Model de test d'aplicacions lineals

1) Donada l'aplicació $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ definida per $f(x,y,z)=(x-2y+3z, x+y, x-2z)$, indicau si és aplicació lineal, i en cas afirmatiu trobau la matriu associada respecte a les bases canòniques de l'espai vectorial inicial i final.

   a. És aplicació lineal i la matriu associada és $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ (*) .

   b. No és aplicació lineal

   c. És aplicació lineal i la matriu associada és $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

   d. Cap dels anteriors.

2) Considerem les aplicacions lineals $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ donada per $f(x,y)=(x+2y, 2x-y, 3y)$, i $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ donada per $g(x,y)=(2x-y, x+3y, y)$. Indicau l'expressió de l'aplicació lineal $2f+3g$ i trobau la seva matriu associada respecte a les bases canòniques de l'espai vectorial inicial i final.

   a. $2f+3g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ tal que $(2f+3g)(x,y)=(8x+y, x+y, 9y)$ i la matriu associada és $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$.

   b. $2f+3g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ tal que $(2f+3g)(x,y)=(8x+y, 7x+7y, 9y)$ i la matriu associada és $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 7 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$. (*)

   c. No existeix $2f+3g$.

   d. Cap dels anteriors.

3) Donada l'aplicació lineal $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ tal que $f(x,y,z)=(2x+3y, 3x+2z)$, calculau el seu nucli i indicau quina de les següents opcions és correcta:

   a. $\{(0,0,0)\}$.

   b. $\langle(6,-4,-9)\rangle$. (*)

   c. $\langle(6,-4,-9),(1,0,1)\rangle$.

   d. Cap de les anteriors.

4) Donada l'aplicació $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $f(x, y, z) = (x + 2y, -x + 2z)$ i l'espai vectorial $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y - 3z = 0\}$ volem calcular $f(S)$. Indicau quina de les següents opcions és correcta

a. $f(S) = \langle(0, 2)\rangle$.
b. $f(S) = \langle(3, -1)\rangle$.
c. $f(S) = \langle(3, 1), (2, 3)\rangle$. (*)
d. Cap de les anteriors.

5) Donada l'aplicació $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (x, y + z, x + z)$ i l'espai vectorial $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - 2y + 3z = 0\}$, volem calcular $f^{-1}(T)$. Indicau quina de les següents opcions és correcta

a. $f^{-1}(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 4x - 2y + z = 0\}$. (*)
b. $f^{-1}(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y - 4z = 0,\ x + 2y = 0\}$.
c. $f^{-1}(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - 5y + 4z = 0\}$.
d. Cap de les anteriors.

6) Donada l'aplicació $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (x, x + y, x + y + z)$. Indicau quina de les següents opcions és $Im\ f$

a. $Im\ f = \langle(1, 0, 2), (3, 1, 2)\rangle$.
b. $Im\ f = \langle(1, 2, 2), (0, -5, 2)\rangle$.
c. $Im\ f = \langle(3, -1, 2)\rangle$.
d. Cap de les anteriors. (*)

7) Donada l'aplicació lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $f(x, y, z) = (2x + y, y + 2z)$. Volem calcular la seva matriu associada respecte a les bases $\mathcal{B} = \{(1, 1, 2), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$ i $\mathcal{B}' = \{(1, 1), (-1, 1)\}$ corresponents als conjunts inicial i final respectivament. Indicau quina de les següents opcions és correcta

a. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

b. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. (*)

d. Cap de les anteriors.