Computación numérica
Laboratorio n° 4

J. L. López[a]

[a]*Centro de Innovación en Ingeniería Aplicada, Universidad Católica del Maule, Talca - Chile.*

Abstract

En este laboratorio trabajaremos en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales del tipo $Ax = b$. Para este caso, se emplea el método es conocido como **Gauss básico** o de triangularización. Este método aprovecha la estructura de una matriz triangular para luego resolver el sistema mediante sustitución progresiva.

Keywords: Iteraciones, ecuaciones no lineales, Convergencia, errores.

1. Introducción

Antes de las computadoras, las técnicas para resolver ecuaciones algebraicas lineales consumían mucho tiempo y eran poco prácticas. Esos procedimientos restringieron la creatividad debido a que con frecuencia los métodos eran difíciles de implementar y entender. Como resultado, las técnicas se sobreenfatizaron, a expensas de otros aspectos del proceso de resolución de problemas tales como la formulación y la interpretación. El surgimiento de las computadoras hizo posible resolver grandes sistemas de ecuaciones algebraicas lineales simultáneas. Así, se pueden enfrentar ejemplos y problemas más complicados. Además, se cuenta con más tiempo para usar sus habilidades creativas, ya que se pondrá mayor énfasis en la formulación del problema y en la interpretación de la solución.

2. Sistemas de ecuaciones lineales

Esta sección presenta las técnicas sistemáticas para la eliminación hacia adelante y la sustitución hacia atrás que la eliminación gaussiana comprende. Aunque tales técnicas son muy adecuadas para utilizarlas en computadoras, se requiere de algunas modificaciones para obtener un algoritmo confiable. En particular, el programa debe evitar la división entre cero. Al método siguiente se le llama eliminación gaussiana "simple", ya que no evita este problema.

Email address: jlopez@ucm.cl (J. L. López)

2.1. Método de Gauss simple

Mientras que hay muchos sistemas de ecuaciones que se pueden resolver con la eliminación de Gauss simple, existen algunas dificultades que se deben analizar, antes de escribir un programa de cómputo general donde se implemente el método. La razón principal por la que se le ha llamado simple al método a trabajar en este laboratorio se debe a que durante las fases de eliminación y sustitución hacia atrás es posible que ocurra una división entre cero. Así como esta dificultad, existen muchas otras que serán tratadas posteriormente.

2.1.1. Problema 1

Considere el siguiente sitema de ecuaciones:

$$2x + 3y + 7z = 3 \tag{1}$$
$$-2x + 5y + 6z = 5 \tag{2}$$
$$8x + 9y + 4z = 8 \tag{3}$$

Realice las siguientes actividades:

1. Resuelva el problema utilizando el método de Newton-Raphson.
2. Resuelva el sistema de ecuaciones utilizando el método de Guss simple.
3. Compare sus resultados.
4. Utilizar el ajuste polinomial para verificar que el número de operaciones de punto flotante (flop) es proporcional a $O(3)$

2.1.2. Solución

Para trabajar con Newton-Raphson (NR) debemos poner las ecuaciones en la forma

$$2x + 3y + 7z - 3 = 0 \tag{4}$$
$$-2x + 5y + 6z - 5 = 0 \tag{5}$$
$$8x + 9y + 4z - 8 = 0 \tag{6}$$

para luego, al tomar dos de ellas e igualarlas

$$2x + 3y + 7z - 3 = -2x + 5y + 6z - 5 \tag{7}$$

pasamos de 3 a 2 ecuaciones

$$4x - 2y + z + 2 = 0 \tag{8}$$
$$8x + 9y + 4z - 8 = 0 \tag{9}$$

las cuales nuevamente al igualarlas, el sistema se reduce a una nica ecuación con 3 incognitas.

$$4x + 11y + 3z - 10 = 0 \tag{10}$$

Para hallar las soluciones correspondiente, podemos hacer $z = 0$ y obtener

$$y = -\frac{4}{11}x + \frac{10}{11} \tag{11}$$

ecuación que puede ser explorada gráficamente para iniciar con una solución aproximada bajo la cual iniciar NR. De forma análoga podemos trabajar para la solucón de "y". Despejando x ahora se obtiene

$$x = -\frac{11}{4}y + \frac{10}{4} \tag{12}$$

lo cual exploramos gráficamente.