

Problema 15 La senyora Xisca, de tant en tant, va al casino per jugar a la ruleta. Segons ella, sap una manera per guanyar quasi sempre. Quan juga sempre ho fa al color vermell i només ho fa quan en les 10 partides anteriors la ruleta s'ha aturat en caselles de color negre. La Xisca diu que té moltes més possibilitats de guanyar ja que la probabilitat que una ruleta s'aturi 11 vegades consecutives en una casella és molt petita. Jutgeu el raonament de la senyora Xisca.

$$RULETA \rightarrow 38 \text{ caselles} \begin{cases} 2 \text{ verdes} \\ 18 \text{ vermelles} \\ 18 \text{ negres} \end{cases}$$

A= "obtenir negre en una jugada"

$$P(A) = \frac{CF}{CP} = \frac{18}{38} = 0,47$$

$$CF = CR_2^0 \cdot CR_{18}^0 \cdot CR_{18}^1 = C_1^0 \cdot C_{17}^0 \cdot C_{18}^1 = \binom{1}{0} \binom{17}{0} \binom{18}{1} = 1 \cdot 1 \cdot \frac{18!}{1! \cdot 17!} = 18$$

$$CP = CR_{38}^1 = C_{38}^1 = \binom{38}{1} = \frac{38!}{1! \cdot 37!} = 38$$

B= "obtenir negre en 11 jugades consecutives"

$$P(B) = (0,47)^{11} = 0,000269$$

La probabilitat de que la ruleta s'aturi en una casella negre és de 0,47 i la probabilitat de que ho faci 11 vegades seguides és molt més petita, 0,000269. Per aquest fet la senyora Xisca decideix apostar a la casella vermella. Però el que la senyora Xisca no té en compte és que el resultat d'una tirada és **independent** de les tirades anteriors, és a dir, que tant en la primera com en la onzena jugada la probabilitat, tant d'obtenir negra com vermell, és de 0,47 ja que pot haver-hi repeticions. Per tant, podem dir que **el raonament de la senyora Xisca és absurd**.

Problema 21 El software per a detectar frau en las targetes telefòniques enregistra cada dia el nombre d' àrees metropolitanas des d' on s'originen totes les trucades. Se sap que l'1 % dels usuaris legítims fan trucades al dia amb origen en dues o més àrees metropolitanas i que el 30% dels usuaris fraudulents fan trucades al dia des de dues o més àrees metropolitanas. La proporció d'usuaris fraudulents és de l'1 %. Si un mateix usuari fa en un dia trucades des de dues o més àrees metropolitanas, calculeu la probabilitat que l'usuari sigui fraudulent.

Usuaris fraudulents: 1%

$T = \text{"fer trucades des de dues o més àrees metropolitanas"} \begin{cases} 1\% \text{ dels legítims} \\ 30\% \text{ dels fraudulents} \end{cases}$

$F = \text{"usuari fraudulent"} \rightarrow P(F) = 0,01 \quad P(T|F) = 0,03$

$\bar{F} = \text{"usuari no fraudulent"} \rightarrow P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,01 = 0,99 \quad P(T|\bar{F}) = 0,01$

$$\begin{aligned} P(F|T) &= \frac{P(F \cap T) *}{P(T)} = \frac{P(F) \cdot P(T|F)}{P[(\bar{F} \cap T) \cup (F \cap T)] **} = \frac{P(F) \cdot P(T|F)}{P(\bar{F} \cap T) + P(F \cap T) *} = \\ &= \frac{P(F) \cdot P(T|F)}{P(\bar{F}) \cdot P(T|\bar{F}) + P(F) \cdot P(T|F)} = \frac{0,01 \cdot 0,3}{0,99 \cdot 0,01 + 0,01 \cdot 0,3} = \mathbf{0,2326} \end{aligned}$$

*dependents

**disjunts

La probabilitat de que un usuari sigui fraudulent fent en un dia trucades des de dues o més àrees metropolitanas és de 0,2326.