

MODEL DE QÜESTIONARI D'APLICACIONS LINEALS

Primer qüestionari d'aplicacions lineals

Indicacions per a la resolució del qüestionari

1. Els nombres racionals els hi heu d'escriure com a fraccions irreductibles, separant el numerador del denominador amb un signe / i si és negatiu el signe anirà davant la fracció. Així, per exemple, heu d'escriure $-2/3$ per representar $-\frac{2}{3}$.
2. La composició d'aplicacions \circ la representarem per un punt .
3. Per cercar $f^{-1}(T)$ les equacions que el defineixen no tenen perquè coincidir amb les de les respostes, però si poden ser equivalents a elles. És a dir,

$$\begin{aligned} f^{-1}(T) &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0, 2x + 3y - z = 0\} = \\ &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0, 3x + 4y = 0\} \end{aligned}$$

ja que els sistemes d'equacions dels dos conjunts són equivalents.

Exemple de qüestionari d'aplicacions lineals

Pràctica 1

- 1) Indica si la següent aplicació és lineal:

$$f : \mathcal{M}_{2 \times 3} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

tal que

$$f \begin{pmatrix} x & y & z \\ t & s & r \end{pmatrix} = (x + y + z, t + s - r, x + y)$$

Solució:

Heu d'indicar la resposta correcta (serà Si o No)

- 2) Donades les aplicacions lineals f i g següents, calculau $g \circ f$.

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) &\mapsto (x + y, x + z) \end{aligned}$$

Solució:

$$(g \circ f)(x, y, z) = g(f(x, y, z)) = g(x + y, x + z, z) = (2x + y + z, x + y + z)$$

$$\text{Heu de posar: } (g \circ f)(x, y, z) = (2x + y + z, x + y + z)$$

Nota: Observau que la composició d'aplicacions o la representarem per un punt ”.” Per altra part l'ordre de les lletres ha de ser el mateix que es dona com element: (x, y, z) , és a dir, el resultat és $(g \circ f)(x, y, z) = (2x + y + z, x + y + z)$, però no pot ser $(g \circ f)(x, y, z) = (y + 2x + z, y + x + z)$

- 3) Donada l'aplicació $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (x + y, x + z, z)$ i l'espai vectorial $S = \{(x, y, z) | 2x + y + z = 0\}$ volem calcular $f(S)$. Indica quina de les següents opcions és correcta

Solució:

Heu de marcar l'opció correcta.

Nota: Per veure com es resol aquest exercici mirau l'exemple 1 de la pàgina 90 dels apunts.

- 4) Donada l'aplicació $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (x + y, x + z, z)$ i l'espai vectorial $T = \{(x, y, z) | 2x + y + z = 0\}$, volem calcular $f^{-1}(T)$. Indica quina de les següents opcions és correcta

Solució:

Heu de marcar l'opció correcta.

Nota: Per veure com es resol aquest exercici mirau l'exemple 2 de la pàgina 90 dels apunts.