

PROBLEMES ESTADÍSTICA ENGINYERIA VARIABLES ALEATÒRIES CONTÍNUES

1) Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad $f(x)$ dada por:

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot (1 + x^2) & \text{si } x \in (0, 3) \\ 0 & \text{si } x \notin (0, 3) \end{cases}$$

- a) Calcular la constante k y la función de distribución de X .
- b) Calcular la probabilidad de que X esté comprendida entre 1 y 2
- c) Calcular la probabilidad de que X sea menor que 1.
- d) Sabiendo que X es mayor que 1, calcular la probabilidad de que sea menor que 2.

2) La función de densidad de una variable aleatoria continua es:

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x^2 + b & \text{si } x \in (0, 3) \\ 0 & \text{si } x \notin (0, 3) \end{cases}$$

.

Determinar a y b , sabiendo que $P(1 < X \leq 2) = 2/3$.

3) Consideremos $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ a(1 + x) & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 2/3 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Determinar el valor de a para que f sea una densidad.
- b) En este caso, si X es una variable aleatoria continua con densidad f , calcular $P(1/2 < X \leq 3/2)$.
- c) Calcular, para el valor de a encontrado $E(X)$ y $Var(X)$.

4) El precio por estacionar un vehículo en un aparcamiento es de 0.75 euros por la primera hora o fracción, y de 0.60 euros a partir de la segunda hora o fracción. Supongamos que el tiempo, en horas, que un vehículo cualquiera permanece en el aparcamiento se modeliza según la siguiente función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

¹Sol.: a) $k = 1/12$; b) $5/18$; c) $1/9$; e) $5/16$

²Sol.: $a = -1/2$, $b = 11/6$

³Sol.: a) $a = 2/9$; b) $19/36$; c) $E(X) = \frac{32}{27}$, $Var(X) = \frac{409}{1458}$.

Calcular el ingreso medio por vehículo.

5) Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \in (0, 1) \\ 0 & \text{si } x \notin (0, 1) \end{cases}$$

Determinar $E(\sqrt{X})$.

6) Consideremos una variable aleatoria X con función de densidad f_X dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{si } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

determinar $E(Y)$, donde $Y = \ln X$.

⁴Sol.: (1.1)

⁵Sol.: (4/5)

⁶Sol.: (-0.3069)