Classe pràctica 2. Enunciat

Prob 1 Un alumne de la UIB surt, de matí, cada dia a la mateixa hora de ca seva per venir a classe, i el 20% de les vegades fa tard. Suposem que cada matí representa un assaig independent.

1. En cinc matins consecutius, quina és la probabilitat de que faci tard exactament un dia? **1 pt.**
2. En vint matins consecutius, quina és la probabilitat de que faci tard més de quatre dies? **1 pt.**
3. Quina és la probabilitat de que el primer matí en que faci tard sigui el quart matí des de l'inici de l'experiment? **1 pt.**
4. Quina és la probabilitat de que arribi prest durant deu matins consecutius? **1 pt.**

Nota: A cada apartat heu d'indicar de quin tipus de distribució es tracta, i els seus paràmetres

(Telemàtica, setembre 2008)

Prob 2 En una empresa elèctrica rep lots de 100 alternadors. Després de molt de temps se n'adona que el nombre d'alternadors defectuosos en un lot segueix una distribució de Poisson de mitjana 2.

a) Quina és la probabilitat de que un determinat lot tengui més de 5 alternadors defectuosos?

b) Si rep un lot de 200 alternadors, quina és la probabilitat de que contengui menys de 3 alternadors defectuosos?

El gerent de l'empresa considerarà que ha de retornar tot el lot de 100 alternadors quan hi hagi més 5 alternadors defectuosos.

c) Calculau la probabilitat que el gerent hagi de rebre 10 lots per a haver de retornar dos lots? Indicau també quins són els valors de la variable aleatòria que ens defineix el problema. De quin tipus de distribució es tracta?

d) Si agafam a l'atzar 5 lots, quina és la probabilitat que n'hi hagi més de 1 que s'hagin de tornar? Indicau també quins són els valors de la variable aleatòria que ens defineix el problema. De quin tipus de distribució es tracta?

e) Quin és el nombre esperat de lots que haurem de rebre abans de tornar un lot? Indicau també quins són els valors de la variable aleatòria que ens defineix el problema. De quin tipus de distribució es tracta?

(Control, curs 08/09)

Classe pràctica 2. Solució

Prob 1 Un alumne de la UIB surt, de matí, cada dia a la mateixa hora de ca seva per venir a classe, i el 20% de les vegades fa tard. Suposem que cada matí representa un assaig independent.

1. En cinc matins consecutius, quina és la probabilitat de que faci tard exactament un dia? **1 pt.**
2. En vint matins consecutius, quina és la probabilitat de que faci tard més de quatre dies? **1 pt.**
3. Quina és la probabilitat de que el primer matí en que faci tard sigui el quart matí des de l'inici de l'experiment? **1 pt.**
4. Quina és la probabilitat de que arribi prest durant deu matins consecutius? **1 pt.**

Nota: A cada apartat heu d'indicar de quin tipus de distribució es tracta, i els seus paràmetres

(Telemàtica, setembre 2008)
Solució:

és una distribució binomial, on considerarem èxit que l'alumne faci tard. Per tant, $B(n; 0, 2)$.

a) és una distribució $B(5; 0, 2)$ i ens demanen

$$P(X = 1) = \binom{5}{1} 0,2^1 0,8^4 = 0,4096$$

b) és una distribució $B(20; 0, 2)$ i ens demanen

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) -$$

$$-P(X = 3) - P(X = 4) = 1 - \binom{20}{0} 0,2^0 0,8^{20} - \binom{20}{1} 0,2^1 0,8^{19} -$$

$$- \binom{20}{2} 0,2^2 0,8^{18} - \binom{20}{3} 0,2^3 0,8^{17} - \binom{20}{4} 0,2^4 0,8^{16} = 0,370352$$

c) Ens trobem amb una distribució geomètrica $Ge(0, 2)$. Si indicam per Y la variable aleatòria corresponent, ens demanen

$$P(Y = 4) = 0,8^3.0,2 = 0,1024$$

d) Aquí ens demanen

$$P(Y > 10) = 1 - P(Y \leq 10) = 1 - 0,2 - 0,8.0,2 - 0,8^2.0,2 - 0,8^3.0,2 -$$

$$-0,8^4.0,2 - 0,8^5.0,2 - 0,8^6.0,2 - 0,8^7.0,2 - 0,8^8.0,2 - 0,8^9.0,2 = 0,107374$$

També ho podríem plantejar de la següent manera:

Designem per A_i ="Fer prest el dia 1". Aleshores ens demanen $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_{10})$ i com els successos són independents tenim

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_{10}) = P(A_1) \cdot P(A_2) \ldots P(A_{10}) = 0.8^{10} = 0.107374$$

Prob 2 En una empresa elèctrica rep lots de 100 alternadors. Després de molt de temps se n'adona que el nombre d'alternadors defectuosos en un lot segueix una distribució de Poisson de mitjana 2.

a) Quina és la probabilitat de que un determinat lot tengui més de 5 alternadors defectuosos?

b) Si rep un lot de 200 alternadors, quina és la probabilitat de que contengui menys de 3 alternadors defectuosos?

El gerent de l'empresa considerarà que ha de retornar tot el lot de 100 alternadors quan hi hagi més 5 alternadors defectuosos.

c) Calculau la probabilitat que el gerent hagi de rebre 10 lots per a haver de retornar dos lots? Indicau també quins són els valors de la variable aleatòria que ens defineix el problema. De quin tipus de distribució es tracta?

d) Si agafam a l'atzar 5 lots, quina és la probabilitat que n'hi hagi més de 1 que s'hagin de tornar? Indicau també quins són els valors de la variable aleatòria que ens defineix el problema. De quin tipus de distribució es tracta?

e) Quin és el nombre esperat de lots que haurem de rebre abans de tornar un lot? Indicau també quins són els valors de la variable aleatòria que ens defineix el problema. De quin tipus de distribució es tracta?

(Control, curs 08/09)

Solució:

a) Designem per X la variable aleatòria que ens dóna el nombre d'alternadors defectuosos que hi ha en un lot de 100 alternadors. X segueix una distribució de Poisson de mitjana 2.

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0.9834 = 0.0166$$

(**Nota:** La probabilitat s'ha cercat a les taules)

b) Designem per Y la variable aleatòria que ens dóna el nombre d'alternadors defectuosos que hi ha en un lot de 200 alternadors. Y segueix una distribució de Poisson de mitjana 4 (el doble que en el cas de 100 alternadors).

$$P(Y < 3) = 0.2381$$

(**Nota:** La probabilitat s'ha cercat a les taules)

c) Designem per Z la variable aleatòria que ens dóna el nombre de lots que hem de rebre per a retornar 2 lots:

$$Z = \{2, 3, 4, 5, ...\}$$

Es tracta d'una distribució binomial negativa $BN(0.0166, 2)$ (vegeu teoria).

$$P(Z = 10) = \left(\begin{array}{c} 9 \\ 1 \end{array} \right) 0.0166^2 \cdot 0.9834^8 = 0.0022$$

d) Designem per T la variable aleatòria que ens dóna el nombre de lots que s'han de tornar de 5 lots triats a l'atzar.

$$T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

Es tracta d'una distribució binomial $B(5, 0.0166)$ (vegeu teoria).

$$P(T > 1) = 1 - P(T = 0) - P(T = 1) = 1 - \left(\begin{array}{c} 5 \\ 0 \end{array} \right) 0.9834^5 - \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \end{array} \right) 0.0166 \cdot 0.9834^4 = 0.00267$$

e) Designem per S la variable aleatòria que ens dóna el nombre de lots que hem de rebre fins a haver de retornar un.

$$S = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Es tracta d'una distribució geomètrica $Ge(0.0166)$ (vegeu teoria) i ens demanen el valor esperat

$$\mu = \frac{1}{0.0166} = 60.24$$