UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ.
FACULTAD DE INGENIERÍA.
ESCUELA DE COMPUTACIÓN.
Materia: Cálculo Numérico.
Prof. José Luis Ramírez B.

Guía de Ejercicios VI

1. Considere el P.V.I.

$$\begin{cases} x' = (t+1)(x+1), \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

   a) Dar la fórmula de avance de t a $t+h$ para el Método de Euler. Con un paso $h = 0{,}1$, calcular las aproximaciones para $x(0{,}1)$ y $x(0{,}2)$.

2. Considerar el P.V.I.

$$\begin{cases} y' = -y^2, \quad 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

   a) Usar el Método de Euler para obtener una aproximación de $y(0{,}4)$, con tamaño de paso $h = 0{,}2$. Usar aritmética exacta.

   b) Usar el Método de Euler Modificado para obtener una aproximación de $y(0{,}4)$, con tamaño de paso $h = 0{,}2$. Usar aritmética exacta.

3. Considerar el P.V.I.

$$\begin{cases} y'(t) = e^t + y(t) \\ y(1) = e \end{cases}$$

   a) Con un tamaño de paso h, para el método de Euler, obtener la fórmula de avance de t_k a t_{k+1}.

   b) Aproximar $y(0{,}1)$.

4. Considerar el P.V.I.

$$\begin{cases} y'(t) = y(t)\cos(t), \quad 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

   Usar un tamaño de paso $h = 0{,}1$ para calcular por medio de Euler, Euler Modificado, Runge-Kutta y Runge-KMerson. Consignar los resultados en una tabla y para cada método hallar el polinomio de aproximación.

5. Considerar el P.V.I.

$$\begin{cases} y'(x) = 1 + \dfrac{y}{x} & x \in [2,3] \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

Con un paso $h = 0{,}5$ utilizando el Método Implícito:

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{2}(f(t_n, u_n) + f(t_{n+1}, u_{n+1}))$$

a) Utilizar la técnica Predictor-Corrector con dos correcciones (usar Método de Euler).

6. Considere el P.V.I.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = \frac{2y}{t} + t^2 e^t & 1 \leq t \leq 2 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Usando la fórmula de Euler con tamaño de paso $h = 0{,}1$, determinar un valor aproximado de $y(1{,}2)$.

7. Para el P.V.I.

$$\begin{cases} y' = \sin(t) + e^{-t} & 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Emplee el método de Euler mejorado con tamaño de paso $h = 0{,}1$ para resolver el P.V.I. en el intervalo indicado.

8. Para los siguientes P.V.I.:

a) $\begin{cases} y' = y\cos(t) & 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y' = 1 + t\sin(ty) & 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

Use los métodos de Euler, Euler Mejorado, el Método de Runge-Kutta y Runge-Merson para aproximar $y(0{,}2)$.

9. Considere el P.V.I.

$$\begin{cases} y' = -10y, & 0 \leq t \leq 2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

el cual tiene solución exacta $y(t) = e^{-10t}$. ¿Qué pasa cuando el método de Euler se aplica a este problema con tamaño de paso $h = 0{,}1$?

10. Encuentre valores aproximados de la solución de cada uno de los siguientes problemas de valor inicial, usando el método de Euler Modificado y el Método de Runge-Kutta de cuarto orden con tamaño de paso $h = 0{,}5$ y $h = 0{,}25$. Haga una gráfica que muestre los puntos (t_k, y_k) correspondientes a las aproximaciones calculadas y la gráfica de la solución exacta. Discuta sus resultados.

a) $\begin{cases} y' = -y^2, \quad 0 \leq t \leq 4 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ con solución exacta $y(t) = \frac{1}{1+t}$

b) $\begin{cases} y' = -y + 2\cos(t), \\ y(0) = 1 \end{cases}$ para $0 \leq t \leq 4$ con solución exacta $y(t) = \sin(t) + \cos(t)$

c) $\begin{cases} y' = y - 2\sin(t), \quad 0 \leq t \leq 4 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ con solución exacta $y(t) = \sin(t) + \cos(t)$