Pràctica 2 PDS: Exercicis bàsics de processament d'imatges

Juan Gabriel Gomila Salas

Exercici 1: Zoom, augment d'escala

1. Obriu i visualitzau la imatge 'nina.png' (figura refninaull) emprant les funcions *imread* i *imshow* de Matlab.

2. Obriu i visualitzau la imatge 'ull.png' que és una subimatge de 'nina.png' (figura 2). En aquests exercicis estudiarem diferents mètodes per ampliar aquesta subimatge.

Figura 1: A l'esquerra, imatge a), es pot veure la fotografia 'nina.png' a escala del tamany real (256×256) i just a la seva dreta, imatge b), la subimatge 'ull.png' també a escala del tamany real (31×26).

3. **Zoom per duplicació de píxels**. Construïu una matriu de tamany doble a la imatge 'ull.png' i formada en afegir entre cada dues files (columnes) de la imatge original, una fila (columna) de zeros, matriu que reb el nom de imatge inter-zeros.

   Utilitzau la funció *mascara2D* per aplicar la següent màscara a la imatge inter-zeros:
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

   L'efecte d'aplicar aquesta màscara és la duplicació del píxel (i, j) de la imatge original en les posicions $(2i, 2j), (2i, 2j + 1), (2i + 1, 2j), (2i + 1, 2j + 1)$ de la imatge inter-zeros.

   Repetiu el procès diverses vegades fins a obtenir una imatge de tamany 208×248, que es correspon amb una ampliació en un factor 8 de la imatge original. Comentau-ne els resultats.

   Prenguem com a exemple els quatre primers píxels de la imatge (corresponents a les posicions $(1, 1,), (1, 2), (2, 1)$ i $(2, 2)$. El seu nivell de grisos ve donat per la matriu:

37	32
36	28

   En aplicar un cop la màscara a dita imatge, si observam els setze píxels de la imatge resultant, podem observar el següent:

37	0	32	0
0	37	32	32
36	36	28	28
0	36	28	28

   Com es veu, cada píxel ocupa ara una àrea quatre cops superior a la inicial, per tant, hem fet un zoom duplicant alçada i amplada de cadascun dels píxels de la nostra imatge. Els zeros que apareixen a tota la vorera de la imatge, són deguts a qüestions tècniques de programació de l'algoritme *mascara2D*.

   La figura 3 mostra el resultat d'aplicar el dit algoritme successivament a la imatge 'ull.png'. Aquest efecte d'afegir zeros als llocs on l'algoritme no pot aplicar al 100 % la màscara, es veu amplificat un cop que la imatge comencer a crèixer i aplicam la màscara iteradament, donant aquest efecte dentat a la vora de la fotografia.

El resultat final deixa molt que desitjar. Podem veure, com, en efecte, cada píxel ha crescut de tamany, fet que dona la sensació d'imatge "pixelada"(allò que abans era un sol píxel ara són 64 píxels en forma de matriu 8×8 i per tant, els detalls, que abans passaven desapercebuts a la vista humana, on el canvi de textura en la pell de la nina, ara són més visibles i dona una sensació poc acurada de la imatge), resultat molt diferent a fer un zoom analògic amb una càmera.

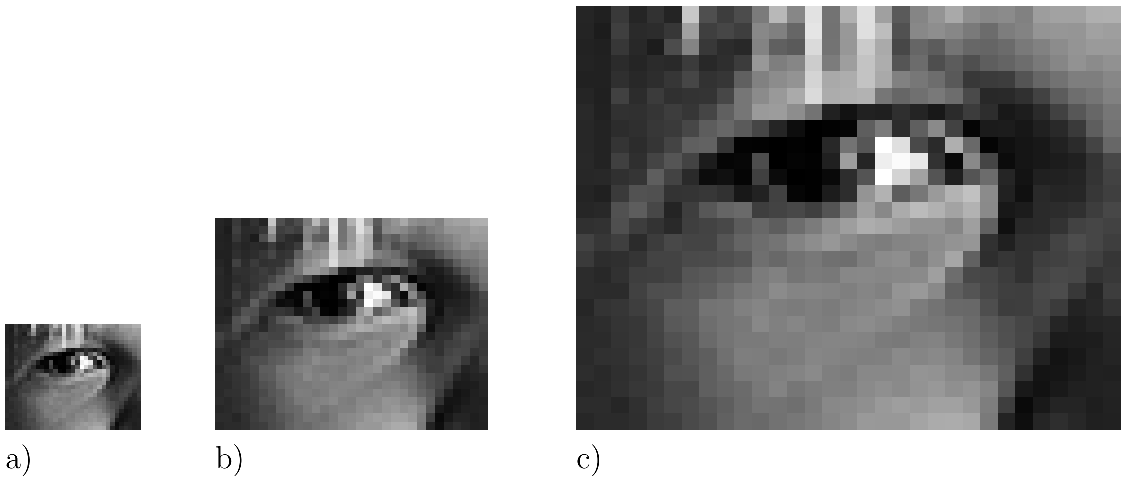


Figura 2: Imatge amplificada a) dues, b) quatre, i c) vuit vegades aplicant la màscara de la duplicació de píxels.

4. **Zoom a partir de la reconstrucció de Shannon de la imatge**. A l'igual que havíem fet per als senyals 1D, és possible calcular la reconstrucció de Shannon de la imatge discreta. Si en fer la reconstrucció empram un període de mostreig major de l'original, aconseguirem canviar l'escala de la imatge (recordau l'exercici 1d de la pràctica 1).

   Utilitzau la funció *fShannon2D* per reconstruir la imatge amb períodes de mostreig horitzontals i verticals iguals a 8 i comentau-ne els resultats.

   Fent ús de la fórmula de Shannon en 2D:

$$f(t_1, t_2) = \sum_{n_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{+\infty} f(n_1 T_1, n_2 T_2) \frac{\sin(\frac{\pi t_1}{T_1})}{\frac{\pi t_1}{T_1}} \frac{\sin(\frac{\pi t_2}{T_2})}{\frac{\pi t_2}{T_2}} =$$

$$= \sum_{n_1=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n_2=-\infty}^{+\infty} f(n_1T_1, n_2T_2) \frac{\sin(\frac{\pi t_2}{T_2})}{\frac{\pi t_2}{T_2}} \right) \frac{\sin(\frac{\pi t_1}{T_1})}{\frac{\pi t_1}{T_1}}$$

observam que és una funció que podem escriure en forma de variables separades, així que podem primer computar la part interior del parèntesi (pensant que es tracta d'una funció 1D en la variable t_2) amb l'algoritme 1D de Shannon i a continuació processar-la un altre cop amb el mateix algoritme (pensant que ara torna a ser una funció 1D, però en la variable t_1). Això és precisament el que realitza *fShanon2D*.

Figura 3: Resultat d'aplicar la reconstrucció de Shannon a la imatge original amb periodes de mostreig .

El resultat, el podem observar a la figura 4. En ella, ja no veim l'efecte pixelat de la imatge d'una forma tan evident com en el cas anterior. De fet, si observam els setze primers valors de la imatge final:

38	36	33	30
40	37	34	31
40	37	34	31
40	37	34	31

notam que no són tots iguals entre si (com passaria en la tercera etapa de la duplicació de píxels), sinó que hi ha un contrast suau entre un píxel i el seu veinat. Tot i això, la reconstrucció no és del tot perfecte, cosa que podem observar, per exemple, en les línees verticals i horitzontals que formen com una espècie de quadricula sobre la cara de la nina.

5. **Zoom per zero-padding**. La tècnica del *zero-padding* dóna uns resultats equivalents als de l'exercici anterior i és la utilitzada a la pràctica per fer un canvi d'escala basat en la Teoria de Shannon. Una manera d'aconseguir un nombre major de mostres de la imatge contínua original, consisteix en augmentar el suport de la seva transformada de Fourier discreta, i a continuació calcular la transformada inversa. La manera d'augmentar el suport és afegir zeros a la part de l'espectre corresponent a les altes freqüències (d'aquí el nom de zero-padding).

   Calculau la transformada de Fourier de la imatge orifinal (*fft2*). Construïu una matriu del tamany desitjat (208×248) formada per zeros i copiau els quatre cantons de la FFT original en els cantons corresponents d'aquesta matriu: el rectangle definit pels vèrtexos $(1,1)-(13,15)$ copiat en la posició $(1,1)-(13,15)$; el rectangle $(1,16)-(13,31)$ copiat en $(1,233)-(13,248)$, i així successivament.

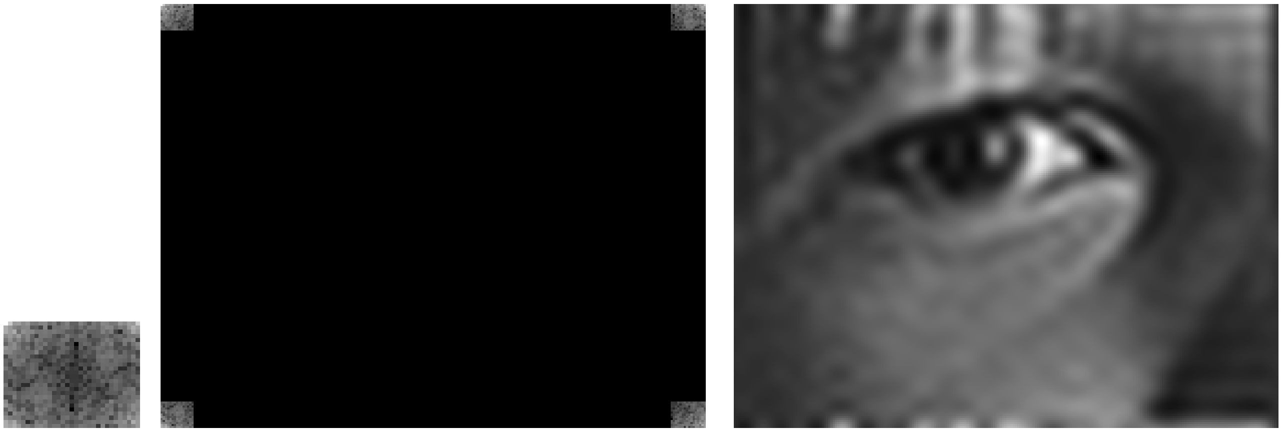
   Visualitzau, en escala logarítmica, el mòdul dels valors d'aquesta matriu. Calculau l'antitransformada de Fourier ($ifft2$) de la matriu, i visualitzau la imatge resultant. Comentau-ne els resultats.

   En la figura 6 es poden observar, respectivament, la transformada de Fourier de la imatge inicial, a escala logarítmica, el mateix en el cas de la matriu de zero-padding, on a cada costat de la mateixa s'hi han confegit els quatre costats de la imatge inicial, i finalment, la transformada inversa de la matriu anterior, que dóna com a resultat la imatge ampliada.

   El resultat dels setze primers píxels de la imatge, en aquest cas resulten ser:

44	37	33	30
44	37	34	31
44	32	27	25
44	31	26	25

   que és un resultat molt semblant a l'ofert pel mètode de Shannon. Més encara, en la imatge resultant (figura 6 c)), podem observar encara aquestes petites linees en forma de quadrícula que ja apareixíen en el mètode de Shannon. Essencialment, la transformada de Fourier via el zero-padding, és una forma bastant eficient d'implementar la fórmula de reconstrucció de Shannon, sense haver de passar per sumatoris dobles, ja que la fft, permet el càlcul de les operacions molt més ràpidament.



a) b) c)

Figura 4: a) Transformada de Fourier de la imatge inicial, a escala logarítmica, b) Matriu de zero-padding, on a cada costat de la mateixa hi hem afegit els costats de la imatge anterior, c) Antitransformada de Forier de la matriu anterior, que dóna lloc al zoom de la imatge de l'ull inicial.

6. **Zoom per interpolació lineal**. Construïu la imatge inter-zeros de la imatge original. Emprau la funció *mascara2D* per aplicar la següent màscara a la imatge inter-zeros:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

   L'efecte d'aplicar aquesta màscara és la interpolació lineal del valor dels píxels diferents de zero en la imatge inter-zeros. Per exemple, el nou valor del píxel que es troba en la posició $(i+1, j)$ serà igual a la mitjana dels píxels que es troben en les posicions (i, j) i $(i+2, j)$.

   Repetiu el procès diverses vegades fins a obtenir una imatge de tamany 208×248. Comentau-ne els resultats.

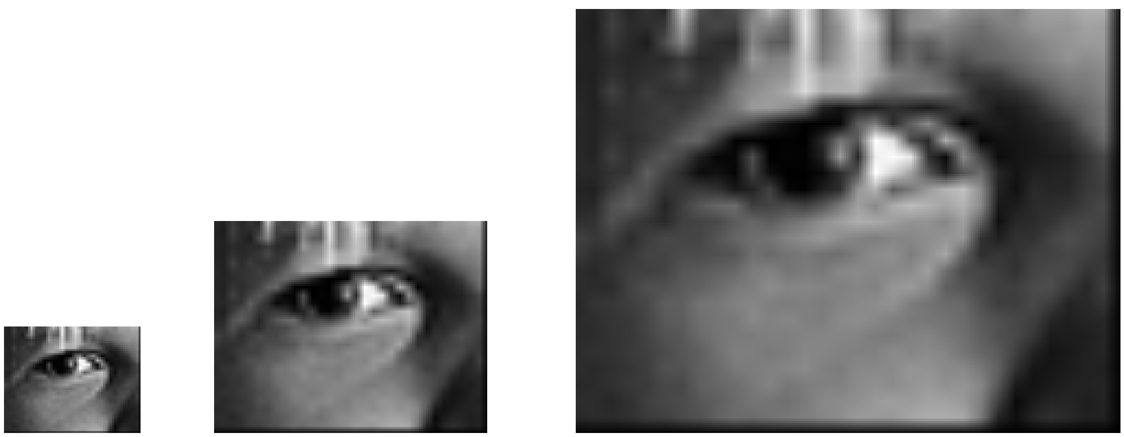
   A la figura 6, podem observar els resultats d'aplicar l'algoritme una, dues i tres vegades respectivament, la qual cosa ens dóna una imatge dues, quatre i vuit vegades ampliada.

   Com ja ens ha passat quan hem aplicat la màscara de duplicació en l'apartat 3, ens tornen a sortir les vores negres dentades, degudes a la programació de l'algoritme *mascara2D*, que no té en compte aquests elements.

En aplicar un cop la màscara a dita imatge, si observam els setze píxels de la imatge resultant, podem observar el següent:

37	0	32	0
0	33	30	45
36	32	28	46
0	33	30	45

matriu, que si comparam amb la que havíem trobat a l'apartat 3, no tenen res a veure. El fet de realitzar una interpolació entre els valors, enlloc de simplement duplicar-los, provoca canvis més suaus en la imatge i per tant, uns contorns més reals que no pas una duplicació de píxels.



a) b) c)

Figura 5: a) Imatge duplicada, b) imatge quatre cops més gran, c) imatge vuit cops més gran.

De fet, la imatge final, ampliació de 8 vegades la inicial, no presenta ni efectes de pixelatge, ni bandes verticals ni horitzontals, con passava amb la reconstrucció via el Teorema de Shannon o la FFT.

Finalment, la figura 6 mostra els quatre resultats trobats amb els quatre algoritmes anteriors, on sense cap dubte, el millor resultat el reporta el darrer mètode presentat..

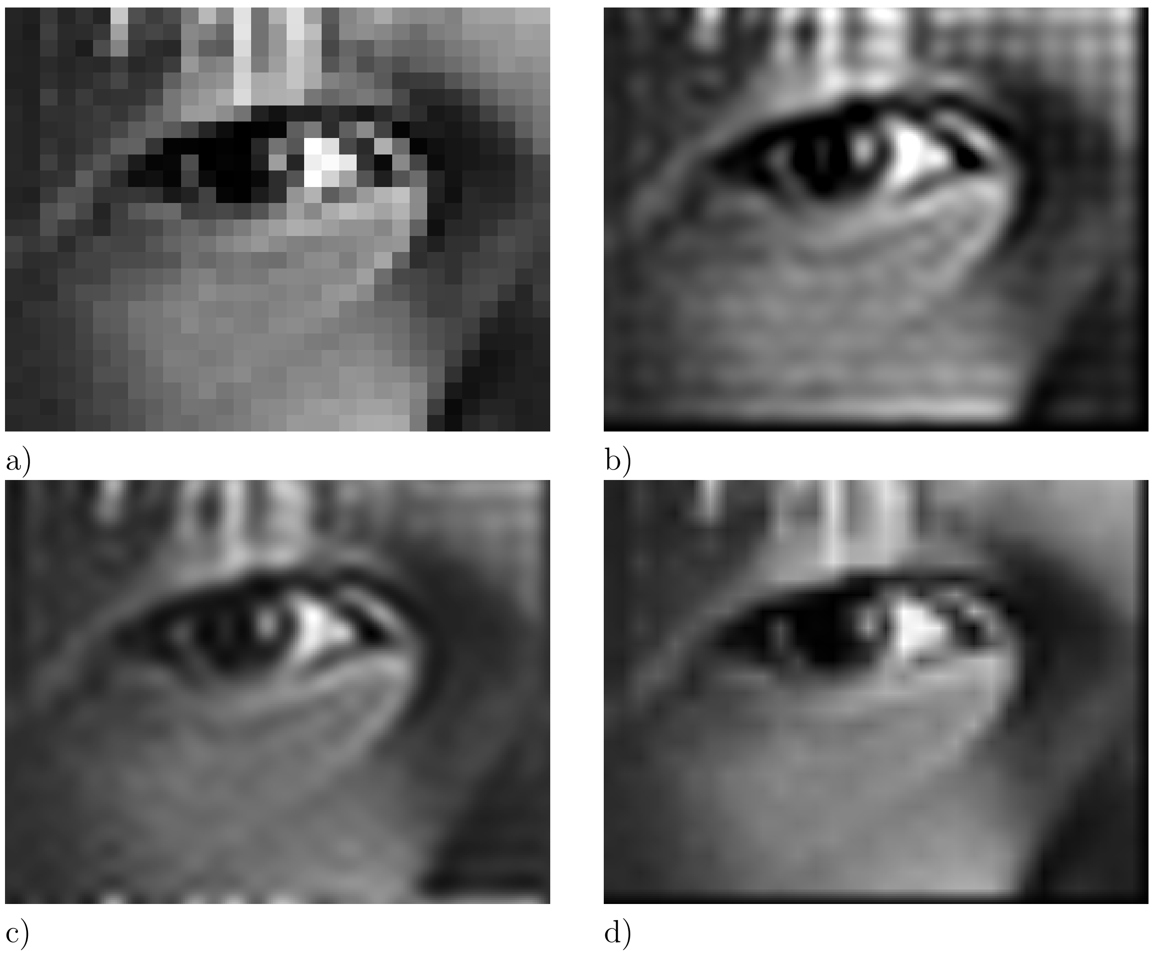
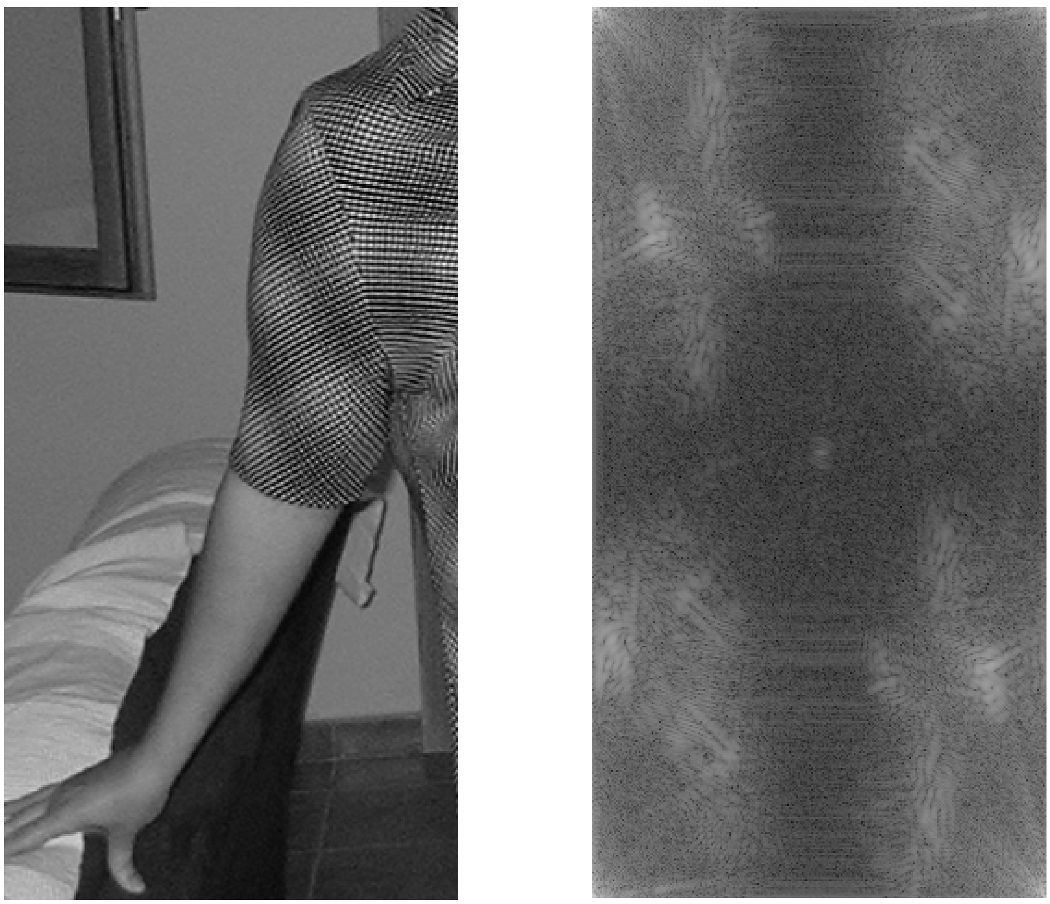


Figura 6: a) Imatge per duplicació de píxels, b) Imatge reconstruida amb el Teorema de Shannon, c) Imatge reconstruida amb la tècnica del Zero-Padding i d) Imatge per interpolació lineal.

Exercici 2: Zoom invers, reducció d'escala (submostreig)

1. Obriu la imatge 'camisa.png' i visualitzau-la.
2. Calculau la transformada de Fourier discreta de la imatge i visualitzau el seu mòdul en escala logarítmica.



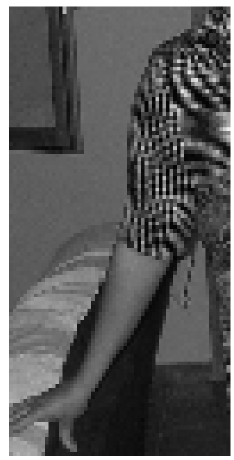
a) b)

Figura 7: A l'esquerra, imatge a), es pot veure la fotografia 'camisa.png' a escala, i just a la seva dreta, imatge b), la seva transformada de Fourier.

3. Sub-mostrejau la imatge prenent un píxel de cada dos, visualitzau la imatge resultant i calculau la seva transformada de Fourier. Pensau que hi ha aliasing?

A què és degut?

a)

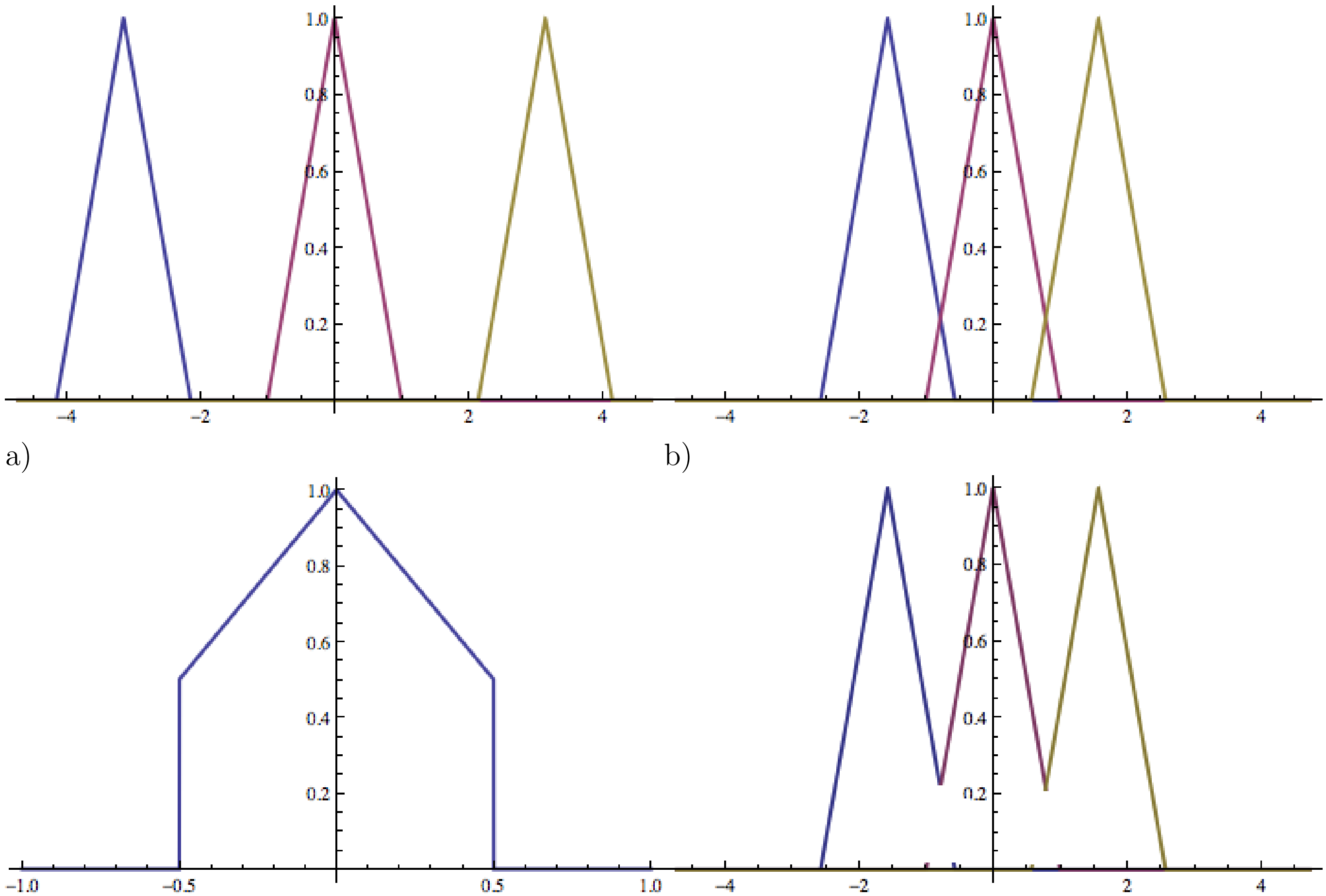


b)

Figura 8: A l'esquerra, imatge a), es pot veure la fotografia 'camisa.png' reduïda a la meitat de tamany llevant un de cada quatre píxels, i just a la seva dreta, imatge b), la fotografia tornada a reduir de la mateixa forma.

En la figura 3, podem observar la reducció efectuada una i dues vegades eliminant un de cada quatre píxels de la imatge. En el segon cas sobretot, podem observar com el dibuix de la camisa ha quedat completament canviat. Aquest efecte és degut a l'aliasing, ja que, en disminuir de tamany, és com si augmentessim el periode de mostreig, per tant, la freqüència disminueix, i en conseqüència els senyals s'apropen. Aquest procès en el cas 1D i la seva possible solució es poden veure en la imatge 3.

4. Escriviu un programa de Matlab que implementi un filtre antialiasing (filtre



a) b) c) d)

Figura 9: a) Senyal 1D inicial en l'espai de freqüències. No hi ha aliasing. b) Resultat de fer un submostreig d'un de cada dos senyals: hi ha solapament entre els senyals, aliasing. c) Possible solució per evitar aquest fet: tallar el senyal inicial just en el punt on els senyals es toquen (i.e. realitzar un filtre passa-baix). d) Com a resultat de fer la reducció al senyal filtrat, no hi ha aliasing.

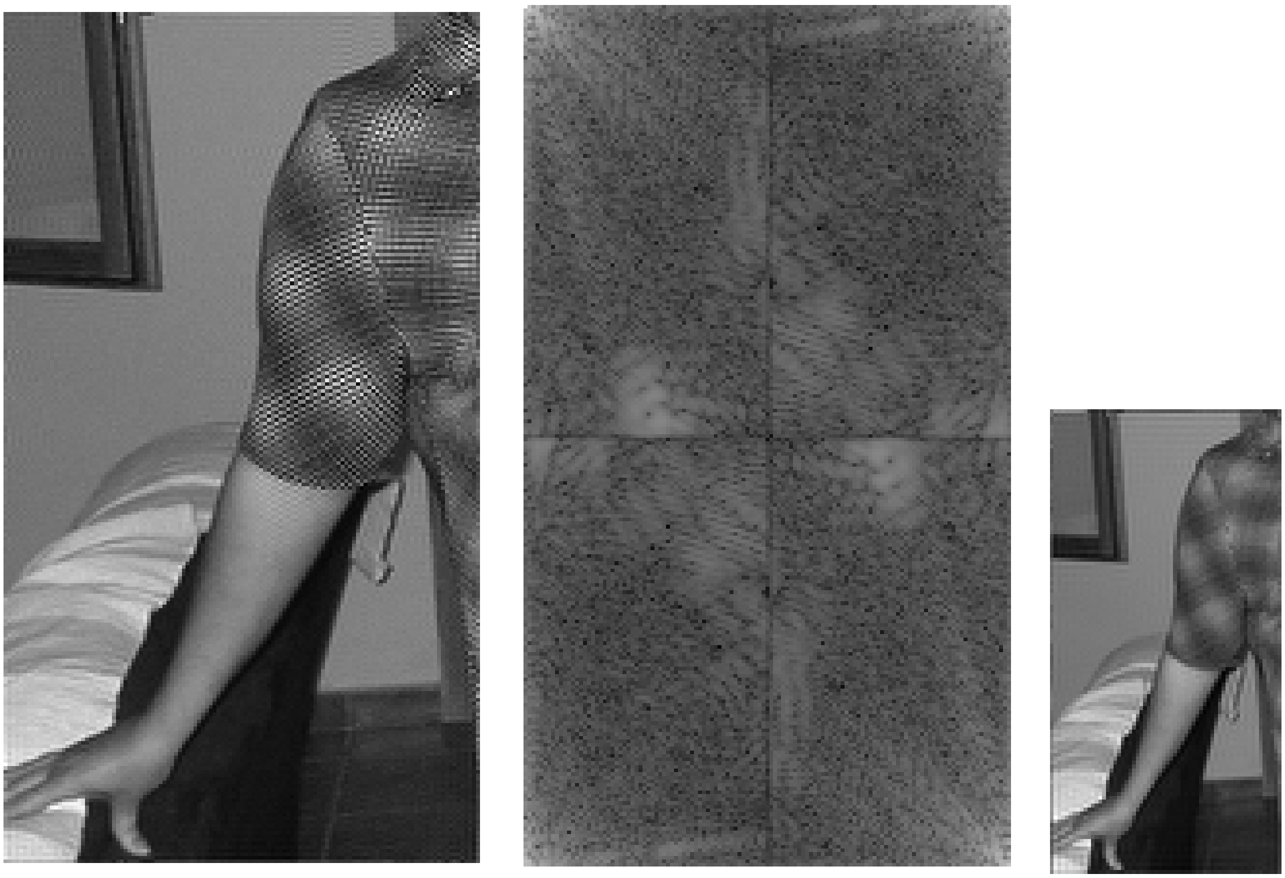
passa baix) adequat per al mostreig efectuat a l'etapa anterior.

5. Aplicau el filtre a la transformada de Fourier de la imatge original i obteniu la imatge filtrada calculat la seva antitransformada de Fourier. Visualitzau la imatge resultant.

a) b)

Figura 10: A l'esquerra, imatge a), el resultat d'aplicar el filtre passa-baix a la transformada de Fourier de la imatge inicial (eliminant així baixes freqüències). A la dreta, imatge b) l'antitransformada de la imatge anterior. Notem que es pot apreciar el fenòmen de Gibbs, sobretot en la paret del fons.

6. Repetiu els apartats 2 i 3 de l'exercici amb la imatge obtinguda a l'apartat anterior. Comentau els resultats. S'ha produït el fenòmen de Gibbs?



a) b) c)

Figura 11: A l'esquerra, imatge a), reducció de la fotografia inicial a la meitat, enmig, imatge b), la seva transformada de Fourier, i a la dreta, imatge c), la imatge tornada a reduir un altre cop. En aquest cas, ja no observam que el dibuix de la camisa canvïi com ho havia fet abans.

En la figura , es pot observar la reducció de la imatge una i dues vegades, així com la transformada de Fourier de la primera reducció. En les imatges ja no s'aprecia la distorsió del dibuix de la camisa,l'efecte de Gibbs degut al filtre que hem aplicat es nota, però de forma molt lleu (en la paret del fons, per exemple). En la figura de la transformada de Fourier de la imatge reduïda, podem veure precisament els quatre cantons de la transformada inicial que no han estat filtrats enganxats un devora l'altre (i per això es perd continuïtat en aquests punts).

Exercici 3: Filtres passa-baix i de mitjana: aplicació a l'eliminació de renou

1. Utilitzau el programa escrit a l'apartat 4 de l'exercici anterior per fer un filtratge passa-baix de la imatge 'nina.png' amb diferents valors de la freqüència de tall. Observau com els contorns de les imatges es van difuminant i com cada vegada és més evident l'efecte de Gibbs.

   En les imatges de les figures 1 i 1 es pot observar el resultat d'haver aplicat el filtre a la imatge inicial de l'exercici 1 amb un periode de mostreix de 2T, 3T, 5T i 10T respectivament així com les transformades de Fourier de cada imatge resultant. En efecte a mesura que prenim un periode de mostreig major, la imatge es va difuminant, i apareixen corbes paral·leles al contorn de la nina, degudes a l'efecte de Gibbs.

2. És possible construir un filtre passa-baix mitjançant l'aplicació de la màscara següent:

   $$A = \frac{1}{s^2}(a_{ij}); \quad a_{ij} = 1; \quad \forall 1 \leq i, j \leq s$$

   Utilitzau la funció mascara2D per aplicar aquesta màscara amb $s = 7$, a la imatge 'nina.png'. Observau com la imatge queda difuminada. Calculau la transformada de Fourier de la màscara i comprovau com es tracta d'un filtre passa-baix.

   La màscara en el nostre cas, resulta ser una matriu 7×7, on a cada entrada

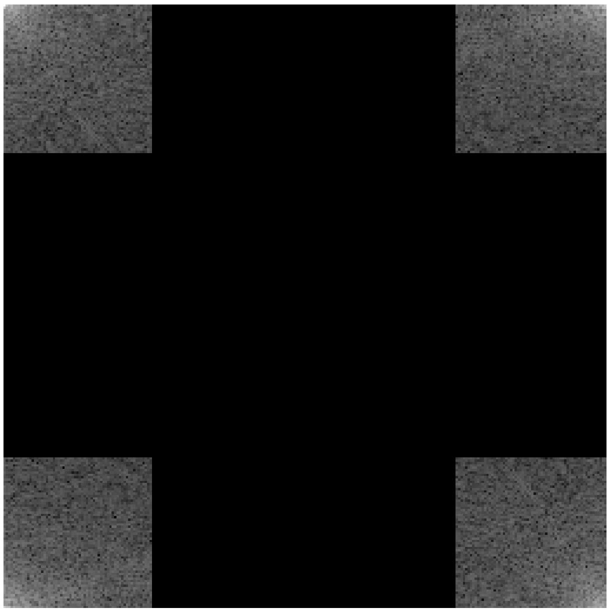

a)


b)

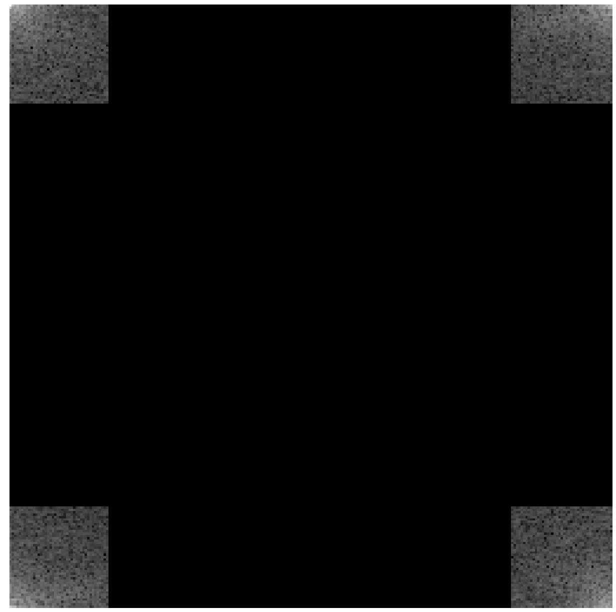

c)


d)

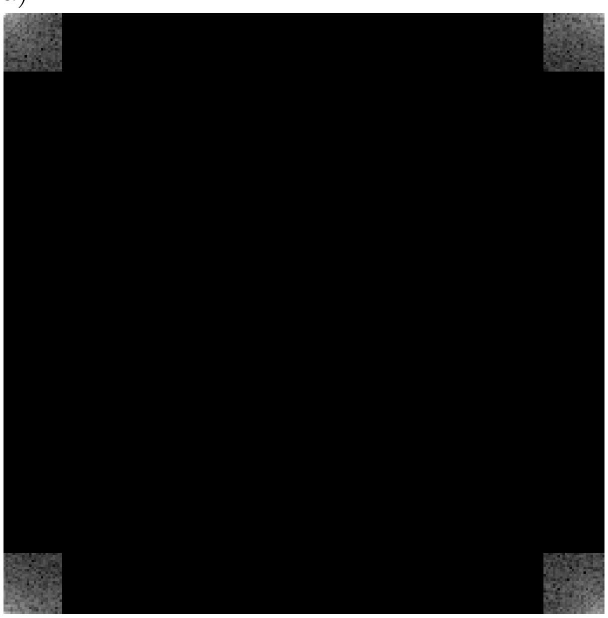
Figura 12: Imatges filtrades amb el filtre passa-baix de periode a) 2T b) 3T c) 5T i d) 10T respectivament.



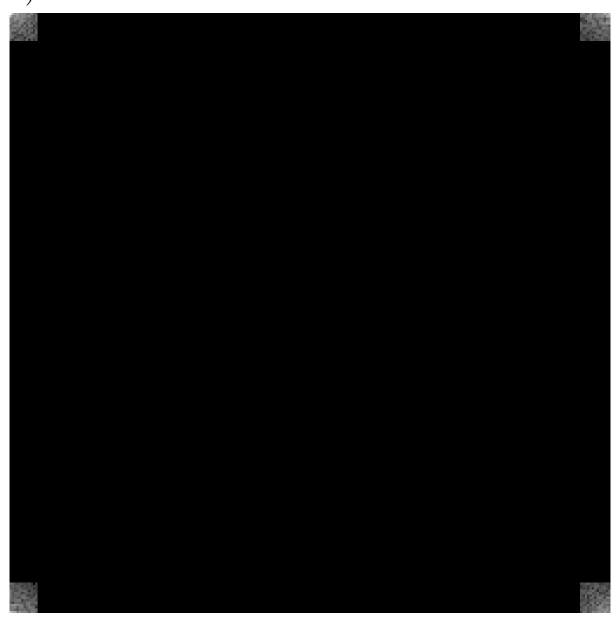
a)



b)



c)



d)

Figura 13: Transformades de Fourier de les imatges anteriors, filtrades amb el filtre passa-baix de periode a) 2T b) 3T c) 5T i d) 10T respectivament.

hi ha el valor $\frac{1}{49}$. La seva transformada de Fourier és la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$

que, en efecte, es tracta d'un filtre passa baix, ja que, pensant en l'espai de freqüències , sols conserva la freqüència més petita de cada 49 elements. Si aplicam dita màscara a la imatge de la nina, el resultat és

que en efecte és una imatge difuminada de la nina, però sense el fenòmen de Gibbs que havíem trobat abans.

3. Utilitzau la instrucció *imnoise* de Matlab per afegir diferents tipus de renou a la imatge 'nina.png'.

   En la figura 3, hem introduït un renou aleatori a la figura.

4. Filtrau les imatges amb renou amb un filtre passa-baix. Comentau els resultats.

   En la figura 5, es pot veure com el renou de la imatge anterior desapareix, ja que un filtre passa-baix el que fa és eliminar les altes freqüències, que duen informació dels contorns (com els contorns del renou). Per tant, hem pogut eliminar el renou de la imatge, a costa, però, d'obtenir-ne una de difuminada.

Figura 14: Imatge de la nina amb un renou aleatori addicional.

Figura 15: Imatge de la nina amb un renou filtrada amb el filtre passa-baix de l'apartat 2, per $s = 7$. Com s'observa, el renou ha desaparegut, però la imatge ha quedat difuminada.

5. Repetir l'apartat anterior emprant un filtre de mitjana (emprau la funció de Matlab *medfilt2*). Comentau els resultats.

Figura 16: Imatge de la nina amb un renou filtrada amb el filtre de mitjana. En aquest cas el renou no desapareix del tot com en el cas anterior, però almanco no obtenim una imatge difuminada.

En la darrera figura, 5, desprès d'aplicar el filtre de mediana, el renou no desapareix de forma tan eficient com amb el cas del filtre passa-baix anterior. Ara bé, tampoc hem hagut de sacrificar nitidesa difuminant la imatge com amb el filtre passa-baix.

Així, podem concloure que, els filtres passa-baix es poden aplicar mitjançant les màscares descrites en l'apartat 2. Tant els filtres passa-baix com els de mitjana ens serveixen per eliminar el renou d'una imatge amb pros i contres: el filtre passa-baix elimina completament el renou de la imatge, però aquesta queda difuminada, mentres que el filtre de mitjana, no difumina la imatge, però tampoc elimina completament el renou.

Exercici 4: Filtres passa-alt i millora de contorns

1. Obriu i visualitzau la imatge 'ullZ.png'. Observau com els seus contorns es troben difuminats.

Figura 17: Imatge 'ullZ.png'. Es pot observar com els contorns de la imatge es troben difuminats.

2. Es possible construir un filtre passa-alt mitjançant l'aplicació de la màscara següent:

$$A = \frac{1}{s^2}(a_{ij}); \quad a_{ij} = \begin{cases} s^2 - 1 & \text{si} \quad i = j = \frac{s}{2} \\ -1 & \text{resta} \end{cases} \; ; \quad \forall 1 \leq i, j \leq s$$

Utilitzau aquesta màscara amb $s = 15$ per filtrar la imatge i visualitzau el resultat. Observau com els contorns de la imatge han quedat resaltats. Calculau la transformada de Fourier de la màscara i verificau que es tracta, en efecte, d'un filtre passa-alt.

Comencem per veure la transformada de Fourier de la màscara en questió. Com que els valors són, en general complexos, visualitzam el mòdul de la mateixa, i el resultat que obtenim és

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & \cdots & 1 \end{pmatrix},$$

per tant, l'únic que elimina són els elements més petits, situats a la part superior esquerra de la transformada de Fourier (baixes freqüències). Es tracta doncs d'un filtre passa-alt. Si l'aplicam a la nostra imatge difuminada per $s = 15$, el resultat és

Figura 18: Imatge de l'ull difuminat un cop li hem aplicat el filtre indicat. Es pot observar com només han quedat els contorns de l'ull.

on sols es pot apreciar el contorn de la cara de la nina.

3. Una aplicació dels filtres passa-alt és la millora dels contorns de les imatges. Sumau, a la imatge inicial, la sortida del filtre passa-alt ponderada amb diferents valors (per exemple 0.5, 1 i 2). Aquesta operació equival a afegir contorns a la imatge original. Visualitzau i comentau els resultats.

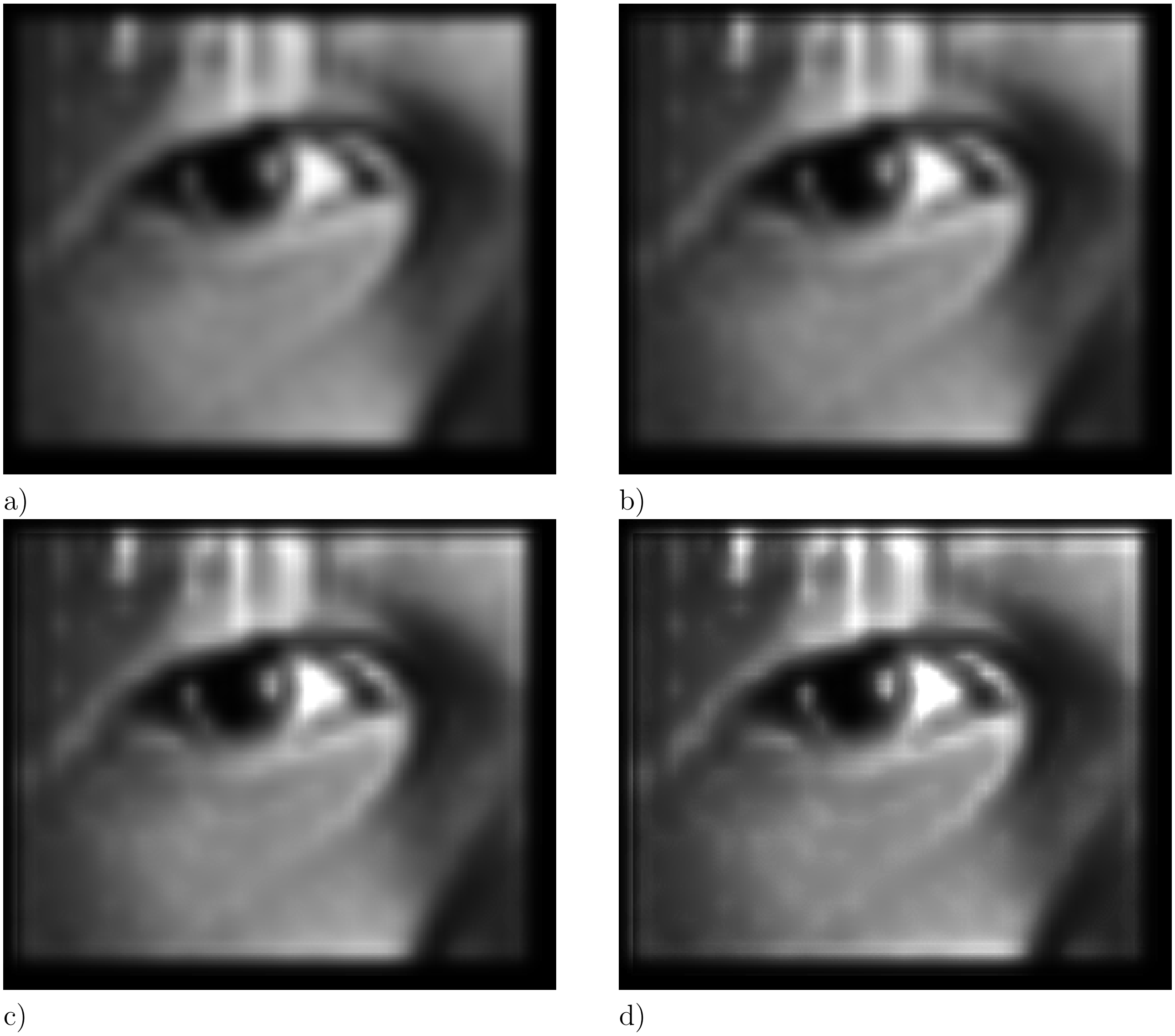


Figura 19: a) Imatge inicial de l'ull, de b) a d) Ull combinat amb el filtre passa-alt amb ponderació b) 0.5, c) 1 i d) 2. Com major és el pes, millor és la definició del contorn de l'ull (sobretot es nota en el pel de la nina, o les petites arrues sota l'ull que es tornen més pronunciades com major és el pes que donam al filtre).

Exercici 5: Informació visual i transformada de Fourier

1. Obriu i visualitzau les imatges 'nina.png' i 'casa.png'.

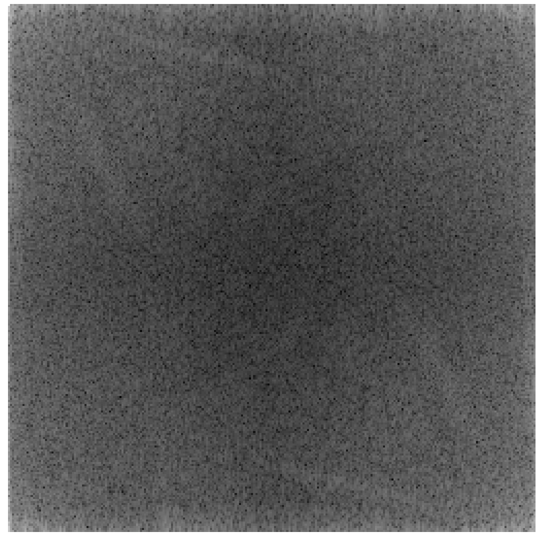
a)

b)

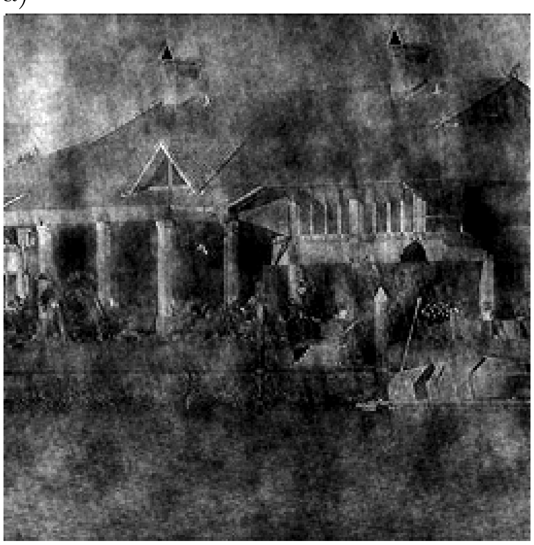
Figura 20: a) Imatge 'nina.png'; b) Imatge 'casa.png'.

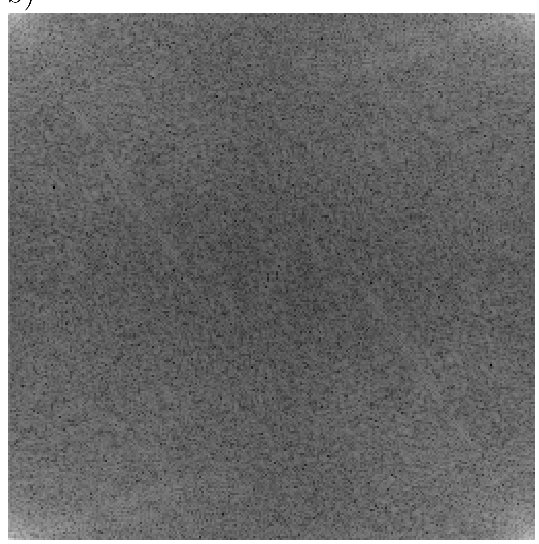
2. Calculau el mòdul i la fase de les transformades de Fourier de les dues imatges anteriors i intercanviau-los: la fase de la segona imatge amb el mòdul de la primera i vice-versa. Visualitzau les imatges resultants i comentau els resultats.

   En la darrera figura del document, podem observar aquestes mescles entre imatges. En la figura a, podem observar el resultat de conservar el mòdul de la casa i l'argument de la nina i en la figura c, el modul de la nina i l'argument de la casa. En els dos casos, observam com a resultat la figura donada per la imatge de la qual prenim el mòdul, però amb els colors que corresponen a la imatge de l'argument. Això produeix un estrany efecte de renou, ja que enmascara la imatge, però és una forma curiosa de combinar informació.



a) b)





c) d)

Figura 21: a) Mòdul de la casa, argument de la nina; b) Transformada de Fourier de la imatge anterior; c) Mòdul de la nina, argument de la casa; b) Transformada de Fourier de la imatge anterior.