

**Enginyeria Edificació. Estimació de paràmetres i contrast d'hipòtesis.**

**Problema 1** Calculeu una estimació puntual de  $\mu$  i l'error estàndard estimat a partir d'una mostra aleatòria de la qual se sap:

$$n = 81; \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1752; \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 235$$

**Problema 2** S'ha enregistrat durant 100 serveis ordinaris el temps que tarda un autobús en realitzar el seu trajecte habitual. S'ha trobat que  $\bar{x} = 92$  minuts i  $\hat{S}_X = 7$  minuts. Calculeu:

- (a) Una estimació puntual de la mitjana del temps que tarda l'autobús en cobrir el seu trajecte.
- (b) L'error estàndard de l'estimació realitzada.

**Problema 3** Els errors aleatoris que es produeixen en les pesades que es realitzen amb una determinada balança es distribueixen segons una llei normal de mitjana 0 i desviació típica 0,5 decigrams.

- (a) Calculeu l'error màxim, per defecte i per excés, que es pot produir en una pesada, amb probabilitat 0,99.
- (b) Si es fan 10 pesades d'un mateix objecte i es pren com a pes la mitjana de les 10 pesades, calculeu l'error màxim d'aquest pes final, amb probabilitat 0.99.
- (c) Calculeu el nombre mínim  $n$  de pesades que cal realitzar d'un mateix objecte per tal que, si es pren com a pes la mitjana de les  $n$  pesades, l'error màxim d'aquest pes final sigui inferior a 0,1 decigram amb probabilitat 0,99.

**Problema 4** Es treuen mostres aleatòries simples de  $n = 9$  unitats cadascuna d'una població que segueix una llei  $N(\mu; \sigma_X^2)$ .

- (a) Quina probabilitat hi ha que, de 9 mostres consecutives, n'hi hagi com a mínim 7 que tinguin una mitjana mostral superior a  $\mu$  ?
- (b) Quina probabilitat hi ha que dues mostres consecutives tinguin una mitjana mostral superior al 3r quartil  $Q_3$  de la població?

**Problema 5** Les puntuacions en un test que amida la variable creativitat segueixen, en la població general d'adolescents, una distribució normal de mitjana 11,5. En un centre escolar que ha implantat un programa d'estimulació de la creativitat una mostra de 30 alumnes ha proporcionat les següents puntuacions:

11, 9, 12, 17, 8, 11, 9, 4, 5, 9, 14, 9, 17, 24, 19, 10, 17, 17, 8, 23, 8, 6, 14, 16, 6, 7, 15, 20, 14, 15.

A un nivell de confiança del 95 % Pot afirmar-se que el programa és efectiu?

**Problema 6** Per quant s'ha de multiplicar la mida  $n$  d'una mostra si volem reduir a la quarta part l'error estàndard de l'estimació puntual de la mitjana  $\mu$  d'una població?

**Problema 7** En un procés d'envasat automàtic d'ampolles d'aigua mineral, el contingut net  $X$  de les ampolles segueix una llei normal de desviació típica  $\sigma_X = 2$  cl. Per tal de controlar el procés, s'ha seleccionat una mostra de 5 ampolles i s'ha mesurat el seu contingut net d'aigua mineral (en cl). Els resultats obtinguts són: 1002, 1000, 1002, 999 i 1001. Determineu un interval de confiança del 99 % de la mitjana  $\mu_X$  del contingut net de les ampolles.

**Problema 8** Un investigador estima sempre el valor de la mitjana  $\mu$  d'una població fent servir intervals de confiança del 90 %. Després de 400 estimacions, quin és el nombre aproximat d'intervals de confiança que contindran el verdader valor de  $\mu$ ?

**Problema 9** Una població té una mitjana  $\mu$  desconeguda i una desviació estàndard igual a 5. Trobeu la mida  $n$  que ha de tenir una mostra per tal de tenir un 95 % de confiança que l'estimador  $\bar{X}$  calculat sobre una mostra de mida  $n$  està dins l'interval  $(\mu - 1,5, \mu + 1,5)$ .

**Problema 10** Es vol estimar - a un nivell de confiança del 0.99 - l'esperança d'una distribució normal  $N(\mu; \sigma_X^2)$  de variància coneguda. Calculeu quina ha de ser la mida  $n$  de la mostra per que l'interval d'estimació tingui una longitud igual a  $2\delta$ . (doneu el resultat en termes de  $\sigma_X$  i  $\delta$ )

**Problema 11** A partir d'una mostra de mida  $n = 12$  s'ha calculat un interval de confiança del 95 % del valor de  $\mu$  i s'ha obtingut l'interval (18,6, 26,2). Quins són els valors de  $\bar{x}$  i de  $\hat{s}_X$ ?

**Problema 12** Es vol estimar la mitjana  $\mu$  del pes dels fulls de paper que es produeixen en una cadena de producció. S'escullen a l'atzar 22 d'aquests fulls i s'obté una mitjana mostral de  $\bar{x} = 2,4$  dg. Es demana:

- (a) Si la desviació estàndard del pes d'una fulla de paper és de 0,2 dg, trobeu un interval de confiança del 95 % del valor de  $\mu$ .
- (b) Si la desviació estàndard és desconeguda però la desviació estàndard de la nostra mostra és igual a 0.2 dg, determineu l'interval de confiança del 95 % del valor de  $\mu$ .

**Problema 13** Una empresa ha fet un test sobre 50 dels seus empleats que treballen en terminals i va trobar que 22 fan servir l'ordinador més de 6 hores al dia.

- (a) Trobeu un interval de confiança al 95 % per a estimar la proporció d'empleats que fan servir l'ordinador més de 6 hores al dia.
- (b) Quina hauria de ser la mida de la mostra per a assegurar que l'amplada de l'interval fos més petita que 0.1?

**Problema 14** Hom vol estimar la mitjana  $\mu$  del temps d'espera dels clients en un caixer d'un gran supermercat a una determinada hora punta. Se sap d'altres vegades que la variància del temps d'espera és aproximadament de  $8,0 \text{ min}^2$ . Quants clients caldria controlar si hom vol, amb un 90 % de confiança, que el vertader valor  $\mu$  difereixi com a màxim en 1 min de la mitjana de la nostra mostra?

**Problema 15** En una mostra aleatòria de 400 persones adultes d'una població, 260 varen afirmar que votarien el partit A en les properes eleccions municipals. Trobeu l'interval de confiança del 95 % per a la vertadera proporció de votants del partit A.

**Problema 16** Una empresa de programació ha mesurat el nombre de línies de codi per programador i dia d'una mostra de 30 programes, obtenint-se  $\bar{x} = 75$  i  $\hat{s}_X^2 = 90$ . Si es suposa que  $X = \text{"nombre de línies per programador i dia"}$  té una distribució normal, trobeu interval de confiança al 95 % per a  $\mu$ .

**Problema 17** Un procés industrial fabrica peces les longituds de les quals es distribueixen segons una llei normal  $N(\mu = 190 \text{ mm}; \sigma = 10 \text{ mm})$ . Es vol realitzar un contrast de la hipòtesi  $H_0 : \mu = 190$  vers la hipòtesi contrària a partir d'una mostra de mida  $n = 5$ , a un nivell de significació  $\alpha = 0,05$ . Es demana:

- (a) Indiqueu l'estadístic a utilitzar per a realitzar el contrast i la distribució d'aquest estadístic.
- (b) Si la mostra obtinguda ha resultat ser igual a 187, 212, 195, 208 i 200, es demana quina decisió cal prendre i el p-valor d'aquest contrast.
- (c) Supposeu ara que la variància poblacional es desconeix. Realitzeu novament el contrast sobre la mostra anterior i indiqueu la decisió adoptada.

**Problema 18** El temps de vida d'uns components electrònics es distribueix segons una normal. Es vol contrastar la hipòtesi  $H_0 : \mu = 300h$ . vers la hipòtesi alternativa  $H_1 : \mu \neq 300h$ , amb un nivell de significació  $\alpha = 0,05$ . El contrast es vol realitzar a partir d'una mostra de mida  $n = 100$ .

- (a) Indiqueu l'estadístic a utilitzar per realitzar el contrast i la distribució d'aquest estadístic.
- (b) La vida mitjana d'una MAS de 100 components electrònics ha resultat ser igual a 250 h. Indiqueu quina és la decisió que cal prendre i el p-valor d'aquest contrast.

**Problema 19** La duració mitjana d'unes certes peces en les que intervenen diferents materials és igual a 1800 h. Variant un d'aquests materials, la vida mitjana d'una mostra de 10 peces ha resultat ser igual a 2000 h amb una desviació típica mostral  $\hat{S}_X = 150h$ . Creieu que el canvi del material ha incrementat significativament la vida mitjana de les peces? [

**Problema 20** Una agència de viatges afirma que el temps per realitzar una determinada ruta és, en mitjana, igual a 15 h amb  $\sigma = 2$  h. Per a contrastar la hipòtesi  $H_0 : \mu = 15h$ . vers la hipòtesi  $H_1 : \mu < 15h$ ., es controla 25 vegades el temps de durada d'aquesta ruta.

- (a) Indiqueu l'estadístic a utilitzar per realitzar el contrast i la distribució d'aquest estadístic.
- (b) Si després de realitzar 25 vegades la ruta esmentada, la mitjana del temps resulta ser igual a 13,8h, indiqueu la decisió a prendre i el p-valor d'aquest contrast.

**Problema 21** Se sabe que la desviación típica de las notas de cierto examen de Matemáticas es 2,4. Para una muestra de 36 estudiantes se obtuvo una nota media de 5,6. ¿Sirven estos datos para confirmar la hipótesis de que la nota media del examen fue de 6, con un nivel de confianza del 95 %?

**Problema 22** Les puntuacions en un test de raonament abstracte segueixen una distribució normal de mitjana 35 i variància 60. Per a avaluar un programa de millora de les capacitats intel·lectuals, a 101 individus que estan realitzant aquest programa se'ls passa el test, obtenint-se una mitjana de 50 punts i una variància de 80. Pot assegurar-se, a un nivell de confiança del 90 %, que el programa incrementa les diferències individuals en aquesta variable?

**Problema 23** Un sociólogo ha pronosticado, que en una determinada ciudad, el nivel de abstención en las próximas elecciones será del 40 % como mínimo. Se elige al azar una muestra aleatoria de 200 individuos, con derecho a voto, 75 de los cuales estarían dispuestos a votar. Determinar con un nivel de significación del 1 %, si se puede admitir el pronóstico.

**Problema 24** Un informe indica que el precio medio del billete de avión entre Canarias y Madrid es, como máximo, de 120 euros con una desviación típica de 40 euros. Se toma una muestra de 100 viajeros y se obtiene que la media de los precios de sus billetes es de 128 euros. ¿Se puede aceptar, con un nivel de significación igual a 0,1 la afirmación de partida?

**Problema 25** Una marca de nueces afirma que, como máximo, el 6 % de las nueces están vacías. Se eligieron 300 nueces al azar y se detectaron 21 vacías.

- (a) Con un nivel de significación del 1 %, ¿ se puede aceptar la afirmación de la marca ?
- (b) Si se mantiene el porcentaje muestral de nueces que están vacías y  $1 - \alpha = 0,95$ , ¿ qué tamaño muestral se necesitaría para estimar la proporción de nueces con un error menor del 1 % por ciento?

**Problema 26** Un banc vol analitzar si les comissions que cobra als seus clients per operacions en el mercat borsari difereixen significativament de les quals cobra la competència, la mitjana de la qual és de 12 euros mensuals amb una desviació estàndard de 4,3 euros. Aquest banc pren una mostra de 64 operacions borsàries i observa que la comissió terme mitjà és de 13,6 euros. Contrastar, al nivell de significació del 5 %, que aquest banc no difereix significativament en el cobrament de les comissions per operacions en la Borsa pel que fa a la competència

**Problema 27** La duración de la bombillas de 100 W que fabrica una empresa sigue una distribución normal con una desviación típica de 120 horas de duración. Su vida media está garantizada durante un mínimo de 800 horas. Se escoge al azar una muestra de 50 bombillas de un lote y, después de comprobarlas, se obtiene una vida media de 750 horas. Con un nivel de significación de 0,01 ¿ habría que rechazar el lote por no cumplir la garantía?

**Problema 28** Un fabricante de lámparas eléctricas está ensayando un nuevo método de producción que se considerará aceptable si las lámparas obtenidas por este método dan lugar a una población normal de duración media 2400 horas, con una desviación típica igual a 300. Se toma una muestra de 100 lámparas producidas por este método y esta muestra tiene una duración media de 2320 horas. ¿ Se puede aceptar la hipótesis de validez del nuevo proceso de fabricación con un riesgo igual o menor al 5 %?

**Problema 29** El control de calidad una fábrica de pilas y baterías sospecha que hubo defectos en la producción de un modelo de batería para teléfonos móviles, bajando su tiempo de duración. Hasta ahora el tiempo de duración en conversación seguía una distribución normal con media 300 minutos y desviación típica 30 minutos. Sin embargo, en la inspección del último lote producido, antes de enviarlo al mercado, se obtuvo que de una muestra de 60 baterías el tiempo medio de duración en conversación fue de 290 minutos. Suponiendo que ese tiempo sigue siendo Normal con la misma desviación típica, ¿ se puede concluir que las sospechas del control de calidad son ciertas a un nivel de significación del 2 %?

**Problema 30** La directora del departament de personal d'una important corporació està reclutant un gran nombre d'empleats per a un lloc en l'estranger. Durant el procés de selecció, l'administració li pregunta com van les coses, i ella respon que creu que la puntuació terme mitjà en la prova d'aptituds serà d'aproximadament 90 punts. Quan l'administració revisa 19 dels resultats de la prova compilats, troba que la puntuació mitja és 83,24 i la desviació estàndard d'aquesta puntuació és 11. Si l'administració desitja provar la hipòtesi al nivell de significació del 10 %, Quin és el valor de l'estadístic de contrast i la seva p-valor?

**Problema 31** Un portal e-business sap que el 60 % de tots els seus visitants a la web estan interessats a adquirir els seus productes però són poc inclinats al comerç electrònic i no realitzen finalment la compra via Internet. No obstant això, en l'adreça del portal es pensa que en l'últim any, el percentatge de gent que està disposada a comprar per Internet ha augmentat i això s'ha de reflectir en els seus resultats empresarials. Contrastar al nivell de significació del 2 % si en l'últim any s'ha reduït el percentatge de gent que no està disposada a comprar per Internet, si per

*a això es va prendre una mostra de 500 visitants per a conèixer la seva opinió i es va observar que el 55 % no estava disposat a realitzar compres via on-line. Suposau que la distribució del nombre de visitants del portal que no estan disposats a comprar via internet es va a aproximar a una normal.*

**Problema 32** *El Dpto. de Màrqueting d'una empresa europea vol analitzar l'eficàcia de la seva força de vendes. Per a això va prendre una mostra de 150 comercials repartits per les seves vàries delegacions a Europa i es va obtenir en euros el que cada comercial ha facturat en els últims sis mesos. S'ha comprovat que, fins a ara, que el volum facturat per la força de vendes fins a ara seguia una distribució aproximadament normal de mitjana 165.000 euros i desviació típica de 45.000 euros. Realitzar un contrast d'hipòtesi bilateral sobre la mitjana de la població per a un nivell de significació  $\alpha = 0,05$ . Realitzar un contrast similar a l'anterior suposant que aquesta vegada no coneixem la desviació típica?*

**Problema 33** *Se cree que el nivel medio de protombina en una población normal es de 20 mg/100 ml de plasma con una desviación típica de 4 miligramos/100 ml. Para comprobarlo, se toma una muestra de 40 individuos en los que la media es de 18,5 mg/100 ml. ¿ Se puede aceptar la hipótesis, con un nivel de significación del 5 %?*