Universidad José Antonio Páez
Cátedra: Cálculo Numérico
Profesor: José Luis Ramírez Barrios

Evaluación Nro. 1: Teoría de Errores

Instrucciones Generales

- Para esta evaluación se debe crear un archivo PDF que muestre los resultados de cada una de las preguntas de la asignación.
- Las respuestas deben ser claras, concisas y estar bien organizadas.
- Se valorará la claridad en la presentación de los resultados y el análisis de los mismos.
- Para los ejercicios que requieran programación, se debe incluir el código fuente utilizado, debidamente comentado.
- La fecha límite de entrega es el 11 de Noviemnbre de 2025.

Ejercicios

Ejercicio 1: Considerando el formato binario de punto flotante de 64 bits, crear un programa en la que dado un arreglo de 64 posiciones, retorne el número real equivalente, tomado en cuenta que:

- **La primera posición corresponde al signo del número.**
- **Las siguiente 52 posiciones a la mantisa del número.**
- **Las últimas 11 posiciones corresponden al exponente del número.**

1. |0|1001001100000000000000000000000000000000000000000000|10000001010|
2. |1|0101001100000000000000000000000000000000000000000001|01111111111|

Ejercicio 2: Crear rutinas en python que permitan calcular el error absoluto y relativo de dos cantidades.

Haciendo uso de sus rutinas halle los errores para las aproximaciones siguientes de x y $\tilde{x}$:

1. $x = \pi$, $\tilde{x} = \frac{22}{7}$
2. $x = e$, $\tilde{x} = 2{,}7183$
3. $x = \sqrt{2}$, $\tilde{x} = 1{,}4142$
4. $x = \sqrt{3}$, $\tilde{x} = 1{,}732$

Ejercicio 3: Código de Truncamiento y redondeo

Las dos siguientes funciones realizan el truncamiento y redondeo a una cierta cantidad de dígitos significativos. Reescriba ambas funciones como una sola función y agregue un parametro extra que es una cadena de caracteres "TRUNC" o "ROUND" que determina si se va a truncar o a redondear.

```python
import math

def truncamiento(number, digitos_sig):
    """
    Trunca un numero a un numero especifico de digitos significativos.

    Args:
        number: El numero a truncar.
        digitos_sig: El numero de digitos significativos a mantener.

    Retorna: El numero truncado como un float.
    """
    if number == 0:
        return 0.0

    # Calcula el factor de escala
    orden_magnitud = math.floor(math.log10(abs(number)))

    factor_escala = 10**(digitos_sig - 1 - orden_magnitud)

    # Escala, trunca, y reescala
    number_trunc = math.trunc(number * factor_escala) / factor_escala

    return number_trunc

def redondeo(number, digitos_sig):
    """
    Redondea un numero a un numero especifico de digitos significativos.

    Args:
        number: El numero a redondear.
        digitos_sig: El numero de digitos significativos a mantener.

    Retorna: El numero redondeado como un float.
    """
    if number == 0:
        return 0.0

    # Calcula el orden de magnitud
    orden_magnitud = math.floor(math.log10(abs(number)))

    factor_escala = 10**(digitos_sig - 1 - orden_magnitud)

    # Escala, redondea, y reescala
    number_round = round(number * factor_escala) / factor_escala

    return number_round
```

Listing 1: Python example

Realice las operaciones siguientes de tres maneras: exactamente, cortando usando una aritmética de 4 dígitos significativos y redondeando correcto a 4 dígitos significativos. Compare los errores absolutos y relativos obtenidos.

1. $\dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{7}$

2. $\left(\dfrac{1}{5} - \dfrac{2}{11}\right) - \dfrac{5}{9}$

Ejercicio 4: Asociatividad de la Suma en Punto Flotante

Escriba un programa que calcule la suma $x + y + z$ de las dos formas siguientes:

1. $(x + y) + z$
2. $x + (y + z)$

Ejecute el programa para los siguientes valores y **explique** los resultados en términos de aritmética de punto flotante:

- $x = 1, y = -5, z = 6$
- $x = 1 \times 10^{30}, y = -1 \times 10^{30}, z = 1$

Ejercicio 5: Aproximación del número e

El número e se define como $e = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{n!}$, con $0! = 1$. Hallar los errores absolutos y relativos en la aproximación siguiente de e: $\sum_{n=0}^{m} \dfrac{1}{n!}$ con $m = 2, \ldots, 10$

Ejercicio 6: Convección Atmosférica

Al formarse una celda convectiva en la atmósfera, un rollo de aire que gira a medida que el aire caliente sube y el aire frío baja, el sentido de su giro X se puede representar por un valor comprendido entre 0 y 1, de modo que si $X > 0{,}5$ el giro se produce el sentido de los punteros del reloj y si $X < 0{,}5$ el giro se produce en sentido contrario de los punteros del reloj. Suponga que si X_n representa el valor del giro durante la hora n, entonces el valor del giro X_{n+1} en la próxima hora $n + 1$ est´a dado por la siguiente regla multiplicativa:

$$X_{n+1} = 3{,}9 \times X_n(1 - X_n).$$

Si $X_0 = 0{,}5$ es el valor observado inicialmente (sin giro), calcule el valor de X_{20} luego de 20 horas e indique a qué sentido de giro corresponde. Tome ahora un valor inicial de $X_0 = 0{,}501$ y realice de nuevo el cálculo anterior. Muestre una grafica que despliegue los X_n calculados para ambos valores iniciales.