

Mesures de tendència central

- El conjunt de valors de freqüència associats a una variable estadística rep el nom de **distribució de freqüències** de la variable.
- Les característiques principals d'una distribució de freqüències es poden resumir amb uns pocs valors numèrics anomenats **estadístics**.
- Els **estadístics de tendència central** resumeixen el comportament global de la distribució.

Mesures de tendència central

– Estadístics de tendència central:

- **Moda:** valor més freqüent (amb màxima freqüència absoluta)

- **Mediana:** valor que ocupa la posició central de les dades ordenades (només per a variables ordinals o quantitatives).

Conceptes relacionats:

- **Percentils:**

- percentil $p = P_p$ = valor v tal que el $p\%$ dels valors de la distribució són inferiors o iguals a v

- **Quartils:** $1^{\text{er}} \text{ quartil} = Q_1 = P_{25}$
 $2^{\text{on}} \text{ quartil} = Q_2 = P_{50} = \text{mediana},$
 $3^{\text{er}} \text{ quartil} = Q_3 = P_{75}$

- **Mitjana:** mitjana aritmètica dels valors
(només per a variables quantitatives)

Mesures de tendència central

– Moda

Exemple:

Taula de freqüències

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
4	1	1	0,11	0,11
5	2	3	0,22	0,33
6	2	5	0,22	0,55
7	3	8	0,33	0,89
9	1	9	0,11	1

$n=9$ l

Mesures de tendència central

– Mediana

Exemple:

Dades brutes

7	4
5	5
9	5
7	6
5	6
6	7
7	7
6	7
4	9

ordenades

6

Mediana

Taula de freqüències

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
4	1	1	0,11	0,11
5	2	3	0,22	0,33
6	2	5	0,22	0,55
7	3	8	0,33	0,89
9	1	9	0,11	1

$n=9$

1

50% o més
dels valors

$9 \text{ valors} / 2 = 9 \times 0,5 = 4,5 \rightarrow \text{mediana en posició 5}$

Mesures de tendència central

– Percentils

Exemple: percentil 20= P_{20} , $p=20$

Dades brutes

7	4
5	5
9	5
7	6
5	6
6	7
7	7
6	7
4	9

ordenades →

Taula de freqüències

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
4	1	1	0,11	0,11
5	2	3	0,22	0,33
6	2	5	0,22	0,55
7	3	8	0,33	0,89
9	1	9	0,11	1

$n=9$

l

20% o més
dels valors

9 valors $\times 0,20 = 1,8 \rightarrow P_{20}$ en posició 2

Mesures de tendència central

– Quartils

Exemple: 3^{er} quartil, $p=75$

Dades brutes

7	4
5	5
9	5
7	6
5	6
6	7
7	7
6	7
4	9

ordenades
→

3^{er} quartil

Taula de freqüències

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
4	1	1	0,11	0,11
5	2	3	0,22	0,33
6	2	5	0,22	0,55
7	3	8	0,33	0,89
9	1	9	0,11	1

$n=9$

l

75% o més
dels valors

9 valors $\times 0,75 = 6,75 \rightarrow Q_3 = P_{75}$ en posició 7

Mesures de tendència central

– Mitjana

Dades brutes:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Taula de freqüències:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k}{n}$$

Exemple:

Dades brutes

7
5
9
7
5
6
7
6
4

$$\bar{x} = \frac{7+5+\dots+4}{9} = 6,22$$

9 valors

Taula de freqüències

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
4	1	1	0,11	0,11
5	2	3	0,22	0,33
6	2	5	0,22	0,55
7	3	8	0,33	0,89
9	1	9	0,11	1

$n=9$

1

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + \dots + 9 \cdot 1}{9} = 6,22$$

Mesures de tendència central

- Moda, mediana i mitjana per a dades agrupades en intervals

Moda: si l'interval que conté la moda és $[L_M, L_{M+1})$: $moda = \frac{L_M + L_{M+1}}{2}$

Percentil p : si l'interval que conté el percentil p és $[L_p, L_{p+1})$:

$$P_p = L_p + \frac{p \cdot n - N_{p-1}}{n_p} \cdot (L_{p+1} - L_p)$$

on n és el total de valors, n_p és la freqüència absoluta de l'interval i N_{p-1} és la freqüència absoluta acumulada de l'interval anterior.

Mitjana : $\bar{x} = \frac{m_1 \cdot n_1 + m_2 \cdot n_2 + \dots + m_k \cdot n_k}{n}$

on m_i són les marques de classe dels intervals i n_i les seves freqüències absolutes.

Mesures de tendència central

- Moda, mediana i mitjana per a dades agrupades en intervals

Moda:

Exemple

x_i	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i	p_i	P_i
$[0, 4)$	2	1	1	0,05	0,05	5	5
$[4, 5)$	4,5	3	4	0,15	0,20	15	20
$[5, 7)$	6	9	13	0,45	0,65	45	65
$[7, 9)$	8	5	18	0,25	0,90	25	90
$[9, 10]$	9,5	2	20	0,10	1	10	100

Interval moda: $[5, 7)$

$$moda = \frac{5+7}{2} = 6$$

Mesures de tendència central

- Moda, mediana i mitjana per a dades agrupades en intervals

Percentils:

Exemple: 3^{er} quartil ($p=75$)

x_i	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i	p_i	P_i
$[0, 4)$	2	1	1	0,05	0,05	5	5
$[4, 5)$	4,5	3	4	0,15	0,20	15	20
$[5, 7)$	6	9	13	0,45	0,65	45	65
$[7, 9)$	8	5	18	0,25	0,90	25	90
$[9, 10]$	9,5	2	20	0,10	1	10	100

► Interval 3^{er} quartil: $[7, 9)$

$$\begin{aligned} Q_3 = P_{75} &= 7 + \frac{0,75 \cdot 20 - 13}{5} \cdot (9 - 7) = \\ &= 7 + \frac{2}{5} \cdot 2 = 7,8 \end{aligned}$$

Mesures de tendència central

- Moda, mediana i mitjana per a dades agrupades en intervals

Mitjana:

Exemple

x_i	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i	p_i	P_i
$[0, 4)$	2	1	1	0,05	0,05	5	5
$[4, 5)$	4,5	3	4	0,15	0,20	15	20
$[5, 7)$	6	9	13	0,45	0,65	45	65
$[7, 9)$	8	5	18	0,25	0,90	25	90
$[9, 10]$	9,5	2	20	0,10	1	10	100

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 4,5 \cdot 3 + 6 \cdot 9 + 8 \cdot 5 + 9,5 \cdot 2}{20} = 6,425$$