



Universidad José Antonio Páez
Cátedra: Cálculo Numérico
Profesor: José Luis Ramírez Barrios

Asignación Nro. 1: Fundamentos de Cálculo Numérico en Python

Instrucciones Generales

El objetivo de esta asignación es aplicar los conceptos básicos de álgebra lineal, complejidad algorítmica y estabilidad numérica. Todos los ejercicios deben ser resueltos y documentados utilizando el lenguaje de programación **Python** y las librerías **NumPy** y **Matplotlib**.

Ejercicios

Ejercicio 1: Operaciones Fundamentales con Matrices

Considere la matriz A y el vector columna \mathbf{v}_{col} .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_{col} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Realice las siguientes operaciones y muestre el resultado utilizando Python/NumPy:

1. Computar las siguientes operaciones matriciales y elemento a elemento: $A \cdot A$, $A \odot A$, A^2 , A/A , $A \oslash A$. (Nota: $A \odot A$ y $A \oslash A$ denotan producto y división elemento a elemento, respectivamente).
 2. Añadir la columna \mathbf{v}_{col} al final de la matriz A .
 3. Cargar en la variable b el vector $[2, 5, 7]$. Multiplicar A por b .
 4. Cargar en c el vector columna traspuesto de b . Hallar la norma euclídea de b .
 5. Extraer de A la segunda y tercera columna. Extraer de A los dos primeros elementos de la segunda columna.
 6. Cargar en B la matriz que tiene por elementos los cuadrados de los elementos de A . Sumar las matrices A y B .
 7. Comparar las matrices: A y B ; $A + B$ y $B + A$.
 8. Hallar los elementos pares de la matriz A . Sumar una unidad a los elementos impares de la matriz A .
 9. Hallar los autovalores de A .
 10. Hallar el mayor elemento de A y el lugar que ocupa (fila, columna).
-

Ejercicio 2: Medición de Eficiencia de Algoritmos

Investigue las funciones en Python (módulos `time` o `timeit`) que le permiten medir la complejidad o eficiencia de algoritmos (similares a `tic`, `toc`, `cputime` de MATLAB).

Ejecute las sentencias $A = \text{rand}(100, 100)$ y $x = \text{rand}(100, 1)$ (matrices y vectores aleatorios) y utilice las funciones de medición para determinar el "coste operativo" de las siguientes operaciones:

1. $y = A \cdot A \cdot x$
 2. $y = (A \cdot A) \cdot x$
 3. $y = A \cdot (A \cdot x)$
 4. $y = \text{zeros}(10, 10) \cdot A$
-

Ejercicio 3: Resolución de la Ecuación Cuadrática y Estabilidad

Resuelva la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ mediante los siguientes algoritmos para encontrar las raíces x_1 y x_2 :

1. **Algoritmo Estándar:**

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. **Algoritmo Alternativo (Racionalizado):**

$$x_1 = \frac{2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}; \quad x_2 = \frac{2c}{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

3. **Algoritmo Híbrido (Usando Vieta):**

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_1 = \frac{c}{ax_2}$$

Pruebe los algoritmos para los siguientes valores y **analice** los resultados, identificando problemas de inestabilidad (cancelación catastrófica):

Caso a: $a = 1, b = -5, c = 6$

Caso b: $a = 0,1, b = 1 \times 10^7, c = 0,06$

Ejercicio 4: Asociatividad de la Suma en Punto Flotante

Escriba un programa que calcule la suma $x + y + z$ de las dos formas siguientes:

1. $(x + y) + z$
2. $x + (y + z)$

Ejecute el programa para los siguientes valores y **explique** los resultados en términos de aritmética de punto flotante:

- $x = 1, y = -5, z = 6$
 - $x = 1 \times 10^{30}, y = -1 \times 10^{30}, z = 1$
-

Ejercicio 5: Máximo Elemento de una Matriz

1. Use la documentación de NumPy para encontrar la función que halla el máximo de los elementos de una matriz.
2. Aplique esta función para encontrar el valor más grande y su ubicación (fila, columna) en las siguientes matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -2 \\ 3 & 4 & -9 \\ -7 & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \sin(1) & \sin(-5) & \sin(-2) \\ \sin(3) & \sin(4) & \sin(-9) \\ \sin(-7) & \sin(2) & \sin(6) \end{bmatrix}$$

Ejercicio 6: Entrada/Salida de Archivos

1. Escriba un programa en Python que escriba en un archivo llamado **RAICES.OUT** los primeros 10 números naturales y sus raíces cuadradas.
 2. Haga un programa que escriba en un archivo llamado **TRIGON.OUT** una tabla con los valores de las funciones trigonométricas seno y coseno, cada 5° grados, para los ángulos de entre 0° y 90° grados.
-

Ejercicio 7: Gráficas de Funciones

Grafique las siguientes funciones en el dominio que se indica, utilizando la librería **Matplotlib**:

$$1. \ y = \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)}, \quad 0 \leq x \leq 4\pi$$

$$2. \ y = \frac{1}{1 + (x - 2)^2}, \quad 0 \leq x \leq 4$$

$$3. \ e^{-x}x^2, \quad 0 \leq x \leq 10$$