PRIMER PARCIAL DE FONAMENTS MATEMÀTICS II. TELEMÀTICA (FEBRER 2002)

P1.- Discutiu i resoleu, en funció del paràmetre a, el següent sistema: **(2 pt.)**

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & 3z & = & a \\ ax & + & y & + & 5z & = & 4 \\ x & + & ay & + & 4z & = & a \end{array}\right\}$$

P2.- Calculau el següent determinant sabent que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 1$ **(2 pt.)**

$$\begin{vmatrix} -x & -y & -z \\ 3p+a & 3q+b & 3r+c \\ 2p & 2q & 2r \end{vmatrix}$$

P3.- Sigui U un pla definit per l'equació $x + 2y - 3z = 0$.

a) Demostrau que el nombre mínim de vectors de $\mathbb{R}^3$ necessaris per generar el pla U és 2. **(0.5 pt.)**

b) Donau un exemple de dos vectors generadors de U. **(0.75 pt.)**

c) Trobau un subespai vectorial V tal que $U \bigoplus V = \mathbb{R}^3$. **(0.75 pt.)**

P4.- Donada l'aplicació lineal $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definida com $f(x, y) = (x + 2y, y, x - 2y)$

a) Trobau la matriu associada a l'aplicació en les bases canòniques inicial i final. **(0.75 pt.)**

b) Ídem per a les bases $\{(1, 0), (1, 1)\}$ i $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 0, 2)\}$. **(0.75 pt.)**

c) Calculau la imatge i el nucli de l'aplicació. **(0.5 pt.)**

P5.- Donada la matriu següent

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Trobau el polinomi característic de la matriu i els seus valors propis. **(0.75 pt.)**

b) Trobau els subespais propis associats a cada valor propi. Diagonalitza la matriu? **(0.75 pt.)**

c) Quina és la relació entre la matriu A i la seva matriu diagonal associada? **(0.5 pt.)**

Duració de l'examen 3:30 hores.