FINAL DE FONAMENTS MATEMÀTICS II. TELEMÀTICA (SETEMBRE 2001)

P1.- Discutiu el següent sistema en funció del paràmetre a i resoleu-lo quan tengui solució. **(1.5 pt.)**

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 4 \\ 3x & - & y & + & 5z & = & 2 \\ 4x & + & y & + & (a^2-14)z & = & a+2 \end{array}\right\}$$

P2.- Considereu els següents endomorfismes en $\mathbb{R}^3$:

$$f(x,y,z) = (x-3z, 2y-z, y+z), \qquad g(x,y,z) = (x, y-z, z)$$

a) Trobeu la Imatge i el Nucli de l'aplicació $f+g$. **(1 pt.)**

b) Completeu la base de la Imatge de $f-g$ a una base de $\mathbb{R}^3$. **(1 pt.)**

P3.- Donada l'aplicació lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida com

$$f(x,y,z) = (3x-2y, -2x+3y, 5z)$$

trobau una base de $\mathbb{R}^3$ en relació amb la qual la matriu de f sigui diagonal. **(1.5 pt.)**

P4.- Considerem el següent producte escalar definit en $\mathbb{R}_2[t]$:

$$< p, q > = \int_{-1}^{1} p(t)q(t)dt, \quad \text{amb} \quad p, q \in \mathbb{R}_2[t].$$

Considerem ara els polinomis de $\mathbb{R}_2[t]$ $u_1(t) = a$, $u_2(t) = bt + c$ i $u_3(t) = dt^2 + et + f$. Quins valors han de tenir les constants a, b, c, d, e, f per tal que u_1, u_2 i u_3 formin una base ortonormal de $\mathbb{R}_2[t]$? **(1 pt.)**

P5.- Sigui X la v.a. geomètrica (paràmetre p) que modela el nombre de persones que esperen en una parada d'autobús. Suposam que el nombre màxim de passatgers que pot transportar l'autobús és M.

a) Calculau la funció de probabilitat de la v.a. Y que modela el nombre de persones que queden a la parada després de passar l'autobús. **(0.75 pt.)**

b) Calculau el nombre mig de passatgers que no poden pujar a l'autobús. **(0.75 pt.)**

P6.- Un voltatge de renou aleatori se sap que és gaussià amb esperança 1 i variància 9. Trobau el valor de c en cada un dels següents casos:

a) $P(|X-1| < c) = 0,9$. **(0.5 pt.)**

b) $P((X-1)^2 > c) = 0,9$. **(0.5 pt.)**

P7.- Sigui X una variable aleatòria qualsevol. Definim $Y = X - \beta$.

a) Trobau el valor de β que minimitza $E[Y^2]$. **(1 pt.)**

b) Per al valor de β trobat, expresseu $E[Y^2]$ en funció d'algun moment de X. **(0.5 pt.)**

Duració de l'examen 3:30 hores.