

PROBLEMES ESTADÍSTICA ENGINYERIA
DISTRIBUCIONS DE PROBABILITAT CONTÍNUES NOTABLES.

1) Consideremos una v.a. X que sigue una distribución $\mathcal{U}(0, 100)$. Calcular $P(2 < X \leq 3)$, $P(X < 3X)$, $P(X + 1 < 3)$, $P(X^2 < 50)$

2) Consideremos una v.a. X que sigue una distribución $\mathcal{U}(-5, 5)$. Calcular: $P(2 < X \leq 3)$, $P(X < 3X)$, $P(X + 1 < 3)$, $P(X^2 < 5)$

3) Dibujar y hallar el área encerrada bajo la curva normal estándar en cada uno de los casos siguientes:

- a) Entre $z = 0$ y $z = 1.2$.
- b) Entre $z = -0.68$ y $z = 0$.
- c) Entre $z = -0.46$ y $z = 2.21$.
- d) Entre $z = 0.81$ y $z = 1.94$.
- e) A la izquierda de $z = -0.6$.
- f) A la derecha de $z = -1.28$.
- g) A la derecha de $z = 2.05$ o a la izquierda de $z = -1.44$.
- h) El valor z tal que el área a su izquierda es 0.4960.
- i) El valor z tal que el área a su derecha es 0.9678.
- j) El valor $z > 0$ tal que el área comprendida entre $-z$ y z es 0.6318.

4) Dada una distribución normal con $\mu = 30$ y $\sigma = 6$, encontrar:

- a) El área de la curva normal a la derecha de $x = 17$.
- b) El área de la curva normal a la izquierda de $x = 22$.
- c) El área de la curva normal entre $x = 32$ y $x = 41$.
- d) El valor de x que tiene el 80.23% del área de la curva normal a la izquierda.
- e) El valor δ tal que $P(\mu - \delta \leq X \leq \mu + \delta) = 0.75$.

5) Dada la v.a. X distribuida normalmente con media 18 y desviación típica 2.5, encontrar:

- a) $P(X \leq 15)$.
- b) El valor de k tal que $P(X < k) = 0.2236$.
- c) El valor de k tal que $P(X > k) = 0.1814$.
- d) $P(17 < X < 21)$.

¹Sol.: $P(2 < X \leq 3) = \frac{1}{100}$, $P(X < 3X) = 1$, $P(X + 1 < 3) = \frac{1}{50}$, $P(X^2 < 50) = \frac{\sqrt{50}}{100}$

²Sol.: $P(2 < X \leq 3) = \frac{1}{10}$, $P(X < 3X) = \frac{1}{2}$, $P(X + 1 < 3) = \frac{7}{10}$, $P(X^2 < 5) = \frac{\sqrt{5}}{5}$

³Sol.: a) 0.3849, b) 0.2517, c) 0.6636, d) 0.1828, e) 0.2743, f) 0.8997, g) 0.0951, h) -0.01, i) -1.85, j) 0.9

⁴Sol.: a) 0.9850, b) 0.0918, c) 0.3371, d) 35.1, e) $\delta = 6.9$

6) Cuartiles:

Dada una v.a. continua X , llamaremos cuartil de orden q ($0 \leq q \leq 1$) a cualquier valor, $x_q \in \mathbb{R}$ tal que

$$P(X \leq x_q) = q$$

Sea X una v.a. tal que $X \sim \mathcal{U}(0, 100)$. Calcular sus cuartiles 0.25, 0.5, 0.75. Dar una fórmula general para el cuartil q de una v.a. $X \sim \mathcal{U}(a, b)$.

7) A los cuartiles 0.25, 0.5 y 0.75 se les denomina primer, segundo, y tercer cuartil respectivamente. Al cuartil 0.5 también se le denomina mediana. Los percentiles son los cuartiles formados por centésimas partes de la unidad.

- a) Calcular el primer cuartil, el tercer cuartil y la mediana para una v.a. $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$.
- b) Calcular el percentil 0.25 y el percentil 0.96 para una v.a. Y con distribución normal de media 1 y varianza 4.

8) Un ejecutivo de televisión está estudiando propuestas para nuevas series. A su juicio, la probabilidad de que una serie tenga audiencia mayor que 17.35 es 0.25; además la probabilidad de que la serie tenga audiencia mayor que 19.2 es 0.15. Si la incertidumbre de este ejecutivo puede representarse mediante una v.a. normal, ¿cuál es la media y la desviación típica de esta distribución?

9) Supongamos que el número de horas que un auxiliar administrativo necesita para aprender el nuevo programa de facturación es una v.a. X con distribución normal. Si el 84.13% de los auxiliares emplean más de tres horas y sólo el 22.96% más de nueve, ¿cuánto valen μ_X y σ_X^2 ?

10) Si X es una v.a. con distribución normal estándar y se define $Y = 2X - 1$, calcular la probabilidad de que Y no se aparte de su media más de una desviación típica.

11) Si un conjunto de calificaciones de un examen de estadística se aproxima a la distribución normal con media 74 y desviación típica 7.9, encontrar:

- a) La calificación más baja de apto si el 10% de los estudiantes de nota más baja se les declararon no aptos.
- b) El notable de puntuación más alta si el 5% de los estudiantes tiene un sobresaliente.
- c) El notable más bajo si al 5% de los estudiantes se les dió sobresaliente y al siguiente 25% se le dió notable.

12) La vida promedio de un cierto tipo de motor pequeño es de 10 años con una desviación típica de 2 años. El fabricante repone sin cargo todos los motores que fallen dentro del periodo de garantía. Si está dispuesto a reponer sólo el 3% de los motores que fallan, ¿cuál debe ser la duración de la garantía que otorgue? (Suponer que las vidas de los motores siguen una distribución normal.)

13) La compra media que realiza un cliente en un determinado comercio, es de 82 euros, siendo la desviación estándar 5 euros. Todos los clientes que compran entre 88 y 94 euros son clientes clasificados como preferentes. Si las compras están distribuidas aproximadamente como una normal y 8 clientes son preferentes, ¿cuántos clientes tiene este comercio?

⁵Sol.: a) 0.1151, b) 16.1, c) 20.275, d) 0.5403

⁶Sol.: $x_{0.25} = 25$, $x_{0.5} = 50$, $x_{0.75} = 75$, $x_q = (b - a)q + a$ con $0 \leq q \leq 1$

⁷Sol.: a) $x_{0.25} = -0.67$, $x_{0.75} = 0.67$, $x_{0.5} = 0$, b) $y_{0.25} = -0.34$, $y_{0.96} = 4.6$

⁸Sol.: $\mu = 14$, $\sigma = 5$

⁹Sol.: $\mu_X = 6.4483$, $\sigma_X^2 = 11.8906$

¹⁰Sol.: 0.6826

¹¹Sol.: a) 63.888, b) 86.956, (tomando $0.95 \approx 0.9495 = F_z(1.64)$), c) 78.108

¹²Sol.: 6.24

¹³Sol.: 75

14) La variable aleatoria X sigue una ley $N(\mu, \sigma^2)$. Sabemos que $\mu = 5\sigma$, y que $P(X < 6) = 0.8413$.

a) Determinar la esperanza y la varianza de X .

b) ¿Cuál es la esperanza de $Y = 3 - X^2$?

15) El número medio de personas que van a un local es 1000, con una desviación típica de 20 ¿Cuál es el número mínimo de sillas necesarias para que sea seguro, con una probabilidad no inferior a 0.75 , que todos los asistentes podrán sentarse? (Suponer que la distribución es normal).

16) En cierta fabricación mecánica el 96% de las piezas resultan con longitudes admisibles (dentro de las toleradas), un 3% defectuosas cortas y un 1% defectuosas largas. Calcular la probabilidad de:

a) En un lote de 250 piezas sean admisibles 242 o más

b) En un lote de 500 sean cortas 10 o menos.

c) En 1000 piezas haya entre 6 y 12 largas.

17) Una organización de investigación de mercados ha encontrado que el 40% de los clientes de un supermercado no quieren contestar cuando son encuestados. Si se pregunta a 1000 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 500 de ellos se nieguen a contestar?

18) Un servicio de grúa de auxilio en carretera recibe diariamente una media de 70 llamadas. Para un día cualquiera, ¿cuál es la probabilidad de que se reciban menos de 50 llamadas?

¹⁴Sol.: a) (5, 1) ; b) $E(Y) = -23$

¹⁵Sol.: (1014)

¹⁶Sol.: Aproximando por el T.L.C. a) 0.3745; b) 0.0951; c) 0.6798

¹⁷Sol.: Aproximando por el T.L.C. prácticamente es 1

¹⁸Sol.: Aproximadamente 0.0084