

# Càlcul II.

## Examen Juny. Curs 2011-12

L'examen consta de 5 blocs de preguntes, cada un d'ells amb dues opcions. Heu de contestar **només una** de les opcions en cada bloc.

### Bloc 1 .

**Opció 1.** Determinau el conjunt de tots els  $x, y \in \mathbb{R}$  tals que  $x + iy = (x - iy)^2$

**Opció 2.** Determinau el conjunt següent:  $\{z \in \mathbb{C} : 1 + i - e^z = 0\}$

### Bloc 2 .

**Opció 1.** Estudiau la continuïtat en el punt  $(1, 2)$  de la següent funció:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3-x-y}{3+x-2y} & \text{si } (x, y) \neq (1, 2) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (1, 2) \end{cases}$$

**Opció 2.** Calculau els límits iterats, els límits segons les rectes que passen per  $(2, 3)$  i el límit en  $(2, 3)$  de la següent funció:  $f(x, y) = x^2y^2 - 2xy^5 + 3y$

### Bloc 3 .

**Opció 1.** Demostrau que la funció  $z = y\varphi(x^2 - y^2)$  satisfà l'equació:  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$

**Opció 2.** Trobau els màxims i mínims relatius de la funció:  $f(x, y) = x^4 + y^4 + \frac{1}{x^4y^4}$

### Bloc 4 .

**Opció 1.** Resoleu l'integral següent i dibuixau el recinte d'integració:

$$\int_0^1 \int_1^{e^x} (x + y) dy dx$$

**Opció 2.** Resoleu l'integral següent i dibuixau el recinte d'integració:

$$\iint_D xy dx dy$$

$$\text{on } D = \{(x, y) : y \leq 1 - \frac{1}{2}x, \quad y \leq 1 + \frac{1}{2}x, \quad -1 \leq x \leq 1\}.$$

### Bloc 5 .

**Opció 1.** Trobau la solució general  $u(x, y)$  de la següent EDP i comprovau el resultat:

$$u_{xy} = x^2y$$

**Opció 2.** Trobau la solució general  $u(x, y)$  de la següent EDP i comprovau el resultat:

$$3u_x - 4u_y = x + e^x$$