

Universidad José Antonio Páez Cátedra: Cálculo Numérico Profesor: José Luis Ramírez Barrios

Asignación Nro. 1: Fundamentos de Cálculo Numérico en Python

Instrucciones Generales

El objetivo de esta asignación es aplicar los conceptos básicos de álgebra lineal, complejidad algorítmica y estabilidad numérica. Todos los ejercicios deben ser resueltos y documentados utilizando el lenguaje de programación **Python** y las librerías **NumPy** y **Matplotlib**.

Ejercicios

Ejercicio 1: Operaciones Fundamentales con Matrices

Considere la matriz A y el vector columna \mathbf{v}_{col} .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \qquad v_{col} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Realice las siguientes operaciones y muestre el resultado utilizando Python/NumPy:

- 2. Añadir la columna \mathbf{v}_{col} al final de la matriz A.
- 3. Cargar en la variable b el vector [2, 5, 7]. Multiplicar A por b.
- 4. Cargar en c el vector columna traspuesto de b. Hallar la norma euclídea de b.
- 5. Extraer de A la segunda y tercera columna. Extraer de A los dos primeros elementos de la segunda columna.
- 6. Cargar en B la matriz que tiene por elementos los cuadrados de los elementos de A. Sumar las matrices A y B.
- 7. Comparar las matrices: $A \vee B$; $A + B \vee B + A$.
- 8. Hallar los elementos pares de la matriz A. Sumar una unidad a los elementos impares de la matriz A.
- 9. Hallar los autovalores de A.
- 10. Hallar el mayor elemento de A y el lugar que ocupa (fila, columna).

Ejercicio 2: Medición de Eficiencia de Algoritmos

Investigue las funciones en Python (módulos time o timeit) que le permiten medir la complejidad o eficiencia de algoritmos (similares a tic, toc, cputime de MATLAB).

Ejecute las sentencias A = rand(100, 100) y x = rand(100, 1) (matrices y vectores aleatorios) y utilice las funciones de medición para determinar el çoste operativo" de las siguientes operaciones:

- 1. $y = A \cdot A \cdot x$
- $2. \ y = (A \cdot A) \cdot x$
- 3. $y = A \cdot (A \cdot x)$
- 4. $y = zeros(10, 10) \cdot A$

Ejercicio 3: Resolución de la Ecuación Cuadrática y Estabilidad

Resuelva la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ mediante los siguientes algoritmos para encontrar las raíces x_1 y x_2 :

1. Algoritmo Estándar:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. Algoritmo Alternativo (Racionalizado):

$$x_1 = \frac{2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}; \quad x_2 = \frac{2c}{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

3. Algoritmo Híbrido (Usando Vieta):

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_1 = \frac{c}{ax_2}$$

Pruebe los algoritmos para los siguientes valores y **analice** los resultados, identificando problemas de inestabilidad (cancelación catastrófica):

Caso a: a = 1, b = -5, c = 6

Caso b: $a = 0.1, b = 1 \times 10^7, c = 0.06$

Ejercicio 4: Asociatividad de la Suma en Punto Flotante

Escriba un programa que calcule la suma x+y+z de las dos formas siguientes:

- 1. (x+y)+z
- $2. \ x + (y+z)$

Ejecute el programa para los siguientes valores y **explique** los resultados en términos de aritmética de punto flotante:

2

- x = 1, y = -5, z = 6
- $x = 1 \times 10^{30}, y = -1 \times 10^{30}, z = 1$

Ejercicio 5: Máximo Elemento de una Matriz

- 1. Use la documentación de NumPy para encontrar la función que halla el máximo de los elementos de una matriz.
- 2. Aplique esta función para encontrar el valor más grande y su ubicación (fila, columna) en las siguientes matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -2 \\ 3 & 4 & -9 \\ -7 & 2 & 6 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \sin(1) & \sin(-5) & \sin(-2) \\ \sin(3) & \sin(4) & \sin(-9) \\ \sin(-7) & \sin(2) & \sin(6) \end{bmatrix}$$

Ejercicio 6: Entrada/Salida de Archivos

- 1. Escriba un programa en Python que escriba en un archivo llamado RAICES.OUT los primeros 10 números naturales y sus raíces cuadradas.
- 2. Haga un programa que escriba en un archivo llamado TRIGON.OUT una tabla con los valores de las funciones trigonométricas seno y coseno, cada 5° grados, para los ángulos de entre 0° y 90° grados.

Ejercicio 7: Gráficas de Funciones

Grafique las siguientes funciones en el dominio que se indica, utilizando la librería **Matplotlib**:

1.
$$y = \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)}, \quad 0 \le x \le 4\pi$$

2.
$$y = \frac{1}{1 + (x - 2)^2}$$
, $0 \le x \le 4$

3.
$$e^{-x}x^2$$
, $0 \le x \le 10$