Examen de Estadística Económica. Septiembre 2011

Contesta a tres de los cuatro problemas propuestos.
Utiliza hojas separadas para problemas diferentes.
Todos los problemas puntúan lo mismo.
Se penalizará a quien entregue los cuatro problemas.

Problema 1 *Una cadena de hamburgueserías regala dos tipus de muñecos con su menú infantil: el osito Big King y el cerdito MacWhopper. Un* 40 % *de los menús vienen con el primero de los muñecos y un* 60 % *con el segundo. Además, 7 de cada 15 ositos y 9 de cada 20 cerditos traen como premio un helado.*

a) *Identifica los sucesos más relevantes y las probabilidades asignadas en el enunciado. Distingue claramente las probabilidades condicionadas de las no condicionadas.*

b) *¿Cuál es la probabilidad de que al pedir un menú infantil nos toque como premio un helado?*

c) *Si nos toca un helado de premio, ¿cuál es la probabilidad de que el menú contenga el cerdito MacWhopper?*

d) *Si pedimos 10 menús infantiles, ¿cuál es la probabilidad de que 3 o más tengan premio?*

Problema 2 *Una empresa de transportes realiza el* 85 % *de las entregas urgentes en un plazo de 24h. De un conjunto de 20 envíos se desea calcular:*

a) *La probabilidad de que al menos 15 de ellos lleguen a su destino en un plazo de 24h;*

b) *La probabilidad de que menos de 3 de ellos lleguen a su destino en más de 24h;*

c) *La probabilidad de que más de 5 y menos de 9 envíos lleguen a su destino en más de 24h;*

d) *El servicio de entrega urgente cuesta 30 euros por envío. En el caso de que un envío tarde más de 24h en entregarse la empresa se compromete a pagar una cantidad Q al cliente en concepto de indemnización. ¿Cuál debe ser el valor máximo de Q para que el servicio no genere pérdidas (el valor esperado de las pérdidas sea cero)?*

Problema 3 *El número de billetes de metro de la línea Palma-UIB vendidos diariamente sigue una distribución aproximadamente normal. Se toma una muestra aleatoria de 64 observaciones y el número medio de billetes vendidos es 100 i la desviación típica 25. Además, en 20 de estos 64 días los trenes sufrieron retrasos de más de 10 minutos.*
Se pide:

a) *Calcular un intervalo de confianza del* 98 % *para la media de los billetes vendidos diariamente.*

b) *Calcular un intervalo de confianza del* 98 % *para la varianza de los billetes vendidos diariamente.*

c) *Calcular un intervalo de confianza del* 95 % *para la probabilidad de que un dia cualquiera los trenes sufran retrasos de más de 10 minutos.*

Problema 4 *Un profesor muy exigente afirma que aprueba a más de un* 30 % *de sus alumnos (es decir, suspenden menos del* 70 %*). No obstante los alumnos sospechan que el porcentaje de suspensos es mayor. Para verificar la validez de la afirmación del profesor se toman los resultados de las 10 últimas convocatorias del examen, y las medias de suspensos (en %) son:*

70 67 78 80 72 69 75 71 68 77

Se pide hacer un contraste unilateral de hipótesis para aceptar o rechazar la afirmación del profesor, para un nivel de significación del 1 %. *Se deben definir, de manera razonada, las hipótesis nula y alternativa.*

Variables aleatorias usuales

V.A. (X)	$f_X(x)$	$E(X)$	$Var(X)$	Otras propiedades
Binomial $B(n,p)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots,n\}$	$\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$ si $x \in \Omega_X$ 0 si $x \notin \Omega_X$	np	$np(1-p)$	
Poisson $Po(\lambda)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots\}$	$\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$ si $x \in \Omega_X$ 0 si $x \notin \Omega_X$	λ	λ	
Geométrica $Ge(p)$ $\Omega_X = \{1,2,\cdots\}$	$(1-p)^{x-1}p$ si $x \in \Omega_X$ 0 si $x \notin \Omega_X$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	
Geométrica $Ge(p)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots\}$	$(1-p)^x p$ si $x \in \Omega_X$ 0 si $x \notin \Omega_X$	$\frac{1-p}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$F_X(x) = \begin{cases} 1-(1-p)^{k+1} & x \in [k,k+1), \\ & k \in \Omega_X \\ 0 & x < 0 \end{cases}$
Uniforme $\mathcal{U}(a,b)$ $\Omega_X = [a,b]$	$\frac{1}{b-a}$ si $x \in [a,b]$ 0 si $x \notin [a,b]$	$\frac{b+a}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x < a \\ 1 & x > b \end{cases}$
Gaussiana $X(\mu,\sigma^2)$ $\Omega_X = \mathbb{R}$		μ	σ^2	$Z \sim N(0,1)$ normal estándar $F_Z(-z) = 1 - F_Z(z)$ $F_X(x) = F_Z(\frac{x-\mu}{\sigma})$

Estadísticos usuales

Parámetro muestral (estadístico)	Esperanza	Varianza	Distribución de probabilidad	
$\bar{X}$	$E(\bar{X}) = \mu$	$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ $\frac{\bar{X}-\mu}{\hat{s}_X/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\hat{s}_X^2}{n})$	población normal, σ conocido población normal, σ desconocido, $n \leq 30$ σ desconocido, $n > 30$
$\hat{s}_X^2$	$E(\hat{s}_X^2) = \sigma^2$	$\text{Var}(\hat{s}_X^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$	$\frac{n-1}{\sigma^2}\hat{s}_X^2 \sim \chi^2_{n-1}$	población normal
$\hat{p}_X$	$E(\hat{p}_X) = p$	$\text{Var}(\hat{p}_X) = \frac{p(1-p)}{n}$	$\hat{p}_X \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$ $\hat{p}_X \sim t_{n-1}$	$n > 30$ población normal, $n \leq 30$

Intervalos de confianza usuales

Parámetro muestral	Intervalo de confianza	
Media	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	la población sigue una normal y σ es conocido
	$\bar{X} \pm t_{n-1,\alpha/2}\dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	la población sigue una normal, σ desconocido y $n \leq 30$
	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	si $n > 30$
Varianza	$\left[\dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}\hat{s}_X^2, \dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}\hat{s}_X^2\right]$	la población sigue una normal
Proporción	$\hat{p}_X \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_X(1-\hat{p}_X)}{n}}$	si $n > 30$