

Classe pràctica 1. Enunciat

Prob 1 Tenim 7 homes i 4 dones al Consell Executiu de l'empresa informàtica "SoftLliure" i volem fer una comissió de 6 membres per negociar amb el Govern Balear l'adjudicació d'un projecte informàtic basat en Linux. Si volem que en el grup hi hagi dues dones, de quantes formes es pot fer l'elecció? I si volguéssim que almenys hi hagués dues dones?

(Control, curs 05/06)

Prob 2 De quantes formes diferents es poden posar 3 anells diferents als dits índex, del cor, anular i xic, de forma que cada dit només pugui tenir un anell? De quantes formes es podrien posar si a cada dit es pot posar més d'un anell?

Resoleu el mateix problema en el cas que els anells fossin iguals.

(Control, curs 05/06)

Prob 3 En una fila de 9 butaques, de quantes formes diferents es poden seure 5 homes i 4 dones, de forma que no hi hagi 2 homes junts?

(Control, curs 05/06)

Prob 4 En una botiga d'informàtica tenim quatre de capsos que contenen targetes gràfiques, altres sis capsos en targetes de xarxa i altres dues amb targetes d'ampliació de memòria.

1. Si totes les targetes són diferents,
 - a) De quantes formes poden col·locar les capsos en una prestatgeria.
 - b) I si totes les que contenen el mateix tipus de tarja han d'estar juntes.
2. Considerem ara que tenim el mateix nombre de targetes, però cada tarja la tenim per duplicat. És a dir, tendríem quatre targetes gràfiques, però només dos models; i el mateix amb les altres targetes.
 - a) De quantes formes poden col·locar les capsos en una prestatgeria.
 - b) I si totes les que contenen el mateix tipus de tarja han d'estar juntes.

Classe pràctica 1. Solució

Prob 1 Tenim 7 homes i 4 dones al Consell Executiu de l'empresa informàtica "SoftLliure" i volem fer una comissió de 6 membres per negociar amb el Govern Balear l'adjudicació d'un projecte informàtic basat en Linux. Si volem que en el grup hi hagi dues dones, de quantes formes es pot fer l'elecció? I si volguéssim que almenys hi hagués dues dones?

(Control, curs 05/06)

Solució:

a) Hem de fer un grup format per 4 homes i 2 dones. Per fer el grup d'homes hem de triar 4 homes d'un total de 7, i com no hi cap home que tengui una major rellevància que altre, l'ordre d'elecció dels homes no tindrà importància. Per tant estam en el cas de combinacions sense repetició (ja que no podem comptar dues vegades el mateix home).

$$C_{7,4} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4!} = 35$$

Mitjançant un raonament anàleg hem de triar 2 dones d'un conjunt de 4.

$$C_{4,2} = \frac{4 \cdot 3}{2!} = 6$$

Ara bé, per a cada grup d'homes podem triar 6 grups de dones, per tant el total de grups amb 4 homes i 2 dones és

$$C_{7,4} \cdot C_{4,2} = 35 \cdot 6 = 210$$

b)

Es el mateix cas que l'anterior, però s'han de poder fer grups amb 2, 3 o 4 dones.

- Grups amb 2 dones: Vist abans. 210 grups diferents.
- Grups amb 3 dones: Ha d'estar format per un grup de 3 homes i un de 3 dones, per tant

$$C_{7,3} \cdot C_{4,3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = 35 \cdot 4 = 140$$

- Grups amb 4 dones: Ha d'estar format per un grup de 2 homes i les 4 dones

$$C_{7,2} = \frac{7 \cdot 6}{2!} = 21$$

En total tendríem $210 + 140 + 21 = 371$

Prob 2 De quantes formes diferents es poden posar 3 anells diferents als dits índex, del cor, anular i xic, de forma que cada dit només pugui tenir un anell? De quantes formes es podrien posar si a cada dit es pot posar més d'un anell?

Resoleu el mateix problema en el cas que els anells fossin iguals.

(Control, curs 05/06)

Solució:

a) Considerem tres posicions 1, 2 i 3 corresponents als tres anells diferents, i denotem als quatre dits com a , b , c , d . Una possibilitat de posar els anells seria a , c , d que vol dir que al dit a li posarem l'anell 1, al c l'anell 2 i al d l'anell 3.

Altres possibilitats serien adc , bdc , Veiem que acd i adc són diferents ja que al primer cas, la col·locació dels anells és com s'ha esmentat abans i al segon, al dit a posam l'anell 1, al d l'anell 2 i al c el 3. Per

tant l'ordre influeix i estam parlant de variacions.

No es pot tenir en compte com exemple el cas aab , ja que això vol dir que al dit a anirà l'anell 1, a l' a anirà l'anell 2 i al b el tres, però això indicaria que a un mateix dit es posarien 2 anells, que no és el que ens demana en aquest apartat. Aleshores són variacions sense repetició

$$V_{4,3} = 4.3.2 = 24$$

b) Si als dits es poden posar més d'un anell, tendríem els exemples següents: aab , baa , dca , aaa , ... en els quals no distingiríem l'ordre de col·locació dels anells a un mateix dit. Són per tant, variacions en repetició

$$VR_{4,3} = 4 = 64$$

c) En el cas que els anell siguin iguals, els exemples abc , bca són el mateix, per tant no influeix l'ordre i parlem de combinacions. El resultat seria:

$$C_{4,3} = \frac{4.3.2}{3!} = 4$$

d) Si es poden posar més d'un anell al mateix dit, tendrím els següents exemples: aab , bbd , adb , Els casos aab i aba són el mateix, ja que els anells són iguals. Per tant es tracta de combinacions amb repetició

$$CR_{4,3} = C_{4+3-1,3} = C_{6,3} = \frac{6.5.4}{3!} = 20$$

Prob 3 En una fila de 9 butaques, de quantes formes diferents es poden seure 5 homes i 4 dones, de forma que no hi hagi 2 homes junts?

(Control, curs 05/06)

Solució:

Butaques: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Si hi ha 5 homes i no poden seure plegats, forçosament han de ocupar llocs alternats començant per la primera butaca, és a dir, han d'ocupar les butaques 1, 3, 5, 7, 9. La forma de col·locar 5 homes en aquestes 5 butaques és $P_5 = 5! = 120$.

Tenint en compte l'esmentat al paràgraf anterior, les dones s'han de col·locar a les butaques 2, 4, 6, 8. Anàlogament al cas anterior, tendrien $P_4 = 4! = 24$ formes de posar-se.

Finalment, per cada forma de posar-se els homes hauria 24 formes de posar-se les dones, per tant en total tendríem

$$P_5.P_4 = 120.24 = 2880$$

Prob 4 En una botiga d'informàtica tenim quatre de capsas que contenen targetes gràfiques, altres sis capsas en targetes de xarxa i altres dues amb targetes d'ampliació de memòria.

1. Si totes les targetes són diferents,

a) De quantes formes poden col·locar les capsas en una prestatgeria.

- b) I si totes les que contenen el mateix tipus de tarja han d'estar juntes.
2. Considerem ara que tenim el mateix nombre de targes, però cada tarja la tenim per duplicat. És a dir, tendríem quatre targes gràfiques, però només dos models; i el mateix amb les altres targes.
- a) De quantes formes poden col·locar les capsos en una prestatgeria.
- b) I si totes les que contenen el mateix tipus de tarja han d'estar juntes.

Solució:

1.-

1.a) Serien totes les formes de posar $4+6+2=12$ capsos: $P_{12} = 479\,001\,600$

1.b) Hauria $P_4 = 24$ formes de posar juntes les targes gràfiques, $P_6 = 720$ formes de posar juntes les targes de xarxa i $P_2 = 2$ formes de posar juntes les targes de memòria.

Designem per A un grup format per targes gràfiques, per B un de targes de xarxa i per C un de targes d'ampliació de memòria. Una possible forma de posar aquests tres grups seria ABC i en total tendríem $P_3 = 6$ formes de posar aquests tres grups. Aleshores la resposta a l'enunciat seria

$$24 \cdot 720 \cdot 2 \cdot 6 = 207\,360$$

2.-

2.a) La resposta seria com la de l'apartat a) anterior, però tenint en compte que cada tarja està repetida

$$PR_{12}^{2,2,2,2,2,2} = \frac{12!}{2!2!2!2!2!2!} = \frac{479\,001\,600}{64} = 7\,484\,400$$

2.b) També el procés seria semblant a l'anterior. Hauria $PR_4^{2,2} = 6$ formes de posar juntes les targes gràfiques, $PR_6^{2,2,2} = 90$ formes de posar juntes les targes de xarxa i 1 forma de posar juntes les targes d'ampliació de memòria.

Després hauríem de permutar l'ordre del tipus de tarja, que com hem vist a l'apartat 1.b serien de $P_3 = 6$ formes diferents. El resultat final serà

$$6 \cdot 90 \cdot 1 \cdot 6 = 3\,240$$