

Operaciones con números

- Realizar la siguiente operación:

$$5 + (3 - 4) \cdot (4 + 7) - 56$$

- Calcular el cociente y el resto de la división $346 : 67$. Además calcula con 12 decimales la división.
- Calcular la potencia $(-3)^{45}$.
- Realiza la siguiente operación con fracciones.

$$\frac{1}{3} + \left(4 + \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{13} \right)$$

- Calcular la raíz cuadrada de 432.

- Factorizar en números primos el número 432.
- Di si el número 432 es primo o compuesto.
- Calcula el máximo común divisor 432 y 654.
- Calcula el mínimo común múltiplo de 432 y 564.
- Comprobar que al multiplicar el *mcd* por el *mcm* se obtiene lo mismo que al multiplicar los dos números.

Porcentajes y reglas de tres

- Calcular el 23% de 432.
- La gasolina cuesta 1.56 euros el litro. Sufre una subida del 15%. Calcula el nuevo precio.
- Un pantalón cuesta 67 euros. Sufre una subida del 20%, después una bajada del 15% y finalmente otra subida del 7%.
- 5 kilos de tomates cuestan 12 euros. Calcula el precio de 13 kilos de tomates. Esto es, resuelve la regla de tres directa

$$\begin{array}{ccc} 5 & \longrightarrow & 12 \\ 13 & \longrightarrow & x \end{array}$$

Operaciones con polinomios I

Realizar las siguientes operaciones con polinomios.

- $(x^3 - 4x^2 - 1) + (2x^2 - 1)$
- $(x^3 - 4x^2 - 1) \cdot (2x^2 - 1)$
- $(x^3 - 4x^2 - 1)^2$
- $(x^3 - 4x^2 - 1)/(x + 6)$

Operaciones con polinomios II

- Desarrolla la siguiente identidad notable: $(3x - 4)^2$.
- Desarrolla la identidad notable $(a + b)^2$ y verifica que coincide con la conocida *fórmula*.
- Haz lo mismo con $(a - b)^2$ y con $(a + b)(a - b)$.
- Encuentra la identidad notable de la que proviene (esto es, aplica las identidades notables “al revés”).

$$4x^2 - 12x + 9$$

Operaciones con polinomios III

- Encuentra todas las raíces del polinomio $x^2 - 5x + 6$.
- Encuentra todas las raíces del polinomio $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 9$.
- Factorizar el polinomio anterior.
- Calcular el máximo común divisor de los polinomios anteriores.
- Calcular el mínimo común múltiplo de los polinomios anteriores.

Resolución de ecuaciones polinómicas

Resolver las siguientes ecuaciones:

- $15x - 5 = 2x + 4$

- $\frac{x^2 - 3x}{2} + 2 = \frac{x + 12}{6}$

- $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6 = 0$

- Encuentra la fórmula de resolución de la ecuación general de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Hacer lo mismo con la ecuación general de tercer grado.

- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$ en el intervalo $(-2, 3)$.
- Dibuja la gráfica de las funciones $f(x) = x^2 - 3x + 2$ y $g(x) = \cos(x)$ en el intervalo $(-2, 3)$.
- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \ln(x)$ en el intervalo $(-2, 2)$
- Resuelve por el método gráfico la ecuación $x^2 - 4x + 2 = 3x^2 - 1$ y haz lo mismo con la ecuación equivalente $-2x^2 - 4x + 2 = -1$.

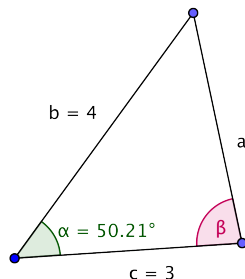
Operaciones con números complejos

- Sean $z = 3 + 4i$ y $w = 5 - 7i$ dos números complejos. Calcula su producto.
- Escribe el número complejo cuyo valor absoluto es 16 y su argumento es 1.5 radianes.
- Escribe el número complejo cuyo valor absoluto es 16 y cuyo argumento es 95 grados.
- Sean $z = 4_{34^\circ}$ (el módulo es 3 y el argumento 34 grados) y $w = 2_{23^\circ}$. Realiza su producto y su división y comprueba que en el primer caso los argumentos se suman y en el segundo se restan.

- Convertir 23 grados a radianes. Convertir 1.5 radianes en grados.
- Calcular el coseno de 23 grados.
- Calcular el seno de 1.5 radianes. Calcular el coseno de π radianes.
- Calcular el arcotangente de $\sqrt{3}$.
- Calcular el arcoseno de 5 y comprobar que es un número complejo.
- Dibujar la gráfica de la función seno entre -7 y 7.

Trigonometría II

- Utiliza el teorema del coseno para calcular a en el siguiente triángulo.
- Utiliza el teorema del seno para calcular β en el mismo triángulo.
- Calcula el área de un triángulo de lados 5, 7 y 8 utilizando la fórmula de Herón.
- Obtén todas las propiedades que proporciona WolframAlpha de un triángulo con lados 5, 7 y 8.



Cálculo de límites

- Calcular $\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 - 3$
- Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$
- Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x}{2x^2 - 5}$
- Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$
- Calcular $\lim_{h \rightarrow 2} \frac{\cos(a + h) - \cos(a)}{h}$

- Calcular la derivada de $f(x) = 4x^4 - 3x$
- Calcular la derivada de orden 5 de la función $f(x) = \cos(x^2)$
- Calcular la derivada, con respecto a la variable x , (las otras letras se consideran como constantes) de la función $f(x) = A \cos(w \cdot x + b)$
- Calcular, utilizando la definición, la derivada de la función $f(x) = x^4$.
Esto es, calcula el siguiente límite

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^4 - x^4}{h}$$

- Calcular $\int \cos(2x) \, dx$
- Calcular $\int_0^5 \cos(2x) \, dx$
- Calcular $\int_1^\infty \frac{1}{x^2} \, dx$
- Calcular la integral doble $\int_0^3 \int_{-1}^3 \cos(x)y^2 \, dx \, dy$
- Calcular $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx$
- Calcular el área que forma la función $f(x) = x^3$ con el eje x y las rectas verticales $x = -3$ y $x = 3$.

- Obtener la representación gráfica de los vectores $(4, 1)$ y $(4, 1, 6)$.
- Realizar la operación $2(2, 3) + 3(1, -2)$.
- Realizar la operación $2(2, 3, 1) + 3(1, -2, 2)$
- Calcular el producto escalar de $(3, 5, 1)$ y $(2, -1, 9)$.
- Calcular el producto vectorial $(3, 5, 1) \times (2, -1, 9)$.
- Calcular $((3, 5, 1) \times (2, -1, 9)) \cdot (1, 2, 3)$

- Calcular el logaritmo neperiano (o natural) de 6.
- Calcular $\log_2(19)$ y comprobar la fórmula de cambio de base.
- Desarrolla la expresión $\ln\left(\frac{a^3 \cdot \sqrt{b^5}}{c^2}\right)$.
- Calcular $\ln(-3)$ y comprobar que es un número complejo. Calcular también $\ln(0)$ e interpretar el resultado.

Teoría de números I. División y *mcd*

- Calcula el cociente y el resto de la división $342 : 65$
- Calcula el cociente y el resto de la división $120! : 5^{90}$
- Calcular los divisores de 2205. Calcular los divisores comunes de 2205 y 3600.
- Calcular el máximo común divisor de 2205 y 3600. Comprobar que es igual al producto de los factores comunes al menor exponente.
- Calcular el *mcm* de 2205 y 3600. Comprobar que se obtiene multiplicando todos los factores al mayor exponente.
- Comprobar en el caso anterior que la multiplicación del *mcm* y del *mcd* da el producto de los números.
- Comprobar el *lema de Bezout* en el caso del par 2205 y 3600.
- Resolver la ecuación diofántica $2205x + 3600y = 90$

Teoría de números II. Primos

- Comprueba si el número 568 es primo. En caso contrario encuentra un número primo cercano a él.
- Calcula todos los números primos entre el 100 y el 300.
- Descomponer el número 568 en factores primos.
- Calcula el primo número 50 de la lista de los números primos.
- Escribe una lista los números primos que ocupan las posiciones de la 110 a la 125 en la serie de los número primos.
- Calcula la cantidad de números primos menores o iguales que 4000. En notación matemática equivale a calcular $\pi(4000)$

Teoría de números III. Aritmética modular

- Encuentra el representante de 569 en \mathbb{Z}_{43} .
- Suma, resta y multiplica los números 23 y 32 en \mathbb{Z}_{43} .
- Calcular el inverso de 23 en \mathbb{Z}_{43} y comprueba que es el inverso.
Intenta calcular el inverso de 2 en \mathbb{Z}_{42}
- Aplicar el teorema de Bezout para calcular el inverso de 23 en \mathbb{Z}_{43} .
- Comprobar el teorema de Fermat en \mathbb{Z}_{43} .
- Comprobar el teorema de Wilson en \mathbb{Z}_{43} .
- Calcular el orden de 14 en \mathbb{Z}_{43} .
- Comprobar que 12 es una raíz primitiva en \mathbb{Z}_{43} .

Teoría de números IV. Funciones aritméticas

- Encuentra todos los divisores de 568. Cuéntalos con la función τ y súmalos utilizando la función σ . Suma también los cubos de los divisores de 568. Comprueba que 496 es un número perfecto.
- Comprueba con los números 81 y 23 que las funciones τ y σ son multiplicativas.
- Factoriza los números 568 y 30 y aplica la función μ de Moebius.
- Comprueba con 81 y 23 que μ es multiplicativa.
- Calcular $\phi(81)$ y $\phi(568)$
- Comprobar que ϕ es multiplicativa con 81 y 23.