Classe pràctica de Determinants

Classe pràctica 1

Prob 1 Demostrau, aplicant les propietats de determinants i sense aplicar la regla de Sarrus, la següent igualtat: **5 pt.**

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ a & 1 & x & x^2 \\ p & b & 1 & x \\ q & r & c & 1 \end{vmatrix} = (1-ax)(1-bx)(1-cx)$$

(Examen, setembre 2007)

Prob 2 Si $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix} = 3$, calculau $|2C^{-1}|$ on $C = \begin{pmatrix} 2p & -a+u & 3u \\ 2q & -b+v & 3v \\ 2r & -c+w & 3w \end{pmatrix}$ **1.5 pt.**[1]

(Examen, setembre 2009)

[1] La puntuació és sobre 10 de tot l'examen i sobre 5 de la part d'àlgebra

Solució classe pràctica 1

Prob 1 Demostrau, aplicant les propietats de determinants i sense aplicar la regla de Sarrus, la següent igualtat: **5 pt.**

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ a & 1 & x & x^2 \\ p & b & 1 & x \\ q & r & c & 1 \end{vmatrix} = (1-ax)(1-bx)(1-cx)$$

(Examen, setembre 2007)

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ a & 1 & x & x^2 \\ p & b & 1 & x \\ q & r & c & 1 \end{vmatrix} \overset{(1)}{=} \begin{vmatrix} 1-ax & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & x & x^2 \\ p & b & 1 & x \\ q & r & c & 1 \end{vmatrix} \overset{(2)}{=} \begin{vmatrix} 1-ax & 0 & 0 & 0 \\ a-px & 1-bx & 0 & 0 \\ p & b & 1 & x \\ q & r & c & 1 \end{vmatrix} \overset{(3)}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 1-ax & 0 & 0 & 0 \\ a-px & 1-bx & 0 & 0 \\ p-qx & b-rx & 1-cx & 0 \\ q & r & c & 1 \end{vmatrix} = (1-ax)(1-bx)(1-cx)$$

(1) $F_1 - xF_2$, (2) $F_2 - xF_3$, (3) $F_3 - xF_4$

Prob 2 Si $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix} = 3$, calculau $|2C^{-1}|$ on $C = \begin{pmatrix} 2p & -a+u & 3u \\ 2q & -b+v & 3v \\ 2r & -c+w & 3w \end{pmatrix}$ **1.5 pt.**

(Examen, setembre 2009)

Solució:

Tenim que $|2C^{-1}| = 2^3|C^{-1}|$ ja que C^{-1} una matriu quadrada d'ordre 3. Per altra part, $|C^{-1}| = \frac{1}{|C|}$, per tant, $|2C^{-1}| = \frac{8}{|C|}$.

Cerquem $|C|$,

$$\begin{vmatrix} 2p & -a+u & 3u \\ 2q & -b+v & 3v \\ 2r & -c+w & 3w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2p & -a & 3u \\ 2q & -b & 3v \\ 2r & -c & 3w \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2p & u & 3u \\ 2q & v & 3v \\ 2r & w & 3w \end{vmatrix} =$$

$$= 6\begin{vmatrix} p & -a & u \\ q & -b & v \\ r & -c & w \end{vmatrix} + 6\begin{vmatrix} p & u & u \\ q & v & v \\ r & w & w \end{vmatrix} \overset{(1)}{=} 6\begin{vmatrix} p & -a & u \\ q & -b & v \\ r & -c & w \end{vmatrix} =$$

$$= -6\begin{vmatrix} -a & p & u \\ -b & q & v \\ -c & r & w \end{vmatrix} = 6\begin{vmatrix} a & p & u \\ b & q & v \\ c & r & w \end{vmatrix} \overset{(2)}{=} 6\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix} = 6 \cdot 3 = 18$$

(1) El segon determinant té dues columnes iguals; (2) El determinant d'una matriu igual al de la transposada

Per tant, $|2C^{-1}| = \frac{8}{|C|} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$