

1. Calcular, por definición, las siguientes integrales:

a)

$$\oint_C z^2 dz;$$

b)

$$\oint_C \bar{z}^2 dz;$$

c)

$$\oint_C \frac{z+1}{z^2} dz;$$

donde C es la circunferencia unitaria.

2. Calcular las siguientes integrales:

a)

$$\oint_C 1 + 2z + z^2 dz;$$

b)

$$\oint_C \frac{1}{z - 1/2} dz;$$

c)

$$\oint_C \frac{1}{\bar{z}} dz;$$

d)

$$\oint_C z\bar{z} dz;$$

donde C es la circunferencia unitaria.

3. Calcular las siguientes integrales:

a)

$$\oint_{\square} \sin(z) dz;$$

b)

$$\oint_{\square} \frac{1}{2z+1} dz;$$

c)

$$\oint_{\square} \bar{z} \, dz;$$

d)

$$\oint_{\square} \operatorname{Re}(z) \, dz;$$

donde \square es el cuadrado con vértices en los puntos $z_0 = 1 + i$ y $z_1 = -1 - i$.

4. Verificar que

a)

$$\sin^{-1}(z) = -i \log \left(iz + (1 - z^2)^{1/2} \right);$$

b)

$$\tan^{-1}(z) = \frac{1}{2i} \log \left(\frac{i - z}{i + z} \right);$$

c)

$$\sinh^{-1}(z) = \log \left(z + (1 + z^2)^{1/2} \right);$$

d)

$$\cosh^{-1}(z) = \log \left(z + (z^2 - 1)^{1/2} \right);$$

e)

$$\tanh^{-1}(z) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1 + z}{1 - z} \right);$$

f)

$$\coth^{-1}(z) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{z + 1}{z - 1} \right);$$

5. Calcular todos los valores y los valores principales de los siguiente números:

a)

$$1^i;$$

b)

$$i^i;$$

c)

$$i^{\sqrt{2}};$$

d)

$$\frac{1}{(1+i)^{1/2}};$$

e)

$$\log(1 + \sqrt{3}i);$$

f)

$$\log(i^3);$$

g)

$$i^{\sqrt{3}};$$

6. Calcular $\log z$ y $\text{Log } z$ de:

a) $1 + i$;

b) $1 - i$;

c) $-1 + i$;

d) $-1 - i$;