Examen d'Estadística Enginyeria Edificació.
Juny 2010

Problema 1 *La següent taula mostra les dades de consum de ciment (en tones) i de nombre d'aturats a les Illes Balears entre els mesos de gener i desembre de l'any 2008.*

Ciment	88218	94935	77395	96706	76975	75862	62318	41726	50628	60192	50970	36850
Aturats	50518	48335	45184	41233	36439	36929	39927	43540	46807	56982	70144	73298

Es demana calcular, ***amb dues xifres decimals de precissió en els càlculs:***

a) Mediana, primer i tercer quartils i percentil 90 de la variable "nombre d'aturats".

b) Mitjana i desviació típica de la variable "nombre d'aturats".

c) Mitjana i desviació típica de la variable "consum de ciment".

d) Covariància i coeficient de correlació entre les variables "nombre d'aturats" i "consum de ciment", donant una interpretació del valor trobat.

Variables aleatòries usuals

V.A. (X)	$f_X(x)$		$E(X)$	$Var(X)$	Altres propietats
Binomial $B(n,p)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots,n\}$	$\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$ 0	si $x \in \Omega_X$ si $x \notin \Omega_X$	np	$np(1-p)$	
Poisson $Po(\lambda)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots\}$	$\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$ 0	si $x \in \Omega_X$ si $x \notin \Omega_X$	λ	λ	
Uniforme $\mathcal{U}(a,b)$ $\Omega_X = [a,b]$	$\frac{1}{b-a}$ 0	si $x \in [a,b]$ si $x \notin [a,b]$	$\frac{b+a}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x < a \\ 1 & x > b \end{cases}$
Gaussiana $X(\mu,\sigma^2)$ $\Omega_X = \mathbb{R}$			μ	σ^2	$Z \sim N(0,1)$ normal estándar $F_Z(-z) = 1 - F_Z(z)$ $F_X(x) = F_Z(\frac{x-\mu}{\sigma})$

Estadístics més usuals

Paràmetre mostral (estadístic)	Esperança	Variància	Distribució de probabilitat	
$\bar{X}$	$E(\bar{X}) = \mu$	$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ $\frac{\bar{X}-\mu}{\hat{s}_X/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\hat{s}_X^2}{n})$	població normal, σ conegut població normal, σ desconegut, $n \leq 30$ σ desconegut, $n > 30$
$\hat{s}_X^2$	$E(\hat{s}_X^2) = \sigma^2$	$\mathrm{Var}(\hat{s}_X^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$	$\frac{n-1}{\sigma^2}\hat{s}_X^2 \sim \chi^2_{n-1}$	població normal
$\hat{p}_X$	$E(\hat{p}_X) = p$	$\mathrm{Var}(\hat{p}_X) = \frac{p(1-p)}{n}$	$\hat{p}_X \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$ $\hat{p}_X \sim t_{n-1}$	$n > 30$ població normal, $n \leq 30$

Intervals de confiança més usuals

Paràmetre mostral	Interval de confiança	
Mitjana	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	població normal, σ conegut
	$\bar{X} \pm t_{n-1,\alpha/2}\dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	població normal, σ desconegut i $n \leq 30$
	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	si $n > 30$
Variància	$\left[\dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}\hat{s}_X^2, \dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}\hat{s}_X^2\right]$	si la població segueix una llei normal
Proporció	$\hat{p}_X \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_X(1-\hat{p}_X)}{n}}$	si $n > 30$