Fonaments Matemàtics II. Telemàtica
Àlgebra Lineal. Setembre 2006

P1.- Discutiu i resoleu el següent sistema d'equacions: **3 pt.**

$$\begin{cases} (1+t)x + 3y - z = -3 \\ x + y + (t-3)z = -4 \\ (t+1)x - y + z = 5 \\ x - y + (t+1)z = 6 \end{cases}$$

P2.- Considerem els subespais vectorials de $\mathbb{R}_3[x]$

$$S =< 1 + 2x - x^2 - 3x^3, 2 + x + x^2 - x^3 > \quad \text{i} \quad T =< -1 + x + x^2 + 2x^3, 3x + x^3, 1 + 2x - x^2 + x^3 >$$

a) Cercau una base i la dimensió de S i T. **0,75 pt.**

b) Cercau una base i la dimensió de $S + T$ i $S \cap T$. **1,5 pt.**

c) Trobau les coordenades de $u = 8 + x - 2x^2 - 7x^3$ en una base de $S + T$. Trobau dos vectors $v \in S$ i $w \in T$ de forma que $u = v + w$. Raonau per què u i v no són únics. **1 pt.**

d) Trobau un subespai vectorial S' de $\mathbb{R}_3[x]$, tal que $\mathbb{R}_3[x] = T \bigoplus S'$ **0,75 pt.**

P3.- Sigui $(\mathcal{M}_3(\mathbb{R}), +, .)$ l'espai vectorial de les matrius quadrades d'ordre 3 sobre $\mathbb{R}$. Considerem el subconjunt $\mathcal{T}$ de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ format per les matrius triangulars superiors i $\mathcal{S}$ el de triangulars inferiors. Establim l'aplicació $f : M_3(\mathbb{R}) \to M_3(\mathbb{R})$ tal que $f(A) = A^t$.

a) Demostrau que $\mathcal{T}$ és un subespai vectorial de $M_3(\mathbb{R})$. Trobau una base. **0,5 pt.**

b) Demostrau que f és una aplicació lineal. **0,5 pt.**

c) Trobau $f(\mathcal{T})$. **0,75 pt.**

d) Trobau la matriu associada a l'aplicació lineal respecte a les bases canòniques (inicial i final). **0,5 pt.**

e) Quins elements de $\mathcal{T}$ són vectors propis? **0,75 pt.**

Duració de l'examen 2 hores.

Fonaments Matemàtics II. Telemàtica
Probabilitat. Setembre 2006

P4.- Sigui A, B dos successos de forma que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,2$ i $P(A \cap B) = 0,1$. Calculau les següents probabilitats:

a) $P(A')$ **0,25 pt.**

b) $P(A \cup B)$ **0,25 pt.**

c) $P(A/B)$ **0,25 pt.**

d) $P(A' \cap B)$ **0,5 pt.**

e) $P(A' \cap B')$ **0,25 pt.**

f) $P(A' \cup B)$ **0,25 pt.**

g) $P(B/A')$ **0,25 pt.**

on A' i B' són els successos contraris a A i B respectivament.

P5.- Una petita empresa de venda d'ordinadors, munta 20 ordinadors per hora. La situació normal és que l'1% dels ordinadors muntats no funcionin i requereixin tornar a ser muntats. Sigui X el nombre d'ordinadors que requereixen tornar a ser muntats en una hora. Es considera que hi ha un problema en el procés de muntatge si X es major que la mitjana més 4 vegades la desvició típica.

a) Si ens trobam amb una situació normal, quina és la probabilitat de que hi hagi un problema en el procés de muntatge? **1 pt.**

b) Si el nombre d'ordinadors que és necessari tornar a muntar és del 4%, quina és la probabilitat que X sigui major que 1? **1 pt.**

c) En aquest darrer cas, quina és la probabilitat que X sigui major que 1, almenys en una de les tandes del muntatge de les properes 5 hores? **1 pt.**

d) Si el procés de muntatge no s'interrop, i amb les condicions de l'apartat b), quina seria la probabilitat que la primera tanda en que $X > 1$ sigui a partir de la tercera? Quantes hores haurien de passar, per terme mitjà, fins a trobar una tanda en que X sigui major que 1? **1 pt.**

P6.- El temps entre arribades d'avionetes a un aeroport té una distribució exponencial amb una mitjana d'una hora.

a) Indicau la funció de densitat corresponent a aquesta distribució. Utilitzant la funció de densitat, calculau la probabilitat de que no aterri cap avioneta en una hora i mitja. **1 pt.**

b) Amb quina distribució de variable discreta està associada una distribució exponencial? Quina és la probabilitat de que aterrin més de tres avionetes en una hora? **1 pt.**

c) Si es trien 30 intervals d'una hora, quina és la probabilitat de que en cap d'ells hagin aterrat més de tres avionetes? **1 pt.**

d) Determinau la duració d'un interval (en hores), de forma tal que la probabilitat de que no aterri cap avioneta en aquest temps sigui 0,10. **1 pt.**

Duració de l'examen 2 hores.