Computación numérica
Laboratorio n° 6

J. L. López[a]

[a] *Centro de Innovación en Ingeniería Aplicada, Universidad Católica del Maule, Talca - Chile.*

Abstract

En este laboratorio trabajaremos en la .....

Keywords: Puntos, polinomios, interpolación, ajuste polinomial.

---

1. Introducción

Con frecuencia se encontrará con que tiene que estimar valores intermedios entre datos definidos por puntos. El método más común que se usa para este propósito es la interpolación polinomial. Recuerde que la fórmula general para un polinomio de n-ésimo grado es .

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n \tag{1}$$

Dados $n+1$ puntos, hay uno y sólo un polinomio de grado n que pasa a través de todos los puntos. La interpolación polinomial consiste en determinar el polinomio único de n-ésimo grado que se ajuste a $n+1$ puntos. Este polinomio, entonces, proporciona una fórmula para calcular valores intermedios. Aunque hay uno y sólo un polinomio de n-ésimo grado que se ajusta a $n+1$ puntos, existe una gran variedad de formas matemáticas en las cuales puede expresarse este polinomio. En este capítulo describiremos dos alternativas que son muy adecuadas para implementarse en computadora: los polinomios de Lagrange y la spine cúbica.

2. Interpolación de Lagrange

El polinomio de interpolación de Lagrange es una reformulación del polinomio de interpolación de Newton (TAREA), el método evita el cálculo de las diferencias divididas. El método tolera las diferencias entre las distancias x entre puntos.

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) f(x_i) \tag{2}$$

Email address: `jlopez@ucm.cl` (J. L. López)

$$L_i(x) = \prod_{i=1, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \tag{3}$$

Donde una vez que se han seleccionado los puntos a usar, se generan la misma cantidad de términos que puntos. Si se aumenta el número de puntos a interpolar (o nodos) con la intención de mejorar la aproximación a una función, también lo hace el grado del polinomio interpolador así obtenido. De este modo, aumenta la dificultad en el cálculo, haciéndolo poco operativo manualmente a partir del grado 4.

La tecnología actual permite manejar polinomios de grados superiores sin grandes problemas, a costa de un elevado consumo de tiempo de computación. Pero, a medida que crece el grado, mayores son las oscilaciones entre puntos consecutivos o nodos (Fenómeno de Runge). Se podría decir que a partir del grado 6 las oscilaciones son tal que el método deja de ser válido, aunque no para todos los casos.

Sin embargo, pocos estudios requieren la interpolación de tan solo 6 puntos. Se suelen contar por decenas e incluso centenas. En estos casos, el grado de este polinomio sería tan alto que resultaría inoperable. Por lo tanto, en estos casos, se recurre a otra técnica de interpolación, como por ejemplo a la Interpolación polinómica de Hermite o a los splines cúbicos.

2.0.1. Problema 1

A través de un estudio experimental, se encuentra que la población de cierto tipo de bacterias crece de acuerdo a la tabla 1:

Table 1: Crecimiento para la población de bacterias en un cultivo.

Tiempo (hr)	Población (miles)
0	1
2	1.6
3	1.7
4	2.0

Un estudio teórico señala que la población de bacterias se puede modelar mediante un polinomio del tipo:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \tag{4}$$

Realice las siguientes actividades:

1. Determine los polinomios de Lagrange que resuelven el problema.
2. Utilice el método de interpolación polinomial visto anteriormente en clases para obtener un polinomio del mismo orden.

Suponiendo que se ha recolectado una mayor cantidad de datos, tal y como muestra la tabla 2:

Table 2: Crecimiento para la población de bacterias en un cultivo.

Tiempo (hr)	Población (miles)
0	1
2	1.6
3	1.7
4	2.0
5	2.5
6	2.1
7	1.9
8	1.7
9	1.5
10	1.3
11	1.1

1. Resuelva el problema mediante interpolación de lagrange y el método de interpolación polinomial visto anteriormente en clases para obtener el polinomio de mayor orden.