

FONAMENTS MATEMÀTICS II. TELEMÀTICA
CONTROL 7. VARIABLE ALEATÒRIA DISCRETA. CURS 09/10

P1.- Una fàbrica de xips que s'utilitzen en la fabricació d'antenes parabòliques té el següent sistema de control de qualitat: cada dia es revisen 1, 2, 3, 4 o 5 xips segons decisions del cap del departament de qualitat, tenint en compte que aquesta decisió la pren de forma aleatòria. Designem per X la variable aleatòria que ens dóna el nombre de xips que es poden revisar un determinat dia. Sabem que la probabilitat de que es revisin x xips és proporcional a x , és a dir, $p(x) = kx$ per a $x = 1, \dots, 5$.

- a) Quin és el valor de k ?
- b) Quina és la probabilitat que com a màxim es revisin 3 xips?
- c) Quina és la probabilitat que es revisin entre 2 i 4 xips (ambdós inclosos)?
- d) En lloc de ser $p(x) = kx$ es podria haver dit que $p(x) = \frac{x^2}{50}$ per a $x = 1, \dots, 5$? (Raonau la resposta)

Solució:

- a) S'ha de complir que $P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 1$, per tant,

$$k + 2k + 3k + 4k + 5k = 1 \quad k = \frac{1}{15}$$

Aleshores la funció de probabilitat seria $p(X = x) = \frac{x}{15}$ per a $x = 1, \dots, 5$ i 0 per als altres valors d' x

- b)

$$p(X \leq 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{3}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

- c)

$$p(2 \leq X \leq 3) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{2}{15} + \frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

- d) No, ja que ha de complir $P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 1$ i no es compleix:

$$P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = \frac{1}{50} + \frac{4}{50} + \frac{9}{50} + \frac{16}{50} + \frac{25}{50} = \frac{55}{50} \neq 1$$

P2.- El 15% del telèfons mòbils d'una determinada marca s'han de enviar a reparar abans de finalitzar la garantia. D'aquest 15%, el 60% es reparen i la resta s'ha de substituir el mòbil per un altre de nou. Si un grup de 10 amics en compra un mòbil cada un d'aquesta marca, quina és la probabilitat que exactament 2 mòbils s'hagin de reemplaçar abans de finalitzar el període de garantia?

Solució:

Si el 15% s'ha de reparar i d'aquest 15% el 40% es substitueix, aleshores es substitueix el $15 \cdot 0.4 = 6\%$ del mòbils.

Es tracta d'una distribució binomial de probabilitat d'èxit $\frac{6}{100} = 0.06$, $B(10; 0.06)$ i ens demanen

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} 0.06^2 0.94^8 = \frac{10 \cdot 9}{2} 0.06^2 0.94^8 = 0.09875$$

P3.- Una fàbrica de productes informàtics fabrica discos dvd. Els discos fabricats tenen petits defectes que no alteren el producte a no ser que la quantitat d'aquests petits defectes sigui major que 4, i aleshores el disc seria inservible. Si després d'un estudi realitzat, veiem que el nombre mitjà de defectes en els discos és de 2.2 i que la variable aleatòria que ens dóna el nombre de defectes en un disc segueix una distribució de Poisson, calculau la probabilitat de que a un disc dvd triat a l'atzar

- a) Els defectes facin que el disc sigui inservible.
- b) Tengui menys de 2 defectes.
- c) Si anam agafant discos dvd fins a trobar un d'inservible, quina és la probabilitat que aquest sigui el 5è.

Solució:

a) Designem per X la variable aleatòria que ens dona el nombre de defectes en un disc dvd. Per a que sigui inservible s'ha de complir $X > 4$, per tant,

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) \stackrel{(1)}{=} 1 - 0.9275 = 0.0725$$

(1) Mirat a les taules.

b) $P(X < 2) = P(X \leq 1) \stackrel{(1)}{=} 0.3546$

c) Ens trobam davant una distribució geomètrica de probabilitat d'èxit l'obtinguda a l'apartat a): $Ge(0.0725)$. Designem per Y la variable aleatòria que ens dona el nombre de discos dvd bons que agafam fins agafar el primer disc dvd inservible. Ens demanen

$$P(Y = 5) = 0.9275^4 0.0725 = 0.05365$$