PRIMER PARCIAL DE FONAMENTS MATEMÀTICS II. TELEMÀTICA (FEBRER 2003)

P1.- Discutiu i resoleu, en funció dels paràmetres s i t, el següent sistema: **2 pt.**

$$\left.\begin{array}{ccccccc} tx & + & y & + & 2sz & = & 1 \\ 2sx & + & y & + & 2sz & = & 1+3t \\ sx & + & & & sz & = & 2t \end{array}\right\}$$

P2.- Sabent que els nombres 147, 336 i 189 són divisibles per 21 provau, sense calcular, que el següent determinant també és divisible per 21: **1 pt.**

$$\begin{vmatrix} -4 & -3 & -8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

P3.- Considerau els següents subespais vectorials de $\mathbb{R}^3$:

$$U = \langle (1,3,-1),(2,1,4) \rangle \qquad V = \langle (2,-1,1),(1,-4,2),(1,3,-1) \rangle$$

a) Trobau una base de U. **0.5 pt**

b) Trobau una base de V. **0.5 pt**

c) Trobau una base de $U+V$. **0.5 pt**

d) Quina és la dimensió de $U \cap V$?. **0.5 pt**

e) Ampliau la base de U a una base de $\mathbb{R}^3$. **0.5 pt**

P4.- Sigui $\mathbb{R}_2[x]$ l'espai vectorial (de dimensió 3) format pels polinomis reals de grau menor o igual a 2 amb coeficients reals:

$$\mathbb{R}_2[x] = \{ax^2+bx+c : a,b,c \in \mathbb{R}\}$$

Considerau l'endomorfisme f de $\mathbb{R}_2[x]$ en $\mathbb{R}_2[x]$ definit com:

$$f(ax^2+bx+c) = (a+b)x^2 + (c-b)x + (2a+b+c)$$

a) Calculau la dimensió i una base de $\mathrm{Ker} f$. **1 pt**

b) Calculau la dimensió i una base de $\mathrm{Im} f$. **1 pt**

P5.- Es donen les seqüents successions recurrents

$$\begin{array}{ccccc} u_n & = & 3u_{n-1} & + & 3v_{n-1} \\ v_n & = & 5u_{n-1} & + & v_{n-1} \end{array}$$

amb $u_0 = v_0 = 1$.
Calculau les expressions de u_n i v_n en funció de u_0 i v_0. **2.5 pt**

Duració de l'examen 3:30 hores.