Escola Politècnica Superior
Grau en Enginyeria d'Edificació

Assignatura: Aplicacions Estadístiques

Tipus d'activitat:

	Exercici	Treball/Pràctica	Examen	Altres
Puntuable			**X**	
No Puntuable				

Competències específiques que es treballen:

Capacitat per a utilitzar les tècniques i mètodes probabilístics i d'anàlisi estadística	**X**

Competències genèriques que es treballen:

Resolució de problemes (CI-1)	**X**
Capacitat d'anàlisi i síntesi (CI-4)	**X**
Compromís ètic (CP-1)	**X**

Data: 18/06/2012

Problema 1 *En la següent taula s'ha reflectit el nombre de formigoneres que entren en un taller de reparació especialitzat segons els anys d'antiguitat (X) i l'import total de la factura (Y).*

$Y \backslash X$	1	2	3
$[50, 100)$	*8*	*2*	*10*
$[100, 300)$	*20*	*5*	*25*
$[300, 600]$	*12*	*3*	*15*

a) *Per als vehicles de 3 anys, calculau l'import mitjà de la factura i la variància.*

b) *Analitzau si existeix independència estadística entre les variables.*

c) *Determinau el coeficient de correlació lineal i interpretau el resultat.*

Problema 2 *L'alineació entre el suport i el cap lector en un sistema d'emmagatzematge de dades, afecta a l'acompliment del sistema. Es considera que el 10% de les operacions de lectura es veuen atenuades per una alineació obliqua, el 5% de les operacions de lectura es veuen atenuades per una alineació descentrada i la resta de les operacions de lectura es realitzen de forma correcta. La probabilitat d'error en la lectura a causa d'una alineació obliqua és 0.01, per una alineació descentrada és 0.02 i quan l'alineació és correcta és 0.001.*

a) *Quina és la probabilitat de tenir un error de lectura?*

b) *Si es presenta un error de lectura, quina és la probabilitat que es degui a una alineació obliqua?*

Problema 3 *En cert servei telefònic, la probabilitat que una trucada sigui contestada en menys de 30 segons és 0.75. Suposem que les trucades són independents.*

a) *Si una persona crida 10 vegades, quina és la probabilitat que exactament nou de les trucades siguin contestades en menys de 30 segons?*

b) *Si una persona crida 20 vegades, quina és el nombre de trucades que esperem que siguin contestades en menys de 30 segons?*

c) *Quina és la probabilitat d'haver de cridar quatre vegades fins a tenir una resposta en menys de 30 segons?*

Problema 4 *En una publicació científica es descriu l'efecte de la pèrdua de làmines sobre la freqüència natural, de bigues formades per diverses làmines. Es van subjectar 5 bigues amb pèrdua de làmines a diverses càrregues, i les freqüències resultants van ser les següents (en Hz.)*

$$230.66,\ 233.05,\ 232.58,\ 229.48,\ 232.58$$

Trobeu un interval de confiança del 90% per a la desviació típica de la freqüència natural.

Problema 5 *El director de producció de Finestres Nord S. A. desitja avaluar un nou mètode per produir finestres de doble fulla. El procés actual té una producció mitjana de 80 unitats per hora amb una desviació típica $\sigma = 8$. El director indica que no vol substituir l'actual procés tret que existeixin proves contundents que el nivell mitjà de producció és major amb el nou mètode. Obtenim una mostra de 25 hores de producció amb el nou mètode amb una producció mitjana de 83 finestres. Suposant que un nivell de significació $\alpha = 0.05$ és una prova contundent, quina recomanació faries al director (suposam que la desviació típica de la producció amb el mètode nou és la mateixa que amb el vell)?*

Formulari Estadística Descriptiva

- Percentil p de dades agrupades en intervals: $P_p = L_p + (L_{p+1} - L_p)\dfrac{N \cdot p - N_{p-1}}{n_p}$
- Coeficient de simetria: $g_1 = \frac{m_3}{s^3}$, s: desviació típica
  - Dades brutes: $m_3 = \dfrac{(x_1-\bar{x})^3 + (x_2-\bar{x})^3 + \cdots + (x_N-\bar{x})^3}{N}$
  - Dades en taula de freqüències: $m_3 = \dfrac{(x_1-\bar{x})^3 n_1 + (x_2-\bar{x})^3 n_2 + \cdots + (x_k-\bar{x})^3 n_k}{N}$
- Coeficient d'apuntament: $g_2 = \frac{m_4}{s^4} - 3$, s: desviació típica
  - Dades brutes: $m_4 = \dfrac{(x_1-\bar{x})^4 + (x_2-\bar{x})^4 + \cdots + (x_N-\bar{x})^4}{N}$
  - Dades en taula de freqüències: $m_4 = \dfrac{(x_1-\bar{x})^4 n_1 + (x_2-\bar{x})^4 n_2 + \cdots + (x_k-\bar{x})^4 n_k}{N}$
- Recta de regressió: $\hat{Y} = aX + b$, $\quad a = \frac{\mathrm{Cov(X,Y)}}{\mathrm{Var(X)}} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$
- Coeficient de contingència: $0 \le C \le \sqrt{1 - \dfrac{1}{\min(k,l)}}$, $\quad C = \sqrt{\dfrac{\chi^2}{\chi^2 + N}}$, $\quad \chi^2 = \sum_i \sum_j \dfrac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$, $\quad e_{ij} = \dfrac{n_{i*} n_{*j}}{N}$

Formulari Estadística Inferencial

Variables aleatòries usuals

V.A. (X)	$f_X(x)$		$E(X)$	$Var(X)$	Altres propietats
Binomial $B(n,p)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots,n\}$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ 0	si $x \in \Omega_X$ si $x \notin \Omega_X$	np	$np(1-p)$	
Poisson $Po(\lambda)$ $\Omega_X = \{0,1,\cdots\}$	$\frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ 0	si $x \in \Omega_X$ si $x \notin \Omega_X$	λ	λ	$B(n,p) \approx Po(np)$ (n gran, p petit)
Uniforme $\mathcal{U}(a,b)$ $\Omega_X = [a,b]$	$\frac{1}{b-a}$ 0	si $x \in [a,b]$ si $x \notin [a,b]$	$\frac{b+a}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x < a \\ 1 & x > b \end{cases}$
Gaussiana $X(\mu,\sigma^2)$ $\Omega_X = \mathbb{R}$			μ	σ^2	$Z \sim N(0,1)$ normal estándar $F_Z(-z) = 1 - F_Z(z)$ $F_X(x) = F_Z(\frac{x-\mu}{\sigma})$ $B(n,p) \approx N(np, np(1-p))$ (n gran) $Po(\lambda) \approx N(\lambda,\lambda)$ (λ gran)

Estadístics més usuals

Paràmetre mostral (estadístic)	Esperança	Variància	Distribució de probabilitat	
$\bar{X}$	$E(\bar{X}) = \mu$	$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ $\frac{\bar{X}-\mu}{\hat{s}_X/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\hat{s}_X^2}{n})$	població normal, σ conegut població normal, σ desconegut, $n \le 30$ σ desconegut, $n > 30$
$\hat{s}_X^2$	$E(\hat{s}_X^2) = \sigma^2$	$\mathrm{Var}(\hat{s}_X^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$	$\frac{n-1}{\sigma^2} \hat{s}_X^2 \sim \chi^2_{n-1}$	població normal
$\hat{p}_X$	$E(\hat{p}_X) = p$	$\mathrm{Var}(\hat{p}_X) = \frac{p(1-p)}{n}$	$\hat{p}_X \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$ $\hat{p}_X \sim t_{n-1}$	$n > 30$ població normal, $n \le 30$

Intervals de confiança més usuals

Paràmetre mostral	Interval de confiança	
Mitjana	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	població normal, σ conegut
	$\bar{X} \pm t_{n-1,\alpha/2} \dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	població normal, σ desconegut i $n \le 30$
	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \dfrac{\hat{s}_X}{\sqrt{n}}$	si $n > 30$
Variància	$\left[\dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}} \hat{s}_X^2, \dfrac{n-1}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}} \hat{s}_X^2 \right]$	si la població segueix una llei normal
Proporció	$\hat{p}_X \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\dfrac{\hat{p}_X(1-\hat{p}_X)}{n}}$	si $n > 30$