

Queremos calcular el límite

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^{\frac{2}{3}} - 1}.$$

Hacemos un cambio de variables $x = u^3$ y obtenemos

$$\frac{x - 1}{x^{\frac{2}{3}} - 1} = \frac{u^3 - 1}{u^2 - 1} = \frac{(u - 1)(u^2 + u + 1)}{(u - 1)(u + 1)} = \frac{u^2 + u + 1}{(u + 1)}$$

cuando $u \neq 1$. Volviendo a la variable x tenemos

$$\frac{x - 1}{x^{\frac{2}{3}} - 1} = \frac{x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} + 1}{x^{\frac{1}{3}} + 1}$$

cuando $x \neq 1$. Ahora es sencillo calcular el límite basado en las reglas de los límites.