts 30 anys, visquin:

- Les cinc persones.
- Almenys tres persones.

- *Exactament dues persones.*

**Problema 10** *Es llança una moneda quatre vegades. Calcular la probabilitat que surtin més cares que creus*

**Problema 11** *Si de sis a set del vespre s'admet que un nombre de telèfon de cada cinc està comunicant, quin és la probabilitat que, quan es marquin 10 nombres de telèfon triats a l'atzar, només comuniquin dos?*

**Problema 12** *La probabilitat que un home encerti en el blanc és  $1/4$ . Si dispara 10 vegades quin és la probabilitat que encerti exactament en tres ocasions? Quin és la probabilitat que encerti almenys en una ocasió? Quina és el nombre de encerts esperat?*

**Problema 13** *En unes proves de alcoholemia s'ha observat que el 5 % dels conductors controlats donen positiu en la prova i que el 10 % dels conductors controlats no duen cordat cinturó de seguretat. També s'ha observat que les dues infraccions són independents. Un guàrdia de tràfic deté cinc conductors a l'atzar. Si tenim en compte que el nombre de conductors és suficientment important com per a estimar que la proporció d'infractors no varia al fer la selecció.*

- *Determineu la probabilitat que exactament tres conductors hagin comès alguna de les dues infraccions.*
- *Determineu la probabilitat que almenys un dels conductors controlats hagi comès alguna de les dues infraccions.*

**Problema 14** ■ *La probabilitat que un article produït per una fabrica sigui defectuós és  $p = 0,002$ . Es va enviar un carregament de 10.000 articles a uns magatzems. Trobar el nombre esperat d'articles defectuosos, la variància i la desviació típica.*

- *Si cada article correcte el venem per 1 euro i per cada article defectuos hem d'abonar 10 euros en concepte de indemnització, quina és la probabilitat d'obtenir un benefici major o igual a 9900 euros?*

**Problema 15** *En una urna hi ha 30 boles, 10 vermelles i la resta blanques. Es tria una bola a l'atzar i s'anota si és vermella; el procés es repeteix, retornant la bola, 10 vegades. Calcular la mitjana i la desviació típica del nombre de boles vermelles extretes.*

**Problema 16** *Un laboratori afirma que una droga causa efectes secundaris en una proporció de 3 de cada 100 pacients. Per a contrastar aquesta afirmació, altre laboratori tria a l'atzar a 5 pacients als quals aplica la droga. Quin és la probabilitat dels següents successos?*

- *Cap pacient tingui efectes secundaris.*
- *Almenys dos tinguin efectes secundaris.*
- *Quin és el nombre de pacients que espera laboratori que tinguin efectes secundaris si tria 100 pacients a l'atzar?*

**Problema 17** *Un representant realitza 5 visites cada dia als comerços del seu ram i per la seva experiència anterior sap que la probabilitat que li facin una comanda en cada visita és del 0.4. Obtenir:*

- *El nombre mig de comandes per dia*

- La variància
- La probabilitat que el nombre de comandes que realitza durant un dia estigui comprès entre 1 i 3
- La probabilitat que almenys realitzi dues comandes

**Problema 18** Una prova d'intel·ligència consta de deu qüestions cadascuna d'elles amb cinc respostes de les quals una sola és veritable. Un alumne respon a l'atzar (és a dir, sense tenir la menor idea sobre les deu qüestions). Quin és la probabilitat que respongui bé a dues qüestions? Quin la que respongui bé a quatre? Quin la que respongui bé a sis?

**Problema 19** Determinar la probabilitat de realitzar cert tipus d'experiment amb èxit si se sap que si es repeteix 14 vegades és igual de probable obtenir 2 èxits que 3.

**Problema 20** Un equip se serveix amb 7 cargols per a ser muntats pel client, però l'equip només necessita 4 per a funcionar. Si la proporció de cargols defectuosos és del 10 %, Quin és la probabilitat que un equip pugui muntar-se?. Com és la probabilitat que si comprem 3 equips no puguem fer funcionar cap, per culpa dels cargols? (Els cargols d'un equip no serveixen per a l'altre).

**Problema 21** Una companyia compra quantitats molt grans de components electrònics. La decisió per a acceptar o rebutjar un lot de components es pren amb base a una mostra de 100 unitats. Si el lot es rebutja al trobar tres o més unitats defectuoses en la mostra, quin és la probabilitat de rebutjar un lot si aquest conté un 1 % de components defectuosos? Quina és la probabilitat de rebutjar un lot que contingui un 8 % d'unitats defectuoses.

**Problema 22** El nombre de burxades en els pneumàtics de cert vehicle industrial té una distribució de Poisson amb mitjana 0.3 per cada 50 000 quilòmetres. Si el vehicle recorre 100000 km, es demana:

- Probabilitat que no hagi tingut burxades.
- Probabilitat que tingui menys de 3 burxades
- Nombre de km recorreguts perquè la probabilitat que no tingui cap burxada sigui 0.4066

**Problema 23** Els accidents laborals diaris d'una empresa segueixen una distribució de Poisson de paràmetre  $\lambda = 0,4$ . Calcular les probabilitats:

- que en un determinat dia es produeixin dos; com a molt dos; i almenys dos accidents.
- que hagin 4 accidents en una setmana.
- que hagi un accident avui i cap demà.

**Problema 24** Els missatges que arriben a una computadora utilitzada com servidor ho fan d'acord amb una distribució Poisson amb una taxa de 0.1 missatges per minut.

- Com és la probabilitat que arribin com a molt 2 missatges en una hora?
- Determinar l'interval de temps necessari perquè la probabilitat que no arribi cap missatge durant aquest lapse de temps sigui 0.8.

**Problema 25** El nombre de trucades telefòniques que es reben en una centraleta cada 5 minuts, s'ajusta a una distribució de Poisson de paràmetre  $\lambda = 3$ . Calculeu la probabilitat que:

- (a) La centraleta rebí 6 trucades en 5 minuts.
- (b) La centraleta no rebí cap trucada en 5 minuts.
- (c) La centraleta rebí 3 trucades en 10 minuts.
- (d) La centraleta rebí més de 15 trucades en 15 minuts.
- (e) La centraleta rebí 2 trucades en 1 minut.

**Problema 26** Un llibre consta de 200.000 paraules. La probabilitat que en una paraula hi hagi un error d'impremta és de  $1/50.000$ . Calculeu la probabilitat que:

- (a) El llibre no contingui cap error.
- (b) El llibre contingui més de 6 errors.

**Problema 27** Durant l'hora punta, la línia de reserves d'una companya aèria està ocupada el 95 % del temps. Una persona fa trucades a aquesta línia fins que sigui lliure. Calculeu:

- (a) Probabilitat que hagi de fer més de 5 trucades fins que la línia sigui lliure
- (b) Nombre mitjà de trucades que ha de fer fins a trobar la línia lliure

**Problema 28** Un magatzem de fruites comercialitza les llimones en caixes de 200 unitats. La proporció de llimones malmeses és de 0.45 %. Un eventual comprador, abans de fer l'encàrrec d'uns quants centenars de caixes de llimones, decideix fer un control de qualitat que consisteix en escollir a l'atzar una de les caixes i comprovar la qualitat de les llimones. Si no hi ha cap llimona en mal estat formalitza la compra. Si hi ha més de 2 llimones malmeses rebutja l'encàrrec. Si la caixa conté 1 o 2 llimones malmeses, escull a l'atzar una nova caixa, i si aquesta conté menys de 2 llimones dolentes, formalitza la compra. En qualsevol altre cas, decideix no fer la compra. Calculeu la probabilitat que el comprador formalitzi la compra.

**Problema 29** Se sap que el 1 % dels articles importats d'un cert país tenen algun defecte. Si prenem una mostra de 30 articles, determinar la probabilitat que tres o més d'ells tinguin algun defecte.

**Problema 30** La variable aleatòria  $X$  = "temps de durada fins a la seva adquisició de cert producte en l'aparador" està distribuïda de manera exponencial (Poisson), amb un temps mitjà de 6 dies.

- Probabilitat que duri més de 6 dies però menys de 10 .
- Quants dies com a mínim hem de tenir el producte en l'aparador perquè la probabilitat de no s'embena durant aquest període sigui de 0.85?
- Un comerciant té el producte en l'aparador tres dies. Com és la probabilitat que s'embena en els pròxims tres dies?

**Problema 31** S'ha comprovat que la durada de vida de certs elements segueix una distribució exponencial amb mitjana 8 mesos. Es demana:

- Calcular la probabilitat que un element tingui una vida entre 5 i 12 mesos.
- El percentil 0'9 de la distribució.

- La probabilitat que un element que ha viscut ja més de 11 mesos, viva 14 mesos més.

**Problema 32** Suposi's que la concentració de cert contaminant es troba distribuïda de manera uniforme en l'interval de 0 a 20 ppm (parts per millon). Si es considera tòxica una concentració de 8 o més, quin és la probabilitat que al prendre's una mostra la concentració d'aquesta sigui tòxica?. Concentració mitja i variància. Probabilitat que la concentració sigui exactament 10.

**Problema 33** De la parada del autobus que recorre la línia Madrid-Alcalà d'Henares surt un autobus cada 15 minuts. Un viatger arriba d'improvist en qualsevol moment. Obtenir:

- Probabilitat que el viatger esperi menys de 5 minuts
- La mitjana i la variància de la variable aleatòria temps d'espera

**Problema 34** Una màquina fabrica cargols les longituds dels quals es distribuïxen normalment amb mitjana 20mm i variància 0'25mm. Un cargol es considera defectuós si la seva longitud difereix de la mitjana més de 1mm. Els cargols es fabriquen de forma independent. Com és la probabilitat de fabricar un cargol defectuós?. Si els envasem en envasos de 15 cargols, probabilitat que un envàs no tingui més de 2 defectuosos.

**Problema 35** Una empresa dedicada a la fabricació i venda de begudes refrescants observa que el 40 % dels establiments que són visitats pels seus venedors realitzen compres d'aquestes begudes. Si un venedor visita 20 establiments, determinar la probabilitat que almenys 6 d'aquests establiments realitzin una compra

**Problema 36** La durada d'un laser semiconductor a potència constant té una distribució normal amb mitjana 7000 hores i desviació típica de 600 hores.

- Com és la probabilitat que el laser falli abans de 5000 hores?
- Com és la durada en hores excedida pel 95 % dels làsers?
- Si es fa ús de tres làsers en un producte i se suposa que fallen de manera independent, com és la probabilitat que els tres segueixin funcionant després de 7000 hores?

**Problema 37** Un servei dedicat a la reparació d'electrodomèstics en general, ha observat que rep cada dia de mitjana 15 cridades. Determinar la probabilitat que es rebin més de 20 cridades en un dia.

**Problema 38** El nombre mig de clients que entren en un banc durant una jornada, és de 25. Calcular la probabilitat que en un dia entrin en el banc almenys 35 clients.

**Problema 39** Les qualificacions dels alumnes d'estadística,  $X$ , pot suposar-se que s'ajusten a una distribució aproximadament normal, amb una mitjana de sis punts i desviació típica de tres punts

- Trobar el percentatge d'alumnes que suspèn
- quin percentatge d'alumnes té notables i excel·lents (és a dir puntuacions majors que 7 i 9)?
- Trobar la puntuació  $x$  tal que el 25 % dels alumnes té una puntuació inferior o igual a  $x$

**Problema 40** Les qualificacions dels 500 aspirants presentats a un examen per a contractació laboral, es distribueixen normalment amb mitjana 6'5 i variància 4 .

- Calculi la probabilitat que un aspirant obtingui més de 8 punts.
- Determini la proporció d'aspirants amb qualificacions inferiors a 5 punts.
- Quants aspirants van obtenir qualificacions compreses entre 5 i 7'5 punts ?.

**Problema 41** Només 24 dels 200 alumnes d'un Centre miden menys de 150 cm. Si l'alçada mitja d'aquests alumnes és de 164 cm., quina és la seva variància ?.

**Problema 42** El percentil 70 d'una distribució normal és igual a 88, sent 0'27 la probabilitat que la variable tingui un valor inferior a 60. A quina distribució normal ens estem referint?

**Problema 43** En un estudi realitzat sobre els ingressos familiars en els quals els dos cònjuges treballen, s'ha observat que el salari mensual, en euros, de les dones ( $X$ ) es distribueix normalment amb mitjana 1000, mentre que el dels homes ( $Y$ ) té la següent transformació  $Y = X + 20$  . Sabent a més que el 15 % dels homes no superen el percentil 75 de les dones, es demana:

- El salari mig dels homes.
- La desviació típica del salari dels homes i de les dones.

**Problema 44** Analitzades 240 determinacions de colesterol en sang, es va observar que es distribuïen normalment amb mitjana 100 i desviació típica 20 .

- Calculi la probabilitat que una determinació sigui inferior a 94 .
- Quina proporció de determinacions tenen valors compresos entre 105 i 130 ?.
- Quantes determinacions van ser superiors a 138 ?.

**Problema 45** Determini la mitjana i la desviació típica de les puntuacions d'un test d'agressivitat que es va aplicar a 120 individus, sabent que 30 van arribar menys de 40 punts i que el 60 % van obtenir puntuacions compreses entre 40 i 90 punts.

**Problema 46** Durant l'hora punta, la línia de reserves d'una companya aèria està ocupada el 95 % del temps. Una persona fa trucades a aquesta línia fins que sigui lliure. Calculeu:

- (a) Probabilitat que hagi de fer més de 5 trucades fins que la línia sigui lliure
- (b) Nombre mitjà de trucades que ha de fer fins a trobar la línia lliure

**Problema 47** La llargada de les peces fabricades per una determinada màquina s'ajusta a una distribució normal de mitjana 150 cm i desviació típica 0.4 cm. Les peces es consideren acceptables si la seva llargada pertany a l'interval obert (149.2, 150.4). Es demana:

- (a) La proporció de peces defectuoses que contindrà la mostra.
- (b) Trobeu un interval  $(150 - \delta, 150 + \delta)$  que contingui el 95 % de la producció
- (c) Si s'escull una mostra a l'atzar de 50 peces, calculeu la probabilitat que la mostra contingui exactament 44 peces acceptables

**Problema 48** Una xarxa de distribució elèctrica funciona malament quan la tensió sobrepassa la capacitat de la xarxa. Si la tensió es distribueix segons una normal  $\mathcal{N}(\mu = 100; \sigma^2 = 400)$ , i la capacitat segons una normal  $\mathcal{N}(\mu = 140; \sigma^2 = 100)$ , calculeu la probabilitat que la xarxa funcioni incorrectament suposant que la tensió i la capacitat varien independentment.

**Problema 49** La duració  $X$  de les bombones de butà de 40 kg es distribueix segons una normal  $\mu = 200h$  i  $\sigma^2 = 20$ .

- (a) Calculeu la probabilitat que una bombona duri més de 220 hores.
- (b) Quin és el temps de vida mínima que es pot garantir amb un risc d'equivocar-nos del 20 %?
- (c) Si una bombona porta 160 h funcionant, quina és la probabilitat que duri més de 220 h?
- (d) Determineu la probabilitat que entre 4 bombones n'hi hagi 2, com a mínim, que durin entre 180 i 220 h.
- (e) Calculeu la probabilitat que el temps de vida total de 25 bombones sigui com a mínim de 5200 hores.