15 Sigui $f(x,y,z) = x^2ye^{2x} + (x+y-z)^2$, calculau:

$a)\ f(0,0,0) \qquad b)\ f(1,-1,1) \qquad c)\ f(-1,1,-1)$

$d)\ \dfrac{d}{dx}f(x,x,x) \qquad e)\ \dfrac{d}{dy}f(1,y,1) \qquad f)\ \dfrac{d}{dz}f(1,1,z^2)$

16 Trobau el domini de les següents funcions reals:

$a)\ f(x,y) = \ln(1+xy) \qquad b)\ f(x,y) = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt[3]{1-y}}$

$c)\ f(x,y) = e^{\frac{x+1}{y-2}} \qquad d)\ f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$

17 Descriviu les corbes de nivell de les següents funcions:

$a)\ f(x,y) = x^2 - y^2 \qquad b)\ f(x,y) = x^2 - y \qquad c)\ f(x,y) = x^2 + 2y^2$

18 Trobau la superfície de nivell de $f(x,y,z) = C$ per al valor de C donat:

$f(x,y,z) = x^2 + z^2$ per a $C = 1$.

19 Trobau el límit, si existeix, o mostrau que no existeix el límit de les següents funcions en els punts indicats:

$a)\ \lim\limits_{(x,y)\to(2,3)} (x^2y^2 - 2xy^5 + 3y) \qquad b)\ \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2y^3 + x^3y^2 - 5}{2 - xy}$

$c)\ \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x-y}{x^2+y^2} \qquad d)\ \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{8x^2y^2}{x^4+y^4}$

$e)\ \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} \qquad f)\ \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}$

20 Donada la funció

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{4x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

calculau, en el cas que existeixin, els límits iterats i el límit de la funció.

21 Utilitzau coordenades polars per calcular els següents límits:

$$a)\ \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} \qquad b)\ \lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2+y^2)\ln(x^2+y^2)$$

22 Trobau $h(x,y) = g\left(f(x,y)\right)$ i el conjunt on h és contínua:

$a)$ $g(t) = e^{-t}\cos t$ $\qquad f(x,y) = x^4 + x^2y^2 + y^4$

$b)$ $g(t) = \dfrac{\sqrt{t}-1}{\sqrt{t}+1}$ $\qquad f(x,y) = x^2 - y$

$c)$ $g(z) = \sin z$ $\qquad f(x,y) = y\ln x$

23 Estudiau la continuïtat en el punt $(1,2)$ de la següent funció $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3-x-y}{3+x-2y} & (x,y) \neq (1,2) \\ 0 & (x,y) = (1,2) \end{cases}$$