

**ÀLGEBRA** (2 hores)

**P1.-**

- a) Sense aplicar la regla de Sarrus, resoleu el següent determinant

**0.75 pt**

$$\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ 1 & ab & 1 \\ 1 & b & a \end{vmatrix}$$

- b) Discutiu i resoleu el següent sistema d'equacions lineals.

**2.25 pt**

$$\left. \begin{array}{rrrr} ax & + & by & + & z & = & 1 \\ x & + & aby & + & z & = & b \\ x & + & by & + & az & = & 1 \end{array} \right\}$$

- P2.-** Donada la matriu.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & a^2 \\ \frac{1}{a} & 0 & a \\ \frac{1}{a^2} & \frac{1}{a} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{amb } (a \neq 0)$$

- a) Cercu els valors propis en  $\mathbb{R}$  de la matriu.

**0.75 pt**

- b) Calculau els subespais propis associats a cada valor propi i determinau si la matriu és diagonalitzable. **2 pt**

- c) Indica quina és la matriu diagonal i trobau la matriu del canvi de base.

**0.75 pt**

**P3.-**

- a) Indica si alguna o les dues funcions següents formen un producte escalar.

**1 pt**

- $\langle (x_1, x_2), (y_1, y_2) \rangle = x_1 y_1 + 2x_1 y_2$ .
- $\langle (x_1, x_2), (y_1, y_2) \rangle = x_1 y_1 + 2x_2 y_2$

**Nota:** Els apartats següents es refereixen a la o les funcions anteriors que siguin producte escalar.

- b) Trobau la matriu coordenada i escriviu la seva expressió coordenada.

**0.5 pt**

- c) Trobau l'expressió en coordenades de  $\|(x_1, x_2)\|$  (norma d'un vector).

**0.25 pt**

- d) Donada la base  $\{(1, 2), (2, 1)\}$  de  $\mathbb{R}^2$  cercu una base ortonormal, aplicant el mètode d'ortogonalització de Gram-Schmidt.

**1 pt**

- e) Sigui  $S = \{(1, 1)\}$ . Cercu el seu complement ortogonal  $S^\perp$ .

**0.75 pt**

## PROBABILITAT (2 hores)

**P4.-** Segons dades del organisme de la ONU, Unió Internacional de Telecomunicacions ([www.itu.org](http://www.itu.org)), l'any 2000 el nombre d'ordinadors per cada 100 habitants era de 25 a la UE (Unió Europea) i de 51 als EUA (Estats Units d'Amèrica) (<http://www.ine.es/revistas/fuentes/Numero51/paginas/9-10.htm>). El cens als EUA era de 281 milions d'habitants (<http://www.census.gov/main/www/cen2000.html>), mentre que a la UE era de 376 milions (<http://www.ine.es/revistas/fuentes/numero43/paginas/12-13.htm>).

Suposem que els ordinadors estan distribuïts entre els habitants i designem per  $O$  el succés *Tenir ordinador* i per  $H$  el succés *Ser habitant de la UE*. Calculeu les següents probabilitats (tenint en compte que només considerem aquests dos llocs):

- a)  $P(H)$  i  $P(\overline{H})$ . **0.5 pt**
- b)  $P(O/H)$  i  $P(O/\overline{H})$ . **0.25 pt**
- c)  $P(O \cap H)$  i  $P(O \cap \overline{H})$  **0.75 pt**
- d)  $P(O)$ . **0.75 pt**
- e) Si triem una persona a l'atzar i resulta tenir ordinador, quina és la probabilitat que aquesta persona no sigui de la UE. **0.75 pt**

**P5.-** Un fabricant de monitors per a ordinador adquireix panells de plàstic per a la seva fabricació. Els defectes que tenen els panells segueixen una distribució de Poisson de mitjana 0.03 defectes per panell.

- a) Quina és la probabilitat de que un panell no tengui cap defecte? **0.5 pt**
- b) Quina és la probabilitat de que un panell tengui més de 2 defectes? **0.75 pt**
- c) Si examinem 60 panells, quina és la probabilitat de que cap d'ells tengui un defecte? **0.75 pt**
- d) Si examinem 60 panells, quina és la probabilitat de que el nombre de panells amb més de dos defectes sigui menor o igual a 3? **0.75 pt**
- e) Si ens posam a examinar panells, quina és la probabilitat de que el primer tauler defectuós sigui l'onze. **0.75 pt**
- f) Quin és el nombre esperat de panells que seria necessari examinar abans de trobar un de defectuós? **0.5 pt**

**P6.-** Tenim les variables aleatòries contínues  $X$  i  $Y$ . La primera segueix una distribució contínua uniforme definida dins l'interval  $(0, 20)$  i la segona una distribució exponencial de mitjana 30.

- a) Escriviu les funcions de densitat de  $X$  i  $Y$  i calculeu les seves funcions de distribució a partir de les funcions de densitat respectives. **1 pt**
- b) Utilitzau la desigualtat de Tchebitxeff per fitar les probabilitats de que  $X$  i  $Y$  difereixin de la seva mitjana en més de dues desviacions estàndards. **1 pt**
- c) Cerca els valors reals corresponents a l'apartat b). **1 pt**

---

Examen final: totes les preguntes. Duració: 4:00 hores.

Per aprovar l'assignatura s'ha de treure com a mínim un 3 de cada part i la mitjana ha de ser superior o igual a 5.