

ÀLGEBRA LINEAL

P1.-

- a) Calculeu, sense aplicar la regla de Sarrus i sense desenvolupar pels elements d'una fila o columna, el determinant següent:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 \\ \lambda & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

3 pt.

- b) Discutiu i resoleu el sistema:

$$\left. \begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & \lambda \\ x & + & y & + & \lambda z & = & 1 \\ x & + & \lambda y & + & z & = & 1 \\ \lambda x & + & y & + & z & = & 1 \end{array} \right\}$$

7 pt.

P2.- Considerau les següents successions recurrents:

$$\begin{array}{rclclcl} a_n & = & 4a_{n-1} & - & 4b_{n-1} & + & 6c_{n-1} \\ b_n & = & 3a_{n-1} & - & 4b_{n-1} & + & 6c_{n-1} \\ c_n & = & a_{n-1} & - & 2b_{n-1} & + & 3c_{n-1} \end{array}$$

on $a_0 = 2$, $b_0 = -2$ i $c_0 = 1$.

- a) Trobau la matriu A tal que $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \\ c_{n-1} \end{pmatrix}$

1 pt.

- b) Calculeu els valors propis de A .

2 pt.

- c) Trobau els espais propis associats a cada valor propi.

3 pt.

- d) Indiqueu si la matriu és diagonalitzable i per què.

1 pt.

- e) Calculeu les successions a_n , b_n i c_n .

2 pt.

- f) Si $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ és una aplicació lineal tal que $f(x, y, z) = (x, y, -2x - 4y - z)$ indiqueu si $(0, 0, \sqrt{5})$ és un vector propi. En cas afirmatiu indiqueu el valor propi corresponent.

1 pt.

P3.- Definim el següent producte escalar sobre \mathbb{R}^3 :

$$\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = 2x_1y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_3$$

- a) Demostreu que és un producte escalar.

2 pt.

- b) Trobau la matriu associada al producte escalar respecte a la base canònica.

1 pt.

- c) Sigui $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - 3z = 0\}$. Trobau una base ortonormal de S .

2 pt.

- d) Trobau una base de S^\perp .

2 pt.

- e) Calculeu la projecció ortogonal sobre S del vector $(-1, 3, 2)$.

2 pt.

- f) Trobau l'angle que forma el vector $(-1, 3, 2)$ amb l'espai vectorial S .

1 pt.

PROBABILITAT

P4.- Una empresa d'electrònica A fabrica xips i se sap que un 5% dels xips que fabrica són defectuosos.

- a) En una capsa tenim 200 xips fabricats per A. N'agafam 10. Quina és la probabilitat que 3 d'aquests xips siguin defectuosos? **2 pt.**

A més de A, hi ha dues empreses més, B i C, que també fabriquen xips. Se sap que són defectuosos un 10% dels que fabrica B i un 3% dels de C. Una tenda d'electrònica compra 1000 xips a A, 500 a B i 500 a C. Es demana:

- b) Del total de xips que compra la tenda agafam un a l'atzar. Quina és la probabilitat que sigui defectuós? **2 pt.**
- c) Si el xip que hem agafat és defectuós, quina és la probabilitat que l'hagi fabricat C? **2 pt.**
- d) Quina és la probabilitat que el xip sigui defectuós i l'hagi fabricat B? **2 pt.**

(Plantejament i notació: **2 pt.**)

P5.- Una empresa immobiliària confecciona una oferta de lloguer d'habitatges. L'empresa sap per experiència que en la situació actual únicament el 40% dels pisos es lloguen realment.

- a) Quina és la probabilitat que es lloguin exactament 6 pisos si la immobiliària posa 9 pisos en lloguer? **2 pt.**
- b) Quina és la probabilitat que es lloguin com a màxim 6 pisos si la immobiliària posa 10 pisos en lloguer? **2 pt.**
- c) Quina és la probabilitat que es lloguin entre 12 i 15 pisos (tots dos inclosos) si la immobiliària posa 20 pisos en lloguer? **2 pt.**
- d) Quin és el nombre de pisos que espera llogar si posa 90 pisos en lloguer. **2 pt.**

(Plantejament i notació: **2 pt.**)

P6.- L'usuari d'un pàrquing aparca el seu cotxe durant un temps variable X que es pot modelar amb una variable aleatòria Gaussiana de mitjana 100 i desviació típica 15 (unitats en minuts). El pàrquing li costa una quantitat fixa de 50 cèntims d'euro més 1 cèntim per minut aparcant.

- a) Quina és la probabilitat que el pàrquing li costi menys de 1,20 euros? **2 pt.**
- b) Quina és la probabilitat que el pàrquing li costi més de 2 euros? **2 pt.**
- c) Quina és la probabilitat que el cotxe estigui aparcant entre 60 i 90 minuts? **2 pt.**
- d) 75% és el percentatge de vegades que el cotxe estigui aparcant menys de quants minuts? **2 pt.**

(Plantejament i notació: **2 pt.**)