Universidad de Carabobo
Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología
Departamento de Matemáticas
Asignatura: Métodos Numéricos I

Parcial I

1. Demostrar que si el número conocido $\tilde{x}$ aproxima al desconocido x con $|x-\tilde{x}| < \varepsilon$, entonces $\dfrac{1}{\tilde{x}}$ aproxima a $\dfrac{1}{x}$ con

$$|Error\, relativo| < \frac{\varepsilon}{|\tilde{x}|}$$

(valor: 3 pts)

2. ¿Con cuantas cifras significativas se puede decir que p^* aproxima a 3000 si se sabe que $2999 < p^* < 3001$? Razone su respuesta.

(valor: 3 pts)

3. Sea $x_A = -0{,}9989$. Suponga que dispone de un computador hipotético que utiliza aritmética decimal de redondeo correcto a 4 dígitos. Considere las expresiones equivalentes

$$u_A = (1-x_A^2)(1+x_A^2) \text{ y } v_A = 1 - x_A^4$$

   a) ¿Qué valor calcularía dicho computador para u_A y v_A?

   b) ¿Cuál de los valores obtenidos en (a) es más exacto?

(valor: 3 pts)

4. Sea $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{x^n}{x+4}dx$

   a) Probar que $I_0 = \ln(5/4)$, que $0 \le I_n \le I_0$ y que se verifica $I_{n+1} + 4I_n = \frac{1}{n+1}$. Es decir, $I_{n+1} = -4I_n + \frac{1}{n+1}$.

(valor: 3 pts)

   b) Con la ecuación $I_{n+1} = -4I_n + 1/(n+1)$, $I_0 = \ln(5/4)$ se pretende calcular I_n, sin embargo al representar en la máquina I_0 se almacena $\tilde{I}_0 = I_0 - \varepsilon_0$ (con lo que se generará una sucesión $\tilde{I}_n \diagup \tilde{I}_{n+1} = -4\tilde{I}_n + 1/(n+1)$). Suponiendo que ese es el único error que se comete en el proceso, calcule el error ε_n en el paso n ($\varepsilon_n = I_n - \tilde{I}_n$) en función de n y ε_0

(valor: 3 pts)

   c) Si $\varepsilon_0 \approx 10^{-6}$ y $n = 12$, estime ε_{12}. ¿Qué opina de este método numérico para calcular I_{12}?

(valor: 2 pts)

5. Si se utiliza la estrategia de redondeo correcto, ¿cuál es el número de máquina del sistema $F(4,-10,10,10)$ que se obtiene del número que aproxima al número π?. ¿Y cuál sería el número de máquina que aproximaría a π^4?. Esta máquina solo realiza las operaciones elementales $+,-,\times,\div$

(valor: 3 pts)