

SEGON PARCIAL I FINAL DE FONAMENTS MATEMÀTICS II.
TELEMÀTICA (JUNY 2001)

P1.- Siguin x , y i z tres vectors linealment dependents d'un K -espai vectorial E . Contestau raonadament les següents qüestions:

- a) Es pot assegurar que x depèn linealment dels altres dos vectors? (0.5 pt.)
- b) Es pot assegurar que un dels tres vectors és combinació lineal dels altres dos? (0.5 pt.)

P2.- Considerem la matriu de nombres reals: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Trobau l'aplicació lineal $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que té A com a matriu associada en la base canònica. (0.5 pt.)
- b) Trobau una base de $Im f$ i una altra de $Ker f$. (1 pt.)
- c) Completeu una base de $Im f$ a una base de \mathbb{R}^3 . (0.5 pt.)

P3.- Amb la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$:

- a) Trobau els valors propis de A i la seva matriu diagonal. (0.5 pt.)
- b) Trobau la matriu de canvi de base de A a la matriu diagonal. (1 pt.)
- c) Calculau A^n per a tot $n \in \mathbb{N}$. (0.5 pt.)

P4.- Sigui $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un producte escalar en un espai vectorial real, i sigui $\|\cdot\|$ la norma associada a aquest producte escalar. Demostrau que les següents identitats són certes.

- a) $\|cx + y\|^2 = c^2\|x\|^2 + 2c\langle x, y \rangle + \|y\|^2$. (0.5 pt.)
- b) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$. (0.5 pt.)

P5.- Una urna conté inicialment dues boles blanques i dues boles vermelles. Es repeteix el següent experiment indefinidament: s'extreu una bola de l'urna; si la bola és blanca, es torna a ficar dins l'urna; en cas contrari es deixa fora.

- a) Sigui X la variable aleatòria que compta el nombre d'extraccions necessàries per extreure les dues boles vermelles. Calculau $P(X = n)$ per a $n = 2, 3, \dots$ (1 pt.)
- b) Calculau $E(X)$. (0.5 pt.)

P6.- El voltatge (V) al llarg d'una resistència és una v.a. uniforme entre 12 i 15 v. Estam interessats en el valor de la potència $W = \frac{V^2}{r}$ ($r = 1000\Omega$) dissipada en r .

- a) Calculau la funció de distribució de la potència. (0.5 pt.)
- b) Calculau l'esperança matemàtica i la variància de la potència. (0.75 pt.)

P7.- Un fabricant A d'uns certs dispositius ens assegura que la mitjana (μ) del temps de vida d'un cert component és 1000 i que la desviació típica (σ) és 20. Sigui X la v.a. que ens dona la duració de la vida d'un component.

- a) Utilitzau la desigualtat de Txebixef per trobar una fita de la probabilitat que X s'allunyi més de dues vegades σ de μ . (0.5 pt.)
- b) Consulstat el fabricant ens posa en contacte amb l'equip de control que ens assegura que la distribució del temps de vida es pot considerar Gaussiana. En aquest supòsit calculau la probabilitat que X s'allunyi més de dues vegades σ de μ . (0.75 pt.)

Duració de l'examen 4 hores.

FINAL: Tots els problemes

2n PARCIAL: Problemes P4 a P7 (puntuació doble de la indicada)