MODEL DE QÜESTIONARI DE VECTORS I VALORS PROPIS

Primer qüestionari de vectors i valors propis

Indicacions per a la resolució del qüestionari

1. Els nombres racionals els hi heu d'escriure com a fraccions irreductibles, separant el numerador del denominador amb un signe /. Així, per exemple, heu d'escriure -2/3 per representar $-\frac{2}{3}$

2. Mirau les preguntes i respostes del model de test i teniu en compte com s'expressen les solucions i les notes aclaridores.

3. Quan ens demanen alguna qüestió relacionada amb valors propis, les respostes correspondran als valors propis ordenats en ordre creixent (mirau els exemples)

4. Les components dels vectors propis han de ser sempre nombres enters. És a dir, si ens ha sortit que $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -1)$ és un vector propi, posarem com vector propi, per exemple, $(1, 3, -2)$ (també podríem posar $(-1, -3, 2)$).

5. Teniu en compte que **les darreres instruccions vàlides són les indicades a l'inici del test**, que en general coincidiran amb aquestes, a no ser que s'hagi d'especificar alguna modificació de darrera hora.

Exemple de qüestionari de vectors i valors propis

Pràctica 1

1) Determina els valors propis de la matriu

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

La solució és que els valors propis són 1 i 2.

Heu d'escriure: 1,2

Nota: Heu de posar els valors propis ordenats de menor a major (ordre creixent) i separats per comes. Si no té valors propis reals heu de posar **no**.

2) Determina els valors i vectors propis de la matriu

$$\begin{pmatrix} -6 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \\ -7 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

Solució: Els valors propis són -1, 1 i 2. Els vectors propis associats a aquests valors propis són:

- Associat al valors propi -1: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Associat al valors propi 1: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- Associat al valors propi 2: $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Heu d'escriure: -1,(1,0,1);1,(1,1,2);2,(1,-1,1)

Nota: Heu de posar cada valor propi seguit del seu vector propi corresponent, ordenats de menor a major (**ordre creixent**). La separació entre el valor propi i el seu vector propi corresponent ha de ser una **coma** i la separació entre les diferents agrupacions de valor i vector propi ha de ser el **punt i coma**. Els vectors propis han d'estar formats per **nombres enters**. Si no té valors propis reals heu de posar **no**.

Teniu en compte que hi ha més d'un vector propi associat a un valor propi, mentre el vector propi estigui format per nombres enters, es considerarà correcta la resposta.

3) Donada l'aplicació lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida per $f(x, y, z) = (x - y - z, x + 3y + z, -x - y + z)$ Calculau els valors propis i els espais vectorials associats a aquests.

Solució:

Heu d'escriure: 1,<(1,-1,1)>;2,<(-1,1,0),(-1,0,1)>

Nota: Heu de posar cada valor propi seguit de l'espai vectorial associat ordenats (els valors propis) de menor a major (**ordre creixent**). La separació entre el valor propi i l'espai vectorial associat corresponent ha de ser una **coma** i la separació entre les diferents agrupacions de valor i espai vectorial ha de ser el **punt i coma**. Els vectors propis han d'estar formats per **nombres enters**. Si no té valors propis reals heu de posar **no**.

En els apunts de teoria teniu la forma de resoldre aquest exercici (exemples de les proposicions 6.5 i 6.6).

4) Indicau si la matriu $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ és diagonalizable.

Solució:

Heu de marcar l'opció correcta, en aquest cas Si.

En els apunts de teoria, exemple de la prop. 6.16 teniu l'exemple resolt.

5) Determina la matriu de canvi de base P, que es refereix als vectors propis de la matriu $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Solució: $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Heu d'escriure: ([1,-1,-1],[-1,1,0],[1,0,1])

Nota: Les columnes de la matriu han d'estar ordenades segons l'ordre creixent dels valors propis. Els vectors propis han d'estar formats per **nombres enters**. Si no existeix heu de posar **no**.

Per veure com es resol mirau l'exemple de la proposició 6.18 del apunts de teoria. Teniu present que l'ordre està canviat, ja que s'han de posar segons l'ordre creixent dels valors propis.

6) Calculau $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 12 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}^n$ i indicau la solució correcta.

Solució: Es donen 4 possibles respostes i heu de triar la vàlida.

Per veure com es resol mirau l'exemple de la proposició 6.19 dels apunts de teoria.