

P1.- Els clients d'un magatzem arriben al departament de reclamacions a raó de 6 clients masculins per hora i 10 femenins per hora. Si les arribades en cada cas (i les globals) segueixen una distribució de Poisson,

- a) Calculau la probabilitat de que 4 clients com a màxim, sense tenir en comptes el sexe, arribin al departament en un període de 30 minuts. **2 pt.**
- b) Si arriba un client masculí a les 10h, quina és la probabilitat que el següent client masculí arribi abans de les 10h i 8 minuts? **2 pt.**
- c) Quina és la probabilitat de que arribin entre 8 i 45 dones (ambdues incloses) en una hora? **2 pt.**

Solució:

a) Designem per X la variable aleatòria que ens dona el nombre de clients (sense tenir en compte el sexe) que arriben en 30 minuts.

X segueix una distribució de Poisson de mitjana 8 clients cada 30 minuts, $Po(8)$, i ens demanen

$$P(X \leq 4) \stackrel{(1)}{=} 0.0996$$

(1) Mirant les taules.

b) Designem per Y la variable aleatòria que ens dona el temps que transcorre entre l'arribada de homes. Si el nombre de clients per hora que arriben segueix una distribució $Po(6)$, el temps que hi ha entre l'arribada de dos homes segueix una distribució exponencial de paràmetre 6: $Exp(6)$. Tenint en compte que 8 minuts són $\frac{8}{60} = \frac{2}{15}$ ens demanen

$$P\left(Y < \frac{2}{15}\right) = F_Y\left(\frac{2}{15}\right) = 1 - e^{-6 \cdot \frac{2}{15}} = 0.55067$$

c) Designem per S la variable aleatòria que ens dona el nombre de dones que arriben en 1h, que segueix una distribució $Po(10)$. Ens demanen $P(8 \leq S \leq 45)$.

Com el paràmetre és 10, i per tant major que 5, aquesta variable la podem aproximar a una normal T que segueix una distribució $N(10, 10)$, i ens demanen

$$\begin{aligned} P(7.5 < T < 45.5) &= P\left(\frac{7.5 - 10}{\sqrt{10}} < Z < \frac{45.5 - 10}{\sqrt{10}}\right) = P(-0.79 < Z < 11.23) = \\ &= P(Z < 11.23) - P(Z < -0.79) = P(Z < 11.23) - (1 - P(Z < 0.79)) = 1 - (1 - 0.7852) = 0.7852 \end{aligned}$$

P2.- Un fabricant de microprocessadors fa un estudi sobre el temps de vida d'aquests. Si designam per T el temps de vida en mesos veu que segueix una distribució exponencial de paràmetre $\lambda = 0.02$.

- a) Calculau la probabilitat que un microprocessador triat a l'atzar duri més de 2 anys. **2 pt.**
- b) Per quants mesos de vida el fabricant hauria de garantir els microprocessadors si vol que la probabilitat de que el microprocessador compleixi la garantia sigui 0.80? **2 pt.**

Solució:

a) Ens demanen

$$P(T > 24) = 1 - P(T \leq 24) = 1 - F_T(24) = 1 - (1 - e^{-0.02 \cdot 24}) = e^{-0.02 \cdot 24} = 0.61878$$

b) Si la probabilitat de que compleixi la garantia és de 0.80, significa que el microprocessador ha de durar més de t mesos amb una probabilitat de 0.80

$$P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = 0.80; \quad P(T \leq t) = F_T(t) = 0.20; \quad 1 - e^{-0.02t} = 0.2;$$

aïllant tenim

$$e^{-0.02t} = 0.8; \quad -0.02t = \ln 0.8; \quad t = \frac{\ln 0.8}{-0.02} = 11.157 \text{ mesos}$$