Escola Politècnica Superior
Grau en Enginyeria d'Edificació

Assignatura: Aplicacions Estadístiques

Tipus d'activitat

	Exercici	Treball / Pràctica	Examen	Altres
Puntuable			X	
No Puntuable				

Competències específiques que es treballen

Capacitat per a utilitzar les tècniques i mètodes probabilístics i d'anàlisi estadística	X

Competències genèriques que es treballen

Resolució de problemes (CI-1)	X
Capacitat d'anàlisi i síntesi (CI-4)	X
Coneixement d'informàtica relatiu a l'àmbit d'estudis (CI-2)	
Aptitud per a la gestió de l'informació (CI-5)	
Compromís ètic (CP-1)	X
Raonament crític (CP-2)	X
Aptitud per al treball en equip (CP-3)	
Aprenentatge autònom (CP-9)	

Data: 18/06/2012

Problema 1 *La següent taula mostra les notes dels 2 primers controls de 20 alumnes d'Estadística:*

8.3	9.5	3.7	7.9	6.7	9	9.7	10	5.9	7.4	4.1	9.4	9	10	7.1	5.7	4.2	7	4.9	8.2
6	5	0.5	5	0	9.2	2.5	9.7	7	7	3	6	9	9.7	1.5	3.5	7	4.2	4	8.5

Es demana:

a) *Utilitza el rang interquartílic per comparar la dispersió de les notes dels dos controls i comenta els resultats.*

b) *Dibuixa el diagrama de dispersió dels dos conjunts de notes*

c) *Calcula el coeficient de correlació entre els dos conjunts de notes i comenta el resultat, relacionat-lo amb el diagrama de dispersió dibuixat a l'apartat anterior.*

Problema 2 *En una pastisseria hi ha dues vitrines on s'exposen els pastissos. En la primera d'elles hi ha 10 pastissos de poma i 7 de xocolata i en la segona 5 de poma i 10 de xocolata. Per un error una de les dependentes passa un pastís de la primera a la segona vitrina i a continuació arriba un client que tria un pastís a l'atzar d'aquesta segona vitrina.*

Es demana:

a) *Identifica i dóna nom als successos que es descriuen a l'enunciat del problema. En cas que hi hagi successos que estiguin condicionats per uns altres successos, calcula les probabilitats condicionades.*

b) *Quina és la probabilitat que el pastís que tria el client sigui de poma?*

c) *Si el pastís que tria el client és de poma, quina és la probabilitat que el pastís que va passar de la primera a la segona vitrina fos de xocolata?*

d) *Quina és la probabilitat que el pastís que canvia de vitrina sigui de poma i que el pastís que tria el client sigui de xocolata?*

Problema 3 *Una fabricant de vidres sap que, per terme mitjà, els vidres que fabrica tenen 10 imperfeccions per metre quadrat.*

Es demana:

a) Quina és la probabilitat de trobar més de 20 imperfeccions en un vidre d'un metre quadrat?

b) Quina és la probabilitat de trobar més de 10 i menys de 15 imperfeccions en un vidre de mig metre quadrat?

c) Quina és la probabilitat de trobar menys de 40 imperfeccions en un vidre de 5 metres quadrats?

d) Si es fabriquen 10 vidres d'un metre quadrat cadascun, quina és la probabilitat que més de 7 d'aquests vidres presentin 20 o menys imperfeccions?

Problema 4 *El president d'un determinat país afirma que l'economia del país funciona molt bé i que no necessita ajuda financera externa ja que l'Índex Econòmic mitjà de les seves empreses és de 10, al nivell de la mitjana mundial. Una agència internacional d'estudis econòmics decideix contrastar aquestes afirmacions i pren una mostra de 10 empreses, obtenint els següents valors de l'Índex Econòmic per a cada una d'elles:*

9 8.9 11 9.5 10.4 7.8 9.7 10.1 8.5 9.9

Es demana:

a) Calcula la mitjana i la desviació típica mostrals de l'Índex Econòmic de les empreses.

b) A partir de les dades anteriors troba un interval de confiança per a la mitjana poblacional de l'Índex Econòmic de les empreses, amb un nivell de confiança del 95 %.

c) Contrasta les afirmacions del president del país, indicant de manera raonada quines són les hipòtesis nul.la i alternativa, amb un nivell de significació del 10 %. *Calcula el p-valor del contrast.*

Formulari Estadística Descriptiva

- Percentil p de dades agrupades en intervals: $P_p = L_p + (L_{p+1} - L_p)\dfrac{N \cdot p - N_{p-1}}{n_p}$
- Coeficient de simetria: $g_1 = \frac{m_3}{s^3}$, s: desviació típica
  - Dades brutes: $m_3 = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^3 + (x_2 - \bar{x})^3 + \cdots + (x_N - \bar{x})^3}{N}$
  - Dades en taula de freqüències: $m_3 = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^3 n_1 + (x_2 - \bar{x})^3 n_2 + \cdots + (x_k - \bar{x})^3 n_k}{N}$
- Coeficient d'apuntament: $g_2 = \frac{m_4}{s^4} - 3$, s: desviació típica
  - Dades brutes: $m_4 = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^4 + (x_2 - \bar{x})^4 + \cdots + (x_N - \bar{x})^4}{N}$
  - Dades en taula de freqüències: $m_4 = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^4 n_1 + (x_2 - \bar{x})^4 n_2 + \cdots + (x_k - \bar{x})^4 n_k}{N}$
- Recta de regressió: $\hat{Y} = aX + b$, $\quad a = \frac{\mathrm{Cov(X,Y)}}{\mathrm{Var(X)}}$ $\quad b = \bar{y} - a\bar{x}$
- Coeficient de contingència: $0 \leq C \leq \sqrt{1 - \dfrac{1}{\mathrm{mín}(k,l)}}$, $\quad C = \sqrt{\dfrac{\chi^2}{\chi^2 + N}}$, $\quad \chi^2 = \sum_i \sum_j \dfrac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$, $\quad e_{ij} = \dfrac{n_{i*} n_{*j}}{N}$

Formulari Estadística Inferencial

Variables aleatòries usuals

V.A. (X)	$f_X(x)$	$E(X)$	$Var(X)$	Altres propietats
Binomial $B(n,p)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots,n\}$	$\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$ si $x \in \Omega_X$ 0 si $x \notin \Omega_X$	np	$np(1-p)$	
Poisson $Po(\lambda)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots\}$	$\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$ si $x \in \Omega_X$ 0 si $x \notin \Omega_X$	λ	λ	$B(n,p) \approx Po(np)$ (n gran, p petit)
Uniforme $\mathcal{U}(a,b)$ $\Omega_X = [a,b]$	$\frac{1}{b-a}$ si $x \in [a,b]$ 0 si $x \notin [a,b]$	$\frac{b+a}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x < a \\ 1 & x > b \end{cases}$
Gaussiana $X(\mu,\sigma^2)$ $\Omega_X = \mathbb{R}$		μ	σ^2	$Z \sim N(0,1)$ normal estándar $F_Z(-z) = 1 - F_Z(z)$ $F_X(x) = F_Z(\frac{x-\mu}{\sigma})$ $B(n,p) \approx N(np, np(1-p))$ (n gran) $Po(\lambda) \approx N(\lambda,\lambda)$ (λ gran)

Estadístics més usuals

Paràmetre mostral (estadístic)	Esperança	Variància	Distribució de probabilitat	
$\bar{X}$	$E(\bar{X}) = \mu$	$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ $\frac{\bar{X}-\mu}{\hat{s}_X/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\hat{s}_X^2}{n})$	població normal, σ conegut població normal, σ desconegut, $n \leq 30$ σ desconegut, $n > 30$
$\hat{s}_X^2$	$E(\hat{s}_X^2) = \sigma^2$	$\text{Var}(\hat{s}_X^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$	$\frac{n-1}{\sigma^2}\hat{s}_X^2 \sim \chi^2_{n-1}$	població normal
$\hat{p}_X$	$E(\hat{p}_X) = p$	$\text{Var}(\hat{p}_X) = \frac{p(1-p)}{n}$	$\hat{p}_X \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$ $\hat{p}_X \sim t_{n-1}$	$n > 30$ població normal, $n \leq 30$

Intervals de confiança més usuals

Paràmetre mostral	Interval de confiança	
Mitjana	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	població normal, σ conegut
	$\bar{X} \pm t_{n-1,\alpha/2}\dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	població normal, σ desconegut i $n \leq 30$
	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	si $n > 30$
Variància	$\left[\dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}\hat{s}_X^2, \dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}\hat{s}_X^2\right]$	si la població segueix una llei normal
Proporció	$\hat{p}_X \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_X(1-\hat{p}_X)}{n}}$	si $n > 30$