

## Video 1. Números enteros y racionales

1.- Realiza las siguientes operaciones con enteros:

$$a) 67 + 902 \quad b) 459 - 823 \quad c) 1234 \times 4189$$

2.- Realiza las operaciones anteriores pero utilizando las funciones **Plus**, **Subtract** y **Times**.

3.- Realiza las siguientes divisiones en modo exacto y en modo aproximado:

$$a) \frac{56}{34} \quad b) \frac{679}{23}$$

4.- Realiza las operaciones anteriores con la función **Divide**.

5.- Calcula las siguientes potencias:

$$a) 3^6 \quad b) 3^{-6} \quad c) -3^6 \quad d) (-3)^6 \quad e) 3^{400}$$

6.- Realiza las potencias anteriores con la función **Power**.

7.- Realiza la siguiente operación combinada:

$$(3 + 7 - 4)(3^5 - 3)$$

8.- Realiza la operación anterior utilizando únicamente funciones y ningún signo de operación.

9.- Colocar los paréntesis necesarios para que  $4 - 2 * 3 + 4$  sea igual a 14.

10.- Realiza las siguientes operaciones con fracciones:

$$a) \frac{4}{3} + \frac{2}{9} \quad b) \left( \frac{3}{7} \times \frac{8}{3} \right) - \frac{4}{9} \times 5$$

11.- Vamos a calcular el área de un rectángulo de base 6 y altura 3 utilizando variables. Para ello tecleamos el siguiente código en una celda:

```
base = 6;  
altura = 3;  
base * altura
```

A partir de ahora base es igual a 6 y altura es igual a 3. Si queremos borrar las variables utilizamos la función **Clear**.

```
Clear[base]
Clear[altura]
```

- 12.- Calcula el volumen de un cubo de lado 4 metros.
- 13.- La velocidad de la luz en el vacío es aproximadamente  $299792458 \text{ m/s}$ . Calcula cuantos metros mide un año luz. Intenta utilizar variables.
- 14.- La luz tarda aproximadamente 8 minutos y 19 segundos en llegar del Sol a la Tierra. Calcula, en metros, la distancia de la Tierra al Sol.
- 15.- Utiliza la fórmula de Einstein  $E = mc^2$  para calcular la energía que almacenan 56 gramos de masa.
- 16.- Si en la primera casilla del ajedrez situamos un grano de arroz, en la segunda, 2 granos, en la tercera 4 granos y duplicamos el número de granos de arroz en cada casilla, calcula cuántos granos de arroz tiene la última casilla.
- 17.- **Introducir texto, títulos, subtítulos, ...**

Antes de introducir una celda nueva, nos aparece una línea horizontal con un signo  $\oplus$  a la izquierda de la línea. Pulsando sobre dicho signo podemos elegir **Plain Text** y lo que escribamos en dicha celda es texto normal y corriente. Si pulsamos sobre **Other Styles of Text** podemos crear títulos, subtítulos,...

- Crea una celda al comienzo del Notebook donde aparezca un título con vuestro nombre.
- Separar los ejercicios con líneas de texto donde se escriba *Ejercicio 1, ...*
- **Insertar caracteres especiales**  
En el menú si nos vamos a **Insert-Special Characters** podemos insertar muchos símbolos matemáticos que nos simplificarán la escritura.

## Video 2. Números decimales y radicales

- 1.- Realiza las siguientes operaciones con números decimales:

$$a) 4,78 \times 34,5 - 8,7^4 \quad b) 12,67/34,4 + (3,7 - 8,9)^3$$

- 2.- Calcula  $e^\pi + \pi^2$  con 50 cifras significativas.
- 3.- Sea  $\phi$  el número de oro (**GoldenRatio**). Calcula  $\phi$ ,  $1/\phi$  y  $\phi^2$  con 50 cifras. Apunta lo que observes.
- 4.- Comprueba que el número de oro cumple la ecuación  $x^2 - x - 1 = 0$ . (Debes utilizar la función **Simplify** para obtener el resultado).
- 5.- Hemos visto que el número de oro cumple la ecuación  $x^2 - x - 1 = 0$  y por lo tanto el número de oro es una de las soluciones de dicha ecuación. Para resolver la ecuación tecleamos el código:

```
Solve[x^2-x-1 == 0, x]
```

¿Qué solución es el número de oro? ¿La otra solución tiene algo que ver con el número de oro?

- 6.- Suponemos conocida la sucesión de Fibonacci. Si denotamos por  $f_n$  al  $n$ -ésimo término de la sucesión se tiene una fórmula que permite calcular cualquier número de la sucesión sin conocer los anteriores. Dicha fórmula es:

$$f_n = \frac{\phi^n - (1 - \phi)^n}{\sqrt{5}}$$

Utiliza dicha fórmula para calcular los 6 primeros términos de la sucesión de Fibonacci. (Necesitaras simplificar los resultados con **Simplify**).

- 7.- Calcula el volumen de un cono de radio 5 cm y altura 13 cm. Busca la fórmula en Internet e intenta usar variables para resolver el problema. Calcula también el resultado con 20 cifras.
- 8.- Queremos plantar en una finca cuadrada un total de 2534 árboles. Calcula el número de árboles que debe de tener cada fila y cuantos árboles sobran.

- 9.- En la fiesta de cumpleaños de mi hermano pequeño había 128 caramelos para repartir. Después del reparto cada niño tenía tantos caramelos como niños había. Si sobraron 7 caramelos, ¿cuántos niños había?
- 10.- Si un triángulo rectángulo tiene los catetos de medidas 5 y 8 cm respectivamente, calcula la hipotenusa.
- 11.- Si el volumen de un cubo es 100 metros cúbicos, calcula con 10 cifras decimales el lado del cubo.
- 12.- Simplifica la siguiente operación:

$$143\sqrt{50} + \frac{3}{4}\sqrt{2} - 12\sqrt{8}$$

- 13.- Racionaliza la siguiente expresión:

$$\frac{4 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{7}}$$

- 14.- Encuentra un número de 5 cifras cuya raíz cúbica sea un número entero.
- 15.- **Introducción a la función [Table](#).**

El siguiente código produce una lista con todos los cuadrados de los números entre el 9 y el 15:

```
Table[n^2, {n, 9, 15}]
```

- Crea una lista con los 20 primeros cuadrados.
- Crea una lista con los 20 primeros números pares.
- Crea una lista con los 20 primeros números impares.
- Crea una lista con todos los múltiplos de 3 que sean mayores que 100 y menores que 200.

- 16.- **Introducción a la ayuda**

Para obtener ayuda de una función tecleamos una interrogación seguido del nombre de la función. Por ejemplo, para ver como funciona la funcion [Rationalize](#) tecleamos:

```
?Rationalize
```

Una vez consultada la ayuda encuentra una fracción que cuya diferencia con  $Pi$  sea menor de una millonésima.

### Video 3. Funciones elementales

- 1.- El primer examen vale un 40% y el segundo un 60%. Si un alumno ha sacado un 5 y un 7 respectivamente, calcula su nota media redondeando con las funciones **Round**, **Floor** y **Ceiling**. ¿Qué función quieren los alumnos que emplee siempre el profesor?
- 2.- Calcula las siguientes razones trigonométricas (unas están en grados y otras en radianes).

$$a) \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad b) \cos(60^\circ) \quad c) \tan(45^\circ)$$

- 3.- Si un triángulo rectángulo tiene los catetos de 6 y 13 cm, calcula el otro lado y los dos ángulos que faltan con 10 decimales de precisión.
- 4.- Existe otro ángulo menor que 360 grados que tiene el mismo seno que el ángulo de 53 grados. Encuentra dicho ángulo y comprueba que ambos senos son iguales (utiliza el doble igual).
- 5.- Un triángulo tiene de lados 5, 8 y 9 cm. Utiliza el teorema del coseno para calcular los tres ángulos.
- 6.- Calcula los siguientes logaritmos:

$$a) \log_3(45) \quad b) \log_5\left(\frac{1}{25}\right) \quad c) \ln(100)$$

- 7.- La función **TrigExpand** nos permite desarrollar expresiones trigonométricas. Por ejemplo teclea el código:

```
TrigExpand[Sin[x+y]]
```

Encuentra las fórmulas del coseno de la suma, del coseno de la resta y del seno del ángulo triple.

- 8.- Una forma de saber cuantas cifras tiene un número entero consiste en calcular su logaritmo decimal. Usa logaritmos para calcular el número de cifras de 100!. Otra forma consiste en utilizar la función **ScientificForm**.

9.- Para comprobar si una expresión es una identidad debemos emplear el doble signo igual. Por ejemplo si tecleamos

```
Tan[x] == Sin[x] / Cos[x]
```

el programa devuelve **True** para confirmarnos que en efecto es una identidad. Comprueba también la identidad  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ . Busca en internet alguna identidad trigonométrica más y comprueba con el programa.

#### 10.- Introducción a la función **PowerExpand**

La función **PowerExpand** nos permite desarrollar potencias y es también útil en los logaritmos. Ejecuta el siguiente código para ver su funcionamiento:

```
a^m * a^n // PowerExpand  
Log[a * b] // PowerExpand
```

- Comprueba las propiedades de las potencias que recuerdes.
- Comprueba las propiedades de los logaritmos que recuerdes.
- Desarrolla la siguiente expresión:

$$\log\left(\frac{a^4 \times b^{1/3}}{\sqrt{c^5}}\right)$$

## Video 4. Divisibilidad

1.- Calcula el cociente y el resto de las divisiones:

$$a) \frac{4587}{13} \quad b) \frac{9823}{45}$$

2.- Encontrar 3 números primos mayores que 10000 y menores que 11000.

3.- Encuentra cuantos números primos son menores que 500.

4.- Descompón en factores primos los números:

$$a) 456898 \quad b) 2^{32} + 1 \quad c) \frac{27}{64}$$

5.- Encuentra el primer número cuya factorial tenga más de 1000 dígitos.

6.- Encuentra todos los divisores de 5880 y 4840. Viendo ambas listas intenta encontrar el divisor que sea común a ambos números y que sea lo mayor posible.

7.- Encuentra el mcd y el mcm de 5880 y 4840 utilizan las funciones **GCD** y **LCM**.

8.- Comprueba que al multiplicar el mcm y el mcd de dos números cualesquiera se obtiene el mismo resultado que al multiplicar los números de partida. De esta forma siempre se puede calcular el mcm si se conoce el mcd.

9.- Un número es **perfecto** si la suma de todos los divisores es igual al doble de dicho número. Comprueba que el 6 y el 496 son números perfectos. Encuentra algún otro número perfecto consultando internet.

10.- Consulta la ayuda de las funciones **PerfectNumber** y **PerfectNumberQ** y encuentra más números perfectos.

11.- Investiga y convierte a binario el número 456781.

## Video 5. Polinomios

- 1.- Desarrollar la siguiente operación combinada con polinomio:

$$(3x^3 - 4x^2 - 7x + 2)^2 - (4x^2 - 7)(2x - 6) + 9x - 6$$

- 2.- Desarrolla las siguientes identidades notables:

$$a)(a + b)^2 \quad b)(a - b)^2 \quad c)(a + b)^3 \quad d)(a + b + c)^2$$

- 3.- Calcular el cociente y el resto de la división, realizando después la comprobación de la división.

$$(x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 9x - 3)/(x^2 - 5x + 6)$$

- 4.- Factoriza los siguientes polinomios.

$$a)x^3 + 3x^2 - 9x + 5 \quad b)x^4 - 8x^3 + 13x^2 - 8x + 12$$

- 5.- Inventa dos polinomios cuyo MCD sea  $x^2 - 5x + 6$  y compruebalo con Wolfram.

- 6.- Sustituye la  $x$  por varios valores distintos en el polinomio:

$$x^3 - 7x^2 + 6x - 4$$

- 7.- Encuentra las raíces del polinomio:

$$2x^4 - 2x^3 - 14x^2 + 26x - 12$$

- 8.- Inventa un polinomio que tenga dos raíces reales y dos raíces complejas. Encuentra dichas raíces.



## Video 6. Fracciones algebraicas

1.- Simplifica las fracciones algebraicas:

$$a) \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} \quad b) \frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}{x^2 - 5x + 4}$$

2.- Desarrolla el numerador y el denominador de la fracción algebraica:

$$\frac{(x - 1)^2 - (2x + 8)(3x - 1)}{(x^2 - 5x + 1)(x + 4)}$$

3.- Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas, expresando el resultado como un única fracción:

$$\frac{(2 + 5x)(x - 3)}{x^2 - 5} \cdot \frac{(4x - 2)5x}{x + 1} + \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

4.- Desarrolla la expresión:

$$\left(4x^2 - \frac{3}{x - 1}\right)^3$$

5.- En el ejercicio anterior, después de desarrollar, expresa el resultado como una única fracción.

## Video 7. Ecuaciones y sistemas

- 1.- Resuelve la ecuación, (de modo exacto y aproximado):

$$\frac{3(x-3)}{7} + \frac{2-x}{5} = \frac{8}{3}$$

- 2.- Resuelve, con respecto a  $x$ , la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- 3.- Resuelve, con respecto a  $x$ , la ecuación:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

- 4.- Inventa una ecuación de segundo grado que tenga dos soluciones complejas y resuélvela.

- 5.- Resuelve la ecuación:

$$x^4 - x^3 + 9x^2 - 9x = 0$$

- 6.- Resuelve la ecuación:

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$$

- 7.- Inventa una ecuación de cuarto grado que tenga dos soluciones reales y dos soluciones complejas.

- 8.- Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z &= 7 \\ 2x + y - z &= 11 \\ 2x - 2y - z &= 8 \end{cases}$$

- 9.- Resuelve:

$$2 \cdot 10^{2x+4} + 3 \cdot 10^{x+2} - 5 = 0$$

- 10.- Inventa un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas cuyas soluciones sea  $x = 3$ ,  $y = 2$  y  $z = -4$ .

- 11.- Resuelve el sistema no lineal:

$$\begin{cases} y^2 - 2y + 1 &= x \\ \sqrt{x} + y &= 5 \end{cases}$$

12.- Resuelve la inecuación:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4} \geq 0$$

13.- Un cilindro de volumen 100 metros cúbicos tiene un radio de 4 metros.  
Calcula su altura. (Busca la fórmula en Internet)

## Video 8. Números complejos

- 1.- Realiza la siguiente operación con números complejos:

$$a) (3 + 4i)^2 + 2 \quad b) \frac{5 + 15i}{1 + 2i}$$

- 2.- Utilizando la función **Table** calcula las 10 primeras potencias del número imaginario  $i$ .

- 3.- En los siguientes números complejos calcula su módulo, su argumento y su conjugado:

$$a) 8\sqrt{8} + 8i \quad b) \frac{2 + i}{3 + 9i}$$

- 4.- Encuentra todos los números complejos cuyo cuadrado sea igual a su conjugado.

- 5.- Escribe en forma binómica el número complejo (el ángulo está en grados)  $45_{34}$

- 6.- Encuentra un número cuyo coseno sea igual 4.

- 7.- Calcula una raíz cuarta de  $8\sqrt{3} + 8i$ . Indicación: Llama  $z$  a la solución y después calcula la parte real e imaginaria.

## Video 10. Límites

1.- Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$$

2.- Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{x^2} \qquad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{2+x} \right)^{5x}$$

3.- Calcula los límites laterales de la función  $\tan(x)$  en el punto  $x = \pi/2$ . ¿Tiene asíntota vertical?

4.- Analiza el punto problemático de la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

y comprueba si existe o no la asíntota vertical.

5.- Calcula los límites laterales en  $x = 0$  de la función:

$$f(x) = (2+x)^{\frac{1}{x}}$$

6.- Define la función:

$$f(x) = \frac{\tan(2x)}{x}$$

y calcula valores de la función en puntos cercanos al cero. Después calcula el límite para ver si se cumple tu intuición.

## Video 13. Vectores

1.- Dados los vectores  $u = (3, 9)$  y  $v = (-5, 8)$  realiza las operaciones:

2.- Dibuja los vectores, junto con los ejes:

$$a) u = (6, 8) \quad b) v = (3, -6, 2)$$

3.- Calcula el producto escalar de los vectores:

$$u = (3, 6) \quad v = (-4, 6)$$

4.- Calcula el producto escalar de los siguientes vectores en cuatro dimensiones:

$$u = (3, 6, 7, -2) \quad v = (3, 9, 1, 5)$$

5.- Calcula el módulo de los siguientes vectores:

$$a) u = (5, \frac{3}{4}) \quad v = (4, 9, 1, 5)$$

6.- Calcular el ángulo (en grados) entre los siguientes pares de vectores:

$$a) u = (3, 5), v = (-2, 7) \quad b) u = (8, 3, -2, 6), v = (3, 1, 7, 1)$$

7.- Inventa un vector perpendicular a  $u = (5, 7)$ . Comprueba que el producto escalar entre ambos vectores es nulo.

8.- Inventa dos vectores perpendiculares a  $u = (4, 8, 2)$  y que no sean proporcionales. Para comprobar que son perpendiculares el producto escalar debe ser nulo.

9.- Inventa tres vectores perpendiculares a  $u = (3, 6, 2, 1)$ .

10.- Comprueba de manera simbólica que el producto escalar de dos vectores de dos dimensiones es conmutativo.