

Càlcul II.

Examen Setembre. Curs 2011-12

L'examen consta de 5 blocs de preguntes, cada un d'ells amb dues opcions. Heu de contestar **només una** de les opcions en cada bloc.

Bloc 1 .

Opció 1. Determinau el conjunt de tots els $x, y \in \mathbb{R}$ tals que $x + iy = (x - iy)^2$

Opció 2. Determinau el conjunt següent: $\{z \in \mathbb{C} : 1 + i - e^z = 0\}$

Bloc 2 .

Opció 1. Estudiau la continuïtat en el punt $(1, 2)$ de la següent funció:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3-x-y}{3+x-2y} & \text{si } (x, y) \neq (1, 2) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (1, 2) \end{cases}$$

Opció 2. Calculau els límits iterats, els límits segons les rectes que passen per $(2, 3)$ i el límit en $(2, 3)$ de la següent funció: $f(x, y) = x^2y^2 - 2xy^5 + 3y$

Bloc 3 .

Opció 1. Demostrau que la funció $z = y\varphi(x^2 - y^2)$ satisfà l'equació: $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$

Opció 2. Trobau els màxims i mínims relatius de la funció: $f(x, y) = x^4 + y^4 + \frac{1}{x^4y^4}$

Bloc 4 .

Opció 1. Resoleu l'integral següent i dibuixau el recinte d'integració:

$$\int_0^1 \int_1^{e^x} (x + y) dy dx$$

Opció 2. Resoleu l'integral següent i dibuixau el recinte d'integració:

$$\iint_D xy dx dy$$

$$\text{on } D = \{(x, y) : y \leq 1 - \tfrac{1}{2}x, \quad y \leq 1 + \tfrac{1}{2}x, \quad -1 \leq x \leq 1\}.$$

Bloc 5 .

Opció 1. Trobau la solució general $u(x, y)$ de la següent EDP i comprovau el resultat:

$$u_{xy} = x^2y$$

Opció 2. Trobau la solució general $u(x, y)$ de la següent EDP i comprovau el resultat:

$$3u_x - 4u_y = x + e^x$$