Tasa de variación media

Para hacer los ejercicios es imprescindible visualizar los siguientes vídeos:

https://youtu.be/rizvkuUmYpc
https://youtu.be/OhMEDNMusTM
https://youtu.be/5rtsFfoFycc

1.- Calcular la tasa de variación media en el intervalo $[3, 9]$ de las funciones:

$$a)\ f(x) = x^2 + 2x \qquad b)\ f(x) = \frac{2}{x^2}$$

2.- (**Teoría**) Recordemos que la tangente del ángulo que forma la recta con el eje x es lo que siempre se ha llamado pendiente. Por lo tanto:

La tasa de variación media es la pendiente de la recta secante

3.- (**Teoría**) Dada la función $f(x) = 3x$ inventa un intervalo y calcula la TVM en dicho intervalo. Resulta que independientemente del intervalo siempre sale el mismo número. Explica razonadamente este hecho.

4.- Dibuja con Desmos o con Geogebra la función:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2$$

Intenta encontrar un intervalo donde la TVM sea positiva, otro intervalo donde sea negativa y otro donde sea nula. Comprueba tus intuiciones con la fórmula de la tasa de variación media. **El signo de la TVM tiene algo que ver con el crecimiento o decrecimiento de la función en dicho intervalo.**

5.- Sea la función dependiente del tiempo:

$$s(t) = 5 + 3t + 4t^2$$

Calcula la tasa de variación media entre $t = 1$ y $t = 3$ (o lo que es lo mismo, en el intervalo $[1, 3]$). ¿Os recuerda esto a algo de Física?

6.- Sea la función dependiente del tiempo:

$$s(t) = 5 + 3t$$

Comprueba que independientemente del intervalo la TVM siempre sale el mismo número. Da una explicación física de este hecho.

7.- Dada la función $f(x) = 2x^2 + x$ calcula la tasa de variación media entre los siguientes intervalos (tengo que escribir punto y coma para separar los dos números del intervalo):

$$a)\ [1; 1{,}1] \qquad b)\ [1; 1{,}01] \qquad c)\ [1; 1{,}001]$$

¿Parece que tiene algún límite cuando la distancia entre los puntos se hace más y más pequeña? Intenta aplicar nuestros conocimientos sobre límites para hallar dicho valor sin usar la calculadora.

Definición de derivada

Para hacer los ejercicios es imprescindible visualizar los siguientes vídeos:

https://youtu.be/AiJ2DNi1PEg
https://youtu.be/RwdNamf8VoI
https://youtu.be/yteaZdvLYZE

La derivada en un punto es la pendiente de la recta tangente y su fórmula es:

$$f'(a) = \lim \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

1.- Calcula la derivada en el punto $x = 3$ de la función $f(x) = 3x^2 + 3$. Al hacer derivadas siempre sale una indeterminación del tipo 0/0.

2.- Calcula la derivada en el punto $x = a$ de la función $f(x) = 3x^2 + 3$.

3.- Calcula la derivada en el punto $x = a$ de la función $f(x) = x$.

4.- Calcula la derivada en el punto $x = a$ de la función $f(x) = x^2$.

5.- Calcula la derivada en el punto $x = a$ de la función $f(x) = x^3$.

6.- Calcula la derivada en el punto $x = a$ de la función $f(x) = 1/x$.

7.- Calcula la derivada en el punto $x = a$ de la función $f(x) = \sqrt{x}$.

8.- Os resumo alguno de los resultados que debéis haber obtenido:

f(x)	f'(a)	Otra forma
x	1	$1 \cdot a^{1-1}$
x^2	$2a$	$2 \cdot a^{2-1}$
x^3	$3a^2$	$3 \cdot a^{3-1}$
x^{-1}	$-1/a^2$	$-1 \cdot a^{-1-1}$
$\sqrt{x} = x^{1/2}$	$\frac{1}{2\sqrt{a}}$	$\frac{1}{2} \cdot a^{1/2-1}$

Ir pensando en una fórmula general que valga para todas las potencias de x.