

Classe pràctica 2. Enunciat

Prob 5 Per comprovar el funcionament de la tarja d'un circuit d'una impressora enviam una matriu aleatòria formada per 8 bits, on la probabilitat d'enviar un 0 o un 1 és la mateixa. **1.25 pt.**

1. Calculeu la probabilitat d'enviar almenys 2 zeros.
2. Amb un grau d'humitat "molt elevat" la probabilitat de rebre un bit erroni és de 0.2 i de 0.1 en cas contrari. Si ens trobam en una època de l'any on la probabilitat de que hagi una humitat "molt elevada" és de 0.8. Calculeu la probabilitat de rebre un bit erroni.
3. En les condicions de l'apartat anterior, si hem rebut un bit erroni, calculeu la probabilitat de que la humitat no hagi estat "molt elevada"

(Examen, juny 2008)

Prob 6 En una determinada benzinera, el 40% dels clients entren benzina sense plom, un 35% benzina amb plom i la resta dièsel. Dels clients que consumeixen benzina sense plom només un 30% omplen el dipòsit. Dels que compren benzina amb plom, el 60% omplen els dipòsits i dels que compren dièsel el 50% omplen el dipòsit.

- a) Si entra un client, quina és la probabilitat de que compri benzina amb plom i ompli el dipòsit? **1 pt.**
- b) Quina seria la probabilitat que el client que entri ompli el dipòsit? **1 pt.**
- c) Si el client que entra omple el dipòsit, quina és la probabilitat de que compri dièsel? **1 pt.**

(Control, curs 08/09)

Prob 7 Els processadors d'ordinador d'una determinada fàbrica es col·loquen en paquets petits i lleugers o en paquets pesats i grossos. Suposau que el 2% i l'1% dels processadors enviats en paquets petits i grossos, respectivament, es fan malbé durant el trajecte al seu destí. Si el 60% dels processadors s'envien en paquets grossos, i el 40% en paquets petits,

- a) Quina és la proporció de processadors que es faran malbé durant l'enviament? **0.5 pt.**
- b) Una determinada botiga de muntatge d'ordinadors ha rebut dels dos tipus de paquets amb processadors i el cap de vendes demana a un muntador que li dugui un processador que resulta ser defectuós. Quina és la probabilitat que el tregués d'un paquet petit? **0.5 pt.**

(Examen, setembre 2009)

Classe pràctica 2. Solució

Prob 4 Per comprovar el funcionament de la tarja d'un circuit d'una impressora enviam una matriu aleatòria formada per 8 bits, on la probabilitat d'enviar un 0 o un 1 és la mateixa. **1.25 pt.**

1. Calculau la probabilitat d'enviar almenys 2 zeros.
2. Amb un grau d'humitat "molt elevat" la probabilitat de rebre un bit erroni és de 0.2 i de 0.1 en cas contrari. Si ens trobam en una època de l'any on la probabilitat de que hagi una humitat "molt elevada" és de 0.8. Calculau la probabilitat de rebre un bit erroni.
3. En les condicions de l'apartat anterior, si hem rebut un bit erroni, calculau la probabilitat de que la humitat no hagi estat "molt elevada"

(Examen, juny 2008)

Solució:

1) Sigui X la variable aleatòria que ens dóna el nombre de zeros enviats. Aquesta variable aleatòria segueix una distribució binomial $B(8, \frac{1}{2})$.

Ens demanen

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \binom{8}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^8 \left(\frac{1}{2}\right)^0 - \binom{8}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \\ &= \frac{247}{256} = 0.9648 \end{aligned}$$

2) Sigui B ="Rebre un bit erroni", A ="Hi ha un grau d'humitat molt elevada". Tenim que $\{A, \bar{A}\}$ és un sistema complet de successos. Per tant, pel teorema de la probabilitat total tenim

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0.8 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.1 = 0.18$$

3) Ens demanen $P(\bar{A}|B)$. Per calcular-la aplicarem el teorema de Bayes

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{0.2 \cdot 0.1}{0.18} = 0.111$$

Prob 6 En una determinada benzinera, el 40% dels clients empren benzina sense plom, un 35% benzina amb plom i la resta dièsel. Dels clients que consumeixen benzina sense plom només un 30% omplen el dipòsit. Dels que compren benzina amb plom, el 60% omplen els dipòsits i dels que compren dièsel el 50% omplen el dipòsit.

- a) Si entra un client, quina és la probabilitat de que compri benzina amb plom i ompli el dipòsit? **1 pt.**
- b) Quina seria la probabilitat que el client que entri ompli el dipòsit? **1 pt.**
- c) Si el client que entra omple el dipòsit, quina és la probabilitat de que compri dièsel? **1 pt.**

(Control, curs 08/09)

Solució:

Designem per A_i ="Triar la capsula i ". Tenim que $P(A_i) = \frac{1}{2}$.

Designem els següents successos: S ="Comprar benzina sense plom", A ="Comprar benzina amb plom" i D ="Comprar dièsel". Finalment designem per O el succés "Omplir el dipòsit".

Les probabilitats que ens donen són les següents:

$$P(S) = 0.4, \quad P(A) = 0.35, \quad P(D) = 0.25, \quad P(O|S) = 0.3, \quad P(O|A) = 0.6, \quad P(O|D) = 0.5$$

a) Ens demanen $P(A \cap O)$

$$P(A \cap O) = P(A) \cdot P(O|A) = 0.35 \cdot 0.6 = 0.21$$

b) Ens demanen $P(O)$ i hem d'aplicar el teorema de la probabilitat total

$$P(O) = P(S) \cdot P(O|S) + P(A) \cdot P(O|A) + P(D) \cdot P(O|D) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.35 \cdot 0.6 + 0.25 \cdot 0.5 = 0.455$$

c) Ens demanen $P(D|O)$. Aplicarem el teorema de Bayes

$$P(D|O) = \frac{P(D) \cdot P(O|D)}{P(O)} = \frac{0.25 \cdot 0.5}{0.455} = 0.2747$$

Prob 7 Els processadors d'ordinador d'una determinada fàbrica es col·loquen en paquets petits i lleugers o en paquets pesats i grossos. Suposau que el 2% i l'1% dels processadors enviats en paquets petits i grossos, respectivament, es fan malbé durant el trajecte al seu destí. Si el 60% dels processadors s'envien en paquets grossos, i el 40% en paquets petits,

- a) Quina és la proporció de processadors que es faran malbé durant l'enviament? **0.5 pt.**
- b) Una determinada botiga de muntatge d'ordinadors ha rebut dels dos tipus de paquets amb processadors i el cap de vendes demana a un muntador que li dugui un processador que resulta ser defectuós. Quina és la probabilitat que el tregués d'un paquet petit? **0.5 pt.**

(Examen, setembre 2009)

Solució:

Designem els següent successos: M ="Fer malbé", L ="Paquets petits i lleugers", G ="Paquets grossos i pesats".

Ens donen les següents dades: $P(L) = 0,4$, $P(G) = 0,6$, $P(M|L) = 0,02$, $P(M|G) = 0,01$.

a) Ens demanen $P(M)$ i aplicarem el teorema de la Probabilitat Total

$$\begin{aligned} P(M) &= P[(L \cap M) \cup (G \cap M)] = P(L \cap M) + P(G \cap M) = P(L)P(M|L) + P(G)P(M|G) = \\ &= 0,4 \cdot 0,02 + 0,6 \cdot 0,01 = 0,014 \end{aligned}$$

b) Ens demanen $P(L|M)$. Per això aplicarem el teorema de Bayes

$$P(L|M) = \frac{P(L) \cdot P(M|L)}{P(M)} = \frac{0,4 \cdot 0,02}{0,014} = 0,5714$$