Examen d'Estadística Enginyeria Edificació.
Setembre 2010

Problema 1 *Considerem les següents dades corresponents a la temperatura (en °C) de diferents ciutats del món mesurada el dia 2 de juny de 2010 a les 10:55GMT.*

Ciutat	*Temp.*	*Ciutat*	*Temp.*	*Ciutat*	*Temp.*	*Ciutat*	*Temp.*
Amsterdam	*20*	*Cancún*	*26*	*Los Angeles*	*17*	*París*	*18*
Atenas	*24*	*Dublín*	*17*	*Miami*	*27*	*Pekín*	*22*
Barcelona	*22*	*El Cairo*	*34*	*Montreal*	*18*	*Sao Paulo*	*14*
Bombay	*34*	*Hamburgo*	*19*	*Moscú*	*26*	*Sidney*	*17*
Buenos Aires	*12*	*Lima*	*18*	*Nueva York*	*21*	*Tokio*	*18*

Dibuixau el diagrama de capsa corresponent a la variable Temperatura, indicant tots els valors numèrics rellevants: mediana, quartils, rang interquartílic, límits entre valors típics i atípics i entre valors atípics i extrems, valors típics màxim i mínim. Indicau quins valors són atípics i extrems, si n'hi ha.

Problema 2 *En una oficina treballen 3 delineants. El primer dibuixa un* 40 % *dels plànols, però s'equivoca en un* 5 % *d'ells. El segon dibuixa un* 35 % *dels plànols i s'equivoca en un* 3 %. *El tercer delineant només dibuixa un* 25 % *dels plànols, però s'equivoca molt poc (un* 1 % *de les vegades).*

a) Identifica els successos més rellevants i les probabilitats assignades en l'enunciat. Distingeix clarament les probabilitats condicionades de les no condicionades.

b) Si l'arquitecte en cap de l'oficina revisa els plànols i es fixa en un plànol a l'atzar, quina és la probabilitat que aquest contengui un error?

c) Si el plànol conté un error, quina és la probabilitat que l'hagi dibuixat el primer delineant?

d) Si es revisen 10 plànols, quina és la probabilita que 3 o més contenguin errors?

Problema 3 *Una petita barca amb capacitat per a 15 persones (a part de la tripulació) fa viatges diaris al Parc Natural de Cabrera. El patró de la barca sap que 1 de cada 5 reserves fallen, per la qual cosa cada dia fà 17 reserves.*

a) Quina és la probabilitat que un dia qualsevol no hagi espai a la barca per dur a totes les persones que han fet una reserva (overbooking)?

b) Quina és la probabilitat que un dia qualsevol no s'ompli la barca?

c) Quina és la probabilitat que un dia qualsevol viatgin en la barca entre 10 i 12 persones (incloses)?

d) Quina ha de ésser la capacitat mínima de la barca per a que la probabilitat d'overbooking sigui inferior al 3 %.

Problema 4 *El propietari d'una immobiliària ha comprovat que només un* 5 % *dels seus clients acaben realitzant una compra. Durant un periode d'un mes l'immobiliària rep la cridada de 450 clients, que poden ésser considerats com una mostra aleatòria del total de clients de la immobiliària.*

a) Quina és la mitjana de la proporció mostral de clients que acaben realitzant una compra?

b) Quina és la variància de la proporció mostral?

c) Quina és la probabilitat que la proporció mostral sigui major que $0{,}075$?

d) Quin ha d'ésser el tamany mínim de la mostra que ens assegura que la desviació típica de la proporció mostral és inferior a $0{,}005$?

Variables aleatòries usuals

V.A. (X)	$f_X(x)$		$E(X)$	$Var(X)$	Altres propietats
Binomial $B(n,p)$ $\Omega_X = \{0, 1, \cdots, n\}$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ 0	si $x \in \Omega_X$ si $x \notin \Omega_X$	np	$np(1-p)$	
Poisson $Po(\lambda)$ $\Omega_X = \{0, 1, \cdots\}$	$\frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ 0	si $x \in \Omega_X$ si $x \notin \Omega_X$	λ	λ	
Uniforme $\mathcal{U}(a,b)$ $\Omega_X = [a,b]$	$\frac{1}{b-a}$ 0	si $x \in [a,b]$ si $x \notin [a,b]$	$\frac{b+a}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x < a \\ 1 & x > b \end{cases}$
Gaussiana $X(\mu, \sigma^2)$ $\Omega_X = \mathbb{R}$			μ	σ^2	$Z \sim N(0,1)$ normal estándar $F_Z(-z) = 1 - F_Z(z)$ $F_X(x) = F_Z(\frac{x-\mu}{\sigma})$

Estadístics més usuals

Paràmetre mostral (estadístic)	Esperança	Variància	Distribució de probabilitat	
$\bar{X}$	$E(\bar{X}) = \mu$	$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ $\frac{\bar{X}-\mu}{\hat{s}_X/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\hat{s}_X^2}{n})$	població normal, σ conegut població normal, σ desconegut, $n \leq 30$ σ desconegut, $n > 30$
$\hat{s}_X^2$	$E(\hat{s}_X^2) = \sigma^2$	$\text{Var}(\hat{s}_X^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$	$\frac{n-1}{\sigma^2} \hat{s}_X^2 \sim \chi^2_{n-1}$	població normal
$\hat{p}_X$	$E(\hat{p}_X) = p$	$\text{Var}(\hat{p}_X) = \frac{p(1-p)}{n}$	$\hat{p}_X \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$ $\hat{p}_X \sim t_{n-1}$	$n > 30$ població normal, $n \leq 30$

Intervals de confiança més usuals

Paràmetre mostral	Interval de confiança	
Mitjana	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	població normal, σ conegut
	$\bar{X} \pm t_{n-1,\alpha/2} \frac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	població normal, σ desconegut i $n \leq 30$
	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	si $n > 30$
Variància	$\left[\frac{n-1}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}} \hat{s}_X^2, \frac{n-1}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}} \hat{s}_X^2 \right]$	si la població segueix una llei normal
Proporció	$\hat{p}_X \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_X(1-\hat{p}_X)}{n}}$	si $n > 30$