

P1.- El sistema de còpies de seguretat d'una empresa fa una còpia diària de cada un dels dos discs durs centrals en un moment aleatori entre les 3h i les 5h. Les còpies de cada disc dur es fan de manera independent. Per un error en la configuració, si la diferència entre els inicis de còpia de cada disc dur és inferior a 2 minuts es produeix un error en el sistema.

- a) Definiu les variables aleatòries associades al problema i escriviu les seves funcions de probabilitat. **0.5pt.**
- b) Escriviu la funció de probabilitat conjunta i dibuixau el seu suport. **0.5 pt.**
- c) Quina és la probabilitat que es produeixi un error en el sistema un dia qualsevol? **1.5 pt.**

P2.- Una empresa fa un *backup* de les seves dades a un servidor central cada dia al final de la jornada laboral. Suposem que hi ha una probabilitat de 0.16 que es produeixi un error en la transmissió de les dades. Anomenem X a la v.a. que compta el nombre d'errors de transmissió produïts durant una setmana laboral (5 dies, suposant que cada dia es produeix com a màxim un error).

- a) Trobau la funció de probabilitat de X . **0.5 pt.**
- b) Anomenem Y al temps setmanal, en minuts, que dedica el telemàtic de l'empresa a comprovar l'existència d'errors i corregir-los. Si la distribució de Y és

$$P(Y = y|X = x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } y = 5 + 30x \\ \frac{1}{2} & \text{si } y = 10 + 30x \\ \frac{1}{4} & \text{si } y = 15 + 30x \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

trobau la probabilitat que durant una setmana qualsevol el telemàtic de l'empresa dediqui més de dues hores a revisar i corregir els problemes de *backup*. **1.5 pt.**

- c) Si durant una setmana dedica més de dues hores a revisar i corregir els problemes de *backup*, quina és la probabilitat que s'hagin produït 4 errors durant la setmana?. **0.5 pt.**

P3.- El motor que permet orientar una antena parabòlica produeix un error en l'orientació de ε graus cada vegada que s'acciona, on $\varepsilon \sim N(0, 1)$. Els errors en l'orientació s'acumulen després de cada actuació del motor i són independents entre sí.

- a) Quina és la probabilitat que l'error d'orientació sigui superior a 5 graus després de 100 actuacions del motor? **1.25 pt.**
- b) Quan l'error acumulat (en valor absolut) és superior a 10 graus l'antena s'ha de recalibrar. Quin és el nombre màxim d'actuacions del motor que es poden fer si es vol garantir, amb una probabilitat del 95%, que l'antena no necessita ésser recalibrada? **1.25 pt.**

P4.- Sigui $X(t)$ un procés aleatori definit com $X(t) = t^2 + 3U$, on U és una variable aleatòria de Poisson amb paràmetre 10.

- a) Calculau la mitjana i l'autocovariància de $X(t)$. És tracta d'un procés estacionari?
- b) Si $Y(t)$ és un procés aleatori Gaussià estacionari i amb mitjana 4, calculau la correlació creuada de X i Y suposant que $Y(t)$ i U són independents per a tot t .

2.5 pt.